

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



UCSC

Obtención de perfil de concentración de sólidos en
sedimentación mediante tomografía de impedancia
eléctrica

Eduardo Mauricio Carrasco Alarcón

Informe de Habilitación Profesional para optar al título de:
Ingeniero Civil Eléctrico

Profesor Patrocinante:
Dr. Samuel Vergara R.

Profesores Guía:
Dr. Fernando Betancourt.
Dr. Jaime Cariñe.

Concepción, Abril 2024

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Eléctrica

Profesor Patrocinante:
Dr. Samuel. Vergara R.

Obtención de perfil de concentración de sólidos en sedimentación mediante tomografía de impedancia eléctrica

Eduardo Mauricio Carrasco Alarcón.

Informe de Habilitación Profesional
para optar al Título de

Ingeniero Civil Eléctrico

Concepción, Abril 2024

Resumen

La Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE) es una técnica de imagen no invasiva que mide la conductividad o impedancia eléctrica en una zona. Esto la vuelve una tecnología interesante para estudios de sedimentación de sólidos, ya que, a diferencia de los métodos visuales tradicionales, no depende de la claridad del fluido.

En este trabajo se obtuvieron perfiles de concentración de sólidos a partir de simulación de medición con tomografía de impedancia eléctrica. Para esto, primero se seleccionaron tres instantes representativos desde un perfil en el tiempo de sedimentación Batch generado con el modelo fenomenológico de sedimentación-compactación. Estos perfiles de concentración fueron mapeados a conductividad mediante la relación de Perry and Chilton [8]. Una vez obtenido el mapeo conductividad, se simularon los valores de voltajes en un tomógrafo utilizando Matlab (EIDORS). Estos voltajes fueron utilizados para obtener reconstrucciones bidimensionales de conductividad mediante el algoritmo de reconstrucción Gauss Newton y tres diferentes tipos de regularizaciones Thikonov, Laplace y Noser. Estas reconstrucciones fueron mapeadas a una dimensión con el propósito de conocer el comportamiento con respecto al mapeo de conductividad original. Se exploraron adicionalmente alternativas para subsanar objetos de reconstrucción debido a la diferencia de ganancia en cercanía de los electrodos.

Una vez obtenidas las comparaciones con respecto a la original, se volvió a generar un mapeo de concentración de sólidos en una dimensión con los algoritmos utilizados, para ver evaluar comportamiento de este con respecto al mapeo original.

Se evaluaron las reconstrucciones midiendo el error cuadrático medio con respecto al perfil unidimensional con el que se generaron los voltajes. Como resultado se obtuvo que el método de Laplace es el más adecuado para resolver este problema particular. Se desarrolla también en el informe una búsqueda de los hiperparámetros de los métodos de regularización.

A los alumnos del pasado, presente y futuro de la carrera de Ingeniería Civil Eléctrica de la U.C.S.C.

Agradecimientos

Hoy, mientras escribo estas palabras, mi corazón se desborda de gratitud y emoción. No puedo evitar mirar atrás y reflexionar sobre el viaje que hemos recorrido juntos. Cada paso, cada desafío, cada risa y cada lágrima han tejido una historia inolvidable. Permítanme expresar mi agradecimiento desde lo más profundo de mi ser a mis amados padres, Susana Alarcón y Mauricio Carrasco que gracias a su dedicación y amor incondicional han sido mi faro en la tormenta. Desde mis primeros pasos hasta este momento, han estado a mi lado, sosteniéndome cuando las fuerzas flaqueaban. Su paciencia, sacrificio y apoyo han sido la base de mi crecimiento. Cada logro que celebro hoy es también su logro. Gracias por ser mis héroes silenciosos.

A mis queridos familiares, Matías Carrasco, Rita Alarcón y Fernando Carrasco su presencia ha sido un regalo invaluable. En los momentos de incertidumbre, sus palabras de aliento me han dado fuerzas para seguir adelante. Gracias por las risas compartidas, por los abrazos reconfortantes y por ser mi red de seguridad en este viaje.

A mis compañeros de universidad y amigos Cinthia Altamirano, Esteban Concha, Maverick Muñoz, Evelyn Pedreros, Boris Ortiz, Sebastián Freud, Diego Marín, Diego Monsalve, Mauricio Cartes, Claudia Pincheira, Paulina Pincheira, Kevin Villa y mi novia Karen Rojas. Fueron los pilares de mi vida universitaria. Juntos hemos enfrentado exámenes, proyectos y noches de insomnio. Cada conversación, cada consejo y cada risa han dejado una huella imborrable en mi alma. Gracias por ser mi familia elegida.

A mi profesor guía, Samuel Vergara su sabiduría y paciencia han sido mi brújula en este viaje académico. Gracias por desafiarme a pensar más allá, por corregir mis errores con ternura y por inspirarme, retarme, motivarme y superar mis propios límites. Sin su guía, no habría llegado hasta aquí.

En esta carta, quiero reconocer todo el apoyo invisible pero poderoso que he recibido. Cada mensaje de ánimo, cada sonrisa compartida y cada gesto de amistad han sido como rayos de sol en los días nublados. Hoy, al alcanzar este hito, quiero que sepan que su amor y apoyo han sido mi mayor tesoro.

¡Gracias!

Tabla de Contenidos

LISTA DE TABLAS.....	VIII
LISTA DE FIGURAS.....	X
NOMENCLATURA.....	XI
CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 INTRODUCCIÓN GENERAL	1
1.2 TRABAJOS PREVIOS	2
1.2.1 Sedimentación.....	2
1.2.2 Conductividad en mezclas.....	4
1.2.3 Tomografía de impedancia eléctrica	4
1.3 DISCUSIÓN.....	6
1.4 MOTIVACIÓN.....	7
1.5 OBJETIVOS.....	8
1.5.1 Objetivo General.....	8
1.5.2 Objetivos Específicos.....	8
1.6 ALCANCES Y LIMITACIONES.....	8
1.7 METODOLOGÍA Y TEMARIO	9
CAPITULO 2. SEDIMENTACIÓN	11
2.1 INTRODUCCIÓN.....	11
2.2 SEDIMENTACIÓN	11
2.2.1 Sedimentación gravitacional	13
2.2.2 Sedimentación acelerada.....	13
2.3 MODELOS DE SEDIMENTACIÓN	13
2.3.1 Modelo de Kynch	13
2.3.2 Modelo fenomenológico o de sedimentación compactación.....	14
2.4 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO FENOMENOLÓGICO.....	15
2.4.1 Medición por medio visual.....	15
2.4.2 Medición de concentración con pipetas Andreasen.	15
2.4.3 Medición por medio conductividad eléctrica.....	16
CAPITULO 3. TOMOGRAFÍA DE IMPEDANCIA ELÉCTRICA Y EIDORS	17
3.1 INTRODUCCIÓN.....	17
3.2 INTRODUCCIÓN A LA TOMOGRAFÍA DE IMPEDANCIA ELÉCTRICA	17
3.2.1 Problema directo	19
3.2.2 Problema Inverso.....	21
3.2.3 Optimización.....	22
3.3 SOFTWARE EIDORS.....	25
3.3.1 Reconstrucción de imagen en Eidors.....	25
3.3.2 Modelo Directo	26
3.3.3 Modelo inverso o reconstrucción.....	28
CAPITULO 4. METODOLOGÍA	30
4.1 INTRODUCCIÓN.....	30
4.2 PROCEDIMIENTO	30
4.2.1 Mapeo de concentración de solidos a conductividad.....	31
4.2.2 Obtención de voltajes.....	32
4.2.3 Generación de modelos de elementos finitos.....	32
4.2.4 Mapeo de Conductividad 2D a 1D	33
4.2.5 Mapeo de Conductividad 1D a Concentración 1D.....	33
CAPITULO 5. RECONSTRUCCIÓN CONDUCTIVIDAD Y CONCENTRACIÓN	34

5.1	INTRODUCCIÓN.....	34
5.2	MAPEO DE PERFIL DE SOLIDOS A CONDUCTIVIDAD.....	34
5.3	ELEMENTOS FINITOS	37
5.3.1	<i>Generación de los elementos finitos 2D</i>	37
5.3.2	<i>Elementos 2D y Comportamiento de la Conductividad.....</i>	38
5.4	VOLTAJES SIMULADOS	40
5.5	RECONSTRUCCIÓN DE CONDUCTIVIDAD EN 2D.....	41
5.6	MAPEO DE CONDUCTIVIDAD 2D A PLANO 1D.....	45
5.6.1	<i>Mapos de distribución de conductividad en 1D.....</i>	47
5.6.2	<i>Mapeos de distribución de conductividad en 1D con variación de la zona de reconstrucción.</i>	48
5.6.3	<i>Comparación de Mapeos 1D Vs Mapos 1D con omisión de elementos</i>	52
5.7	TABLA SUMARIO	58
5.8	MAPEO DE CONDUCTIVIDAD A CONCENTRACIÓN DE SÓLIDOS EN 1D.....	59
5.9	DISCUSIÓN CAPITULO	61
CAPITULO 6. CONCLUSIONES		63
6.1	SUMARIO.	63
6.2	CONCLUSIONES.	64
6.3	TRABAJOS FUTUROS	65
CAPITULO 7. BIBLIOGRAFÍA.....		66
CAPITULO 8. ANEXOS		68

Lista de Tablas

Tabla 3.1 “Métodos de reconstrucción del problema directo.”	20
Tabla 3.2 “Métodos de regularización del problema inverso.”	24
Tabla 5.1 “Características de mallado de cada modelo.”	38
Tabla 5.2 “Parámetros para la reconstrucción de distribución de conductividad.”	41
Tabla 5.3 “RMSE con Prior Noser en los diferentes tiempos de sedimentación.”	45
Tabla 5.4 “RMSE con Prior Laplace en los diferentes tiempos de sedimentación.”	46
Tabla 5.5 “RMSE con Prior Thikonov en los diferentes tiempos de sedimentación.”	46
Tabla 5.6 “Menores valores RMSE para los diferentes Prior.”	46
Tabla 5.7 “RMSE con omisión de elementos con Prior Noser en los diferentes tiempos de sedimentación.”	49
Tabla 5.8 “RMSE con omisión de elementos con Prior Laplace en los diferentes tiempos de sedimentación.”	50
Tabla 5.9 “RMSE con omisión de elementos Prior Thikonov en los diferentes tiempos de sedimentación.”	50
Tabla 5.10 “ Menores valores RMSE con omisión de elementos para los diferentes Prior.”	50
Tabla 5.11 “ Porcentaje de Reducción en Menores valores RMSE .”	58

Lista de Figuras

Fig. 1.1 “Metodología Proyecto de Titulo.”	10
Fig. 2.1 “Diagrama de solidos no floculados (a) y floculados (b).”	11
Fig. 2.2 “Diagrama del proceso de sedimentación.”	12
Fig. 2.3 “Pipeta Andreasen”	16
Fig. 3.1 “Ejemplificación de un sistema básico de TIE.”	19
Fig. 3.2 “Modelo de electrodos utilizados.”	19
Fig. 3.3 “Imágenes de Coordenadas nodales.”	21
Fig. 3.4 “Diagrama de reconstrucción de imagen en Eidors.”	25
Fig. 3.5 “Mapa Conceptual Básico de un modelo FEM.”	26
Fig. 3.6 “Mapa conceptual problema inverso EIDORS.”	28
Fig. 4.1 “Metodología Proyecto de Titulo.”	31
Fig. 4.2 “Mapeo de concentración de solidos a conductividad.”	31
Fig. 4.3 “Voltajes simulados a diferentes tiempos de sedimentación.”	32
Fig. 4.4 “Modelo para solución de problema Directo.”	
Fig. 4.5 “Modelo para solución de problema Inverso.”	33
Fig. 5.1 “Grafico altura vs concentración de sólidos en el tiempo.”	35
Fig. 5.2 “Grafico altura vs conductividad en el tiempo.”	36
Fig. 5.3 “Modelo para solución de problema Inverso.”	37
Fig. 5.4 “Modelo para solución de problema Directo.”	37
Fig. 5.5 “a), b) y c) Conductividades en diferentes tiempos de Sedimentación $t=25(s)$, $t=50(s)$ y $t=150(s)$.”	39
Fig. 5.6 “voltajes simulados en diferentes tiempos de sedimentación ”	40
Fig. 5.7 “Reconstrucción de distribución de conductividad en $t=25(s)$, con diferentes tipos métodos de regularización y mejor valor RMSE correspondiente.”	42
Fig. 5.8 “Reconstrucción de distribución de conductividad en $t=50(s)$, con diferentes tipos métodos de regularización y mejor valor RMSE correspondiente.”	43
Fig. 5.9 “Reconstrucción de distribución de conductividad en $t=150(s)$, con diferentes tipos métodos de regularización y mejor valor RMSE correspondiente.”	44
Fig. 5.10 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 25 (s) de la sedimentación.”	47
Fig. 5.11 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 50 (s) de la sedimentación.”	47
Fig. 5.12 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 150 (s) de la sedimentación.”	48
Fig. 5.13 “Figura explicativa de la obtención de valores mediante la omisión de elementos.”	49
Fig. 5.14 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 25 (s) de la sedimentación, con omisión de elementos.”	51
Fig. 5.15 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 50 (s) de la sedimentación, con omisión de elementos.”	51
Fig. 5.16 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 150 (s) de la sedimentación, con omisión de elementos.”	52
Fig. 5.17 “Comparativa de diámetro original v/s modificado de cada método de regularización en $t = 25 (s)$. a), b) y c)”	54
Fig. 5.18 “Comparativa de diámetro original v/s modificado de cada método de regularización en $t = 50 (s)$. a), b) y c)”	55
Fig. 5.19 “Comparativa de diámetro original v/s modificado de cada método de regularización en $t = 150 (s)$. a), b) y c)”	57
Fig. 5.20 “Mapeo de concentración de sólidos en $T=25 \text{ seg}$.”	59

Fig. 5.21 “Mapeo de concentración de sólidos en $T=50$ seg.”	60
Fig. 5.22 “Mapeo de concentración de sólidos en $T=150$ seg.”	60

Nomenclatura

$f_k(\emptyset, t)$	: Función de densidad de flujo.
$f_{bk}(\emptyset)$	: Función de densidad de flujo batch de Kynch.
$\sigma_e'(\emptyset)$	: Derivada del esfuerzo efectivo.
$\sigma_e(\emptyset)$	: Esfuerzo efectivo.
$\sigma_e(\emptyset)$	: Esfuerzo efectivo.
$\Delta\rho$	: Diferencia entre densidad del sólido y liquido de la solución.
g	: Aceleración de gravedad.
$\emptyset$	: Concentración Volumétrica.
$q(t)$	: Velocidad Volumétrica.
ρ_m	: Densidad de la mezcla.
$\emptyset_{Max}^*$	: Parámetro de la Ecuación
b	: Parámetro de la Ecuación.
K_m	: Conductividad de la mezcla.
E	: Campo eléctrico.
B	: Densidad del flujo magnético.
H	: Intensidad del campo magnético.
J	: Densidad de la corriente eléctrica.
D	: Densidad del flujo eléctrico.
ρ	: Densidad de la carga eléctrica.
σ	: Conductividad eléctrica.
ε	: Permeabilidad eléctrica.
ε	: Permitividad dieléctrica.
μ	: Permeabilidad magnética.
v	: Potencial eléctrico.
w	: Frecuencia angular.
Γ	: Conductividad compleja.
∇V	: Medición de voltaje.
J	: Matriz Jacobiana.
K_s	: Conductividad sólida.
K_l	: Conductividad liquida.
K_m	: Conductividad mezcla.
u	: Vector columna.
N	: Funciones de posiciones dadas.
a^e	: Vector formado por desplazamientos nodales.
L	: Numero de Electrodo.
Ω	: Región interna del tomógrafo.
U_L	: Voltaje en los electrodos.
I_L	: Corriente en los electrodos.
V_m	: Voltajes medidos.
$V_s(\sigma)$	: Voltajes simulados.
σ_k	: Distribución de conductividad.
$J(\sigma_k)$	: Matriz jacobina.
α	: Hiperparametro.
$\alpha(\emptyset)$	: Parámetro de la ecuación del modelo Kynch.
I_{reg}	: Matriz de regularización.

Abreviaciones

Mayúsculas

TIE	: Tomografía de impedancia eléctrica.
G.N	: Gauss Newton.
FDM	: Diferencias Finitas.
GFEM	: Generación de elementos finitos.
CEM	: Electrodo complejo.
FEM	: Elementos finitos.
BEM	: Elementos de contorno.
EIDORS	: Programa de reconstrucción para tomografía de impedancia eléctrica y óptica difusa.

Capítulo 1. Introducción

1.1 Introducción General

La sedimentación es un proceso en el cual las partículas sólidas de una solución líquida o gaseosa decantan, separándose gradualmente del medio. Este proceso puede ser gravitacional o acelerado por fuerzas externas. En un proceso de sedimentación gravitacional, la solución se separa en 3 fases físicas que son: clarificación, sedimentación y compactación. Las cuales se clasifican por interfaces denominadas, interfaz de agua clara e interfaz de consolidación, representadas matemáticamente como discontinuidades. Estas son indispensables para obtener parámetros y generar modelos de sedimentación con el propósito de diseñar equipos, tales como clarificadores para tratamientos de aguas, espesadores utilizados generalmente en minería, entre otros.

La identificación de las interfaces mencionadas, son imprescindibles para resolver las ecuaciones, que permiten modelar el proceso de sedimentación en diferentes casos. Para esto se han desarrollado métodos de identificación-seguimiento de interfaces, los cuales son formulados generalmente por un proceso obtención experimental (visual), tales como la identificación con columnas graduadas, el operario identifica las interfaces en intervalos de tiempos controlados y las tabula en función del tiempo. Por otro lado, otro proceso es mediante pipetas Andreasen, en el cual se requiere una columna de espesamiento donde se deposita la suspensión, en un periodo de tiempo se retira la zona de agua clara y con las pipetas Andreasen se succiona el sedimento en varias pipetas a intervalos de profundidad.

Esta obtención de parámetros de forma visual, dependen del tipo de líquido muestreado por ende si este es opaco o poco claro, no se identificará con exactitud las interfaces. Es aquí donde nace una oportunidad de ocupar la Tomografía de impedancia eléctrica, para la obtención de parámetros de sedimentación.

La tomografía de impedancia eléctrica, es una técnica de imagen no invasiva, que permite conocer propiedades eléctricas de una zona, como la conductividad o impedancia. Para poder obtener esta imagen de conductividad o impedancia, es necesario inyectar corriente en electrodos posicionados en el contorno de la zona y medir el voltaje en los electrodos restantes, esto permite conocer la distribución de conductividad o impedancia en la zona. Esta forma de obtención de parámetros mediante la tomografía de impedancia eléctrica no depende de la viscosidad, oscuridad o

si el fluido es opaco, más bien de la conductividad de la mezcla, lo que permite identificar no solo la interfaz, sino que la concentración a distintas alturas durante la sedimentación independientemente de la visibilidad del fluido.

En este trabajo de título se estimaron perfiles de concentración de sólidos, mediante tomografía de impedancia eléctrica. En primer lugar, se seleccionaron perfiles de concentración de sólidos obtenidos mediante el modelo de sedimentación compactación. Estos fueron mapeados a conductividad para simular voltajes de un tomógrafo de impedancia eléctrica. A partir de estos voltajes simulados se realizaron reconstrucciones de conductividad con distintos algoritmos. Las reconstrucciones de imágenes de conductividad se generaron por medio de elementos finitos en 2D, cual mediante elementos ayudaron a distribuir la conductividad correspondiente en las diferentes zonas. Finalmente, se a partir de la reconstrucción de conductividad se mapea nuevamente la concentración de sólidos para compararla con la original.

1.2 Trabajos Previos

En este apartado se presentan diversos trabajos previos relacionados con la tomografía de impedancia eléctrica, sedimentación y conductividad en las mezclas. Con el objetivo de tener una visión amplia y detallada de distintos puntos y diseños.

1.2.1 Sedimentación

- ♣ G. J. F. Carreño, “Detección y seguimiento de interfaces tipo fluido-sedimento”, tesis, Univ. Chile, 2014 [1].

Este estudio aborda la sedimentación, proceso en el cual las partículas sólidas se separan del líquido, crucial en el diseño de clarificadores y tanques de espesamiento. Por un lado, fue un apoyo bibliográfico para estudiar y conocer los diferentes procesos de sedimentación con sus diferentes modelos, tales como el modelo de Kynch y fenomenológico. Por otro lado, ayudo a comprender los diferentes sistemas de identificación de interfaces de la sedimentación.

- ♣ V. M. A. Cortés, “Análisis de consolidación y secado de relaves para evaluar mejoras de recuperación de aguas en tranques de relave convencionales operados con celdas interiores”, tesis, Univ. Chile, 2019 [2].

Este estudio se centra en la gran minería del cobre en Chile, donde el aumento de la producción y la disminución de la ley del mineral generan mayores consumos de agua. La tesis fue un aporte bibliográfico tanto para el conocimiento de los procesos de sedimentación que se hacen en Chile y conocer el comportamiento de la concentración de sólidos en función a la velocidad.

- ♣ Jimena Scarlett Magaña Jiménez., “Evaluación Geológica y ambiental del relave abandonado en Ramayana 1, comuna de Olmué Valparaíso.”, Tesis-Memoria de Título, Univ. Andrés Bello., Viña del Mar - Chile, 2019 [3].

Este estudio de tesis se centra en un depósito de relaves abandonado, evaluando su mineralogía y procesos ambientales para comprender su impacto potencial en la población circundante. El cual se obtuvieron diversos valores de conductividad para poder evaluar cómo se comporta el mapeo de concentración de sólidos con los diferentes valores.

- ♣ Luis Alberto Salas Contreras, “Tratamiento cero descargas líquidas de agua de relave con valorización de sólidos y salmuera”, Tesis-Memoria de Título, Univ. Concepción., Concepción-Chile, 2022 [4].

En este estudio de tesis se propone un tratamiento integrado del agua de relave en la minería del cobre. Utilizando tecnologías como precipitación química, intercambio iónico, ósmosis inversa, calcinación de carbonato de calcio y electrodiálisis de membranas bipolares, se demuestra la viabilidad técnica y económica. Como en el proyecto de título mencionado el estudio fue enfocado en el tratamiento de aguas servidas, sirvió para el conocimiento de diversos valores de conductividad para generar el mapeo de concentración de sólidos, no solo con valores de relaves mineros, sino que también se utilizó de estos valores a modo de prueba para conocer cómo se comporta la sedimentación con valores de conductividad de plantas de aguas servidas.

- ♣ “Caracterización geoquímica y mineralógica de relaves mineros La Ciénaga – La Libertad”, *INGEMET*, Boletín serie B, N°78, p. 147, 2022 [5].

Este estudio se enfoca en la caracterización geoquímica y mineralógica de los relaves mineros La Ciénaga en Perú, generados por la Compañía Aurífera Marañón S.A. entre 1993 y 1996. A través de muestreos y análisis, se identifican cinco depósitos de relaves con concentraciones variables. Mediante el estudio mencionado se obtuvieron los valores de conductividad líquida y sólida, que se utilizaron para poder generar los diferentes mapas de concentración de sólidos a conductividad,

1.2.2 Conductividad en mezclas

- ♣ S. Banisi, J. A. Finch y A. R. Laplante, “Electrical conductivity of dispersions: A review”, *Minerals Eng.*, vol. 6, n.º 4, pp. 369–385, abril de 1993 [6].

Se revisan modelos de conductividad de dispersiones de interés potencial, como los de Maxwell, Bruggeman y Fricke, que consideran concentración volumétrica, forma y distribución de tamaño de la fase dispersa.

- ♣ R. S. MacTaggart, H. A. Nasr-El-Din y J. H. Masliyah, “A conductivity probe for measuring local solids concentration in a slurry mixing tank”, *Separations Technol.*, vol. 3, n.º 3, pp. 151–160, julio de 1993 [7].

La información sobre la concentración local de sólidos en recipientes agitados mecánicamente es escasa, a pesar de su importancia en procesos como cristalización y mezcla. La técnica de muestreo clásica, al extraer una pequeña muestra, ha sido utilizada para medir uniformidad o concentración local de sólidos debido a su simplicidad.

- ♣ H. Nasr-El-Din, C. A. Shook y J. Colwell, “A conductivity probe for measuring local concentrations in slurry systems”, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 13, n.º 3, pp. 365–378, mayo de 1987 [8].

Este estudio se centra en un método de conductividad eléctrica con electrodos dispuestos para medir la concentración en un volumen específico del sistema Tomografía de impedancia eléctrica. Además, fue un aporte al momento generar un mapeo de concentración a conductividad, mediante la ecuación de Perry and Chilton.

1.2.3 Tomografía de impedancia eléctrica

- ♣ S. A. VERGARA ROJAS, “Universidad de Concepción Dirección de Postgrado Facultad de Ingeniería - Programa de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería con Mención en Ingeniería Eléctrica Estimación de características de baja dimensionalidad utilizando tomografía de impedancia eléctrica”, Doctoral, Univ. Concepción., Concepción-Chile [9].

Este trabajo se centra en la tomografía de impedancia eléctrica, una tecnología que estima la distribución de conductividad en un área mediante electrodos externos. Con el cual se obtuvieron las fórmulas que corresponden a ecuaciones de borde, optimización de Gauss Newton y elementos finitos.

- ♣ Nelson Fernando Fernández Maje -Melenge Meneses Alejandro, “Análisis de algoritmos de reconstrucción de imágenes EIT en el diagnóstico de la EPOC”, Memoria de Titulo, Univ. Del Cauca, Popayán, 2018 [10].

