



VALIDACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO SIMPLIFICADO DE UNIÓN VIGA-COLUMNA PARA RACK INDUSTRIALES MEDIANTE MODELAMIENTO POR ELEMENTOS FINITOS

J. Martínez Soto¹, N. Maureira Carsalade² y E. Nuñez Castellanos³

RESUMEN

Esta investigación propone el desarrollo de un modelo matemático simplificado de la conexión viga-columna apernada utilizada comúnmente en racks de almacenamiento. El modelo fue validado usando los resultados obtenidos de una serie de simulaciones numéricas de la misma conexión utilizando elementos finitos. Este modelo es capaz de reproducir el comportamiento de la conexión viga-columna ante carga sísmica, reduciendo ampliamente el costo computacional de análisis. Esta simplificación permitirá recrear sistemas completos de racks de almacenamiento y reproducir los efectos que la carga sísmica causaría en éstos. El uso de este tipo de modelos facilitará los estudios del comportamiento sísmico de este tipo de estructuras y fomentará las mejoras estructurales de éstas.

Los modelos tanto el matemático como el elaborado por medio de elementos finitos fueron sometidos al protocolo de carga propuesto por la AISC 341 cap K. Dichas cargas siguen un patrón de incremento cíclico que corresponden a 7 fases de 0,375%; 0,5%; 0,75%; 1%; 2% y 4% de deriva. Esto con la finalidad de estudiar el comportamiento histerético del sistema y validar el modelo matemático simplificado considerando como certeros los resultados obtenidos por medio de la modelación mediante de elementos finitos.

A partir de los resultados se pudo establecer el grado de confiabilidad del modelo matemático simplificado ajustado a la conexión viga-columna ensayada numéricamente. Se determinó que la semejanza entre el modelo simplificado y el de elementos finitos fue cercana al 90%, siendo mejor la aproximación en las cercanías de la carga última.

Palabras Clave: unión viga-columna; rack selectivo; método de elementos finitos; ensayo cuasi-estático; ecuación de Bouc-Wen

ABSTRACT

This research proposes the development of a simplified mathematical model of a bolted beam-column connection, commonly used in storage racks. The model was validated based on the results obtained from a series of numerical simulations of the same connection by using the finite elements method. This model is able to reproduce the behavior of a beam-column rack connection subjected to seismic load, greatly reducing the computational cost of the analysis. This simplification will allow to analyze complete systems of storage racks and reproduce the effects that seismic load would cause in them. The use of this type of models will facilitate the studies of the seismic behavior of this type of structures and will promote the structural improvements of these.

Both the mathematical and the elaborated models by means of finite elements were subjected to the loading protocol proposed by the AISC 341 cap K. These loads follow a cyclic increase pattern corresponding to 7 faces of 0.375%; 0.5%; 0.75%; 1%; 2% and 4% of drift. This in order to study the hysterical behavior of the system and

¹ Estudiante, Carrera de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, Jmartinezs@ing.ucsc.cl

² Profesor guía, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, nmaureira@ucsc.cl

³ Profesor Informante, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, Enunez@ucsc.cl



validate the simplified mathematical model considering as accurate the results obtained through modeling through finite elements.

From the results it was possible to establish the degree of reliability of the simplified mathematical model adjusted to the beam-column connection tested numerically. It was determined that the similarity between the simplified model and that of finite elements was close to 90%, getting better in the vicinity of the ultimate loading.

Keywords: beam-column connection; selective rack; finite element method; quasi-static test; Bouc-Wen equation

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas en Chile, se ha vuelto indispensable para la industria en general contar con soluciones de almacenamiento que cumplan con los requisitos necesarios de seguridad, optimización de espacio y resistencia, con el fin de ejecutar de forma adecuada esta labor. Además, se debe tener en consideración la vida útil del sistema y la efectividad de éste en la protección de los productos y accesibilidad a éstos, pero por sobre todo, la protección de la integridad de las personas que trabajan en los lugares de almacenamiento. Es importante destacar que el uso de un buen sistema de almacenamiento no sólo repercute en el orden y accesibilidad de los productos, sino que también es fundamental en la coordinación demanda-suministro permitiendo reducir los costos de almacenamiento y de esta forma aumentar los beneficios de la empresa.

Con respecto a lo anteriormente dicho, una de las principales opciones y la más utilizada en las empresas ya sean grandes o pequeñas, son las estanterías de almacenamiento o rack de almacenaje. Sus características los hacen ser idóneos para almacenar y proteger productos y sus diseños les permiten adaptarse a espacios reducidos y optimizar su uso. Existen diferentes sistemas de almacenaje los cuales se adaptan a las necesidades del usuario, éstos se clasifican en seis grupos según ICHA (BASES TÉCNICAS PARA EL DISEÑO ESTRUCTURAL DE ESTANTERÍA METÁLICA EN CHILE, 2017) que destacan; por su eficiencia y adaptabilidad. Estos son estantería compacta, dinámica, selectiva manual, autoportante, cantiléver y selectiva. Siendo este último sistema el con mayor presencia en el mercado de la actualidad debido a su eficiencia para el acceso directo y unitario a cada uno de los productos almacenados.

Los sistemas de almacenamiento son estructuras que deben soportar de forma constante grandes cargas gravitacionales. Esto hace que sean vulnerables a movimientos sísmicos, más si consideramos que nuestro país destaca por su constante actividad telúrica. Además, este tipo de estructuras son extremadamente flexibles, especialmente bajo la acción de cargas laterales. El comportamiento de estas estructuras en zonas sísmicas depende en gran medida de las propiedades de sus conexiones. Estas determinan el comportamiento de la estructura y el rendimiento del sistema estructural en caso de un terremoto destructivo (Aguirre, 2004). Es por este motivo que es importante considerar el comportamiento sismo resistente de las conexiones de este tipo de sistema, lo cual implica el desarrollo de modelos físicos o digitales que representen de forma realista dicho comportamiento, teniendo en cuenta los costos en tiempo y equipo que esto conlleva.

Todo lo anterior motivó el desarrollo de esta investigación, en la cual se propone un modelo matemático simplificado de la conexión viga-columna apertada de un rack selectivo, el cual fue calibrado por medio de resultados de simulaciones de elementos finitos. Lo anterior con el fin de reducir el costo computacional y tiempo que conlleva el análisis no lineal de racks.

Con los resultados procesados se pudo concluir que la similitud entre una conexión viga-columna con tres pernos conectores y otra con solo dos es de 91% presentando un comportamiento similar tanto en la distribución de tensiones como en las deformaciones plásticas sufridas por la conexión, haciendo que el uso un tercer perno central no sea realmente necesario en este tipo de sistemas, además se pudo determinar que si es posible realizar una calibración de un modelo matemático simplificado que permita realizar una buena aproximación de los resultados del modelo de elementos finitos. Obteniendo un error porcentual del 0,15% en la energía disipada por el sistema y

un 11% en el momento ponderado por el giro presentando un mejor ajuste a medida que las solicitaciones del sistema son máximas.

2. METODOLOGÍA

En este capítulo se presenta la metodología utilizada en el desarrollo de la investigación dividida en una serie de actividades cuyo fin es dar cumplimiento al objetivo general de ésta. Dicho objetivo es calibrar los parámetros del modelo simplificado propuesto para la conexión por medio de resultados de simulaciones de elementos finitos y determinar en qué condiciones dicho modelo es más fidedigno.

Con la finalidad de validar el modelo matemático presentado y verificar su fidelidad para reproducir el comportamiento ante carga cíclica, se realizó un análisis de elementos finitos de la conexión. En dicho análisis se modela un segmento de columna conectado en su punto medio a un segmento de viga. El protocolo de carga aplicado y la geometría del modelo se basa en lo propuesto por el manual norte americano (SPECIFICATION FOR THE DESIGN, TESTING AND UTILIZATION OF INDUSTRIAL STEEL STORAGE RACKS ANSI MH16.1, 2012). Este protocolo consiste en aplicar una fuerza en el extremo libre de la viga con un patrón cíclico de amplitud creciente. Este manual se utilizó de manera referencial modificando el protocolo de carga y la geometría que este propone debido a que lo que plantea este manual no permite representar de manera adecuada el fenómeno físico que se desea caracterizar. Esto con el objetivo de evaluar el desempeño de la conexión ante cargas máximas de diseño, tanto por medio del modelo matemático simplificado como utilizando elementos finitos en el software ANSYS R17.2. Los resultados de ambas simulaciones fueron posteriormente comparados para ajustar los parámetros del modelo simplificado y verificar si éste es una buena aproximación y en que rango de operación lo es. Para lo anterior se consideró como ciertos los resultados del modelo realizado en el software ANSYS R17.2.

Con el fin de cumplir con el objetivo propuesto en esta investigación, se definieron las secciones de la viga, columna, los elementos de conexión, condiciones de borde y la carga dinámica para las simulaciones. Una vez definido lo anterior se construyó el modelo de elementos finitos en ANSYS R17.2. Se analizaron dos casos de conexiones: con tres pernos y con dos pernos. El modelo simplificado de la conexión se elaboró en Matlab y busca replicar el comportamiento del modelo de elementos finitos. Se definieron expresiones de error relativo y se determinaron los parámetros del modelo simplificado que minimizan un funcional calculado en base a dichos parámetros de error.

