

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA



---

**GESTIÓN DE LA HABILIDAD DE ARGUMENTAR  
EN LA UNIDAD DE DATOS Y AZAR EN EL NIVEL  
DE PRIMER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA DE DOS  
PROFESORES DE MATEMÁTICA**

---

Seminario de Investigación para optar al grado académico de  
Licenciado en Educación

Profesor guía:      Hernán Morales Paredes  
Estudiantes:        Alexandra Castillo Ceballos  
                             Kelyn Fernández Salas  
                             Vanessa Parra Solar  
                             Daniel Pino Espinoza  
                             Camilo Portiño Medina  
                             Ricardo Ruiz Lavín

CONCEPCIÓN, DICIEMBRE DE 2016

## AGRADECIMIENTOS

*Queremos dar nuestros agradecimientos en primer lugar a Dios, por la oportunidad de poder iniciar y culminar este proceso brindándonos fuerza, perseverancia y motivación para trabajar, sobre todo en los momentos más difíciles de este proyecto.*

*A nuestro profesor guía el Señor Hernán Morales Paredes, por haber guiado nuestros pasos entregándonos su apoyo, paciencia, motivación y confianza.*

*A los profesores participantes de esta investigación, por darnos la oportunidad de concretar los procesos requeridos para la realización de este seminario.*

*A nuestro jefe de carrera el Señor Ricardo González Méndez, por estar presente durante nuestro proceso de formación y habernos apoyado y alentado cuando más lo necesitábamos.*

*A los profesores que nos aclararon dudas durante el proceso de nuestra investigación, orientándonos y apoyándonos en las distintas etapas de este proyecto.*

*A nuestras familias por estar presentes durante todo este proceso otorgándonos apoyo incondicional, consejos, paciencia, comprensión y amor, en los momentos de flaquezas y debilidad.*

*Por último a nuestro grupo en general: Alexandra Castillo Ceballos, Kelyn Fernández Salas, Vanessa Parra Solar, Daniel Pino Espinoza, Camilo Portiño Medina y Ricardo Ruiz Lavín; por ser un excelente grupo de trabajo y habernos brindado un apoyo constante hasta el final en todos los momentos vividos durante este proceso, estableciendo vínculos sinceros y de cariño que perdurarán con el paso del tiempo.*

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

**RESUMEN**

**ABSTRACT**

**INTRODUCCIÓN** ..... 1

**CAPÍTULO I** ..... 4

**PROBLEMATIZACIÓN**..... 4

1. **Antecedentes del problema** ..... 4

2. **Origen del problema** ..... 7

3. **Planteamiento del problema** ..... 9

4. **Objetivos de la investigación**..... 10

4.1. **Objetivo general** ..... 10

4.2. **Objetivos específicos** ..... 10

5. **Premisas de la investigación**..... 11

6. **Justificación de la investigación** ..... 12

**CAPÍTULO II**..... 14

**MARCO CONCEPTUAL**..... 14

1. **Buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas** ..... 14

2. **Los registros de representación semiótica en matemática** ..... 19

2.1. **La argumentación matemática en el aula** ..... 21

3. **El desarrollo de la competencia matemática** ..... 24

4. **El desarrollo del pensamiento crítico** ..... 29

5. **Argumentación matemática en el aula de 1° medio** ..... 30

**CAPÍTULO III**..... 33

**MARCO METODOLÓGICO**..... 33

1. **Fundamentación metodológica**..... 33

2. **Paradigma y diseño de investigación** ..... 34

3. **Población y muestra de estudio** ..... 35

4. **Procedimientos de investigación**..... 36

5. **Instrumentos y técnicas de investigación** ..... 37

|   |     |
|---|-----|
| <b>5.1. Análisis documental</b> .....                       | 38  |
| <b>5.2. Observación</b> .....                               | 39  |
| <b>5.3. Entrevista</b> .....                                | 43  |
| <b>6. Técnicas del análisis de la investigación</b> .....   | 45  |
| <b>CAPÍTULO IV</b> .....                                    | 48  |
| <b>RESULTADOS Y ANÁLISIS</b> .....                          | 48  |
| <b>1. En relación al objetivo específico número 1</b> ..... | 48  |
| <b>2. En relación al objetivo específico número 2</b> ..... | 65  |
| <b>3. En relación al objetivo específico número 3</b> ..... | 66  |
| <b>CAPÍTULO V</b> .....                                     | 107 |
| <b>CONCLUSIONES</b> .....                                   | 107 |
| <b>CAPÍTULO VI</b> .....                                    | 110 |
| <b>LIMITACIONES Y PROYECCIONES</b> .....                    | 110 |
| <b>1. Limitaciones</b> .....                                | 110 |
| <b>2. Proyecciones</b> .....                                | 110 |
| <b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....                     | 112 |
| <b>ANEXOS</b> .....   | 115 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabla 1:</b> Representación de la educación matemática cíclica. ....  | 18 |
| <b>Tabla 2:</b> Objetivos específicos, técnicas de análisis y categorías propuestas. ....  | 46 |
| <b>Tabla 3:</b> Relación entre lo establecido en la planificación elaborada por el profesor A con lo estipulado por el MINEDUC. ....                 | 49 |
| <b>Tabla 4:</b> Relación entre lo establecido en la planificación elaborada por el profesor B con lo estipulado por el MINEDUC. ....                 | 57 |
| <b>Tabla 5:</b> Registro de las observaciones de clases filmadas del profesor A. ....  | 66 |
| <b>Tabla 6:</b> Registro de las observaciones de clases filmadas del profesor B. ....  | 77 |
| <b>Tabla 7:</b> Relación entre lo establecido en la planificación, lo observado en las clases filmadas y la entrevista realizada al profesor A. .... | 90 |
| <b>Tabla 8:</b> Relación entre lo establecido en la planificación, lo observado en las clases filmadas y la entrevista realizada al profesor B. .... | 98 |