Esta tesis aborda la Tomografía por Impedancia Eléctrica (EIT), una técnica no invasiva y sin radiación que observa cambios de impedancia en el cuerpo. Se inyecta corriente a través de electrodos, midiendo el potencial en electrodos adyacentes. La cual ayudo a estudiar cómo se trabaja mediante EIDORS la tomografía de impedancia eléctrica, como fueron el caso de generar imágenes de distribución de conductividad con diferentes métodos de reconstrucción y de regularización.

- ♣ Doñate Matilla Georgina, “Investigación de recursos áridos mediante Tomografía Geoelectrica en Malpartida Plasencia”, Tesis-Memoria de Titulo, Esc. Tec. Ing. En Minas, España-Plasencia., Julio 2012 [11].

En el estudio de esta tesis se emplea prospección geofísica mediante perfiles de Tomografía para obtener secciones de resistividad del subsuelo. El cual ayudo al estudio bibliográfico de la tomografía de impedancia eléctrica.

- ♣ Chandia Días Sebastián Andrés, “Método de medición y detección de conductividad eléctrica usando una sonda y tomografía por impedancia eléctrica”, Tesis-Memoria de Titulo, Univ. Concepción., Concepción-Chile, 2013 [12].

Este trabajo aborda la tomografía por impedancia eléctrica como técnica no invasiva para analizar la conductividad eléctrica de un cuerpo o medio. Se implementa el método de Newton-Raphson modificado y regularización de variación total. El cual, mediante los métodos mencionado en el estudio de la tesis, se utilizaron para generar las imágenes de distribución de conductividad.

- ♣ Sathyanarayan Rao (2024). Electrical Impedance Tomography Image Reconstruction usando EIDORS freeware basado en MATLAB (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileinter/59263-electrical-impedance-tomography-image-reconstruction-using-matlab-based-freeware-eidors>), MATLAB Central File Exchange. 26 abril, 2024 [13].

EIDORS es en software libre y gratuito basado en Matlab que es utilizado para la tomografía de impedancia eléctrica, el cual utiliza distintos algoritmos de su propia biblioteca EIDORS.

1.3 Discusión

La revisión bibliográfica se separó en tres temas: 1 sedimentación, 2 conductividad de mezclas y 3 tomografía de impedancia eléctrica.

Con respecto al tema 1, se conocieron los modelos de sedimentación. En [1] se presentan como modelo fenomenológico que describe la formación de discontinuidades en el proceso identificando las etapas sedimentación-compactación y el modelo Kynch que describe procesos de sedimentación con soluciones ideales. Estos modelos requieren de parámetros que dependen del material y que se identifican experimentalmente a través de métodos visuales, pipetas y velocimetría según [1] y [2]. Dentro de esta revisión también se contempló valores referenciales de conductividades líquidas y sólidas de distintos relaves mineros chilenos de acuerdo con [3] y [4], al igual de valores en relaves peruano específicamente el relave la Ciénega como se indica en [5].

En cuanto al tema 2, se contemplaron modelos que relacionaran la concentración de sólidos de una mezcla con su conductividad, a través de [8] con el modelo de Perry and Chilton, este relaciona la concentración con conductividades líquidas y sólidas que estén presente en una mezcla. Dentro de esta revisión bibliográfica también se evaluaron distintos modelos que relacionen la conductividad, como es en el caso en [6] a través de la conductividad con la concentración volumétrica con los modelos de Maxwell, Bruggeman y Fricke. Y en [7] que relaciona la conductividad con pequeñas muestras de concentraciones sólidas en recipientes.

En lo que respecta a la TIE, se ve que esta permite obtener la distribución de conductividad en un área o volumen. Con respecto a la solución matemática de la TIE, esta se puede realizar mediante el toolbox EIDORS para Matlab [13]. Este es de uso gratuito y ha sido utilizado en varias investigaciones científicas [9] [10] [11] [12]. Dado que la relación determinada por Perry and Chilton se puede relacionar la conductividad con la concentración de sólidos, esta tecnología se presenta como una alternativa interesante para el estudio de la sedimentación como se propone en este proyecto.

Después de la revisión bibliográfica, se puede ver que a pesar de que el modelo fenomenológico de sedimentación-compactación es bien aceptado por la comunidad, no existen estudios que lo utilicen para estudiar el uso de tomografía de impedancia eléctrica en la medición de parámetros, según [1]. Se observa además que la relación reportada entre la conductividad y la concentración de sólidos permitiría unir matemáticamente perfiles de concentración con simulación de voltajes de TIE. Por otro lado, se tienen además valores de conductividad reales reportados de materiales usados en minería que será utilizados en este estudio.

1.4 Motivación

Los procesos de sedimentación, son usados ampliamente en muchos sectores, como en la elaboración de agua potable con clarificadores, en el área de la minería en los espesadores de relave e incluso en el área de la salud, donde se utilizan procesos de sedimentación para la preparación de muestras para diferentes exámenes.

Para los procesos de sedimentación mencionados, es necesario obtener los parámetros del modelo de sedimentación-compactación. Este modelo es utilizado para el diseño de equipos industriales diversas tecnologías se emplearon en distintos sectores industriales, pero la falta de precisión conllevaba riesgos significativos. Errores en la determinación de parámetros, como el cálculo inexacto de la interfaz de agua clara, resultaban en diagnósticos erróneos. Estos equívocos podrían tener consecuencias graves, como la contaminación del suministro de agua potable o el desajuste en modelos de sedimentación en la industria minera, provocando pérdidas económicas sustanciales.

El método predominante para obtener datos sobre sedimentación es el visual, el cual operarios o cámaras observaban muestras, registrando las interfaces en diferentes momentos. Sin embargo, este enfoque presentaba limitaciones: su falta de precisión, dependencia de la calidad visual del fluido, opacidad del agua.

Debido a lo anterior en este trabajo de título se busca generar una obtención de perfiles de sedimentación mediante la tomografía de impedancia eléctrica, en el cual por medio de un desarrollo computacional (Matlab) basado en la medición conductividad eléctrica de la mezcla. Esto podría permitir obtener parámetros de sedimentación y compactación sin depender de la visibilidad de la mezcla.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Obtener perfiles de concentración de sólidos en sedimentación, mediante tomografía de impedancia eléctrica.

1.5.2 Objetivos Específicos

- Mapear de concentración de solidos a conductividad.
- Obtener voltajes simulados y elementos finitos en 2D
- Reconstruir conductividad de la sedimentación en los diferentes tiempos, con la obtención de los voltajes simulados y mediante los elementos finitos.
- Mapear conductividad en 2D a 1D.
- Mapear conductividad de la sedimentación en 1D a concentración de la sedimentación en 1D

1.6 Alcances y Limitaciones

Para la obtención de perfiles de concentración de sólidos en sedimentación, solo se determinará por medio del software de Matlab, por medio del Toolbox Eiders. El cual por medio de obtenciones bibliográficas de mapeos de concentración de solidos a conductividad y valores de conductividad de sólidos e liquidas de una mezcla, se generarán simulaciones de las diferentes fases de sedimentación, lo cual excluye cualquier proceso experimental.

1.7 Metodología y Temario

- ♣ El capítulo 2 aborda los antecedentes del proceso de sedimentación describiendo los diferentes tipos como la sedimentación gravitacional y sedimentación acelerada. En este mismo capítulo se presentan los diferentes modelos de la sedimentación (Kynch y fenomenológico). Por último, se describen los diferentes mecanismos de identificación de fases de la sedimentación.
- ♣ El capítulo 3 presenta la Tomografía de impedancia eléctrica (TIE) explicando el significado y el procedimiento de esta. El capítulo aborda ecuaciones basadas en las leyes de Faraday y Ampere, la necesidad de conocer una malla, el número de electrodos y el tipo de estimulación. Se detallan los métodos de solución del problema directo y problema inverso.
- ♣ El capítulo 4 describe la metodología empleada, comenzando con una investigación y análisis bibliográfico sobre la sedimentación. Se realizaron simulaciones de concentración de sólidos en Matlab y se empleó tomografía de impedancia eléctrica con el Toolbox Eiders para reconstruir imágenes de conductividad. La Figura 2.1 resume los pasos desde el mapeo de concentración a conductividad hasta la conversión de conductividad 1D a concentración 1D.
- ♣ En el capítulo 5 aborda el mapeo de la concentración de sólidos a conductividad en perfiles de sedimentación, presentando un modelo basado en la fórmula de concentración de sólidos a conductividad. Se destaca la diferencia entre la conductividad de sólidos y líquidos, proponiendo el uso de elementos finitos para modelar el comportamiento de la conductividad en distintas etapas de la sedimentación. Además, se muestran voltajes simulados obtenidos a partir de la conductividad en diferentes momentos del proceso. El capítulo se enfoca en la reconstrucción de la conductividad en 2D, utilizando varios métodos de regularización, y detalla parámetros clave y valores RMSE para evaluar la calidad de las reconstrucciones. También se lleva a cabo un mapeo de la conductividad 2D a un plano 1D, explorando la sensibilidad de los electrodos y ajustando el diámetro para mejorar la representación del centro de la distribución de conductividad. Finalmente, se presentan mapas de concentración de sólidos en 1D en diferentes momentos de sedimentación.

A continuación, se presenta una estructura que explica, la metodología trabajada en este proyecto de título

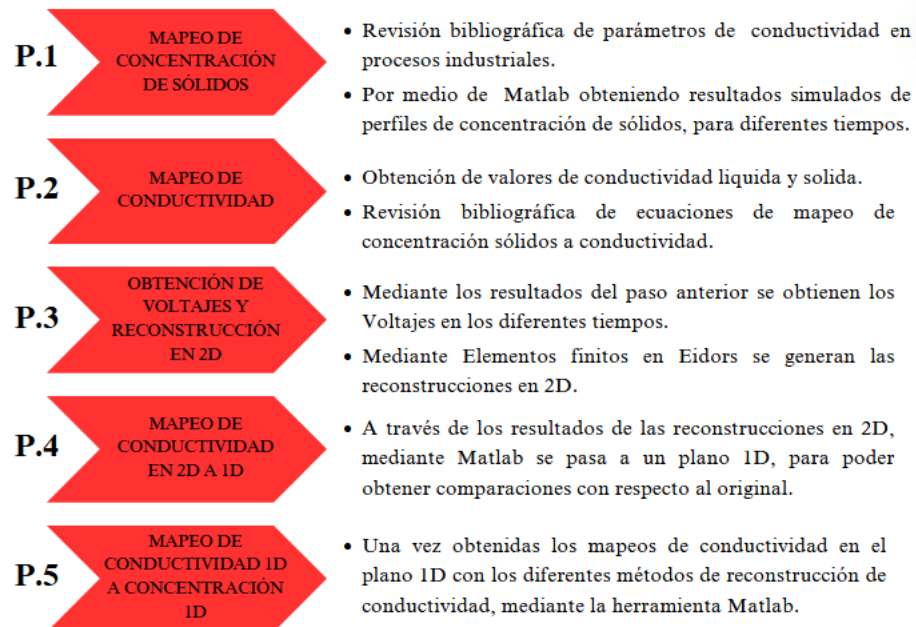


Fig. 1.1 “Metodología Proyecto de Título.”

Capítulo 2. Sedimentación

2.1 Introducción

En este capítulo describen los procesos de sedimentación, ya sea por la gravedad o mediante fuerzas aceleradas. Se detalla la formación de aglomerados, la sedimentación gravitacional y acelerada, así como modelos teóricos como el de Kynch y fenomenológico. Se abordan también los mecanismos de identificación de interfaces, como la medición visual, el uso de pipetas Andreasen y la medición por conductividad eléctrica en tanques de sedimentación.

2.2 Sedimentación

Sedimentación es el proceso en el cual las partículas sólidas presentes en un medio líquido decantan al ser sometidas a una fuerza. Esta fuerza puede ser la fuerza de gravedad (sedimentación gravitacional y/o natural) o una fuerza producida por una aceleración externa [1] (sedimentación acelerada).

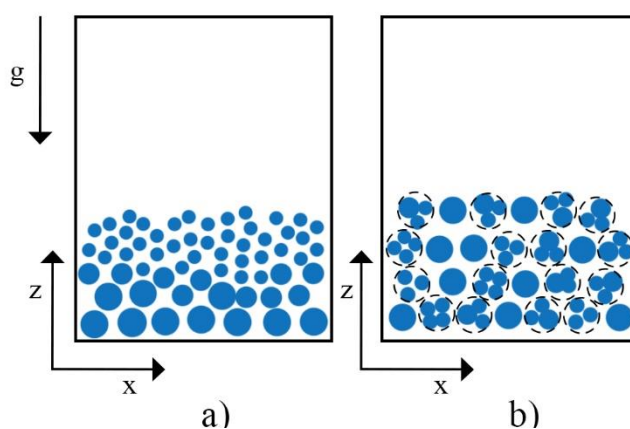


Fig. 2.1 “Diagrama de sólidos no floculados (a) y floculados (b).”

En los procesos de sedimentación se pueden encontrar dos tipos de aglomerados. Los sólidos floculados [1] se agrupan hasta formar cúmulos o floculas de un tamaño en específico antes de decantar (Fig. 2.1b)); y los sólidos no floculados no se agrupan de ninguna forma (Fig. 2.1a)). En el caso de que los sólidos no floculen por sí mismo se agregan químicos que aceleren el proceso de sedimentación ya sea forzando los sólidos a aglomerarse (floculantes) o disminuyendo la tensión superficial del fluido (surfactantes) para permitir una mayor velocidad de partículas en la sedimentación.

La zona (i) corresponde a la fase de clarificación corresponde a la zona donde ya no hay sedimentos; la zona (ii) corresponde la fase de transición es donde se encuentra la solución solido-líquido y la zona (iii) corresponde fase de compactación donde se encuentra mayoritariamente sólido precipitado y el líquido solo llena los espacios entre granos. Al finalizar el proceso de transición se tiene una fase de compactación y una fase de clarificación Fig. 2.2d. Como se mencionó anteriormente, en la fase de transición se encuentra tanto líquido como sólido, dentro de esta zona se puede producir tanta sedimentación libre como sedimentación dificultada y la densidad de partículas de esta zona se mantiene constante durante el proceso de sedimentación.

La Fig. 2.2 presente las distintas zonas que se identifican durante la sedimentación.

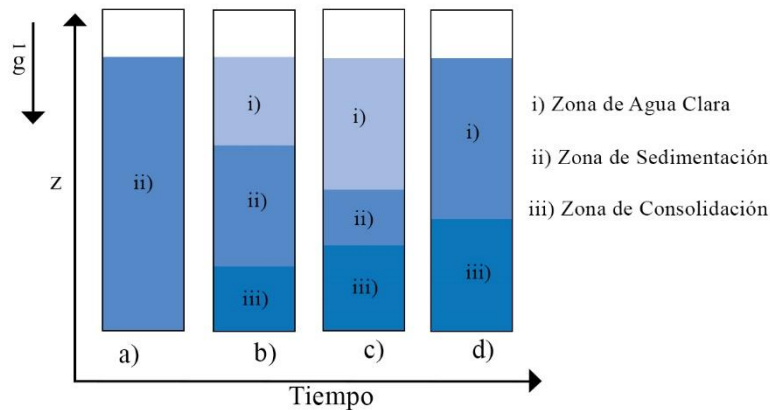


Fig. 2.2“Diagrama del proceso de sedimentación.”

- ❖ Zona de Agua Clara (Fase de clarificación).
- ❖ Zona de Sedimentación (Fase de Transición).
- ❖ Zona de Consolidación (Fase de compactación).

La fase de transición tiene gran cantidad de partículas en movimiento por lo que tiene una alta energía cinética, fase de clarificación clara en cambio, puede ser una zona sin partículas con muy pocas partículas en estado de flotación o moviéndose lentamente por lo que la energía cinética en esta zona será mucho menor a la zona de sedimentación.

La fase de compactación, es una zona donde se encuentran mayoritariamente sólidos, la concentración de esta zona varía poco a lo largo del tiempo, pero siempre aumentando producto de la compactación de partículas.

2.2.1 Sedimentación gravitacional

La sedimentación gravitacional se produce cuando las partículas en la solución están sometidas solo a la fuerza de gravedad, en este caso las partículas se mueven hacia abajo, es decir hacia el fondo del tanque formando un sedimento en el fondo de este. La sedimentación gravitacional [1] es observable en todos los cursos naturales de agua y en tanques que contienen soluciones de líquido – sólido, como espesadores de cobre o muestras de sangre.

2.2.2 Sedimentación acelerada

En un proceso de sedimentación acelerada [1] se aplican otras fuerzas a la mezcla para acelerar la separación del líquido con el sólido, generalmente esto se logra por medio de la aplicación de una fuerza centrífuga, es decir colocando la mezcla en un estanque rotatorio y haciéndola girar rápidamente para aumentar la velocidad de separación de sólidos y líquidos, un ejemplo de las aplicaciones de este tipo de sedimentación son los secadores centrífugos, separadores de plasma y suero sanguíneo, etc.

2.3 Modelos de Sedimentación

2.3.1 Modelo de Kynch

Es la primera teoría de sedimentación, esta teoría fue elaborada en el año 1952, la cual describe procesos de sedimentación con soluciones ideales, y las partículas son incompresibles, como el caso de esferas de vidrios o partículas de minerales no floculadas. Este modelo de Kynch se basa en la propagación de ondas en una suspensión idealizada donde la suspensión es un continuo y presenta el proceso de sedimentación por la ecuación de continuidad de sólidos [1].

A partir de este modelo se define la función de densidad de flujo de Kynch y está dado por la siguiente Ec.

$$f_k(\phi, t) = q(t)\phi + f_{bk}(\phi) \quad (1)$$

Donde la ecuación 1 depende de la concentración volumétrica (ϕ) definida en la E. 2 y $q(t)$ es la velocidad volumétrica.

$$\phi = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (2)$$

Esta ecuación de concentración volumétrica permite definir la densidad de la mezcla como:

$$\rho_m = \rho_1 \phi + (1 - \phi) \rho_p \quad (3)$$

El término $q(t)$ de la Ec. 1 se define como:

$$f_{bk}(\phi) = - \frac{\Delta \rho \phi^2 (1 - \phi)^2 g}{\alpha(\phi)} \quad (4)$$

El termino $\alpha(\phi)$, corresponde a un parámetro de la ecuación del modelo Kynch, esta define las distintas propiedades dependiendo la etapa del proceso, pero siempre depende de las viscosidad del fluido y la fracción volumétrica de sólidos.

2.3.2 Modelo fenomenológico o de sedimentación compactación

Modelo desarrollado a partir de 1970, la cual describe la formación de discontinuidades en el proceso de sedimentación identificando las etapas de sedimentación y consolidación. Permitiendo la representación de soluciones con sólidos floculados.

Este modelo se basa en las leyes de conservación de la masa y momento lineal que permite obtener los balances macroscópicos de masa y momento lineal de la suspensión. Estos balances corresponden a ecuaciones más generales que debe cumplir toda la suspensión que pueda ser tratada como medio continuo.

- ❖ Las partículas son pequeñas en relación al recipiente que contiene la solución y todas las partículas son de la misma forma y densidad.
- ❖ Los componentes sólidos y líquidos son incompresibles en su estado
- ❖ La solución está completamente floculada al inicio del proceso de espesamiento.
- ❖ No hay transferencia de masa entre el sólido y el líquido
- ❖ La sedimentación es gravitacional.

En el modelo fenomenológico es necesario obtener ecuaciones que permitan caracterizar la solución, estas ecuaciones se conocen como constitutivas, que corresponden al esfuerzo efectivo de sólidos $\sigma_e(\phi)$ y la densidad de flujo $f(\phi)$, estas ecuaciones implican restricciones en las propiedades del material y en el movimiento de las partículas.

Se define el esfuerzo efectivo de sólidos como:

$$\frac{\partial \sigma_e(\phi)}{\partial z} = - \Delta \rho \phi g - \frac{\alpha(\phi) v_r}{1 - \phi} \quad (5)$$

De la ecuación 5 corresponde v_r corresponde a la velocidad relativa entre el líquido y el sólido.

Y la función de densidad de flujo para una suspensión compresible:

$$f(\phi) = q(\phi) + f_{bk}(\phi) + \alpha(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (6)$$

Además, el modelo fenomenológico esta descrito a partir de diferentes ecuaciones y análisis dimensionales [1], para obtener una expresión para la variación volumétrica de solidos de un espesador, esta ecuación permite el modelamiento de un espesador en función del tiempo y altura tanto en sus fases de sedimentación como consolidación.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\phi q(t) + f_{bk}(\phi)) = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_{bk}(\phi) \sigma'_e(\phi)}{\Delta \rho \phi g} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (7)$$

2.4 Identificación de parámetros del modelo fenomenológico.

2.4.1 Medición por medio visual.

Normalmente se ocupa una columna graduada, con el propósito del usuario pueda identificar las diferentes interfaces, tanto agua clara como consolidación o compactación para intervalos de tiempos controlados.

Es un método bastante simple, poco costoso y no invasivo, pero la exactitud del método visual es dependiente de la rapidez de la sedimentación la muestra y de la experiencia de la persona que este aplicando la prueba.

2.4.2 Medición de concentración con pipetas Andreasen.

Por medio de la medición de pipetas Andreasen, se requiere una columna de espesamiento donde se deposita la suspensión, un luego pasado un determinado tiempo se retira la zona de agua clara con la pipeta Andreasen y mediante otras pipetas se succiona el sedimento en varias profundidades. Esto determina la concentración volumétrica de sólidos.

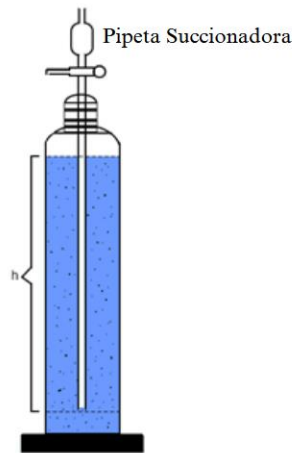


Fig. 2.3 “Pipeta Andreasen”

La ventaja de este método de la pipeta Andreasen es el bajo costo operacional, pero su mayor desventaja es el ser muy invasivo, lo que provoca que se altere la muestra y sea propenso a errores.

2.4.3 Medición por medio conductividad eléctrica.

Es un método de medición que se utiliza bastante en tanques de sedimentación que cuenta con sensores de conductividad en 2 caras opuestas ubicadas simétricamente a distintas alturas desde la base de la columna. Estos sensores están compuestos por medios de electrodos opuestos entre sí para la inyección de corriente y poder obtener una medición de voltaje inducido. Luego se determina la conductividad a partir de la respuesta de este sensor.

La conductividad se relaciona con la concentración de sólidos por medio de la siguiente formula [1].

En el capítulo 5.2 se explicará por qué este método de medición es diferente al método implementado en el trabajo de título a pesar de utiliza el mismo arreglo de electrodos.

$$\phi = \frac{\phi_{Max}^*(1 - K_m)}{1 + bK_m} \quad (8)$$

- ❖ K_m Corresponde a la conductividad de la mezcla.
- ❖ ϕ_{Max}^* Corresponde al parámetro de la ecuación.
- ❖ b Corresponde al parámetro de la ecuación.

Capítulo 3. Tomografía de impedancia eléctrica y Eiders

3.1 Introducción

En el siguiente capítulo se introduce la tomografía de impedancia eléctrica (TIE), una técnica no invasiva que reconstruye la distribución interna de conductividad en un cuerpo. Por un lado, Se explica el proceso de inyección de corriente, medición de voltaje y la modelación matemática. Por otro lado, se aborda la reconstrucción de imágenes en TIE, detallando el problema directo e inverso. Se describen métodos de solución y regularización, con énfasis en el uso de Eiders, un software de código abierto para reconstrucción en TIE. Se discuten modelos directos, inversos y la aplicación del método de elementos finitos en el proceso.

3.2 Introducción a la tomografía de impedancia eléctrica

La tomografía de impedancia eléctrica (TIE) es una tecnología libre de radiación de bajo costo que permite conocer la propiedad eléctrica de una región, cuerpo o volumen a partir de mediciones de voltaje o corriente, bajo estimulaciones conocidas a través de una serie de electrodos posicionados.

La TIE cuenta con estudios y aplicaciones médicos e industriales [10], se basan en obtener información del sistema a partir de la imagen de perfil de conductividad o impedancia, para esto es necesario reconstruir completamente la distribución de conductividad en la sección, cuerpo o volumen. El problema de esto, se debe a que no lineal y mal condicionado debido al número de mediciones, provocando a que se dificulte obtener imágenes de buena calidad, sin embargo, existen aplicaciones que no requieren de información o reconstrucción detallada de la distribución de conductividad.

Matemáticamente la TIE se describe por las siguientes ecuaciones:

$$u + Z_l \sigma \frac{\partial u}{\partial v} = U_l, \quad x \in e_l \in \partial\Omega, l = 1, 2, \dots, L \quad (9)$$

$$\int_{e_l} \sigma \frac{\partial u}{\partial v} dS = I_l, \quad x \in e_l \in \partial\Omega, l = 1, 2, \dots, L \quad (10)$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial v} = 0, \quad x \in \partial\Omega \setminus \bigcup_{l=1}^L e_l \quad (11)$$

La ecuación (9), describe la función de Laplace [9], donde u representa el potencial eléctrico $\frac{\partial u}{\partial v}$ la corriente eléctrica. Las ecuaciones (10) y (11) corresponden a ecuaciones de borde, donde (10) es el potencial eléctrico en los electrodos y (11) indica el valor de la corriente inyectada.

