

UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION
Facultad de Ingeniería
Ingeniería Civil



ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE PUSH-OVER EN MARCOS DE MADERA CON RÓTULAS PLÁSTICAS AUTOCENTRANTES

Fabián Enrique Orellana Isla

PROYECTO DE TÍTULO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL

Profesor Guía

Nelson Eduardo Maureira Carsalade

Profesor Informante

Javiera Teresita Padilla Reyes

Concepción, Mayo 2016

AGRADECIMIENTOS

A mis padres y hermanos por su incondicionalidad en todo momento, sin ellos este gran paso de mi vida no hubiese sido posible. Gracias por la enorme paciencia, amor y palabras de aliento que me han llevado a cumplir mis metas.

A mis seres queridos, amigos y compañeros de universidad, gracias a todos por su preocupación, su cariño y por cada uno de los momentos inolvidables que compartimos.

A Javiera Padilla por sus ayudas y recomendaciones durante el desarrollo de este documento, y en especial a mi profesor guía, Don Nelson Maureira Carsalade, a quien debo manifestar mi eterna gratitud, por su infinita ayuda y paciencia en el transcurso de toda esta tesis, sin su orientación y buena voluntad no habría sido posible el desarrollo de ésta.

RESUMEN

En la presente tesis se analizan marcos de madera con rótulas en sus uniones. El modelo conceptual de dichas rótulas ha sido propuesto en esta investigación y está compuesto por un par de disipadores friccionales más un cable postensado dispuesto a lo largo del elemento a unir. Los elementos friccionales permiten limitar la capacidad de momento que la rótula transmite a las partes unidas, así como también disipar la energía producto de deformaciones que superan el límite de elasticidad de la unión. El cable postensado le proporciona a la unión un momento restitutivo, dándole así capacidad autocentrante, permitiendo eliminar toda la deformación plástica una vez retiradas las cargas externas.

Para evaluar el desempeño de las estructuras ante cargas sísmicas, existen diversas metodologías que tienen su base en el cálculo estático no lineal incremental, (o *push-over*) y en el cálculo dinámico no lineal (Peralta, 2012). Por medio del método denominado *capacidad por demanda*, el cual considera que la capacidad de la estructura a partir del análisis de *push-over*, se puede aproximar la respuesta no lineal de estructuras sometidas a cargas dinámicas de sismo.

Como objetivo principal de esta investigación, se busca determinar los parámetros de las rótulas plásticas, conducentes a un desempeño óptimo de esta. Dicho desempeño óptimo fue cuantificado por medio de la determinación del factor de reducción de la respuesta teórico, R_r . Este parámetro, corresponde a la relación entre la fuerza de corte basal que se alcanza en una estructura lineal elástica, en relación a la correspondiente a similar estructura, pero considerando comportamiento plástico. En esta investigación, el comportamiento plástico se ha asumido concentrado en las rótulas plásticas, permaneciendo la estructura de madera en rango lineal.

Para lograr el objetivo anterior, se realizó una serie de análisis de *push-over* a marcos de madera implementando la rótula plástica propuesta en esta tesis en sus uniones, variando los parámetros de éstas. Como input, se consideró un vector de cargas laterales de piso de

magnitud monótona creciente, cuyo patrón es el indicado en la NCh433 Of 1996, para el método estático análisis sísmico. Las secciones de vigas y columnas fueron obtenidas para cada marco analizado, por medio del diseño estático basado en la misma norma, considerando los parámetros resistentes de madera (tipo de madera), de acuerdo a la NCh1198. Por medio de análisis de *push-over*, se determinó en cada caso estudiado, la magnitud del vector de carga laterales (equivalente al corte basal), necesaria para alcanzar la capacidad última del marco con rótulas plásticas. Finalmente, se determinó el factor de reducción de la respuesta R_t , como el cociente entre el corte basal de diseño obtenido para el marco sin rótulas plásticas (sin reducir por el factor R de la NCh433), y el corte basal máximo obtenido para el marco con rótulas plásticas.

La inclusión de las rótulas en los marcos analizados permitió obtener en algunos de los casos analizados valores de R_t , mayores al indicado en la NCh433. Esto último sugiere la posibilidad de realizar diseños con factores de reducción de la respuesta mayores a los señalados en la NCh433. En estos diseños, usando la rótula propuesta, no sólo la madera no incursionaría en rango inelástico, sino que una vez terminado el evento sísmico, el sistema quedaría sin deformaciones permanentes. Además, al diseñar con fuerzas sísmicas más bajas habría una implicancia directa en la reducción de las dimensiones de las secciones transversales de vigas y columnas, lo cual podría compensar en parte o por completo, el costo adicional de incorporar la rótula plástica propuestas.

ABSTRACT

In the present thesis frames of wood are analyzed by kneecaps in his unions. The conceptual model of the above mentioned kneecaps has been proposed in this investigation and is composed by frictional sinks couple they rub more a cable postensado ready along the element to join. The elements rub them they allow to limit the capacity at the moment that the kneecap transmit to the close parts, as well as also the energy removes product of deformations that overcome the limit of elasticity of the union. The cable postensado provides to him to the union a moment restitutive, giving him capacity like that autocentrante, allowing eliminating the whole plastic deformation once withdrawn the external loads.

To evaluate the performance of the structures before seismic loads, there exist diverse methodologies that have his base in the static not linear incremental calculation, (or push-over) and in the dynamic not linear calculation (Peralta, 2012). By means of the method named capacity by demand, which considers that the capacity of the structure from the analysis of *push-over*, can come closer the not linear response of structures submitted to dynamic loads of earthquake.

As principal aim of this investigation, one seeks to determine the parameters of the plastic kneecaps, conducive to a performance ideal of this one. The above mentioned ideal performance was quantified by means of the determination of the theoretical factor of reduction of the response, R_r . This parameter, it corresponds to the relation between the force of basal cut that is reached in an elastic line organization, in relation to the correspondent to similar structure, but considering plastic behavior. In this investigation, the plastic behavior has assumed concentrate in the plastic kneecaps, remaining the structure of wood in linear range.

To achieve the previous aim, a series of analysis was realized of *push-over* to frames of wood implementing the plastic kneecap proposed in this thesis in his unions, changing the

parameters of these. Since input, seismic analysis was considered to be a vector of lateral loads of levels of monotonous increasing magnitude, which boss is the indicated one in the NCh433 Of 1996, for the static method. The sections of girders and columns were obtained for every analyzed frame, by means of the static design based on the same norm, considering the resistant parameters of wood, in agreement to the NCh1198. By means of analysis of push-over, one determined in every studied case, the magnitude of the vector of load wings (equivalent to the basal cut), necessary to reach the last capacity of the frame with plastic kneecaps. Finally, there decided the factor of reduction of the response R_r , as the quotient between the basal cut of design obtained for the frame without kneecaps you chat (without reducing for the factor R of the NCh433), and the basal cut maximum obtained for the frame with plastic kneecaps.

The incorporation of the kneecaps in the analyzed frames allowed obtaining in some of the analyzed cases R_r , bigger values than the indicated one in the NCh433. The above mentioned suggests the possibility of realizing designs with major factors of reduction of the response to indicated in the NCh433. In these designs, using the proposed kneecap, not only the wood would not penetrate into inelastic range, but once finished the seismic event, the system would stay without permanent deformations. In addition, on having designed with lower seismic forces there would be a direct implication in the reduction of the dimensions of the transverse sections of girders and columns, which might compensate partly or completely, the additional cost of the kneecap incorporates conversation proposed.

TABLA DE CONTENIDOS

	Páginas
Agradecimientos	II
Resumen	III
Tabla de Contenidos	VII
Índice de Figuras	IX
Índice de Tablas	XI
1. Introducción	1
1.1. Presentación del tema	1
1.2. Objetivos generales	3
1.2.1. Objetivo Principal	3
1.2.2. Objetivos secundarios	3
1.3. Hipótesis	4
1.4. Alcance	5
2. Resumen Metodológico	7
2.1. Objeto de estudio	7
2.2. Patrón de Cargas de <i>push-over</i>	8
2.3. Modelo de rótula plástica	10
2.4. Implementación Computacional	13
2.5. Determinación del factor R_f	15
2.6. Resultados esperados	16
3. Revisión bibliográfica	17
3.1. Justificación y contextualización	17
3.2. Marco Teórico	19
3.3. Comportamiento Inelástico	22
3.4. Coeficiente de reducción de la respuesta R	24

4. Formulación del Análisis de push-over.....	27
4.1. Definición de material y secciones para cada piso.....	28
4.2. Paso 0	36
4.3. Paso 1	45
4.4. Paso Final	54
5. Resumen de Resultados	62
5.1. Factor de seguridad: 1	63
5.2. Factor de seguridad: 2	63
5.3. Factor de seguridad: 3	64
5.4. Factor de seguridad: 4	64
6. Ejemplo de materialización.....	67
7. Conclusiones	72
8. Referencias bibliográficas.....	73
9. Anexos	75
9.1. Marco de un piso	75
9.2. Marco de dos pisos	76
9.3. Marco de tres pisos.....	77
9.4. Marco de cuatro pisos.....	78
9.5. Marco de cinco pisos	79

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Marcos de madera con rótulas friccionales y autocentrantes en sus uniones.	8
Figura 2.2: Método estático (imagen referencial).	9
Figura 2.3: Esquema físico y conceptual de rótula plástica.	11
Figura 2.4: Secuencia del proceso del análisis de push-over. (Christopoulos, C. and Filiatrault, A., 2006).....	14
Figura 3.1: Edificio sin disipadores y con disipadores de energía. (Sistemas de Aislación Sísmica y Disipación de Energía, Documentos técnicos 2012).....	18
Figura 3.2: Comportamiento inelástico de una estructura solicitada por una fuerza horizontal (Valencia-Clement, 2005).....	22
Figura 3.3: Principios de igualdad de desplazamientos e igualdad de energías para determinación de R en estructuras con periodos largos y cortos, respectivamente. (Valencia Clement, 2005).....	25
Figura 3.4: Determinación del R, según NEHRP (FEMA 450, 2003).....	26
Figura 4.1: Diagrama de flujo que resume el algoritmo trabajado en <i>MATLAB</i>	28
Figura 4.2: Dimensiones de la losa de hormigón para el cálculo del área tributaria de un piso.	31
Figura 4.3: Ejemplo de grados de libertad asociados a giro para calcular tensiones internas.	33
Figura 4.4: Sección cuadrada de columna y sección rectangular de viga.	35
Figura 4.5: Marco de un piso con enumeración de rótulas.	36
Figura 4.6: Marco de un piso con enumeración de rótulas, de grados de libertad y elementos.....	37
Figura 4.7: Marco de un piso desensamblado y con enumeración de grados de libertad. ...	37
Figura 4.8: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 5 grados de libertad.	45
Figura 4.9: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 5 grados de libertad con fuerzas conocidas (externas).....	48
Figura 4.10: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 7 grados de libertad al finalizar el Paso 1.	55
Figura 4.11: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 7 grados de libertad con fuerzas conocidas (externas).....	57
Figura 4.12: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 7 grados de libertad actuando como un mecanismo.....	58

Figura 4.13: Gráfico de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), Para un marco de un piso.	61
Figura 4.14: Gráfico de la Figura 4.13, con acercamiento a puntos de interés.	61
Figura 5.1: Ejemplo de cálculo de giro máximo según recorrido d	62
Figura 5.2: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 1. Comportamiento elástico e inelástico.....	63
Figura 5.3: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 2. Comportamiento elástico e inelástico.....	63
Figura 5.4: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 3. Comportamiento elástico e inelástico.....	64
Figura 5.5: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 4. Comportamiento elástico e inelástico.....	64
Figura 5.6: Gráficos de Factor de seguridad vs Factor de reducción a la respuesta para cada marco.....	65
Figura 6.1: Diagrama de cuerpo libre de las uniones.....	67
Figura 6.2: Diagrama de cuerpo libre de una viga.	70
Figura 9.1: Enumeración de rótulas para cada marco.	75
Figura 9.2: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (F_S) y salida (R_t). Marco de un piso.....	75
Figura 9.3: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (F_S) y salida (R_t). Marco de dos pisos.	76
Figura 9.4: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (F_S) y salida (R_t). Marco de tres pisos.	77
Figura 9.5: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (F_S) y salida (R_t). Marco de cuatro pisos.	78
Figura 9.6: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (F_S) y salida (R_t). Marco de cinco pisos.	79

INDICE DE TABLAS

Tabla 4.1: Pesos de tabaquería y Sobrecarga de eso.....	32
Tabla 4.2: Secciones de viga y columna para cada marco.....	35
Tabla 4.3: Puntos obtenidos del diagrama de capacidad.	59
Tabla 5.1: Factores de R_t para cada Factor de seguridad según N° de pisos.	65
Tabla 6.1: Diseño de área del cable postensado y fuerza normal para: $R_t = 5,5$	70
Tabla 6.2: Diseño de área del cable postensado y fuerza normal para: $R_t = 7,0$	70
Tabla 6.3: Tensiones máximas en los extremo de la viga.....	71
Tabla 9.1: Activación de rótulas según su enumeración para marco de un piso.	76
Tabla 9.2: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 2 pisos.....	77
Tabla 9.3: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 3 pisos.....	78
Tabla 9.4: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 4 pisos.....	79
Tabla 9.5: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 5 pisos.....	80

1. Introducción

1.1. Presentación del tema

Chile es un país de alta sismicidad, a lo largo de su borde costero se encuentran la placa sudamericana y la de nazca. Se encuentra ubicado en el borde sur-este del cinturón de fuego del pacífico, el cual concentra más del 90% de la energía liberada por actividad tectónica. Nuestro país cuenta con dos terremotos de gran magnitud: el terremoto de Valdivia de 1960, $M_w=9.5$ y el del Maule de 2010, $M_w=8.8$, que son el primero y tercero de mayor magnitud registrados a nivel mundial. Los daños causados por el último gran terremoto en nuestro país (Maule 2010) fueron cuantiosos. Uno de los casos icónicos del desastre ocasionado por dicho evento es el edificio Alto Río, que colapsó abruptamente, dejando 8 pérdidas humanas (Radio Universidad de Chile, 9 de marzo de 2010). A lo anterior se suma el edificio O'Higgins, que sufrió el colapso casi completo de uno de sus pisos y en su reparación fue necesario demoler 10 de sus 21 pisos (Diario La tercera, 2011).

Lo anterior hace que la ingeniería sísmica sea un área fuertemente estudiada en todos los programas de ingeniería civil de nuestro país. En las últimas décadas, se ha comenzado a introducir en las universidades chilenas cada vez con mayor énfasis la investigación en torno a tecnologías de protección de estructuras frente a los sismos. Dentro de las ramas de estudio relacionadas con lo anterior, se encuentra la disipación de energía por mecanismos no-lineales tales como comportamiento plástico de materiales flujo viscoso o roce.

En la búsqueda de una forma de dar respuesta a la necesidad de implementar dispositivos de protección sísmica en las estructuras, surgió la idea de esta investigación. Es así como se propone un tipo de unión plástica con capacidad autocentrante para uso en pórticos de madera. Esta rótula tiene por finalidad limitar las cargas que son transmitidas a los elementos de madera, otorgándole al sistema una mayor ductilidad y capacidad de

disipación de energía, reduciendo la demanda sísmica sobre la estructura, protegiéndola del daño por sismo, así como también a sus ocupantes y bienes materiales dentro del inmueble.

En este proyecto se trabajó con marcos de madera de 1 a 5 pisos, con dos líneas de columnas unidas por vigas en cada piso. Se analizaron ambos casos: cuando las uniones viga-columna y columna-base son rígidas y cuando dichas uniones incluyen la rótula plástica propuesta en esta investigación, con el fin de evaluar el beneficio asociado a la incorporación de esta última. El beneficio debido al uso de las rótulas plásticas se evalúa por medio de la determinación del factor de reducción de la respuesta teórico, R_t , obtenido por medio de un análisis de *push-over*. Mediante este análisis se determinaron los parámetros de las rótulas plásticas que optimizan el desempeño estructural, obteniendo para dichos parámetros, el factor de reducción de la respuesta R_t , antes mencionado. A mayor valor de R_t , menor sería la demanda sísmica efectiva sobre la estructura, mayor ductilidad se desarrollará y menos daño permanente tendrá el sistema estructural, con la consiguiente protección de los ocupantes y bienes en su interior.

1.2. Objetivos generales

1.2.1. Objetivo Principal

Determinar el factor de reducción de la respuesta R de un grupo de marcos de madera cuyas uniones viga-columna y columna-base corresponden al tipo de rótula plástica autocentrante propuesta en esta investigación.

1.2.2. Objetivos secundarios

1. Definir el objeto de estudio; esto es determinar claramente la geometría, propiedades mecánicas, sección transversal, etc. de los marcos de madera utilizados en esta investigación.
2. Determinar el patrón de carga que será utilizado en el análisis de *push-over* de cada marco analizado. Este último tendrá la misma distribución de fuerzas laterales del método estático de la NCh433.
3. Definir el modelo físico de la rótula plástica y su correspondiente representación matemática que permita caracterizar su comportamiento mecánico.
4. Implementar un algoritmo que permita obtener la respuesta del objeto de estudio definido en el punto 1, implementando en este el modelo de rótula plástica definida en el punto 3, sometido a un análisis de *push-over*, aplicando el patrón de cargas definido en el punto 2
5. Realizar un análisis teórico que permita definir una metodología con la cual se pueda determinar el factor teórico de reducción de la respuesta, R_t .

1.3. Hipótesis

El análisis de *push-over* permite caracterizar el comportamiento último de una estructura, como también determinar la energía de deformación del sistema analizado. De acuerdo a esto se considerará que:

1.- El patrón de cargas utilizadas para el análisis de *push-over* será el especificado en la norma NCh433 para distribuir las cargas sísmicas en altura de acuerdo al método estático. Lo anterior debido a que se busca caracterizar el factor de reducción de la respuesta R para ser usado en diseños basados en esta misma norma.

2.- Se asumirá que la estructura de madera que conforma el marco trabaja en rango lineal elástico, mientras que toda la deformación plástica se concentran en las rótulas que unen viga-columna y columna-base.

El modelo de rótula plástica que será utilizado en esta investigación consta de un cable postensado más un dissipador friccional precomprimido. El cable genera la componente elástica autocentrante y el friccional la componente disipativa. Con respecto a lo anterior se considerará que:

3.- La rigidez del cable se despreciará asumiendo que este tiene una elongación inicial mayor que la elongación que podría generar un giro en la sección transversal: Por lo anterior, la carga de postensado se asumirá constante durante el análisis de *push-over*. Esto último conduce a rótulas de comportamiento elastoplástico perfecto, esto es, una vez alcanzado el momento plástico, estas sólo admiten giro plástico sin incremento del momento transmitido entre las partes unidas.

4.- Se asumirá que el coeficiente de roce del dispositivo friccional es constante y no varía con la temperatura generada por el roce, por lo tanto no depende de la dinámica del problema.

5.- Se supondrá que la carga de precompresión en el dispositivo friccional no se ve modificada por la deformación de la rótula plástica, manteniéndose constante durante el análisis.

6.- La fuerza de postensado en el cable es de magnitud tal que el momento que este genera en la rótula puede vencer al momento debido a la fuerza de roce, permitiendo que la rótula plástica se cierre completamente una vez que las cargas externas han sido retiradas.

1.4. Alcance

Este proyecto busca mostrar que es posible diseñar edificaciones en madera con alturas moderadas (5 pisos), incorporando elementos de protección sísmica, en este caso disipación por fricción. Estos últimos permiten reducir la demanda sísmica en términos de corte basal en la estructura, compensando con una mayor demanda de desplazamientos, los cuales se concentran en los elementos de disipación.

Los dispositivos friccionales incorporados en el modelo de rótula plástica propuesto, disipan energía por medio de la fricción que se produce durante el desplazamiento relativo entre superficies en contacto bajo presión. Estos disipadores son diseñados para absorber la demanda de desplazamientos una vez que se alcanza un determinado nivel de carga en el dispositivo, la cual está relacionada con el límite de comportamiento elástico de la estructura que se busca proteger. Mientras la sollicitación no alcance dicha carga, el mecanismo de disipación se mantiene inactivo o cerrado, transmitiendo las cargas internas de forma íntegra. El dispositivo propuesto es autocentrante, esto es, aun cuando incurriere en rango plástico, una vez retiradas las cargas, las fuerzas elásticas internas en él son capaces de revertir toda deformación plástica, retornando al sistema a su configuración original.

Este proyecto fue orientado específicamente a marcos de madera en busca de incentivar su uso para edificaciones de mayor envergadura. Sin embargo, el modelo de rótula plástica propuesto se podría implementar, estudiar y desarrollar para diferentes materiales constructivos.

La norma chilena (NCh433) considera que las edificaciones pueden presentar daños en caso de sismos severos, en tanto se consiga prevenir el colapso de las edificaciones y salvaguardar la vida de sus ocupantes. En este mismo contexto, y dado que Chile es un país de alta sismicidad, daños de origen sísmico se seguirán produciendo, incluso en estructuras que incorporen dispositivos de protección sísmica. Sin embargo, la incorporación de estos últimos, permitirá construir diseños más seguros para sus ocupantes, donde el daño sísmico esté más controlado.

