

## REVISIÓN DE METODOLOGÍAS PARA EL DISEÑO GEOMECÁNICO DE PILARES EN MINERÍA SUBTERRÁNEA

*A. Puentes Contreras*<sup>1</sup>; *S. Villalobos Cifuentes*<sup>2</sup> y *F. Villalobos Jara*<sup>3</sup>

### RESUMEN:

El diseño geomecánico de pilares en minería subterránea es un tema que ha sido estudiado históricamente por muchos investigadores, aunque su uso fundamental se concentra mayormente en el método de explotación “room and pillar”, también es fundamental en los niveles de producción para métodos como el “block/panel caving” ya que su importancia radica en proveer la estabilidad local como regional en la mina. Actualmente se utilizan métodos empíricos así como modelamiento numérico para lograr el diseño óptimo de pilares y que mejor se ajuste a las condiciones presentes en la mina en cuestión. Los métodos empíricos existentes se basan en el estudio de la relación entre la resistencia y la carga a la que estarían expuestos los pilares. Estos métodos proponen variadas metodologías para determinar la resistencia de los pilares basándose en un retro-análisis de pilares que se han visto afectados en mayor o menor medida por fallas en su estructura en minas puntuales, es por esto que cada método podría estar sesgado de acuerdo al tipo de roca, geometría de pilar o régimen de esfuerzos. Por otra parte, el modelamiento numérico es uno de los métodos más utilizados para evaluar la estabilidad de los pilares, usado además como medio comparativo entre otros criterios de falla. El objetivo de este trabajo es realizar una comparación entre los métodos existentes para el diseño geomecánico de pilares en minería subterránea, evaluando el desempeño de las fórmulas empíricas propuestas por distintos métodos y comparando sus resultados con los obtenidos mediante modelamiento numérico, para esto se utilizó una base de datos de la mina Diablo Regimiento del yacimiento El Teniente.

**PALABRAS CLAVES:** Pilar; FEM; GSI.

### ABSTRACT:

The geomechanical design of pillars in underground mining has been studied by many authors. The use of pillars in mining is mainly concentrated in the exploitation method “room and pillar” but it is also fundamental at production levels for methods like “block caving” since its importance lies in providing local and regional stability in the mine. Currently, empirical methods are used as well as numerical modeling to achieve the optimal design of pillars and which best suits the conditions present in the mine in question. The empirical methods are based on the study of the relationship between the resistance and the load to which the pillars would be exposed, the authors propose various methodologies to determine the resistance they possess, their research is based on a retro-analysis of pillars that have been affected to a greater or lesser extent by faults in their structure in specific mines, that is why the methodologies delivered by each author could be biased according to the type of rock, geometry of the pillars or stress regime. On the other hand, numerical modeling is one of the most used methods to evaluate the stability of the pillars, it is also used as a comparative means among other failure criteria and to know the appropriate design to prevent the pillar failure. The objective of this work is to make a comparison between the existing methods for the geomechanical design of pillars in underground mining evaluating the performance of the formulas proposed by different authors and comparing their results with those obtained by numerical modeling, for this a base of data from Diablo Regimiento mine, El Teniente deposit.

**KEYWORDS:** Pillar; FEM;GSI.

---

<sup>1</sup> Estudiante, Carrera de Ingeniería Civil Geológica, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, [apuentes@ing.ucsc.cl](mailto:apuentes@ing.ucsc.cl)

<sup>2</sup> Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, [svillalobos.ic@gmail.com](mailto:svillalobos.ic@gmail.com)

<sup>2</sup> Profesor Informante, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, [avillalobos@ucsc.cl](mailto:avillalobos@ucsc.cl)

## 1. INTRODUCCIÓN

En minería subterránea, los pilares son la roca in-situ que queda entre dos o más excavaciones (Martin y Maybee, 2000) y, por lo tanto, son el principal soporte utilizado para resistir colapsos y hundimientos. Estos se encuentran distribuidos y diseñados de tal manera que se maximice la recuperación de la unidad de explotación a través de un método seguro y viable, por lo que su diseño debe basarse en un análisis de cargas y resistencias del macizo rocoso en estudio.

Para un buen diseño de pilares, es fundamental conocer la cantidad de carga que éstos pueden resistir. En la literatura existen variadas fórmulas empíricas para estimar la resistencia de los pilares de roca, muchas de ellas entregan valores diferentes para un mismo diseño, esto se debe a que la obtención de las fórmulas fue mediante estudios sesgados a base de datos de una sola mina. Sin embargo, hoy en día se siguen utilizando muchos de estos métodos en distintas localidades y para diferente calidad de rocas.



**Figura 1:** Geometría de un pilar in-situ

La estabilidad de los pilares se estima mediante el factor de seguridad FS, el cual se define a partir de la relación entre la resistencia del pilar (capacidad) con la carga o el esfuerzo vertical (solicitación) inducido que actúa sobre éste (Villalobos, 2015).

En este trabajo se pretende realizar una compilación de las metodologías existentes para determinar la resistencia de pilares en roca dura, para posteriormente, utilizarlas en el caso particular del diseño de pilares en la mina El Teniente.

## 2. MOTIVACIÓN

Los pilares son fundamentales en minería subterránea, su adecuado diseño pueden prevenir colapsos y hundimientos. La mayor utilización de estos se presenta en el método de explotación “room and pillar”, el cual se desarrolla comúnmente en minas de carbón. En 1960 ocurrió uno de los mayores desastres mineros conocidos en Sudáfrica, donde la mina de carbón de Coalbrook colapsó producto de la falla en cadena de los pilares que la constituían, lo que produjo la muerte de 437 trabajadores (Suorineni, 2013). En este caso se cree que fueron alrededor de 900 los pilares que fallaron debido a una sobreexplotación en la mina combinado con un mal diseño de pilares. Posterior a esta tragedia, Salamon y Munro (1967) realizaron un retro-análisis para obtener una fórmula que representara la resistencia óptima de los pilares en Coalbrook. Situaciones como esta llevó a que otros autores realizaran estudios en minas donde los pilares presentaban fallas en su estructura en otras partes del mundo como Canadá (Hedley y Grant, 1972), Suecia (Sjoberg, 1992) y Groenlandia (Krauland y Soder, 1987). Si bien hoy en día existen distintas metodologías empíricas, para realizar un adecuado diseño, estos métodos muchas veces no consideran de la mejor manera la naturaleza y el entorno en el que se encuentra el pilar de roca se asume que el pilar es netamente vertical y que solo se encuentra expuesto a compresión, pero en la naturaleza el pilar puede presentar inclinación y/o encontrarse expuesto al mismo tiempo a compresión y corte. Por otro lado, muchas de las fórmulas utilizadas hoy en día sólo consideran la geometría del pilar y el valor de la compresión uniaxial de la roca (UCS) obtenido en laboratorio, pero no consideran la calidad de la roca o si presenta sistemas de discontinuidades.

En Chile, uno de los métodos de extracción mineral más utilizados es el “Panel Caving” un método derivado del “Block Caving” donde los pilares son elementos cruciales en los niveles de producción de las minas, por lo que el estudio de estabilidad de estos es de suma importancia y se ha vuelto todo un desafío considerando que, como se dijo anteriormente, las metodologías utilizadas muchas veces no son las que mejor se ajustan al caso de estudio.



**Figura 2:** Pilar con una relación original de  $w/h$  de 1.7 falló al romperse progresivamente (Esterhuizen et al., 2008).



**Figura 3:** Pilar que falló a lo largo de dos discontinuidades angulares (Esterhuizen et al., 2008).

### 3. OBJETIVOS

#### 3.1 Objetivo principal

El objetivo principal de este trabajo es realizar un estudio comparativo utilizando las diferentes metodologías empíricas y numéricas (FEM) para determinar la resistencia de pilares en roca, y determinar cómo esto afecta al valor del factor de seguridad obtenido para cada una, considerando el caso particular de la mina El Teniente.

#### 3.2 Objetivos específicos

- Mediante un análisis comparativo determinar el comportamiento de criterio de resistencia para roca dura y definir cual se ajusta mejor al caso en estudio.
- Determinar la variación del factor de seguridad según cada criterio para el caso particular de la mina Diabolo Regimiento.
- Mediante modelamiento numérico FEM obtener el cálculo de tensiones del pilar, deformaciones y factor de seguridad para las distintas geometrías de pilares.
- Definir la variación de tensiones, deformaciones y factor de seguridad para las distintas calidades de rocas presentes en el caso de estudio.

### 4. METODOLOGÍA

Este estudio se realizó mediante el desarrollo de 4 etapas:

#### I. Revisión de antecedentes bibliográficos

En esta etapa se recopiló y analizó la información disponible en la literatura sobre las diferentes metodologías utilizadas para el análisis de estabilidad y diseño de pilares de roca en minería subterránea.

#### II. Definición de la base de datos para el caso de estudio

Se contó con 6 bases de datos con información sobre pilares referentes a la mina El Teniente. En primer lugar se obtuvo el valor medio, mínimo y máximo de la resistencia a la compresión uniaxial UCS mediante el análisis estadístico de los datos, para luego ingresar los valores obtenidos a las diferentes fórmulas definidas en la etapa 1. Posteriormente se obtienen los valores de las dimensiones de las excavaciones adyacentes a los pilares y el valor de  $\sigma_v$  para calcular, mediante el método del área tributaria el esfuerzo sobre el pilar  $\sigma_p$  y, finalmente obtener el factor de seguridad.

#### III. Análisis del desempeño de las distintas metodologías.

En esta etapa se realiza un análisis crítico del comportamiento de cada una de las fórmulas utilizadas para determinar la resistencia y como estas entregan distintos factores de seguridad para un mismo diseño de pilares mineros.

#### IV. Modelamiento numérico

Para finalizar se realizaron cerca de cien modelamientos de elementos finitos (FEM) mediante el software RS2, considerando cinco geometrías distintas de pilares para la obtención de tensiones del pilar, deformaciones y factor de seguridad en el centro del pilar.

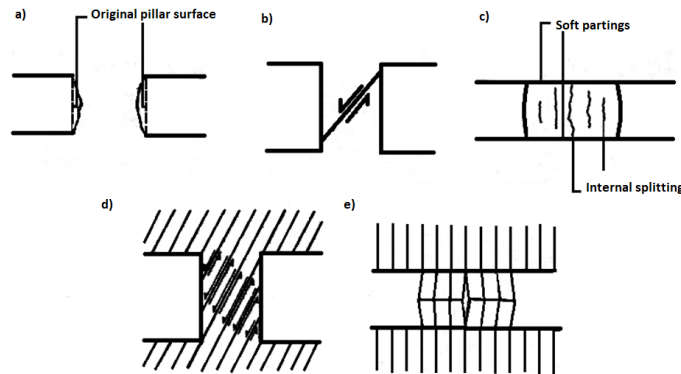
### 5. MARCO TEÓRICO

De alguna manera todos los métodos subterráneos de extracción de mineral utilizan pilares, los cuales pueden ser permanentes o temporales. Su importancia es fundamental para la estabilidad de la mina ya que cuando un pilar falla, la carga que estaba soportando se redistribuye sobre los pilares adyacentes generando una sobrecarga en estos, lo que podría producir una reacción de falla en cadena y un posterior colapso de la mina (Martin y Maybee, 2000). Se debe tener en cuenta que al ir aumentando la profundidad de las excavaciones, el potencial de falla en roca dura aumenta significativamente. Por otro lado, como se demostrará más adelante, la resistencia de los pilares queda sujeta en gran manera a la geometría que estos presenten. Mark (1999) identificó 3 tipos de pilares de acuerdo a su modo de falla y geometría:

- Slender Pillars o Pilares Esbeltos: son aquellos pilares con relaciones  $w/h$  inferiores a 3. Cuando estos pilares son cargados a su capacidad máxima, fallan por completo, perdiendo casi toda su carga y pudiendo desencadenar un colapso masivo de la mina.
- Pilares intermedios: pilares cuya relación  $w/h$  se encuentra entre 4 y 8. Estos pilares no pierden toda su carga cuando fallan, pero tampoco tienen la capacidad de soportar más carga lo que se reduce en una deformación del pilar hasta conseguir que la sobrecarga se transfiera, esto puede producir “squeeze” como una deformación y falla no violenta producto de una redistribución de esfuerzos en el pilar.
- Squat Pillar o Pilares achatados: poseen relaciones  $w/h$  sobre 10. Estos pilares pueden soportar cargas muy grandes sin deformarse, tienen gran capacidad pero no necesariamente son indestructibles ya que existen otros factores como el tipo de roca, las estructuras presentes y las condiciones de esfuerzos a los que se encuentran expuestos (Verma, 2014).

Lunder (1994) define dos formas en que un pilar falla, mediante un modo de falla progresiva o controlada y mediante un modo de falla frágil (estallido) o inestable. La falla progresiva ocurre en un periodo extenso de tiempo y producto de un aumento gradual de esfuerzo sobre el pilar lo que genera un aumento de fracturas a lo largo de las paredes del pilar. Por otro lado, un estallido se produce producto de una liberación rápida y peligrosa de energía, generando la expulsión de fragmentos de roca desde las paredes del pilar. La figura 4 muestra los principales modos de falla progresiva que se pueden observar en pilares de acuerdo a Lunder (1994), descritos a continuación:

- Figura 4a: Desprendimiento de las paredes de los pilares en la apertura de la mina.
- Figura 4b: Falla a lo largo de un plano de falla discreta que se desarrolla dentro del pilar.
- Figura 4c: División interna como resultado del movimiento del pilar a lo largo de las fracturas menores con rellenos blandos en la parte superior e inferior del pilar.
- Figura 4d y 4e: Tipo de falla que ocurre en un macizo rocoso que presenta grandes sistemas estructurales. Cuando las estructuras están orientadas a lo largo del eje vertical del pilar la falla puede asumir un modo de pandeo. Mientras que en pilares que son intersectados por estructuras inclinadas, la falla es similar a un deslizamiento de una baraja de cartas.