## **RESUMEN**

El siguiente proyecto de investigación tiene como objetivo evidenciar la habilidad de argumentar que desarrollan dos docentes de matemática en el curso de primero medio en el eje de Probabilidad y Estadística en la unidad de Datos y Azar en coherencia con las planificaciones de clases y los planes y programas de estudio. Para ello se recopiló información de las planificaciones elaboradas por estos docentes y se contrastaron con lo estipulado en las bases curriculares propuestas por el Ministerio de Educación (MINEDUC). Luego, se observó el proceso de enseñanza realizado en el aula en relación a dicha habilidad utilizando una pauta de observación elaborada por el cuerpo investigativo de este trabajo y posteriormente se realizó una entrevista a cada profesor para saber sus concepciones acerca del desarrollo de la habilidad de argumentar y cómo gestionan dicha habilidad en el aula. Finalmente, se analizó el proceso de enseñanza a partir de la triangulación entre los tres elementos mencionados. A partir del análisis realizado, la principal conclusión obtenida es que los profesores promueven parcialmente la habilidad de argumentar, observándose una escasa gestión de los elementos que permiten fomentar tanto el análisis como la reflexión en situaciones matemáticas.

## **ABSTRACT**

The next project research has as main objective evincing the ability of arguing what develop the teachers of mathematics in the first grade of high school in the axis of Probability and Statistics in the Data and Random unit in coherence with the planning of classes and plans and programs of study. For this, the information was compiled in the curricular bases offered by the Ministry of Education (MINEDUC). After, it was observed the process of teaching done in the classroom in relation to the ability already mentioned before using a guideline of observation, which was done by the investigative group of this project, afterwards it was carried out an interview to each teacher to know their conceptions about the develop of the arguing skill and how they manage this ability in the classroom. Finally, it was analyzed the process of teaching starting from the triangulation among the three elements already mentioned. Starting from the realized analysis, the main conclusion obtained is that teachers promote partially the ability of argue observing a lack of managing of the elements, which allow to encourage both the analysis as the reflection on mathematics situation.

## INTRODUCCIÓN

Actualmente es necesario que los docentes potencien diversas competencias, y en particular la habilidad argumentativa a partir de intervenciones didácticas, las cuales pueden estar centradas en la continua indagación, guiando a los estudiantes a través de buenas preguntas, las cuales deben tener como principal característica lograr que aprendan a resolver conflictos, ya sea de forma oral o escrita, para que reconozcan la fuerza de los argumentos. El discurso argumentativo es una actividad verbal específica cuyo aprendizaje está determinado por el contexto y las intervenciones escolares. La argumentación matemática permite desarrollar pensamiento complejo y encauzar los hábitos de pensamiento cotidiano de los estudiantes hacia el modo de pensar técnico-científico.

La investigación en el eje de Datos y Azar cobra gran relevancia en el currículum escolar en Chile, que obliga a entregar a los profesores las herramientas disciplinares y didácticas necesarias para llevar a cabo su labor y que no cuentan con éstas, hecho que se ve reforzado por los bajos resultados obtenidos en evaluaciones nacionales e internacionales.

A continuación, se presenta lo que ha sido el desarrollo de una investigación enmarcada en el trabajo de campo efectuado en dos establecimientos de la octava región, donde se han aplicado métodos de investigación cualitativos con la finalidad de conocer la gestión de la habilidad de argumentar en la unidad de Datos y Azar, en el nivel de primer año de enseñanza media de dos profesores de matemática. A través de esta investigación, se llevó a cabo el proceso de análisis e interpretación de la información dando respuesta a cada objetivo específico planteado mediante el proceso de categorización y subcategorización basado en el marco teórico propuesto.



Los resultados de este estudio pretenden dar a conocer el estado actual de la gestión de la habilidad de argumentar dentro del aula, dando cuenta además del nivel de apropiación conceptual de los docentes respecto de tal habilidad y la concordancia entre lo estipulado en las planificaciones, las clases observadas y las entrevistas con los docentes de la muestra obtenida.

El presente trabajo de investigación consta de seis capítulos. La primera parte trata sobre el planteamiento del problema de investigación donde se refleja la formulación del problema, antecedentes, origen, objetivos, premisas y justificaciones que se pretenden lograr en la investigación.

El segundo capítulo corresponde al marco conceptual, donde se detallan las características y aspectos principales considerados, como fueron las buenas prácticas en la enseñanza de los docentes de matemática, la importancia de los registros de representación semiótica en matemática, el desarrollo de la argumentación, la competencia matemática y del pensamiento crítico. Finaliza este apartado con las orientaciones que propone el Ministerio de Educación (MINEDUC) respecto de la argumentación matemática en el aula de primero medio.

El tercer capítulo contiene los planteamientos metodológicos que sigue la investigación, destacando la fundamentación, el paradigma y diseño de la investigación, población y muestra de estudio, procedimientos de investigación, instrumentos y técnicas de recolección de datos, considerándose en este ítem el análisis documental de las planificaciones, el estudio de casos basado en una pauta de observación de las prácticas docentes y la entrevista semi-estructurada. Finalmente, este apartado concluye con las técnicas de análisis de la investigación correspondiente a los objetivos específicos de la investigación.

El cuarto capítulo describe los resultados obtenidos mediante un análisis e interpretación de la información recogida, realizada en función del análisis cualitativo de las planificaciones, las pautas de observación validadas y las entrevistas semiestructuradas.