En esta investigación, desarrollada únicamente desde una perspectiva teórica de análisis numérico, muestra que la incorporación de disipación de energía localizada puede reducir la demanda sísmica en términos de corte basal impuesto a la estructura. Sin embargo, la validación experimental del modelo matemático de la rótula plástica propuesta, así como del desempeño estructural determinado por el análisis queda abierto como línea de investigación por desarrollar a futuro.

2. Resumen Metodológico

2.1. Objeto de estudio

El objeto de este estudio serán marcos de madera de uno a cinco pisos, con rótulas plásticas perfectas en las uniones viga-columna y columna-base. El modelo conceptual de las rótulas consta de una componente elástica que proporciona el momento restitutivo o autocentrante, más una componente friccional que aporta la disipación de energía. La componente elástica se materializa mediante un cable postensado que recorre el eje longitudinal del elemento a unir. La componente friccional se proporciona mediante dos pares de elementos en contacto sometidos a carga de precompresión. La rótula se mantendrá cerrada mientras el momento debido a la carga de postensado del cable y al roce no sean superados. Una vez superado el momento anterior, denominado momento de fluencia superior, la rótula se abrirá desarrollando rotaciones plásticas sin incrementos de momento transmitido entre las partes unidas. Cuando la carga es retirada, reducida o revertida, la rótula reducirá su ángulo de apertura con momento interno constante, menor que el momento de apertura anterior, denominado momento de fluencia inferior. Retiradas las cargas, la rótula se mantendrá cerrada, sin deformaciones permanentes.

Dentro del proyecto se designarán parámetros tales como: largo de las maderas en Chile, módulo de elasticidad, tensiones admisibles, etc. Así como también el uso de la Norma Chilena (NCh433) en la cual se especifica que para utilizar el método estático las estructuras no deben ser mayores a 5 pisos y de altura mayor a 20 metros.

En la Figura 2.1 se describen uno de los marcos que fue analizado en esta investigación, se destacan las rótulas en la base de las columnas y en las uniones viga-columna, los cuales irán en todas las uniones, desde el marco de un piso hasta el de cinco pisos.

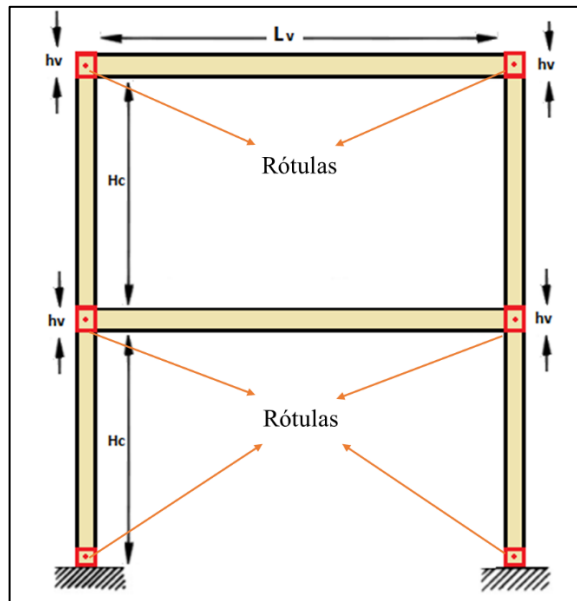


Figura 2.1: Marcos de madera con rótulas friccionales y autocentrantes en sus uniones.

Para poder definir las secciones, se realizó un análisis de diseño sísmico de edificios según la norma chilena NCh433, utilizando el análisis estático. Para ello fue necesario definir ciertas características de la estructura y del emplazamiento de ésta, para que de esa manera sea posible la obtención de valores numéricos que permiten obtener el corte basal relacionado a la estructura.

2.2. Patrón de Cargas de *push-over*

Las norma sismorresistentes de cada país adoptan criterios de validez para la selección de los métodos de análisis, estableciendo los alcances y modalidades de aplicación para la determinación de la demanda sísmica. Todas ellas se requieren la estimación del período fundamental de vibración para cuantificar la fuerza cortante basal que corresponde a la demanda sísmica en términos de fuerza.

Según criterios técnicos y estudios previos se sabe que las fuerzas aumentan con la altura de la edificación, por tanto, es adecuado utilizar un patrón de carga de aumento lineal (Peralta, 2012). La distribución vertical de la fuerza cortante basal en cada dirección de análisis proviene de considerar una distribución lineal de las aceleraciones del primer modo de vibración y que la influencia de los modos superiores se incorpora mediante una fuerza horizontal aplicada en la parte superior de la edificación (Arroyo y Barbosa, 1988). Según niveles de intensidad sísmica, se define un patrón de actuantes en la estructura. El marco pasa de esa forma a transformarse en un modelo dinámico el cual permite obtener periodos, masas y rigideces, con los cuales se define un patrón de carga según la NCh433.

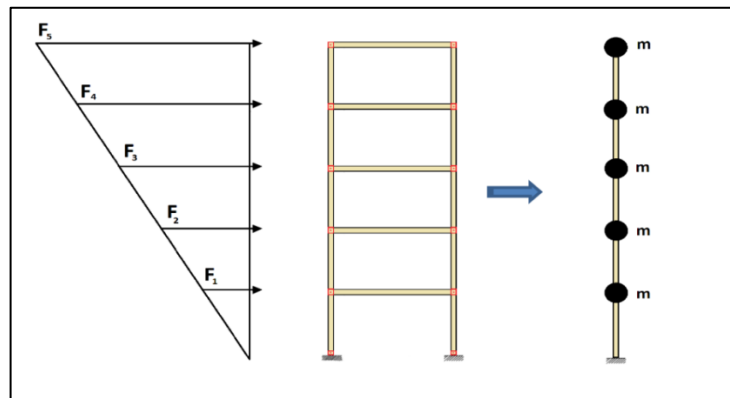


Figura 2.2: Método estático (imagen referencial).

Para estructuras de a lo más 5 pisos las cargas horizontales sísmicas se pueden calcular con la siguiente expresión, la cual es extraída de la NCh433.:

$$F_k = \frac{A_k P_k}{\sum_{j=1}^N A_j P_j} Q_0 \quad (1)$$

Donde:

A_k : Factor de ponderación para el peso asociado al nivel K .

P_k : Peso asociado al nivel K .

Q_0 : Esfuerzo de corte basal del edificio.

N : Número de pisos.

Los factores de ponderación A_k se calcula de la siguiente manera:

$$A_k = \sqrt{1 - \frac{Z_{k-1}}{H}} - \sqrt{1 - \frac{Z_k}{H}} \quad (2)$$

Donde:

Z_k : Altura del nivel K , sobre el nivel basal

H : Altura total del edificio sobre el nivel basal.

2.3. Modelo de rótula plástica

El modelo del dispositivo consta de dos soportes a lo ancho de la columna en donde irá introducida la rótula, la cual tendrá una cierta movilidad. Hay un cable postensado que atraviesa toda la viga llegando de extremo a extremo de la columna, éste genera una precompresión del elemento, y mantiene la rótula cerrada. El dispositivo consta de una bisagra y junto a ello una pieza que actuará como un elemento friccional, a su vez tendrá un resorte que provocará una carga de precompresión de roce. Todos estos elementos irán en una carcasa apernada hacia la columna y viga. En la Figura 2.3 se puede observar el modelo físico y conceptual de una de las uniones viga-columna, para así tener una idea de los elementos que la conforman y su configuración dentro de él, de la misma manera, las uniones columna-base constará de similar configuración.

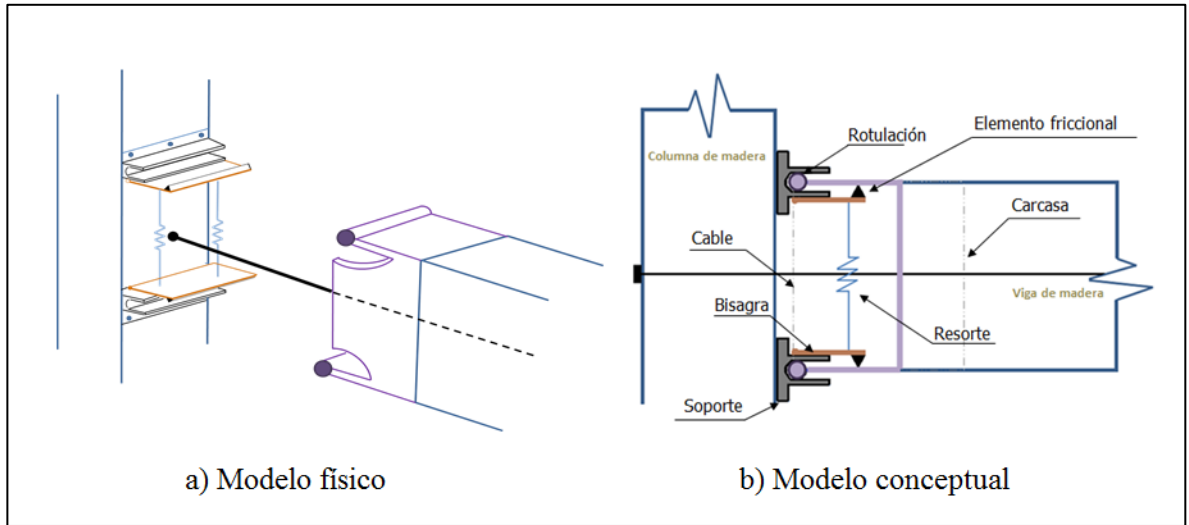


Figura 2.3: Esquema físico y conceptual de rótula plástica.

La componente friccional presente en el modelo conceptual se proporciona mediante dos pares de elementos en contacto sometidos a carga de precompresión, lo cual generara la disipación de energía, y será dependiente del par de resortes ajustables que proporciona la carga axial necesaria según el diseño del marco.

El cable postensado se ubica en el eje longitudinal del elemento a unir, atravesándolo en toda su extensión. En uniones viga-columna se ubica desde los bordes exteriores de las columnas, atravesando por completo la viga en su largo y columnas en su ancho. En unión base-columna, este está fijo en la base, atraviesa la rótula y la columna en toda su altura. Su finalidad es proporcionar la componente elástica o momento restitutivo que permite cerrar la rótula una vez que las cargas han sido retiradas, eliminando toda deformación plástica permanente.

Los parámetros de tensión y fuerza de roce se consideraron implícitamente representados dentro del momento plástico según la ecuaciones (3) y (4).

$$M_{f,c}^{(S)} = (T_{0c}/2 + F_{rc}) \cdot b_c \quad (3)$$

$$M_{f,v}^{(S)} = (T_{0v}/2 + F_{rv}) \cdot h_v \quad (4)$$

Donde:

$M_{f,c}^{(S)}$: Momento plástico de rótula ubicada en la base de columna.

$M_{f,v}^{(S)}$: Momento plástico de rótula en extremo de vigas.

T_{0c} y T_{0v} : Tensiones del cable en columnas y vigas respectivamente.

F_{rc} y F_{rv} : Fuerza de roce en columnas y vigas respectivamente.

b_c : Ancho de la sección de las columnas cuadradas.

h_v : Altura de la sección de la viga.

En primera instancia para representar los momentos de fluencia durante el desarrollo de esta tesis, se le planteo como el momento de plastificación de las rótulas, el cual se calculó por medio de los parámetros del material y un factor de seguridad (FS), según las siguientes ecuaciones:

$$M_{pc} = \frac{1}{FS} \cdot \sigma_{adm} \cdot \frac{I_c}{(b_c/2)} \quad (5)$$

$$M_{pv} = \frac{1}{FS} \cdot \sigma_{adm} \cdot \frac{I_v}{(h_v/2)} \quad (6)$$

Donde:

M_{pc} y M_{pv} : Momento plástico de rótulas de unión base-columna y unión viga-columna respectivamente.

σ_{adm} : Tensión admisible del material.

I_c y I_v : Momento de inercia de la sección de la columna y viga respectivamente.

b_c y h_v : Sección de la columna cuadrada y altura de la sección de viga rectangular respectivamente.

2.4. Implementación Computacional

Para evaluar el riesgo sísmico de estructuras existen diversas metodologías que tienen su base en el cálculo estático no lineal incremental, comúnmente conocido como *push-over*, y en el cálculo dinámico no lineal (Peralta, 2012). El método denominado capacidad por demanda considera la capacidad de la estructura a partir del *push-over*, que es una aproximación de respuesta dinámica no lineal de una estructura cuando se somete a una carga de sismo. Este método es más sencillo y tiene un menor costo computacional que un análisis dinámico no-lineal, entregando resultados razonablemente certeros, proporcionando una herramienta que equilibra confiabilidad y aplicabilidad práctica.

Utilizando las herramientas brindadas por el software *MATLAB*, se desarrolló una rutina que permite modelar un marco de uno a cinco pisos, incorporando en sus uniones la rótula plástica propuesta en esta investigación. Ingresando datos de entrada como parámetros mecánicos de los materiales, geometría y patrón de cargas de *push-over* ya definido, se obtuvo la respuesta estructural de un set de marcos de uno a cinco pisos, en términos de fuerza de corte basal y desplazamiento de techo.

El análisis de *push-over* corresponde a un análisis no-lineal cuasiestático, ya que la variable tiempo no está involucrada, aunque las cargas aumentan de forma progresiva hasta alcanzar la capacidad última del sistema estructural analizado. Su implementación consistió en aplicar un set de cargas laterales a una estructura de características geométricas y mecánicas conocidas, con rótulas plásticas en posiciones especificadas previamente. La intensidad de dicho patrón de cargas, es decir, la resultante de las fuerzas laterales o corte basal, se incrementa de forma progresiva. De esta manera, inicialmente la estructura se comporta como un sistema lineal elástico, hasta que la primera rótula alcanza su límite de fluencia superior, luego de lo cual se actualizan las propiedades del sistema, modificándose la matriz de rigidez. Se incrementó nuevamente la intensidad de la carga hasta la apertura de una segunda rótula, repitiéndose el procedimiento de actualización de la rigidez del sistema e incremento de carga hasta que todas las rótulas estuvieran abiertas. Una vez logrado esto, el sistema ha alcanzado su capacidad última de carga, permitiendo desde

entonces únicamente incrementos de desplazamiento lateral, sin aumento de corte basal. Una vez alcanzada la capacidad máxima, el límite de desplazamiento lateral queda definido por la capacidad de apertura máxima de las rótulas, que corresponde a un parámetro de diseño de las mismas, el cual en esta investigación se consideró virtualmente ilimitado.

Una vez obtenida la respuesta del sistema analizado en términos de corte basal y desplazamiento de techo, se grafica la relación entre estas variables, como se muestra de forma referencial en la Figura 2.4.

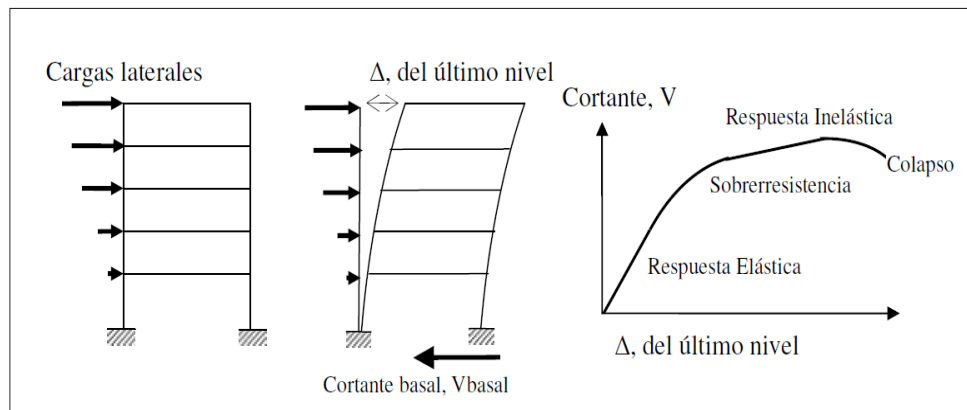


Figura 2.4: Secuencia del proceso del análisis de *push-over*. (Christopoulos, C. and Filiatrault, A., 2006)

La incorporación de rótulas plásticas en las uniones busca limitar los esfuerzos internos en los elementos unidos, los cuales se espera trabajen en rango elástico, así como también concentrar la deformación en las rótulas, disipando energía en el proceso. Debido a lo anterior, la capacidad de estas rótulas se determina en función de la capacidad flexural de los elementos a unir, reducidas por un factor de seguridad mayor que 1. De esta manera se asegura que los elementos unidos permanezcan en rango elástico. Por lo tanto, el factor de seguridad está implícitamente relacionado con la capacidad plásticas de las rótulas, la cual establece una relación entre la fuerza de postensado (T_o) del cable que aporta la componente lineal de la rótula y las fuerza de roce (F_r) que proporcionan la disipación de energía. El factor de seguridad mencionado anteriormente se consideró único para todas las

uniones viga-columna y columna-base. Esto último quiere decir que para cada marco analizado, se obtuvo el factor de reducción teórico de la respuesta, R_t , para diferentes valores de factores de seguridad, FS .

2.5. Determinación del factor R_t

El factor de modificación de la respuesta refleja las características de absorción y disipación de energía de la estructura resistente, así como la experiencia sobre el comportamiento sísmico de los diferentes tipos de estructuraciones y materiales empleados (NCh433.Of96).

En general, las estructuras sometidas a cargas de baja magnitud responden con deformaciones y desplazamientos que son proporcionales a dichas cargas, esto es, en rango lineal elástico sin daño permanente. Superado un nivel de carga que depende de la configuración geométrica del sistema y de los materiales constituyentes, la relación de proporcionalidad entre cargas y desplazamientos se pierde, comenzando el comportamiento no-lineal. En esta etapa, las deformaciones y desplazamientos se incrementan de forma acelerada dado iguales incrementos de carga, desarrollándose deformaciones permanentes, que se relacionan con disipación de energía por mecanismos plásticos, lo cual implica daño en los materiales. Igualando la energía elastoplástica del sistema no lineal con la energía elástica de un sistema lineal equivalente, se puede obtener el factor R en función de la ductilidad desarrollada por el sistema no-lineal. Sin embargo, considerando la definición operacional de dicho factor como el “cociente entre la fuerza de corta basal de un sistema lineal y el correspondiente al sistema equivalente pero considerando plasticidad, ambos trabajando al límite de su capacidad”, se puede definir R de forma más sencilla. Esta última forma de determinar R es particularmente útil cuando la capacidad de deformación última del sistema que considera comportamiento no-lineal plástico es indefinida, como es el caso de esta investigación.

2.6. Resultados esperados

A partir del análisis de *push-over*, se obtendrán curvas que relacionen el factor de reducción de la respuesta teórico, R_t , para diferentes combinaciones de factores de seguridad, para cada marco analizado. Se espera que los valores de R_t obtenidos sean mayores o iguales al valor correspondiente a estructuras de madera establecido en la NCh433 ($R=5.5$). Lo anterior representaría una ventaja que sugiere la posibilidad de realizar diseños seguros en estructura de madera, con menor demanda sísmica y, por tanto, menos costo en madera.

Sin embargo, de no obtenerse valores de R_t menores al indicado en la NCh433 para estructuras de madera, de todas formas el uso de la rótula plástica representaría un beneficio desde el punto de vista del desempeño estructural, ya que permitiría limitar al rango elástico a los elementos de madera, concentrando las deformaciones plásticas en las rótulas. Adicionalmente, la estructura podría recuperar su configuración original una vez terminado el evento sísmico, sin daño permanente, reduciendo el costo en reparaciones, aun cuando el costo original del diseño pudiera ser más alto.

3. Revisión bibliográfica

3.1. Justificación y contextualización

Chile es uno de los países más sísmico del mundo, fenómenos cuya ocurrencia suele generar cuantiosas pérdidas. Es por eso la necesidad de mantener las estructuras en pie y evitar desastres que derivasen en pérdidas económicas y de vidas humanas, es la razón por la cual se han desarrollado los estudios que modelan el comportamiento dinámico de las estructuras. Esto último con la finalidad de desarrollar metodologías de diseño más confiables y certeras, favoreciendo la seguridad de las estructuras ante el colapso.

Para eventos sísmicos de pequeña magnitud, se espera que las estructuras permanezcan en el rango elástico, con todos los esfuerzos bajo los niveles de fluencia. Cuando la magnitud es moderada, se espera daño estructural menor y reparable. En el caso de un sismo severo con características de sismo de diseño (magnitud 7.5 o más) se espera daño severo, incluso irreparable, con la consiguiente necesidad de demolición de la estructura, siendo imperativo que esta se mantenga en pie, permitiendo la evacuación de sus ocupantes y el resguardo de la vida humana, según la filosofía de la norma NCh433.