**Figura 4:** Principales modos de deformación en pilares (Lunder, 1994).

### 5.1 Determinación de la resistencia $S_p$ en el diseño de pilares.

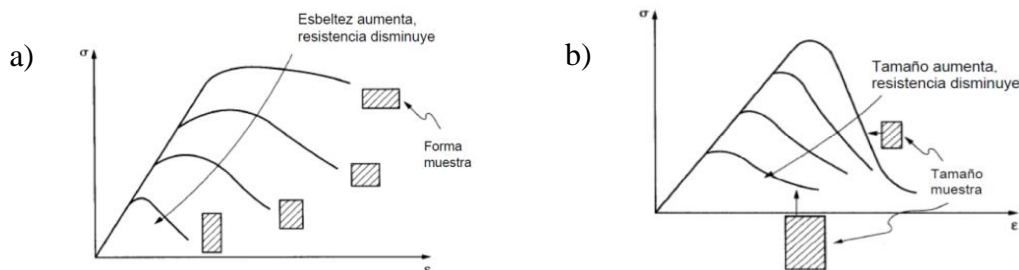
Si bien distintos autores han determinado un método específico para conocer la resistencia  $S_p$  de los pilares en minería, estas fórmulas mantienen una estructura específica, las cuales relacionan las dimensiones de los pilares y las características geotécnicas de la roca:

$$S_p = S_0 \left[ A + B \left( \frac{w_p^\alpha}{h^\beta} \right) \right] \quad (1)$$

Donde:

- ✓  $S_p$ : resistencia del pilar.
- ✓  $S_0$ : resistencia del material.
- ✓  $A, B, \alpha, \beta$ : constantes derivadas del ajuste de datos.
- ✓  $w_p, h$ : ancho y alto del pilar respectivamente.

Es importante destacar que la resistencia del pilar se encuentra sujeta en gran manera a la geometría que este posee, más aun a la relación entre su ancho y alto  $w/h$ . Según Lunder y Pakalnis (1997) las fórmulas empíricas pueden tomar 2 formas, una que considera el efecto forma y otra que considera el efecto tamaño. Las fórmulas “efecto forma”, como lo muestra la Figura 5(a), consideran que pilares con igual relación  $w/h$  tendrán igual resistencia, independiente del volumen o tamaño del pilar y su resistencia se comportará de manera lineal con la forma del pilar. Por otro lado la Figura 5(b) muestra como las fórmulas “efecto tamaño” plantean que al aumentar el volumen del pilar la resistencia disminuye, para una misma relación de forma  $w/h$ .



**Figura 5:** a) Representación de la variación de la resistencia de un pilar con el cambio de forma.

b) Representación de la variación de la resistencia del pilar con el cambio de tamaño (Yarrázaval, 2013).

Como se mencionó anteriormente, las fórmulas para determinar la resistencia de los pilares han sido obtenidas mediante estudios de base de datos acotados a una sola mina, por lo que la estructura puede variar considerablemente dependiendo, entre otros factores, del tipo de roca presente en el área estudiada. A continuación se enumeran las fórmulas para determinar la resistencia de pilares.

### 5.1.1 Fórmulas para determinar la resistencia de pilares

- Krauland & Soder (1987)

La fórmula propuesta por estos autores se obtuvo mediante una base de datos de pilares aproximadamente cuadrados de la mina Black Angel en Groenlandia, donde el valor de UCS era de aproximadamente 100 MPa. La fórmula propuesta por estos autores, al igual que las anteriores, no considera la calidad del macizo rocoso.

$$Sp = 0,354 UCS \left( 0,778 + 0,222 \frac{w}{h} \right) \quad (2)$$

- Sjoberg (1992)

Sjoberg realizó el estudio de pilares que fallaron en la mina zinkgruvan de Suecia, los cuales presentaban una alta resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta (215 a 265 MPa). Este autor define la fórmula de la resistencia de pilares para rocas de alta calidad como:

$$Sp = 0,308 UCS \left( 0,778 + 0,222 \frac{w}{h} \right) \quad (3)$$

- Hedley y Grant (1972)

La fórmula propuesta por estos autores se obtuvo mediante el estudio de datos de una mina de uranio de Canadá donde se realizaron mediciones para un pequeño número de pilares, de los cuales la mayoría presentaban tamaños similares y con valores del UCS entre 210 y 275 MPa (Yrarrázaval, 2013).

$$Sp = 0,578 UCS \left( \frac{w^{0,5}}{h^{0,75}} \right) \quad (4)$$

- González (2006)

Este autor realizó una extrapolación de la resistencia de la roca intacta modificando así la fórmula propuesta por Hedley y Grant (1972) y considerando la calidad del macizo rocoso mediante el RMR de Bieniawski. Se desarrolló mediante el estudio de un caso de una mina de mármol en España para un RMR entre 50 y 79.

$$Sp = \sigma_{cm} \left( \frac{w^{0,5}}{h^{0,75}} \right) \quad (5)$$

$$Sp = UCS e^{\frac{RMR-100}{20}} \left( \frac{w^{0,5}}{h^{0,75}} \right) \quad (6)$$

- Lunder y Pakalnis (1997)

Estos autores examinaron la distribución de esfuerzos en pilares de roca dura en minas canadienses. Ellos, a diferencia de los demás autores, incluyen el efecto del  $\sigma_3$  mediante un parámetro  $k$  de confinamiento interno promedio representado por  $\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$ , con esto demostraron que el confinamiento de los pilares incrementa significativamente a medida aumenta la relación  $w/h$ . Además la fórmula propuesta por estos autores fue modificada mediante el uso de modelamiento numérico y el Criterio de falla de Mohr Coulomb para rocas de buena a muy buena calidad.

Finalmente, la fórmula propuesta por los autores es la siguiente:

$$Sp = 0,44 UCS (0,68 + 0,52 k) \quad (7)$$

$$k = \tan[\text{acos} \left( \frac{1-C_{pav}}{1+C_{pav}} \right)] \quad (8)$$

$$C_{pav} = 0,46 \left[ \log \left( \frac{w}{h} + 0,75 \right) \right]^{\frac{1,4}{w/h}} \quad (9)$$

Donde,

- ✓  $k$  : Fricción interna de los pilares.
- ✓  $C_{pav}$ : Confinamiento promedio de los pilares.

- Stacey y Page (1986)

Estos autores proponen una nueva fórmula para la resistencia de los pilares, la cual fue determinada mediante una síntesis de usos de criterios de falla empírico de pilares, principalmente en minas de carbón. Stacey y Page (1986), a diferencia de los otros autores, utiliza la Resistencia de Diseño de Macizo Rocoso de Laubscher (DRMS) la cual es una constante relacionada con la resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta. La fórmula empírica determinada por los autores es la siguiente:

Para  $w/h < 4,5$  se tiene:

$$S_p = k \frac{w^{0,5}}{h^{0,7}} \quad (10)$$

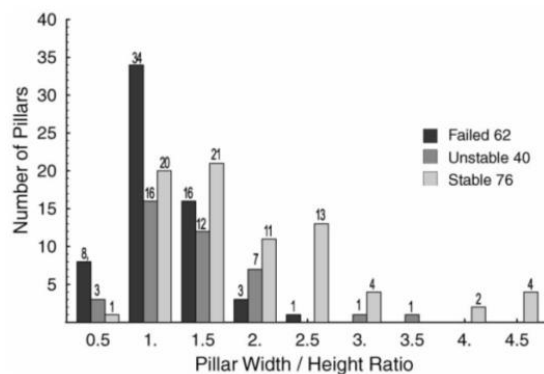
Para  $w/h > 4,5$  se tiene:

$$S_p = k \frac{2,5}{V^{0,07}} \left\{ 0,13 \left[ \left( \frac{R}{4,5} \right)^{4,5} - 1 \right] + 1 \right\} \quad (11)$$

Donde:

- ✓  $k$  : resistencia de diseño del macizo rocoso, representado por el DRMS de Laubscher (1998) (MPa).
- ✓  $R$  : Relación  $w/h$  del pilar.
- ✓  $V$ : Volumen del pilar ( $m^3$ ).

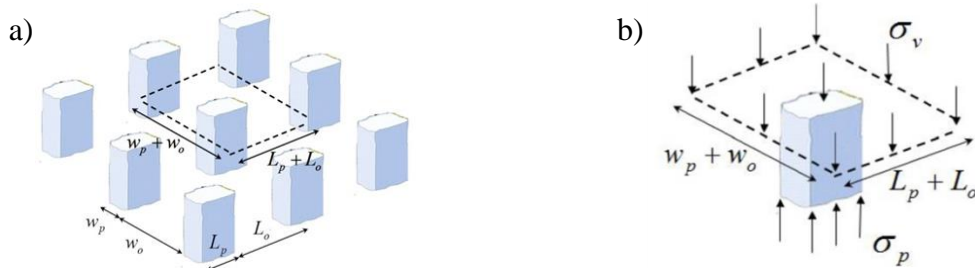
Las fórmulas empíricas obtenidas por los distintos autores, enumerados anteriormente, presentan rangos de resistencia similares, particularmente para la relación  $w/h$  entre 0,5 y 2,5. Como podemos ver en la Figura 6, este es el rango sobre el cual ocurren todos los fallos significativos de pilares (Martín, 2000), es por esto que se utilizará ese rango para evaluar la resistencia de los pilares en nuestro caso de estudio.



**Figura 6:** Representación gráfica de pilares fallados, estables e inestables de acuerdo a la relación  $w/h$  (Martín y Maybee, 2000).

## 5.2 Determinación del esfuerzo sobre el pilar

La obtención del esfuerzo sobre el pilar  $\sigma_p$  se puede realizar mediante modelamiento numérico, aunque normalmente se emplea el método del área tributaria. Este método implica que la carga sobre cada pilar está en función de la columna vertical de roca que lo sobreyace (Maybee, 2000) de tal manera que considera que los esfuerzos se distribuyen homogéneamente sobre el pilar luego de realizar una excavación, de la manera en que se muestra en la Figura 7.



**Figura 7:** a) Representación Gráfica del método del área tributaria. b) Representación del esfuerzo sobre el pilar de acuerdo a su área tributaria. (Yrarrázaval, 2013)

La siguiente expresión determina el esfuerzo sobre el pilar de roca:

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{(w_p + w_o)(L_p + L_o)}{w_p * L_p} \tag{12}$$

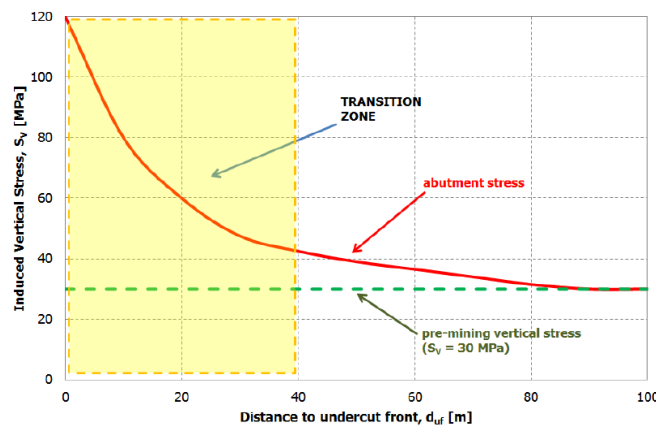
Donde:

- ✓  $\sigma_p$  : Esfuerzo sobre el pilar (MPa)
- ✓  $\sigma_v$  : Esfuerzo vertical in-situ (MPa)
- ✓  $w_o$  y  $L_o$  : Ancho y largo de la excavación (m)
- ✓  $w_p$  y  $L_p$  : Ancho y largo del pilar (m)

Las magnitudes de tensión utilizadas para establecer las fórmulas del esfuerzo sobre el pilar que se determinan usando el método del área tributaria representan el promedio de la tensión máxima del pilar o la tensión máxima en el centro del pilar (Suorineni, 2013). Este método puede presentar ciertas limitaciones a la hora de su aplicación ya que se asume isotropismo en el estado de esfuerzos que afecta al pilar, por lo que no considera un análisis de esfuerzos completo, de la misma manera que no considera la orientación o la presencia de estructuras en los pilares de roca (Brady y Brown, 2004).

### 5.2.1 Tensiones verticales inducidas

La minería subterránea siempre se encuentran sujetas a grandes variaciones en su estructura, por ejemplo para aumentar su tamaño se deben realizar más galerías, así como para aumentar la producción de la mina. Estas actividades mineras, pueden producir un desequilibrio en el macizo rocoso producto de una redistribución no homogénea del esfuerzo sobre los pilares adyacentes a los niveles de excavación. Villalobos (2015), basándose en los resultados de simulaciones numéricas 3D, indica que los mayores cambios en las tensiones sobre el pilar se producen en las cercanías del frente de avance de la excavación, área que recibe el nombre de zona de transición o “abutment stress”. La Figura 8 muestra la variación de las tensiones inducidas a medida que la distancia al frente de excavación aumenta.