En la TIE durante el ciclo de operación del tomógrafo realiza varias estimulaciones y mediciones eléctricas. Esta estimulación puede realizarse con corriente o voltaje [9]. En este trabajo de título solo se utilizó una estimulación mediante inyección de corriente. En esta estimulación se inyecta una corriente conocida a través de un par de electrodos y se mide el voltaje en los electrodos restantes, esto se repite hasta que se haya inyectado corriente por todos los electrodos definidos, este proceso se denomina “patrón de inyección” y las mediciones correspondientes como “patrón de medición”

En la tomografía de impedancia eléctrica se proponen distintos patrones de inyección y medición, los cuales ofrecen diferentes distribuciones de sensibilidad en la región de estudio.

En el presente trabajo se utilizó una “inyección Adyacente”. Este es un método ampliamente utilizado, en este caso la corriente es inyectada por los electrodos que se encuentran adyacentes, tal como lo muestra la Fig. 3.1 y Fig. 3.2, mientras que en el resto de los electrodos se realizan mediciones de voltaje.

Para un tomógrafo de L electrodos, se pueden realizar un total de L inyecciones, lo que permite que se obtengan L^2 mediciones si el sistema permite medición y estimulación simultánea. En el caso contrario se obtiene un total $L(L - 3)$.

La figura 3.1 ejemplifica un sistema básico de inyección y medición adyacente, utilizado común mente en TIE, la figura 3.2 ejemplifica el sistema utilizado en el proyecto de tesis, el cual cuenta con 16 electrodos posicionados en el contorno de la columna de sedimentación,

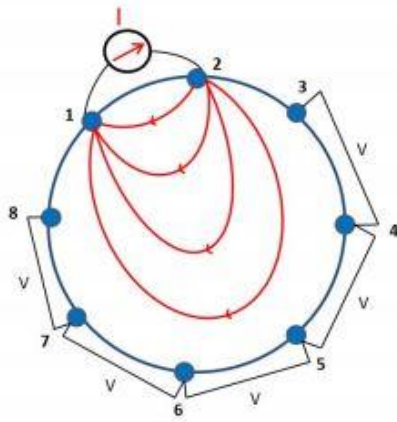


Fig. 3.1 “Ejemplificación de un sistema básico de TIE.”

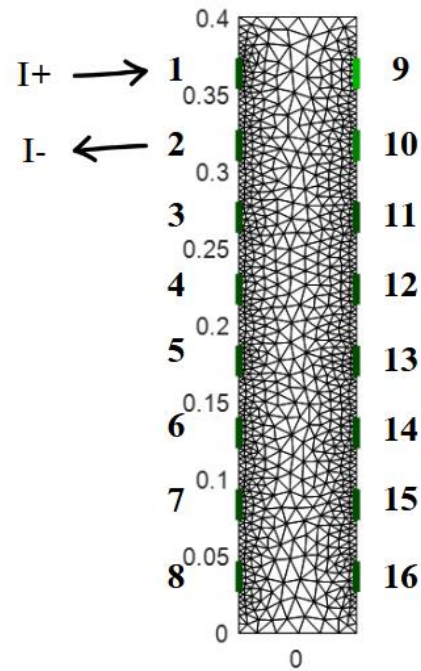


Fig. 3.2 “Modelo de electrodos utilizados.”

3.2.1 Problema directo

El problema directo es usado en TIE para poder predecir las mediciones de voltajes, según los estímulos de corrientes inyectados en la configuración de electrodos. En el caso del problema directo la distribución de conductividades conocida.

3.2.1.1 Métodos de solución del problema directo

Los enfoques de reconstrucción para el problema directo han evolucionado desde diversas configuraciones geométricas con resistencias. Para abordar dominios generales y facilitar la reconstrucción no lineal, se requieren procedimientos numéricos. Los métodos más comunes para la solución de ecuaciones diferenciales parciales son el método de diferencia finitas, método de elementos finitos y método de elemento de contorno [10].

Tabla 3.1 “Métodos de reconstrucción del problema directo.”

Métodos	Descripción
Diferencias Finitas. (FDM)	Discretiza el medio por donde se hace la medición y el electrodo en forma de malla, su solución es calculada en los puntos de intersección o en los nodos de la malla.
Elementos Finitos. (FEM)	Se basa en dividir un dominio (como una estructura o cuerpo) en subdominios no intersectantes llamados elementos finitos. Cada elemento finito representa una porción del dominio y se caracteriza por un conjunto de puntos llamados nodos. Los nodos están conectados entre sí, formando una malla que cubre todo el dominio.
Elemento Contorno. (BEM)	En lugar de dividir el dominio en elementos internos, el BEM se concentra en la frontera del objeto o estructura. La frontera se divide en segmentos o elementos de línea.

En este trabajo de título se implementó el método de elementos finitos (MEF) [10] se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se denomina a discretización. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximación, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

El Método de elementos finitos es un método de aproximación de problemas continuos:

- ❖ El continuo se divide en un numero finitos de partes llamados Elementos cuyo comportamiento se especifica mediante un numero finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados nodos. Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacente.
- ❖ La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por el ensamblaje de los elementos.
- ❖ Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones de los nodos.

Un elemento Finito viene definido por sus nodos (i, j, m) y por su contorno formado por las líneas que los unen [10]:

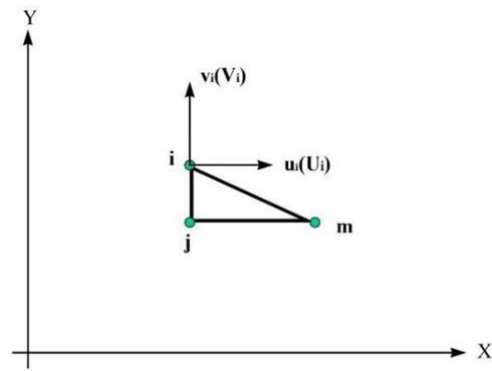


Fig. 3.3“Imágenes de Coordenadas nodales.”

3.2.2 Problema Inverso.

El problema inverso consiste en obtener la conductividad de la región a partir de estimaciones conocidas y las mediciones en el contorno. Este es un problema no lineal por la forma que se desplaza la corriente y mal condicionado (mayor número de elementos que inyecciones de corrientes). Para obtener la solución numérica se subdivide la región de interés en un numero finito de elementos.

Con la solución del problema directo (FEM), se puede obtener la solución del problema inverso, para esto se plantea un problema de optimización, debido a que este problema posee generalmente más incógnitas que ecuaciones, por la tanto, el problema inverso se dice que está mal determinado.

En una abreviación más sencilla. El problema directo se conoce los valores de conductividad “ σ ” se quiere determinar los valores de voltaje “ U_1 ”. Mientras que en el problema inverso se conocen los valores de voltaje “ U_1 ” y se quiere conocer conductividad “ σ ”.

3.2.3 Optimización

La optimización consiste en determinar los valores de una variable que minimicen una función de costo. Un problema de optimización está dado por

$$\min_x f(x). \quad (12)$$

Con $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$. Las condiciones necesarias para que un punto x^* sea óptimo vienen dadas por las condiciones de primer y segundo orden.[9]

3.2.3.1 Condición de primer orden

Esta condición indica que un punto x^* es óptimo, solo si $\nabla f(x^*) = 0$

3.2.3.2 Condición de segundo orden

La condición de segundo orden indica que si un punto x^* cumple la primera condición de orden y $K(x)$ es el Hessiano de $f(x)$ esta dado por:

$$K(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Entonces si la matriz de $K(x^*)$ es definida positiva, entonces x^* es un mínimo local, y si es definida negativa, es un máximo local. En otro caso x^* es un punto de silla.[9]

En este trabajo de título el problema de optimización (10) viene dado por:

$$\min_{\sigma} f(\sigma). \quad (14)$$

Donde $f(\sigma)$ corresponde a una función de costo, específicamente la función corresponde a:

$$\min_{\sigma} ||V_m - V_s(\sigma)||^2 \quad (15)$$

V_m : Voltajes medidos.
 $V_s(\sigma)$: Voltajes simulados.

Donde σ corresponde a un vector simulado con los valores de conductividad en cada uno de los elementos del modelo. Por ende los valores del voltaje simulados en (12) dependen de la distribución de conductividad σ . Esa es la razón de que el número de incógnitas (σ) es mayor que el número de ecuaciones (256 mediciones), por lo tanto, el problema está mal determinado.

Este proceso de optimización, (recordando que el problema inverso está mal determinado), se hizo mediante una solución no lineal específicamente “Gauss Newton”. Este un método iterativo para solucionar problemas no lineales y mal planteados.

Durante el desarrollo de este trabajo de título, el proceso de optimización de Gauss Newton [9] se hizo mediante la plataforma Eidors que se encuentra explicado en el punto 3.1 del capítulo. Este Toolbox ayuda a resolver el problema inverso a través de algoritmos, que en este caso corresponde a G.N, de una forma mucho más sencilla y ordenada.

Gauss newton viene representado en la siguiente ecuación:

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k - (J(\sigma_k)^T J(\sigma_k) + \alpha_k I_{reg})^{-1} J(\sigma_k)^T f(\sigma_k) \quad (16)$$

En este método el Hessiano (termino que está dentro del paréntesis elevado a menos uno y posee un término de regularización I_{reg}) es aproximado en función del jacobiano J de la función no lineal, el segundo término a la derecha de la igualdad corresponde a la dirección de busqueda. Usualmente se modifica el algoritmo para incluir un término que regula el avance en la actual dirección, que corresponde a α_k que corresponde al tamaño

Sin embargo, hay que tener en cuenta que este problema está mal determinado, es decir, tiene más incógnitas que ecuaciones. Esto se explica porque en el problema de optimización se busca σ número de ecuaciones se relaciona con el número de mediciones, mientras tanto que el número de incógnitas con el número de elementos, Por lo tanto, para obtener la matriz inversa de la Jacobiana, se debe utilizar métodos de regularización.

3.2.3.3 Métodos de regularización.

Los métodos de regularización son técnicas específicas que surgen al no ser posible resolver un mal condicionamiento de algún problema. Esta técnica trabaja conjuntamente con el proceso de optimización empleado G.N, donde en el cual se emplean o incorporan ciertos términos de regularización, los cuales son $(\alpha_k I_{reg})$.

Los métodos de regularización toman en cuenta los valores significativos con los cual su objetivo es generar imágenes suavizadas donde no se presenten cambios abruptos ni discontinuidades en las reconstrucciones [10]. En este trabajo se utilizaron los algoritmos descritos en la Tabla 4.3

Tabla 3.2 “Métodos de regularización del problema inverso.”

Métodos	Descripción
Thikonov	Utiliza operadores diferenciales, estabiliza el proceso de la reconstrucción de imagen penalizando regiones no lisas y suaviza las discontinuidades.
Laplace	Es un filtro pasa alto de segundo orden que logra hacer reconstrucciones más nítidas preservando los bordes
Noser	Usa el método de mínimo cuadrados, requiere un paso del método de Gauss Newton usando una conductividad constante.

3.3 Software Eiders

Eiders es un software de código abierto desarrollado en la plataforma Matlab utilizado en el campo de la Tomografía de Impedancia Eléctrica (TIE). Esta herramienta sirve para resolver tanto el problema directo como el inverso. Se puede utilizar para reconstruir imágenes bidimensionales o tridimensionales de la distribución de la conductividad eléctrica en un objeto o región de interés.

Eiders facilita la implementación de algoritmos de reconstrucción y análisis de datos en la TIE. Proporciona una plataforma flexible para la experimentación con diferentes métodos de reconstrucción y la visualización de los resultados. Su uso es común en aplicaciones de investigación y desarrollo en campos como la monitorización de la ventilación pulmonar, la monitorización cerebral y otras áreas de la medicina y la investigación científica. Al ser de código abierto, Eiders permite a los usuarios adaptar y personalizar sus funciones según las necesidades específicas de sus proyectos.

3.3.1 Reconstrucción de imagen en Eiders

Eiders posee diversas funciones que permiten reconstruir las imágenes, para esto se requiere de distintos comandos para la creación de una modelo bidimensional o tridimensional en el que se realicen las reconstrucciones de tomografía de impedancia eléctrica, basados en datos de potenciales obtenidos de cuerpos reales o simulados, la reconstrucción de la imagen se realiza mediante algoritmos de reconstrucción y regularización [10].

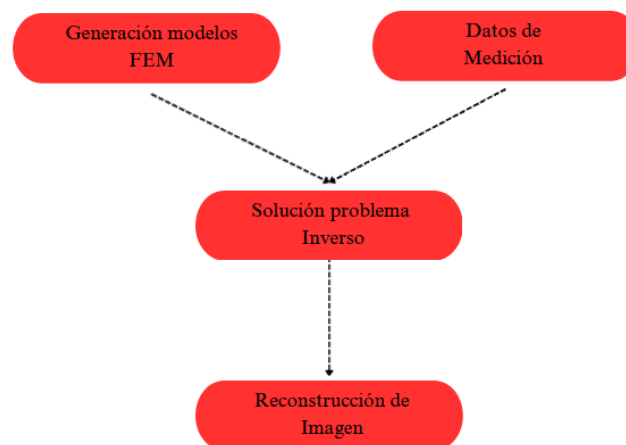


Fig. 3.4 “Diagrama de reconstrucción de imagen en Eiders.”

3.3.2 Modelo Directo

Para la resolución del problema inverso, es necesario de un modelo directo el cual contempla el tipo de modelo y estimulación (explicada anteriormente en el capítulo 3.2). A continuación, se presenta un mapa conceptual básico de un modelo FEM.

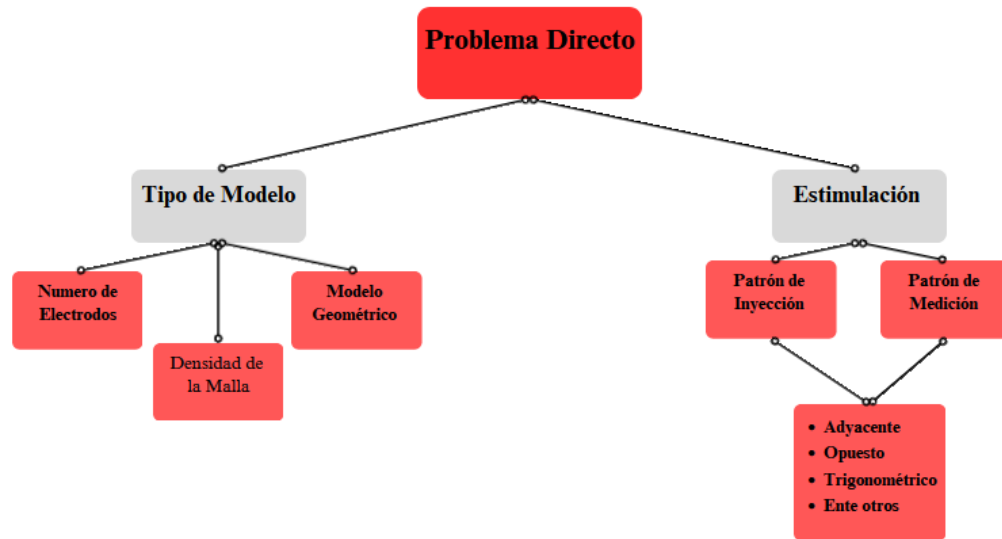


Fig. 3.5 “Mapa Conceptual Básico de un modelo FEM.”

El tipo de modelo es parte esencial de la reconstrucción de imagen, el cual requiere de 3 características que ofrece el toolbox Eidors para la creación del modelo FEM (que son explicadas a mayor detalle en el capítulo 5.3.1 enfocadas al proyecto de título):

- ♣ El tipo y densidad de la malla a ocupar: Corresponde a la cantidad de elementos que tiene el modelo y la forma geométrica de este.
- ♣ El número de electrodos para la modelación: Corresponde a la cantidad de electrodos que estarán participando en la inyección y medición.
- ♣ El tipo de estimulación que se le aplica a los electrodos: corresponde a la forma de inyección de corriente y medición de voltaje.

La reconstrucción de imagen requiere de un modelo base, el cual en este proyecto de título se utilizó, `ng_mk_2d_model({xy,0.005}, elec_pos, [elec_width 15])` con el objetivo de crear un modelo 2D que simulan las mediciones de voltaje y reconstruyen las imágenes de distribución de conductividad tanto para la solución del modelo directo como para solución del modelo inverso (modelo inverso explicado en el punto 3.1.3).

El comando, `ng_mk_2d_model({xy,0.005},elec_pos, [elec_width 15])` genera las simulaciones de las columnas de sedimentación en los distintos tiempos. Este genera el modelo FEM, además la posición de los electrodos patrones de estimulación e indicadores para resolver el problema directo.

A continuación, se encuentra una breve explicación del comando utilizado:

- ♣ `ng_mk_2d_model`: es la función de EIDORS que utiliza para generar modelos 2D.
- ♣ `{xy,0.005}`: `xy` es una matriz que defina las coordenadas de (x,y) de los nodos del modelos y `0,005` es la distancia de los electrodos posicionados en la columna de sedimentación.
- ♣ `elec_width 15`: especifica el ancho de los electrodos y la separación entre ellos con una distancia de 15.

3.3.3 Modelo inverso o reconstrucción

El propósito del problema inverso o reconstrucción en tomografía de impedancia eléctrica consiste en reconstruir la distribución de conductividad a partir de la medición del voltaje y la corriente aplicada.

La reconstrucción requiere el uso de algoritmos de la plataforma Eiders diseñados para abordar el problema inverso, estos algoritmos ayudan a solucionar el mal planteamiento del modelo, debido a que se tiene más incógnitas que ecuaciones, que en términos de TIE esto corresponde a que se poseen más elementos que inyecciones de corriente. Y así encontrar la distribución de conductividad.

La Fig.3.6 que ilustra como es el proceso de reconstrucción básico de un problema inverso mediante toolbox Eiders en Matlab, donde el primero paso es el nombre, el tipo de reconstrucción, el solver que él es solucionador, el tipo de regularización que ocupara el programa, el hiperparametro que ayudara a la sensibilidad de la matriz.

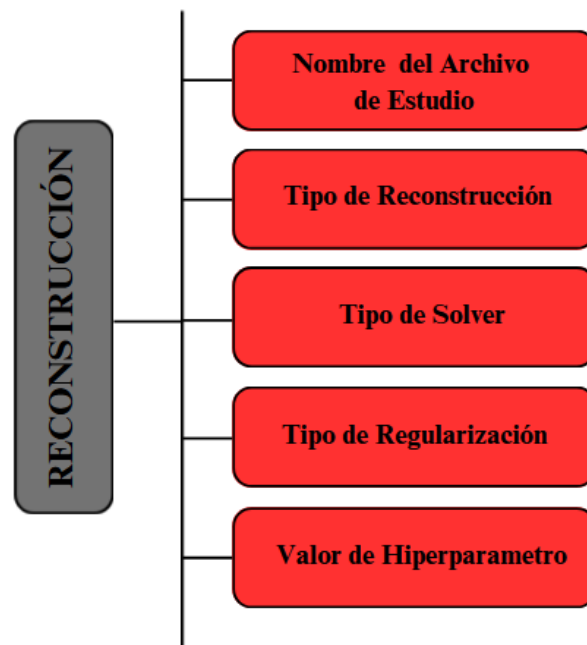


Fig. 3.6 “Mapa conceptual problema inverso EIDORS.”

- ♣ **Nombre:** Nombre de la estructura a trabajar.
- ♣ **Tipos de Reconstrucción:** Definen la manera en que fueron tomados los datos de estudio, estos pueden ser “difference” o “absolute”. Donde el método diferencial realiza la reconstrucción en un lapso definido, mientras que el absoluto es la reconstrucción de la conductividad total del cuerpo de estudio.
- ♣ **Tipo de Solver:** Define el algoritmo para la solución del problema inverso.
- ♣ **Regularización:** Técnica que permite la solución de problemas mal condicionados, como es el caso del problema inverso, donde se poseen más incógnitas que numero de ecuaciones. Estos métodos generan imágenes regulares donde no habrá cambios bruscos ni saltos en la reconstrucción.
- ♣ **Hiperparametro:** Es un valor que determina la sensibilizas de la matriz de regularización en la resolución del problema inverso, ya que es importante de al momento de reconstruir una imagen con poco error y que sea capaz de entregar una buena calidad de información a la real.

Teniendo en cuenta como es el proceso de reconstrucción de distribución de conductividad, en este trabajo de título, se contempló ciertos parámetros, asociados al tipo de reconstrucción, al tipo de solver, al tipo de regularizaciones y valores de hiperparametros que son explicado a mayor detalle en el capítulo 5.5.

Capítulo 4. Metodología

4.1 Introducción

El presente capítulo detalla la metodología empleada en el estudio, comenzando con una investigación y análisis bibliográfico para comprender los fundamentos teóricos y prácticos del proceso de sedimentación. Utilizando Matlab, se realizaron simulaciones de perfiles de concentración de sólidos, mientras que el Toolbox Eiders y la tomografía de impedancia eléctrica se emplearon para reconstruir imágenes de distribuciones de conductividad. La Figura 2.1 resume paso a paso la metodología, desde el mapeo de concentración de sólidos hasta la conversión de conductividad 1D a un mapeo de concentración 1D. Las subsecciones siguientes abordan aspectos específicos, como el mapeo de concentración a conductividad, obtención de voltajes, generación de modelos de elementos finitos, y mapeo de conductividad en 2D y 1D. Este enfoque multidisciplinario proporciona una comprensión integral del proceso de sedimentación y su caracterización.

4.2 Procedimiento

La metodología consistió en una investigación y análisis bibliográfico con el propósito de recopilar información relevante sobre los principios teóricos y prácticos del proceso de sedimentación. Posteriormente se realizó un trabajo por medio de Matlab obteniendo resultados simulados de perfiles de concentración de sólidos. Al mismo tiempo por medio de tomografía de impedancia eléctrica con el Toolbox Eiders se reconstruyeron imágenes de distribuciones de conductividad obteniendo diversos resultados.

La siguiente Fig. 4.1 explica de forma resumida y paso a paso, la metodología del proyecto de título, la cual abarca desde el mapeo de concentración de sólidos a un mapeo de conductividad, posteriormente a una reconstrucción en un plano 2D a un mapeo de conductividad 1D y en conclusión una conversión de conductividad 1D a un mapeo de concentración 1D.

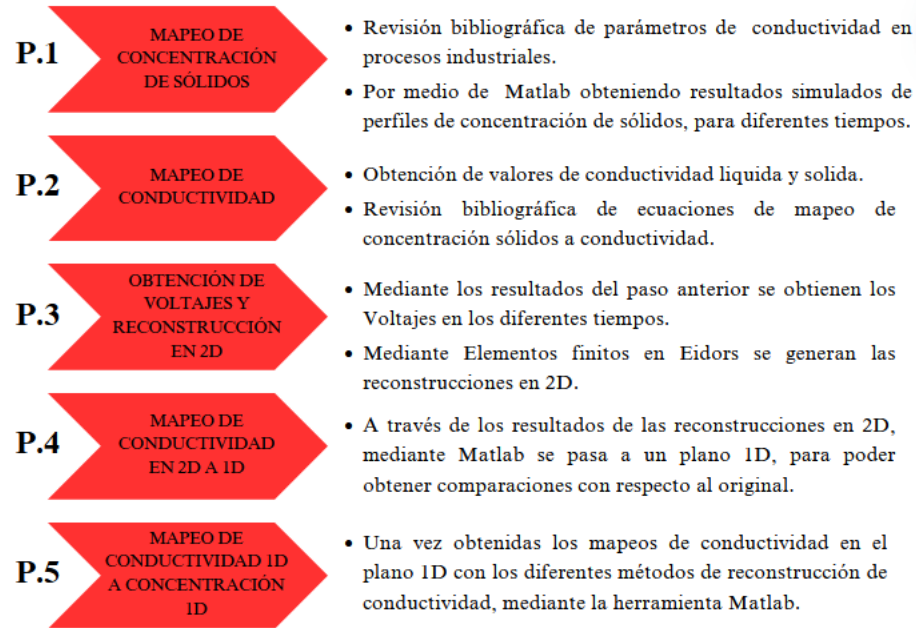


Fig. 4.1 “Metodología Proyecto de Título.”