El diseño sísmico en Chile está basado en la ductilidad inherente aunque escasamente cuantificada de los edificios, para prevenir fallas catastróficas (NCh433.Of96). Es aceptando un determinado nivel de daño estructural y no estructural, el cual se relaciona directamente con la capacidad de disipación de energía y ductilidad de la estructura. Esta filosofía ha sido implementada en los códigos de diseño de nuestro país, ya sea en los métodos por análisis estático o de respuesta modal espectral.

Las técnicas convencionales de disipación de energía se han complementado con sistemas adicionales a los componentes estructurales de la edificación, los cuales modifican las características dinámicas de la estructura, disipando parte de la energía impuesta por el sismo.

La idea de implementar dispositivos de disipación de energía sísmica en una estructura radica en amplificar la capacidad de disipar energía durante un evento sísmico. Estos dispositivos permiten que la energía se concentre en los disipadores reduciendo paulatinamente el movimiento de la estructura. (Figura 3.1)

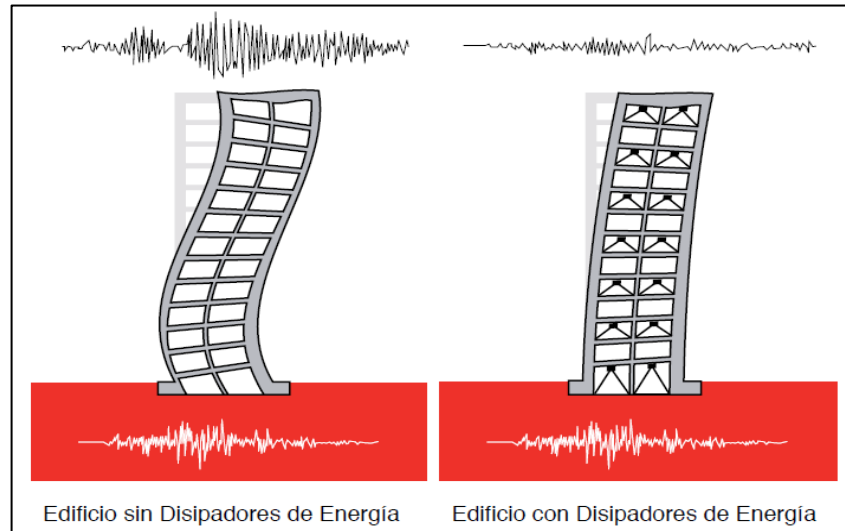


Figura 3.1: Edificio sin disipadores y con disipadores de energía. (Sistemas de Aislación Sísmica y Disipación de Energía, Documentos técnicos 2012).

El uso de dispositivos de disipación tiene como objetivo reducir la demanda sísmica sobre la estructura controlando su deformación y, por lo tanto, su daño, buscando una relación directa con el factor de reducción de la respuesta especificado en la norma Chilena NCh433.

El proyecto busca validar numéricamente el dispositivo analizado, ser una buena solución y alternativa en diseños estructurales antisísmicos, reduciendo la demanda sísmica sobre las estructuras en que se utilicen.

3.2. Marco Teórico

Un sismo se puede definir como un fenómeno natural de tipo geológico, que se entiende como el desplazamiento relativo de porciones adyacentes de la corteza terrestre que libera ondas sísmicas que se propagan hasta la superficie manifestándose como vibración o movimiento de la superficie (Ciencias de la Tierra– Una Introducción a la Geología Física, 2005). La ocurrencia temporal, espacial y la magnitud de estos eventos no es aún posible de pronosticar con certeza. Los casos en que con medios científicos se ha logrado alguna aproximación, son sumamente escasos y todavía no dan pie para el establecimiento de un método de pronóstico suficientemente confiable. La forma en que en la actualidad se estiman las características de un evento sísmico futuro es por medio de análisis estadístico del comportamiento de la corteza terrestre utilizando datos históricos, es el establecimiento de la probabilidad de ocurrencia de sismos de cierta magnitud en una zona determinada, con un cierto período de retorno (Pérez, J.L., Salcedo-Hurtado, E.J., y Mora-Páez, H. 2014).

En la filosofía de diseño sismorresistente de edificaciones, se supone que la disipación de energía sísmica ocurre por comportamiento inelástico de las estructuras. Esta consideración permite obtener diseños más económicos de la estructura, en comparación con diseños en rango elástico, sin reducir la seguridad. Esta seguridad dependerá de que los mecanismos que se formen como resultado del comportamiento inelástico sean estables, lo cual se relaciona con su capacidad de deformación plástica o ductilidad. Con la finalidad de cuantificar este comportamiento y conocer la capacidad de la estructura y su nivel de seguridad, diversos investigadores han propuesto métodos y modelos para predecir la respuesta inelástica (Flores Barreto, 2003). En este tipo de análisis entran en juego muchas variables y parámetros, que necesitan ser definidos y/o supuestos.

La capacidad de una estructura de soportar demandas sísmicas depende de la resistencia y deformación máxima de cada uno de sus elementos. Un edificio, luego de soportar acciones sísmicas de gran intensidad, puede sufrir daños de forma global o parcial. Lo anterior hace relevante la incorporación de elementos de disipación de energía localizada, que concentren

las deformaciones plásticas, prevengan el daño estructural y sean fáciles de cambiar y reparar.

El comportamiento de cada elemento dentro de los límites de diseño es fundamental para prevenir el daño estructural del edificio. Debido a la frecuente exposición a movimientos sísmicos, el comportamiento de cualquier elemento puede variar, de un rango lineal a un rango no lineal. Para determinar sus capacidades más allá del límite elástico, es necesario utilizar algún tipo de análisis no lineal, que incorpore directamente las propiedades inelásticas de los materiales utilizados.

En el diseño estructural, la estimación de la capacidad sísmica de edificios es importante y existen varias formas de realizarla. Para casos especiales o de investigación, generalmente un análisis dinámico no-lineal paso a paso es recomendado, aun cuando el trabajo de preparación de datos y de interpretación de resultados sea extenso. Sin embargo, para diseño y evaluación de estructuras comunes, es preferible el uso de procedimientos de análisis menos laboriosos y de menor costo computacional como el análisis *push-over*.

El uso del análisis *push-over* ha tomado importancia debido a que se ha incorporado en las recomendaciones de algunas agencias reconocidas para la evaluación sísmica de estructuras (ATC, 1996; FEMA273, 1997). Las ideas originales para este método de evaluación se desprenden del trabajo de Freeman et al. (1975). Recientemente, algunas de las limitaciones de este tipo de análisis se están corrigiendo con la extensión del método para considerar modos superiores de vibración (Chopra y Goel, 2001). Uno de los primeros programas simplificados para el análisis *push-over* de edificios fue el desarrollado por Kilar y Fajfar (1997), el cual utiliza macroelementos para reducir el trabajo de captura de información y de análisis. Estos macroelementos son subestructuras tales como marcos, muros o muros acoplados.

Por otra parte en los procedimientos de análisis y diseño sismorresistente de estructuras se hace necesario introducir simplificaciones o aproximaciones. Estas permiten estudiar la equivalencia entre el análisis elástico a partir del cual se efectúan los cálculos, con el comportamiento elastoplástico. Este último corresponde al comportamiento real de las

estructuras cuando son sometidas a la acción de terremotos fuertes. Una de estas simplificaciones, consiste en diseñar las estructuras de manera que estas dispongan de una resistencia lateral inferior a la requerida de acuerdo a un análisis elástico lineal. Esto último asume como hipótesis que las estructuras podrán desarrollar deformaciones plásticas y ductilidad cuando se sometan a un evento sísmico severo. Este tipo de diseño se consigue mediante la aplicación de cargas laterales provenientes de espectro de diseño elástico, afectas por factores de reducción de respuesta, R .

El concepto de factor de reducción de respuesta se basa en la premisa de que un sistema estructural bien detallado es capaz de sostener grandes deformaciones sin llegar a colapsar (Vielma, 2006). Al aplicar en el diseño de estructuras sismorresistentes factores de reducción mayores que la unidad, se acepta la hipótesis de que la demanda sísmica de una estructura analizada en rango lineal elástico, es proporcional a la demanda inelástica de esta misma estructura, siendo R el factor de proporcionalidad. La segunda simplificación asumida es que si se acepta un comportamiento significativamente no lineal, es lógico esperar que ocurra un daño global importante en la estructura.

El uso de los factores de reducción para determinar fuerzas sísmicas de diseño a partir de las correspondientes a la respuesta elástica se ha realizado partiendo de los valores sugeridos inicialmente por Veletsos y Newmark (1960). En su investigación, vincularon los factores de reducción de respuesta con los valores esperados de ductilidad global de desplazamiento, de acuerdo con los rangos de períodos dentro del espectro de aceleraciones. Los valores adoptados obedecen a los criterios derivados de la comparación de los espectros elásticos e inelástico de respuesta, los cuales mostraban iguales fuerzas para el rango de frecuencias altas, igual energía absorbida para el rango de frecuencias intermedias e iguales desplazamientos para las frecuencias bajas.

3.3. Comportamiento Inelástico

Al diseñar el sistema sismorresistente de los edificios para una carga sísmica menor a la crítica, (F/R), se entiende que cuando el sismo de diseño actúa sobre la edificación, en ella se presentan deformaciones inelásticas. Es decir, la estructura deja de comportarse linealmente para presentar un comportamiento no lineal con deformaciones permanentes debido a daño estructural (Valencia R. y Valencia C. 2008). En la Figura 3. 2 se representa este comportamiento.

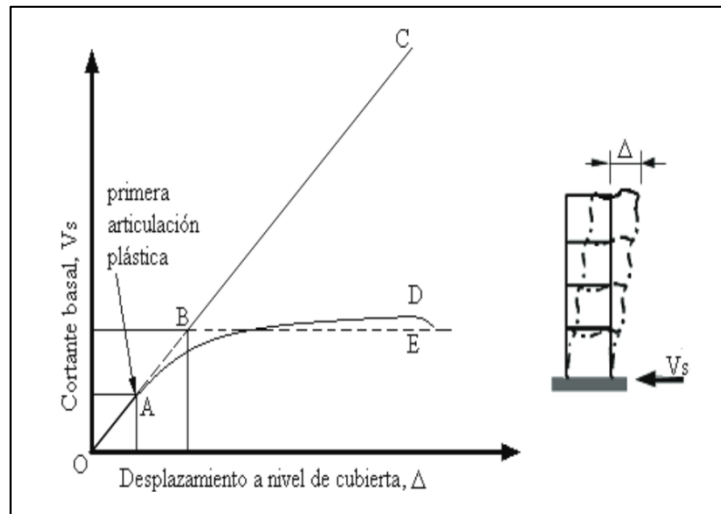


Figura 3.2: Comportamiento inelástico de una estructura solicitada por una fuerza horizontal (Valencia-Clement, 2005).

La línea OC muestra el comportamiento elástico de la estructura, en la que los desplazamientos se suponen proporcionales a la magnitud de la fuerza aplicada. El punto A representa el inicio del comportamiento plástico a partir del cual la relación entre fuerza y desplazamiento deja de ser lineal. En la medida se incrementa la carga y/o el desplazamiento impuesto, este comportamiento plástico se acentúa, con mayor degradación de rigidez, como en el tramo AD . Eventualmente, la rigidez del sistema puede volverse nula como en el punto D o negativa, como en el tramo DE , condición que precede el

colapso estructural. Este tipo de comportamiento es muy complejo, por lo que es común simplificarlo a un comportamiento elásto-plástico perfecto, como en OBE.

Para determinar el comportamiento inelástico de pórticos (curva de capacidad) se requiere realizar un análisis no lineal que tenga en cuenta tanto la no linealidad geométrica como la no linealidad del material (curva esfuerzo frente a deformación). De esta manera, es posible predecir el mecanismo de falla del pórtico y determinar su comportamiento bajo la acción del sismo de diseño (curva de desempeño) (Valencia - Clement, 2005). Una forma relativamente sencilla de obtener estas curvas de desempeño no-lineal es por medio de un análisis cuasiestático de tipo *push-over*. Este consiste en un análisis con un patrón de carga definido cuya magnitud crece monótonamente desde cero, considerando la no linealidad, de los elementos estructurales y la degradación de rigidez del sistema.

El análisis de *push-over* es un método simple y eficiente para estudiar la capacidad resistencia-deformación de una estructura, bajo una distribución esperada de fuerzas laterales. Ante la dificultad de realizar el análisis no lineal en el proceso de cálculo, se permite la aplicación del análisis elástico, con fuerzas sísmicas reducidas mediante factores de reducción de respuesta, conocidos como factores R (NCh433). Esta reducción ha sido ampliamente aceptada, dado que las estructuras calculadas bajo esta condición, han mostrado un buen desempeño durante la ocurrencia de eventos sísmicos fuertes (Vielma, 2006).

Para realizar el análisis, se incorpora directamente la respuesta inelástica del material. La estructura se empuja hacia un desplazamiento esperado (o hasta su capacidad última). De esta manera se obtienen deformaciones y las fuerzas internas de la estructura. El proceso de obtención de esa curva de capacidad asume un análisis con incrementos de carga o desplazamientos finitos. Para cada incremento de carga (o desplazamiento) se determina el correspondiente incremento de desplazamiento (o carga), definiendo un par ordenado fuerza lateral – desplazamiento. Una vez alcanzado el punto de rigidez nula del sistema estructural y/o capacidad de deformación nula de los materiales, se grafica el set de pares ordenados para obtener la curva de *push-over* o curva de capacidad. En el caso particular de

esta investigación, a partir de la implementación del modelo de rótula plástica propuesto en los cinco marcos analizados, se obtuvieron curvas de capacidad para todas las combinaciones de los parámetros considerados en el análisis. Cada una de estas curvas se asocia a un factor de reducción de la respuesta teórico, R , que es específico para el patrón de carga dados y los parámetros con los cuales se construyó la curva. El análisis se realizó manteniendo las cargas gravitacionales constantes y aplicando a la estructura un patrón de cargas laterales consistente con el método estático de la NCh433.

3.4. Coeficiente de reducción de la respuesta R

Para una fuerza aplicada, F_E , la estructura se comporta elásticamente, lo que generaría un desplazamiento Δ_m . Mientras que si el comportamiento de la estructura es plástico, se alcanzaría el mismo desplazamiento para una fuerza reducida, F_E/R . Este planteamiento fue propuesto por Newmark y Hall, 1973, para el caso de estructuras con períodos relativamente largos. Para estructuras de períodos cortos sugirieron usar el principio de igualdad de energía, lo que se basa en la determinación de R a partir de la igualación de las áreas bajo la curva fuerza-desplazamiento, lo cual corresponde a energía. Esto se puede ver gráficamente en figura 3.3, considerando igualdad de área bajo los segmentos OAB y OECD. Esta propuesta influyó en las prácticas de diseño alrededor del mundo en forma trascendental.

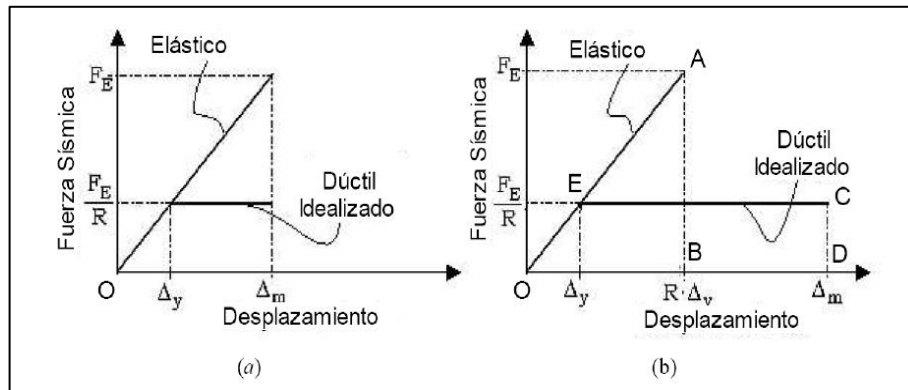


Figura 3.3: Principios de igualdad de desplazamientos e igualdad de energías para determinación de R en estructuras con periodos largos y cortos, respectivamente. (Valencia Clement, 2005).

De la Figura. 3. 3 (a), la ductilidad (μ) definida en función de desplazamientos, es:

$$\mu = \frac{\Delta_m}{\Delta_y} = R \quad (7)$$

De la Figura 3 .3 (b), igualando las energías, se obtiene:

$$\mu = \frac{R^2+1}{2} \quad (8)$$

A partir de estas expresiones, Newmark y Hall, 1973, propusieron las conocidas ecuaciones:

Períodos largos, $T > 0.5$ s $R = \mu$

Períodos cortos, $T < 0.5$ s $R = 2\mu - 1$

A partir de las expresiones de Newmark y Hall se da pie a la propuesta de NEHRP 2003 (Federal Emergency Management Agency, 2003). En este último calcula el R, comparando el comportamiento elástico de la edificación con el punto donde se presenta la primera articulación plástica, ver la Figura. 3.4.

En la presente investigación se evaluó el R , siguiendo el procedimiento de NEHRP 2003 el cual tiene sus bases en el método propuesto por Newmark y Hall.

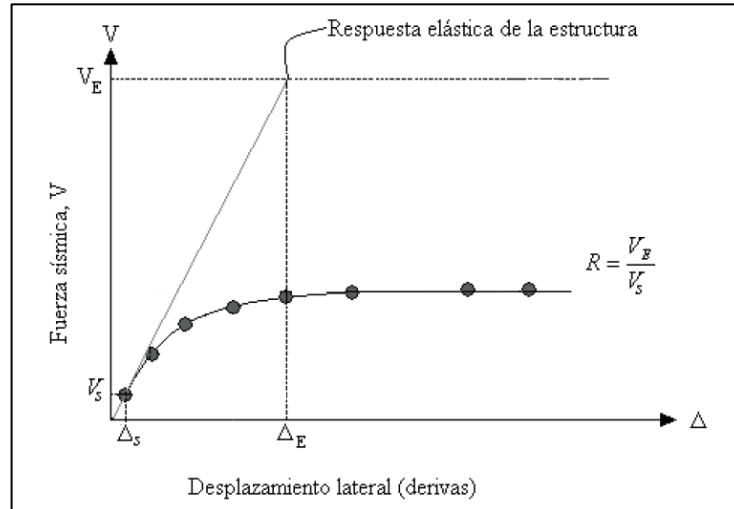


Figura 3.4: Determinación del R , según NEHRP (FEMA 450, 2003)

Donde:

V_E : Cortante elástica máxima que depende del nivel de amenaza sísmica considerado que el sistema se comporta elásticamente.

V_s : Cortante elástica que actúa cuando se presenta la primera articulación plástica.

4. Formulación del Análisis de push-over

Para comprender la metodología propuesta para realizar el análisis de *push-over*, será útil la demostración de cómo trabaja la rutina programada en el desarrollo de este proyecto, para entender la formulación del análisis desde un principio.

Para poder ejemplificar la metodología con la cual se abordó el problema, se describirá el algoritmo del paso a paso que se realizó en el caso más sencillo: marco de un piso. La misma metodología se utilizó para desarrollar los marcos de los pisos 2 hasta el piso 5, lo que implicaría el aumento de los pasos hasta llegar a la apertura de todas las rótulas.

El parámetro de entrada, (*input*) será el factor de seguridad a la falla por flexión en la madera, de ahora en adelante, *FS*.

Para resumir el algoritmo de resolución del análisis de *push-over*, se presenta en la figura 4.1 un diagrama de flujo que consiste en una descripción sintetizada de cada paso. Cabe señalar que la cantidad de pasos está directamente relacionado con la cantidad de rótulas que tenga el marco. Es decir, que el algoritmo continúa según la cantidad de pasos necesarios para lograr la apertura de todas las rótulas. Para luego, finalmente calcular el factor de reducción a la respuesta teórico, como el cociente entre la intensidad de la carga lineal y la carga de *push-over*. La primera corresponde a la magnitud del corte basal con el que se alcanza el límite elástico del marco con uniones rígidas y la segunda al corte basal máximo que resiste el marco con rótulas plásticas, una vez que todas estas se han plastificado.