El quinto capítulo hace referencia a la síntesis de las conclusiones más relevantes, consideraciones finales e implicaciones de la investigación.

Por último, la sexta parte contempla las limitaciones y proyecciones que hace el grupo con respecto a nuestra investigación.

## **CAPÍTULO I**

### **PROBLEMATIZACIÓN**

# CAPÍTULO I

## PROBLEMATIZACIÓN

En esta investigación se ha elegido una problemática centrada particularmente en la escasa gestión que realizan los docentes para promover la habilidad de argumentar en la unidad de Datos y Azar utilizando diversos registros de representación semiótica. Los participantes de esta investigación y otros autores estudiados exhaustivamente se identifican con esta problematización, ya que en Chile actualmente se ha logrado muy poco avance en este ámbito. Mediante el ajuste curricular son mayores los desafíos que se han instaurado al profesorado y es por ello que se desea estudiar los cambios positivos en los planes y programas reflejados en las aulas de matemática, permitiendo el diálogo y estableciendo conexiones entre el docente y los estudiantes.

### **1. Antecedentes del problema**

La argumentación es una habilidad que deriva del lenguaje, siendo un tipo de discurso que se constituye como un modo de razonamiento y de práctica social que forma parte de nuestra vida, por lo que su existencia es muy frecuente en las diversas situaciones de comunicación que atravesamos. La argumentación se halla en las conversaciones y discusiones con amigos, familiares y otras personas con las cuales intercambiamos opiniones a diario, en las clases que impartimos, en los debates políticos, entre otros (Montes, 2009). Para comunicarnos y convencer de manera efectiva se debe saber cómo estructurar un argumento válido, el cómo detectar imperfecciones en el razonamiento, redactar las proposiciones y finalmente seleccionar el mejor patrón general organizativo para que el mensaje sea persuasivo.

Aquí reside la importancia de las prácticas pedagógicas que según Avalos y Prieto (1995) citado en Prieto (2001) se evidencian en el contexto de la sala de clases y que contempla el desarrollo de diferentes situaciones y relaciones que nacen del diario vivir del estudiante. Por tanto, la habilidad de argumentar no surge de la nada, sino de las complejas relaciones sociales y contextos diversos que se viven.

Por otra parte, los registros de representación semiótica juegan un papel primordial en la enseñanza de la matemática ya que permiten el acceso a los objetos matemáticos de carácter abstracto a diferencia de otras ciencias. Duval (2006) citado en Osorio (2011) afirma que *“la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación”* (p. 18).

En esta investigación, el uso de la habilidad de argumentar utilizando los diversos registros de representación semiótica es fundamental para el proceso de enseñanza de las matemáticas, con especial atención en la conversión de las representaciones de un mismo objeto matemático que se presentan en la unidad de Datos y Azar, eje temático que se ha elegido para efectos de este estudio. Cabe destacar que dicho eje es parte esencial de la matemática moderna, la cual tiene múltiples aplicaciones tanto en economía, política, medios de comunicación, entre otras; presentadas de forma abstracta, en dibujos o en elementos concretos. Al comprenderlas, éstas permiten a las personas razonar y hacer diversas conclusiones, argumentando y también juzgando la calidad de las ideas de otras personas para tomar decisiones ante cualquier situación.

Ben-Zvi y Garfield (2004) citado en Estrella (2010) aconsejan que el foco de la enseñanza de esta unidad debe centrarse en desarrollar el pensamiento estadístico propio de un ciudadano y consumidor informado, otorgándole un lenguaje matemático que le permita organizar datos, construir tablas y representar dicha información, así como también comprender los conceptos, el vocabulario y los símbolos, entendiendo el concepto de probabilidad como una medida de incertidumbre.

Como muchos otros países, Chile ha incluido los temas de Estadística Descriptiva e Inferencial y de Probabilidad mediante el ajuste curricular a partir del año 2009 a través de todo su currículo matemático desde el primer nivel escolar hasta el término de la educación media. Este ajuste provoca una mayor exigencia para los profesores respecto al nuevo eje temático del programa de estudio de matemática ya que son desafíos tanto para ellos como para los que están en formación (Estrella, 2010).

Los profesores de matemática de educación media han tenido estudios teóricos sobre probabilidad pero no sobre su enseñanza, por lo cual Estrella (2010) menciona que:

“(…) El profesor es un actor fundamental en el proceso educativo; en Chile existe evidencia de que las habilidades, competencias y destrezas de los que ingresan a esta profesión no son elevadas. Algunas investigaciones internacionales sobre el desempeño del profesor en el aula muestran sus concepciones erróneas acerca de la matemática, o bien dificultad para explicar en términos simples una idea abstracta y/o de anticiparse a los errores de sus alumnos. Otros estudios han detectado que los profesores de matemática enseñan los contenidos de Estadística y Probabilidades como técnicas de cálculo, y además de mostrar un conocimiento superficial de la Estadística, carecen de conocimientos en la Didáctica específica” (p. 12).

Finalmente cabe destacar que, en base a las investigaciones realizadas por los autores mencionados y a nuestra experiencia educativa, la poca relevancia que se le otorga a la habilidad de argumentar en el aula matemática evidencia que gran parte de los docentes no saben gestionar actividades ni realizar preguntas adecuadas que promuevan la argumentación matemática, menos aún utilizar la conversión de diversos registros de representación semiótica del objeto matemático en la interpretación y validación de los datos de carácter estadístico en la unidad de Datos y Azar.