4.2.1 Mapeo de concentración de solidos a conductividad

En primer lugar, se obtuvieron perfiles de concentración durante una sedimentación batch. Esta se basa en el modelo fenomenológico de sedimentación-compactación descrito en el capítulo 2. Esto se puede ver en la figura 4.2

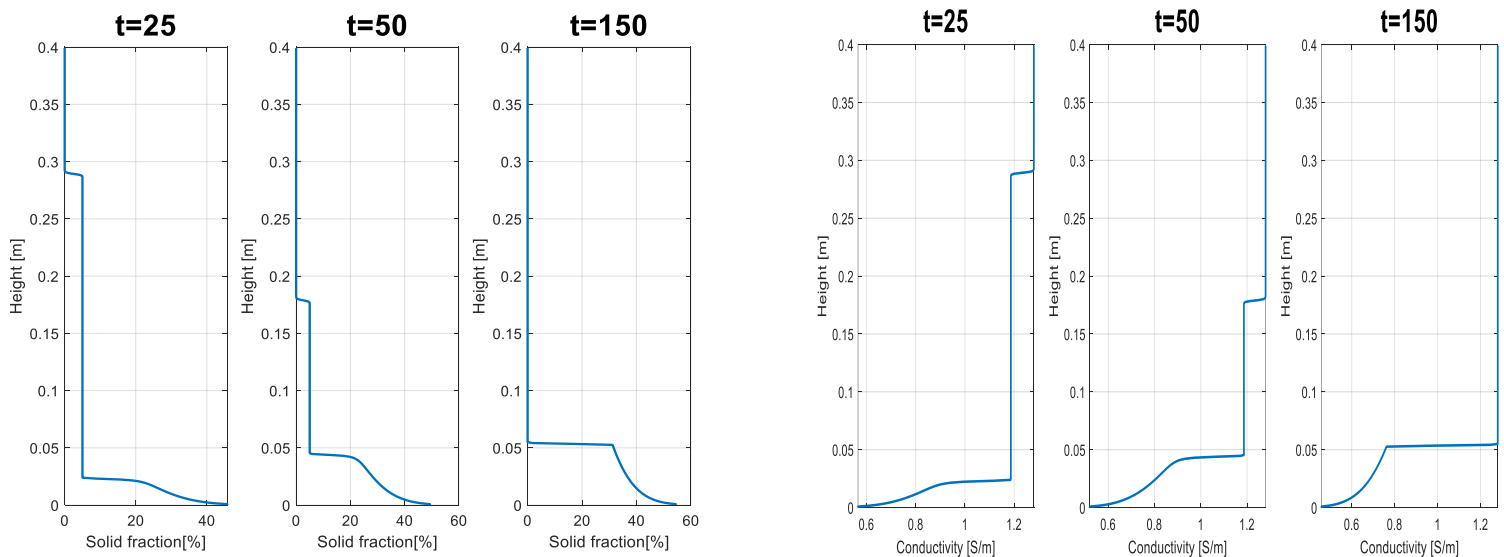


Fig. 4.2 “Mapeo de concentración de solidos a conductividad.”

Para este trabajo se seleccionaron 3 instantes representativos del proceso, los cuales ocurren en ($t = 25s$; $t = 50s$; $t = 150s$).

Estos perfiles de concentración se convierten a conductividad mediante la ecuación de Perry and Chilton [6] [7] [8] (ecuación explicada en el capítulo 5.2) cual relacionan la conductividad líquida y sólida. Para esto se investigó valores de estas conductividades de un relave peruano la Ciénega [5] la cual relaciona la concentración con la conductividad de cada componente de la mezcla.

4.2.2 Obtención de voltajes

Mediante el mapeo de conductividad original generado anteriormente, se obtuvieron los diferentes valores de voltajes en los diferentes tiempos de sedimentación mediante Matlab, el propósito de la obtención de los voltajes es reconstruir las imágenes de distribuciones de conductividad que se mostraran en 5 capítulo.

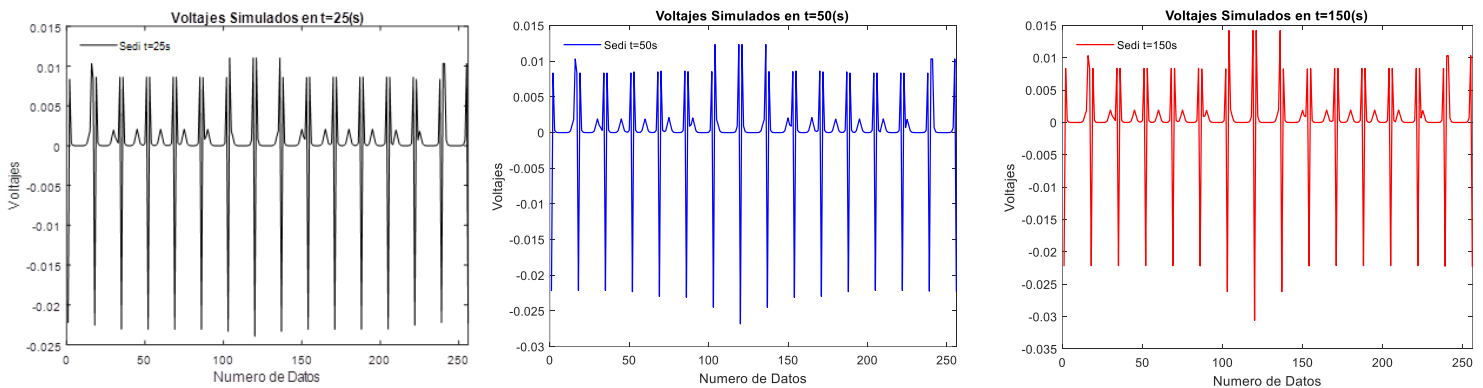


Fig. 4.3 “Voltajes simulados a diferentes tiempos de sedimentación.”

4.2.3 Generación de modelos de elementos finitos

Se generaron 2 tipos de modelos para la solución del problema directo e inverso través del Toolbox Eiders en Matlab. A Partir de elementos finitos se crearon lo que corresponderían a las columnas de sedimentación con el objetivo ver el comportamiento de la conductividad a diferentes tiempos, predecir las mediciones de voltaje y reconstruir la imagen.

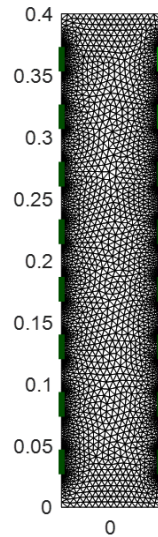


Fig. 4.4 “Modelo para solución de problema Directo.”

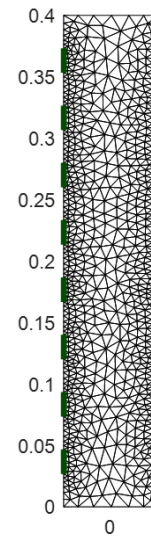


Fig. 4.5 “Modelo para solución de problema Inverso.”

4.2.4 Mapeo de Conductividad 2D a 1D

Se generaron reconstrucciones de imágenes de distribución de conductividad en 2D, estas corresponden a un mapeo de conductividad en 2D, esto se logró a través del Toolbox de Eiders en Matlab, mediante diferentes parámetros seleccionados, tales como algoritmos de reconstrucción, Hiperparametro, Solver y regularizaciones con el propósito de encontrar cual es el mejor método de reconstrucción.

Una vez listas las reconstrucciones de distribución de conductividad en el plano 2D, posteriormente Matlab transformarlas al plano 1D con el propósito de conocer el comportamiento de la conductividad con respecto al mapeo original. Este mapeo es generado en los diferentes tiempos de la sedimentación con los diferentes algoritmos de reconstrucción.

4.2.5 Mapeo de Conductividad 1D a Concentración 1D

Una vez obtenidas los mapeos de conductividad en el plano 1D con los diferentes métodos de reconstrucción de conductividad, mediante la herramienta Matlab, se transformaron a concentración. Obteniendo los diferentes mapeos de concentración en 1D con los diferentes métodos de reconstrucción para posterior compararlo con el mapeo de concentración original.

Capítulo 5. Reconstrucción conductividad y concentración

5.1 Introducción

En el presente capítulo, se explora el mapeo de la concentración de sólidos a la conductividad en perfiles de sedimentación. Se propone un modelo basado en la fórmula de concentración de sólidos a conductividad, destacando la diferencia de conductividad entre sólidos y líquido. Por un lado, se introduce el uso de elementos finitos para modelar el comportamiento de la conductividad en diferentes etapas de la sedimentación. Por otro lado, se presentan voltajes simulados obtenidos a partir de la conductividad en diferentes momentos de la sedimentación. El capítulo se centra en la reconstrucción de la conductividad en 2D, utilizando diversos métodos de regularización. Además, se detallan parámetros clave y valores RMSE para evaluar la calidad de las reconstrucciones. Luego se realiza un mapeo de la conductividad 2D a un plano 1D, explorando la sensibilidad de los electrodos y ajustando el diámetro para mejorar la representación del centro de la distribución de conductividad. Finalmente se presenta mapas de concentración de sólidos en 1D en diferentes momentos de sedimentación, ofreciendo una visión completa de la metodología utilizada para comprender y modelar este proceso geológico.

5.2 Mapeo de perfil de solidos a conductividad

El mapeo de conductividad en perfiles concentración de sólidos en sedimentación es una herramienta valiosa para comprender la composición y las propiedades de las capas sub superficiales de la Tierra, lo que puede ser crucial en una variedad de aplicaciones, desde la exploración de recursos naturales hasta la gestión ambiental, la investigación geológica o simplemente es una nueva forma de adquisición de parámetros para la creación de modelos matemáticos para la sedimentación.

Normalmente una de las formas experimentales para la adquisición de parámetros es mediante un método visual, el cual está condicionado a la visibilidad de la mezcla, si esta es opaca, oscura o intangible no permite ver las diferentes interfaces de la sedimentación. Por ello que con el mapeo de la concentración de solidos a conductividad permitiría visualizar las diferentes etapas de la sedimentación con el pasar del tiempo, sin necesidad de depender de la visibilidad de la mezcla.

En este caso específico el mapeo de conductividad es propuesto a partir de una fórmula de concentración de sólidos a conductividad [8]. La cual depende de 2 datos relevantes, la conductividad de un sólido representado por K_s y por otro lado la conductividad del líquido K_l en este caso se hicieron bastantes pruebas con diferentes valores [2] [3] [4]. Los cuales en este caso específico corresponden a un valor de Relave Peruano la Ciénega [5].

$$K_l = 1.2800 [S/m]$$

$$K_s = 6.00 \times 10^{-4} [S/m]$$

La particularidad de estos valores de conductividad, es que difieren mucho uno del otro, lo cual es favorable al momento de generar el mapeo, y se notaría con mayor diferencia como cambia la conductividad con respecto a los diferentes tiempos de la sedimentación.

Para realizar el mapeo de concentración de sólidos a conductividad, se utilizó el Modelo de Perry and Chilton [8], la que relaciona la conductividad líquida y sólida de una mezcla. Cabe desatacar que la conductividad de la mezcla viene representado por K_m , mientras que C corresponde a la concentración de sólidos C .

$$K_m = K_l \left(\frac{(2K_l + K_s - 2(K_s - K_l)C)}{(2K_l + K_s - (K_s - K_l)C)} \right) \quad (17)$$

Este modelo entrega un mapeo de conductividad, referente a la concentración. En la Fig. 5.1 se aprecia el perfil de concentración en los diferentes instantes de tiempos simulados. Y por otro lado en la Fig. 5.2 se observa el resultado al mapear la concentración a conductividad.

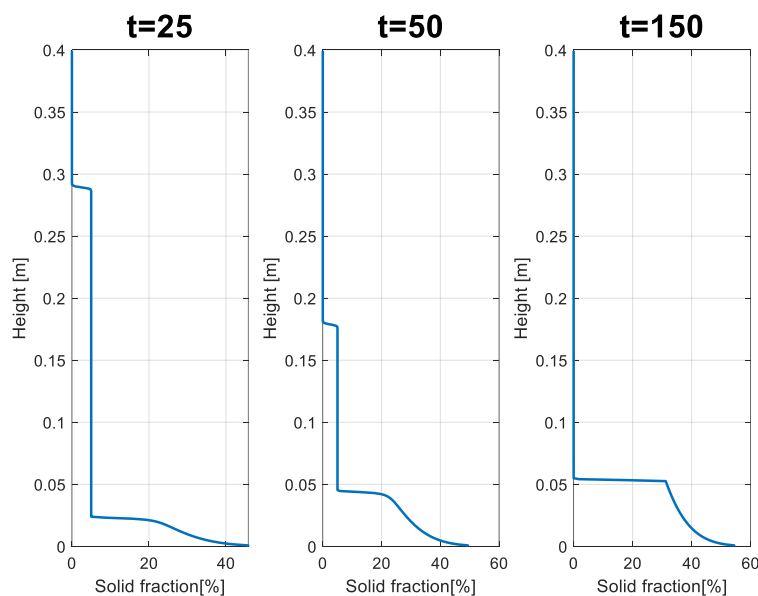


Fig. 5.1 “Grafico altura vs concentración de sólidos en el tiempo.”

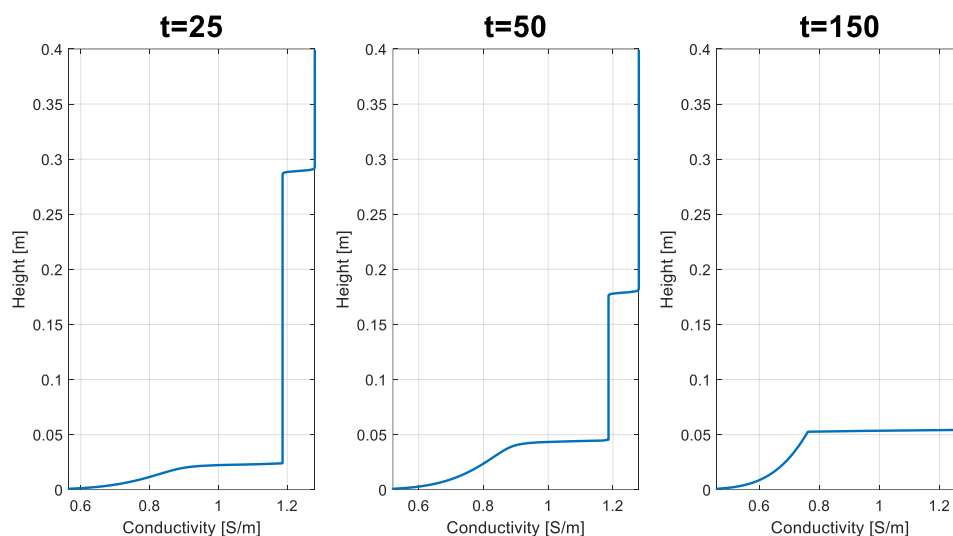


Fig. 5.2“Grafico altura vs conductividad en el tiempo.”

En la Fig. 5.2 se observa de forma clara las 3 fases físicas mencionadas del proceso de sedimentación de la Fig. 3.2. las cuales se dividen en la fase de agua clara, sedimentación y compactación.

En el tiempo de sedimentación igual a 25 segundos se observan cómo se comportan estas fases físicas, en la cual aproximadamente 1 metro de altura corresponde a agua clara. En esta fase no hay una cantidad de fracción de sólidos, pero al momento de visualizar la Fig. 5.1 la fase de agua clara posee una buena conductividad.

En el tiempo de sedimentación ya mencionado ($t=25(s)$) la fase física con mayor participación es la fase de sedimentación, esto se debe a que es una solución solido-líquido y dentro de esta zona se puede producir tanta sedimentación libre como sedimentación dificultada.

La compactación es la última fase que se observa en este tiempo de sedimentación, es una zona donde se encuentran mayoritariamente sólidos, la concentración de esta zona varía poco a lo largo del tiempo, pero siempre aumentando producto de la compactación de partículas.

Este proceso de cambio de fases también ocurre en el tiempo 50 segundo, con la particularidad de que la fase de agua clara comienza a aumentar ocurriendo todo lo contrario con la fase de sedimentación, este se debe a que las partículas que se encuentran en esta solución líquida-sólida se separan.

Por último en el tiempo de sedimentación 150 segundos, las fases que se observan, son la fase de agua clara y la fase de compactación, este se debe a que las partículas sólidas que se encuentran en este medio líquido, se separaron por completo. La fase de agua clara corresponde a la zona donde ya

no hay sedimentos mientras que la fase de compactación, es una zona donde se encuentran mayoritariamente sólidos.

Cabe destacar que el mapeo de concentración de sólidos a conductividad se logra mediante valores de conductividad sólida y líquida, este método es diferente al propuesto en el capítulo 2.4.3, porque, aunque sea similar la técnica se asume una misma conductividad en todo el proceso. En este trabajo de título se observa que la conductividad con respecto a la concentración cambia a medida que el fluido va sedimentando como se observa en la figura 5.2.

5.3 Elementos Finitos

5.3.1 Generación de los elementos finitos 2D

Mediante el software de Matlab se generan 2 modelos de elementos finitos, para poder reconstruir el comportamiento de la conductividad (Problema directo) en los diferentes tiempos de la sedimentación y un segundo modelo que reconstruye la distribución de conductividad mediante diferentes parámetros estudiados en el Toolbox Eiders (Problema inverso).

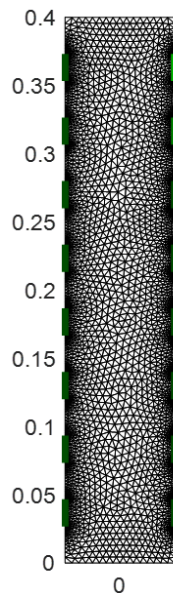


Fig. 5.4“Modelo para solución de problema Directo.”

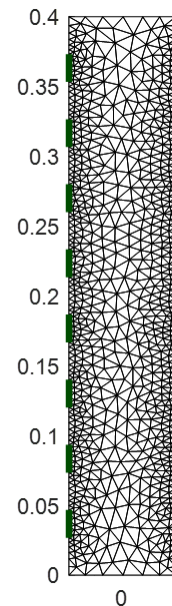


Fig. 5.3“Modelo para solución de problema Inverso.”

Tabla 5.1 “Características de mallado de cada modelo.”

Fig. 5.4	Fig. 5.3
Posee 8054 Elementos.	Posee 8054 Elementos.
Posee 16 Electrodo.	Posee 16 Electrodo.
Altura de 0.4(m).	Altura de 0.4(m).
Inyección de Corriente Adyacente	Inyección de Corriente Adyacente
Medición de Voltaje Adyacente.	Medición de Voltaje Adyacente.

5.3.2 Elementos 2D y Comportamiento de la Conductividad

El propósito de generar diferentes modelos 2D de elementos finitos, es conocer el comportamiento de la conductividad en los diferentes tiempos de la sedimentación ($t= 25(s)$, $t= 50(s)$ y $t= 150(s)$). Estos comportamientos de la conductividad ayudaran al conocimiento de los voltajes Simulados para reconstruir la distribución de la conductividad en los tiempos mencionados.

La Fig. 5.5 representa el comportamiento de la conductividad del solido en los diferentes tiempos. Esta conductividad está representada por una escala de colores, al costado de cada mallado, tal como se encuentra en la figura la conductividad tiene un comportamiento de asentamiento a medida que pasa el tiempo, esto se debe al comportamiento de la sedimentación y su proceso de compactación. Otro comportamiento destacable, es a medida que la altura es mayor la conductividad también lo será, por el hecho de tener una mayor fracción de sólidos.

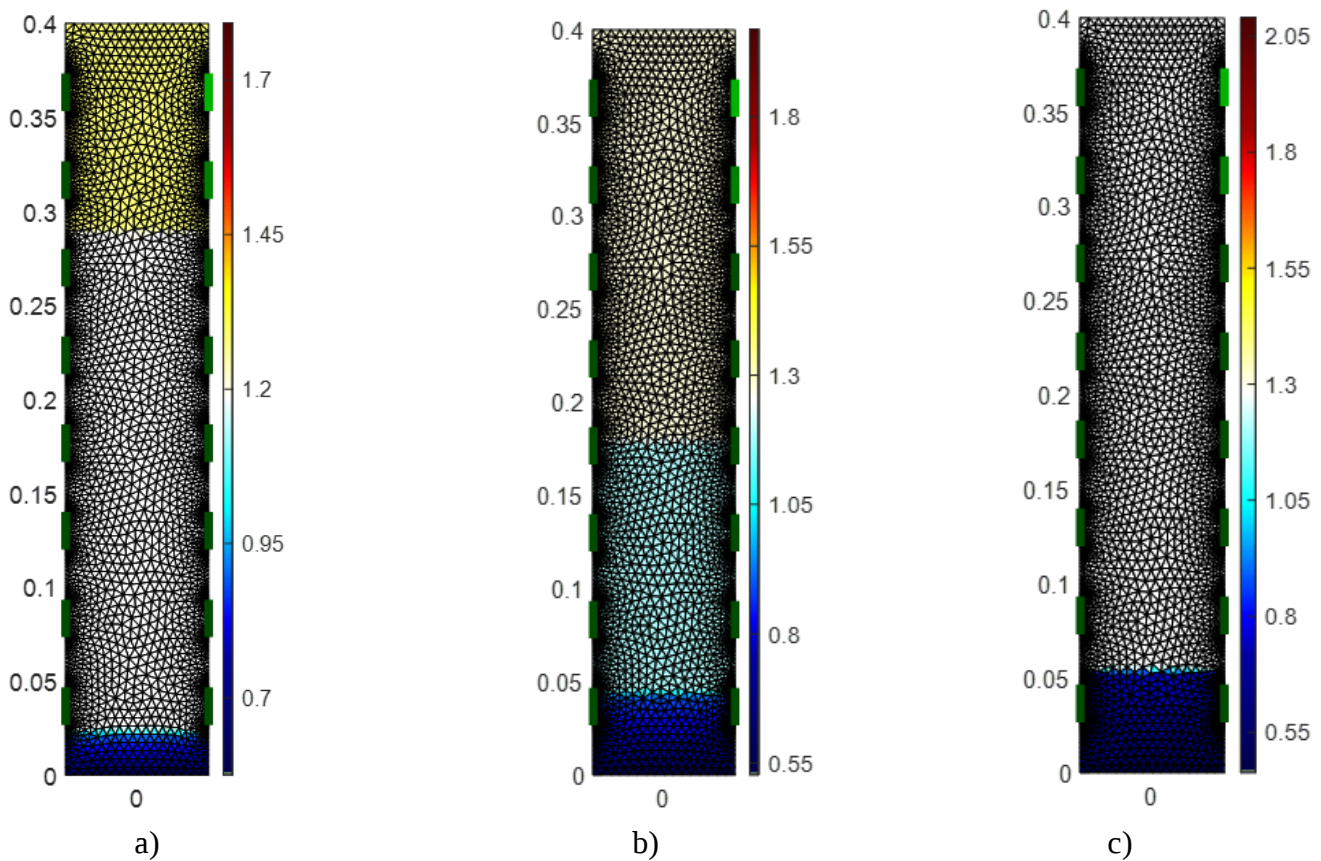


Fig. 5.5 “a), b) y c) Conductividades en diferentes tiempos de Sedimentación $t=25(s)$, $t=50(s)$ y $t=150(s)$.”

En la Fig.5.5 se observa cómo se comporta la conductividad en los diferentes tiempos de sedimentación, este comportamiento de conductividad está asociado al comportamiento de las diferentes fases de la sedimentación (fase de agua clara- transición – compactación).

En la Fig. 5.5 “a” la conductividad es mucho más mayor en comparación a las otras figuras “b” y “c”, esto se debe a que, en este tiempo de sedimentación, la fase de agua clara posee una mayor conductividad, esto también se puede observar en la Fig. 5.2 al generar el mapeo de concentración de solido a mapeo de conductividad.

Por otro lado, se observa como en las Fig. 5.5 “b” y Fig. 5.5 “c”, la conductividad disminuye esto se debe al comportamiento de las fases, como es el caso en la Fig. 5.5 “b” la fase de transición la Fig. 5.5 “c” la fase de compactación. Esto también se puede observar en el comportamiento que tiene la conductividad en el mapeo generado de concentración de solidos a conductividad Fig. 5.1 y Fig. 5.2, en el cual se observa como la conductividad disminuye a medida que pasa el tiempo de sedimentación.

5.4 Voltajes Simulados

Los voltajes simulados son obtenidos por medio de la conductividad y sus comportamientos en los diferentes tiempos de la sedimentación, tal como muestra la Fig. 5.5.

La forma de obtener estos voltajes en los diferentes tiempos, es mediante la herramienta de Matlab.

Los voltajes simulados usando EIDORS se encuentran en la Fig. 4.3.

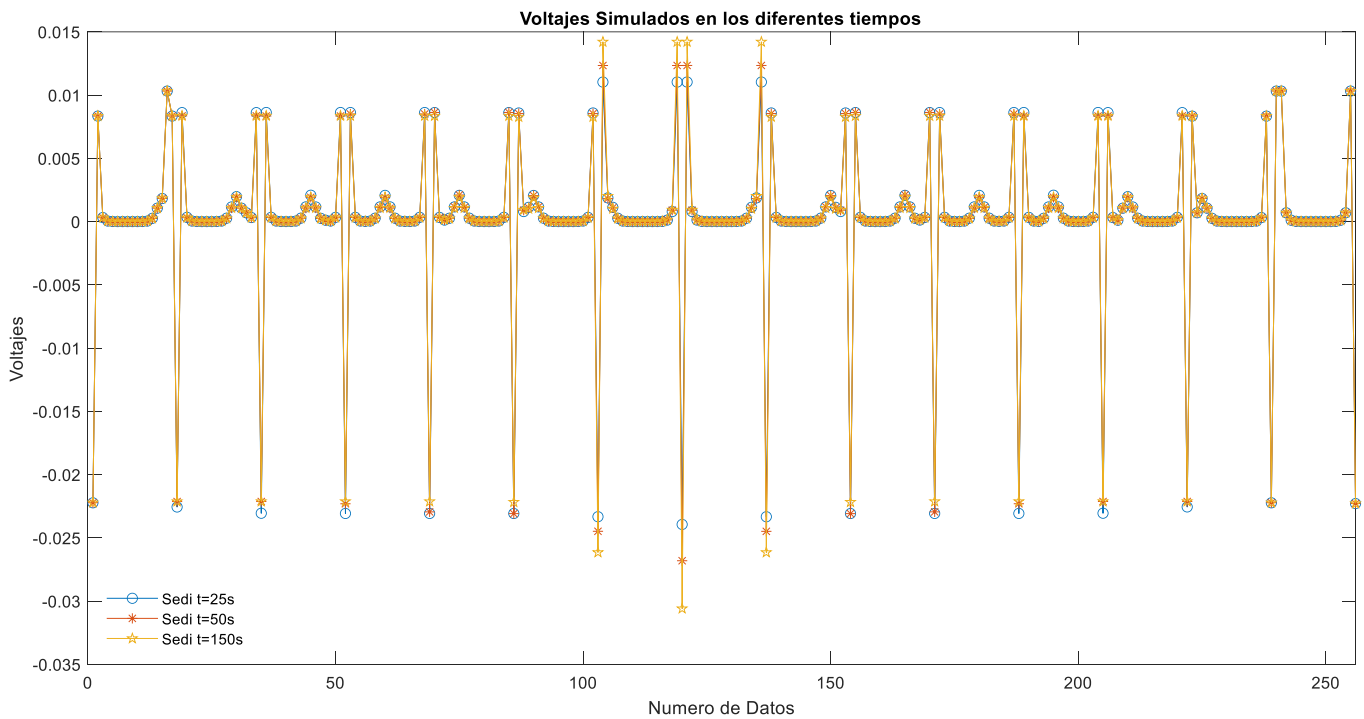


Fig. 5.6 “voltajes simulados en diferentes tiempos de sedimentación”

5.5 Reconstrucción de Conductividad en 2D

En el presente capítulo se describirán los avances realizados en cuanto a consideraciones en análisis teóricos y matemáticos, estudios del software en este trabajo de memoria de Título.