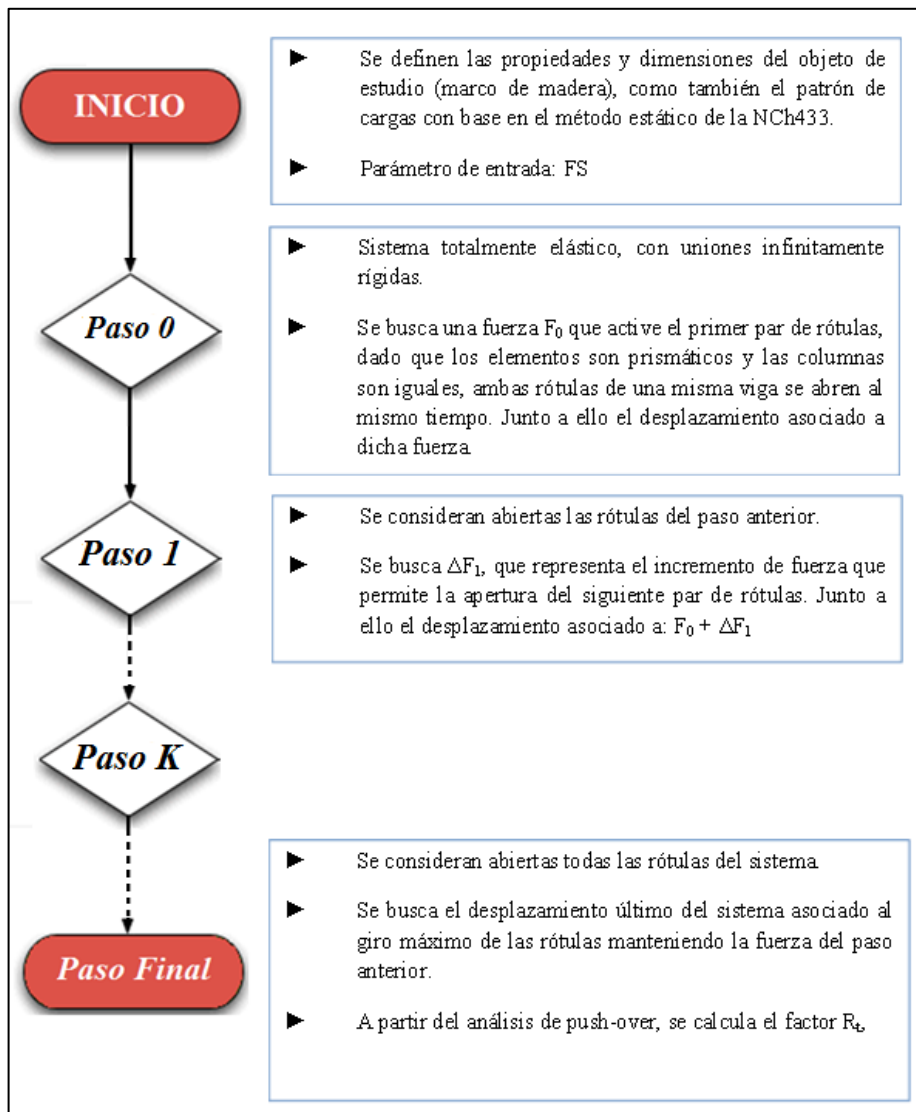


Figura 4.1: Diagrama de flujo que resume el algoritmo trabajado en *MATLAB*.

4.1. Definición de material y secciones para cada piso

Para calcular el esfuerzo de corte producido por la acción sísmica en el nivel basal del edificio, se utilizó la fórmula (1) de la NCh433, la cual permite determinar el esfuerzo de corte basal por medio de los siguientes parámetros:

$$Q_0 = C \cdot I \cdot P \quad (9)$$

Donde:

C: Coeficiente sísmico que se define en 6.2.3.1 y 6.2.7 en NCh433.

I: Coeficiente relativo al edificio, cuyos valores se especifican en Tabla 6.1 de acuerdo con la clasificación indicada en 4.3 de NCh433.

P: Peso total del edificio sobre el nivel basal.

A partir de la Tabla 5.1 de la NCh433 se puede extraer el valor máximo de los factores de modificación a la respuesta según el material estructural, con el que luego se pudo calcular el coeficiente sísmico utilizando la fórmula (2) de la NCh433, con la cual se obtuvieron valores más altos de coeficientes sísmicos que los señalados en la Tabla 6.4 de valores máximos de coeficientes sísmicos, de la NCh433, y como se señala en dicha norma, no se necesita utilizar valores mayores a los indicados en esa Tabla. El Factor *R* y $C_{m\acute{a}x}$ según el material estructural empleado (madera) corresponden a: $R=5,5$ y $C_{m\acute{a}x} = 0,40 \cdot SA_0/g$.

Se define el tipo de suelo y sus parámetros de análisis, de acuerdo a la modificación de la Tabla 6.3 de la NCh433, que por medio del ítem 12.3 del D.S 61 (2011), determina el valor del parámetro *S* igual a 1,0 para un Tipo de suelo B.

Para obtener el valor de la aceleración efectiva A_0 , es necesario definir una zona sísmica donde se emplace la estructura. Para ello, se consideró que el edificio se emplaza en la octava región, en la ciudad de Concepción. Por lo tanto, de acuerdo a Tabla 4.2 de la NCh433, la zona sísmica que le corresponde es la número 3. Finalmente, de acuerdo a Tabla 6.2 de la NCh433, se obtiene que el valor de la aceleración efectiva corresponde a 0,40 g.

Luego, reemplazando los valores de *S* y A_0 , se calcula el valor de $C_{m\acute{a}x}$ obteniendo por resultado $C_{m\acute{a}x} = 0,16$.

Obtenido el valor del coeficiente sísmico, se determina el valor del coeficiente de importancia I , el cual depende de la categoría de ocupación del edificio. Para este proyecto se consideró que el edificio es de categoría ocupacional II, por lo que de acuerdo a Tabla 4.1 de la NCh433, le corresponde un factor de importancia de $I = 1$.

Para calcular el valor de peso sísmico del edificio, P , se fijaron las dimensiones del marco para calcular el área de la losa aportante a éste. Para ello, se definió un largo y un ancho con el cual se determinó un área tributaria de la losa de hormigón sobre cada piso del marco. A su vez, se asumió un espesor de losa de 0,15 m, con el cual se pudo determinar su volumen y considerando un peso específico de: $\gamma_{\text{hor}}=23,5 \text{ kN/m}^3$, se obtuvo el peso de la losa, considerando el mismo peso para cada piso.

En la determinación de las tensiones admisibles y módulo de elasticidad se definió la utilización de la madera de clase estructural F 8, de acuerdo a la NCh1198. Esta presenta las siguientes características de importancia para el desarrollo de cálculos y análisis posteriores:

$$\begin{aligned}\sigma_{adm,c} &= 0,66 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2} \\ \sigma_{adm,f} &= 0,86 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2} \\ E &= 0,69 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}\end{aligned}$$

$\sigma_{adm,c}$: Tensión admisible de compresión paralela para madera de clase estructural F 8.

$\sigma_{adm,f}$: Tensión admisible flexión para madera de clase estructural F 8.

E : Módulo de elasticidad a flexión para madera de clase estructural F 8.

Para dimensionar el marco es necesario definir espaciamiento entre columnas y altura de piso. Para lo anterior, se utilizaron valores típicos para marcos, y tienen los siguientes valores:

$$H_{tc} = 2,5 \text{ m}$$

$$L_v = 5 \text{ m}$$

$$H_t = H_{tc} \cdot n$$

Donde:

H_{tc} : Altura de las columnas de un piso.

L_v : Longitud de viga entre caras interiores de columnas.

H_t : Altura total del marco (m)

n : Número de pisos.

La Figura 4.2, muestra las dimensiones asignadas a la losa de hormigón para realizar los cálculos del peso sísmico. Se acota el área tributaria a considerar para posteriormente realizar el cálculo del corte basal.

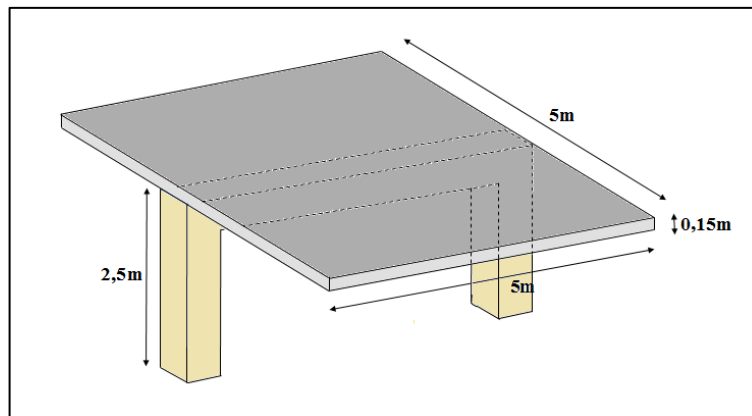


Figura 4.2: Dimensiones de la losa de hormigón para el cálculo del área tributaria de un piso.

El peso de la losa de hormigón se calcula multiplicando su área tributaria por el peso específico, obteniendo así el siguiente peso de la losa: $P_{losa} = 88,13 \text{ kN}$.

La sobrecarga y tabiquería fue obtenida de los ítem 5 y 6, y de la Tabla 3 de la NCh1537 “Diseño estructurales de edificios – cargas permanentes y sobrecargas de uso”. Para la tabiquería se obtiene una carga de 1 kPa y para la sobrecarga de uso un valor de 2,5 kPa.

Según el ítem 7.3 de reducción de sobrecargas para pisos (NCh1537), las sobrecargas de uso de cualquier elemento que soporta un área tributaria igual o mayor a 15m² se puede reducir de acuerdo a la siguiente expresión:

$$q_{k,red} = C_A \cdot q_k \quad (10)$$

De acuerdo a la Tabla 6.2 de la NCh433, interpolando para un área igual a A=25m², se obtiene un coeficiente de reducción igual a 0,8.

De esa manera, considerando tabiquería y sobrecarga reducida para un área tributaria igual a 25m², obtenemos los siguientes pesos para cada piso:

Tabla 4.1: Pesos de tabaquería y Sobrecarga de eso.

Tabiquería	Sobrecarga de uso reducido, C_A·q_k
25 kN	50 kN

Las sobrecargas de uso establecidas en los ítem 6.1, 6.2 y 6.4 de la NCh1537 pueden ser reducidas cuando actúan simultáneamente con las solicitaciones sísmicas de acuerdo a como se establece en la NCh433. Esta última dice que “para cálculo de las masas se deben considerar las cargas permanentes más un porcentaje de la sobrecarga de uso, la que no puede ser inferior a 25 % en construcciones destinadas a la habitación privada o al uso público donde no es usual la aglomeración de personas o cosas, ni a un 50% en construcciones en que es usual esa aglomeración”. Para este proyecto se consideró un valor de 30% de porcentaje de sobrecarga.

Finalmente el peso sísmico P , por piso es el siguiente:

$$P = (88.125 \text{ N} + 25.000 \text{ N} + (0,30 \cdot 50000 \text{ N}))$$

$$P = 128.125 \text{ N}$$

Y reemplazando en Ec. (9), se obtiene el valor del corte basal:

$$Q_0 = C \cdot I \cdot P$$

$$Q_0 = 0,16 \cdot 1 \cdot 128.125$$

$$Q_0 = 20.500 \text{ N}$$

Utilizando el corte basal determinado antes, Q_0 , se pueden obtener los momentos en los extremos de los elementos del marco de acuerdo a la enumeración de grados de libertad definida con anterioridad, como ejemplifica en la Figura 4.3 para un marco de un piso. Considerando que el sistema es totalmente elástico, y con uniones infinitamente rígidas.

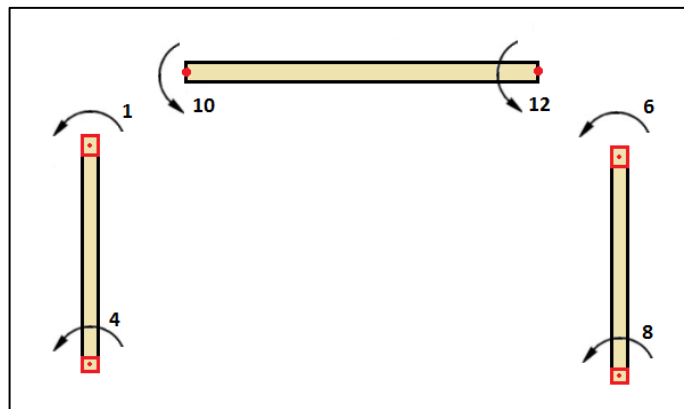


Figura 4.3: Ejemplo de grados de libertad asociados a giro para calcular tensiones internas.

Con el valor de corte basal se obtienen los momentos flectores máximos de los elementos, con los cuales se pueden obtener las tensiones solicitantes en las vigas y columnas a partir de la ecuación de Navier:

$$\sigma_t = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_x} \quad (11)$$

Donde:

$M_{m\acute{a}x}$: Momento flector máximo del elemento.

W_x : Módulo resistente de la sección

Para una sección rectangular el módulo resistente de la sección se calcula según la siguiente expresión:

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (12)$$

Donde:

b : Ancho de la sección transversal del elemento.

h : Altura de la sección transversal del elemento.

Reemplazando en Ec. (11), se obtienen el valor de las tensiones solicitantes en los elementos. Teniendo como datos las tensiones admisibles del material, se determina un factor de ocupación de la sección transversal, f , como se describe a continuación:

$$f = \frac{\sigma_t}{\sigma_{adm}} < 1 \quad (13)$$

Lo anterior permite encontrar secciones que cumplen con la relación (13), buscando que f sea cercano a 1 para asegurar un uso más eficiente de los elementos de madera. De esta manera, se determinaron las escuadrías de las secciones de madera, las cuales se ilustran en la Figura 4.4.

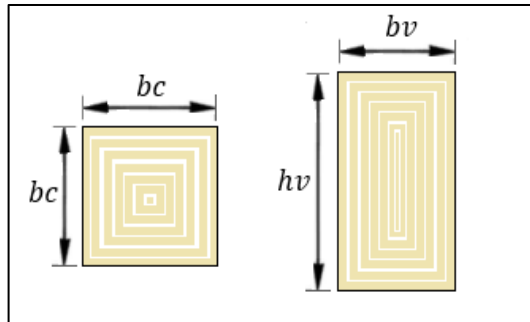


Figura 4.4: Sección cuadrada de columna y sección rectangular de viga.

Luego del análisis estático y del cálculo del corte basal se determinaron secciones que cumplieran con los desplazamientos de techos según NCh433, sin superar las tensiones admisibles del material. Realizado lo anterior, queda definido cada marco según la cantidad de pisos y escuadría de sus elementos constituyentes, de acuerdo a Tabla 4.2 la cual incluye además los datos de corte basal, desplazamientos y factor de ocupación.

Tabla 4 2: Secciones de viga y columna para cada marco.

	Q (N)	u (m)	f_c	f_v	b_c (m)	h_v (m)	b_v (m)
Marco de un Piso	20.500	0,0049	0,515	0,348	0,325	0,245	0,155
Marco de 2 Pisos	41.000	0,0098	0,502	0,457	0,425	0,375	0,215
Marco de 3 Pisos	61.500	0,0148	0,545	0,525	0,465	0,445	0,265
Marco de 4 Pisos	82.000	0,0198	0,525	0,637	0,545	0,485	0,275
Marco de 5 Pisos	102.500	0,0245	0,553	0,686	0,565	0,535	0,285

Como se puede observar en la Tabla 4.2 los desplazamientos obtenidos se ajustan a los máximos permitidos por la norma NCh433, la cual especifica que los desplazamientos deben ser menor a la altura entre pisos multiplicado por 0,002.

Una vez definidos y calculados los parámetros que caracterizan el material y su geometría, se pueden realizar cálculos de parámetros necesarios para seguir el análisis del problema que se está caracterizando.

4.2. Paso 0

Para dar comienzo al análisis de *push-over* se considera que el sistema es totalmente elástico, eso implica que no se ha abierto ninguna de las rótulas plásticas del marco, a su vez se considera que las uniones son rígidas. Estas consideraciones ocurrirán en el primer paso, de ahora en adelante, Paso 0.

En la Figura 4.5 se comienza por describir el marco de un piso, en el cual se ilustra la posición de las rótulas y su respectiva numeración, la cual es importante para la interpretación de los resultados y análisis.

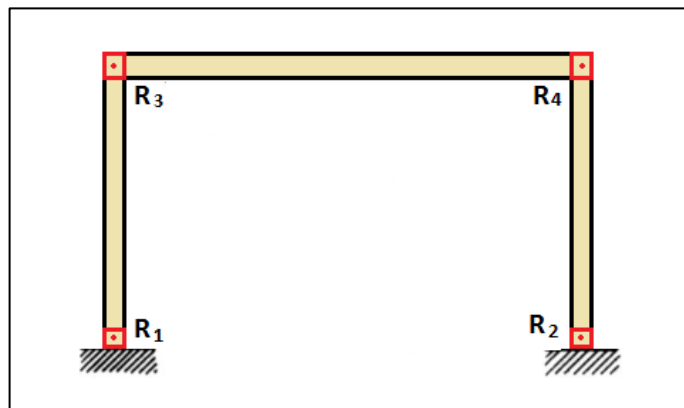


Figura 4.5: Marco de un piso con enumeración de rótulas.

El sistema tiene 3 grados de libertad, los cuales consisten en un desplazamiento, dos giros en los nodos superiores y apoyados en la base. A lo anterior se le llamara sistema ensamblado y apoyado, el cual se muestra a continuación:

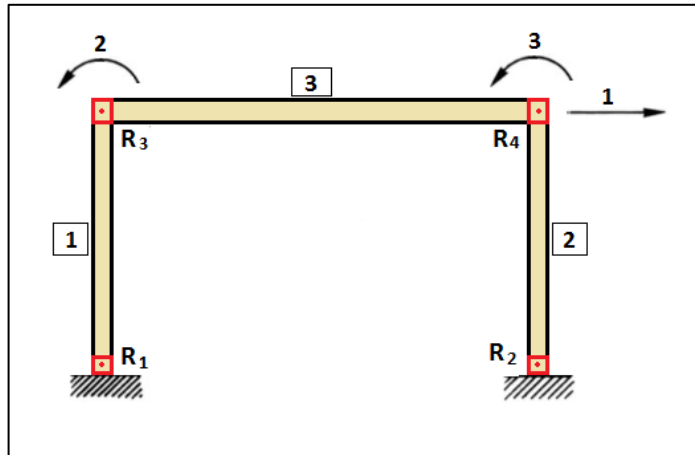


Figura 4.6: Marco de un piso con enumeración de rótulas, de grados de libertad y elementos.

El sistema se desensamblará para poder conocer las fuerzas internas, aumentando así a 12 grados de libertad (para este marco), como se muestra continuación:

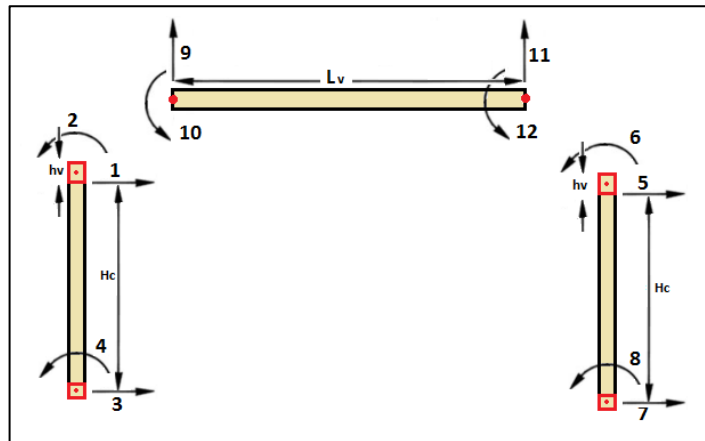


Figura 4.7: Marco de un piso desensamblado y con enumeración de grados de libertad.

Ambos sistemas estarán relacionados cinemáticamente por una matriz, la cual irá variando según el par de rótulas que se vayan abriendo, e irán relacionadas a cada Paso.

Para continuar, una vez definido y determinado los datos mencionados anteriormente, se continúa con el cálculo y definición de las matrices que serán características de las propiedades y geometría de los elementos de la estructura.

En primera instancia se procede a calcular la matriz de rigidez, la que permitirá relacionar los desplazamientos en los nodos, con los esfuerzos puntuales efectivos en dichos puntos.

Tanto para vigas como para columnas de madera, se consideró la matriz de rigidez de Euler-Bernouilli. En este elemento, las deformaciones de deben a la flexión, despreciándose la deformación por carga axial y corte:

$$K = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Donde:

E: Módulo de elasticidad a flexión del material.

I: Inercia de la sección transversal

L: Longitud del elemento.

Las longitudes de los elementos, e inercias pueden ser de la viga o de la columna. En el primer caso corresponde a la longitud entre caras interiores de las columnas, considerando cinemática de cachos rígidos para referir los grados de libertad del elemento al nodo, correspondiente a la intersección de ejes de viga y columna.

Los grados de libertad del sistema ensamblado y apoyado, se relacionan cinemáticamente con el sistema desensamblado, para ello se construye una matriz de relación cinemática,

que impone las condiciones de vínculo. Esta matriz relaciona al marco de 3 grados de libertad (1 desplazamiento y 2 giros en los nodos superiores, figura 4.6) con el sistema desensamblado del mismo marco, con 12 grados de libertad (figura 4.7), como lo ejemplifica la siguiente relación:

$$u_{db} = L_{ea0} \cdot u_{ea} \quad (14)$$

Donde:

u_{db} : Grados de libertad del sistema diagonal por bloque (sistema desensamblado).

L_{ea0} : Matriz de relación cinemática, donde el 0 denota que corresponde al Paso 0.

u_{ea} : Grados de libertad del sistema ensamblado y apoyado.