**Figura 8:** Variación de las tensiones inducidas de acuerdo a la distancia al frente de excavación (Villalobos, 2015).

Como se puede apreciar en la Figura 8, a medida que la distancia al frente de excavación aumenta, las tensiones verticales inducidas sobre el pilar disminuyen, hasta alcanzar el valor de las tensiones verticales pre minería. Finalmente, el esfuerzo sobre el pilar depende de la geometría de éste, de las dimensiones de la galería y de las tensiones verticales presentes.

### 5.3 Determinación del factor de seguridad

Para medir la condición de estabilidad de los pilares de roca, se utiliza el factor de seguridad, el que definimos anteriormente como una relación entre la resistencia del pilar versus la sollicitación que actúa sobre éste. De esta manera la expresión queda como se muestra a continuación:

$$FS = \frac{Sp}{\sigma_p} \quad (13)$$

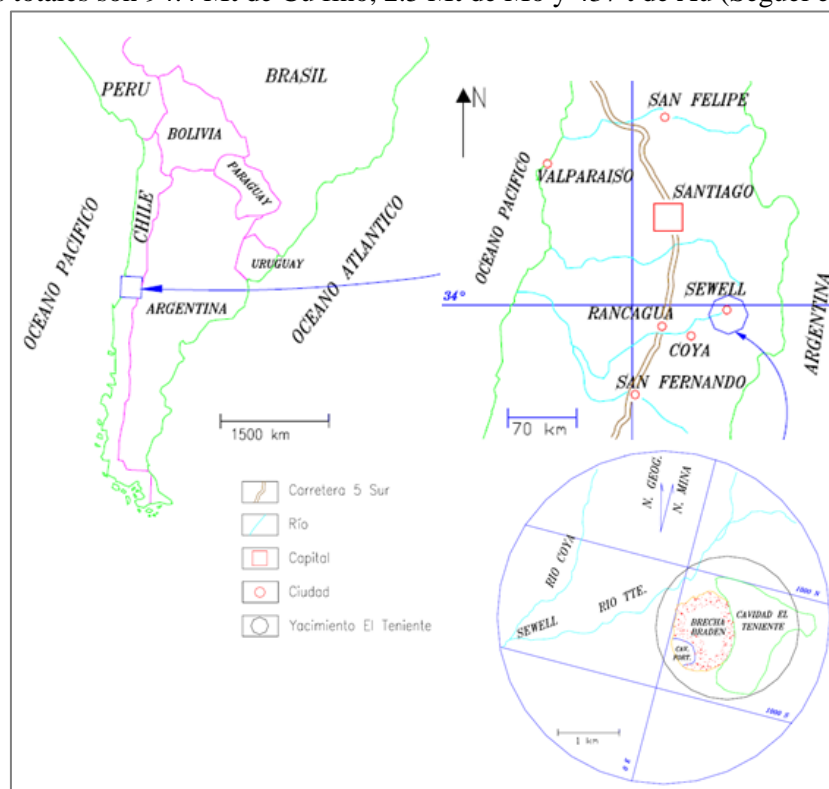
En la literatura existen algunos criterios de aceptabilidad para definir el valor que debe tomar el factor de seguridad en pilares mineros, los cuales se muestran en la Tabla 1. Vergara (2006) considera que para pilares de la mina El Teniente el factor de seguridad utilizado es 1,5.

**Tabla 1:** Criterio de aceptabilidad para pilares mineros. (Vergara, 2006).

Autores	Factor de seguridad
Lunder y Pakalnis (1997)	>1,4
Salamon (1970)	>1,6

## 6. CASO DE ESTUDIO

El caso de estudio se centra en el yacimiento de cobre y molibdeno El Teniente, localizado en la Comuna de Machalí, Región del Libertador General Bernardo O'Higgins a aproximadamente 50 km de la ciudad de Rancagua y 70 km al sureste de la ciudad de Santiago, entre las coordenadas 34°03' de latitud Sur y 70°21' de longitud Oeste y a una cota aproximada de 2300 m s.n.m. El teniente es la mina subterránea de cobre más grande del mundo, cuenta con más de 3000 km de galerías subterráneas, la que comenzó a ser explotada en 1905. Los recursos totales son 94.4 Mt de Cu fino, 2.5 Mt de Mo y 437 t de Au (Seguel et al., 2007).



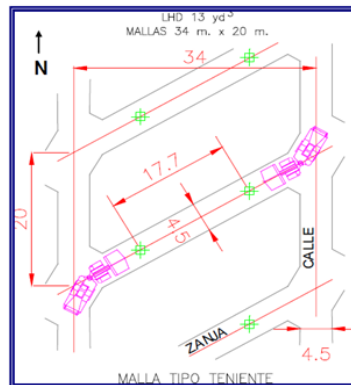
**Figura 9:** Ubicación del yacimiento El Teniente.

Entre sus unidades productivas destacan los yacimientos Diablo Regimiento, Fase IV, Esmeralda, Dacita, Reservas Norte, Pipa Norte, Sur Andes Pipa, Pilar Norte y Teniente 4 Sur.

### 6.1 Mina Diablo Regimiento

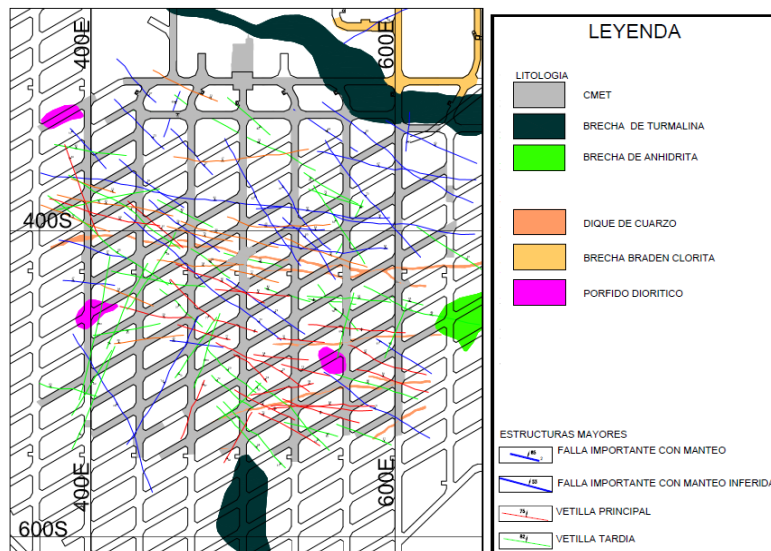
Uno de los niveles productivos es la mina Diablo Regimiento, ubicada al suroeste del yacimiento. Cuenta con 190.000 m<sup>2</sup> de área y se encuentra entre las coordenadas mina 100S – 800S y 200E – 900E entre las cotas 2210 m y 2376 m. Las reservas estimadas son 83 Millones de Toneladas y presenta leyes de cobre de 0,92% y 89 ppm de arsénico (Vergara, 2006).

El nivel de producción de la mina se encuentra a unos 2192 m s.n.m y está compuesto por una serie de galerías paralelas o calles orientadas norte sur y de sección 4,5 de ancho por 4,5 de alto. La Figura 10 muestra la distribución de las galerías y pilares en este nivel.



**Figura 10:** Esquema de la distribución de galerías y pilares en la mina Diablo Regimiento (Vergara 2006).

En la Figura 11 se puede apreciar la litología y geología estructural emplazada en el área. De los diferentes tipos litológicos presentes predomina el Complejo Máfico El teniente (CMET) el que representa más del 90 % de la litología presente en la zona, se compone de diabasas, gabros, basaltos y andesitas basálticas porfíricas, además contiene cerca del 80% de la mineralización de cobre del yacimiento (Vergara, 2006). Como se aprecia en la Figura 11, la mayoría de los pilares se emplazan en CMET por lo que se consideró esta litología en el uso de los criterios a evaluar.



**Figura 11:** Plano Geológico del nivel de Producción de la mina Diablo Regimiento (Vergara 2006).

### 6.2 Definición de la base de datos

Como base de datos para la obtención de los parámetros geomecánicos del yacimiento El teniente se contaron con los estudios realizados por cinco autores: Vergara (2006), Jarufe (2008), Music (2007), Lobiano (2016) y Silva (2016) quienes otorgaron 46 valores de la resistencia de la compresión uniaxial de la roca, los cuales varían entre 60 y 182 MPa. A partir de los datos obtenidos se realizó un análisis estadístico obteniendo los siguientes valores de UCS (Tabla 2):

**Tabla 2:** Valores obtenidos para el UCS de la roca en la mina El teniente.

	UCS (MPa)
$\bar{X}$	124,74
$s^2$	746,63
s	27,32
Máx.	182,00
Mín.	60,00

De acuerdo a los valores mostrados en la Tabla 2 para los pilares de la mina El Teniente la roca se clasifica como roca dura, donde se utilizará el valor medio calculado para identificar el valor de la resistencia entregado por las distintas metodologías. Se debe tener en cuenta que al ser clasificada como roca dura, teóricamente se deberían ocupar aquellos métodos empíricos que fueron obtenidos para roca dura, pero en la práctica se utilizan incluso aquellos criterios obtenidos para roca blanda, aunque para efecto de este estudio se ejecutarán las metodologías más utilizadas para rocas duras definidas anteriormente.

Para obtener los resultados que nos entregan las fórmulas, utilizamos los siguientes valores:

- Uniaxial Compressive Strength UCS= 124,75 MPa
- Rock Mass Rating RMR = 70
- Design Rock Mass Strength DRMS = 85
- Altura del pilar h = 4,5 metros
- Ancho del pilar w = 2,25- 4.5-6,75-9-11,25

Para realizar los modelamientos se utilizaron los datos entregados por Vergara (2006) quien realizó un estudio de la estabilidad de pilares emplazados en la mina Diablo Regimiento. Este autor nos entrega valores de régimen de tensiones presente, propiedades de la roca intacta y del macizo rocoso, así como propiedades de las discontinuidades, valores que se abordarán en el capítulo 8. En el modelo se utilizan las mismas geometrías que para el método empírico, incorporando la geología presente mediante el valor del GSI.

El Índice de Resistencia Geológica GSI proporciona un método para estimar la disminución de la resistencia que presentaría un macizo rocoso con diferentes condiciones geológicas (Hoek, 1994), es por esto que se decidió realizar una variación de su valor en los modelos, para verificar de qué manera la calidad del macizo rocoso afecta al diseño geomecánico de los pilares. Los valores utilizados varían de 60 a 80 los cuales representan una roca de calidad regular a buena.

## 7. Cálculo de pilares usando métodos empíricos

Para el análisis de desempeño de cada fórmula propuesta por los autores se realiza un análisis crítico del comportamiento de cada una de las fórmulas utilizadas para determinar la resistencia y como estas entregan distintos factores de seguridad para un mismo diseño de pilares mineros. Posteriormente se utilizaron modelos de elementos finitos (FEM) mediante el software RS2, considerando cinco geometrías distintas de pilares para la obtención de: tensiones del pilar, deformaciones y factor de seguridad en el centro y borde del pilar.

### 7.1 Resistencia de pilares en mina El Teniente.

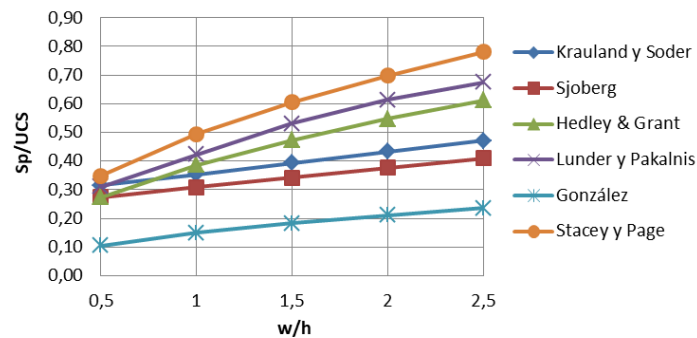
Considerando un UCS igual a 124,74 MPa se obtuvieron los valores de la resistencia de pilares en la mina, valores que fueron tabulados en la Tabla 3 para una relación w/h entre 0,5 y 2,5.

**Tabla 3 :** Valores de la resistencia de los pilares de acuerdo a los distintos autores (MPa).

w/h	Krauland y Soder	Sjoberg	Hedley y Grant	González	Lunder y Pakalnis	Stacey and Page
0,5	39,26	34,16	35,00	13,51	38,80	44,49
1	44,16	38,42	49,50	19,11	52,68	62,92
1,5	49,06	42,68	60,63	23,40	66,11	77,06
2	53,96	46,95	70,01	27,03	76,48	88,98
2,5	58,86	51,21	78,27	30,22	84,25	99,48

A partir de la Figura 12 podemos ver el comportamiento de cada una de las metodologías utilizadas para el mismo valor de la resistencia a la compresión uniaxial de la roca al ir variando la relación w/h y con esto notar que entregan valores muy distintos entre sí, y que esta variación aumenta a medida que la relación w/h

incrementa. Esto podría deberse a que el ajuste de parámetros utilizados por cada autor depende de la base de datos que han utilizado. Por otro lado podemos apreciar que la fórmula de González (2006) se muestra mucho más conservadora que las restantes, mientras que Stacey y Page (1986) se presenta como la menos conservadora entregando valores que posiblemente sobreestiman el valor de la resistencia.