## **2. Origen del problema**

Hoy en día, para generar oportunidades efectivas en el aula, planificar acorde al contexto, tomar decisiones asertivas y programar unidades didácticas coherentes, se debe tener necesariamente una buena gestión en el aula. Es el profesional de la educación quien debe demostrar tener conocimiento de los diversos contextos educativos, tener compromiso con su labor de educar, ser perseverante, saber actuar y reaccionar con pertinencia, adaptarse a los cambios y lidiar con situaciones difíciles, es decir, tener la capacidad para gestionar una situación profesional compleja. Concordando con lo que dice Villalobos (2011):

“Saber gestionar situaciones complejas ya es casi un lema profesional, pues, hoy por hoy, estamos insertos en una sociedad que requiere del aprendizaje y de la enseñanza para la generación de nuevos conocimientos, pero en realidad es muy poco lo que se ha logrado avanzar en este tema. Las interacciones que se desarrollan hoy en día entre estudiantes y profesores y la forma en que se está enseñando han tenido muy pocas modificaciones y cambios, pues aún se siguen repitiendo patrones y conductas, y por el contrario se han agregado nuevas dificultades o desafíos como la desvalorización de los sistemas (familia, escuela, religión, sociedad) con el consiguiente desinterés por el estudio y los valores del esfuerzo por parte de los estudiantes” (p. 2).

Como se ha dicho con anterioridad, la educación matemática en la unidad de Datos y Azar es una disciplina que atenta a los cambios sociales y procura darles respuesta. Es a partir de esta premisa que en las últimas décadas se incorpora con fuerza la probabilidad en los currículos de educación media en Chile, con el objetivo de que los profesores gestionen la forma en que los estudiantes obtengan conocimientos que les sirvan para la recogida, descripción e interpretación de datos. En definitiva, se trata de que el docente proporcione las herramientas necesarias que faciliten a los jóvenes tomar decisiones en diversas situaciones, para que progresivamente sean ciudadanos informados, autónomos e inteligentes.

Para la problemática de esta investigación se ha abordado el progreso, tanto en el currículum como de la teoría estocástica, que exige de un profesorado preparado con un fundamento consistente en lo disciplinar y didáctico, permitiendo al docente enseñar en forma efectiva el objeto matemático en probabilidad (Alsina y Vásquez, 2015).



Sin embargo, esto no ha sido así, en especial en educación básica donde el profesor no tiene los conocimientos conceptuales necesarios ni la forma de cómo debe ser propuesta su enseñanza. Entonces, como vía de solución, se utiliza los textos de estudios que representan un enfoque sesgado del modo de enfocar esta unidad.

En los programas de estudio de matemática de educación media, la unidad de Datos y Azar es desarrollada con la misma estructura que las otras unidades, con la diferencia de que están predeterminadas de tal manera que ésta ocupa la última posición, debido a que las anteriores unidades, tales como: Números, Álgebra y Geometría, proporcionan conocimientos previos necesarios para afrontar el eje de Probabilidad y Estadística. Es por este motivo que, dada la experiencia de los investigadores, se puede señalar que la gran mayoría de los docentes se ven en la obligación de postergar u omitir la unidad de Datos y Azar, provocando consecuencias a nivel curricular.

En general, los docentes suelen realizar énfasis en la enseñanza algorítmica posponiendo el uso de diversos registros de representación de un objeto matemático debido al enfoque de enseñanza tradicional que ha sido predominante durante años en la educación chilena, pero éste presenta una visión sesgada o incompleta del tema.

### **3. Planteamiento del problema**

Respecto a lo expuesto en los puntos anteriores y considerando la educación matemática en Chile, se ve reflejado que la unidad de Datos y Azar se aborda de manera insuficiente. Este estudio de caso intenta evidenciar la gestión que realizan los docentes de matemática de primero medio respecto a la habilidad de argumentar en el eje de Probabilidad y Estadística, utilizando diversos registros de representación semiótica en sus prácticas educativas.

Sobre dicha base, se pretende dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo gestionan la habilidad de argumentar matemáticamente profesores de primero medio en el eje de Probabilidad y Estadística en la unidad de Datos y Azar, utilizando diversos registros de representación semiótica?

#### **4. Objetivos de la investigación**

El tema de la argumentación matemática en el aula y cómo promover dicha habilidad se desea abordar a partir del proceso que deben experimentar los estudiantes al crear un discurso lógico que explicita ideas provenientes de las tareas matemáticas propuestas por el profesor. De esta manera, se desea estudiar la práctica de enseñanza docente que permita la interacción mediante el diálogo permitiendo establecer conexiones entre el docente y sus estudiantes. Dado lo anterior, se pueden esclarecer los siguientes objetivos que han sido clasificados como objetivo general y objetivos específicos:

##### **4.1. Objetivo general**

Evidenciar la habilidad de argumentar que desarrollan dos profesores de matemática en primero medio en el eje de Probabilidad y Estadística en la unidad de Datos y Azar y su coherencia con las planificaciones de clases y el programa de estudio.

##### **4.2. Objetivos específicos**

A través de los objetivos específicos se pretende dar respuesta al problema de investigación, para lo cual son desarrollados en forma secuencial:

- a) Recopilar información de las planificaciones de dos docentes de matemática de primero medio respecto de la unidad de Datos y Azar, contrastándolas con el programa de estudio propuesto por el MINEDUC.
- b) Observar y registrar el proceso de enseñanza que realizan los docentes de matemática en el aula en relación a la habilidad de argumentar al enseñar un contenido en la unidad de Datos y Azar.
- c) Analizar el proceso de enseñanza observado respecto de la habilidad de argumentar y contrastar con lo estipulado en sus planificaciones, las declaraciones de la entrevista y las clases realizadas.