Teniendo en cuenta como es el proceso de reconstrucción de distribución de conductividad, se contempló ciertos parámetros para las reconstrucciones.

Tabla 5.2 “Parámetros para la reconstrucción de distribución de conductividad.”

Parámetros	
Algoritmos de reconstrucción	Gauss Newton.
Métodos de Regularización	Noser
	Laplace
	Thikonov
Hiperparametro	Menor valor RMSE

Para el valor del Hiperparametro, es necesario hacer una recopilación de ciertos valores que van de una escala de 10^{-6} a 1.

El objetivo de este proceso es encontrar un valor que entregue una buena reconstrucción de conductividad en la imagen, es por ello que el valor RMSE es primordial en este caso. La reconstrucción debe ser con la mayor cantidad de datos reales, para una imagen útil.

A continuación, en las siguientes Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9, se representa la distribución de conductividad en los diferentes tiempos de sedimentación con los distintos parámetros aplicados para la reconstrucción en 2D.

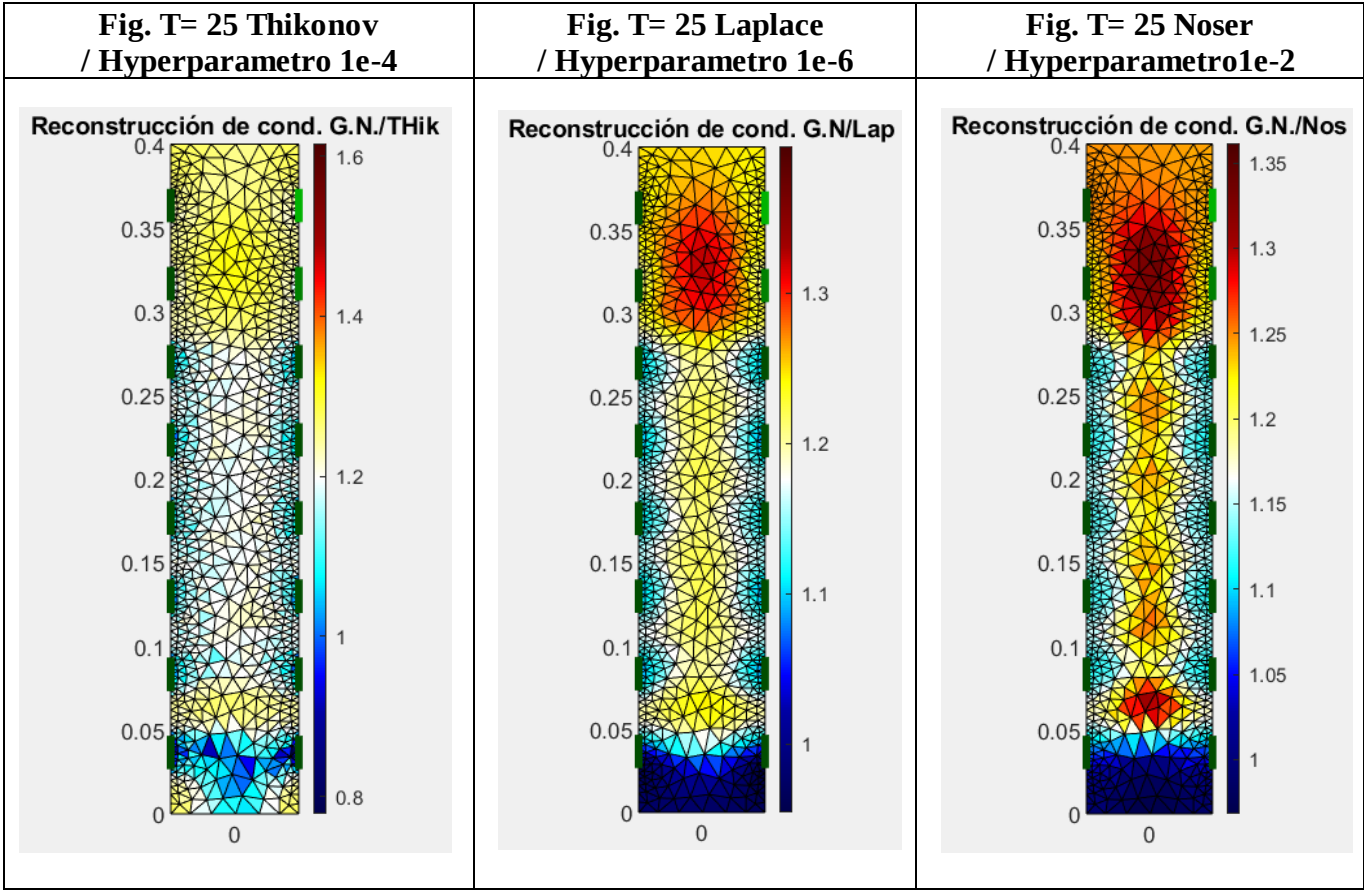


Fig. 5.7“ Reconstrucción de distribución de conductividad en t=25(s), con diferentes tipos métodos de regularización y mejor valor RMSE correspondiente.”

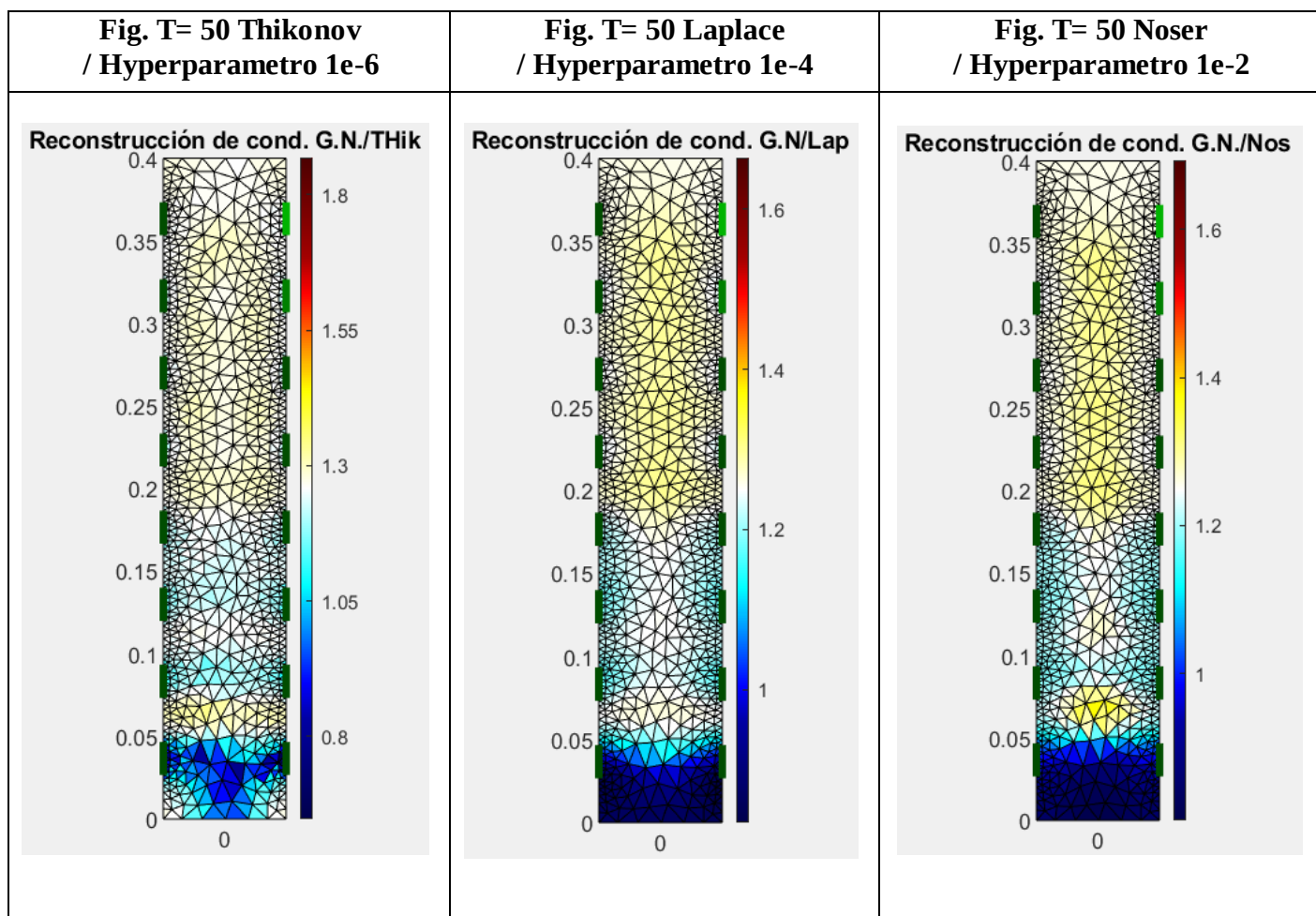


Fig. 5.8 “ Reconstrucción de distribución de conductividad en t=50(s), con diferentes tipos métodos de regularización y mejor valor RMSE correspondiente.”

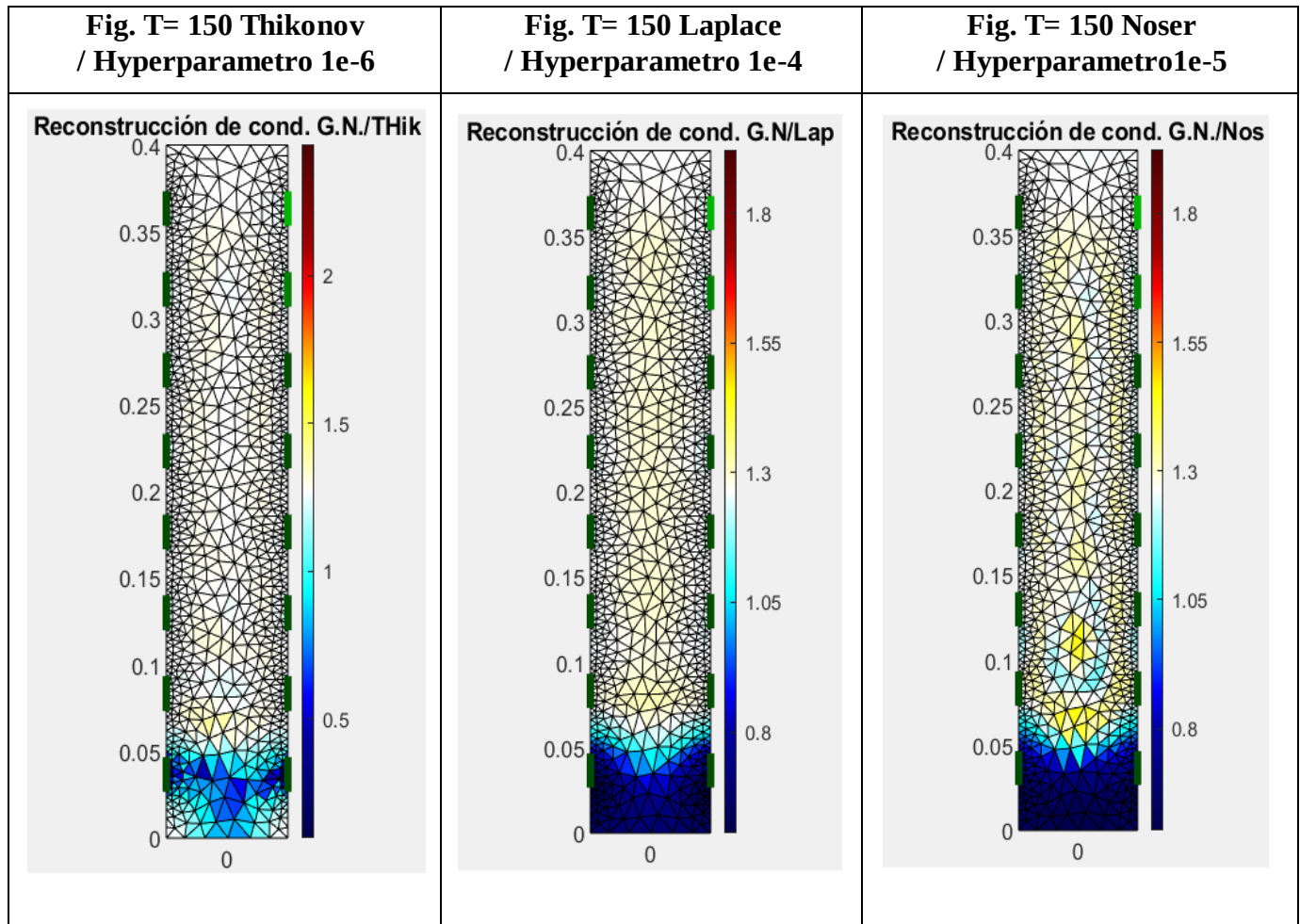


Fig. 5.9 “Reconstrucción de distribución de conductividad en $t=150(s)$, con diferentes tipos métodos de regularización y mejor valor RMSE correspondiente.”

En las Fig. 5.7, Fig. 5.8 y Fig. 5.9 se generó modelos de elementos finitos 2D mediante software de Matlab, que permiten reconstruir el comportamiento de la distribución de conductividad en diferentes momentos de la sedimentación mediante diferentes parámetros estudiados en el Toolbox Eiders. Para las reconstrucciones de la distribución de conductividad en 2D, se utilizó el algoritmo de Gauss Newton y diferentes métodos de regularización Laplace, Noser y Thikonov con diferentes valores de hiperparametros. Dentro de los resultados, se observa de forma de forma cualitativa, que los métodos utilizados de regularización que obtuvieron un mejor resultado al momento de reconstruir la distribución de conductividad, son Noser y Laplace, esto se puede observar en el tiempo de sedimentación 150(s), en la fase de compactación, mientras que el método de regularización de Thikonov es poco preciso al momento de generar las reconstrucciones de conductividad, tal como se observa en los diferentes tiempos de sedimentación.

5.6 Mapeo de conductividad 2D a plano 1D

Al momento de hacer un mapeo de conductividad en el plano 1D, son imprescindible los resultados del capítulo anterior, como son las reconstrucciones de distribución de conductividad Fig.5.7, Fig.5.8 y Fig. 5.9. Estas reconstrucciones se encuentran en el plano 2D y para posteriores resultados es necesario obtener graficas en 1D. Con ello mediante el software de Matlab se generó los diferentes mapeos de conductividad en 1D de los diferentes algoritmos utilizados en las reconstrucciones mencionadas.

El propósito de esta transformación de planos 2D a 1D, es observar cómo se comporta la conductividad con el mapeo original que se generó anteriormente en la Fig. 5.2., una vez generado los diferentes mapeos, se hace una comparación de los diferentes métodos de regularización y así encontrar el mapeo con una mayor certeza comparada con el mapeo original.

Los mapeos generados fueron hechos mediante el menor valor RMSE obtenidos a través del Hiperparametro.

Tabla 5.3“RMSE con Prior Noser en los diferentes tiempos de sedimentación.”

Hiperparametro	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
10^{-6}	0.0327	0.0239	0.0237
10^{-5}	0.0327	0.0237	0.0235
10^{-4}	0.0329	0.0238	0.0235
10^{-3}	0.0333	0.0240	0.0238
10^{-2}	0.0317	0.0201	0.0242
10^{-1}	0.0434	0.0437	0.0344
10^0	0.0900	0.0864	0.0810

Tabla 5.4 “RMSE con Prior Laplace en los diferentes tiempos de sedimentación.”

Hiperparametro	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
10^{-6}	0.0290	0.0176	0.0246
10^{-5}	0.0293	0.0177	0.0246
10^{-4}	0.0293	0.0173	0.0239
10^{-3}	0.0391	0.0304	0.0355
10^{-2}	0.0531	0.0656	0.0777
10^{-1}	0.0595	0.0114	0.1790
10^0	0.0600	0.0114	0.1850

Tabla 5.5 “RMSE con Prior Thikonov en los diferentes tiempos de sedimentación.”

Hiperparametro	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
10^{-6}	0.0416	0.0384	0.0397
10^{-5}	0.0417	0.0388	0.0400
10^{-4}	0.0412	0.0391	0.0409
10^{-3}	0.0586	0.0736	0.0862
10^{-2}	0.0903	0.0867	0.0812
10^{-1}	0.0912	0.0877	0.0819
10^0	0.0912	0.0877	0.0819

Tabla 5.6 “Menores valores RMSE para los diferentes Prior.”

Prior	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Noser	0.0317	0.0201	0.0235
Laplace	0.0290	0.0173	0.0239
Thikonov	0.0412	0.0384	0.0397

los métodos de regularización utilizados Noser, Laplace y Thikonov y los valores RMSE obtenidos, se puede concluir que sin omisión de los elementos (Electrodos), el método que obtuvo en promedio un menor valor RMSE es Laplace, obteniendo mejores resultados en los tiempos de sedimentación $t = 25$ (s) y $t = 50$ (s), para el último caso, Laplace queda en segundo lugar por debajo de Noser con una diferencia porcentual ínfima del 1.67% en el tiempo de sedimentación $t = 150$ (s).

5.6.1 Mapos de distribución de conductividad en 1D

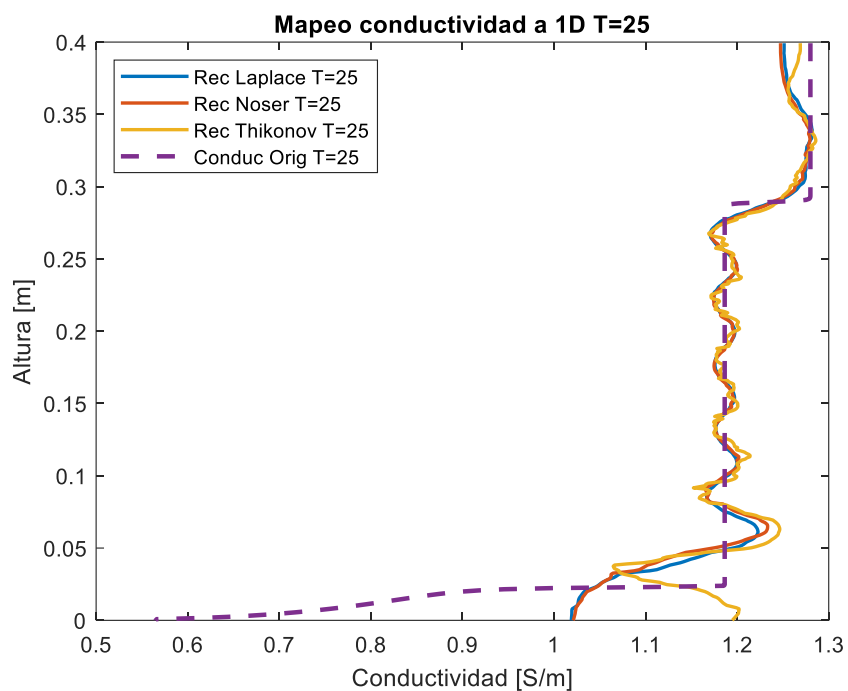


Fig. 5.10 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 25 (s) de la sedimentación.”

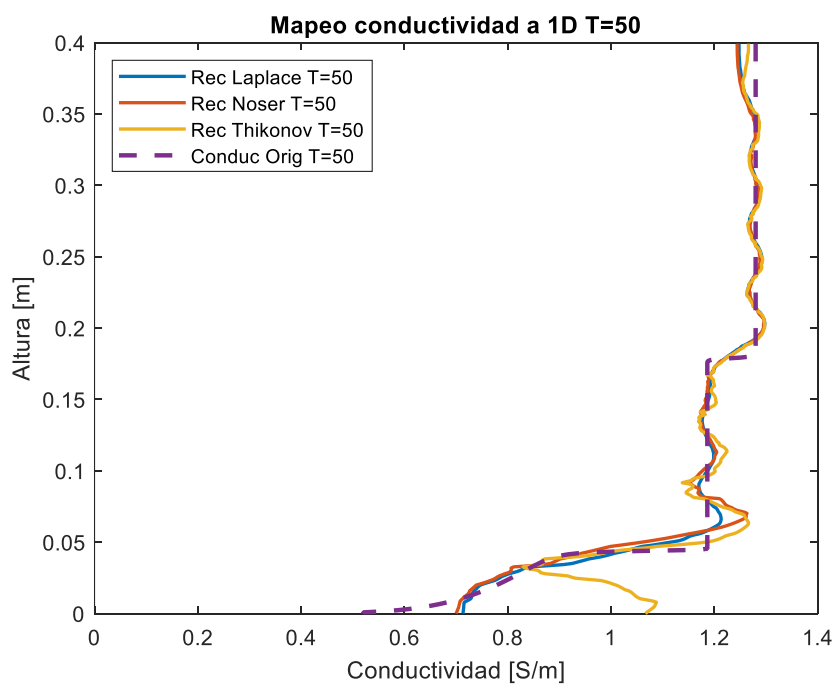


Fig. 5.11 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 50 (s) de la sedimentación.”

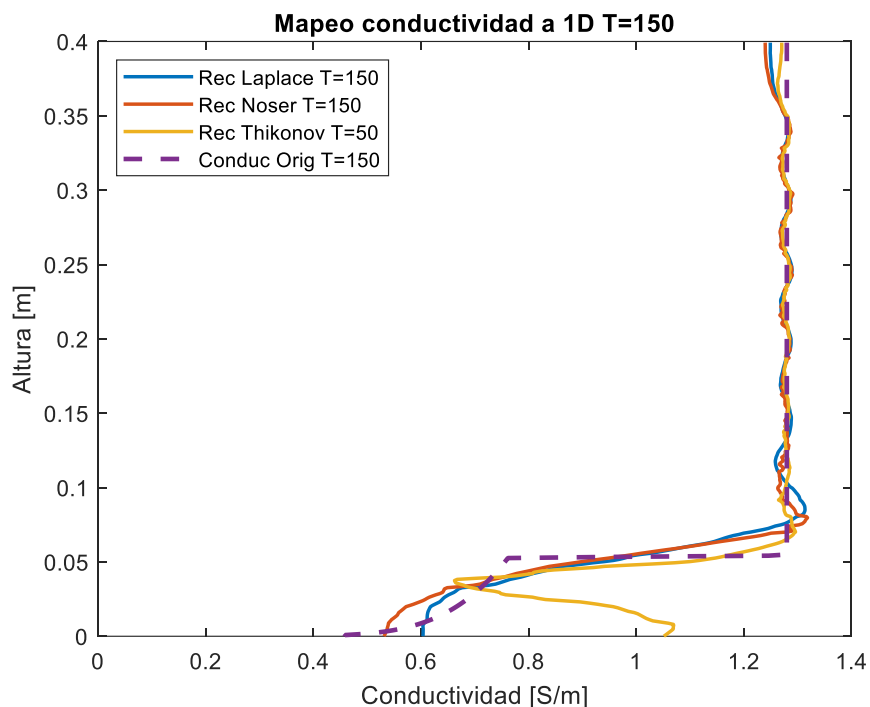


Fig. 5.12 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 150 (s) de la sedimentación.”

En las Fig. 5.10, Fig. 5.11 y Fig. 5.12 se visualiza los diferentes mapeos de distribución de conductividad en un plano 1D, en los diferentes tiempos de sedimentación.

Tal como se observan en las figuras anteriores la conductividad en cualquier tiempo de sedimentación y con cualquier método de regularización Noser, Laplace y Thikonov tiende a oscilar. Esto se debe a la sensibilidad de los electrodos, ya que estos tienden a ser más sensibles en la zona donde se encuentran. (en la posición de contorno). Una forma de mejorar las gráficas y obtener mejores resultados, es eliminando la zona de mayor sensibilidad, que corresponde a donde se encuentran los electrodos.

5.6.2 Mapeos de distribución de conductividad en 1D con variación de la zona de reconstrucción.

Al momento de generar los diferentes mapeos de conductividad en los diferentes tiempos de sedimentación como se muestra en las Fig. 5.10, Fig. 5.11 y Fig. 5.12, la conductividad en cualquier tiempo de sedimentación y con cualquier método de regularización Noser, Laplace y Thikonov tiende a oscilar, esto se debe a que la sensibilidad cerca del electrodo es mayor, por lo tanto, los mapeos en la zona de contorno de los electrodos (posición en la cual se encuentran estos) es más afectada por esta sensibilidad.

Una forma de variar la sensibilidad y mapear la conductividad con menos oscilaciones, es ignorar la zona donde se encuentran los electrodos (zona con mayor sensibilidad), con el propósito de obtener un mapeo que vaya del exterior del contorno hacia el centro.