2.1. Modelo método de elementos finitos

En esta sección se presentan de manera general, los pasos que se siguieron para formular y analizar un modelo que representa la conexión viga-columna estudiada mediante el uso de métodos de elementos finitos (MEF). El MEF es un método numérico que permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre sistemas estructurales complejos (Beltran, 1999).

Al usar el MEF se divide el medio continuo en un conjunto de subdominios denominados elementos finitos, los cuales están interconectados por una serie de elementos llamados nodos. A este proceso se le denomina discretización. Al hacer esto, el modelo consigue transformar un sistema continuo con infinitos grados de libertad en un sistema con un número finito de grados de libertad regidos por un sistema de ecuaciones diferenciales. Estas ecuaciones diferenciales se resuelven en el medio continuo utilizando funciones de interpolación que permiten definir el campo de desplazamientos, deformaciones y tensiones en cualquier punto del sólido. La resolución de dichas ecuaciones diferenciales conduce finalmente a un sistema matricial que es resuelto por algún método numérico conocido.

El modelado y análisis de la conexión viga-columna se realizó por medio del uso del software ANSYS R 17.2, el cual emplea el método de elementos finitos. Para simular el problema de forma apropiada se deben definir características preliminares, mallado, leyes constitutivas de los materiales, contactos, condiciones de borde, condiciones de carga y configuración de análisis.

Características preliminares

El estudio de la conexión se realizará mediante el análisis de dos modelos viga-columna definidas como M1 y M2 en Tabla 1. El diseño de estos modelos se basa en el ensayo experimental que se desea representar, conformados por tres perfiles metálicos, una placa de conexión, pernos y tuercas. Las dimensiones de los elementos que componen los modelos se extrajeron del manual chileno de rack y perfiles (FORMAC, 2019). Corresponden a perfiles típicos de un rack selectivo de 3 niveles, 7,5 m de altura, 2,6 m de vano, diseñado para soportar cargas de 2000 kg por plano de carga. Se utilizó un perfil TX 100x105x2.5 para la columna (Figura 1a), dos perfiles TC 125x50x2 para vigas (Figura 1b). La placa de conexión tiene un espesor de 5 mm y los pernos y tuercas son grado 5 de 5/8". Estas dos configuraciones se diferencian entre sí por la cantidad de pernos utilizados en la unión viga-columna. Los elementos que componen la geometría de cada configuración fueron construidos en AutoCad 18 para ser posteriormente exportados a ANSYS R17.2. Estas están diseñadas en base a elementos sólidos tridimensionales y cuentan de 10 y 8 piezas respectivamente que dan forma a la conexión que se desea estudiar.

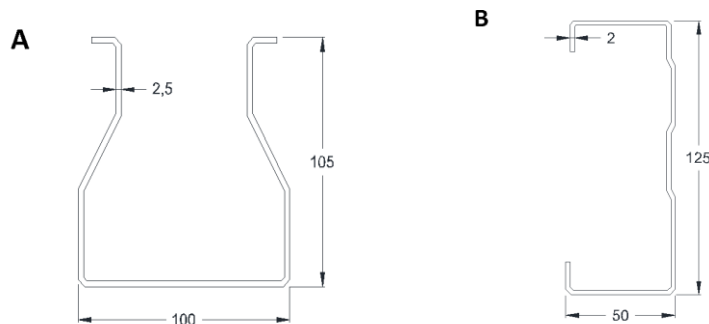


Figura 1: Sección transversal del perfil a) TX 100x105x2,5 b) TC 125x50x2.

Tabla 1: Cantidad de elementos que componen los modelos.

Elemento	M1	M2
Viga TC 125x50x2	2	2
Columna TX 100x105x2,5	1	1
Placa de conexión	1	1
Perno	3	2
Tuerca	3	2
Cantidad total de elementos	10	8

En la figura 2. Se muestra la geometría de ambos modelos y cortes transversales de los elementos de viga, columna y placa conectora que los compone.

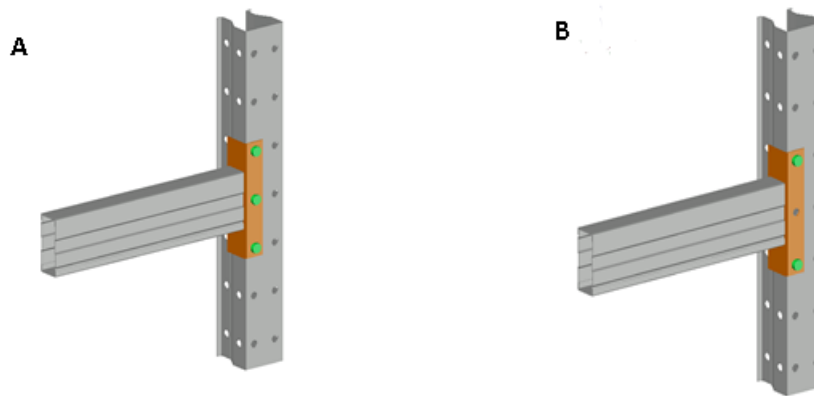


Figura 2: Geometría de la conexión A) M1 B)M2.

Dado que el tema de interés en este estudio es conocer el comportamiento de la conexión, se debe conocer cómo los elementos del sistema, por ejemplo, vigas y columnas pueden representar de forma confiable un marco sometido a momento donde se esté utilizando este tipo de conexión.

Las longitudes de las vigas y las columnas en el modelo de elementos finitos corresponden a la mitad de la longitud de estos elementos en el rack medidos desde el nodo de la conexión. Esto se definió así a partir del supuesto de que las cargas sísmicas aplicadas sobre la estructura generan puntos de inflexión en los puntos medios de los elementos estructurales tanto en la viga como en la columna. Esto permitió acotar el modelo sin que éste deje de ser una representación confiable del fenómeno que se desea analizar. Esta representación se puede entender de mejor manera en la figura 3.

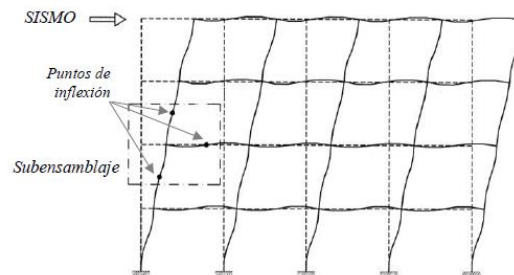


Figura 3: Deformación del marco resistente a momento bajo carga sísmica y sub-ensamblaje.

Por lo tanto las dimensiones de la estructura son las siguientes:

- Columna TX 100x105x2,5: 1240 mm.
- Vigas TC 125x50x2: 1300 mm.

Definición de los elementos y mallado

Al discretizar el modelo, ANSYS R17.2 ofrece una amplia variedad de elementos finitos, como, por ejemplo, BEAM, PLANE, SHELL, FLUID, SOLID, entre otros. Teniendo cada uno de éstos distintas características que se adecuan al tipo de modelo que se pretende desarrollar. En el presente estudio se realizó un análisis cuasi-estático estructural y los elementos que más se adecuan a este tipo de análisis y a la geometría que se pretende discretizar son los del tipo SOLID. Éstos se utilizan para modelar estructuras sólidas tridimensionales, dado que estos permiten englobar efectos de plasticidad, rigidez, grandes deflexiones, etc. Existen diferentes tipos de elementos SOLID en función del tipo de análisis que se quiere realizar y la geometría de la estructura. En el desarrollo de esta

investigación se utilizaron elementos SOLID186 porque estos pueden representar bordes y curvas con mayor precisión y no son tan sensibles a la distorsión del elemento. Estos elementos presentan las siguientes características:

- **SOLID186:** es un elemento sólido 3-D de 20 nodos de orden superior que exhibe un comportamiento de desplazamiento cuadrático. El elemento está definido por 20 nodos que tienen tres grados de libertad por nodo: traslaciones en las direcciones nodal x, y y z. El elemento admite plasticidad, hiper-elasticidad, fluencia, rigidez de tensión, gran desviación y grandes capacidades de deformación. También tiene capacidad de formulación mixta para simular deformaciones de materiales elastoplásticos casi incompresibles y materiales hiperelásticos totalmente incompresibles. (Kohnke, 1994) Este elemento se puede observar en la figura 4.

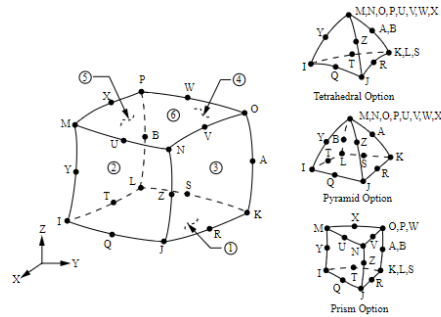


Figura 4: geometría sólida estructural homogénea SOLID186.