## **5. Premisas de la investigación**

- Los profesores de matemática de enseñanza media no gestionan el desarrollo de la habilidad de argumentar en la unidad de Datos y Azar utilizando diversos registros de representación semiótica. Esto se debe a que a los docentes de matemática no se les entregan las herramientas necesarias para desarrollar en el aula las distintas habilidades mencionadas en el MINEDUC, y en particular para nuestros fines investigativos, la habilidad de argumentar usando los registros de representación semiótica.
- Las prácticas docentes en Chile no promueven el diálogo a través de la formulación de preguntas reflexivas y de análisis. Esto trae como consecuencia que los estudiantes no comuniquen sus ideas y de esta forma no desarrollen el pensamiento crítico.

## **6. Justificación de la investigación**

En enseñanza media, la habilidad de argumentar se desarrolla principalmente con el objetivo de poder describir, explicar, convencer y validar a otros respecto a las soluciones e inferencias de diversos problemas o resultados obtenidos, ya sea en el ámbito matemático o social. Asimismo, en este nivel, se propone establecer diferencias entre la argumentación intuitiva y la argumentación matemática siendo capaces de verbalizar intuiciones, formar conclusiones correctas y detectar afirmaciones erróneas.

Los docentes de matemática, en general, no se dedican ni le atribuyen la real importancia al desarrollo de dicha habilidad en el aula. No es una tarea fácil pero es de vital importancia, ya que ha estado ausente durante los últimos años en el sistema educativo, si bien el MINEDUC lo menciona, lo que ocurre en la práctica está muy alejado de lo que se espera. Basándonos en nuestra experiencia escolar esta habilidad no fue desarrollada en su totalidad en la asignatura de Matemática. Hoy en día, esto se sigue observando durante nuestras prácticas progresivas pues los docentes de matemática desarrollan las clases de manera muy tradicional, lo que impide el desarrollo de la habilidad argumentativa.

Por otro lado, el eje de Probabilidad y Estadística tiene como finalidad analizar, inferir, interpretar, visualizar y obtener información utilizando datos estadísticos. En el ciclo de primero medio, el propósito fundamental del eje es comprender el rol de la probabilidad en la vida diaria haciendo uso de herramientas estadísticas y probabilísticas. Para hacer uso de los registros de representación semiótica en la unidad de Datos y Azar, es necesario que el docente tenga la capacidad de traspasar el objeto matemático en sus distintas representaciones (concreta, pictórica, simbólica).

Finalmente, dado que en las unidades de Números, Álgebra, Geometría, Datos y Azar se pueden fomentar la habilidad de argumentar, en esta última existen variadas herramientas que permiten el uso de más de un registro de representación semiótica. Es por ello que resulta importante promover dicha habilidad porque permite formar estudiantes capacitados y críticos en la toma de decisiones con opinión fundamentada en situaciones que suceden a diario.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO CONCEPTUAL**

## CAPÍTULO II

### MARCO CONCEPTUAL

#### 1. Buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas

Una buena práctica se caracteriza por enseñar un conocimiento educativo de la matemática más que un conocimiento sabio, envuelto en una descripción de experiencias docentes más que en la mera teoría de cómo enseñar matemática, en otras palabras, como lo señalan Planas, Fortuny e Iranzo (2009) citado en Planas y Alsina (2009) pasar “*de la información a la formación*” (p. 11). Toda buena práctica se caracteriza, según Fourez (2008) citado en Planas y Alsina (2009) por ser interdisciplinaria y que frente a un determinado problema o situación se visualiza dicha problemática en su conjunto permitiendo el aporte de otras disciplinas enriqueciendo el conocimiento educativo de la matemática. Un claro ejemplo es el estudio que se realiza en la unidad de Datos y Azar en el curso de 1° medio, donde se requiere la ayuda de conceptos del ámbito económico, del acontecer cotidiano del estudiante, entre otros, con el fin de que se realicen inferencias para tomar decisiones frente a diferentes problemas que se generan en la sociedad. Respecto a lo dicho anteriormente, la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2003) citado en Planas y Alsina (2009) afirma que una mirada interdisciplinaria se caracteriza por:

- Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas, como por ejemplo relacionar gráficos y tablas de frecuencia con la interpretación otorgada a las distintas medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda).
- Comprender cómo se relacionan estas ideas y se organizan en un todo coherente, esto es, cuando a partir de un conjunto de datos se pueden analizar a partir de una tabla de frecuencia y determinando la media, mediana y moda analizando e interpretando de acuerdo al contexto.

Esto permite que el docente provea de más de una estrategia al estudiante para analizar datos estadísticos y de la misma forma darle a conocer al estudiante que un problema se puede abordar desde diversos puntos de vista, llegando a una misma conclusión.

- Reconocer y aplicar ideas matemáticas en contextos no matemáticos. Para efectos del trabajo investigativo se ha elegido la unidad de Datos y Azar dado que precisamente los contenidos y conceptos matemáticos se relacionan más estrechamente con la cotidianidad del estudiante.

Es sensato considerar los criterios mencionados por Tharp et al. (2002) citado en Planas (2009) que reflejan una mayor claridad en la identificación de una buena práctica. Los criterios analizados por estos autores se resumen en:

- Producción conjunta de actividades por medio de la colaboración entre profesorado y alumnado, es decir, cuando el docente formula preguntas de análisis respecto a los datos estadísticos con el fin de que los alumnos planteen opiniones al interpretar dicha información, de manera que el conocimiento se construya con los aportes de las premisas propuestas por los estudiantes, guiados en todo momento por el profesor.
- Desarrollo de los aspectos sociolingüísticos del lenguaje escolar, dado la importancia que tiene el uso correcto del lenguaje en un ambiente de respeto mutuo entre profesor y alumnos.