**Figura 12:** Gráfico comparativo de los distintos métodos para obtener la resistencia de Pilares en la mina El Teniente.

Se debe tener en consideración que los valores obtenidos por los autores son, mayormente, basados en estudios de minas que presentan métodos de extracción “room and pillar” y que este no es el caso de la mina El Teniente. Esto podría generar una variación en la resistencia de los pilares ya que no considera que se podrían producir tensiones de corte y compresión al mismo tiempo (Villalobos, 2015), además en este estudio no se considera el efecto del agua, en particular las fórmulas propuestas no consideran que muchas rocas presentan una disminución significativa de su resistencia a medida que aumenta su contenido de humedad, por otro lado se debe considerar que la resistencia también disminuye a medida que aumenta el tamaño de la muestra (Hoek y Brown, 2004) por lo que las fórmulas estarían influenciadas por el tamaño de la muestra utilizada por cada autor.

## 7.2 Determinación del esfuerzo vertical para pilares en mina El Teniente.

La Figura 8 muestra como el esfuerzo vertical inducido sobre los pilares varía de acuerdo a la distancia al frente de excavación, mientras más alejados del frente menor es el valor de las tensiones. Finalmente los esfuerzos disminuyen hasta llegar al valor de esfuerzos preminería. Para realizar los cálculos del esfuerzo vertical  $\sigma_p$  se utilizaron los valores expuestos en la Tabla 4.

**Tabla 4:** Datos de las dimensiones de los pilares y galerías.

Pilar (m)			Galería (m)	
$h_p$	$W_p$	$L_p$	$W_o$	$L_o$
4,5	2,25-4,5-6,75-9-11,25	30	4,5	4,5

Mediante el método del área tributaria se obtuvieron los valores enumerados en la Tabla 5. Donde se puede apreciar que a medida que el ancho del pilar aumenta el esfuerzo vertical disminuye y esta variación decrece a medida que la distancia al frente de excavación aumenta.

**Tabla 5:** Valores de los esfuerzos sobre el pilar.

Distancia al frente de excavación duf [m]	Esfuerzo vertical inducido Sv [MPa]	Esfuerzo sobre el pilar $\sigma_p$ [MPa]				
		$w_p=2,25$ m	$w_p=4,5$ m	$w_p=6,75$ m	$w_p=9$ m	$w_p=11,25$ m
0	120	414,00	276,00	230,00	207,00	193,20
20	60	207,00	138,00	115,00	103,50	96,60
40	42,73	147,42	98,28	81,90	73,71	68,80
60	36,7	126,62	84,41	70,34	63,31	59,09
80	31,43	108,43	72,29	60,24	54,22	50,60
100	30	103,50	69,00	57,50	51,75	48,30

## 7.3 Determinación del factor de seguridad para pilares en mina El Teniente

Una vez obtenidos los valores de resistencia y de esfuerzo vertical en los pilares mediante los distintos métodos utilizados, podemos calcular el factor de seguridad a través de la ecuación (17).

### 7.3.1 Variación del factor de seguridad para ancho del pilar $w_p = 2,25$ m.

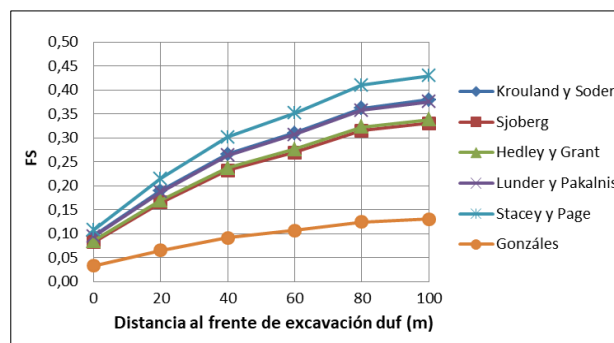
Una vez obtenidas las resistencias y los esfuerzos sobre los pilares, podemos calcular el factor de seguridad FS mediante la ecuación (13), de tal manera que para un  $w_p = 2,25$  m se obtuvieron los resultados tabulados en la Tabla 6.

**Tabla 6:** Valores de los FS para un  $w_p = 2,25$  m.

Distancia al frente de excavación duf [m]	Krouland y Soder	Sjoberg	Hedley y Grant	Gonzáles	Lunder y Pakalnis	Stacey y Page
0	0,09	0,08	0,08	0,03	0,09	0,11
20	0,19	0,17	0,17	0,07	0,19	0,21
40	0,27	0,23	0,24	0,09	0,26	0,30
60	0,31	0,27	0,28	0,11	0,31	0,35
80	0,36	0,31	0,32	0,12	0,36	0,41
100	0,38	0,33	0,34	0,13	0,37	0,43

Los valores obtenidos para el FS en un pilar de relación  $w/h$  igual a 0,5 son bastante bajos, aun considerando que estos se encuentran sin ningún método de soporte, esto puede deberse a las grandes tensiones a los que se encuentran expuestos y que al valor obtenido para la resistencia son considerablemente bajos para este tipo de pilar.

De manera gráfica en la Figura 13 podemos observar como al aumentar la distancia al frente de excavación el valor del FS aumenta considerablemente, aunque los valores siguen siendo menor que 1. Además se observa que la fórmula de Hedley y Grant se comporta similar a la de Sjoberg, ocurre lo mismo entre Lunder y Pakalnis con Krauland y Soder. Por otro lado Stacey y Page mantiene los valores más altos mientras que Gonzáles entrega valores menores comparado con los demás métodos.



**Figura 13:** Variación del FS con respecto al frente de excavación para un pilar con relación  $w/h$  igual a 0,5.

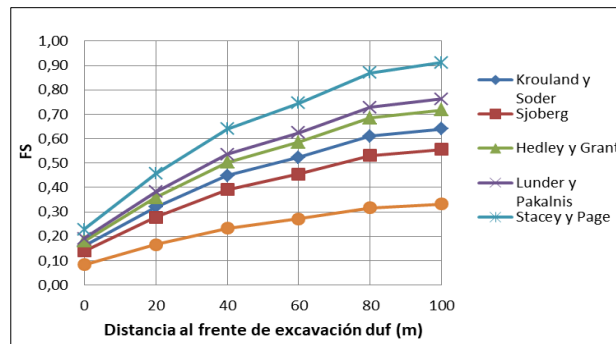
### 7.3.2 Variación del factor de seguridad para ancho del pilar $w_p = 4,5$ m

Análogamente se obtuvieron los resultados de la variación del factor de seguridad para un ancho de columna de  $w=4,5$  m y relación  $w/h$  de 1 cuyos valores se muestran en la Tabla 7.

**Tabla 7:** Valores de los FS para un  $w_p = 4,5$  m

Distacia al frente de excavación duf [m]	Krouland y Soder	Sjoberg	Hedley y Grant	Gonzáles	Lunder y Pakalnis	Stacey y page
0	0,16	0,14	0,18	0,08	0,19	0,23
20	0,32	0,28	0,36	0,17	0,38	0,46
40	0,45	0,39	0,50	0,23	0,54	0,64
60	0,52	0,46	0,59	0,27	0,62	0,75
80	0,61	0,53	0,68	0,32	0,73	0,87
100	0,64	0,56	0,72	0,33	0,76	0,91

Para un pilar de ancho 4,5 m y alto 4,5 m podemos apreciar que los métodos se comportan muy variados unos de otros. Aun así los valores obtenidos para el factor de seguridad continúan siendo demasiado bajos para esta geometría de pilar, donde ninguna fórmula entrega un FS igual al solicitado para asegurar la estabilidad de los pilares. En la Figura 14 se muestra de manera gráfica los resultados expuestos en la Tabla 7.



**Figura 14:** Variación del FS con respecto al frente de excavación para un pilar con relación  $w/h$  igual a 1.

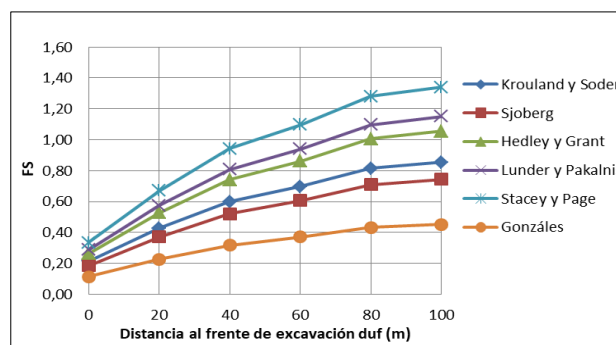
### 7.3.3 Variación del factor de seguridad para ancho del pilar $w_p = 6,75$ m

Para este caso se obtuvieron los FS para pilares de ancho igual a 6,75 metros, valores que se encuentran e enumerados en la Tabla 8.

**Tabla 8:** Valores de los FS para un  $w_p=6,75$  m

Distancia al frente de excavación duf [m]	Krouland y Soder	Sjoberg	Hedley y Grant	Gonzáles	Lunder y Pakalnis	Stacey y page
0	0,21	0,19	0,26	0,11	0,29	0,34
20	0,43	0,37	0,53	0,23	0,57	0,67
40	0,60	0,52	0,74	0,32	0,81	0,94
60	0,70	0,61	0,86	0,37	0,94	1,10
80	0,81	0,71	1,01	0,43	1,10	1,28
100	0,85	0,74	1,05	0,45	1,15	1,34

Para un pilar con geometría  $w/h$  igual a 1,5 podemos notar gráficamente que los valores obtenidos no superan el FS solicitado, sin embargo alcanzan valores mayores o iguales a 1 para una distancia de 60 metros al frente de excavación con los métodos de Lunder y Pakalnis (1994) y de Stacey y Page (1986) mientras que los otros métodos no llegan a superar la unidad, aun así esta geometría sigue siendo inestable para pilares que se encuentren hasta a 100 metros del frente de excavación en la mina. En la Figura 15 se muestra de manera gráfica los resultados expuestos en la Tabla 8.



**Figura 15:** Variación del FS con respecto al frente de excavación para un pilar con relación  $w/h$  igual a 1,5.

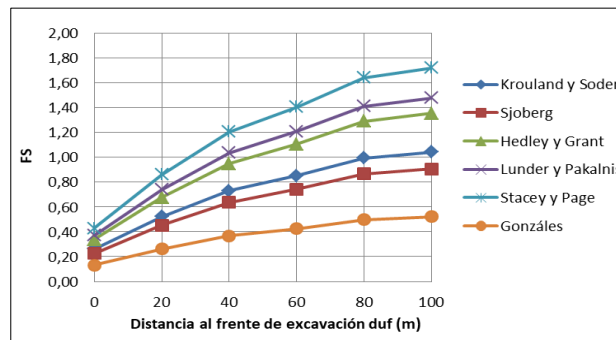
### 7.3.4 Variación del factor de seguridad para ancho del pilar $w_p = 9$ metros

Para una relación  $w/h$  igual a 2 la Tabla 9 muestra los valores obtenidos.

**Tabla 9:** Valores de los FS para un  $w_p=9$  metros.

Distancia al frente de excavación duf [m]	Krouland y Soder	Sjoberg	Hedley y Grant	Gonzáles	Lunder y Pakalnis	Stacey y Page
0	0,26	0,23	0,34	0,13	0,37	0,43
20	0,52	0,45	0,68	0,26	0,74	0,86
40	0,73	0,64	0,95	0,37	1,04	1,21
60	0,85	0,74	1,11	0,43	1,21	1,41
80	1,00	0,87	1,29	0,50	1,41	1,64
100	1,04	0,91	1,35	0,52	1,48	1,72

Para este caso podemos ver que se alcanza el FS aceptable para la mina El Teniente mediante la metodología propuesta por Stacey y Page (1986), así como también con el método de Lunder y Pakalnis para una distancia de 80 metros al frente de excavación. Los métodos propuestos por los demás autores no se comportan de la misma manera, ya que ninguno alcanza el valor requerido para un correcto diseño, sin embargo la mayoría de los valores son iguales o cercanos a 1 exceptuando Gonzáles que continúa entregando los valores más bajos.



**Figura 16:** Variación del FS con respecto al frente de excavación para un pilar con relación  $w/h$  igual a 2.

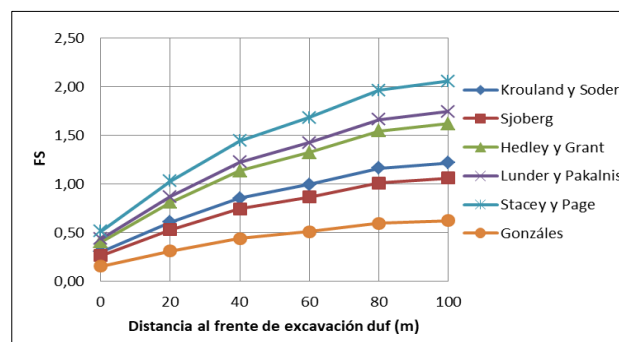
### 7.3.5 Variación del factor de seguridad para ancho del pilar $w_p = 11,25$ m

Finalmente se registran los valores obtenidos para un pilar de ancho 11,25 m y alto 4,5 m, es decir con relación  $w/h$  igual a 2,5 en la Tabla 10.