El software ANSYS R17.2 en una herramienta muy potente y versátil en cuanto a malla se refiere. Esto es muy importante a la hora de modelar ya que permite una completa adaptabilidad a geometrías complejas mediante el uso de sus múltiples opciones.

La guía de usuario del software (ANSYS Meshing User's Guide, 1994) recomienda encarecidamente al usuario que el valor del tamaño mínimo de los elementos siempre este ajustado a las necesidades de la geometría que se desea analizar. Asegurándose de que el tamaño mínimo sea la mitad de cualquier característica o elemento pequeño que se desee modelar. Esto quiere decir que entre más pequeño sea el elemento de mallado la respuesta de este será más precisa, pero también aumenta considerablemente el gasto computacional. Por esto, se recomienda aumentar el tamaño de los elementos de manera apropiada, de modo que estos no sean lo suficientemente pequeños como para aumentar de forma excesiva el tiempo de computo ni lo suficientemente grandes para no ser una representación adecuada de la geometría que se desea analizar. Además, ANSYS R17.2 permite verificar la calidad del mallado por medio de los parámetros de ortogonalidad de los elementos (el cual debe ser cercano a 1) y de oblicuidad (el cual debe tener un valor próximo a 0). Asegurándose de esta forma que los elementos posean la calidad necesaria para soportar grandes deformaciones sin sufrir distorsiones que compliquen la convergencia de la solución.

En la Tabla 2. Se presentan los tamaños utilizados para el mallado del modelo de conexión viga-columna. La placa de unión presenta un mallado más fino dado que es el punto donde se concentran los mayores esfuerzos.

Tabla 2: Tamaño y cantidad de elementos de malla del modelo.

elementos de conexión	Tamaño mallado (mm)		Número de elementos	
	M1	M2	M1	M2
Vigas TC 125x50x2	20	20	8840	8840
Columna TX 100x105x2,5	10	10	6368	6368
Placa de conexión	10	10	770	770
Perno	10	10	618	412
Tuerca	10	10	120	80

En la figura 5, figura 6 y figura 7. Se muestra el mallado de los elementos del modelo, dado que los modelos M1 y M2 presentan la misma estructura de mallado se utilizará el modelo M1 para ilustrar la discretización que se realizó a los elementos.

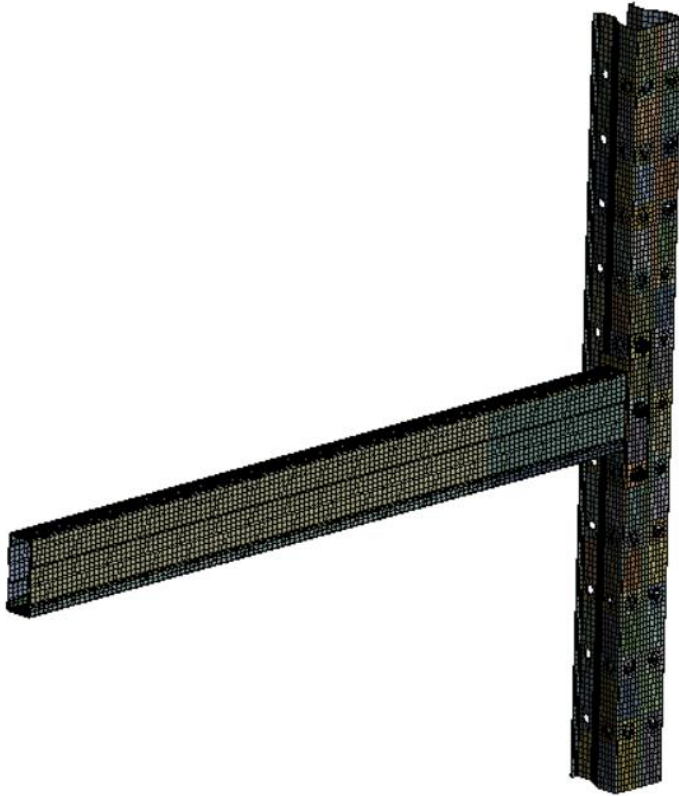


Figura 5: Discretización total del modelo.

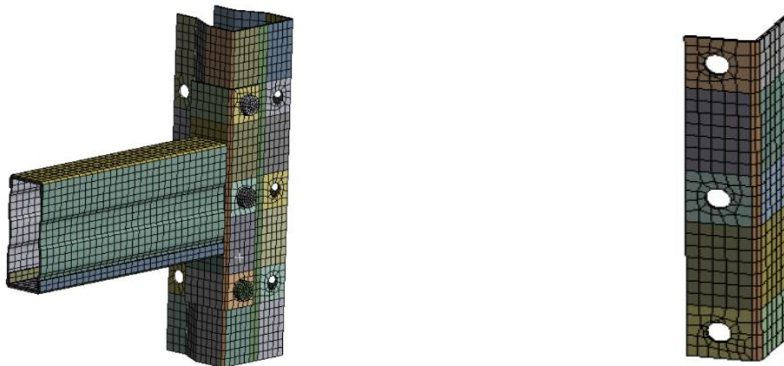


Figura 6: Mallado detallado de conexión y placa conectora.



Figura 7: Mallado detallado de perno y tuerca.

Leyes constitutivas de los materiales

Para realizar una buena simulación es necesario definir las propiedades de los materiales que conforman cada uno de los elementos, con el fin que el resultado del análisis sea lo más cercano posible a la realidad.

Para representar de mejor manera las deformaciones plásticas que sufre el material se deben considerar los valores reales de la curva tensión-deformación y no los valores de ingeniería, siendo estos determinados de manera experimental (Nuñez, 2016). Para obtener los valores reales se debe utilizar las siguientes relaciones:

- Tensiones reales de los materiales en función de las tensiones de ingeniería.

$$\sigma_{real} = \sigma(1 + \epsilon) \tag{1}$$

- Deformaciones reales de los materiales en función de las deformaciones de ingeniería.

$$\epsilon_{real} = \ln(1 + \epsilon) \tag{2}$$

El software ANSYS R17.2 permite ingresar las curvas características de los materiales por medio de los valores obtenidos del tramo plástico y elástico de éstos. De esta forma es necesario incorporar los valores de las deformaciones plásticas reales del material por medio de la siguiente expresión:

$$\epsilon_r^p = \epsilon_{real} - \frac{\epsilon_{real}}{E} \tag{3}$$

En la Tabla 3. Se muestran los valores de tensión y deformación del acero A36 (Salas, 2016) y en la Figura 8 se muestra la curva característica de ingeniería y real asociadas a este mismo material.

Tabla 3: Leyes constitutivas acero A36.

Estado de Tensiones	Valores de Ingeniería		Valores Reales		Deformaciones Plásticas Reales	
	e [-]	s [Mpa]	e [-]	s [Mpa]	e [-]	s [Mpa]
Inicial	0	0	0	0	0	0
Fluencia	0.001464	293.9	0.001463	294.3	0	294.3
Último	0.279	444.5	0.246079	568.5	0.243246	568.5

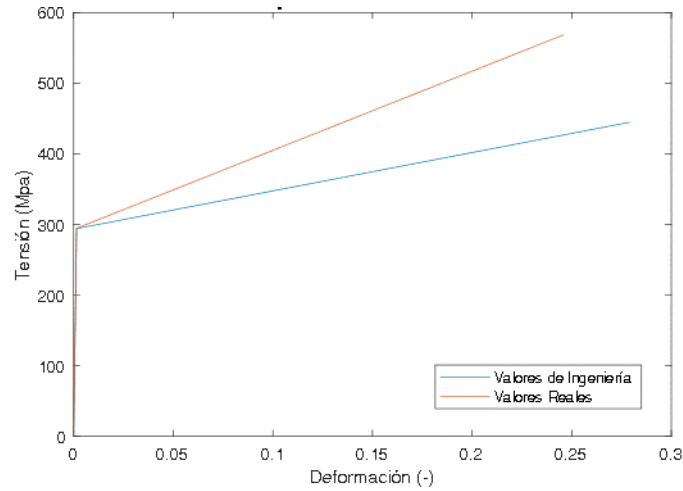


Figura 8: Curva tensión deformación real y de ingeniería del acero A36.

En la tabla 4. Se muestran los valores de tensión y deformación del acero A449 (Pavlovic, 2013) y en la figura 8. la curva característica de ingeniería y real asociadas a este mismo material.

Tabla 4. Leyes constitutivas acero A449.