- Creación de significado en entornos de conversación dialógica. Este punto es muy importante puesto que profundizar un concepto como la probabilidad condicional a través del diálogo permite la comprensión de ciertas relaciones entre los eventos aleatorios. En dichas conversaciones florece la idea de que, por ejemplo, si dos eventos o sucesos aleatorios son mutuamente excluyentes, no necesariamente dichos eventos son independientes entre sí, conclusión que se obtiene al profundizar en las leyes de la probabilidad total y compuesta.
- Planteamiento de situaciones que estimulen el pensamiento complejo. Dicho ítem se puede ver reflejado cuando se le pide al alumno interpretar la información estadística la cual está expresada en cuartiles o quintiles en los medios de comunicación, con el propósito de evaluar la pertinencia del uso de esas medidas de posición de acuerdo al tipo de datos analizados.
- Contextualización de la enseñanza en experiencias del alumnado, cuando el docente propone actividades relacionadas con el diario vivir del alumno, como por ejemplo analizar una encuesta que indague los hábitos alimenticios de los niños realizada en el barrio o vecindad donde vive el estudiante, extrayendo los datos y determinando la media aritmética de las medias de muestras.

De acuerdo a Planas y Alsina (2009) se concluye que “(...) *una buena práctica de enseñanza es una situación donde alumnos y profesores colaboran por medio de conversaciones en las que construyen puentes entre el lenguaje escolar y el lenguaje cotidiano al referirse a actividades contextualizadas que son cognitivamente estimulantes*” (p. 16).

El concepto de andamiaje consiste en la retroalimentación necesaria e idónea en el proceso de enseñanza – aprendizaje que tiene lugar en toda buena práctica (Planas y Alsina, 2009). Señalan, entre otros aspectos, que la gestión del docente permite que los alumnos corrijan sus errores promoviendo la perseverancia y la búsqueda de soluciones óptimas. Dicha acción de aula propuesta por el docente permite que los estudiantes puedan construir el conocimiento matemático además de fomentar el razonamiento lógico – matemático, uso de diversas representaciones, la comunicación de ideas matemáticas, entre otras.

De esta manera, Planas y Alsina (2009) concluyen que la educación matemática es entendida como *“un proceso cíclico de relación con el conocimiento por medio de las fases de contextualización, descontextualización y recontextualización, donde el aprendiz está a su vez involucrado en las fases de cognición, metacognición y revisión de la cognición”* (p. 20).

A continuación, se resumen estas ideas en el siguiente recuadro expuesto por los autores.

Tabla 1: Representación de la educación matemática cíclica.

| <b>NATURALEZA CÍCLICA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b>   |  |
|--|--|
| <b>Ciclo en las secuencias de enseñanza de las matemáticas</b>   | <b>Ciclo en las secuencias de aprendizaje de las matemáticas</b>   |
| <p><u>Fase de contextualización</u><br/>Enseñanza de un contenido matemático en un contexto de aplicación cercano a entornos de experiencia del alumnado.</p> <p><u>Fase de descontextualización</u><br/>Enseñanza del contenido matemático anterior por medio del descubrimiento de estructuras generalizables ajenas a los contextos de uso.</p> <p><u>Fase de recontextualización</u><br/>Enseñanza del contenido matemático anterior por medio de su reconocimiento y aplicación en situaciones no ejemplificadas previamente.</p> | <p><u>Fase de cognición</u><br/>Aprendizaje de un contenido matemático por medio de la implicación en fases de contextualización, descontextualización y recontextualización de dicho contenido.</p> <p><u>Fase de metacognición</u><br/>Aprendizaje del contenido matemático anterior por medio de la reflexión sobre los significados construidos en torno a él.</p> <p><u>Fase de revisión de la cognición</u><br/>Aprendizaje del contenido matemático anterior por medio de la implicación en un ciclo de contextualización no experimentado.</p> |

Fuente: Planas y Alsina, 2009, p. 21.

Finalmente, en relación a lo establecido anteriormente, frente a la pregunta ¿Cómo enseñar matemática?, el concepto de matematización define el proceso de transformación de una situación real a un modelo matemático, es decir, la organización de la realidad en la que se emplea el conocimiento matemático (Rico y Lupiáñez, 2008). Dichos autores clasifican este proceso en matematización horizontal y vertical: la primera considera la transición del mundo real al mundo matemático donde se realizan acciones como esquematizar, reconocer, formular, etc.; en la segunda se aborda dentro del mundo matemático, destacándose acciones tales como probar, representar, generalizar, entre otros.

Este proceso se puede observar claramente en las actividades que se realizan en la unidad de Datos y Azar, las cuales comienzan de una problemática del mundo real que por lo general consiste en el análisis de una muestra de una población que poseen una característica en común, realizando posteriormente un análisis de los datos extraídos, comparando, evaluando y concluyendo con la toma de decisiones basados en el tratamiento estadístico de los datos.

## **2. Los registros de representación semiótica en matemática**

El trabajo de Raymond Duval (2012) resalta la importancia del análisis de las actividades cognitivas llevadas a cabo mediante diversos registros de representación semiótica en matemática, los cuales los define como la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. Según el investigador, es fundamental el dominio de la habilidad de cambiar de registro de cualquier representación semiótica, lo que permite la comprensión en el aprendizaje de cierto concepto matemático. Resulta vital para el profesor trabajar con diversas representaciones, ya que esto permite extender y profundizar un concepto matemático con el fin de analizar sus propiedades y características facilitando la comprensión de dicho objeto matemático (Macías, 2014). En la unidad de Datos y Azar es muy recurrente acudir a diversos registros de representación semiótica tales como registro de la lengua natural (enunciación de la problemática), registro gráfico (gráficos circulares, histogramas, polígonos de frecuencia), registro tabular (tablas de frecuencia, de doble entrada), entre otros. Es por esto que resulta importante estudiar los objetos matemáticos a partir de diferentes representaciones semióticas, de manera que el docente debe ejercitar la coordinación entre los diferentes sistemas ya que son de vital importancia para producir en el alumno un funcionamiento cognitivo efectivo.