**Tabla 10:** Valores de los FS para un  $w_p=11,25$  m

Distancia al frente de excavación duf [m]	Krouland y Soder	Sjoberg	Hedley y Grant	Gonzáles	Lunder y Pakalnis	Stacey y Page
0	0,30	0,27	0,41	0,16	0,44	0,51
20	0,61	0,53	0,81	0,31	0,87	1,03
40	0,86	0,74	1,14	0,44	1,22	1,45
60	1,00	0,87	1,32	0,51	1,43	1,68
80	1,16	1,01	1,55	0,60	1,67	1,97
100	1,22	1,06	1,62	0,63	1,74	2,06

Para este diseño podemos ver que 3 de los 6 autores estudiados proponen metodologías que alcanzan el FS requerido en la mina, Stacey y Page (1986), Lunder y Pakalnis (1994) mientras que Hedley y Grant (1972) alcanzan valores mayores a 1 a partir de los 40 m de distancia al frente de excavación así como Krouland y Soder (1987) a partir de los 60 m de distancia al frente de excavación. Por otro lado, el método propuesto por Sjobert (1992) entrega valores menores a 1 hasta 60 m al frente de excavación y Gonzáles, que presenta la fórmula más conservadora alcanza los valores más bajos para todas las geometrías consideradas en este trabajo.



**Figura 17:** Variación del FS con respecto al frente de excavación para un pilar con relación  $w/h$  igual a 2,5

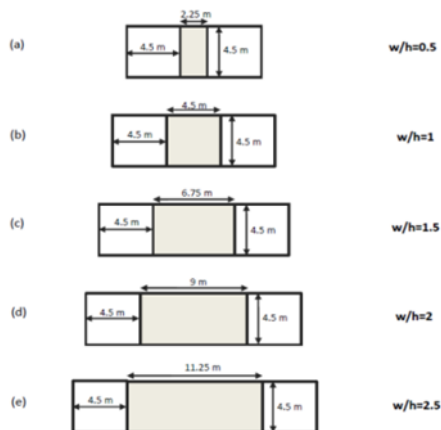
## 8. EVALUACIÓN DE LA ESTABILIDAD DE PILARES MEDIANTE MODELACIÓN NUMÉRICA

Los métodos más utilizados actualmente para medir la estabilidad de pilares consisten en la aplicación de fórmulas empíricas de falla, así como también la modelación numérica. Esta última se utiliza, entre otros, para intentar identificar el momento en que falla un pilar (Vergara, 2006).

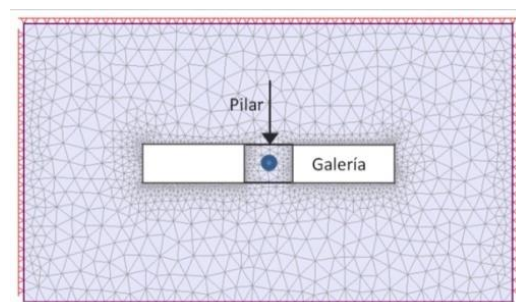
El presente capítulo consiste en un estudio comparativo de la estabilidad de pilares en la mina El Teniente, realizado a partir de modelación numérica bidimensional mediante el uso del software RS2 basado en el método de elementos finitos (Rocscience) el cual consiste en la división del continuo en subconjuntos de elementos conectados entre sí a través de una serie de puntos, de manera que las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo presiden de igual forma a los elementos, logrando dar una solución aproximada del problema (Burgos, 2015). Para propósitos de este trabajo, se consideraron los siguientes modelos:

1. Modelo elástico sin discontinuidades.
2. Modelo elasto-plástico sin discontinuidades.
3. Modelo elástico con discontinuidades.
4. Modelo elasto-plástico con discontinuidades.

Como lo muestra la Figura 18, al igual que para el estudio de los métodos empíricos, para cada modelo se realizó el análisis mediante la variación de la tamaño del pilar utilizando una relación  $w/h$  entre 0,5 y 2,5 manteniendo las dimensiones de las galerías aledañas y considerando distintas calidades de macizo rocoso definidos mediante el Índice de resistencia geológica (GSI). El modelo del pilar en RS2 se representa como lo muestra la Figura 19. Los modelos se realizaron mediante el criterio generalizado de Hoek y Brown.



**Figura 18:** Modelos de la geometría del pilar.



**Figura 19:** Modelo del pilar en RS2.

### 8.1 Geometría del modelo y condiciones de contorno

Se utilizó el nivel de producción para considerar la geometría de las galerías en el modelo. Este nivel se encuentra a 2192 m s.n.m., está constituido por una secuencia de galerías con orientación norte-sur, las cuales presentan tamaños aproximados de 4,5 m de ancho por 4,5 m de alto.

Según Vergara (2006), existen sólo dos mediciones de los esfuerzos presentes en la mina Diablo Regimiento, los cuales se obtuvieron mediante la técnica de Overcoring. Como resultado de esto se obtuvieron los valores de los esfuerzo normal en las direcciones Vertical, Este-Oeste y Norte-Sur enumerados en la Tabla 11 los cuales fueron utilizados para definir el campo de esfuerzo presente en los modelos.

**Tabla 11:** Condición de esfuerzos presentes en la mina.

Esfuerzo normal (MPa)		
$\sigma_{Vertical}$	$\sigma_{Este-Oeste}$	$\sigma_{Norte-Sur}$
30	30	47

## 8.2 Propiedades de la roca intacta y del macizo rocoso

En los modelos se utilizan las propiedades enumeradas en la Tabla 12, los valores fueron extraídos de Vergara (2006), donde se asume que la litología presente en los pilares corresponde a CMET. Para el modelo se utilizaron los parámetros que Hoek-Brown mostrados en la Tabla 13. Los valores del GSI para CMET, varía de acuerdo a varios autores, entre regular a buena, por lo que se decidió evaluar valores entre 60 a 80, esto para identificar como la calidad de la roca afecta en el modelamiento.

**Tabla 12:** Propiedades del macizo rocoso.

Propiedad	valor
Módulo de Young E (GPa)	50
Razón de Poisson $\nu$ (GPa)	0,16
UCS (MPa)	125

**Tabla 13:** Parámetros de Hoek y Brown para el macizo rocoso.

Parámetros Hoek-Brown	
mi	12
mb	2,876
a	0,503
s	0,012
GSI	60-65-70-75-80

## 8.3 Propiedades de las discontinuidades

Al igual que para el ítem anterior, se utilizaron los datos de Vergara (2006) los que, en este caso, representan los valores para los tres sistemas de discontinuidades más importantes mostrados en la Tabla 14 los cuales se obtuvieron a partir del mapeo en línea de detalle, representadas mayormente por estructuras menores e intermedias y en donde no se consideró la posible presencia de agua (Vergara, 2006).

**Tabla 14:** Propiedades de las discontinuidades.

set		I	II	III
orientación	Dip (°)	85	70	25
	Dip Direction (°)	115	43	5
Características Geológicas- Geomecánicas	Espaciamiento (m)	1,2	1,4	1,5
	$G_{normal}$ (MPa/m)	10000	10000	30000
	$G_{tangencial}$ (MPa/m)	2000	2000	12000
	$\Phi$ (°)	30	30	38
	c (MPa)	0,5	0,5	1
	T (MPa)	0,3	0,3	1

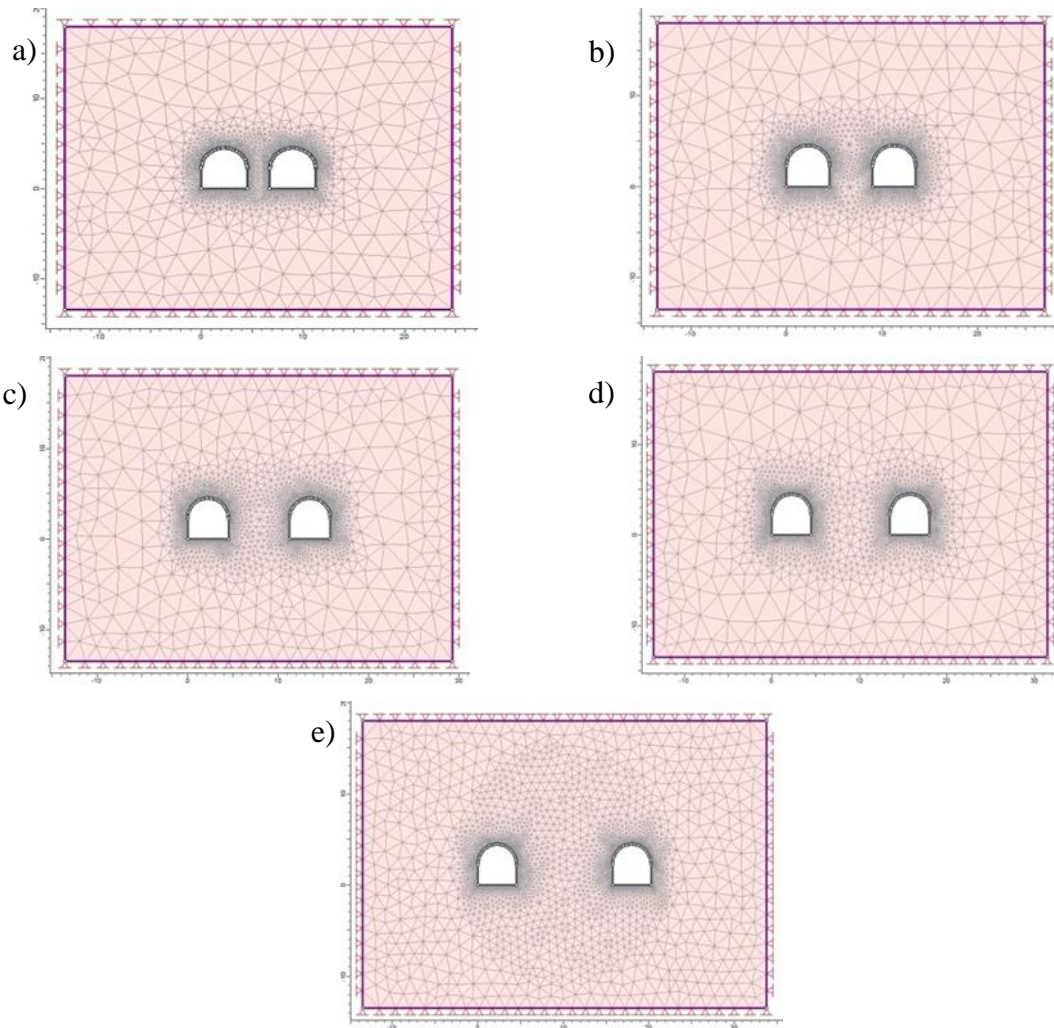
## 8.4 Resultados y discusión de modelamiento numérico

A continuación se analizan y los resultados de los modelamientos de elementos finitos (FEM) mediante el software RS2, considerando cinco geometrías distintas de pilares para la obtención de: tensiones del pilar, deformaciones y factor de seguridad en el centro y borde del pilar. Para lo anterior se consideraron los siguientes tipos de materiales: Elástico sin discontinuidades, Elastoplástico sin discontinuidades, Elástico con discontinuidades y Elastoplástico con discontinuidades.

### 8.4.1 Modelo elástico sin discontinuidades

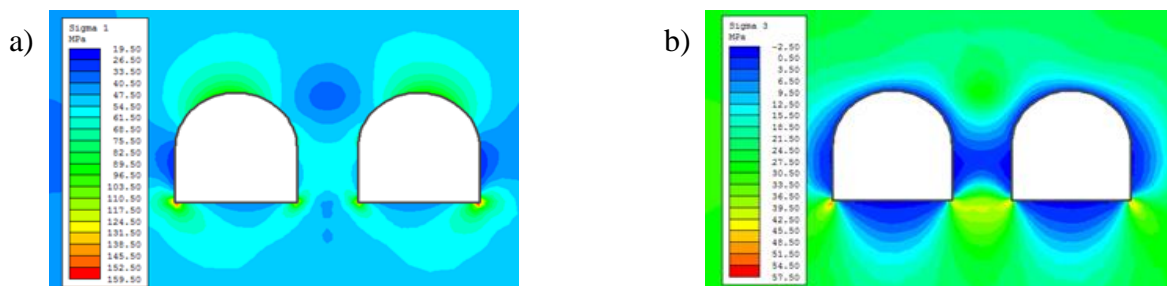
El modelo elástico se compone de una serie de modelos simples los cuales son utilizados comúnmente para para el cálculo de tensiones. En este caso se asume que el material se comporta como un material elástico, homogéneo e isotrópico. El objetivo de este modelo es realizar una comparación entre los valores obtenidos para cada geometría de pilares, mediante la variación de la calidad de roca in-situ. Para esto se graficó la variación del esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ , el esfuerzo principal menor  $\sigma_3$ , la deformación  $\delta$  y el factor de resistencia en el centro del pilar.

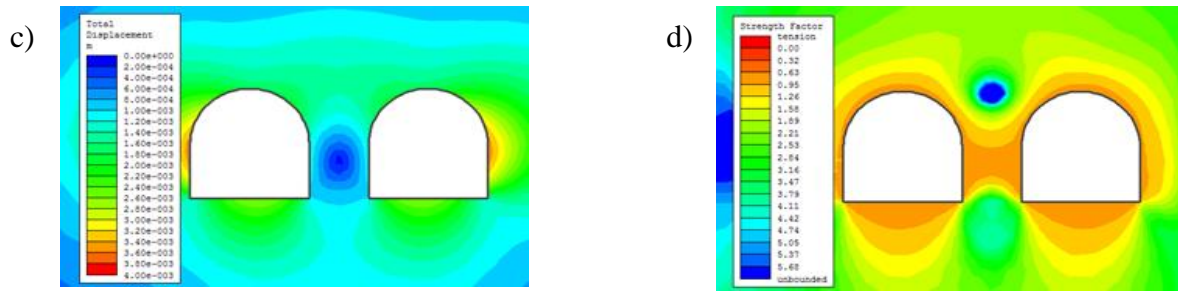
Para realizar los modelos se utilizó una malla graduada de tres nodos triangulares con un factor de gradación de 0,1 y un valor total de 100 nodos, también se densificó la malla alrededor de las excavaciones y del pilar, así como se incrementó la densidad de discretización del polígono, obteniendo como resultado los modelos presentes en la Figura 20.