Estado de Tensiones	Valores de Ingeniería		Valores Reales		Deformaciones Plásticas Reales	
	e [-]	s [Mpa]	e [-]	s [Mpa]	e [-]	s [Mpa]
Inicial	0	0	0	0	0	0
Fluencia	0.003236	580	0.003230	581.9	0	581.9
Último	0.200	790	0.182322	948.0	0.177033	948.0

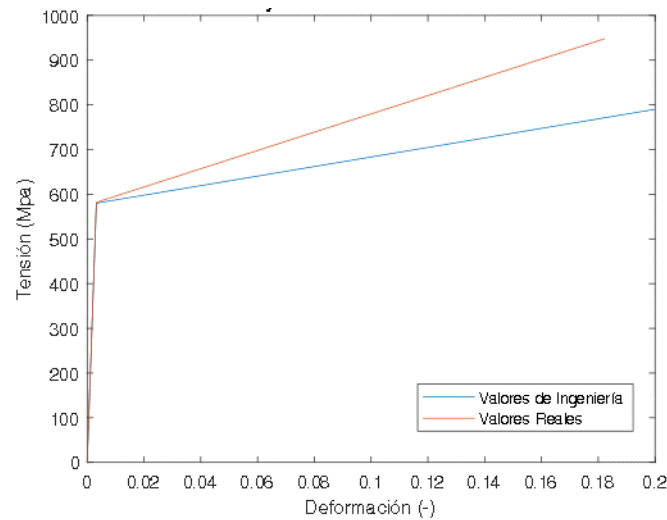


Figura 9: Curva tensión deformación real y de ingeniería del acero A449.

Condiciones de borde

El comportamiento no lineal de una estructura puede surgir debido a cambios de estado o también al uso de materiales no lineales. El contacto entre superficies corresponde a un subconjunto de la categoría de no linealidad por cambios de estado. Por esta razón para obtener un modelo que represente de forma adecuada el fenómeno que se desea estudiar se debe definir de forma correcta las superficies de contacto y como estas interactúan entre sí.

Basados en la investigación (Núñez, 2016) La forma correcta de definir contactos entre dos superficies es entendiendo el comportamiento de los elementos que se desean analizar y conocer los tipos de contactos y las propiedades mecánicas de estos que ofrece el software de modelación. Con la finalidad de representar de forma realista la interacción entre superficies, como por ejemplo lo pueden ser una unión apertada o soldada.

El software ANSYS R17.2 posee cinco tipos de contactos que nos permitirán realizar una representación realista del problema los cuales son bonded, no separation, frictionless, rough y frictional. En el presente estudio se utilizaron los siguientes:

Bonded: Esta es la configuración que por defecto que utiliza en el software de elementos finitos y aplica a todas las regiones de contacto (superficies, sólidos y bordes). Si las regiones de contacto están unidas, no se permite el desplazamiento ni la separación entre la superficie.

Este tipo de contacto fue utilizado para simular las uniones soldadas de viga-viga, viga-placa conectora y perno-tuerca.

Frictional: Esta configuración permite que las superficies de contacto puedan transmitir tensiones de corte hasta un cierto grado antes de que estas comiencen a deslizarse entre sí, este comportamiento se conoce como “fricción”. Una vez que se excede dicho esfuerzo cortante las dos superficies se deslizaran una respecto de la otra.

Este tipo de contacto fue utilizado para simular la unión entre la placa conectora y la columna. El coeficiente de fricción entre superficies de acero presenta valores que oscilan entre $\mu = 0,2$ a $0,5$. En el presente estudio se utilizó un valor de $\mu = 0,2$ considerando el desgaste de la pintura que recubre los perfiles.

Frictionless: Permite que las superficies en contacto puedan separarse entre sí y además libera el movimiento tangencial considerando un coeficiente de fricción $\mu = 0$.

El contacto de tipo frictionless fue utilizado en el modelo para simular la unión entre placa conectora y cabeza del perno, placa conectora-bastago, columna-bastago y columna-tuerca.

Un aspecto importante que se debe considerar al definir los contactos es que no debe existir penetración entre las superficies de contacto o estas deben ser muy pequeñas. Por esta razón dentro de las configuraciones avanzadas de contactos se utilizó la formulación “augmented lagrange” la cual permite pequeñas penetraciones a un costo computacional medio.

Una vez definidas las interacciones entre las superficies en contacto se definen los tipos de carga y cómo se aplicarán éstas al sistema en estudio. Para realizar la simulación de un ensayo cíclico de carga se debe considerar la pretensión aplicada en los pernos de conexión y las rotaciones controladas. Estas están basadas en lo indicado en el manual SPECIFICATION FOR THE DESIGN, TESTING AND UTILIZATION OF INDUSTRIAL STEEL STORAGE RACKS publicado por el RMI. Dichas indicaciones fueron modificadas debido a que no presentan el número de ciclos y las amplitudes necesarias para poder caracterizar de forma adecuada el comportamiento histerético del sistema. Por esta razón, los valores de rotación y el número de ciclos utilizados en el protocolo de carga al cual se sometió el modelo de elementos finitos fueron extraídos de la AISC 341.

La pretensión en los pernos está definida en el capítulo 8.5 de la NCh 2369.of.2003 la cual indica que la carga mínima de pretensión utilizada en conexiones debe ser un 70% del esfuerzo de tracción mínimo del perno. Esta norma tiene enfocado sus estándares de diseño en construcciones de acero habitables. Considerando que el modelo que se desea estudiar es una estructura de almacenamiento y que la pretensión del 70% que indica la NCh2369.of.2003 afecta las propiedades mecánicas de los materiales de la conexión, llegando a alcanzar la zona

plástica de estos incluso antes de aplicar los desplazamientos controlados. Se decidió considerar una pretensión del 20% del esfuerzo de tracción mínimo del perno valor que es utilizado por los distribuidores de este tipo sistemas. Teniendo en cuenta que los pernos utilizados son de acero A449 y su esfuerzo mínimo a tracción es de 582,88 MPa la carga de pretensión utilizada en el modelo fue de 23000 N.

Los desplazamientos impuestos corresponden a la secuencia de carga cíclica que se aplica con la finalidad de precalificar las conexiones sometidas a momento según el capítulo K de la AISC 341. Este protocolo se realiza al alcanzar de forma controlada la deriva de piso que experimenta el modelo. La rotación o deriva corresponde al desplazamiento vertical impuesto aplicado en el extremo libre de la viga, dividido por el largo de ésta. Se considera el supuesto de que al inducir los desplazamientos en todo momento la viga y la columna mantienen un ángulo recto en la zona de la unión. En dicho protocolo se aplicaron 6 fases de carga con los números de ciclos y desplazamientos correspondientes a cada una de ellas indicados en la AISC 341 hasta alcanzar una rotación de 0,04 rad (4% de deriva). En este estudio también se consideró el efecto de este protocolo en la placa conectora, dado que esta es la zona en donde se concentran las mayores tensiones.

La Tabla 5. Muestra el número de ciclos de cada fase que conforman el protocolo de carga y en la figura 10. Se muestra el protocolo de carga aplicado a la estructura donde se observa los desplazamientos en el extremo libre de la viga correspondiente a cada ciclo.

Tabla 5: Protocolo de carga AISC 341.

Etapa de carga	Deformación (rad)	Nº de ciclos	Desplazamiento extremo libre viga (m)
1	0,00375	6	0,005
2	0,005	6	0,006625
3	0,0075	6	0,01
4	0,01	4	0,01325
5	0,015	2	0,02
6	0,02	2	0,04
7	0,04	2	0,053

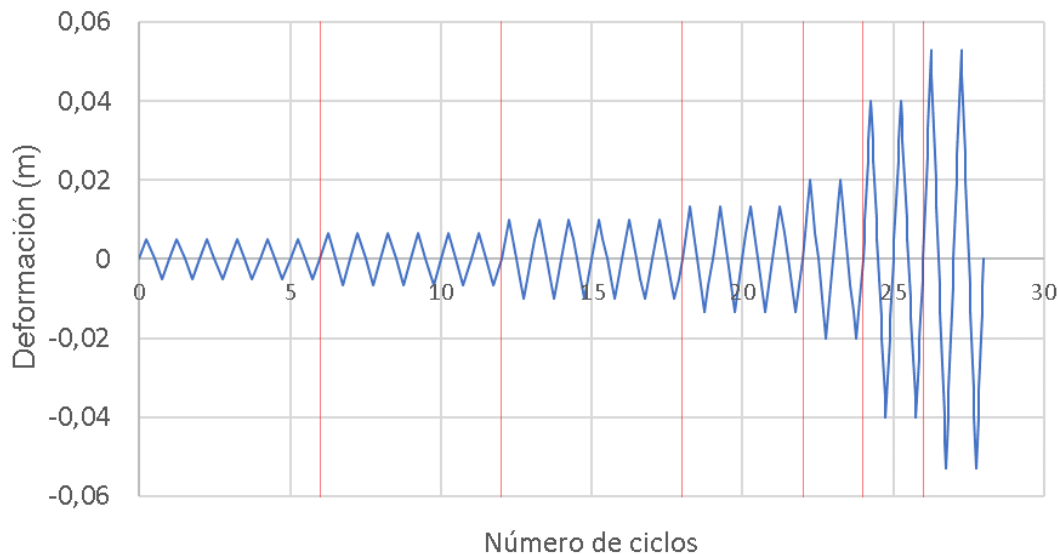


Figura 10: Ciclo de carga protocolo AISC 341.