Al observar las Fig. 5.10, Fig. 5.11 y Fig. 5.12 se aprecia el efecto antes mencionado, en el cual la distribución de conductividad se encuentra mucho mejor representada en el centro de las reconstrucciones en comparación al contorno, debido a que ignorar la zona con mayor sensibilidad “eliminaría” o “disminuiría” las oscilaciones antes mencionadas.

En los siguientes mapeos se determinó un rango de [0.9 a 0.1] que variaría el diámetro del electrodo, además mediante el mejor valor RMSE graficar el mapeo.

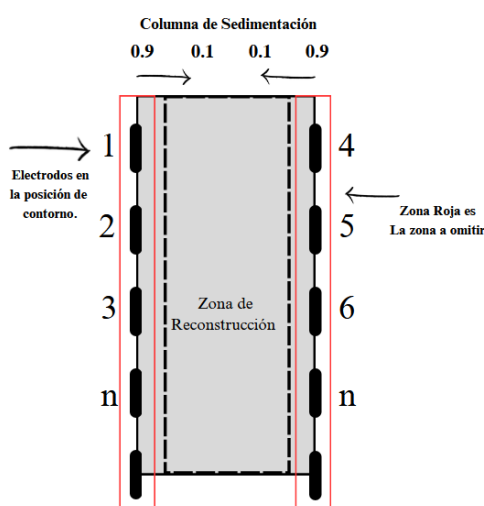


Fig. 5.13 “Figura explicativa de la obtención de valores mediante la omisión de elementos.”

Tabla 5.7 “RMSE con omisión de elementos con Prior Noser en los diferentes tiempos de sedimentación.”

Diámetro (%)	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Menor Valor RMSE (100%) sin omisión de elementos.	0.0317	0.0201	0.0235
90	0.0318	0.0205	0.0245
80	0.0332	0.0224	0.0264
70	0.0362	0.0259	0.0263
60	0.0405	0.0304	0.0248
50	0.0452	0.0352	0.0254
40	0.0501	0.0398	0.0274
30	0.0543	0.0440	0.0333
20	0.0579	0.0472	0.0437
10	0.0600	0.0504	0.0576

Tabla 5.8 “RMSE con omisión de elementos con Prior Laplace en los diferentes tiempos de sedimentación.”

Diámetro (%)	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Menor Valor RMSE (100%) sin omisión de elementos.	0.0290	0.0173	0.0239
90	0.0282	0.0170	0.0236
80	0.0298	0.0186	0.0253
70	0.0305	0.0218	0.0282
60	0.0299	0.0251	0.0314
50	0.0280	0.0280	0.0342
40	0.0270	0.0306	0.0372
30	0.0277	0.0328	0.0397
20	0.0297	0.0344	0.0418
10	0.0301	0.0362	0.0430

Tabla 5.9 “RMSE con omisión de elementos Prior Thikonov en los diferentes tiempos de sedimentación.”

Diámetro (%)	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Menor Valor RMSE (100%) sin omisión de elementos.	0.0412	0.0384	0.0397
90	0.0390	0.0371	0.0387
80	0.0392	0.0359	0.0384
70	0.0398	0.0339	0.0372
60	0.0404	0.0312	0.0348
50	0.0402	0.0277	0.0315
40	0.0398	0.0250	0.0285
30	0.0391	0.0251	0.0268
20	0.0384	0.0259	0.0258
10	0.0381	0.0280	0.0274

Tabla 5.10 “ Menores valores RMSE con omisión de elementos para los diferentes Prior.”

Prior	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Noser	0.0318	0.0205	0.0245
Laplace	0.0270	0.0170	0.0236
Thikonov	0.0381	0.0250	0.0258

Los siguientes mapas de conductividad se crearon mediante los mejores valores RMSE obtenidos, en los diferentes tiempos de sedimentación.

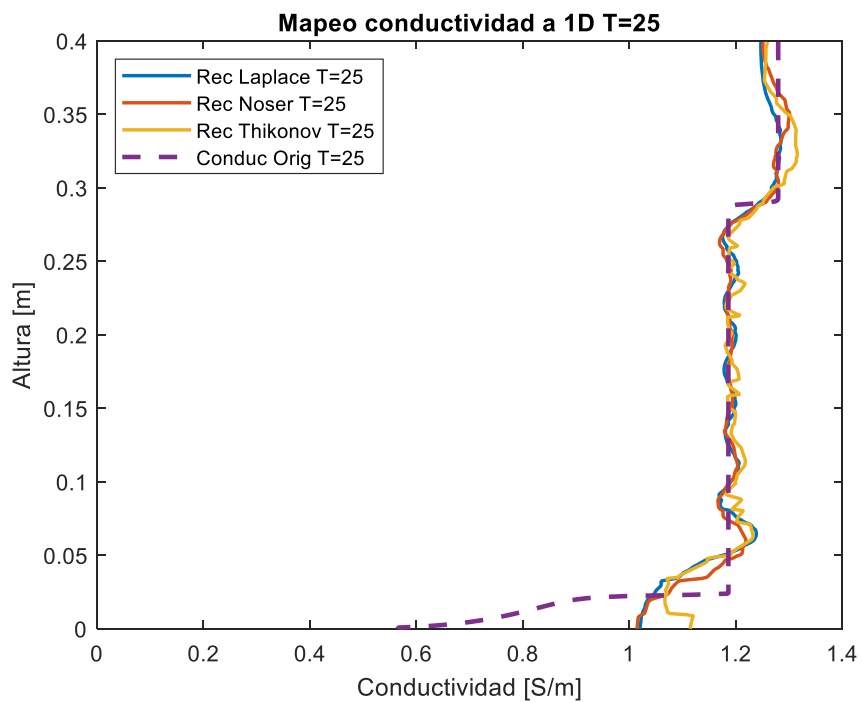


Fig. 5.14 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 25 (s) de la sedimentación, con omisión de elementos.”

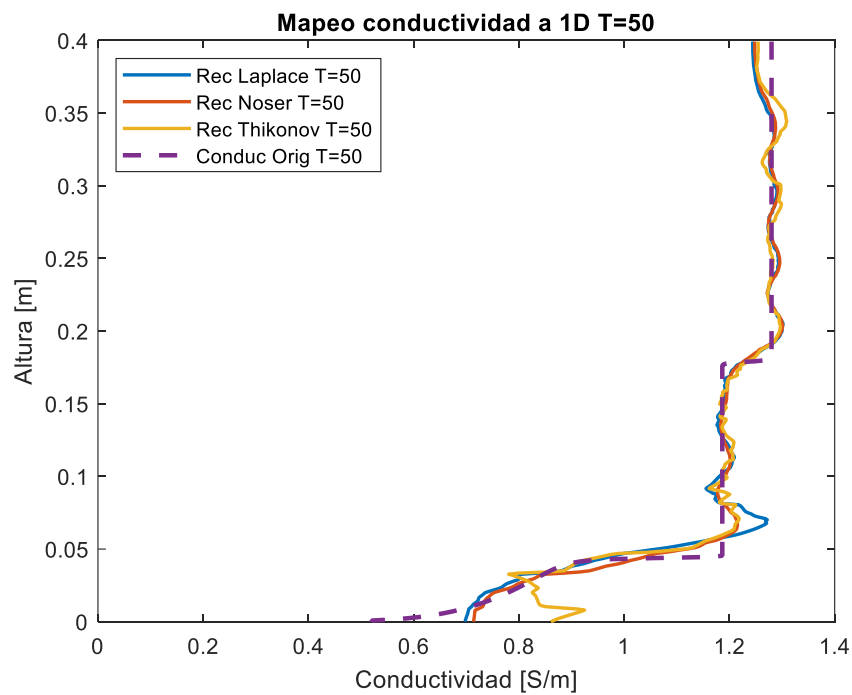


Fig. 5.15 “Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 50 (s) de la sedimentación, con omisión de elementos.”

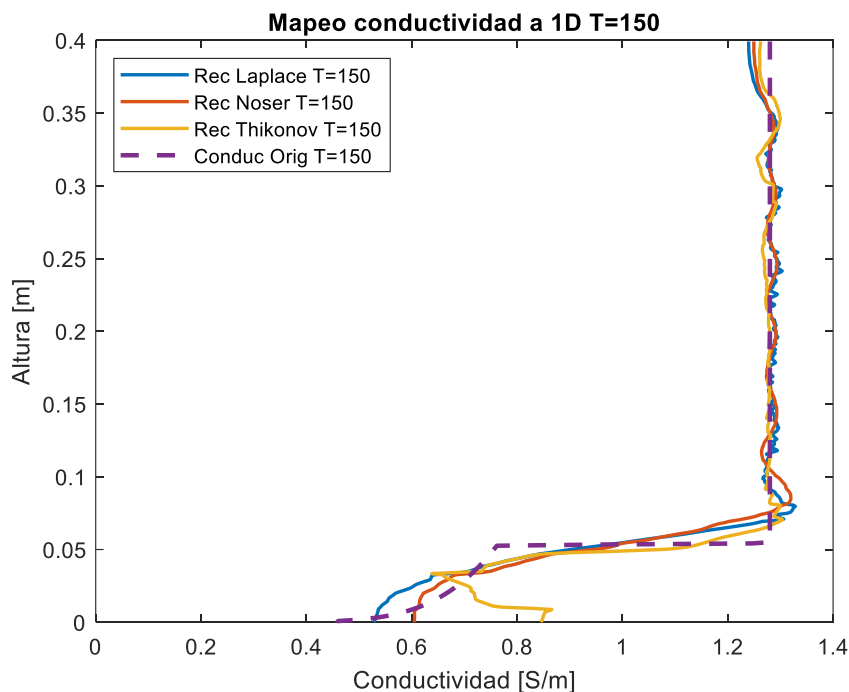
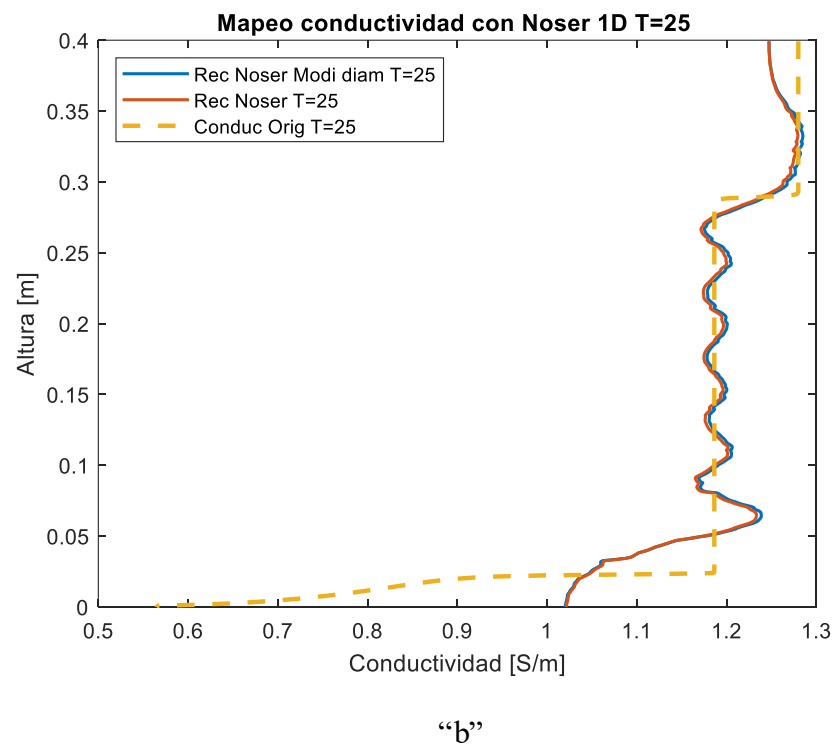
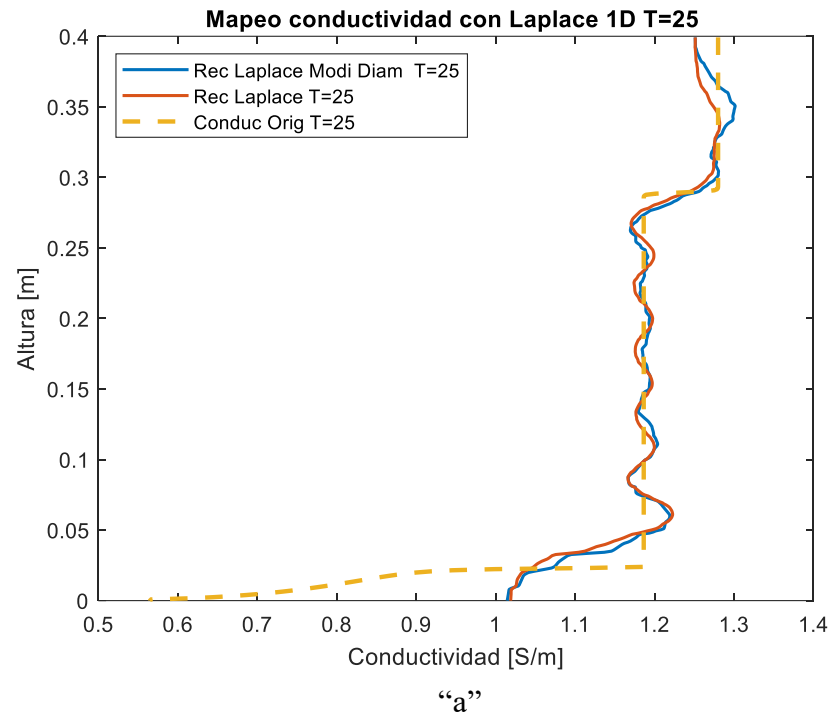


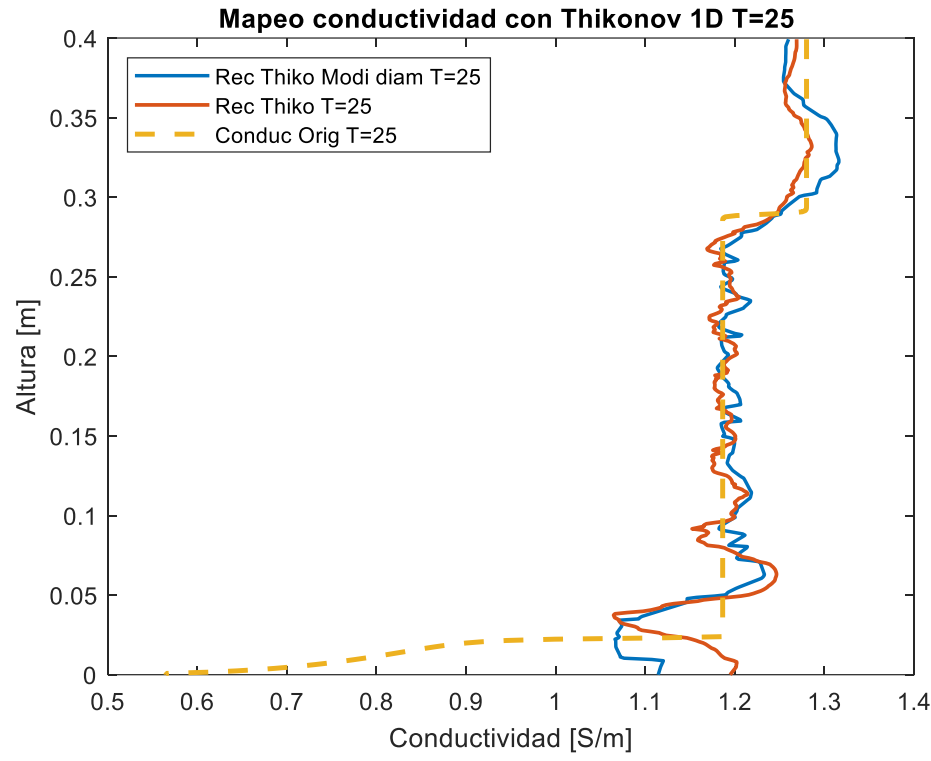
Fig. 5.16.“Mapeo de conductividad 1D en el tiempo 150 (s) de la sedimentación, con omisión de elementos.”

5.6.3 Comparación de Mapeos 1D Vs Mapos 1D con omisión de elementos

Se generó una comparación de los primeros mapeos de conductividad generados Fig. 5.10, Fig. 5.11 y Fig. 5.12 versus los mapeos con los diámetros modificados Fig. 5.14, Fig. 5.15 y Fig. 5.16.

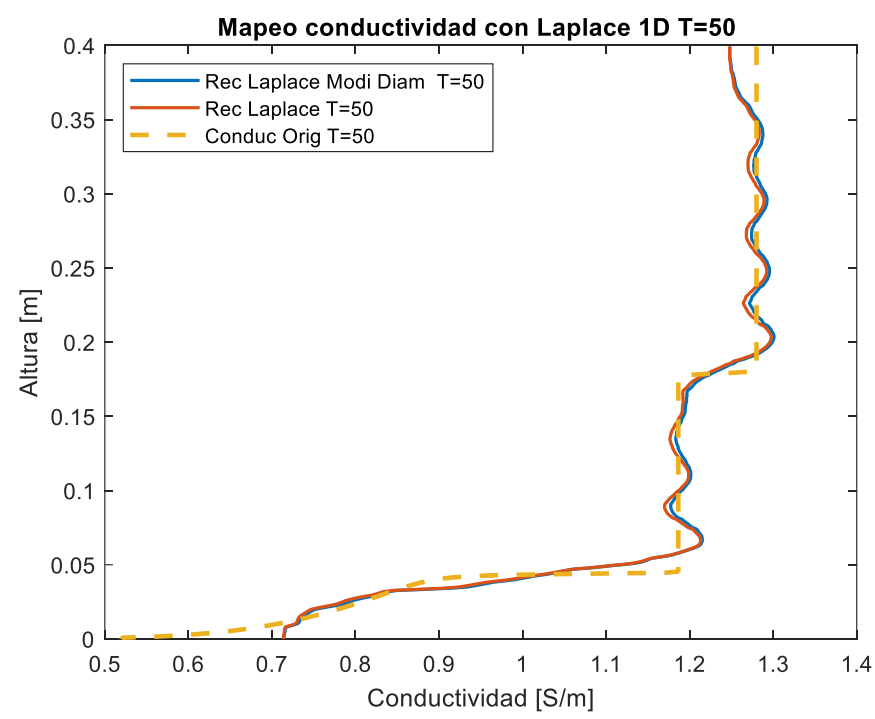
Cada método de regularización Prior Noser, Laplace y Thikonov mapeado anteriormente, se comparó respectivamente con su mapeo con la con omisión de elementos, en el tiempo de sedimentación correspondiente.





“c”

Fig. 5.17 “Comparativa de diámetro original v/s modificado de cada método de regularización en t = 25 (s). a), b) y c)”



“a”

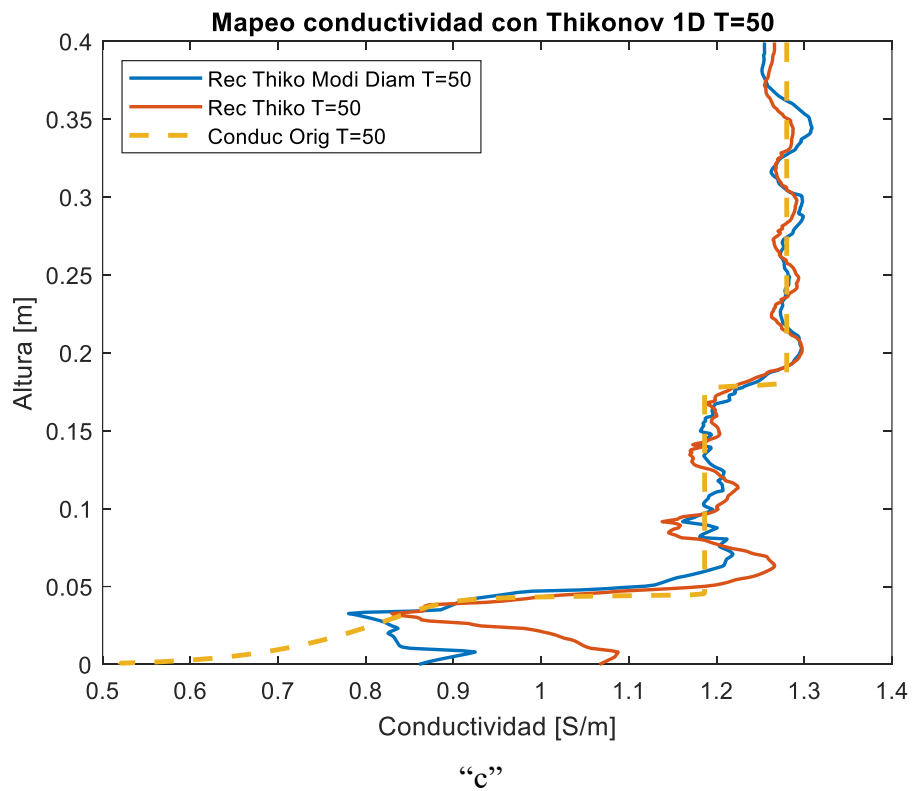
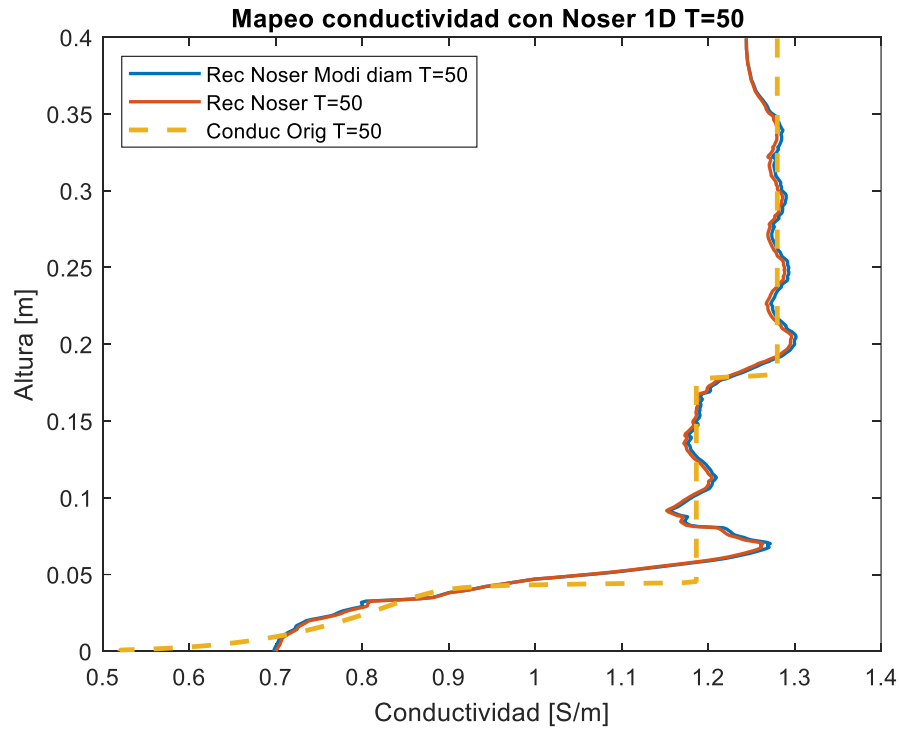
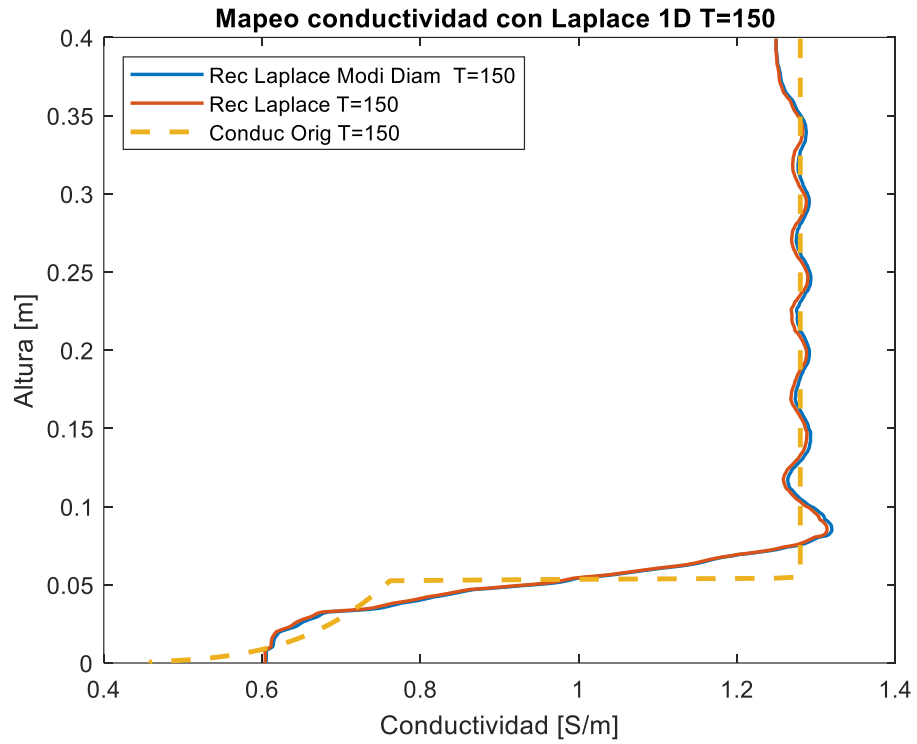
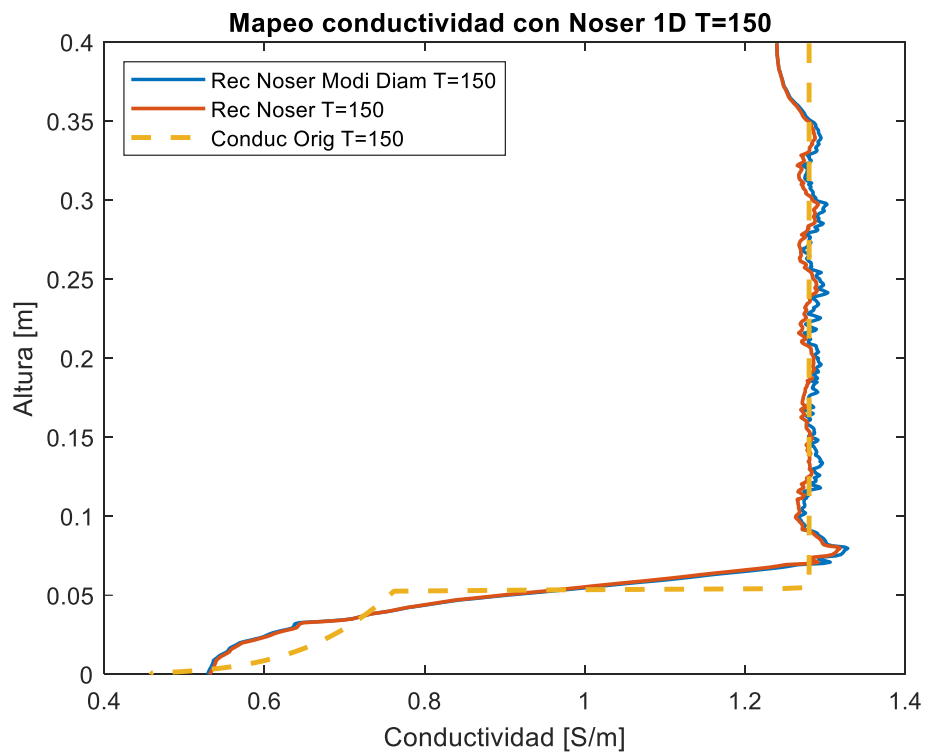