Debido a que la formación y adquisición de conceptos en matemática requiere una coordinación entre registros, su enseñanza y aprendizaje no puede limitarse a la automatización de técnicas operatorias, sino que el profesor debe trabajar aspectos fundamentales y necesarios para el aprendizaje como son la visualización, el razonamiento y la conversión entre registros. Con esto, considerando la unidad que se ha seleccionado para efectos de la investigación, se desea formar alumnos críticos que usen la información para validar sus opiniones y decisiones.

Un punto importante es la diferenciación entre semiótica y noética. Este último concepto hace referencia a la adquisición del concepto matemático por parte de los alumnos. En palabras de Duval citado en Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui (2012), “... *no hay noética sin semiótica*” (...) “*Las representaciones semióticas posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos pero el aprendizaje de los objetos matemáticos es un aprendizaje conceptual*” (p. 31). Es decir, no habrá aprendizaje sin el uso de sistemas semióticos de representación. Considerando los planes y programas de 1° medio propuestos por el MINEDUC (2014), resulta importante el aprendizaje esperado N°2 de la unidad de Datos y Azar que consiste en “*Producir información, en contextos diversos, a través de gráficos obtenidos desde tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, manualmente o mediante herramientas tecnológicas*” (p. 70), puesto que se espera que el alumno logre transitar entre estos dos registros de representación que son los gráficos estadísticos y la tabla de frecuencia, con el fin de comprender de mejor forma el análisis que se desea realizar.

Dado lo anterior, la adquisición conceptual de un objeto matemático depende del uso de más de un registro de representación semiótica y de la creación y desarrollo de nuevos registros y representaciones de dicho concepto. Las representaciones semióticas no deben confundirse con las representaciones mentales; los tratamientos matemáticos sólo se llevan a cabo a partir de las representaciones semióticas. Por último, el uso de estos registros semióticos permite:

- La presencia de una representación identificable como representar un conjunto de datos agrupados en intervalos mediante un histograma.
- El tratamiento o transformación de una representación dentro del mismo registro como construir, a partir de un histograma, el polígono de frecuencia asociado.
- La conversión de una representación en otra de otro registro en la que se conserva parte del significado del concepto como transcribir los datos agrupados en intervalos de un gráfico a una tabla de frecuencia.

## **2.1. La argumentación matemática en el aula**

Uno de los ejes conceptuales de mayor relevancia en torno al cual gira el problema de estudio es la noción de la argumentación en el aula de matemática. Argumentar matemáticamente en el aula tiene que ver con utilizar los registros discursivos especializados para el desarrollo de cada actividad realizada por el docente. Boero, Douek y Ferrari (2002) citado en Goizueta y Planas (2013) aclaran que existen tres actuaciones discursivas principales del profesor de matemática en la gestión especializada de la práctica argumentativa del aula, las cuales corresponden a:

- Mediación semiótica indirecta, cuando se seleccionan y utilizan producciones lingüísticas de alumnos, como por ejemplo cuando se les pide a los estudiantes cuestionar los datos entregados en los medios de comunicación para validar la veracidad de dicha información.

- Mediación semiótica directa, cuando se provee a los alumnos de expresiones lingüísticas apropiadas para codificar y controlar procesos de pensamiento y producción, esto es, cuando el docente analiza los datos estadísticos en un gráfico haciendo hincapié a las posibles interpretaciones erróneas y/o manipulaciones intencionadas que se pueden hacer, utilizando un vocabulario adecuado y pertinente.
- Mediación cultural, cuando se aportan modelos válidos de actuación matemática ya sean lingüísticos o de otra índole. El principal objetivo de la unidad de Datos y Azar es formar a estudiantes críticos que puedan usar la información que obtienen a diario de los medios de comunicación en general para validar sus opiniones y tomar decisiones basadas en el análisis de los datos desde un punto de vista matemático, esto con el fin de que logren comprender la importancia y la existencia de la matemática en su entorno.

En este sentido, Douek (2007) citado en Goizueta y Planas (2013) define la argumentación como “*el acto de formar razones, hacer inducciones, sacar conclusiones y aplicarlas al caso en discusión*” (p. 63). Cabe señalar que un argumento es una razón o razones ofrecidas a favor o en contra de una proposición, mientras que una argumentación es el acto de producir razones. Lo anterior es respaldado por Duval (2007) citado en Goizueta y Planas (2013) quien postula que la argumentación se realiza a través de proposiciones, sean explícitas o implícitas, las cuales tienen un valor en sí misma y un estatus operacional que las relaciona. Es por esto que el valor epistémico se relaciona en cómo se entiende una proposición la cual depende de los conocimientos previos que se establecen del contenido.

Por lo tanto, cuando se argumenta se procura modificar, en cierta medida, el valor epistémico de una proposición para obtener un argumento válido. De esta forma las prácticas argumentativas se desarrollan a partir del aprendizaje de argumentos validados y el desarrollo de éstos a partir de razonamientos analíticos. Es así como la estructura argumentativa más simple se compone de la forma de explicar y al proceso de demostración.