Para restringir el modelo y que esté presente un comportamiento realista al aplicar las pretensiones y el ciclo de carga, se utilizaron “remote displacement” en los extremos de las columna y viga, modificando las restricciones de movimiento según sea el caso. Los remote displacement ubicados en los extremos de la columna simulan un apoyo articulado por esta razón restringen el desplazamiento de esta en X, Y y Z, pero permiten las rotaciones en todos sus ejes. Esta condición de borde se utilizó en los dos modelos analizados, el con tres y con dos pernos en la conexión. El remote displacement ubicado en el extremo de la viga presenta libertad de rotación en los ejes X, Y, y Z, pero solo libertad de movimiento en los ejes X e Y esto con el fin de representar de la mejor forma posible la aplicación de los desplazamientos impuestos por el ciclo de carga. La Figura 11 muestra el modelo con las respectivas condiciones de bordes aplicadas.

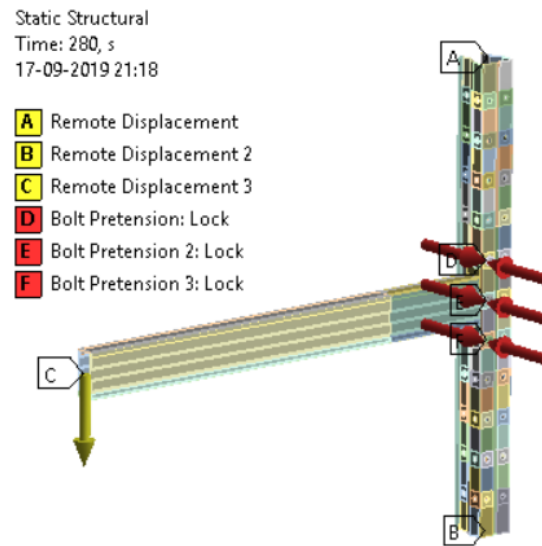


Figura 11: Condiciones de borde del modelo.

2.2. Modelo Matemático simplificado (MMS)

Un modelo matemático se puede definir como una construcción matemática abstracta y simplificada, la cual está relacionada a algún fenómeno en particular que se desee recrear. Este se utiliza con el fin de estudiar el comportamiento de un sistema expuesto a una situación compleja de analizar. En el presente estudio se realiza un MMS con el objetivo recrear la no linealidad de los materiales de la conexión viga-columna al estar sometida a una secuencia cíclica de carga y de esta forma realizar una buena aproximación del modelo de elementos finitos mencionado en los anteriores tópicos.

Formulación matemática del modelo

Se definió una curva teórica mediante el uso de una ecuación que se ajuste a la curva histerética del modelo, la cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$M = M_e + M_p \quad (4)$$

Donde:

- M: momento resultante.
- M_e : momento elástico del sistema.
- M_p : momento plástico del sistema.

Con el fin de desarrollar dicha ecuación se realizó un análisis gráfico a la ecuación (4) que permitió entender los parámetros de esta curva. Posteriormente se realizó otro análisis de los elementos M_e y M_p de la ecuación, lo cual permitió reescribir la Ec. (4) en función de parámetros conocidos que posibilitaran la calibración del modelo matemático.

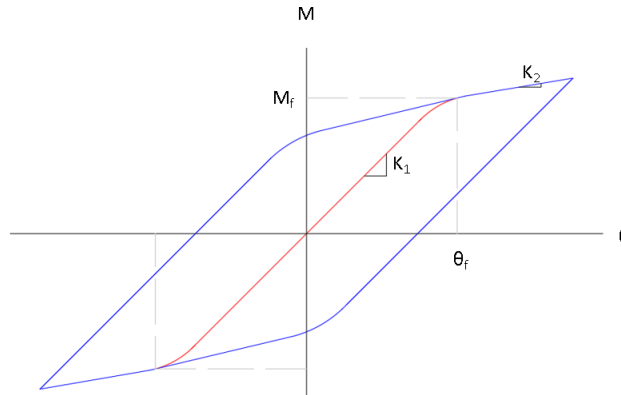


Figura 12: Curva histerética estándar.

La Figura 12 corresponde a la representación gráfica de la ecuación (4) y los parámetros que la conforman son los siguientes:

- K_1 : rigidez elástica inicial.
- K_2 : rigidez post fluencia.
- n : parámetro de transición, donde $2 < n < 8$.
- θ_f : giro de fluencia.
- M_f : momento de fluencia.

Existen ciertas relaciones entre las variables, las cuales permiten reducir el número de estas en el modelo, como por ejemplo $K_1 = \frac{M_f}{\theta_f}$; $K_2 = \alpha K_1$ donde $0 < \alpha < 1$. De esta forma se reducen los parámetros a K_1 , α , M_f y n .

Una vez ya son conocidos los parámetros que componen la curva de momento resultante, es necesario mencionar que esta se puede representar por medio de la suma de dos sistemas M_e y M_p en la figura 13. Se muestran las respectivas graficas de estos.

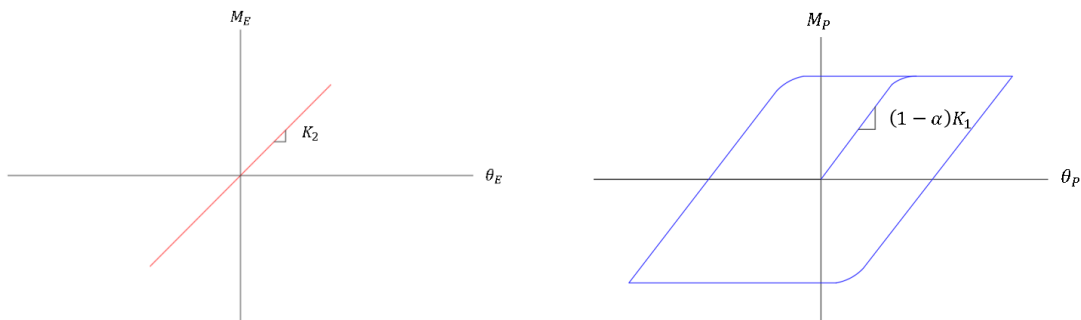


Figura 13: Curva momento elástico, $M_E = K_2 \theta$, y momento plástico, $M_P = (1 - \alpha) K_1 \theta_P$.

Con la finalidad de reescribir la ecuación (4) en función de parámetros conocidos se procede a analizar y relacionar los parámetros de la curva elástica y plástica con la curva de momento resultante y de esta forma definir el momento de fluencia (M_f) como:

$$M_f = (1 - \alpha)K_1\theta_f + K_2\theta_f \quad (5)$$

Considerando lo anteriormente mencionado se puede reescribir la ecuación (4) de la siguiente manera:

$$M = K_2\theta + (1 - \alpha)K_1\theta_f Z \quad (6)$$

Teniendo en cuenta que $K_1 = \frac{M_f}{\theta_f}$ y $K_2 = \alpha K_1$ el momento resultante es:

$$M = \alpha \frac{M_f}{\theta_f} \theta + (1 - \alpha)M_f Z \quad (7)$$

Donde Z es la variable de Bouc-Wen la cual es utilizada para representar el comportamiento no lineal del material en su rango plástico. Esta variable se obtiene a partir de la ecuación de Bouc-Wen:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{\theta}}{\theta_f} \left[1 + \frac{1}{2} |Z|^n \left(1 + \text{Signo}(Z\dot{\theta}) \right) \right] \quad (8)$$

Para adaptar dicha ecuación al modelo que se desea representar se debe sustituir la función $\text{Signo}(x)$ por la $\tanh(Nx)$ debido a que $\text{Signo}(x)$ es una función discontinua y teniendo en cuenta que la solución de la ecuación diferencial que representa el comportamiento del sistema es numérica y por lo tanto iterativa, esta función no le permitiría converger a una solución. De esta forma la ecuación de Bouc-Wen modificada es la siguiente:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{\theta}}{\theta_f} \left[1 + \frac{1}{2} |z|^n \left(1 + \tanh(NZ\dot{\theta}) \right) \right] \quad (9)$$

Donde N es el parámetro de transición de la función signo y θ es: la velocidad de giro determinada a partir de los resultados de las simulaciones numéricas de elementos finitos, utilizando transformada de Fourier.

Con la finalidad de reducir el número de iteraciones que permitan generar una muy buena aproximación del modelo de elementos finitos se consideró lo siguiente. Un $n = 4$ dado que este valor permite una transición gradual en la curva, un rango de variación para K_1 y α estimado de la observación de las pendientes de las curvas ANSYS. El momento de fluencia se puede asumir como la intersección de las rectas de pendiente K_1 y K_2 . Con estas estimaciones se puede realizar un análisis paramétrico en torno a esos valores para determinar que combinación de estos parámetros conduce al menor error entre el modelo matemático simplificado y el de elementos finitos.