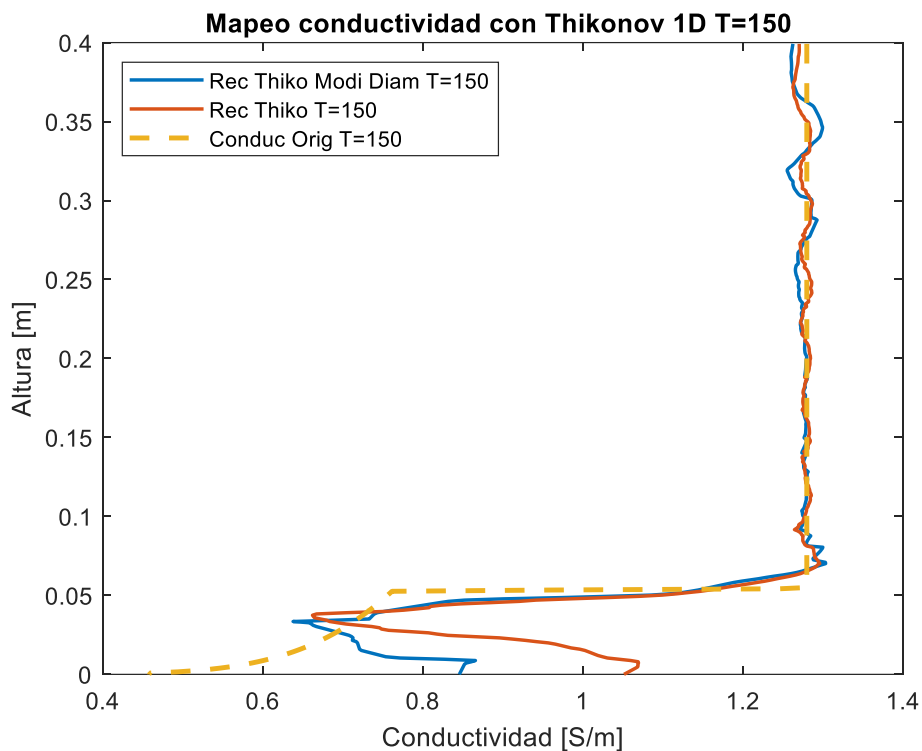
Fig. 5.18 “Comparativa de diámetro original v/s modificado de cada método de regularización en $t = 50$ (s). a), b) y c)”



“a”



“b”



“c”

Fig. 5.19 “Comparativa de diámetro original v/s modificado de cada método de regularización en $t = 150$ (s). a), b) y c)”

Dentro de los resultados obtenidos, se puede visualizar, que, al momento de generar los mapeos de conductividad y concentración de sólidos, tanto sin omisión de electrodos, como con omisión. Se observa que, en la etapa de compactación de cada tiempo de sedimentación, los métodos de regularización utilizados no concuerdan en su totalidad con el mapeo original, esto se debe a la misma medición de los electrodos, una forma de mejorar esto, es agregar más electrodos en la zona final de la columna de sedimentación y así poder obtener un mayor número de mediciones de tal parte.

5.7 Tabla Sumario

A continuación, se presentan los valores RMSE para los diferentes métodos de regularización tanto para los mapeos sin la omisión de elementos (electrodos) y con omisión de elementos.

Tabla 5.11 “ Porcentaje de Reducción en Menores valores RMSE .”

Valores RMSE sin la omisión de elementos.			
Prior	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Noser	0.0317	0.0201	0.0235
Laplace	0.0290	0.0173	0.0239
Thikonov	0.0412	0.0384	0.0397
Valores RMSE con la omisión de elementos.			
Prior	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Noser	0.0318	0.0205	0.0245
Laplace	0.0270	0.0170	0.0236
Thikonov	0.0381	0.0250	0.0258
Reducción Porcentual del RMSE			
Prior	Tiempo 25 seg.	Tiempo 50 seg.	Tiempo 150 seg.
Noser (%)	+ 0.32%	+2.44%	+4.68%
Laplace (%)	-6.90%	-1.70%	-1.26%
Thikonov (%)	-7.52%	-34.90%	-35.01%

5.8 Mapeo de Conductividad a Concentración de sólidos en 1D

Mediante los resultados obtenidos de los diferentes mapeos de conductividad en 1D, se trabajó de forma “inversa” para obtener la concentración de sólidos, de tal forma como obtuvo la conductividad mediante el modelo de Perry and Chilton, pero esta vez de forma opuesta. Con el propósito de hacer la comparación con el mapeo original de concentración de sólidos Fig. 5.2.

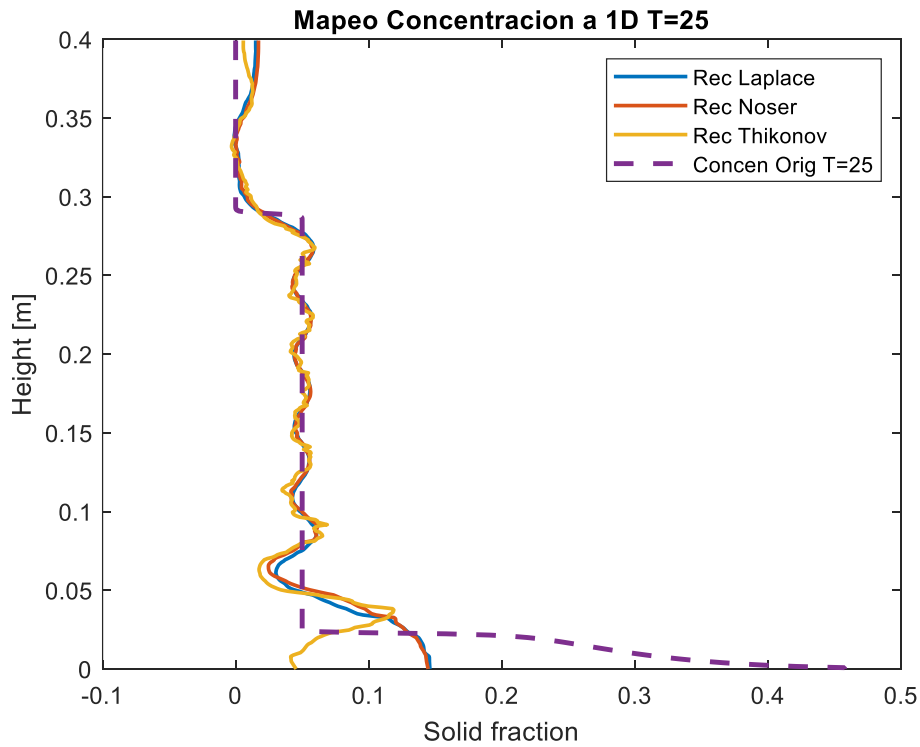


Fig. 5.20 “Mapeo de concentración de sólidos en T=25 seg.”

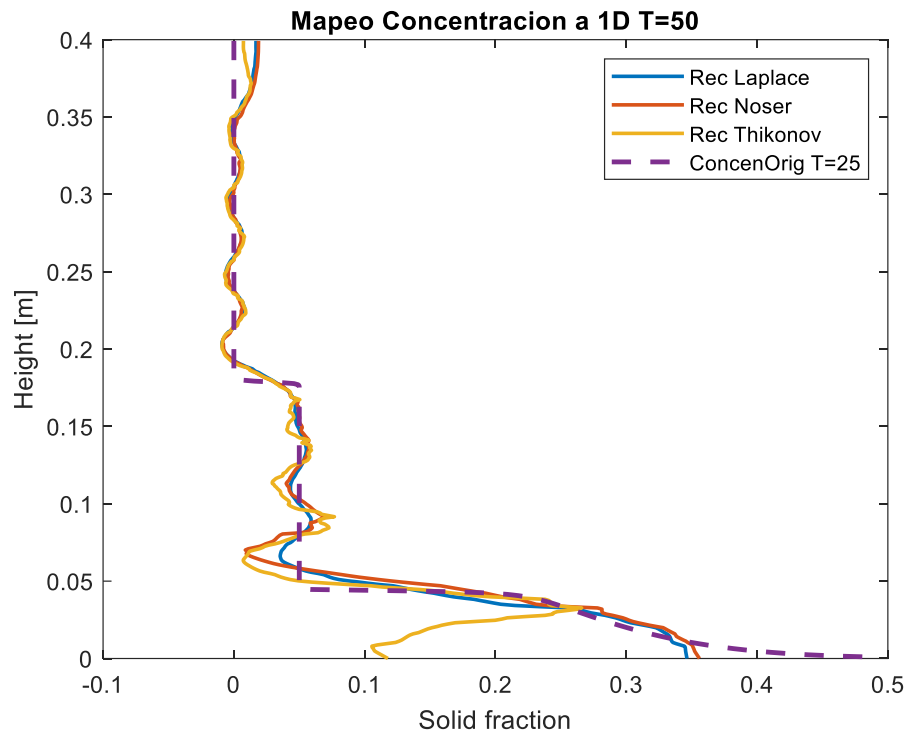


Fig. 5.21 “Mapeo de concentración de sólidos en T=50 seg.”

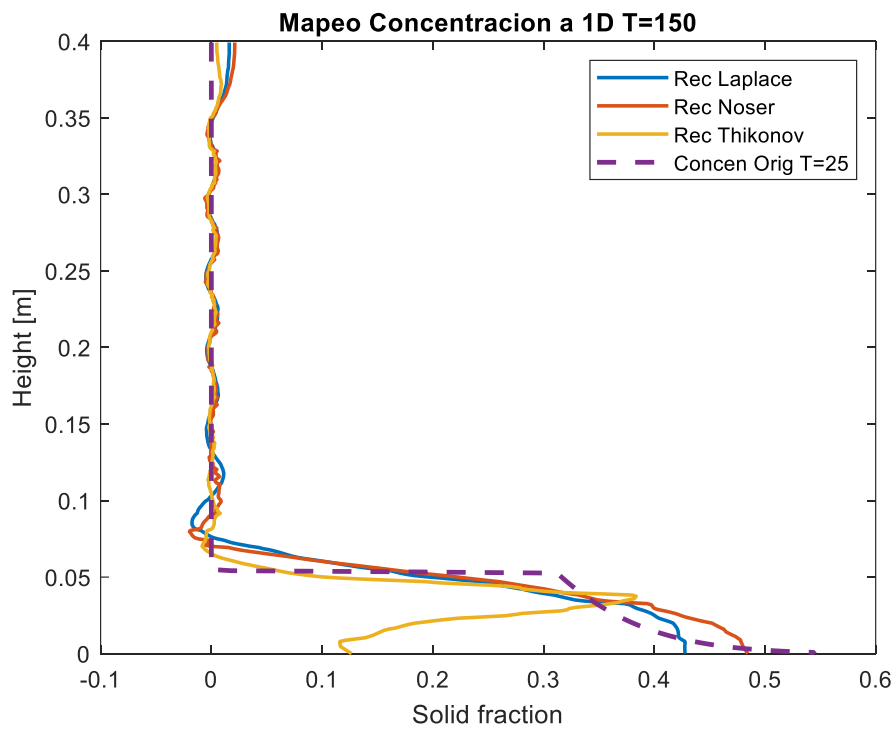


Fig. 5.22 “Mapeo de concentración de sólidos en T=150 seg.”

5.9 Discusión capítulo

El capítulo 5 se centra en la reconstrucción de conductividad en perfiles de concentración de sólidos en sedimentación mediante tomografía de impedancia eléctrica. Para esto es dar a entender que ciertas veces la visibilidad en los métodos experimentales tradicionales puede ser un problema, especialmente si la mezcla es opaca o intangible. Por lo tanto, se propone el mapeo de la concentración de sólidos a conductividad como una forma de visualizar las diferentes etapas o fases de la sedimentación (fases de agua clara, sedimentación y compactación).

Posteriormente se generó 2 modelos de elementos finitos 2D mediante software de Matlab, que permiten reconstruir el comportamiento de la distribución de conductividad en diferentes momentos de la sedimentación mediante diferentes parámetros estudiados en el Toolbox Eiders. Para las reconstrucciones de la distribución de conductividad en 2D, se utilizó el algoritmo de Gauss Newton y diferentes métodos de regularización Laplace, Noser y Thikonov con diferentes valores de hiperparámetros y menores valores RMSE.

Las reconstrucciones de distribución de conductividad obtenidas (Fig. 5.7, Fig.5.8 y Fig. 5.9), están en un plano 2D, por lo tanto, se modificó tal plano a uno 1D, con el propósito de hacer comparativas con los mapeos de sólidos de concentración y conductividad originales. Se comparó cada imagen de los diferentes métodos de regularización con el mapeo original de conductividad en los diferentes tiempos de sedimentación (Fig. 5.10, Fig.5.11 y Fig. 5.12). destacando que cada mapeo generado con los diferentes métodos de regularización, fue por medio del menor valor RMSE de los diferentes valores de hiperparámetros utilizados tabla 5.6.

Por otro lado, también se mapeo “ignorando” la zona de los electrodos que poseen una mayor sensibilidad y así cambiar los mapeos a nivel de oscilaciones, tratando de semejarse lo mayor posible con el mapeo de conductividad original Fig. 5.2, en los diferentes tiempos de sedimentación.

Para el primer algoritmo de regularización utilizado Noser la omisión de elementos no ayuda a las oscilaciones, provocando un aumento de los valores RMSE en todos los tiempos de sedimentación.

Mediante el algoritmo utilizado Laplace, el mayor cambio se visualiza en el tiempo 25(s) con una reducción de 6.90% del valor RMSE con lo cual disminuye el efecto de las oscilaciones a una altura de 0.35(m) correspondiente a la fase de agua clara o clarificación. Mientras que en el tiempo 50(s) el mapeo con omisión de elementos reduce en un 1.70% el valor RMSE, generando un cambio no muy significativo tanto en la zona de sedimentación como de agua clara. Por ultimo en el tiempo

de 150(s) la reducción mediante la omisión de elementos hace que el valor RMSE disminuya en un 1.26% provocando que las oscilaciones no tengan un cambio muy abrupto o casi nulo en el mapeo.

Mientras que con Thikonov el mapeo generado con omisión de elementos, reduce los valores RMSE en mayor medida comparado a los algoritmos utilizados anteriormente. Para el tiempo 25(s) se redujo 7.52% el valor RMSE resultando una disminución de las oscilaciones en la fase de agua clara. Para el tiempo de 50(s) el valor RMSE es disminuido en un gran porcentaje con un 34.90%, provocando que las oscilaciones en la fase de agua clara como sedimentación se reduzcan. Por ultimo para el tiempo 150(s) el valor RMSE disminuye en un 35.01% afectando que las oscilaciones para la fase de sedimentación y compactación no tengan mayor efecto por la sensibilidad de los electrodos.

Una vez obtenidos los mapeos de conductividad mediante los distintos algoritmos de reconstrucción y observar las comparaciones con el mapeo de conductividad original. Se procedió a obtener los mapeos de concentración mediante los mismos algoritmos de reconstrucción utilizados anteriormente.

En este punto es esperable el comportamiento de los algoritmos utilizados debido a que estos deberían diferir con respecto a los mapeos de conductividad (Fig. 5.14, Fig. 5.15 y Fig. 5.16), ya que son los mismo Prior de regularización utilizado solo que esta vez de forma “inversa”. Bajo este punto durante el proceso de sedimentación, los métodos de regularización tienen diferentes comportamientos a diferentes alturas. El método de Thikonov menos preciso comparado a Laplace debido a su alto valor RMSE, mientras que Noser tiene a mapear de mejor manera la fase de sedimentación y compactación y por ultimo Laplace es el algoritmo que posee mejores resultados en valores RMSE tanto sin omisión de elementos como con omisión de elementos, provocando que los mapeos generados por esté sean mucho más cercanos al original.

Capítulo 6. Conclusiones

6.1 Sumario.

Para mapear de concentración de sólidos a conductividad, se realizó una revisión bibliográfica. De aquí se obtuvo el modelo de Perry and Chilton que relaciona la concentración de sólidos en una mezcla con su conductividad y valores referenciales de conductividad de sólidos y líquidos en relaves mineros de la Minera Ciénega, Perú. Así obteniendo como resultado mapeos de concentración a conductividad en tres tiempos seleccionados, específicamente 25(s), 50(s) 150(s).

En cuanto a la simulación de los voltajes en el tomógrafo, se obtuvieron usando los mapeos de conductividad del objetivo anterior y generando un modelo de elementos finitos en dos dimensiones generado en Matlab con el toolbox EIDORS (para más detalle ver capítulo 5).

La reconstrucción de conductividad se realizó usando el algoritmo de optimización Gauss Newton y los métodos de regularización Noser, Laplace y Thikonov. Para cada método de regularización se evaluaron distintos valores de Hiperparametro para seleccionar las mejores reconstrucciones bidimensionales. Una vez obtenidas las reconstrucciones de conductividad en los distintos tiempos de sedimentación, mediante la herramienta de Matlab, se convirtieron a un plano unidimensional, teniendo como resultado el mapeo de conductividad en dos dimensiones a una dimensión, esto con el objetivo de poder comparar los distintos mapeos con respecto al mapeo de conductividad original según el error cuadrático medio (para mayor detalle ver capítulo 5.5 y 5.6).

También se exploraron adicionalmente alternativas para subsanar objetos de reconstrucción debido a la diferencia de ganancia en cercanía de los electrodos. Una vez obtenidas las comparaciones con respecto a la original, se volvió a generar un mapeo de concentración de sólidos en una dimensión con los algoritmos utilizados, para ver evaluar comportamiento de este con respecto al mapeo original, cumpliendo con los dos últimos objetivos específicos.

6.2 Conclusiones.

En relación a los resultados obtenidos, se concluye que el valor de los distintos hiperparámetros utilizados en los diferentes métodos de regularización afectan las distintas reconstrucciones de distribución de conductividad. Esto se determinó, mediante el error cuadrático medio obtenido en cada método de regularización, cabe destacar que para cada método utilizado se planteó un rango de valores de hiperparámetros [10^{-6} a 1]. Con el método Noser se recomienda un valor de hiperparámetro, para los distintos tiempos de sedimentación, que se encuentren en el rango de [10^{-6} a 10^{-2}] debido a que valores mayores aumentan el error cuadrático medio hasta un 64,78%. Para el siguiente método de regularización utilizado, Laplace, es recomendable que el valor del hiperparámetro sea desde [10^{-6} a 10^{-4}], debido a que valores fuera de este rango aumentan el error cuadrático medio hasta en un 100%. Por último para el método de Thikonov, es recomendable valores entre [10^{-6} a 10^{-4}], ya que el aumento del error cuadrático medio es notablemente considerable en un 125%. Estos valores quedan demostrados en las tablas 5.3, 5.4 y 5.5.

El método de regularización más recomendable, entre los estudiados en este trabajo, para la obtención de perfiles de concentración a través de TIE, es el de Laplace, esto es porque sus valores de errores cuadráticos medios obtenidos con respecto a los perfiles unidimensional originales son menores que los otros, esto se observa en la diferencia porcentual que se obtuvo en promedio del aumento del error cuadrático medio, con respecto a Noser este posee una diferencia del 8.5% y con Thikonov de un 29.6%, para cada tiempo de sedimentación.

Adicionalmente se evaluaron alternativas para subsanar objetos de reconstrucción de distribución de conductividad debido a la diferencia de ganancia en cercanía de los electrodos y la alta sensibilidad de estos. Esta evaluación correspondió a la omisión de la zona en la que se encuentran los electrodos, en los diferentes métodos de regularización, para cada tiempo de sedimentación, con lo cual se concluyó a través del error cuadrático medio, que para el método de regularización de Noser omitir esta zona de mayor sensibilidad no es recomendable, debido al aumento en un 2.48% de su valor de error cuadrático medio. Diferente es el caso para el método de Laplace, ya que la omisión de la zona de elementos (Electrodos), disminuye en un 3.29% su valor de error cuadrático. Por último, para el método de Thikonov la omisión de la zona de sensibilidad es recomendable debido ya que corrige en un 25.81% su valor de error cuadrático medio. En comparación entre los métodos, se obtuvo que el menor error también fue obtenido por el método de Laplace. Debido a que el método de regularización más recomendable es Laplace y que no sufre una mejora sustancial al omitir la zona

con elementos (Electrodos), se concluye que, para este tipo de casos específicos, el ignorar o no la zona con mayor sensibilidad no es necesario. Estos valores quedan demostrados en la tabla (5.11).

En base al objetivo general y de los resultados obtenidos, se concluye que el método funciona, esto se determina cualitativamente y porcentualmente al observar los perfiles de concentración obtenidos a través de los distintos mapeos de concentración de solidos generados desde los mapeos de conductividad, siendo este mucho más efectivo en los tiempos de sedimentación de 25(s) y 50(s), en las zonas de agua clara y sedimentación-compactación respectivamente. El método de regularización más recomendable, entre los estudiados en este trabajo, para la obtención de perfiles de concentración a través de TIE, es el de Laplace, debido a sus valores de errores cuadráticos medios obtenidos con respecto a los perfiles unidimensional originales.

6.3 Trabajos futuros

- ♣ Es tentador para un trabajo futuro ocupar otro sistema de optimización tales como Variación total, backprojection y Kalman, para observar modificaciones en la reconstrucción de distribución de conductividad.
- ♣ Modificar el número de electrodos utilizados, posiciones y forma de inyección-medición, para disminuir y atenuar las oscilaciones que se obtuvieron en los mapeos de conductividad debido a la sensibilidad de los electrodos.
- ♣ Desarrollar una implementación para corroborar experimentalmente los resultados simulados en este trabajo de título.

Capítulo 7. Bibliografía

- [1] G. J. F. Carreño, “Detección y seguimiento de interfaces tipo fluido-sedimento”, tesis, Univ. Chile, 2014.
- [2] V. M. A. Cortés, “Análisis de consolidación y secado de relaves para evaluar mejoras de recuperación de aguas en tranques de relave convencionales operados con celdas interiores”, tesis, Univ. Chile, Santiago-Chile, 2019 .
- [3] Jimena Scarlett Magaña Jiménez, “Evaluación Geológica y ambiental del relave abandonado en Ramayana 1, comuna de Olmue Valparaíso.”, Tesis-Memoria de Título, Univ. Andrés Bello., Viña del Mar - Chile, 2019.
- [4] Luis Alberto Salas Contreras, “Tratamiento cero descargas líquidas de agua de relave con valorización de sólidos y salmuera”, Tesis-Memoria de Título, Univ. Concepción., Concepción-Chile, 2022.
- [5] “Caracterización geoquímica y mineralógica de relaves mineros La Ciénaga – La Libertad”, INGEMET, Boletín serie B, N°78, p. 147, 2022.
- [6] S. Banisi, J. A. Finch y A. R. Laplante, “Electrical conductivity of dispersions: A review”, *Minerals Eng.*, vol. 6, n.º 4, pp. 369–385, abril de 1993.
- [7] R. S. MacTaggart, H. A. Nasr-El-Din y J. H. Masliyah, “A conductivity probe for measuring local solids concentration in a slurry mixing tank”, *Separations Technol.*, vol. 3, n.º 3, pp. 151–160, julio de 1993.
- [8] H. Nasr-El-Din, C. A. Shook y J. Colwell, “A conductivity probe for measuring local concentrations in slurry systems”, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 13, n.º 3, pp. 365–378, mayo de 1987.
- [9] S. A. VERGARA ROJAS, “Universidad de Concepción Dirección de Postgrado Facultad de Ingeniería - Programa de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería con Mención en Ingeniería Eléctrica Estimación de características de baja dimensionalidad utilizando tomografía de impedancia eléctrica”, Doctoral, Univ. Concepción., Concepción-Chile, 2019.
- [10] Nelson Fernando Fernández Maje -Melenge Meneses Alejandro, “Análisis de algoritmos de reconstrucción de imágenes EIT en el diagnóstico de la EPOC”, Memoria de Título, Univ. Del Cauca, Popayán, 2018.