**Figura 20:** Descripción de los modelos para las distintas geometrías de pilar. (a) Geometría de pilar con  $w=2,25$  m, (b) Geometría de pilar con  $w=4,5$  m, (c) Geometría de pilar con  $w=6,75$  m, (d) Geometría de pilar con  $w=9$  m y (e) Geometría de pilar  $w=11,25$  m.

La Figura 21 muestra los resultados de las concentraciones de esfuerzos, deformaciones y Factor de seguridad en el pilar y alrededor de las excavaciones para una geometría  $w/h$  igual a  $0,5$ , es decir para el modelo mostrado en la Figura 20 (a).



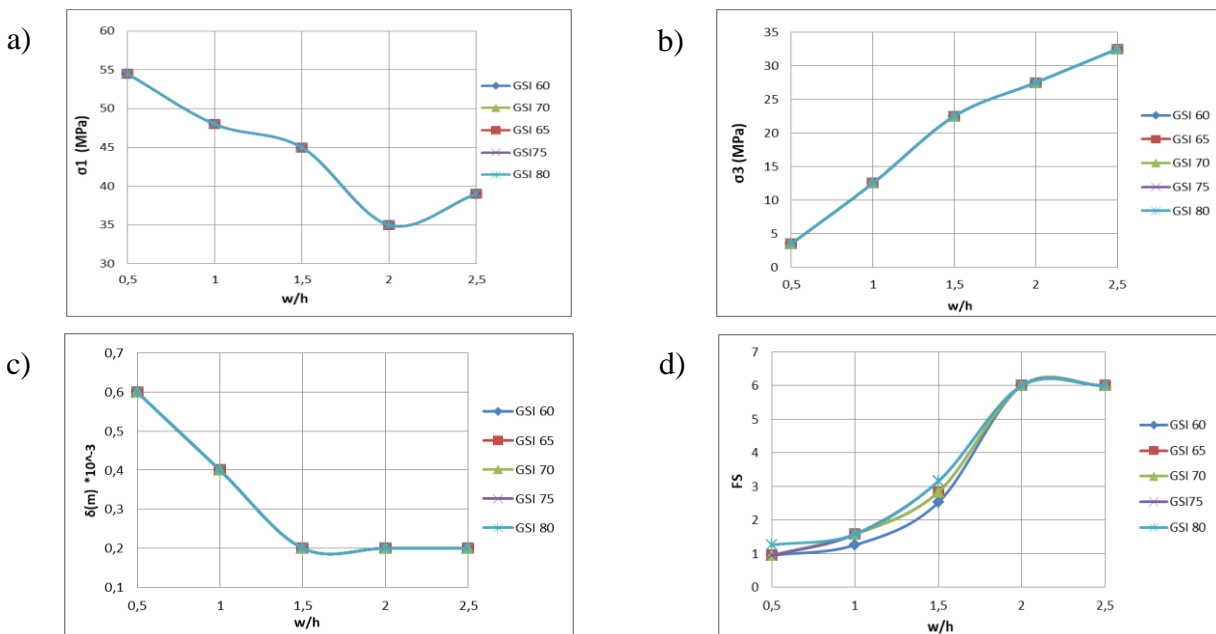


**Figura 21:** Resultado de los modelamientos para una relación w/h igual a 0,5 para un GSI=60. (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Análisis esfuerzo principal menor, (c) Análisis de deformación total y (d) Análisis de resistencia.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el modelamiento elástico sin discontinuidades mostrados gráficamente en la Figura 22, podemos apreciar que los valores del esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$ , esfuerzo principal menor  $\sigma_3$  y el desplazamiento total, tanto en el centro como en el borde del pilar se mantienen constante para una misma geometría de pilar utilizando distintos valores de GSI, es decir que, los valores de esfuerzos obtenidos no varían de acuerdo a la calidad que presente el macizo rocoso en estudio.

Además, se puede apreciar que el factor de seguridad entregado por el modelo en el centro del pilar presenta un aumento al incrementar la calidad del macizo para una misma geometría de pilar, lo mismo ocurre en las distintas geometrías donde al aumentar el valor del GSI y el ancho del pilar, el FS aumenta considerablemente hasta alcanzar un valor máximo de 6. Por otra parte el FS en el borde del pilar se mantiene constante con un valor de 0,95. Debemos tener en consideración que los pilares se encuentran sin refuerzo y/o soporte por lo que posiblemente los valores entregados por el modelo para el factor de seguridad sean sobre estimados ya que en su mayoría alcanzan valores sobre 1.

El valor de  $\sigma_1$  tanto en el centro como en el borde del pilar disminuyen a medida que aumenta el ancho del pilar, mientras que  $\sigma_3$  se comporta de distinta manera, produciéndose un aumento a medida que el pilar aumenta su ancho, esto demuestra que al aumentar la relación w/h el confinamiento en el centro del pilar también incrementa.

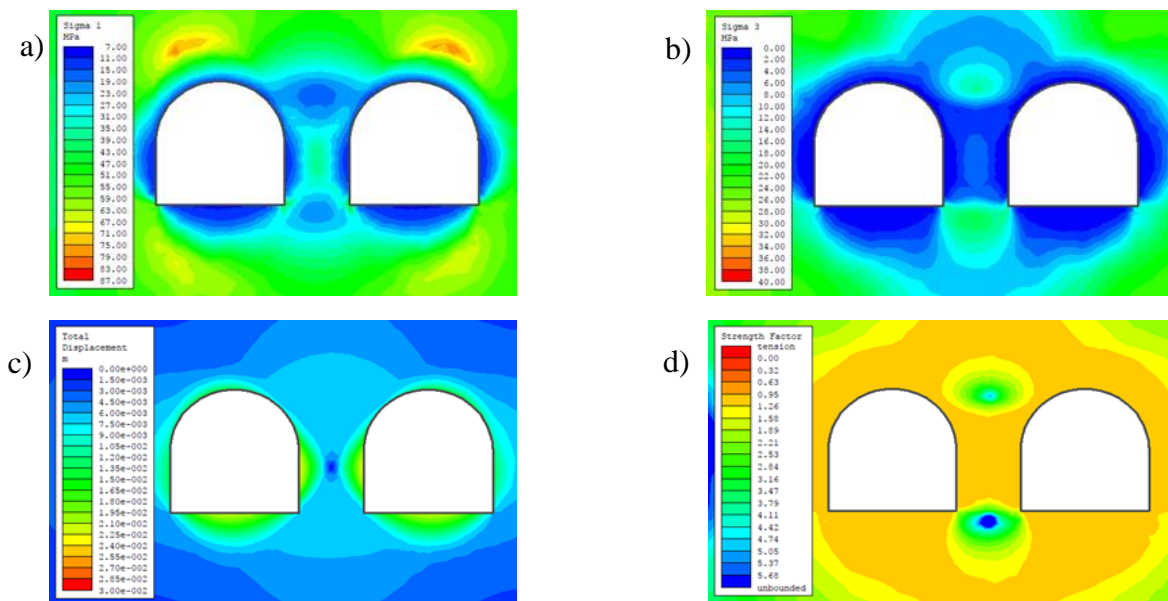


**Figura 22:** Gráficos de distribución obtenidos en el modelo elástico sin discontinuidades para el centro del pilar para distintas calidades de roca modelo elástico sin discontinuidades. (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Esfuerzo principal menor, (c) Deformación total y (e) Análisis de resistencia.

### 8.4.2 Modelo elasto-plástico sin discontinuidades

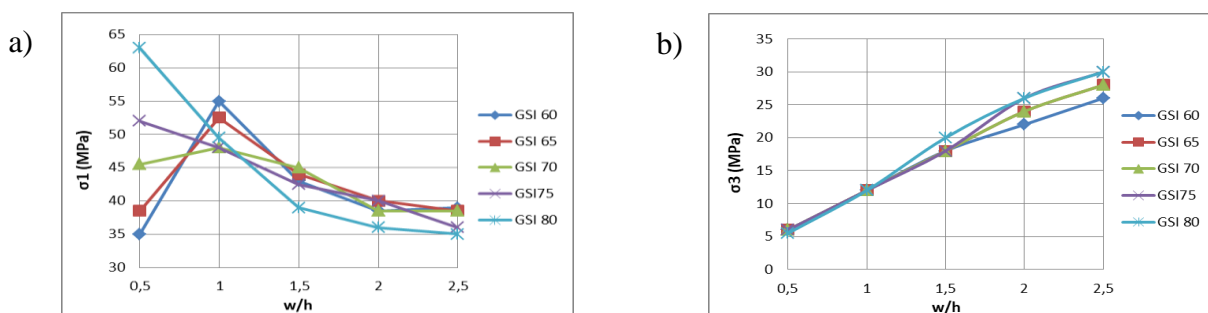
A diferencia del modelo elástico, el modelo elasto-plástico es utilizado comúnmente para conocer las deformaciones que se presentan en el pilar, estas deformaciones están representadas mediante el desplazamiento total que se presenta en el área que deseamos estudiar. La distribución de esfuerzos, deformaciones y FS se muestran en la Figura 23 para una relación  $w/h$  igual a 0,5. A partir de los gráficos podemos observar que, a diferencia del modelo elástico, en este modelo los esfuerzos y las deformaciones varían considerablemente de acuerdo a las distintas calidades de la roca.

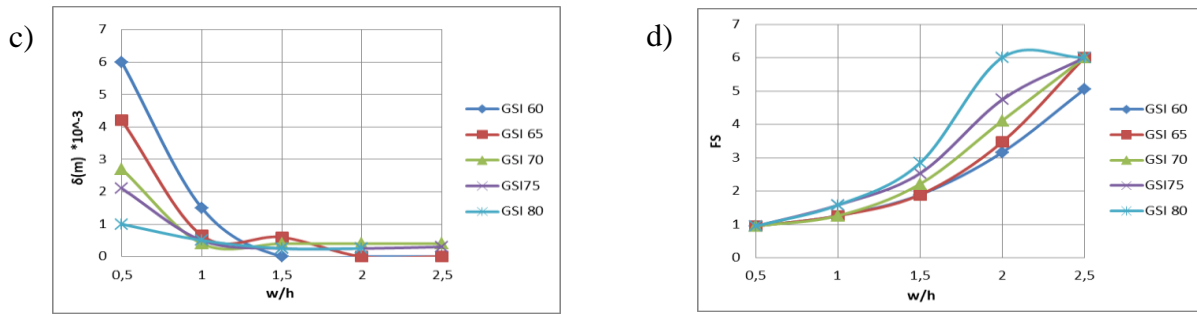
Al igual que en el modelo elástico, en el modelo elasto-plástico el confinamiento representado por el  $\sigma_3$  aumenta aproximadamente de forma lineal a medida que incrementa la relación  $w/h$ . Para la relación  $w/h$  igual a 0,5 y 1 no se presenta una variación dependiente del GSI, sin embargo para las geometrías posteriores se genera un aumento del  $\sigma_3$  a medida que aumenta el valor del GSI para una misma relación  $w/h$  para el centro del pilar como lo muestra la Figura 24. En el borde del pilar, sin embargo, el confinamiento se anula para todas las geometrías estudiadas.



**Figura 23:** Resultado de los modelamientos elasto-plástico para una relación  $w/h$  igual a 0,5 para un  $GSI=60$ . (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Análisis principal menor, (c) Análisis de deformación total y (d) Análisis de resistencia.

En el centro del pilar se produce la mayor variación de  $\sigma_1$  para la relación  $w/h = 0,5$  donde a mayor valor de GSI, mayor es el valor que se obtiene para este esfuerzo, esto puede ocurrir debido a que para esta geometría la esbeltez del pilar es mucho mayor que para las demás geometrías descritas, por lo que la calidad de roca causa un mayor impacto en la estabilidad de este tipo de pilares. Para las demás geometrías se obtienen valores similares, que no poseen variaciones considerables entre uno y otro modelo. Por otro lado, en el borde del pilar se puede apreciar mucho mejor la manera en que afecta la calidad del macizo en la obtención de resultados, ya que a mayor GSI mayor es el valor del esfuerzo principal mayor ocurriendo así para todas las geometrías utilizadas en el modelamiento.