Dando para este caso característico la siguiente matriz:

$$L_{ea0} = \begin{bmatrix} 1 & h_v/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & h_v/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_c/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -b_c/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde:

h_v : Altura de la sección de viga cuadrada.

b_c : Ancho de columna de sección cuadrada.

La matriz está conformada por solo ceros en las filas en donde el sistema original se encuentra empotrado en la base, donde aparecen 1 implica que el grado de libertad original con el del sistema desensamblado son los mismos, y donde se encuentran los otros términos implica la relación que existen en los grados de libertad de ambos sistemas.

Matriz Diagonal por bloques

Esta matriz está conformada por las rigideces de los elementos, con la siguiente numeración: Elemento 1: columna izquierda, elemento 2: columna derecha, y elemento 3 corresponde a la viga de techo. (Ver figura 4.6).

Por medio de la función *blkdiag* de *MATLAB* se conforma la matriz diagonal por bloques, la cual permitirá obtener las matrices de rigidez del sistema ensamblado y apoyado:

$$K_{db} = \text{blkdiag} (K_{c1}, K_{c2}, K_v)$$

Donde:

K_{db} : Matriz diagonal por bloques del Sistema.

K_{ci} : Matriz de rigidez de columna i.

K_v : Matriz de rigidez de viga.

Se obtiene una matriz como la del siguiente ejemplo, donde la diagonal está conformada por las matrices de rigidez las cuales siguen el orden de la enumeración de los elementos.

$$K_{db} = \begin{bmatrix} K_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & K_v \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez del marco ensamblado y apoyado

Para encontrar la matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado se realiza la siguiente operación matricial:

$$K_{ea0} = L_{ea0}^T \cdot K_{db} \cdot L_{ea0} \quad (15)$$

Donde:

K_{ea0} : Matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado del Paso 0.

L_{ea0}^T : Matriz transpuesta de relación cinemática del Paso 0.

K_{db} : Matriz diagonal por bloques del Sistema.

L_{ea0} : Matriz de relación cinemática del Paso 0.

Obteniendo la matriz de rigidez del marco ensamblado y apoyado se pueden calcular los desplazamientos para dicho sistema multiplicando la inversa de la matriz de rigidez por el vector de fuerzas en el cual se está considerando una fuerza unitaria, tal como se muestra en la siguiente operación matricial.

$$u_{ea0} = K_{ea0}^{-1} \cdot [1; 0; 0] \quad (16)$$

Donde:

u_{ea0} : Desplazamientos sistema ensamblado y apoyado Paso 0.

K_{ea0}^{-1} : Inversa de la matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado Paso 0.

Para expandir esos grados de libertad a los correspondientes al sistema desensamblado, se utiliza la relación cinemática como se muestra a continuación:

$$u_{db0} = L_{ea0} \cdot u_{ea} \quad (17)$$

Donde:

u_{db0} : Desplazamientos del sistema desensamblado del Paso 0.

L_{ea0} : Matriz de relación cinemática del Paso 0.

Una vez determinado los desplazamientos en el sistema desensamblado, se puede calcular el vector de fuerzas internas o fuerzas nodales en cada elemento utilizando la matriz

diagonal por bloque calculada anteriormente. Este vector de fuerzas internas está relacionado a una fuerza unitaria.

$$F_{db0} = K_{db} \cdot u_{db0} \quad (18)$$

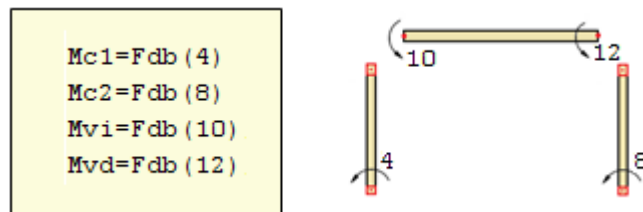
Donde:

F_{db0} : Fuerzas internas del sistema desensamblado del Paso 0.

K_{db} : Matriz diagonal por bloques del Sistema.

u_{db0} : Desplazamientos del sistema desensamblado del Paso 0.

Para continuar, en el vector de fuerzas internas, F_{db0} , se identifican los grados de libertad de giro. Según la designación inicial de los grados de libertad (según Figura 4.7) se encuentran los momentos en la base de las columnas en los g.d.l. 4 y 8 y a su vez los momentos en los extremos de las vigas en g.d.l. 10 y 12. Estos últimos corresponden a los momentos en las rótulas plásticas correspondientes a los extremos de la viga:



Para obtener las magnitudes de los momentos que solicitan a cada rótula se busca el valor absoluto de los valores anteriormente encontrados:

$$M = abs([M_{c1}; M_{c2}; M_{vi}; M_{vd}]) \quad (19)$$

Donde:

M : Vector de magnitudes de los momentos que solicitan a cada rótula producto de una fuerza unitaria.

Obtenido el vector M , se necesita determinar la magnitud del patrón de carga que permite el inicio de la apertura de la primera(s) rótula(s) plástica(s). Para lograr lo anterior, se debe determinar la tasa de ocupación de cada rótula plástica, M_r , dividiendo el momento plástico correspondiente de cada rótula por su magnitud del momento solicitante en cada rótula plástica determinado con intensidad de carga unitario ($F'=1$).

$$M_r = M_p./M \quad (20)$$

Donde:

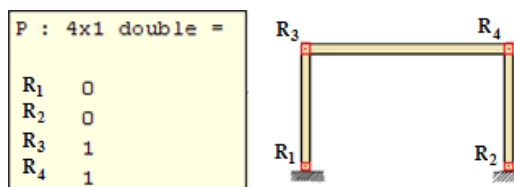
M_r : Vector de magnitud del patrón de carga que permite el inicio de la apertura de la primera(s) rótula(s) plástica(s).

M_p : Vector de momentos plásticos que representa la capacidad de fluencia superior de cada rótula.

M : Vector de magnitudes de los momentos que solicitan a cada rótula producto de una fuerza unitaria.

Luego, dentro del vector M_r , se busca el menor valor, que corresponderá la rótula plástica que se abre primero. Este valor permitirá determinar el factor de aplicación del patrón de cargas, que produce la apertura de dicha primera rótula. En este ejemplo, esto ocurre en las rótulas ubicadas en el extremo de las vigas. La magnitud del patrón de carga que produce la apertura de estas rótulas se denominará F_0 , donde el subíndice cero denotará que es la fuerza obtenida en el Paso 0.

La ubicación de las rótulas en donde se alcanza la capacidad plástica y, por lo tanto, comienzan a abrirse, se guardan en un vector lógico de posición, P .



Los números cero que aparecen en el vector lógico P denotan las rótulas que aún no son activadas según el orden designado en la enumeración inicial de rótulas.

Como lo que se busca es construir la curva de capacidad, se requiere almacenar la información de los pares ordenados fuerza-desplazamiento de techo en los instantes de apertura de cada rótula. Esto es así, debido a que las rótulas son elastoplásticas y, por lo tanto, cada vez que una rótula se abre, el sistema completo reduce su rigidez. Esta rigidez se mantiene constante hasta que se abre una nueva rótula. Por lo anterior, la curva de capacidad queda definida en forma correcta, por trazos rectos que unen las coordenadas fuerza-desplazamiento en los instantes de apertura de cada rótula. Para lo anterior, utilizando la matriz de rigidez y la fuerza encontrada F_0 , se calcula el vector de desplazamientos como se muestra a continuación:

$$u_{ea0-1} = K_{ea0}^{-1} \cdot F_0 \cdot [1; 0; 0] \quad (21)$$

Donde:

u_{ea0-1} : Desplazamiento de techo producido al actuar una fuerza F_0 .

K_{ea0}^{-1} : Inversa de la matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado Paso 0.

F_0 : Fuerza necesaria para comenzar la apertura del primer par de rótulas.

El desplazamiento de techo será el primer elemento del vector, por consiguiente el primer punto de la curva de capacidad está dado por:

$$P_1 = [u_{ea0-1}(1), \quad F_0]$$

Una vez encontrada la fuerza con la cual comienza la apertura del primer par de rótulas, se da paso al siguiente paso al cual llamaremos Paso 1. En este se busca determinar el incremento de fuerza que produce la apertura del siguiente par de rótulas.

4.3. Paso 1

En este paso, se consideran abiertas las rótulas plásticas que se abrieron en el Paso 0. Los elementos unidos por las rótulas que se abrieron, tienen giros diferentes a cada lado de la rótula, por lo que se requiere agregar un grado de libertad adicional por cada rótula abierta, como se muestra en figura 4.8. Debido a que el comportamiento de las rótulas es elastoplástico, una vez abiertas el momento transmitido por ellas es constante. Por lo anterior, en los dos grados de libertad de las rótulas abiertas, se deben agregar fuerzas externas de magnitud igual al momento plástico correspondiente, actuando en sentidos opuestos de la rótula, de acuerdo al sentido de giro o apertura de esta.

El objetivo de este paso es encontrar la magnitud del incremento del patrón de cargas, ΔF_1 , que permitirá la apertura del siguiente par de rótulas.

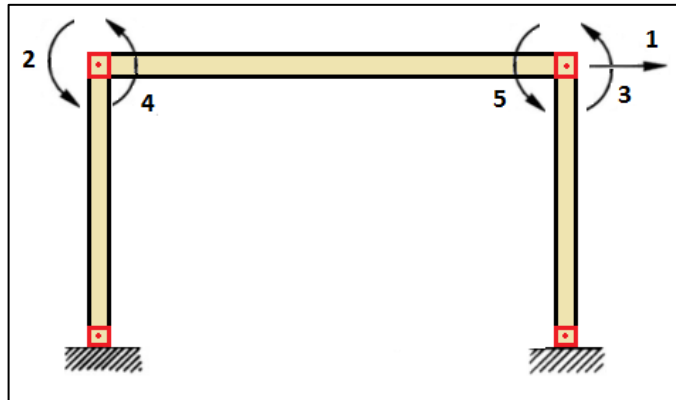


Figura 4.8: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 5 grados de libertad.

Para identificar que rótulas serán las que se abrirán a continuación, es necesario determinar la matriz de rigidez del sistema, considerando la pérdida de rigidez producto de apertura de las rótulas del paso anterior. Para esto, dado que se incorporan nuevos grados de libertad producto de las rótulas plásticas abiertas, es necesario redefinir la matriz de relación cinemática del Paso 1. Se crea una nueva matriz cinemática, L_{rp} , que está conformada con unos en los grados de libertad donde se encuentra una rótula, y ceros en los demás grados

de libertad. Las 4 columnas determinan las 4 rótulas existentes en el marco y las 12 filas corresponden a los grados de libertad del sistema desensamblado.

Lrp: 12x4 double =			
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0
0	0	0	1

De esta manera, al multiplicar esta matriz L_{rp} por el vector posición P , se obtiene un vector r , el cual permitirá a través de unas operaciones matemáticas conformar la matriz de relación cinemática L_{ea1} .

$$r = L_{rp} \cdot P \tag{22}$$

Donde:

r : Vector de conformación de matriz cinemática.

L_{rp} : Matriz que relaciona la ubicación de las rótulas con los grados de libertad del sistema desensamblado.

P : Vector que denota la posición de las rótulas activadas según enumeración de estas.

En este ejemplo de caracterización se obtienen el siguiente vector de conformación de matriz cinemática:

```

r: 12x1 double =
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
1
0
1

```

El vector r está señalando con un 1 donde existen cambios en la matriz de relación cinemática del Paso 0, luego y por medio de un ciclo dentro de la rutina, el cual consiste en agregar un número 1 donde aparecen los nuevos grados de libertad en el sistema según las rótulas abiertas del Paso anterior y a su vez agregando nuevas columnas según los grados de libertad nuevo, se puede conformar automáticamente la matriz de relación cinemática correspondiente al Paso 1, L_{ea1} la cual resulta de la siguiente forma, para este ejemplo en particular:

```

Lea1: 12x5 double =
1.0000  0.2200  0  0  0
0  1.0000  0  0  0
0  0  0  0  0
0  0  0  0  0
1.0000  0  0.2200  0  0
0  0  1.0000  0  0
0  0  0  0  0
0  0  0  0  0
0  0.1700  0  0  0
0  0  0  1.0000  0
0  0  -0.1700  0  0
0  0  0  0  1.0000

```

Esta matriz relaciona al marco de 5 grados de libertad (1 desplazamiento y 4 giros en los nodos superiores) al sistema desensamblado del mismo marco a 12 grados de libertad.

Obteniendo la matriz de relación cinemática L_{ea1} , y análogamente al paso anterior se obtienen la matriz de rigidez del marco ensamblado y apoyado, y para encontrar esta matriz se realiza la siguiente operación matricial de la misma forma que se realizó en el Paso 0.

$$K_{ea1} = L_{ea1}^T \cdot K_{db} \cdot L_{ea1} \quad (23)$$

Donde:

K_{ea1} : Matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

L_{ea1}^T : Matriz transpuesta de relación cinemática del Paso 1.

K_{db} : Matriz diagonal por bloques del Sistema.

L_{ea1} : Matriz de relación cinemática del Paso 1.

Teniendo la matriz de rigidez del marco ensamblado y apoyado, se pueden calcular los desplazamientos para dicho sistema multiplicando la inversa de la matriz de rigidez por el vector de fuerzas, pero cabe denotar que en este paso a diferencia del Paso 0, se tienen que realizar dos cálculos, uno corresponderá a la parte ya *conocida* de la fuerza encontrada en el paso anterior, y el momento plástico M_p correspondiente en los grados de libertad donde las rótulas están comenzando a abrirse y por ende ya han alcanzado su momento plástico, más claramente se puede ver en la Figura 4.9. El otro cálculo paralelo se le llamara parte *desconocida*, y está asociado al incremento de fuerza que provocaría la plastificación del siguiente par de rótulas.

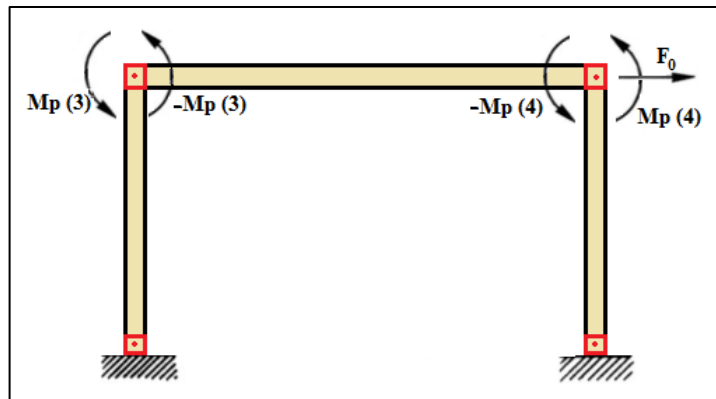


Figura 4.9: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 5 grados de libertad con fuerzas conocidas (externas).

Para este caso en particular el vector de F se constituya de la siguiente manera:

$$F = [F_0 ; M_p(3) ; M_p(4) ; -M_p(3) ; -M_p(4)] \quad (24)$$

El vector F está conformado para el primer grado de libertad por la fuerza encontrada en el Paso 0, y para el elemento 2 y 3 del vector se encuentra el momento plástico, M_p , lo que significa que en esos grados de libertad, los cuales corresponden a los extremos de la viga y relacionados a la rótula 3 y 4, ya se alcanzó el momento plástico, eso implica que para los elementos 4 y 5 del vector, se encontrarán los mismos momentos plásticos pero con símbolos negativos puesto que están actuando al sentido contrario en reacción a los momentos anteriores.

Por otra parte y análogo al Paso 0, hay que considerar la parte desconocida la cual está relacionada al incremento de fuerza el cual provocará que se abran las siguientes rótulas. Este vector corresponderá a un vector unitario con el cual posteriormente se pueda encontrar la magnitud de ese incremento: El vector de fuerzas desconocidas queda definido de la siguiente forma, en donde el subíndice d denota que se trata de la parte *desconocida*.

$$F_d = [1; 0; 0; 0; 0] \quad (25)$$

Para calcular los desplazamientos conocidos y de los desconocidos los cuales estarán relacionados al vector unitario de fuerzas F_d , se multiplicará la inversa de la matriz rigidez del sistema ensamblado y apoyado, el cual se multiplicará por el vector F y F_d respectivamente, como se muestra a continuación:

Desplazamientos conocidos:

$$u_{ea_{1c}} = K_{ea1}^{-1} \cdot F \quad (26)$$

Donde:

u_{ea_1c} : Desplazamientos conocidos del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

K_{ea1} : Matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

F : Vector de fuerzas de magnitudes conocidas del Paso 1.

Y para el cálculo de los desplazamientos desconocidos:

$$u_{ea_1d} = K_{ea1}^{-1} \cdot F_d \quad (27)$$

Donde:

u_{ea_1d} : Desplazamientos desconocidos del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

K_{ea1} : Matriz de rigidez del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

F_d : Vector unitario de fuerzas desconocidas.

Para conocer las fuerzas conocidas actuantes es necesario expandir esos grados de libertad para el sistema desensamblado, se utiliza la matriz de relación cinemática correspondiente a este paso, como se muestra a continuación:

$$u_{db_1c} = L_{ea1} \cdot u_{ea_1c} \quad (28)$$

Donde:

u_{db_1c} : Desplazamientos conocidos del sistema desensamblado y apoyado del Paso 1.

L_{ea1} : Matriz de relación cinemática del Paso 1.

u_{ea_1c} : Desplazamientos conocidos del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

Una vez determinados los desplazamientos *conocidos* en el sistema desensamblado, y utilizando la matriz diagonal por bloques ya definida anteriormente, se puede calcular el vector de las fuerzas *conocidas* actuantes, de la siguiente forma:

$$F_{db_1c} = K_{db} \cdot u_{db_1c} \quad (29)$$

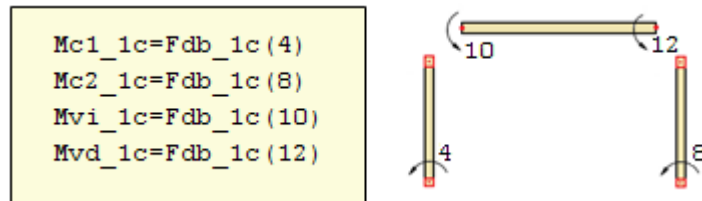
Donde:

F_{db_1c} : Vector de fuerzas *conocidas* del sistema desensamblado del Paso 1.

u_{db_1c} : Desplazamientos *conocidos* del sistema desensamblado y apoyado del Paso 1.

K_{db} : Matriz diagonal por bloques del Sistema.

En el vector F_{db_1c} se identifican las fuerzas relacionados a los grados de libertad donde está ocurriendo un giro, según la designación inicial de los grados de libertad interesa saber las fuerzas de los elemento 4 y 8 del vector, los cuales corresponden a la base de las columnas, y a su vez las fuerzas de los elementos 10 y 12 las cuales corresponden a los extremos de la viga de techo, tal como se muestra a continuación:



Una vez obtenidas las fuerzas conocidas, es de interés saber el incremento de fuerza que producirá eventualmente la abertura del siguiente par de rótulas, para ello se opera de la misma forma. En primera instancia utilizando la matriz de relación cinemática L_{ea1} , se expandirán los grados de libertad al sistema desensamblado, operando de la siguiente forma:

$$u_{db_1d} = L_{ea1} \cdot u_{ea_1d} \quad (30)$$

Donde:

u_{db_1d} : Desplazamientos conocidos del sistema desensamblado y apoyado del Paso 1.

L_{ea1} : Matriz de relación cinemática del Paso 1.

u_{ea_1d} : Desplazamientos desconocidos del sistema ensamblado y apoyado del Paso 1.

Determinados los desplazamientos en el sistema desensamblado correspondientes a la parte desconocida, la cual está relacionado con el incremento de las fuerzas, y utilizando la matriz diagonal por bloques, se puede calcular el vector de las fuerzas *desconocidas*, las cuales están asociadas a un ΔF de la siguiente manera:

$$F_{db_1d} = K_{db} \cdot u_{db_1d} \quad (31)$$

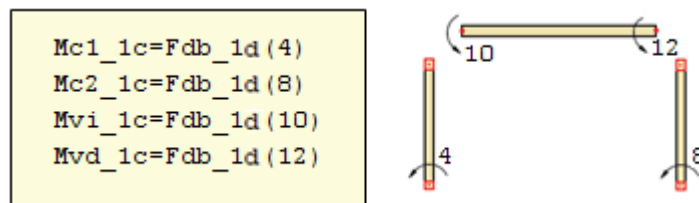
Donde:

F_{db_1d} : Vector unitario de fuerzas *desconocidas* del sistema desensamblado del Paso 1.

K_{db} : Matriz diagonal por bloques del Sistema.

u_{db_1d} : Desplazamientos conocidos del sistema desensamblado y apoyado del Paso 1.