- [11] Doñate Matilla Georgina, “Investigación de recursos áridos mediante Tomografía Geoelectrica en Malpartida Plasencia”, Tesis-Memoria de Titulo, Esc. Tec. Ing. En Minas, España-Plasencia., Julio 2012.
- [12] Chandia Días Sebastián Andrés, “Método de medición y detección de conductividad eléctrica usando una sonda y tomografía por impedancia eléctrica”, Tesis-Memoria de Titulo, Univ. Concepción., Concepción-Chile, 2013.
- [13] Sathyanarayan Rao (2024). Electrical Impedance Tomography Image Reconstruction usando EIDORS freeware basado en MATLAB (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileinter/59263-electrical-impedance-tomography-image-reconstruction-using-matlab-based-freeware-eidors>), MATLAB Central File Exchange. 26 abril, 2024 [13].

Capítulo 8. Anexos

```

load perfil
load('modelos.mat')
load('x_rect_NC')
load('Forward_voltages_PC.mat','Vsim','Vsimb','Vhsim','elem_data','elem_data_inv')
load('cond1D_PC')
load('cond1D_PC_nos')
load('cond1D_PC_tik')
load('imgr_lap')
load('imgr_tikh')
load('imgr_noser')
load('p_cond_PC.mat')
load('imgr{a,jj}')
```

```

load('imgr')
load('resumen_rms_laplace.mat')
load('cond1D_PC.mat')
load('resumen_rms_tihkonov.mat');
load('cond1D_PC_tik.mat')
load('imgr_tik')
load('imgr_nos')
load('imgr')
load('resumen_rms_Noser.mat')
load('cond1D_PC_nos.mat')
load('imgr_lap')
load('imgr_tikh')
load('imgr_noser')
load('cond1D_PC_cond')
load('cond1D_PC_nos_cond')
load('cond1D_PC_tik_cond')
load('resumen_rms_laplace_cond')
load('resumen_rms_tihkonov_cond')
load('cond1D_PC_nos_cond')
load('cond1D_PC_cond')
load('cond1D_PC_nos_cond')
load('cond1D_PC_tik_cond')
load('resumen_rms_laplace_cond')
load('resumen_rms_tihkonov_cond')
load('cond1D_PC_nos_cond')
load('p_conduc2concen_PC','p_conduc2concen_PC_lap','p_conduc2concen_PC_nos','p_conduc2concen_PC_thik')
load('cond1D_PCnoser_diam_TODOs')
load('cond1D_PClaplace_diam_TODOs')
load('cond1D_PCThikonov_diam_TODOs')
%% Modelos
scale=1000;
alto=400/scale;%mm
diam=76.2/scale;%mm
elec_width=20/scale;
n_elec=16;
```

```

xy= [ -diam/2  diam/2  diam/2  -diam/2;
      0  0      alto  alto]';
modelos
save('modelos.mat','fwd_img','inv_img','fmdl1','imdl1');
%% Conductividades de la Mezcla
km = 6.00e-03;
ks=0.0006;
kl=1.28;
%% Párametros sedimentador
scale=1000;
alto=400/scale;%mm
diam=76.2/scale;%mm
elec_width=20/scale;
n_elec=16;
xy= [ -diam/2  diam/2  diam/2  -diam/2;
      0  0      alto  alto]';
%% Generar modelo directo e inverso con NG
modelos
save('modelos.mat','fwd_img','inv_img','fmdl1','imdl1');
%% Mapeo de Concentracion de solidos y Conductividad
SolDen=2500;
LiqDen=1000;
h=0.4;
dz_st    = h/500;
ks=0.0006;
kl=1.28;
conc2cond_PC=@(C) kl*((2*kl)+ks)-(2*(kl-ks)*C))./((2*kl)+ks+(kl-
ks)*C);%PC = Perry And Chilton
p_cond_PC=conc2cond_PC(perfil/100);
tts=[25,50,150];
figure,
for jj=1:3
    subplot(1,3,jj)
    plot(perfil(:,jj),x,'linewidth',2),
    title(strcat('t=',num2str(tts(jj))));
    grid on;
    ylabel('Height [m]'); xlabel('Solid fraction[%]');ax =
gca;ax.FontSize = 13;
    ax = gca;
ax.TitleFontSizeMultiplier = 2;
end
h=gcf();
set(h,'position',[583 673 943 286])
figure,
for jj=1:3
    subplot(1,3,jj)

    plot(p_cond_PC(:,jj),x,'linewidth',2),
    title(strcat('t=',num2str(tts(jj))));
    grid on;
    ylabel('Height [m]'); xlabel('Conductivity [S/m]');ax =
gca;ax.FontSize = 13;
    ax = gca;

```

```

ax.TitleFontSizeMultiplier = 2;
end

h=gcf();
set(h,'position', [582    296    943    286])

save('cond_map_PC.mat','p_cond_PC')
%% Solucion Del Problema Directo / Distribucion de conductividad en los
diferentes tiempos de sedimentacion
fwd_img.elem_data=elem_data(:,1)*0+kl; % Asignacion de valores de
conductividad.
Vhsim=fwd_solve(fwd_img);
Vhsim=Vhsim.meas;
for jj=1:3,
    fwd_img.elem_data=elem_data(:,jj);
    figure(jj), subplot(1,2,1),
    show_fem(fwd_img,[1,0,0])
    % Cdata=round((elem_data(:,jj)-0)*100);
    % aux=get(gca,'Children');
    % ptch=aux(17,1);
    % ptch.CDataMapping='direct';
    % ptch.CData=Cdata;
    % colormap jet
    vs=fwd_solve( fwd_img);
    Vsim{jj}=vs.meas;
end

Vsimb={};

for jj=1:3,
    inv_img.elem_data=elem_data_inv(:,jj);
    figure(jj), subplot(1,2,2),
    show_fem(inv_img,[1,0,0,1])
    % Cdata=round((elem_data_inv(:,jj)-0)*100);
    % aux=get(gca,'Children');
    % ptch=aux(17,1);
    % ptch.CDataMapping='direct';
    % ptch.CData=Cdata;
    % colormap jet
    vs1=fwd_solve( inv_img);
    Vsimb{jj}=vs1.meas;
    figure, plot(Vsim{jj},'or'), hold on, plot(Vsimb{jj},'*b'),
end
%% Mapeo de conductividad 1D a 2D
els=fmdl1.elems;
nods=fmdl1.nodes;
[n_els,~]=size(els);
zn=length(x);
x_rect=[ -diam/2  diam/2  diam/2  -diam/2]; % coordenadas X del rectangulo
elem_data=zeros(n_els,3);
for ii=1:n_els,
    v=els(ii,:); %vertices
    idx=1;

```

```

    [x_tri, y_tri]=poly2cw(nods(v,1),nods(v,2));
    A_tri=polyarea(x_tri, y_tri);
    aux_cond=[0,0,0,0]; % [area interseccion ;
cond1,cond2,cond3(conductividad del rectangulo en distintos perfiles)]
%     plot([x_tri;x_tri],[y_tri;y_tri]), hold on;
nod_count=0;
    for jj=1:(zn),
        if jj==1,
            y_rect=[0.4 0.4 x(jj) x(jj)];
        else
            y_rect=[x(jj-1) x(jj-1) x(jj) x(jj)];
        end
        ff=inpolygon(x_tri,y_tri,x_rect,y_rect); % cuantos nodos del
elemento estan dentro del rectangulo
        nod_count=nod_count+sum(ff); %conteo de nodos en interseccion.
        [xb, yb] = polybool('intersection', x_rect, y_rect, x_tri,
y_tri);
        if isempty(xb), continue, end
        aux_cond(idx,:)= [polyarea(xb,yb), p_cond_PC(jj,1:3)]; %area que
esta en contacto y la conductividad del elemento
        idx=idx+1;
%         plot([x_rect,x_rect],[y_rect,y_rect],'-r'), hold on;
        if nod_count==3, break; end % evita seguir buscando
intersecciones,
    end
%     ii
%     if abs(sum(aux_cond(:,1))-A_tri)>1e-8, sdegfhj, end
    aux_cond(:,1)=aux_cond(:,1)/A_tri;
    elem_data(ii,1)=sum(aux_cond(:,1).*aux_cond(:,2)); %
aux_cond=[0,0,0,0]; % [area interseccion ;
cond1,cond2,cond3(conductividad del rectangulo en distintos perfiles)]
    elem_data(ii,2)=sum(aux_cond(:,1).*aux_cond(:,3)); % producto punto
del area de interseccion por los perfiles de cconductividad
    elem_data(ii,3)=sum(aux_cond(:,1).*aux_cond(:,4));
end

%% forward data generation inverse model (comparison purposes)
"reconstruccion ideal"
els=imdl1.elms;
nods=imdl1.nods;
[n_els,~]=size(els);
zn=length(x);
x_rect=[ -diam/2  diam/2 diam/2 -diam/2];
elem_data_inv=zeros(n_els,3);
for ii=1:n_els,
    v=els(ii,:); %vertices
    idx=1;
    [x_tri, y_tri]=poly2cw(nods(v,1),nods(v,2));
    A_tri=polyarea(x_tri, y_tri);
    aux_cond=[0,0,0,0];
%     plot([x_tri;x_tri],[y_tri;y_tri]), hold on;
nod_count=0;
    for jj=1:(zn),

```

```

        if jj==1,
            y_rect=[0.4 0.4 x(jj) x(jj)];
        else
            y_rect=[x(jj-1) x(jj-1) x(jj) x(jj)];
        end
        ff =inpolygon(x_tri,y_tri,x_rect,y_rect);
        nod_count=nod_count+sum(ff);
        [xb, yb] = polybool('intersection', x_rect, y_rect, x_tri,
y_tri);
        if isempty(xb), continue, end
        aux_cond(idx,:)= [polyarea(xb,yb), p_cond_PC(jj,1:3)];
        idx=idx+1;
        %         plot([x_rect,x_rect],[y_rect,y_rect],'-r'), hold on;
        if nod_count==3, break; end % evita seguir buscando
intersecciones,
    end
    %         ii
    %         if abs(sum(aux_cond(:,1))-A_tri)>1e-8, sdegfhj, end
    aux_cond(:,1)=aux_cond(:,1)/A_tri;
    elem_data_inv(ii,1)=sum(aux_cond(:,1).*aux_cond(:,2));
    elem_data_inv(ii,2)=sum(aux_cond(:,1).*aux_cond(:,3));
    elem_data_inv(ii,3)=sum(aux_cond(:,1).*aux_cond(:,4));

save('Forward_voltages.mat','Vsim','Vsimb','Vhsim','elem_data','elem_data
_inv');

end
%%
forward_solve
save('Forward_voltages_PC.mat','Vsim','Vsimb','Vhsim','elem_data','elem_d
ata_inv');
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
% Valor Del Hyperparametro mediante valor RMS para la Reconstruccion de
Imagen(Laplace-Thikonov-Noser)
%         Laplace
frms=@(x,y) sum(sqrt((x-y).^2)/length(x));
reg_laplace=logspace(-6,-4,3);
resumen_rms_laplace=ones(length(reg_laplace),3);
cond1D_PC=zeros(length(reg_laplace),3,502);
imgr={};
for a = 1:(length(reg_laplace))
    % 1e-6;a
    for jj = 1:3

```

```

[a jj]
tic
inv_model = eidors_obj('inv_model', 'EIT inverse');
inv_model.hyperparameter.value = reg_laplace(a);
inv_model.inv_solve_core.verbose=0;
inv_model.inv_solve_core.dtol=-0.01; %-0.01 por defecto
inv_model.fwd_model = inv_img.fwd_model;
inv_model.jacobian_bkgnd.value=kl;
inv_model.term_tolerance.value = 1e-6;
inv_model.parameters.keep_iterations= 30;
inv_model.parameters.tempfinale = 0.01;
inv_model.tol.value = 3.90047e-12;%0.001
inv_model.tol_node2tet = 3.90047e-11;
inv_model.reconst_type= 'absolute';
inv_model.RtR_prior= @prior_laplace;
inv_model.solve=@inv_solve_gn;
'iniciando calculo inversa'
imgr{a,jj} = inv_solve(inv_model, Vsim{jj});
%figure(jj), subplot(1, 2, 1);
%show_fem(imgr_tik{a,jj},[1,0,0]);
%title('Reconstrucción de cond. GN');
'termino inversa'
cond1D_PC(a,jj,:)=map2D_1D(imgr{a,jj},diam,x);
'mapeo cod terminado'

resumen_rms_laplace(a,jj)=frms(reshape(cond1D_PC(a,jj,:),502,1),p_cond_PC
(:,jj));
'resumen ok'
save('resumen_rms_laplace.mat');
%save('cond1D_PC(a,jj,:).mat')
save('cond1D_PC.mat')
toc

end
end

%% Thikonov
frms=@(x,y)sum(sqrt((x-y).^2)/length(x));
reg_tik=logspace(-6,-4,3);%7 % correr mas tarde
resumen_rms_tihkonov=ones(length(reg_tik),3);
%resumen_rms(1,:)= [0.041617951913738 0.038415016900151
0.039728162363672];
%resumen_rms(7,:)= [0.091210300842242 0.087669052408254
0.081935600858848];
cond1D_PC_tik=zeros(length(reg_tik),3,502);
imgr_tik={};
for a = 1:(length(reg_tik))
    % 1e-6;a

    for jj = 1:3
        [a jj]
        tic
        inv_model = eidors_obj('inv_model', 'EIT inverse');
        inv_model.hyperparameter.value = reg_tik(a);

```

```

inv_model.inv_solve_core.verbose=0;
inv_model.inv_solve_core.dtol=-0.01; %-0.01 por defecto
inv_model.fwd_model = inv_img.fwd_model;
inv_model.jacobian_bkgnd.value=kl;
inv_model.term_tolerance.value = 1e-6;
inv_model.parameters.keep_iterations= 30;
inv_model.parameters.tempfinale = 0.01;
inv_model.tol.value = 3.90047e-12;%0.001
inv_model.tol_node2tet = 3.90047e-11;
inv_model.reconst_type= 'absolute';
inv_model.RtR_prior= @prior_tikhonov;
inv_model.solve=@inv_solve_gn;
'iniiciando calculo inversa'
imgr_tik{a,jj} = inv_solve(inv_model, Vsim{jj});
%figure(jj), subplot(1, 2, 1);
%show_fem(imgr_tik{a,jj},[1,0,0]);
%title('Reconstrucción de cond. GN');
'termino inversa'
cond1D_PC_tik(a,jj,:)=map2D_1D(imgr_tik{a,jj},diam,x);
'mapeo cod terminado'

resumen_rms_tikhonov(a,jj)=frms(reshape(cond1D_PC_tik(a,jj,:),502,1),p_co
nd_PC(:,jj));
'resumen ok'
save('resumen_rms_tikhonov.mat');
% save('cond1D_PC_tik(a,jj,:).mat')
save('cond1D_PC_tik.mat')
toc

end
end

%% Noser
frms=@(x,y)sum(sqrt((x-y).^2)/length(x));
reg_noser=logspace(-6,-2,5);%7 % correr mas tarde
resumen_rms_Noser=ones(length(reg_noser),3);
cond1D_PC_nos=zeros(length(reg_noser),3,502);
imgr_nos={};
for a = 1:(length(reg_noser))
    % 1e-6;a
    for jj = 1:3
        [a jj]
        tic
        inv_model = eidders_obj('inv_model', 'EIT inverse');
        inv_model.hyperparameter.value = reg_noser(a);
        inv_model.inv_solve_core.verbose=0;
        inv_model.inv_solve_core.dtol=-0.01; %-0.01 por defecto
        inv_model.fwd_model = inv_img.fwd_model;
        inv_model.jacobian_bkgnd.value=kl;
        inv_model.term_tolerance.value = 1e-6;
        inv_model.parameters.keep_iterations= 30;
        inv_model.parameters.tempfinale = 0.01;
        inv_model.tol.value = 3.90047e-12;%0.001
        inv_model.tol_node2tet = 3.90047e-11;

```



```

    inv_model.solve = @inv_solve_gn;
    % Resolver el problema inverso
    imgr_lap = inv_solve(inv_model, Vsim{jj});
    % Visualizar la imagen reconstruida
    figure(jj), subplot(1, 2, 1);
    show_fem(imgr_lap, [1,0,0]);
    title('Reconstrucción de cond. G.N/Lap')
save('imgr_lap')
end
%% Gauss Newton con Prior Thikonov
for jj = 1:3
    inv_model = eidors_obj('inv_model', 'EIT inverse');
    inv_model.inv_solve_core.verbose=2;
    inv_model.inv_solve_core.dtol=-5;
    inv_model.fwd_model = inv_img.fwd_model;
    inv_model.jacobian_bkgnd.value=kl;
    inv_model.hyperparameter.value = 1e-6;
    inv_model.term_tolerance.value = 3.90047e-12;
    inv_model.term_tolerance.value = 1e-3;
    inv_model.parameters.keep_iterations= 5;
    inv_model.parameters.tempfinale = 0.01;
    inv_model.tol.value = 3.90047e-12;%0.001
    inv_model.tol_node2tet = 3.90047e-11;
    inv_model.reconst_type= 'absolute';
    inv_model.RtR_prior= @prior_tikhonov;
    inv_model.solve = @inv_solve_gn;
    imgr_tikh= inv_solve(inv_model, Vsim{jj});
    figure(jj), subplot(1, 2, 1);
    show_fem(imgr_tikh, [1,0,0]);
    title('Reconstrucción de cond. G.N./THik');
    save('imgr_tikh')
end
%% Gauss Newton con Prior Noser
for jj = 1:3
    inv_model = eidors_obj('inv_model', 'EIT inverse');
    inv_model.inv_solve_core.verbose=2;
    inv_model.inv_solve_core.dtol=-5;
    inv_model.fwd_model = inv_img.fwd_model;
    inv_model.jacobian_bkgnd.value=kl;
    inv_model.hyperparameter.value = 1e-2;
    inv_model.term_tolerance.value = 3.90047e-12;
    inv_model.term_tolerance.value = 1e-3;
    inv_model.parameters.keep_iterations= 5;
    inv_model.parameters.tempfinale = 0.01;
    inv_model.tol.value = 3.90047e-12;%0.001
    inv_model.tol_node2tet = 3.90047e-11;
    inv_model.reconst_type= 'absolute';
    inv_model.RtR_prior= @prior_tikhonov;
    inv_model.solve = @inv_solve_gn;
    imgr_noser= inv_solve(inv_model, Vsim{jj});
    figure(jj), subplot(1, 2, 1);
    show_fem(imgr_noser, [1,0,0]);
    title('Reconstrucción de cond. G.N./Noser');

```

```

        save('imgr_noser')
end
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%% Mapeo de Conductividad SIN OMISION DE ELEMENTOS (ELECTRODOS)
%% Mapeo de Conductividad en el Tiempo 25
plot((reshape(cond1D_PC(3,1,:),502,1)),x) %Laplace / Perry And Chilton =
PC
hold on
plot((reshape(cond1D_PC_nos(5,1,:),502,1)),x)
hold on
plot((reshape(cond1D_PC_tik(3,1,:),502,1)),x)
hold on
plot(p_cond_PC(:,1),x) % original
xlim()
ylim()
title('Mapeo conductividad a 1D T=25')
legend('Rec Laplace','Rec Noser','Rec Thikonov','Conduc Orig
T=25','Location','northwest','NumColumns',1)
legend('boxoff')

%% Mapeo de Conductividad en Tiempo 50
plot((reshape(cond1D_PC(3,2,:),502,1)),x)
hold on
plot((reshape(cond1D_PC_nos(5,2,:),502,1)),x)
hold on
plot((reshape(cond1D_PC_tik(2,2,:),502,1)),x)
hold on
plot(p_cond_PC(:,2),x)
xlim()
ylim()
title('Mapeo conductividad a 1D T=50')
legend('Rec Laplace','Rec Noser','Rec Thikonov','Conduc Orig
T=50','Location','northwest','NumColumns',1)
legend('boxoff')

%% Mapeo de Conductividad en Tiempo 150
plot((reshape(cond1D_PC(3,3,:),502,1)),x)
hold on
plot((reshape(cond1D_PC_nos(3,3,:),502,1)),x)
hold on
plot((reshape(cond1D_PC_tik(1,3,:),502,1)),x)
hold on

```

```

plot(p_cond_PC(:,3),x)
xlim()
ylim()
title('Mapeo conductividad a 1D T=150')
legend('Rec Laplace','Rec Noser','Rec Thikonov','Conduc Orig
T=150','Location','northwest','NumColumns',1)
legend('boxoff')
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%% Mapeo de Conductividad CON OMISION DE ELEMENTOS (ELECTRODOS)
save('cond1D_PCnoser_diam_TODOS');
save('cond1D_PClaplace_diam_TODOS');
save('cond1D_PCThikonov_diam_TODOS');
%% Mapeo de Conductividad en el Tiempo 25
plot((reshape(cond1D_PCnoser_diam_TODOS(1,1,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot((reshape(cond1D_PClaplace_diam_TODOS(6,1,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot((reshape(cond1D_PCThikonov_diam_TODOS(9,1,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(p_cond_PC(:, 1),x,'--','LineWidth',2)
xlabel('Conductividad [S/m]')
ylabel('Altura [m]')
xlim([0 1.4]))
ylim()
title('Mapeo conductividad a 1D T=25')
legend('Rec Laplace T=25','Rec Noser T=25','Rec Thikonov T=25','Conduc
Orig T=25','Location','northwest','NumColumns',1)
legend('boxon')

%% Mapeo de Conductividad en el Tiempo 50
plot((reshape(cond1D_PCnoser_diam_TODOS(1,2,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot((reshape(cond1D_PClaplace_diam_TODOS(1,2,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot((reshape(cond1D_PCThikonov_diam_TODOS(6,2,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on

```

```

plot(p_cond_PC(:, 2),x,'--','LineWidth',2)
xlabel('Conductividad [S/m]')
ylabel('Altura [m]')
xlim([0 1.4])
ylim()
title('Mapeo conductividad a 1D T=50')
legend('Rec Laplace T=50','Rec Noser T=50','Rec Thikonov T=50','Conduc
Orig T=50','Location','northwest','NumColumns',1)
legend('boxon')

%% Mapeo de Conductividad en el Tiempo 150
plot((reshape(cond1D_PCnoser_diam_TODOS(1,3,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot((reshape(cond1D_PClaplace_diam_TODOS(1,3,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot((reshape(cond1D_PCThikonov_diam_TODOS(6,3,:), 502,
1)),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(p_cond_PC(:, 3),x,'--','LineWidth',2)
xlabel('Conductividad [S/m]')
ylabel('Altura [m]')
xlim([0 1.4])
ylim()
title('Mapeo conductividad a 1D T=150')
legend('Rec Laplace T=150','Rec Noser T=150','Rec Thikonov T=150','Conduc
Orig T=50','Location','northwest','NumColumns',1)
legend('boxon')

%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%
%

%% MAPEOS DE CONCENTRACION DE SOLIDOS (SIN OMISION DE ELEMENTOS)
%% conductividad a concentracion.
C = ((2*kl*ks)-(kl*km)-(km*ks))./( (2*kl*km)-(km*kl)-(kl*km)-(ks*km));
SolDen=2500;
LiqDen=1000;
h=0.4;
dz_st = h/500;
ks=0.0006;
kl=1.28;

```

```

conduc_PC2concen = @(km) ((2*k1^2)+(k1*ks) - (2*k1*km) - (ks*km)) ./ ((2*k1^2) -
(2*ks*k1)+(k1*km) - (ks*km));
p_conduc2concen_PC=conduc_PC2concen(p_cond_PC);
p_conduc2concen_PC_lap=conduc_PC2concen(cond1D_PC);
p_conduc2concen_PC_nos=conduc_PC2concen(cond1D_PC_nos);
p_conduc2concen_PC_thik=conduc_PC2concen(cond1D_PC_tik);
save('p_conduc2concen_PC','p_conduc2concen_PC_lap','p_conduc2concen_PC_nos',
'p_conduc2concen_PC_thik')

%% Mapeo de concentracion en t=25
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_lap(3,1,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_nos(5,1,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_thik(3,1,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(p_conduc2concen_PC(:,1),x,'--','LineWidth',2)
ylabel('Height [m]'); xlabel('Solid fraction');
title('Mapeo Concentracion a 1D T=25')
legend('Rec Laplace ','Rec Noser','Rec Thikonov','Concen Orig
T=25','Location','northeast','NumColumns',1)
legend('boxon')

%% Mapeo de concentracion en t=50
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_lap(3,2,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_nos(5,2,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_thik(2,2,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(p_conduc2concen_PC(:,2),x,'--','LineWidth',2)
ylabel('Height [m]'); xlabel('Solid fraction');
title('Mapeo Concentracion a 1D T=50')
legend('Rec Laplace ','Rec Noser','Rec Thikonov','ConcenOrig
T=50','Location','northeast','NumColumns',1)
legend('boxon')

%% Mapeo de concentracion en t=150
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_lap(3,3,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_nos(3,3,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(reshape(p_conduc2concen_PC_thik(1,3,:),502,1),x,'LineWidth',1.5)
hold on
plot(p_conduc2concen_PC(:,3),x,'--','LineWidth',2)
ylabel('Height [m]'); xlabel('Solid fraction');
title('Mapeo Concentracion a 1D T=150')
legend('Rec Laplace ','Rec Noser','Rec Thikonov','Concen Orig
T=150','Location','northeast','NumColumns',1)
legend('boxon')
%
```