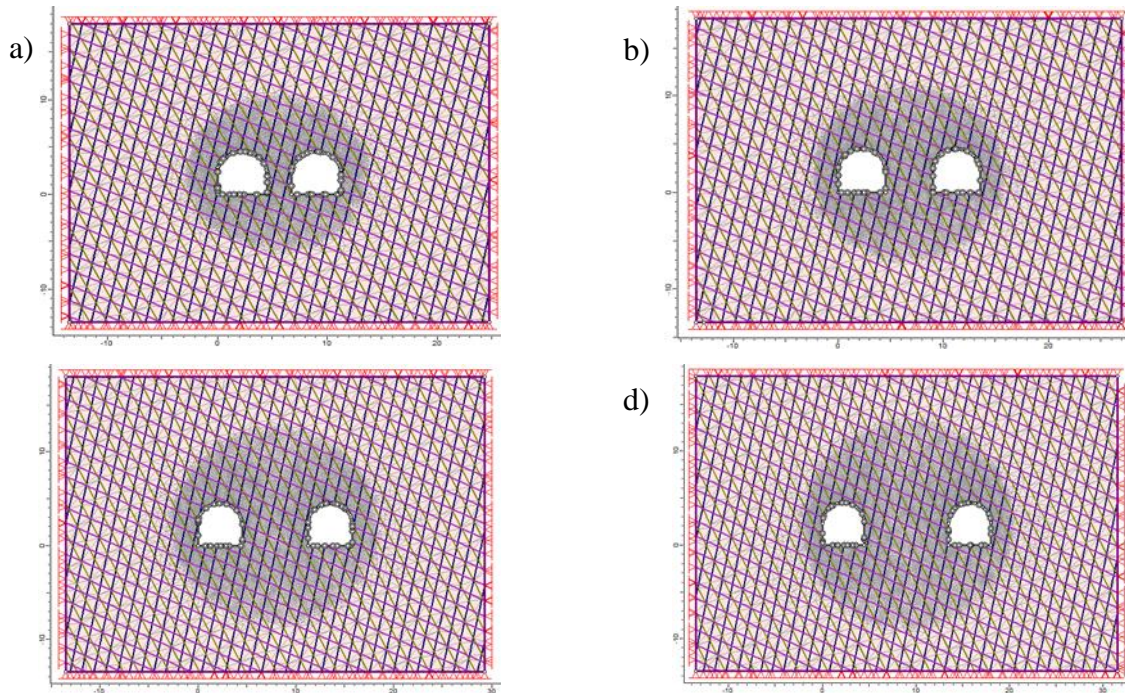


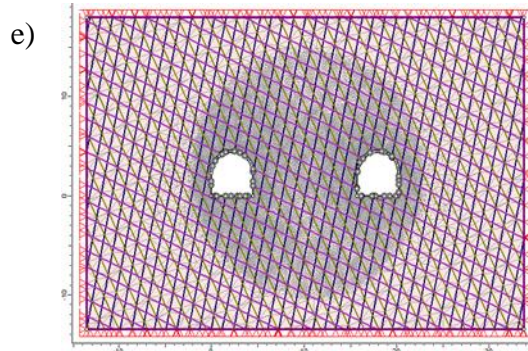


**Figura 24:** Modelo elasto-plástico sin discontinuidades para el centro del pilar para distintas calidades de roca. (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Esfuerzo principal menor, (c) Deformación total y (e) Análisis de resistencia.

### 8.4.3 Modelo elástico con discontinuidades

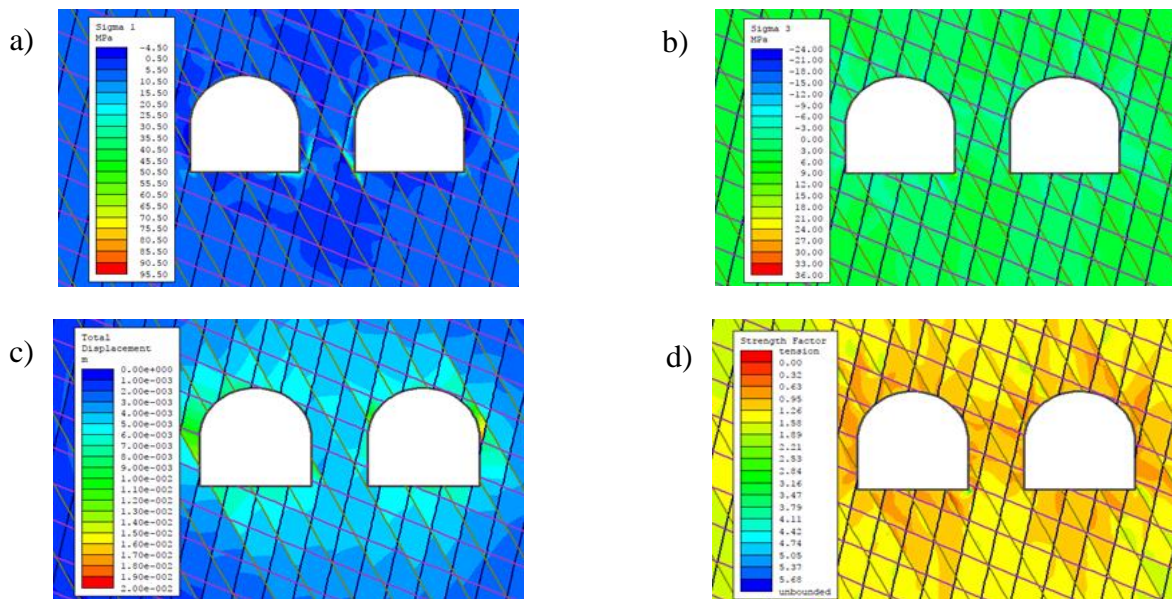
Los modelos con set de discontinuidades mostrados en la Figura 25 se realizaron mediante el mismo procedimiento que para el modelo sin discontinuidades, con tal de realizar una comparación entre los resultados obtenidos para cada uno, donde además se incorporaron 3 set de discontinuidades con características definidas en la Tabla 15. Este modelo pretende incorporar la geología estructural presente en la zona de estudio de manera que se conozca como la geología afecta la distribución de esfuerzos, deformaciones y el factor de seguridad en el diseño de los pilares. La idea principal de los modelamientos con mallas de fractura discretas DFNs (DFN: Discrete Fracture Networks) es poder obtener resultados acorde al comportamiento esperado del macizo rocoso.



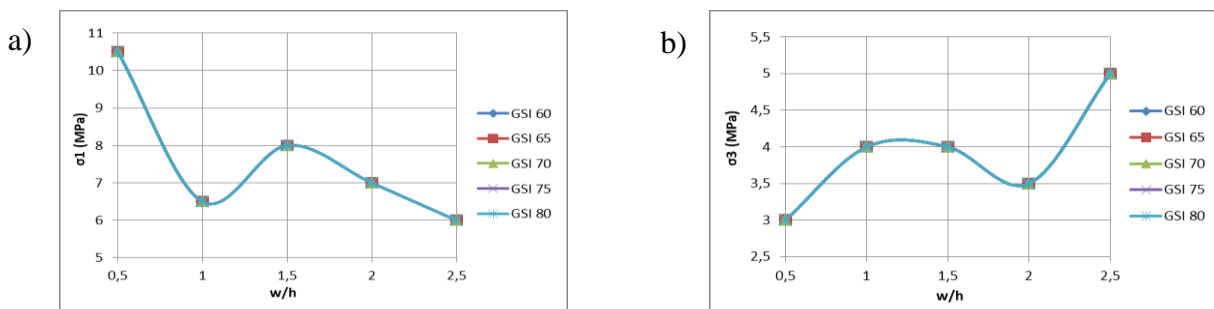


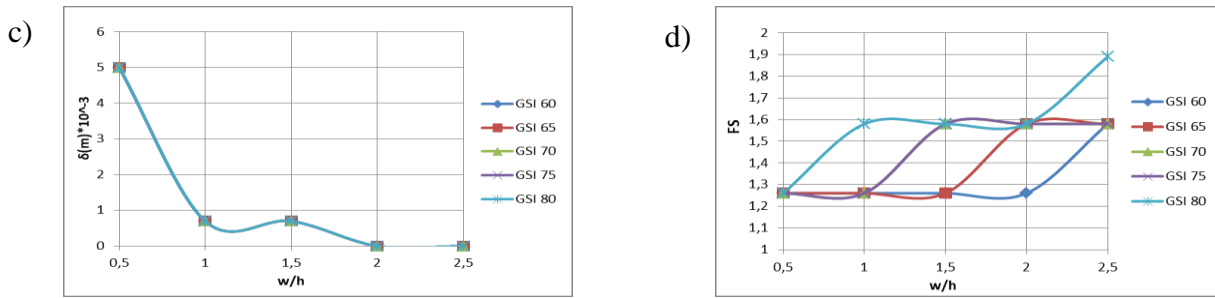
**Figura 25:** Descripción de los modelos con discontinuidades para las distintas geometrías de pilar. (a) Geometría de pilar con  $w=2,25$  m, (b) Geometría de pilar con  $w=4,5$  m, (c) Geometría de pilar con  $w=6,75$  m, (d) Geometría de pilar con  $w=9$  m y (e) Geometría de pilar  $w=11,25$  m.

En la Figura 26 podemos apreciar como las discontinuidades controlan la distribución de esfuerzos alrededor de las excavaciones y en el centro del pilar, provocando una gran disminución de estos. Esto queda demostrado realizando una comparación entre el modelo elástico sin discontinuidades y el modelo con discontinuidades.



**Figura 26:** Resultado de los modelamientos elástico con DFNs para una relación  $w/h$  igual a 0,5 para un  $GSI=60$ . (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Análisis principal menor, (c) Análisis de deformación total y (d) Análisis de resistencia.





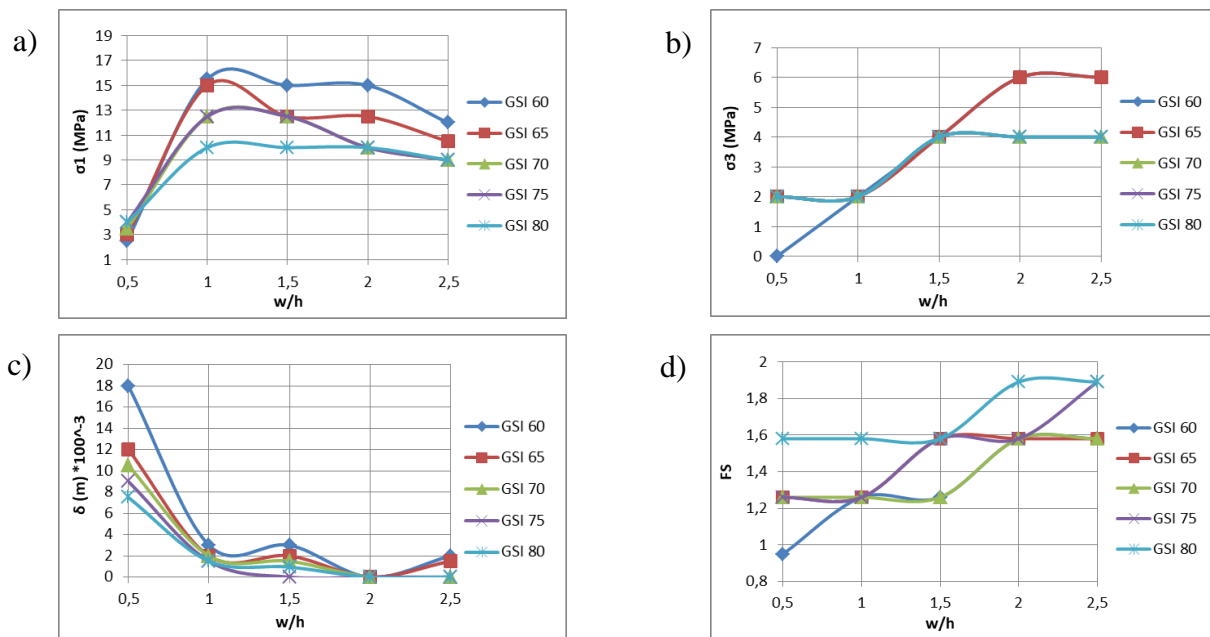
**Figura 27:** Modelo elástico con discontinuidades para el centro del pilar para distintas calidades de roca. (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Esfuerzo principal menor, (c) Deformación total y (e) Análisis de resistencia.

Como se aprecia en la Figura 27 los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  presentan los valores más bajos obtenidos hasta ahora con los modelamientos, esto se puede deber a que las fracturas controlan y distribuyen las tensiones mediante sus planos de discontinuidades, lo que genera la disminución de estos en el pilar estudiado. Al igual que en el modelo elástico sin DFNs su comportamiento es independiente de la calidad del macizo rocoso en estudio.

Para este modelo, las deformaciones generadas en el pilar incrementan ampliamente en comparación con las deformaciones en el modelo elástico sin discontinuidades alcanzando deformaciones nulas para una geometría de w/h igual a 2, mientras que para el modelo elástico sin fracturas las deformaciones son mucho menores y se comienzan a mantener constantes a partir de w/h igual a 1,5. Por otro lado el factor de seguridad obtenido, mostrado por la Figura 27 (d), entrega una variación entre 1,2 y 1,6 para la mayoría de las geometrías estudiadas, alcanzando un valor máximo de 1,9 para el pilar de mayor ancho y con mayor valor de GSI, este valor parece ser mucho más acertado que el valor máximo obtenido a partir del modelamiento sin discontinuidades.

#### 8.4.4 Modelo elasto-plástico con discontinuidades

El modelo elasto-plástico considerando los set de fracturas presente en los pilares de la mina Diablo Regimiento, representa un método mucho más completo que los modelamientos sin discontinuidades y en medios elásticos ya que es un análisis más fiel respecto al comportamiento del macizo.