De la misma manera que se opera en la parte *conocida* de las fuerzas, pero esta vez con el vector F_{db_1d} , se identifican las fuerzas relacionadas a los grados de libertad donde está ocurriendo un giro, según la designación inicial de los grados de libertad, es de interés saber las fuerzas de los elemento 4 y 8 del vector, los cuales corresponden a la base de las columnas, y a su vez las fuerzas de los elementos 10 y 12 las cuales corresponden a los extremos de la viga de techo, tal como se muestra a continuación:



Para poder determinar qué rótula es la que se abre y cuál es la magnitud del incremento de carga del paso 1, ΔF_1 , requerido para que esto ocurra, se determina la relación entre el momento plástico y el momento máximo de flexión en las rótulas plásticas que aún no se han abierto.

El momento solicitante en cada rótula se obtiene buscando en el vector de fuerza total, en los grados de libertad donde se encuentran las rótulas plásticas (4, 8, 10 y 12). Este vector de fuerza total es la suma del vector de fuerzas conocidas del paso anterior, F_{db_1c} , más el vector unitario conocido que representa el incremento de cargas laterales, F_{db_1d} , amplificado por el escalar desconocido, ΔF_I , como se muestra a continuación.

$$M_{max} = F_{db_1c} + \Delta F \cdot F_{db_1d} \quad (32)$$

Para que alguna(s) rótula comience a abrirse su momento solicitante debe alcanzar el momento plástico correspondiente a la rótula, esto es:

$$\frac{M_p}{M_{max}} = 1$$

Al reemplazar M_{max} y despejando ΔF podemos obtener el valor del incremento de fuerza que estaría provocando la apertura del siguiente par de rótulas:

$$\Delta F = \frac{M_p - F_{db_1c}}{F_{db_1d}} \quad (33)$$

El menor valor de ΔF será el valor relacionado a la apertura del siguiente par de rótulas, el cual se designa como ΔF_1 , lo cual hace referencia al incremento de fuerza ocurrido en el Paso 1.

$$\Delta F_1 = \text{mín}\{\Delta F\} \quad (34)$$

Obteniendo el valor de ΔF_1 se puede obtener el desplazamiento que se produce debido a este incremento de fuerza, para ello la fuerza que se está produciendo al finalizar este paso corresponderá a F_1 , la cual hace referencia de la fuerza encontrada en el Paso 0 más el incremento de fuerza del Paso 1, como se muestra a continuación:

$$F_1 = F_0 + \Delta F_1 \quad (35)$$

Al igual que al finalizar el Paso 0, es necesario saber el desplazamiento de techo producido por dicha fuerza F_1 , para luego poder graficar dicho punto. Para ello, utilizando la matriz de rigidez y la fuerza F_1 calculamos el vector de desplazamientos como se muestra a continuación:

$$u_{ea1-2} = K_{ea1}^{-1} \cdot F_1 \cdot [1; 0; 0; 0; 0] \quad (36)$$

Lo expuesto en este capítulo se refiere a un marco de un piso, el cual se utiliza como un ejemplo de la metodología de la rutina de análisis de *push-over*, por lo que existirán sólo Paso 0 y Paso 1. En cada uno de dichos pasos, se logra la apertura de un par de rótulas, dada la simetría del problema, completando el total de rótulas en los dos pasos. Para marcos de más pisos, irán apareciendo más pasos, cada uno de ellos asociado a la apertura del siguiente de un par de rótulas.

Es necesario determinar el desplazamiento de techo producido por dicha fuerza F_1 , para luego poder graficar el segundo punto que representa la fuerza que abre el último par de rótulas, para ello, utilizando la inversa de la matriz de rigidez y la fuerza encontrada F_1 , se calcula el vector de desplazamientos, cual se denota como u_{f_v} como se muestra a continuación:

$$u_{f_v} = K_{ea0}^{-1} \cdot F_1 \cdot [1; M_p(3); M_p(4); -M_p(3); -M_p(4)] \quad (37)$$

4.4. Paso Final

Conocidas las fuerzas ocurridas al final del Paso 1 se da paso al último paso denominado Paso final. Este consiste en fijar una abertura máxima de las rótulas para encontrar cual es

la primera que alcanzaría dicha magnitud de giro. Una vez que todas las rótulas plásticas están abiertas, no es posible incrementar la carga, pero sí el desplazamiento de techo. Se busca el desplazamiento de techo para el cual se logra que al menos una de las rótulas llegue a su rotación relativa o abertura máxima, condición designada como “colapso” del sistema o condición última. La rotación o abertura máxima de una rótula plástica es un parámetro de diseño de ésta, el cual puede ser establecido tan amplio como sea requerido. Esto último dentro de márgenes que no generen desplazamientos laterales excesivamente grandes en la estructura, que pueda afectar su estabilidad por comportamiento no-lineal geométrico. Debido a lo anterior, dicha rotación máxima y, por ende, el punto de máximo desplazamiento, sólo se muestran en los gráficos de resultados como parámetros referenciales. Se entenderá que dicho desplazamiento máximo de techo es mucho mayor que el correspondiente al inicio de la meseta de fluencia, relacionado con la apertura de la última rótula plástica.

En el Paso Final aparecen nuevos grados de libertad asociados al comienzo de la apertura de las rótulas 1 y 2, las cuales corresponden a la base de las columnas. Para alcanzar lo anterior, se requirió un incremento de fuerza, llegando así a una fuerza igual a F_1 . En la Figura 4.10 se ilustra el marco ensamblado y apoyado al finalizar el Paso 1.

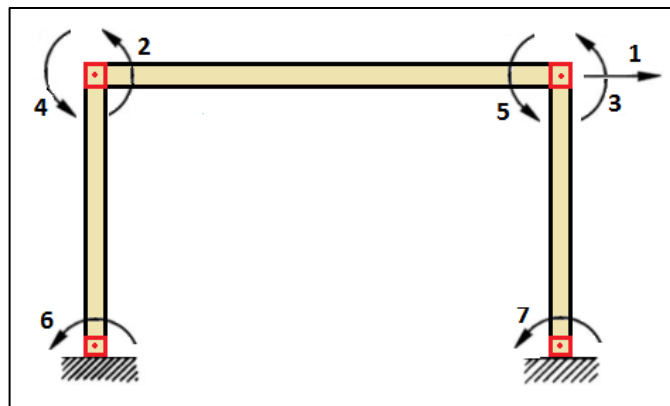


Figura 4.10: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 7 grados de libertad al finalizar el Paso 1.

Se puede observar la aparición de nuevos grados de libertad los cuales están relacionados a la apertura de las rótulas de la base. Definida una abertura máxima para cada rótula, se requiere determinar en un principio, si el valor de abertura que se está produciendo al finalizar el Paso anterior para cada una de las rótulas, es menor al límite establecido. De ser positivo lo anterior, entonces al sistema aún le queda capacidad de deformación, aun cuando su capacidad de carga haya sido alcanzada. En este caso, se debe determinar la capacidad de rotación disponible en cada rótula plástica, por diferencia entre la capacidad y la rotación o abertura de cada una de ellas al final del paso anterior.

Para obtener el incremento de desplazamiento necesario para lograr que al menos una rótula alcance su límite de abertura, se considera que los elementos de madera ya no se deforman más, debido a que los esfuerzos internos en ellos ya no pueden incrementarse. Debido a lo anterior, es posible definir una relación cinemática de mecanismo rotulado, la cual relaciona las rotaciones relativas adicionales en cada rótula, con el desplazamiento adicional de techo. Definido lo anterior, se determina el incremento de desplazamiento necesario para que cada una de las rótulas plásticas alcance su límite de abertura. El incremento de desplazamiento disponible en la estructura, será el menor valor de entre los incrementos de desplazamiento antes señalados.

Para encontrar el valor de abertura de cada rótula plástica una vez que todas ellas han alcanzado su límite de resistencia, es necesario determinar el vector de desplazamientos del sistema que se produce cuando se encuentra actuando la fuerza F_1 . Este vector de desplazamiento se denotara como u_{f_v} .

En el ejemplo de marco de un piso mostrado, las rótulas en las uniones viga-columna comenzaron a abrirse una vez alcanzada una fuerza lateral de magnitud F_0 . Posteriormente, las rótulas de la base alcanzaron su momento plástico (inicio de apertura) producto de una fuerza de corte basal de magnitud F_1 , como se muestra en la Figura 4.11.

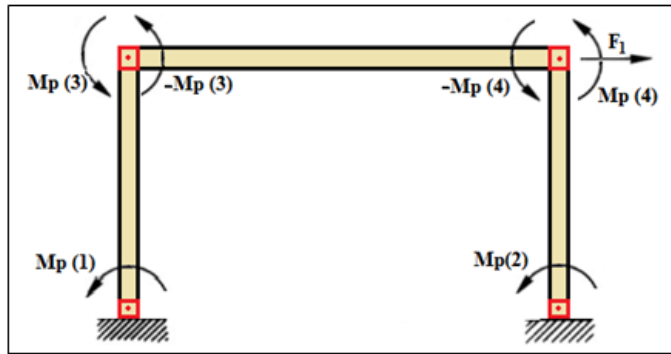


Figura 4.11: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 7 grados de libertad con fuerzas conocidas (externas).

Las rótulas de la base están comenzando a abrirse puesto que se está produciendo F_1 , por lo que es obvio que aún tienen capacidad restante de deformación. Para determinar la capacidad de abertura disponible de cada rótula plástica primero se obtiene la rotación relativa de cada una de ellas al final del paso anterior. Esto se obtiene como la diferencia entre los giros en caras opuestas de cada rótula, esto es:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta_3 &= u_{fv}(4) - u_{fv}(2) \\ \Delta\theta_4 &= u_{fv}(3) - u_{fv}(5) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$\Delta\theta_3$ y $\Delta\theta_4$ corresponden a las rotaciones relativas de las rótulas 3 y 4, que son las que primero se abrieron y se encuentran ubicadas en ambos extremos de la viga de techo.

La capacidad disponible de rotación de las rótulas del sistema está dada por

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta_{f1} &= \Delta\theta_{max1} \\ \Delta\theta_{f2} &= \Delta\theta_{max2} \\ \Delta\theta_{f3} &= \Delta\theta_{max3} - \Delta\theta_3 \\ \Delta\theta_{f4} &= \Delta\theta_{max4} - \Delta\theta_4 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Una vez abiertas todas las rótulas, el marco comienza a trabajar como un mecanismo, es decir, puede continuar deformándose sin incremento de carga. Para obtener el desplazamiento máximo se definió una relación cinemática de mecanismo, la cual relaciona

el incremento de desplazamiento de techo, con los incrementos de rotaciones en cada rótula plástica. Esto último asumiendo que tanto vigas como columnas ya no se deforman más, teniendo únicamente rotación y traslación de cuerpo rígido. De esa manera y como ilustra la Figura 4.12, se encuentra cual es la primera rótula que alcanza la abertura máxima definida.

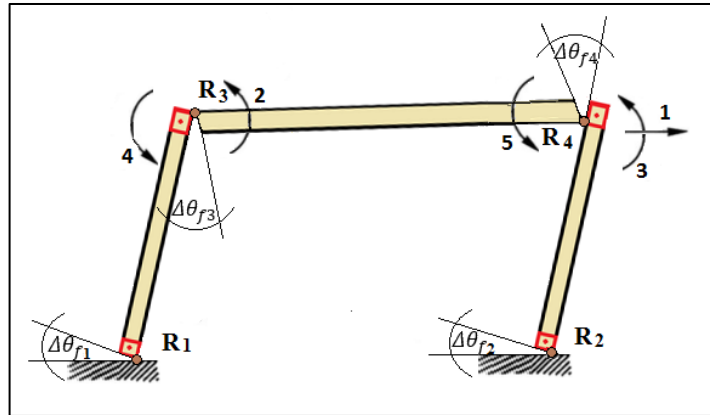


Figura 4.12: Marco de un piso ensamblado y apoyado con 7 grados de libertad actuando como un mecanismo.

El desplazamiento máximo del marco, será aquel con el cual al menos una de las rótulas plásticas alcance su capacidad de rotación. Esto último corresponde al mínimo valor de desplazamiento lateral requerido para alcanzar la rotación máxima en cada rótula.

Definiendo u_{f1-2} y u_{f3-4} , como el desplazamiento de techo cuando de las rótulas 1-2 y 3-4 respectivamente alcanzan su capacidad de rotación, entonces el desplazamiento máximo o de falla del sistema está dado por:

$$u_{f\theta} = \min(u_{f1-2}, u_{f3-4}) \quad (40)$$

El desplazamiento de techo máximo que se producirá al mantener la misma fuerza encontrada en el Paso 1, será desplazamiento relacionado a la capacidad de abertura máxima encontrada anteriormente más el desplazamiento ocurrido al finalizar el Paso 1:

$$u_f = u_{ea1-2}(1) + u_{f\theta} \quad (41)$$

En la tabla 4.3 se resumen los puntos determinados de la curva de capacidad del marco. El primer punto es el inicial donde no hay una fuerza actuando y el desplazamiento es cero. El segundo punto implica el primer desplazamiento producto de una fuerza F_0 la cual provoca el comienzo de la apertura del primer par de rótulas. El tercer punto implica la apertura del par de rótulas restantes bajo la acción de la fuerza F_1 . Finalmente el último punto corresponde a la condición de apertura máxima alcanzada por al menos una de las rótulas, bajo la acción de la misma fuerza del punto anterior.

Tabla 4.3: Puntos obtenidos del diagrama de capacidad.

Punto	Desplazamiento (m)	Fuerza (N)
P_1	0	0
P_2	$u_{ea0-1}(1)$	F_0
P_3	$u_{ea1-2}(1)$	F_1
P_4	u_f	F_1

Si se agrupan las fuerzas y los desplazamientos en vectores, se hace más sencillo el usar la información en vista de conformar la curva de *push-over*.

$$\begin{aligned} u_x &= [P_1(1) \ P_2(1) \ P_3(1) \ P_4(1)] \\ F_x &= [P_1(2) \ P_2(2) \ P_3(2) \ P_4(2)] \end{aligned} \quad (42)$$

Para calcular la rigidez elástica del sistema, referida al grado de libertad de desplazamiento de techo, se utilizan los datos del punto 2 como se muestra a continuación:

$$K_e = F_x(2)/u_x(2) \quad (43)$$

Obteniendo el valor de K_e y sabiendo el valor del corte basal Q_0 asociado a cada marco, se calcula el desplazamiento elástico permitiendo corroborar que éste está por debajo del máximo solicitado por la norma.

Con el valor del corte basal Q_0 se calcula finalmente el factor R , el cual en esta instancia y con el fin de diferenciarlo con el R de la norma, se denotará como R_t (valor teórico del análisis), agregando así un subíndice como se muestra a continuación:

$$R_t = \frac{Q_0 \cdot 5.5}{F_0} \quad (44)$$

Donde:

Q_0 : Corte basal asociado al marco.

F_0 : Fuerza que actúa cuando se presenta la primera articulación plástica.

El valor 5.5 en la Ec (44) corresponde al valor de modificación a la respuesta R asociado a la madera según Tabla 5.1 de la NCh433.

Una vez calculado los parámetros que permiten calcular el factor de modificación a la respuesta teórico, se procede a graficar los puntos de la Tabla 4.3, el cual generará la curva de *push-over*. En la esquina superior del gráfico dispuesto por la rutina de *MATLAB* se especifica el factor de seguridad ingresado, FS (el cual se consideró igual para vigas y columnas) y el valor de R_t obtenido, como se muestra en forma de ejemplo en las figuras 4.13 y 4.14. En la figura 4.13, la curva de color azul representa la curva de *push-over*, y la recta de color rojo representa la respuesta elástica del sistema.

Para los marcos de más pisos los puntos que determinan los incrementos de fuerza irán aumentando según la cantidad de rótulas que tenga el marco, y a medida de sus aperturas.

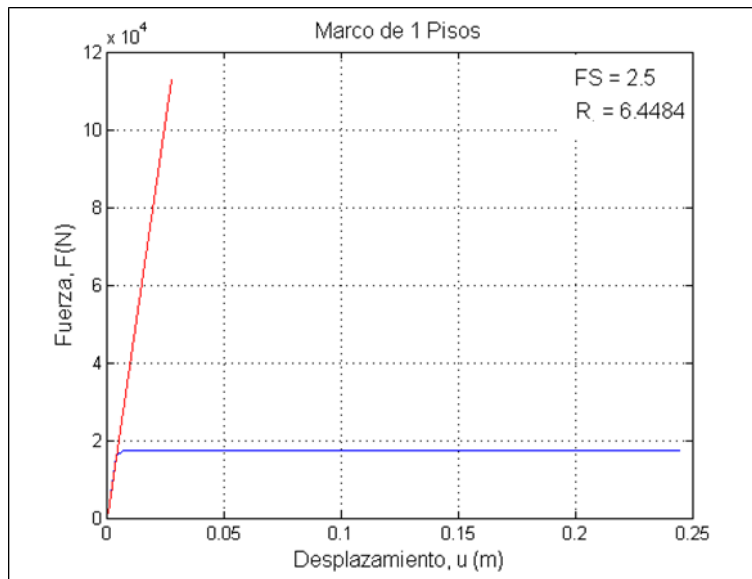


Figura 4.13: Gráfico de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), Para un marco de un piso.

Si se realiza un acercamiento al gráfico de la Figura 4.13, se puede distinguir el punto en el cual se abre el primer par de rótulas, y luego un incremento de fuerza hasta alcanzar F_1 , fuerza que produce el inicio de la apertura del segundo par de rótulas.

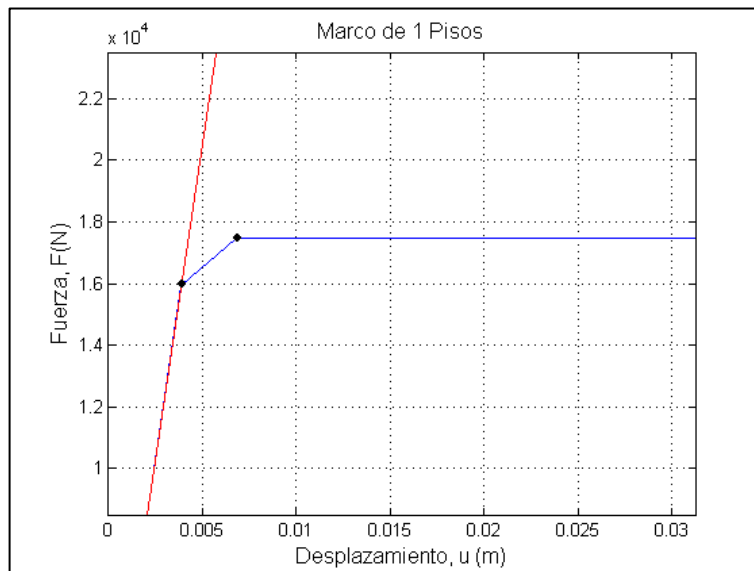


Figura 4.14: Gráfico de la Figura 4.13, con acercamiento a puntos de interés.

5. Resumen de Resultados

Para cada uno de los marcos se realizó una serie de análisis paramétricos de *push-over*, donde el parámetro estructural variable fue el factor de seguridad de falla por flexión en la madera, el cual define la capacidad resistente de la rótula plástica. En el análisis paramétrico se tomaron valores de 1,0 hasta 4,0 para el factor de seguridad.

No fue utilizada la magnitud del giro máximo permitido en cada rótula, sin embargo este puede ser calculado a partir de un modelo conceptual. Este giro será el que provoque que una de las pequeñas rótulas señaladas con rojo (Figura 5.1) salga de su soporte hasta una distancia d , la cual corresponde a un recorrido desde el centro de curvatura del soporte hasta el borde de este.

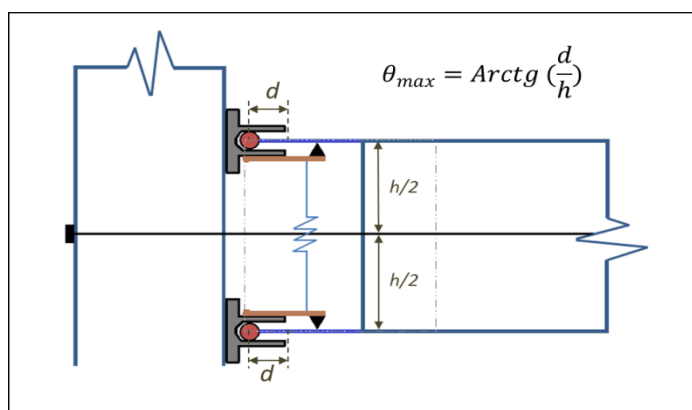


Figura 5.1: Ejemplo de cálculo de giro máximo según recorrido d .

Finalmente, para cada uno de los análisis realizados se obtuvieron curvas de capacidad plástica y lineal elástica para el marco correspondiente. A partir de estas se determinó el factor de reducción a la respuesta teórico, R_t . Para presentar los resultados, se incluyen 4 gráficos por cada FS probado, en los cuales, se muestra la curva de *push-over* asociada a cada marco, junto a ello, se gráfica de color rojo la recta que representa el comportamiento lineal de la fuerza elástica para un marco de dos pisos (como ejemplo referencial), mostrando también los diferentes valores de R_t obtenidos para cada marco.