2.3. Parámetros de error

Se definieron parámetros de error relativo para verificar si el modelo matemático simplificado es realmente una buena aproximación del modelo de elementos finitos. Estos parámetros no solo deben definir el error en un punto, sino que tienen que ser capaces de definirlo para todo el ciclo de carga aplicado al sistema. Para esto se utilizó la cantidad de energía disipada por la conexión y el momento ponderado por el giro en uno o varios ciclos completos. El parámetro de error asociado a la energía disipada se definió de la siguiente forma:

$$E^{ED} = \frac{|\int M^{MS} d\theta_{MS} - \int M^{MEF} d\theta_{MEF}|}{\int M^{MEF} d\theta_{MEF}} \quad (10)$$

Considerando que la fuerza de diseño está asociada al desplazamiento máximo, el parámetro de error asociado al momento considera un peso de éste ponderado por el giro. El parámetro de error asociado a lo anteriormente mencionado se expresa de la siguiente manera:

$$E^{M\theta} = \frac{\sum \left| \frac{M^{MEF} \theta_{MEF}}{N^{MEF}} \right| - \sum \left| \frac{M^{MS} \theta_{MS}}{N^{MS}} \right|}{\sum \left| \frac{M^{MS} \theta_{MS}}{N^{MS}} \right|} \quad (11)$$

Donde:

- M^{MS} : momento del modelo simplificado.
- θ_{MS} : giro del modelo simplificado.
- M^{MEF} : momento del modelo de elementos finitos.
- θ_{MEF} : giro del modelo de elementos finitos.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones de los modelos de elementos finitos y del modelo matemático simplificado. Se da a conocer y se analiza el comportamiento histerético y las distribuciones de tensiones de las configuraciones simuladas por medio del método de elementos finitos con el fin de verificar cuál de estas es más eficiente. Posterior a esto se analizan los resultados obtenidos de la curva histerética del modelo matemático simplificado por medio de parámetros de error para verificar que tan bien se ajusta este modelo al simulado con el método de elementos finitos.

3.1. Comportamiento histerético

En este tópico se analizarán las curvas de histéresis correspondientes Momento-rotación de ambas configuraciones de la conexión viga-columna. El momento se definió como la reacción de momento en la unión “viga-placa conectora” y la rotación como el giro que se produce en la placa conectora. Estas ejercidas por la carga cíclica aplicada sobre el extremo libre de la viga. En la Figura 14 se muestran las curvas de histéresis momento-rotación de cada modelo:

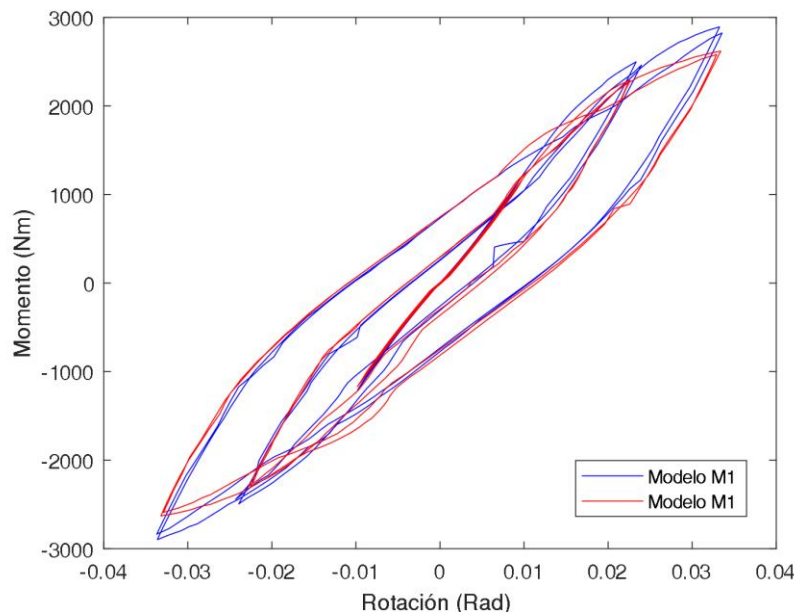


Figura 14: curva momento-rotación modelo M1 y M2.

Con la finalidad de comparar la eficiencia de ambas configuraciones es importante considerar que la mayor disipación de energía sísmica de una conexión se produce a través de la deformación inelástica en algunas zonas de sus elementos. Por esta razón mediante el análisis de las curvas de histéresis se estudió el comportamiento de ambos modelos sometidos al protocolo cíclico de carga y teniendo en cuenta que la disipación de energía corresponde al área delimitada por un ciclo histerético en la curva momento-rotación se pudo determinar que:

- El modelo M1 presenta una disipación energética total de 12730 J.
- El modelo M2 presenta una disipación energética total de 11324 J.

Otro aspecto importante a considerar es el momento ponderado por el giro de ambos modelos lo que nos permite comparar la resistencia de ambas conexiones dando mayor relevancia a las cargas máximas de diseño. De lo anteriormente dicho se pudo determinar que:

- El modelo M1 presenta un momento ponderado por el giro de 10,97.
- El modelo M2 presenta un momento ponderado por el giro de 10,07.

Conociendo la energía disipada y el momento ponderado por el giro de ambas configuraciones se puede verificar que el comportamiento de ambas conexiones al ser sometidas al protocolo sísmico de carga es bastante similar. Comparando los parámetros anteriormente mencionados se puede determinar que ambas configuraciones son similares en un 91%, siendo la conexión M1 la más resistente y con mayor capacidad de disipación de energía.

3.2. Distribución de tensiones en el sistema

Para evaluar la eficiencia de un sistema estructural de marcos sometidos a momentos en sus conexiones, es importante que se cumpla el criterio “columna fuerte – viga débil”. Éste busca que las deformaciones plásticas por flexión se produzcan en las vigas mientras que las columnas deben mantenerse en un rango elástico. Sin embargo, si el sistema está sometido a cargas sísmicas éste puede experimentar variaciones que pueden hacer más o menos eficiente conexión. Por esta razón se debe analizar la distribución de las tensiones y deformaciones plásticas en los elementos que componen la conexión de ambos sistemas.

En las Figuras 15 y 16 se muestran las tensiones equivalentes de Von-Mises (izquierda) y las deformaciones plásticas equivalentes (derecha) en el punto de desplazamiento máximo (rotación 0,04 rad) para cada configuración.

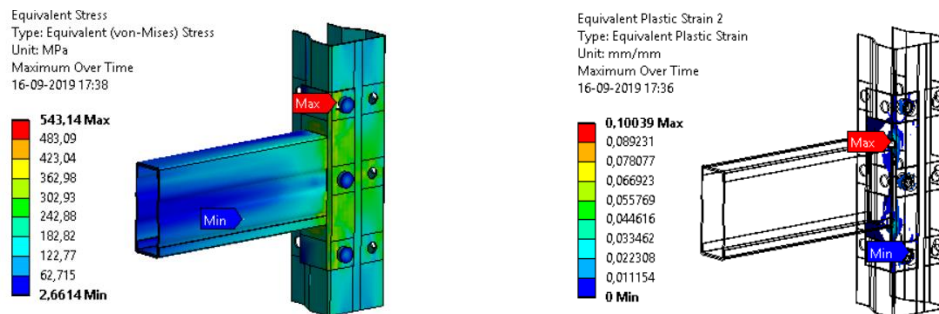


Figura 15: Distribución de tensiones y deformaciones plásticas modelo M1.

A nivel tensional, la configuración M1 experimentó mayor concentración de tensiones en la placa conectora y pernos de la conexión viga-columna. Estos elementos superaron los valores de tensión de fluencia (294,3 MPa), para posteriormente alcanzar un valor máximo de 543,14 MPa en la perforación y vástago del perno superior de la conexión.

Los elementos columna y viga presentaron una menor concentración de tensiones, siendo prácticamente nulas en esta última.

En cuanto a las deformaciones plásticas, solamente la placa conectora se vio afectada, superando el límite elástico del material en el ciclo 12 (desplazamiento controlado de 12,5 mm) del protocolo de carga. En los elementos viga y columna las deformaciones plásticas son prácticamente inexistentes.

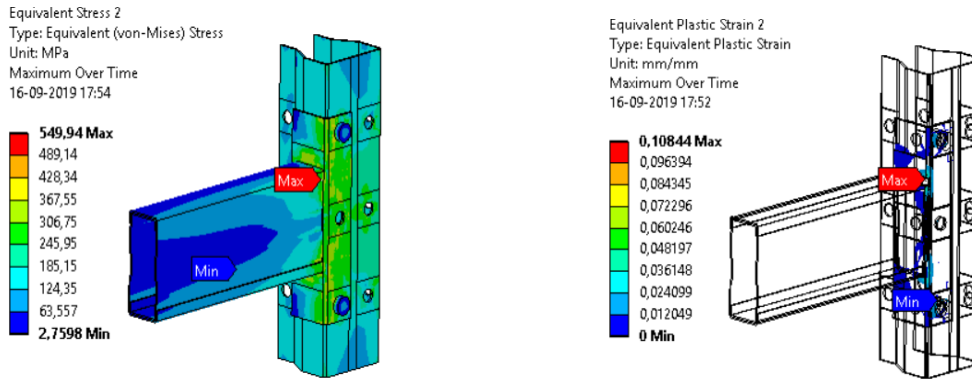


Figura 16: Distribución de tensiones y deformaciones plásticas modelo M2.