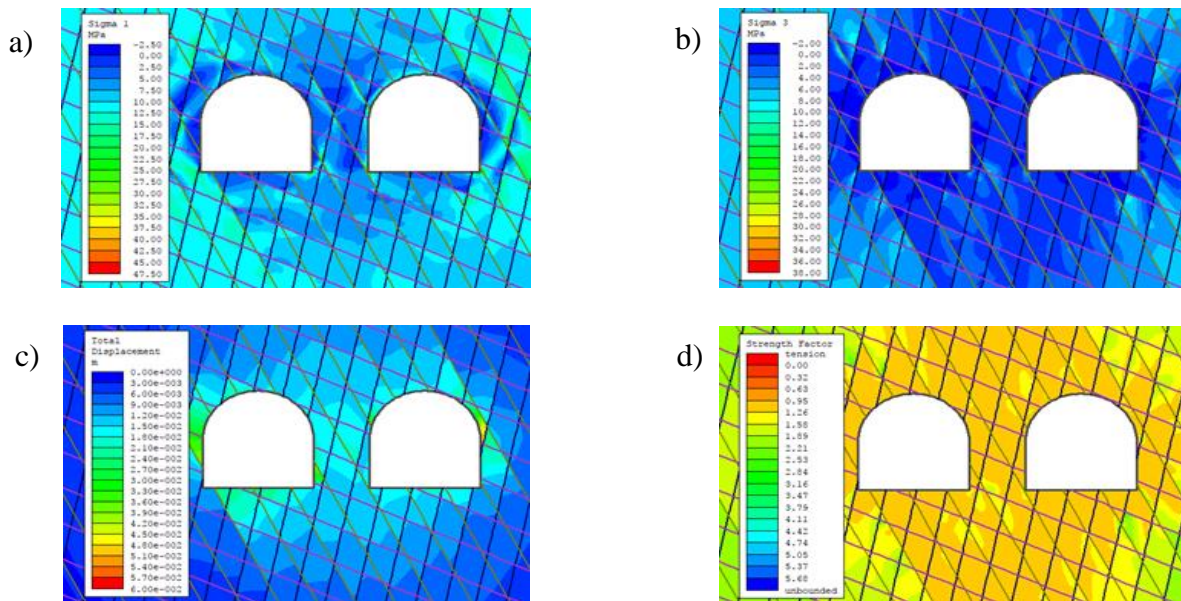


**Figura 28:** Modelo elasto-plástico con discontinuidades para el centro del pilar para distintas calidades de roca. (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Esfuerzo principal menor, (c) Deformación total y (e) Análisis de resistencia.

Al igual que en el modelo elasto-plástico sin set de fracturas, en este modelo se puede notar como influye la calidad del macizo rocoso en la distribución de esfuerzos, deformaciones y factores de seguridad obtenidos.

A partir de la Figura 28 podemos observar como al aumentar la medida del ancho del pilar e incrementar la calidad de la roca, el valor el esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$  aumenta, este comportamiento se repite para el esfuerzo principal menor  $\sigma_3$ , donde de acuerdo a lo estipulado por varios autores (Martín, 2000; Vergara, 2006; Lunder y Pakalnis, 1997) al aumentar la relación w/h el confinamiento medio de los pilares aumenta.

En este modelo se puede apreciar aún más como las fracturas disipan los esfuerzos en el pilar y alrededor de las excavaciones generando una disminución de esfuerzos, pero aumentando las deformaciones en el pilar.



**Figura 29:** Resultado de los modelamientos elasto-plástico con discontinuidades para una relación w/h igual a 0,5 para un GSI=60. (a) Análisis de esfuerzo principal mayor, (b) Análisis principal menor, (c) Análisis de deformación total y (d) Análisis de resistencia.

Los valores obtenidos para este modelo entregan deformaciones mucho mayores para el centro y el borde del pilar que los demás modelos, alcanzado valores que superan ampliamente las deformaciones en el modelo elástico y elasto-plástico sin discontinuidades así como en el modelo elástico con discontinuidades. Algo que se debe tener muy presente al momento de realizar modelamientos es el medio en el que se está trabajando y como éste regula el comportamiento del macizo rocoso. Por otro lado, aunque comúnmente se utiliza el estudio del FS para conocer la estabilidad del pilar, es también muy importante poder monitorear y controlar las deformaciones que se pueden presentar en el pilar. Para este modelo el FS obtenido alcanza valores máximos similares al obtenido en el medio elástico con set de fracturas. Para w/h igual a 0,5 se aprecia como el FS aumenta de 0,95 para una calidad de roca regular a 1,6 para un macizo rocoso de buena calidad

**9. CONCLUSIONES**

De los criterios empíricos utilizados en este trabajo sólo dos métodos consideran la calidad del macizo rocoso: González (2006) y Stacey y Page (1986), mientras que solo un criterio considera el confinamiento interno del pilar (Lunder y Pakalnis 1997) y precisamente estos criterios son los que dan resultados más (González, 2006) y menos conservadoras (Stacey y Page, 1986; Lunder y Pakalnis, 1997) en el caso de estudio. De acuerdo a los resultados obtenidos se evidenció que el desempeño de pilares es dependiente de la relación w/h ya que al aumentar el ancho del pilar (w) se genera un incremento de la resistencia de estos. En este sentido de los métodos analizados el que entrega una mayor variación de resistencia fue el de Stacey y Page (1986) donde para valores de w/h igual a 0,5 se obtuvo una resistencia de 44,5 MPa mientras que para valores de w/h igual a 2,5 se obtuvo una resistencia de 99,48 MPa obteniéndose un  $\Delta S_p$  igual a 54,98 MPa. Por el contrario, el método que presenta una menor variación de la resistencia fue el de González (2006),

alcanzando valores de 13,51 MPa para una relación w/h igual a 0,5 y 30,22 MPa para relaciones w/h de 2,5 obteniéndose un  $\Delta S_p$  de 16,72MPa.

Por otro lado, se muestra que a medida que la distancia al frente de excavación aumenta, las tensiones verticales inducidas disminuyen de tal manera que el esfuerzo que actúa sobre el pilar se reduce provocando un aumento en el factor de seguridad, por ejemplo para un pilar de ancho 11,25 m y alto 4,5 m (w/h= 2,5) situado a 0 m del frente de excavación, las tensiones verticales inducidas son de 120 MPa lo que genera un esfuerzo sobre el pilar de 193,20 MPa, mientras que el mismo pilar situado a 100 m del frente de excavación con tensiones verticales inducidas de 30 MPa experimenta un esfuerzo de 48,30 MPa. Para este caso y de acuerdo al criterio de Stacey y Page (1986) el factor de seguridad en el caso del pilar a 0 m del frente de excavación dio un valor de 0,51 mientras que para el pilar ubicado a 100 m del frente de excavación el factor de seguridad obtenido es de 2,06.

Los análisis mediante la modelación numérica muestran que para medios elasto-plásticos se produce una disminución de los desplazamientos internos del pilar al incrementar el valor del GSI. Los valores máximos de desplazamiento se presentan en pilares con w/h igual a 0,5 y con un GSI de 60 alcanzando magnitudes de 6 mm para el modelo sin discontinuidades y 18 mm en el modelo con discontinuidades.

Además quedó evidenciado que el confinamiento  $\sigma_3$  del pilar incrementa al aumentar el ancho del pilar. La mayor variación del confinamiento se genera en el modelo elástico sin discontinuidades donde para un pilar de relación w/h igual a 0,5 el valor de  $\sigma_3$  es de 3,5 MPa mientras que para un pilar de relación w/h igual a 2,5 el valor obtenido de  $\sigma_3$  es 32,5 MPa. El aumento del ancho del pilar también influye en la disminución de las deformaciones que experimenta el pilar.

Los factores de seguridad obtenidos por los modelos muestran que los pilares con relación w/h mayor o igual a 1 y GSI mayor o igual a 80 cumplen con el criterio de aceptabilidad empleado en la mina El Teniente. Para los modelos sin discontinuidades el factor de seguridad alcanza un valor máximo de 6 mientras que para los modelos con discontinuidades el máximo valor obtenido es de 1,89. Los modelos entregan un factor de seguridad mínimo de 0,95 para el caso de un pilar con ancho de 2,25 m valores muy diferentes a los obtenidos mediante los métodos empíricos analizados en este trabajo por lo cual se puede inferir que por sí solos los métodos empíricos no son suficientes para el diseño de pilares, por lo que se recomienda complementar estos análisis mediante el uso de otras herramientas evaluativas tales como modelos numéricos y observaciones en terreno que permitan ajustar los resultados y así generar un método confiable que permita obtener un óptimo diseño de pilares.

## 10. REFERENCIAS

**Brady, B.H.G. and Brown, E.T.** (2004). *Rock mechanics for underground mining*. 3rd Edition. Kluwer Academic Publishers.

**Burgos, S.** (2015). *Desarrollo de herramienta de diseño para la estabilidad de excavaciones con entrada de personal*. Tesis de magíster, Departamento de ingeniería en minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

**Esterhuizen, G.S., Dolinar, D.R. and Ellenberger, J.L.** (2008). "Pillar strength and design methodology for stone mines". Proceedings of the 27th international conference on ground control in mining. Morgantown WV: West Virginia University, pp. 241-253.

**González, C., Álvarez, M.I., Menéndez A., and Álvarez, A.E.** (2006). "A Comparative Analysis of Pillar Design Methods and its Application to Marble Mines". *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 39, pp. 421-444.

**Hedley, D.G and Grant, F.** (1972). "Stope and pillar design for the Elliot Lake uranium mines". Can. Inst. Min. Metall. Bull., vol. 65, pp. 37-44.

**Hoek, E.** (1994). "Strength of rock and rock masses". ISRM News Journal, Vol. 2, No. 2, pp. 4-16.

**Jarufe, J.A.** (2008). Metodología para el desarrollo de un modelo de esfuerzos a escala mina para el proyecto nuevo nivel mina. Tesis de pregrado. Universidad de Santiago de Chile, Departamento de Ingeniería en Minas, Santiago, Chile.

- Krauland, N and Soder, P.E.** (1987). "Determining pillar strength from pillar observation". *Eng. Min. J.*, Vol. 8, pp. 34-40.
- Laubscher, D. H.** (1990). "A geomechanics classification system for the rating of rock mass in mine design". *J. S. Afr. Inst. Min. Metall*, Vol. 90, pp. 257-273.
- Lobiano, C.H.** (2016). *Inclusión de interferencias operacionales de origen geotécnico en planificación minera de panel caving*. Tesis de magíster, Departamento de ingeniería de minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Lunder, P.J.** (1994). *Hard rock pillar strength estimation an applied empirical approach*. Master of Science Thesis, University of British Columbia, Vancouver.
- Lunder, P.J. and Pakalnis, R.** (1997). "Determination of the strength of hard-rock mine pillars". *Bull. Can. Inst. Min. Metall*, Vol. 90, pp. 51-55.
- Martin, C. and Maybee, W.G.** (2000). "The strength of hard-rock pillars". *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 37, No. 8, pp. 1239-1246.
- Mark, C.** (1999). "Empirical Methods for Coal Pillar Design". Proceedings of the Second International Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design. U.S. Department of Health and Human Services, National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH); IC 9448, pp. 145-154.
- Maybee, W.G.** (2000). Pillar design in hard brittle rocks (Master's thesis). School of Engineering, Laurentian University, Sudbury, ON, Canadá.
- Music, A.A.** (2007). *Diagnóstico y optimización de disparos en desarrollo horizontal, mina El Teniente*. Departamento de ingeniería de minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Rocscience** (2011). RS-2 Finite Element Analysis for Excavations and Slopes Software, Version 8.0, Rocscience Inc., Toronto.
- Salamon, M.D and Munro, A.H.** (1967). "The study of the strength of coal pillars". *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy (JSAIMM)*, vol. 67, pp. 55-67.
- Seguel, J., Arriagada, C., Becerra, J., Martínez, F., Carrizo, D. y Floody, R.** (2007). "Estilos estructurales en el Yacimiento El Teniente"; Metalogénesis Andina y Geología Aplicada a la Minería. XIII Congreso Geológico Chileno, Antofagasta, Chile.
- Silva, O.A.** (2016). Evaluación del potencial microsísmico asociado a una falla principal en minería por hundimiento. Tesis de pregrado, Departamento de ingeniería de minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Sjoberg, J.** (1992). "Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan mine". in *Proc. 33th U.S. Symp. Rock . Mech*, Rotterdam, pp. 491-500.
- Stacey, T.R., y Page, C.H.** (1986). *Practical handbook for underground rock mechanics*. Series on Rock and Soil Mechanics, Vol. 12. Trans Tech Publications.
- Suorineni, F.T.** (2013). "Pillar design in underground mining". Paper #655, 23rd World Mining Congress, Montreal, Canadá.
- Vergara, R.** (2006). *Análisis de la Resistencia y la estabilidad de pilares de la mina Diablo regimiento, yacimiento El Teniente*. Tesis de magíster, Departamento de Geología, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Verma, A.K.** (2014). "A Comparative Study of Various Empirical Methods to Estimate the Factor of Safety of Coal Pillars". *American Journal of Mining and Metallurgy*, Vol. 2, No. 1, pp 17-22.
- Villalobos, S.A.** (2015). "Analysis and design of pillars for cave mining- A comparative assessment of empirical methods". ARMA, San Francisco, US.
- Yrarrázaval, M.J.** (2013). *Nueva fórmula de resistencia para el diseño empírico de pilares de roca*. Tesis de pregrado, Departamento de ingeniería de minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.