5.1. Factor de seguridad: 1

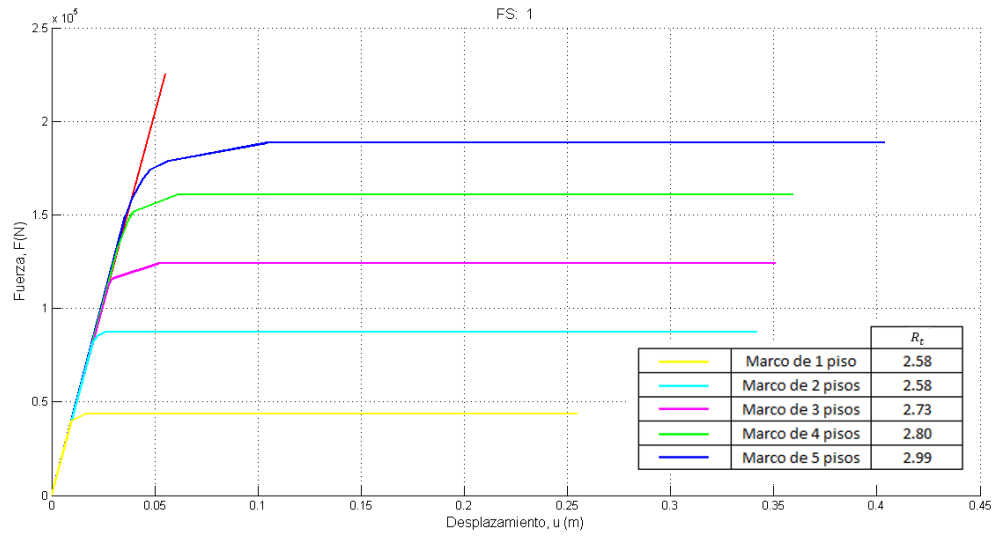


Figura 5.2: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 1. Comportamiento elástico e inelástico.

5.2. Factor de seguridad: 2

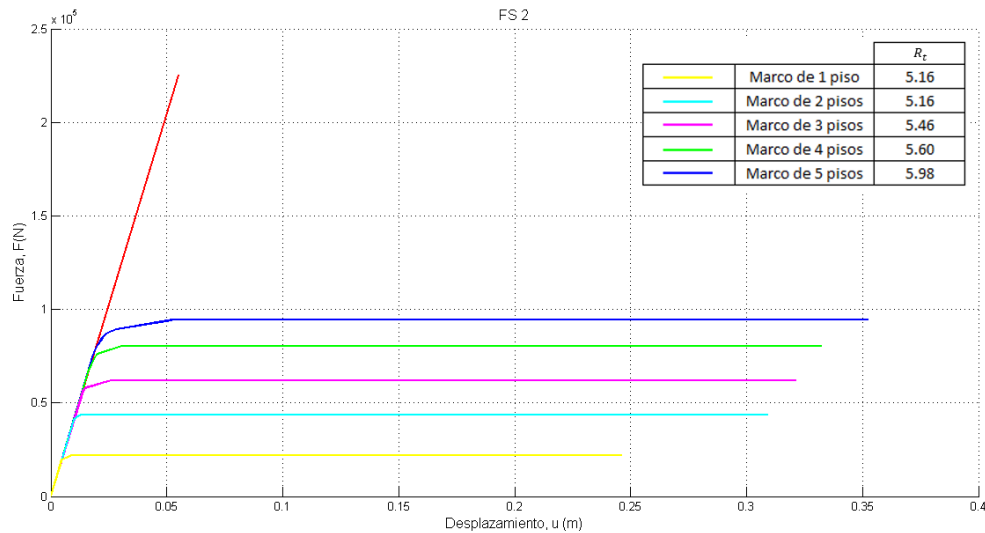


Figura 5.3: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 2. Comportamiento elástico e inelástico.

5.3. Factor de seguridad: 3

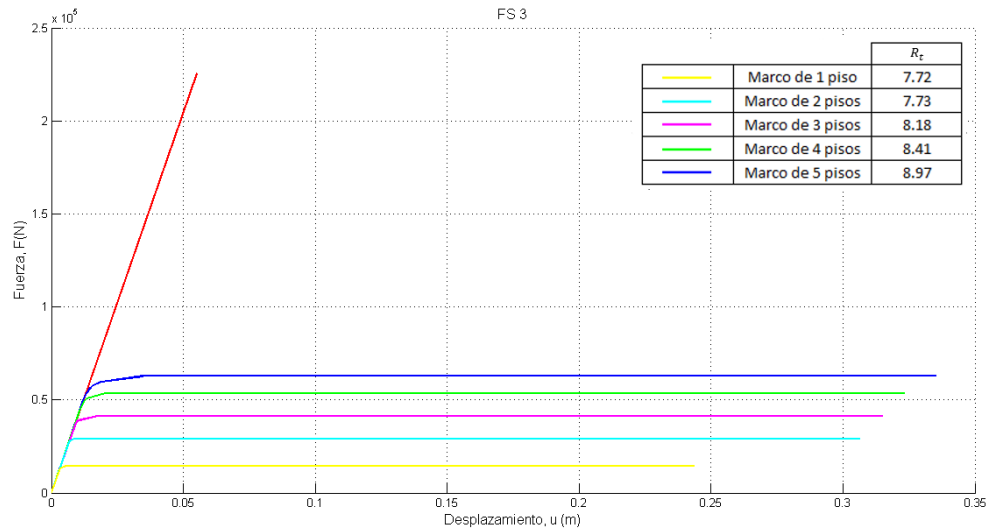


Figura 5.4: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 3. Comportamiento elástico e inelástico.

5.4. Factor de seguridad: 4

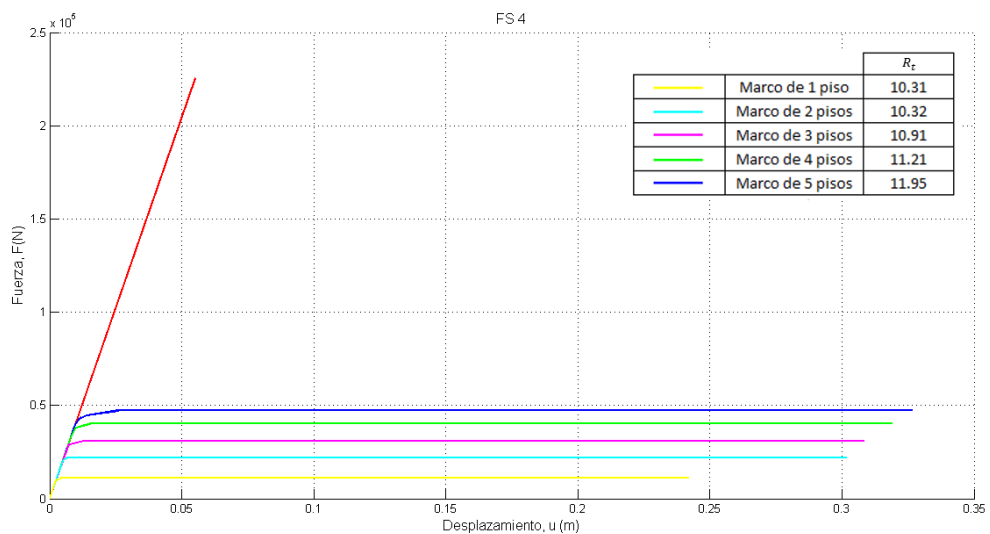


Figura 5.5: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con factor de seguridad igual a 4. Comportamiento elástico e inelástico.

Al probar distintos factores de seguridad, de a 1,0 hasta 4,0 con un incremento del 0,5 se conforma la Tabla 5.1, donde se observa claramente que para los marcos de 1 y 2 pisos se obtienen valores que se pueden considerar iguales.

Tabla 5.1: Factores de R_t para cada Factor de seguridad según N° de pisos.

Factor de seguridad \ N° de Pisos	R_t				
	1	2	3	4	5
1,0	2,58	2,58	2,73	2,80	2,99
1,5	3,87	3,87	4,09	4,20	4,55
2,0	5,16	5,16	5,46	5,60	5,98
2,5	6,43	6,44	6,82	7,01	7,48
3,0	7,73	7,73	8,18	8,41	8,97
3,5	9,02	9,02	9,55	9,81	10,46
4,0	10,31	10,31	10,91	11,21	11,95

A partir de la Tabla 5.1, se gráfica la de Figura 5.6. Este gráfico es originado a partir de los datos de entrada y de salida, los cuales conforman una recta creciente, en la cual se obtienen mayores valores de R_t a medida que el marco es de mayor altura (más pisos).

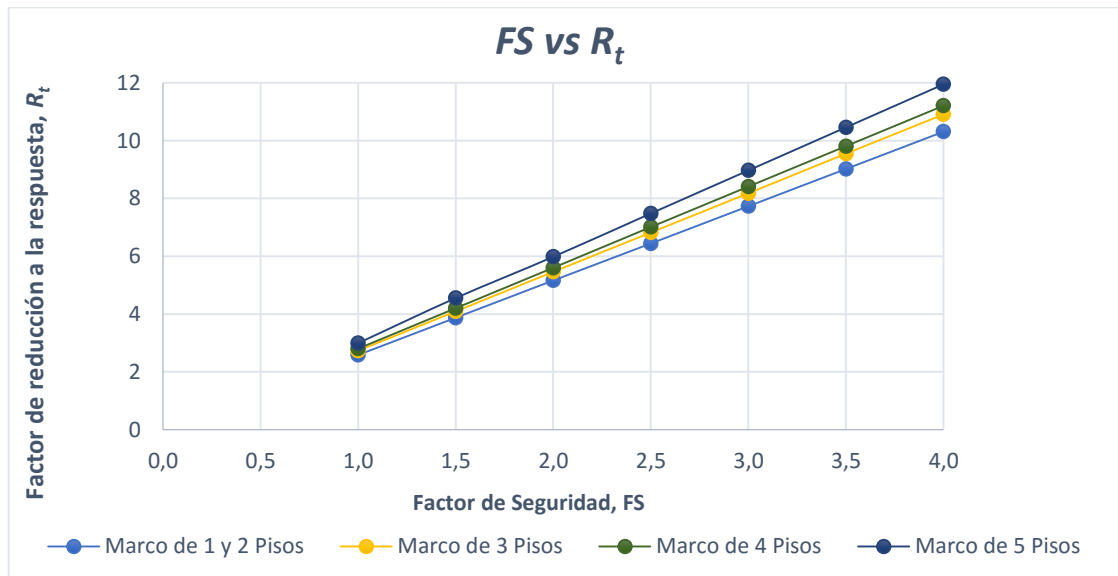


Figura 5.6: Gráficos de Factor de seguridad vs Factor de reducción a la respuesta para cada marco.

Se observa en el gráfico anterior que a medida que se va aumentando el factor de seguridad, se van obteniendo mayores valores de R_r , incluso mayores de los indicados en la norma (NCh433) para pórticos de madera (5,5). Esto eventualmente podría conllevar a realizar diseños de este tipo de estructuras con fuerzas sísmicas menores a las señaladas por la NCh433. Lo anterior se reflejaría positivamente en la disminución de costos puesto que existencia una directa relación en la disminución de la sección transversal de las vigas y columnas, lo que quiere decir que es factible en esos casos disminuir la escuadría de los elementos de madera, debido a una mayor reducción de las solicitaciones sísmicas.

Cabe señalar que el factor $R=5,5$ señalado por la NCh433, en estructuras de pórticos de madera sin disipación adicionada más que en las uniones, implica que dichas uniones sufrirían daños para lograr alcanzar los niveles de disipación de energía y ductilidad relacionados con un $R=5,5$. En diseños que utilizan la rótula plástica propuesta, este daño es inexistente.

Para factores de seguridad menores a 2, se consiguen valores de R_r que se encuentran por debajo del factor R indicado por la NCh433. Eso no necesariamente implica que bajo esas condiciones se desfavorezca el diseño, puesto que una de las ventajas de la unión disipativa es que después de que estas alcancen la plastificación, la estructura puede volver a su sistema original sin tener daños estructurales en sus elementos.

6. Ejemplo de materialización

De manera de materializar el diseño de la rótula de acuerdo al modelo matemático con que se definió en un principio, se procede a asociar el momento plástico definido anteriormente en el ítem 2.3 (modelo de rótula plástica), según la combinación de parámetros de la tensión del cable postensado y la fuerza de roce.

En este ítem al momento plástico se le llamará momento de fluencia superior ($M_f^{(S)}$), momento en el cual la rótula comienza su apertura. De la misma forma, al momento en que el dispositivo comienza a cerrarse, se le llamará momento de fluencia inferior ($M_f^{(I)}$), donde el giro actúa de forma contraria al caso anterior.

En la siguiente figura 6.1, se observa la rótula con las fuerzas actuantes en las uniones un vez que la rótula comienza su apertura (a), donde se puede observar que la fuerza de roce F_r actúa en la misma dirección que la tensión T_0 , generada por el cable postensado. Cuando la rótula comienza a cerrarse (b) la fuerza de roce comienza a actuar en forma contraria a la tensión del cable producto de que el giro en este caso ocurre en el sentido contrario.

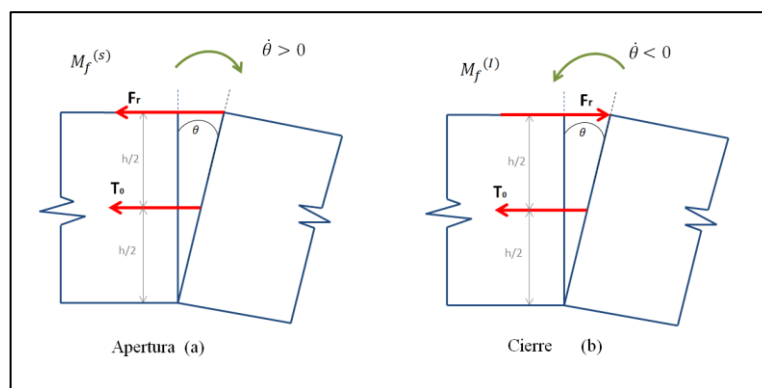


Figura 6.1: Diagrama de cuerpo libre de las uniones.

Por medio de las figura 6.1, se pueden determinar las ecuaciones que definen el momento superior e inferior de fluencia de la siguiente forma:

$$M_f^{(S)} \approx F_r \cdot h + T_0 \cdot \frac{h}{2} > M_f^{(I)} \quad (45)$$

$$M_f^{(I)} \approx -F_r \cdot h + T_0 \cdot \frac{h}{2} \geq 0 \quad (46)$$

La fuerza de rozamiento por deslizamiento F_r , es proporcional a la fuerza normal N :

$$F_r = \mu \cdot N \quad (47)$$

Donde μ , se denomina coeficiente de rozamiento cinético, y para la conformación de ésta rótula se considerará un roce cinemático entre materiales: acero – acero, cuyo valor es: $\mu = 0,57$ (Serway R. 1992). La fuerza normal N , es el primer parámetro de diseño.

Por otra parte, el cable de postensado, se considerara de acero, y su tensión T_0 queda definido según la siguiente ecuación:

$$T_0 = \Delta l_0 \cdot K \quad (48)$$

Donde:

Δl_0 : Alargamiento del cable.

K : Rigidez axial.

Luego, el alargamiento del cable Δl_0 se expresa como:

$$\Delta l_0 = \varepsilon_0 \cdot l_0 \quad (49)$$

Donde:

ε_0 : Deformación unitaria.

l_0 : Largo del cable.

La deformación unitaria será considerada como la deformación unitaria de fluencia de acero igual a 0,0021 dividida por un factor de seguridad de fluencia, f_{S_s} , al cual se le asignó el valor de 1,5. De esa manera el valor de ϵ_0 será igual a 0,0014. Por otra parte el largo del cable l_0 , corresponde al mismo largo de la viga más el ancho de ambas columnas, puesto que este cruza desde las caras exteriores éstas, de extremo a extremo.

La rigidez axial del cable postensado, se define como:

$$K = \frac{E \cdot A}{l_0} \quad (50)$$

Donde:

E : Módulo de elasticidad del cable de acero ($2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$).

A : Área de la sección transversal del cable (segundo parámetro de diseño).

En búsqueda de optimizar la disipación ($M_f^{(I)} \ll M_f^{(S)}$), y Ec. (46), se obtiene la siguiente relación:

$$T_0 \geq 2 \cdot F_r \quad (51)$$

A partir de todos los parámetros mencionados anteriormente y por medio de la ecuación (45) e inequación (46), se obtienen los parámetros de diseño N (fuerza normal) y A (área de la sección transversal del cable), los cuales se presentan en la tabla 6.1, en la cual, se utilizaron los momentos de fluencia cuando se obtienen valores de $R_t = 5,5$ y $R_t = 7,0$, valores designados en la norma chilena (NCh433) para pórticos de madera y acero respectivamente.

Tabla 6.1: Diseño de área del cable postensado y fuerza normal para: $R_t = 5,5$.

Pisos	$R_t = 5,5$			
	Unión viga - columna		Unión columna - base	
	A (cm ²)	N (kN)	A (cm ²)	N (kN)
1	0,87	22,43	1,83	47,19
2	1,81	46,67	3,14	80,97
3	2,83	72,98	4,01	103,41
4	3,30	85,10	5,64	145,45
5	4,05	104,44	6,47	166,85

Tabla 6.2: Diseño de área del cable postensado y fuerza normal para: $R_t = 7,0$.

Pisos	$R_t = 7,0$			
	Unión viga - columna		Unión columna - base	
	A (cm ²)	N (kN)	A (cm ²)	N (kN)
1	0,68	17,53	1,45	37,39
2	1,43	36,88	2,49	64,21
3	2,03	52,35	2,87	74,01
4	2,60	67,05	4,45	114,76
5	3,14	80,97	5,07	130,67

Es necesario verificar que las tensiones normales producto del momento transmitido a la rótula, más los producidos por carga axial debido al postensado no superen la tensión admisible de la madera. En busca de dicha verificación se desarrolla el siguiente diagrama de cuerpo libre de la viga del marco.

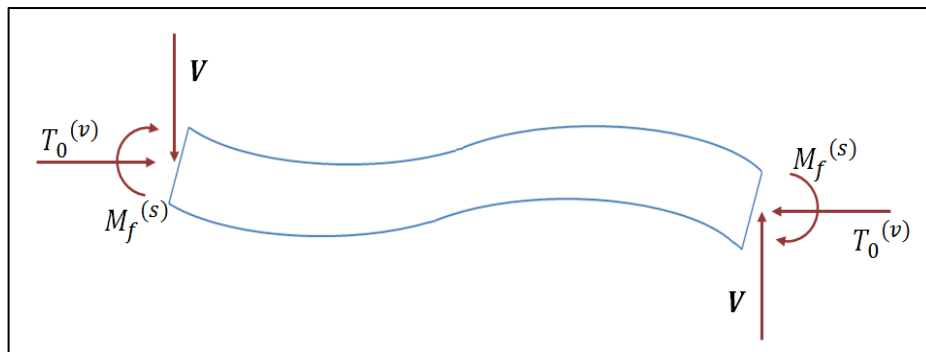


Figura 6.2: Diagrama de cuerpo libre de una viga.

A través de la Ec (52). se realiza la verificación de tensiones. En este caso y como ejemplo de la verificación, solo se hará para las vigas de cada uno de los marcos, considerando la tensión admisible de la madera clase estructural F 8 ($\sigma_{adm} = 8,6 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$).

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_f^{(S)} \cdot (\frac{h}{2})}{I} + \frac{T_0^{(v)}}{b \cdot h} < \sigma_{adm} \quad (52)$$

Tabla 6.3: Tensiones máximas en los extremo de la viga.

Pisos	Unión viga - columna	
	$\sigma_{m\acute{a}x} \left(\frac{N}{m^2}\right) \cdot 10^6$ (con R=5,5)	$\sigma_{m\acute{a}x} \left(\frac{N}{m^2}\right) \cdot 10^6$ (con R=7,0)
1	4,54	3,68
2	4,54	3,67
3	4,76	3,54
4	4,93	4,00
5	5,26	4,25

Finalmente, se demuestra que se puede materializar el diseño de las rótulas según el modelo conceptual planteado en esta tesis, las cuales en primera instancia se analizaron de forma numérica, para luego desarrollar un posible diseño por medio de los parámetros planteados (T_0 y F_r), en busca de visualizar la materialización del dispositivo el cual cumple la verificación de que la tensión máxima que se genera en los extremos de la viga se encuentre por debajo de la admisible del material.