Al igual que en el análisis anterior, la configuración M2 experimenta mayor concentración de tensiones en la placa conectora de la conexión viga-columna. Este elemento superó los valores de tensión de fluencia (294,3 MPa), para posteriormente alcanzar un valor máximo de 549,94 MPa en la parte superior de la zona de contacto entre la viga y la placa como se observa en la distribución de tensiones de la figura 18.

De la misma manera que la configuración M1, los elementos columna y viga presentaron una menor concentración de tensiones, siendo prácticamente nulas en esta última.

En cuanto a las deformaciones plásticas, solamente la placa conectora se vio afectada, superando el límite elástico del material en el ciclo 12 (desplazamiento controlado de 13 mm) del protocolo de carga. En los elementos viga y columna las deformaciones plásticas son prácticamente inexistentes.

3.3. Distribución de tensiones en los pernos de conexión

Otro elemento importante al momento de analizar el desempeño de la configuración es el comportamiento de los pernos que conectan el sistema. En la figura 17 y figura 18. Se muestra la distribución de tensiones de estos elementos en cada configuración. Perno superior (derecha), perno central (centro) perno inferior (izquierda) para el modelo M1 y para el modelo M2 el orden de las imágenes es perno superior (derecha) y perno inferior (izquierda). Todo esto con la finalidad de observar y analizar la distribución tensional de estos elementos al estar sometidos al desplazamiento máximo en la viga.

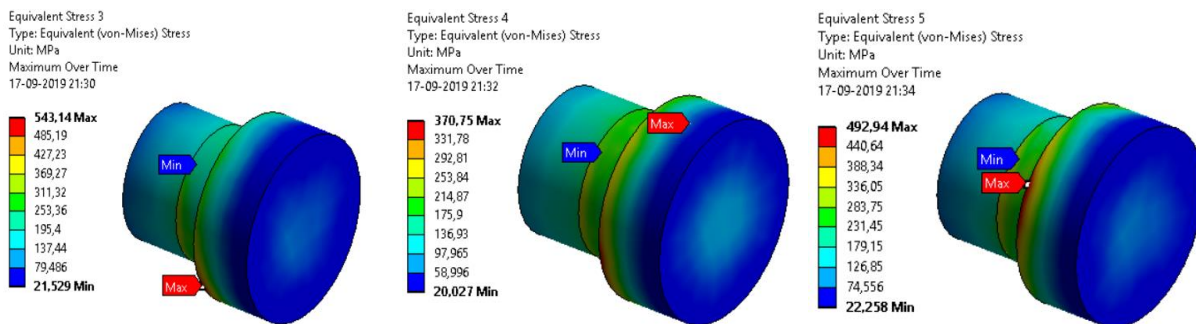


Figura 17: Distribución de tensiones en el perno superior, central e inferior de la configuración M1.

En los pernos del modelo M1 la distribución de tensiones se concentran en el superior e inferior con valores de tensión máxima de 543,14 MPa y 492,94 MPa respectivamente, siendo en el primero de estos donde se encuentran los valores máximos de todo el sistema. Por el contrario, el perno central presenta los valores de tensiones más bajo de los tres 370,75 MPa, esto se debe a que está posicionado en el eje de rotación del sistema.

Con respecto a las deformaciones plásticas, estas son nulas. Debido a que ninguno de estos elementos supera el límite elástico del material durante el protocolo de carga.

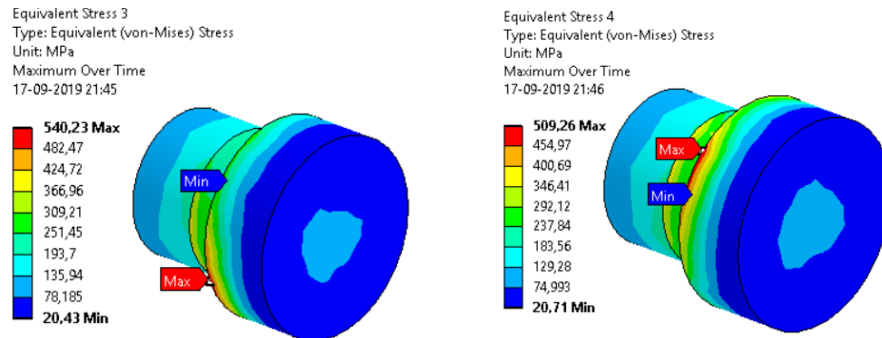


Figura 18: Distribución de tensiones en el perno superior e inferior de la configuración M2.

La distribución de tensiones en los pernos de la configuración M2 al igual que en la M1 se concentran en el perno superior y presenta un valor máximo de 540,23 MPa. mientras que los valores tensionales del perno inferior son de 509,26 MPa.

Al igual que en la configuración los pernos de esta no superan su límite elástico durante todo el ciclo de carga, por lo que las deformaciones plásticas en estos elementos son inexistentes.

En la Tabla 6 se presenta un resumen de toda la información mencionada de ambas configuraciones.

Tabla 6: resultado análisis modelo M1 y M2.

Modelo	Energía disipada (J)	Momento ponderado por el giro	Tensión máxima en el modelo (MPa)	Deformación plástica máxima (mm/mm)	Tensión máxima en pernos (MPa)
M1	12730	10,97	543,14	0,10039	543,14
M2	11324	10,07	549,94	0,10844	540,23

Si bien la configuración del modelo M1 resulta ser levemente más eficiente que la del modelo M2. Debido a que presenta un mejor rendimiento al momento de disipar la energía sísmica y menores valores tensionales tanto en el sistema completo como en los pernos conectores. La diferencia entre ambas configuraciones es tan pequeña que no resulta realmente necesario la utilización de un tercer perno central, esto se debe a que este elemento se encuentra ubicado justo en el eje de giro del sistema por lo que su aporte a este no es relevante.

3.4. Validación modelo matemático simplificado

De los resultados obtenidos en el modelamiento realizado por medio del método de elementos finitos y la calibración del modelo matemático simplificado, fue necesario utilizar un criterio de validación para este último. Esto con el fin de establecer aproximación del modelo simplificado respecto de la solución esperada, requiriendo menos tiempo de simulación y capacidad computacional. Para ello se estableció como criterio medir un error porcentual con respecto a la energía disipada en Joules y el momento ponderado por el giro del modelo el cual es un parámetro adimensional.

La validación del modelo matemático simplificado corresponde a calibración de la curva histerética momento-rotación de los modelos de elementos finitos por medio de una ecuación simple (Ecuación (4)) desarrollada en el software MATLAB. Esta ecuación requiere de la calibración de los parámetros, para lo cual se consideraron los

siguientes datos de los resultados de elementos finitas: (1) punto de momento máximo (M_{max}, θ_{max}), (2) pendiente de la rama elástica inicial (K_{E0}), (3) pendiente de la rama de post-fluencia (K_{Pf}) y (4) pendiente de la rama de descarga en el punto de máximo momento (K_{Dm}). Estos datos forman una matriz de triple entrada que permite realizar un análisis paramétrico en torno a estos cinco valores (considerando las dos ecuaciones antes descritas que los relacionan), para determinar que combinación de estos conduce a un menor error entre ambos modelos. Cada uno de los parámetros mencionados anteriormente se muestran de forma gráfica en la Figura 19.

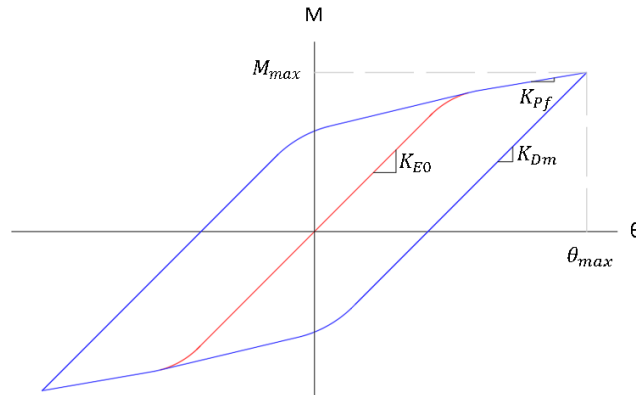


Figura 19: parámetros de calibración de la curva histerética.

El valor de los parámetros utilizados en la calibración del MMS del modelo de elementos finitos M1 son:

- $M_{max}^{obs} = 2698 \text{ Nm}$
- $\theta_{max}^{obs} = 0,0332 \text{ rad}$
- $K_{E0}^{obs} = 123544$
- $K_{Pf}^{obs} = 176323$
- $K_{dm}^{obs} = 67551$

La figura 20 muestra la curva de histéresis momento-rotación del modelo de elementos finitos M1 en color azul. Se incluye sobre esta la curva de histéresis calibrada del modelo matemático simplificado que se ajusta a este en color rojo.

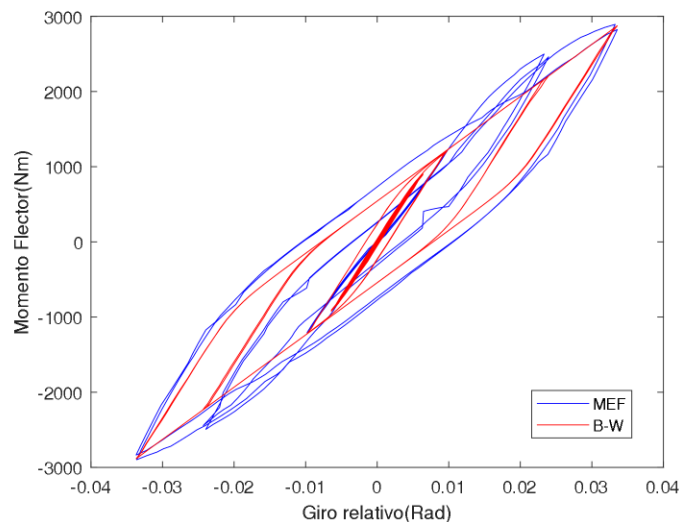


Figura 20: comparación de curvas histerética modelo de elementos finitos M1 con MMS.

Según los datos obtenidos de la gráfica de momento-rotación del modelo matemático la energía sísmica que disipa este sistema es de 12850 J. Lo cual representa un porcentaje de error del 0,1% con respecto a la respuesta de 12838 J disipación energética del modelo de elementos finitos. Esto indica que el MMS observado de manera global es una muy buena aproximación del MEF

Por otra parte, el error del momento ponderado por el giro es de un 11% este parámetro compara ambas curvas punto por punto obteniendo errores mínimos en los puntos máxima sollicitación. Esto debido a que el error definido da más peso a los momentos flectores que acompañan giros más grandes, minimizando el error en las condiciones de carga máximas. Esto indica que el comportamiento del MMS aumenta su precisión a medida que aumentan las sollicitaciones al sistema. De esta forma el porcentaje de error total entre el modelo matemático simplificado con respecto al modelo de elementos finitos M1 es de un 10%.

Por otra parte, el valor de los parámetros utilizados en la calibración del MMS del modelo de elementos finitos M2 son:

- $M_{max}^{obs} = 2618 Nm$
- $Th_{max}^{obs} = 0,0333 rad$
- $K_{Eo}^{obs} = 119103$
- $K_{Pf}^{obs} = 167399$
- $K_{dm}^{obs} = 64469$

La figura 21 muestra la curva de histéresis momento-rotación del modelo de elementos finitos M2 en color azul. Se incluye sobre esta la curva de histéresis calibrada del modelo matemático simplificado que se ajusta a este en color rojo.

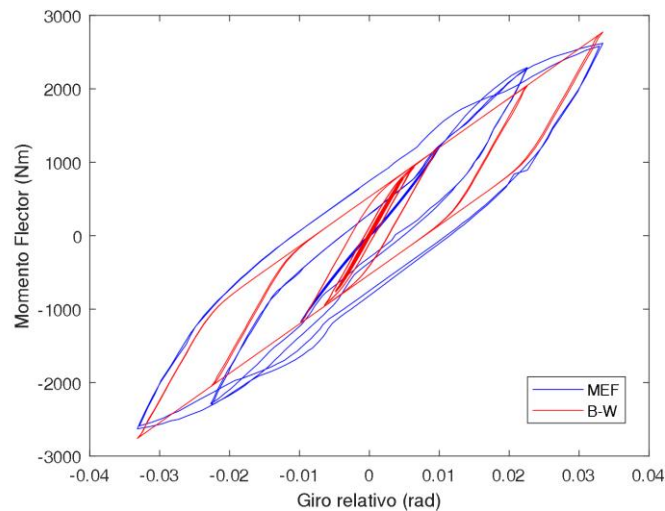


Figura 21. comparación de curvas histerética modelo de elementos finitos M2 con MMS.

Según los datos obtenidos de la gráfica de momento-rotación del modelo matemático la energía sísmica que disipa este sistema es de 11312 J. Lo cual representa un porcentaje de error del 0,2% con respecto a la respuesta de 11335 J disipación energética del modelo de elementos finitos. Esto indica que el MMS observado de manera global es una muy buena aproximación del MEF.

Similar al modelo anterior, el error del momento ponderado por el giro es de un 12% este parámetro compara ambas curvas punto por punto obteniendo errores mínimos en los puntos máxima sollicitación.

De esta forma el porcentaje de error total entre el modelo matemático simplificado con respecto al modelo de elementos finitos M1 es de un 11%.



4. CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados de los modelos de elementos finitos se determinó que la capacidad de momento de la conexión con el tercer perno central no difiere significativamente de la conexión con dos pernos. El comportamiento de ambas configuraciones es semejante en un 91%. Por lo tanto, se puede decir que el uso de un tercer perno no mejora de forma significativa las capacidades mecánicas de la conexión por lo que no es necesario su uso.

A partir de los modelos de elementos finitos se evidenció la poca eficiencia sismo resistente que presentan ambos modelos de conexión, con 2 y 3 pernos, en relación a la capacidad de los elementos conectados. Las deformaciones plásticas al estar expuesto a las máximas solicitaciones de giro, ocurren en la placa conectora y columna de la conexión y no en la viga. Se obtuvieron valores de tensión para el modelo M1 y M2 en el rango de 313,26-366,95 MPa en la viga, 541,76-549,94 MPa en la placa conectora y 497,08-541,78 MPa en la columna. No respetando el criterio columna fuerte viga débil, siendo las solicitaciones en la placa conectora y columna superiores en un 60 y 53% respectivamente. Esto implica que el tamaño del perfil de viga esta sobredimensionado.

Con respecto a los resultados del ajuste realizado a los modelos de elementos finitos por medio del modelo matemático simplificado se pudo constatar esta aproximación describe muy bien la energía disipada por el sistema presentando un rango de error del 0,1 al 0,2%. En cuanto a la aproximación que hace del momento flector, en términos globales el error cometido es del orden del 10 al 11%. Se presentan errores mayores en donde el giro es mínimo, disminuyendo a medida que este aumenta, hasta alcanzar errores despreciables (<1%) en el punto de momento máximo. Esto es relevante porque los momentos de diseño suelen ser los más grandes a los que esta sometido la estructura y por lo tanto el comportamiento que presenta la aproximación de momento se ajusta de manera adecuada a los requerimientos de diseño. El modelo no es una muy buena aproximación para solicitaciones pequeñas, pero si lo es para grandes solicitaciones, pudiendo ser una buena herramienta para el diseño.

El modelo matemático simplificado es una buena aproximación del modelo de elementos finitos sobre todo en el rango de diseño. Además, el costo computacional y tiempo de análisis de éste es significativamente inferior al del modelo de elementos finitos, tardando 15 minutos en realizar el ajuste de parámetros la conexión, lo cual requirió de cerca de 500 simulaciones de la misma. En contraste, se requirieron 28 horas para el análisis del modelo de elementos finitos equivalente. Por lo tanto, el uso del modelo simplificado de conexión permitiría analizar sistemas más complejos en mucho menos tiempo, facilitando la incorporación de modelos no lineales realistas en el diseño de racks selectivos.

5. REFERENCIAS

- ICHA (2017). Bases técnicas para el diseño estructural de estantería metálica en Chile. Instituto Chileno de acero, Santiago, Chile.
- Aguirre, C. (2005). Seismic behavior of rack structures. *Journal of Constructional Steel Research*, 61 (5), 607-624.
- Rack Manufacturers Institute (2012). Specification for the design, testing and utilization of industrial steel storage racks ANSI MH16.1. Rack manufacturers institute. American National Standards Institute, Charlotte, USA.
- Beltran, F. (1999). Teoría general del método de los elementos finitos [Material de aula]. Texto creativo, ETS ingenieros industriales de Madrid, España, Collado Villalba.
- FORMAC. (2019). Rack y perfiles, perfiles que permiten montar estructuras seguras y resistentes para almacenaje de productos. FORMAC S.A, Santiago, Chile.
- ANSYS (1994). ANSYS Theory reference release 5.6. ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA.
- ANSYS (1994). ANSYS Meshing User's Guide. ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA.
- Núñez, E. (2016). Estudio de conexiones a momento empleando vigas de alma abierta y columnas tubulares en sistemas estructurales de pórticos a momento en estructuras de acero ante cargas sísmicas (Tesis doctoral). Universidad central de Venezuela, Caracas, Venezuela.
- Salas, C. (2016). Estudio experimental de conexiones de momento usando perfiles T soldados (Tesis de pregrado). Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- INN. (2003) NCh 2369.of.2003, diseño sísmico e instalaciones industriales. Instituto Nacional de Normalización, Santiago, Chile.
- Pavlović, M., Marković, Z., Veljković, M., & Buđevac, D. (2013). Bolted shear connectors vs. headed studs behaviour in push-out tests. *Journal of Constructional Steel Research*, 88, 134–149.
- AISC, 341-16. 2016. Seismic Provisions for Structural Steel Buildings. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL, USA.