7. Conclusiones

Por medio del análisis de *push-over*, se definió una metodología para el cálculo del factor de reducción de la respuesta R_t . Obteniendo para ciertos casos factores R_t mayores al especificado en la norma. Esto implica una relación directa con una combinación de parámetros en la configuración de la rótula (tensión del cable postensado y fuerza de roce generado por el resorte precomprimido) los cuales determinan el momento de fluencia superior, y por consiguiente la respuesta no lineal de la estructura. Por tanto, se puede decir que al incorporar este tipo de rótulas plásticas a la estructura, se pueden realizar diseños con factores de reducción de la respuesta mayores al indicado por la norma, lo que es beneficioso desde el punto de vista de la ductilidad proporcionada por la rótula, la que no supera el rango lineal elástico, lo que implica que la madera no queda dañada. A su vez al diseñar con fuerzas sísmicas más bajas habría una implicancia directa en la reducción de las dimensiones de las secciones transversales de vigas y columnas, lo que eventualmente podría compensar el costo adicional de incorporar la rótula plástica en una estructura.

Las rótulas plásticas planteadas en esta tesis, no sufren daño permanente una vez quitadas las cargas, puesto que las deformaciones plásticas se revierten a cero, ya que el marco vuelve a su posición original producto de su característica autocentrante. Lo que conlleva un beneficio desde el punto de vista de serviciabilidad y económico puesto que no tendría costos de reparación asociados, a diferencia de estructuras clásica donde las uniones pueden entrar en fluencia, y la madera puede dañarse, lo que trae consigo posibles costos en reparación.

Finalmente, se demostró que lo calculado numéricamente en esta tesis se puede materializar en un diseño concreto, donde las tensiones adicionales producto de las tensiones del cable postensado no hacen que se supere la tensión admisible del material, lo que confirma que la madera en estos diseños concretos se mantiene con un comportamiento lineal.

8. Referencias bibliográficas

- Instituto Nacional de Normalización, NCh433 (1996). "Diseño Sísmico de edificios". 1-31.
- Instituto Nacional de Normalización, NCh1537 (1986). "Diseño Estructural de edificios – Cargas permanentes y sobrecargas de uso".
- Instituto Nacional de Normalización, NCh1198 (2006). "Madera – Construcciones en madera – Cálculo". 7-11.
- Peralta Álvarez, M. (2012). Análisis Estático No Lineal Y Análisis Dinámico No Lineal Del Hospital De Vielha. Universidad Politécnica de Catalunya. Barcelona.
- Tarbutck E. J., Lutgens F. K. (2010). Ciencias de la Tierra 8 Edición – Una Introducción a la Geología Física. Edición en España.
- Pérez, J.L., Salcedo-Hurtado, E.J., y Mora-Páez, H. (2014). “Análisis sismotectónico regional como contribución al estudio de las fuentes sismogénicas locales en la zona del embalse Calima, Valle del Cauca”. Colombia.
- Freeman S.A., Nicoletti J.P, Tyrrell J.V. (1975), “Evaluation of existing buildings for seismic risk, A case study of Puget Sound Naval Shipyard, Bremerton, Washington”, Memorias, First U. S. National Conference on Earthquake Engineering, EERI, Ann Arbor, Michigan, Estados Unidos.
- Chopra, A.K. y Goel, R.K. (2001). “A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: Theory and preliminary evaluation”, University of California, Berkeley, Estados Unidos.
- Federal Emergency Management Agency (FEMA) (1997), “NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings, FEMA-273”, Washington, D. C., Estados Unidos.
- Applied Technology Council (ATC) (1976), “Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings”, Reporte ATC-40, Redwood City, California, Estados Unidos.

- Valencia y Clement (2008). Evaluación del coeficiente de disipación de energía, R, para algunos tipos de estructuras de acero. Bogotá, Colombia.
- Arroyo, D (2001). “Factores de reducción de resistencia para sistemas pasivos de disipación de energía”, Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de México.
- Christopoulos, C. and A. Filiatrault. (2006). “Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation”. IUSS Press, Pavia, Italy.
- Vielma J.C., Barbat A., S. Oller, (2006). “Factores de Reducción de Respuesta. Estado del Arte y Estudio Comparativo entre códigos”. Quito, Ecuador.
- Kilar, V. y Fajfar, (1997). “Simple push-over analysis of asymmetric buildings”. University of Ljubljana, Institute Earthquake Engineering, Ljubljana, Slovenia.
- Veletsos, A. S., and Newmark, N. M., (1960). “Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions”, 2nd World Conf. Earthquake Eng., Tokyo, Japan.
- Flores Barreto, T. (2003). “Estudio del control de rótulas plásticas en pórticos de concreto armado”. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Raymond A. Serway y John W. Jewett, Jr. (1992). “Física para ciencias e ingeniería”. Estados Unidos.

9. Anexos

Enumeración de las rótulas para cada piso, puesto que se incluyen tablas donde se permite observar el orden en que su fueron abriendo las rótulas a través de cada paso.

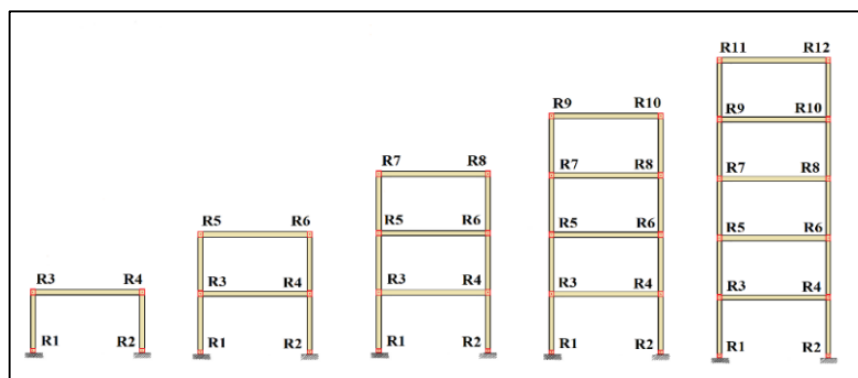


Figura 9.1: Enumeración de rótulas para cada marco.

9.1. Marco de un piso

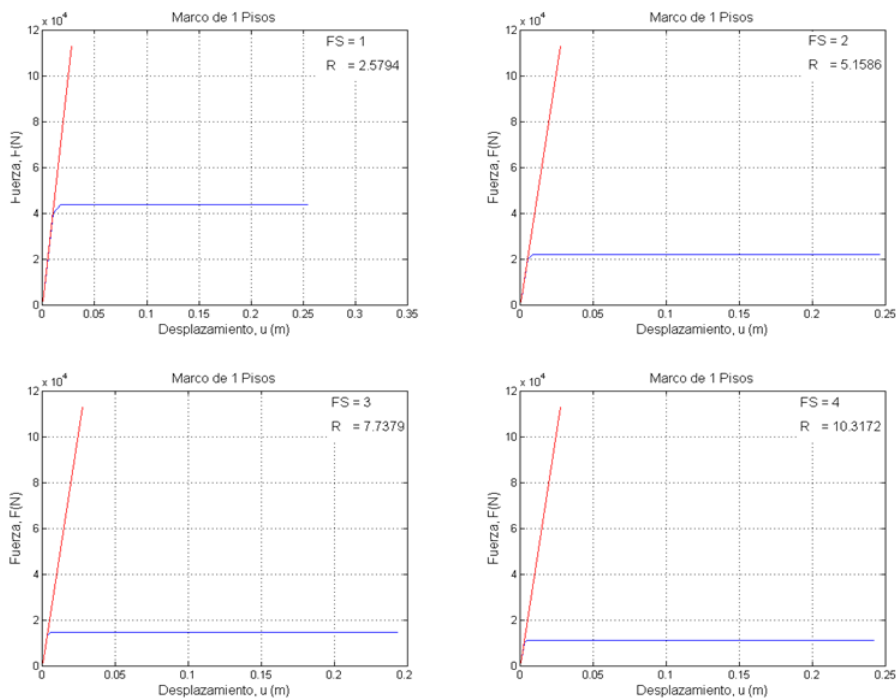


Figura 9.2: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (FS) y salida (R_i). Marco de un piso.

Tabla 9.1: Activación de rótulas según su enumeración para marco de un piso.

	Rótulas activadas			
	1	2	3	4
Paso 0	Si	Si	No	No
Paso 1	Si	Si	Si	Si

9.2. Marco de dos pisos

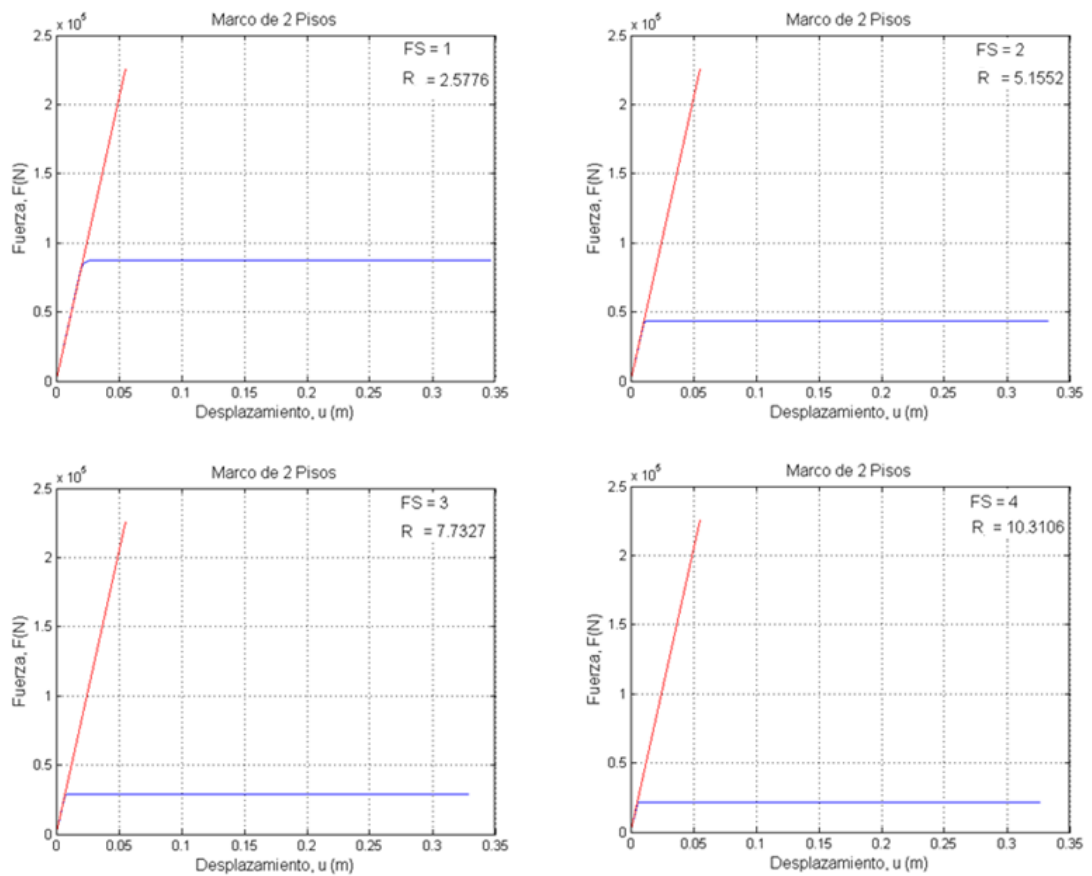


Figura 9.3: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (FS) y salida (R_i). Marco de dos pisos.

Tabla 9.2: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 2 pisos.

	Rótulas activadas					
	1	2	3	4	5	6
Paso 0	Si	Si	No	No	No	No
Paso 1	Si	Si	Si	Si	No	No
Paso 2	Si	Si	Si	Si	Si	Si

9.3. Marco de tres pisos

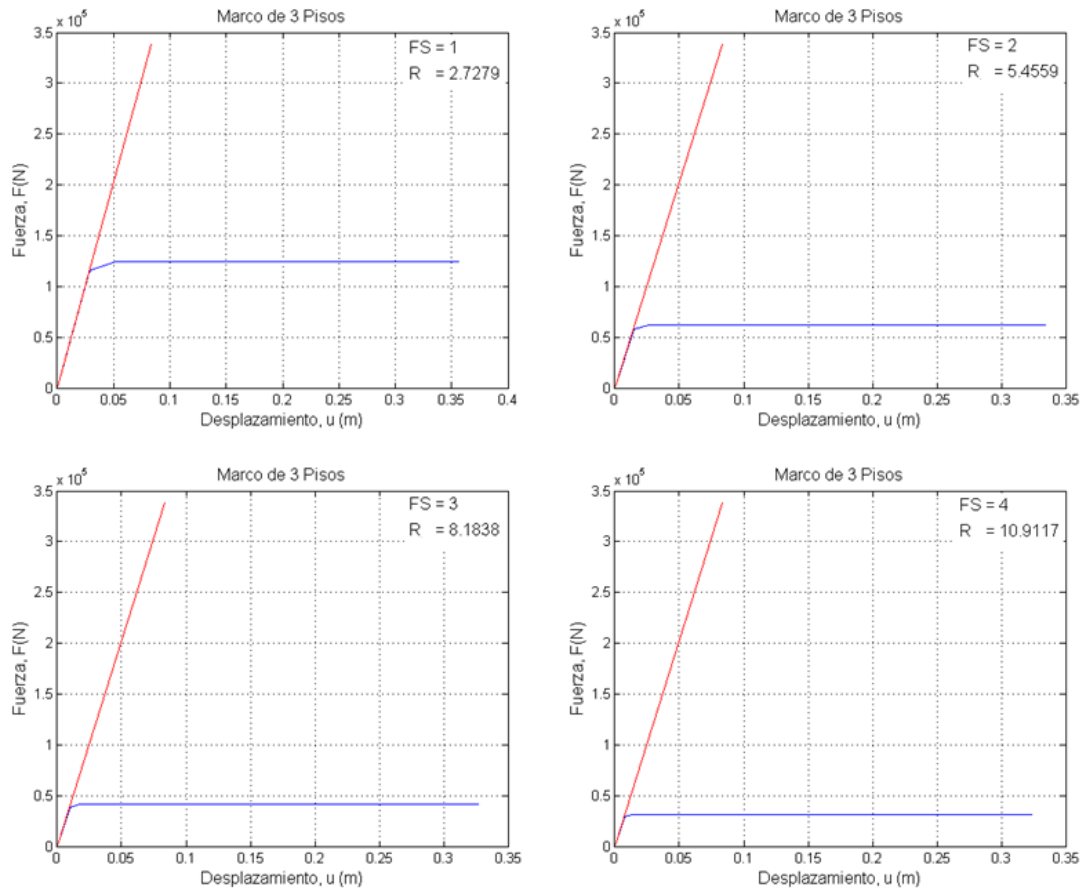


Figura 9.4: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (FS) y salida (R_i). Marco de tres pisos.

Tabla 9.3: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 3 pisos.

	Rótulas activadas							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Paso 0	Si	Si	No	No	No	No	No	No
Paso 1	Si	Si	No	No	Si	Si	No	No
Paso 2	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
Paso 3	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si

9.4. Marco de cuatro pisos

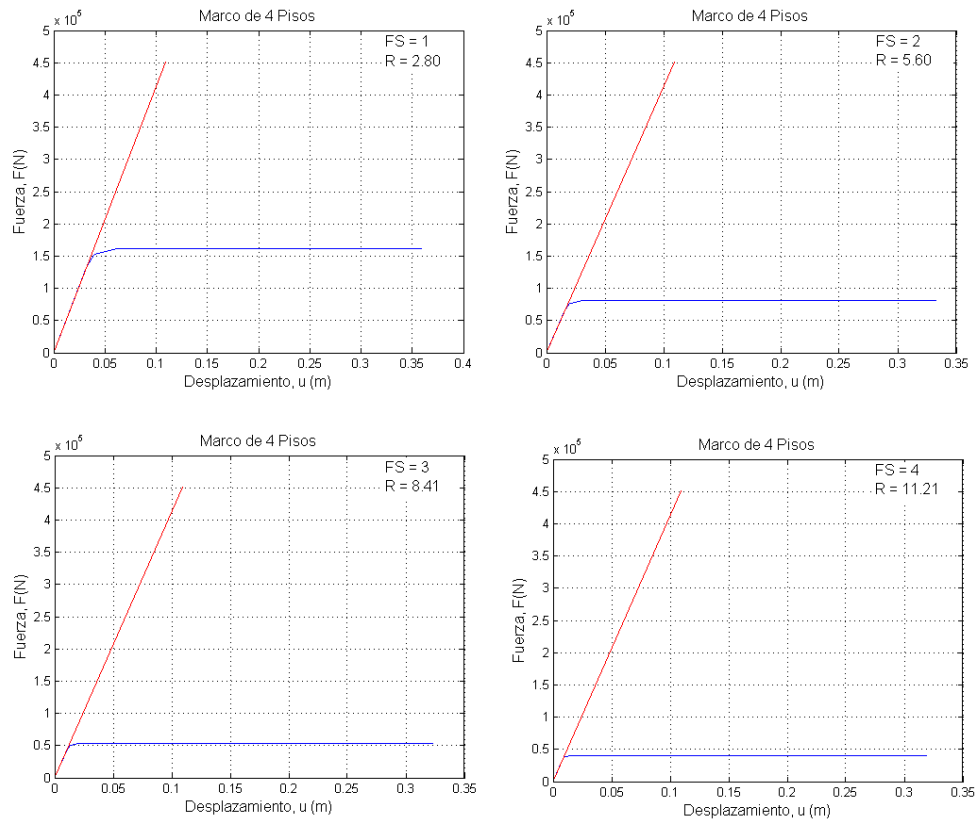


Figura 9.5: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (FS) y salida (R_i). Marco de cuatro pisos.

Tabla 9.4: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 4 pisos.

	Rótulas activadas									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Paso 0	No	No	No	No	Si	Si	No	No	No	No
Paso 1	No	No	No	No	Si	Si	Si	Si	No	No
Paso 2	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
Paso 3	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
Paso 4	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si

9.5. Marco de cinco pisos

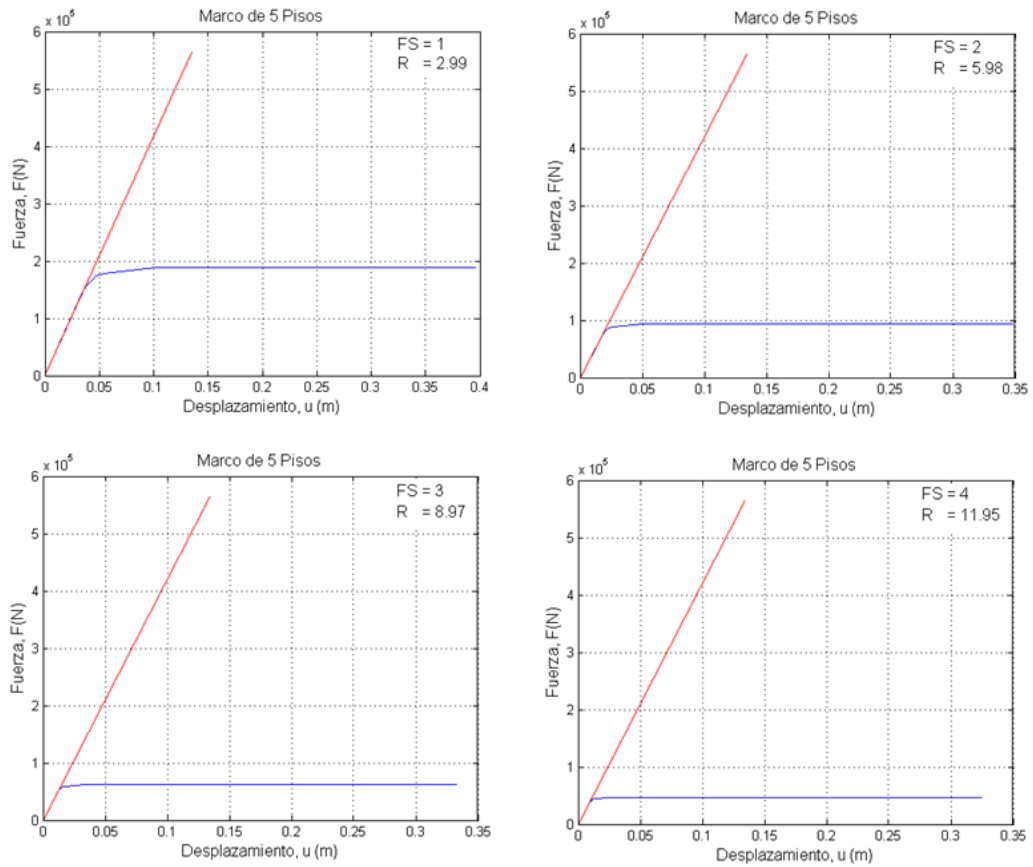


Figura 9.6: Gráficos de Desplazamiento, u (m) vs Fuerza, F (N), con valores de Entrada (FS) y salida (R_t). Marco de cinco pisos.

Tabla 9.5: Activación de rótulas según su enumeración para marco de 5 pisos.

	Rótulas activadas									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Paso 0</i>	No	No	No	No	Si	Si	No	No	No	No
<i>Paso 1</i>	No	No	No	No	Si	Si	Si	Si	No	No
<i>Paso 2</i>	No	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
<i>Paso 3</i>	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
<i>Paso 4</i>	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si
<i>Paso 5</i>	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si	Si