Lo que determina una buena argumentación son las características de los objetivos que fundamentan el paso de la premisa a la conclusión. Se presentan las siguientes cuestiones a responder tales como identificar las prácticas de argumentación en la resolución escrita de las actividades matemáticas y poder indagar la multiplicidad de interpretaciones acerca de la noción de argumentación matemática. Así, la argumentación matemática es definida como un tipo de discurso argumentativo que nace en el seno de las matemáticas y la forma de justificar sus premisas descansan en el conocimiento matemático y que posee unas conexiones de tipo deductiva y no solo con elementos significativos entre sus elementos (De Gamboa, 2010). La argumentación en matemática consta tanto de acciones como de razonamientos con el fin de argumentar o validar una proposición en la resolución de un problema, de acuerdo a lo indicado por Homero (2007) citado en De Gamboa (2010).

Un profesional pedagógico, por ende, debe poseer las habilidades y conocimientos argumentativos para poder enseñarlas en los estudiantes planteando preguntas que necesiten de la argumentación mediante el diálogo en la sala de clases, facilitando el proceso de razonamiento de los alumnos y desarrollando habilidades como la competencia matemática y el pensamiento crítico en alumnos de enseñanza media. En las actividades en donde los alumnos analizan los datos estadísticos de una determinada población, el docente debe realizar preguntas que lleven a los estudiantes a un análisis de dichos datos haciendo uso de las herramientas que el mismo profesor les provee como las medidas de tendencia central.



### **3. El desarrollo de la competencia matemática**

De acuerdo a la nueva propuesta de la Unión Europea del año 2006, la competencia matemática es considerada como una de las ocho competencias claves para el aprendizaje a lo largo de toda la vida. Dicho esto, una aproximación al concepto de competencia está definida como una característica esencial relacionada con el desempeño de una persona y que va referido a un criterio superior o efectivo en un trabajo o situación (Spencer y Spencer, 1993).

Más allá del trasfondo y de las implicancias que emprende el tema de las competencias, se pretende abordar los elementos asociados al concepto de competencias matemáticas que suponen, en nuestro caso, una de las habilidades menos desarrolladas por los docentes en su práctica en el aula. Coll (2007) citado en Planas y Alsina (2009) afirma que existen cuatro ideas claves asociadas al concepto de competencia: la movilización de los conocimientos, la integración de tipos de conocimientos, la importancia del contexto y por último la prioridad otorgada en la educación a la adquisición de un tipo especial de competencias imprescindibles para el desarrollo de la competencia matemática. Estas cuatro ideas presentadas mantienen un planteamiento relativo al del pensamiento matemático y, por otra parte, mantienen vínculos estrechos con las reflexiones en torno a la enseñanza de la matemática en la etapa de 12 a 18 años, en donde en esta etapa se concierne el desarrollo del pensamiento crítico, por lo tanto la competencia matemática conduce al pensamiento crítico retroalimentándose entre ellos. Dicha competencia facilita el desarrollo del pensamiento crítico siendo éste último mejor a medida que se es matemáticamente más competente, el cual permite el desarrollo de la habilidad de argumentar.

Según Bruer (1995) citado en Planas y Alsina (2009) ser matemáticamente competente significa que el sujeto “... *conoce y regula sus procesos de aprendizaje desde el punto de vista cognitivo y emocional, y que puede hacer uso estratégico de sus conocimientos, ajustándolos a las exigencias del contenido o tarea de aprendizaje y a la situación*” (p. 96).

Por otro lado, Alsina (2006) citado en Planas y Alsina (2009) sugiere que “... *en la escuela no basta con adquirir conocimientos matemáticos, sino que es necesario saber aplicarlos en situaciones reales*” (p. 96), en donde se le da un significado o finalidad a las enseñanzas de la matemática.

Análogamente, Niss (2002) define la competencia matemática como “*la habilidad para entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticos en los que las matemáticas juega o puede jugar un papel*” (p. 7). Por lo tanto, ser matemáticamente competente implica:

- Pensar matemáticamente: construir conocimiento matemático en situaciones donde tenga sentido, experimentar, intuir, relacionar conceptos y abstraer. Un claro ejemplo de lo anterior es el aprendizaje esperado N°5 del programa de estudio de 1° medio que consiste en lograr que los estudiantes observen lo que sucede con la media aritmética de una población de tamaño finito y en muestras de igual tamaño extraídas de la misma población, esto a partir de conjeturas y verificación de las mismas.
- Razonar matemáticamente: realizar deducciones e inducciones, particularizar y generalizar; argumentar las decisiones, así como los procesos y las técnicas, como por ejemplo analizar e interpretar la información estadística en medios de comunicación expresada en términos de cuartiles y quintiles, verificando la veracidad de dichos datos entregados.

- Plantear y resolver problemas: leer y entender el enunciado, generar preguntas, planificar y desarrollar estrategias de resolución y validar soluciones. Estas acciones esperadas por el docente se ven con mayor claridad en el apartado del cálculo de probabilidades de eventos, en donde los estudiantes aplican el modelo de Laplace al trabajar en actividades con experimentos aleatorios.
- Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático, esto es, al analizar los datos estadísticos en histogramas o polígonos de frecuencia utilizando las medidas de posición y de tendencia central.
- Usar técnicas matemáticas básicas (para contar, operar, medir, situarse en el espacio y organizar y analizar datos) e instrumentos (calculadoras y tecnologías de la información, de dibujo y medida) para hacer matemáticas. Claramente, en la unidad de Datos y Azar se requieren de más de una herramienta para el análisis tanto estadístico como probabilístico, entre las cuales se han mencionado anteriormente, como lo son la tabulación de los datos en una tabla de frecuencia o bien el uso de algún programa o software interactivo como Excel para graficar los datos.
- Interpretar y representar expresiones, procesos y resultados matemáticos con palabras, dibujos, símbolos, números y materiales. Como se ha clarificado anteriormente, en esta unidad se requiere, en su mayoría, de representaciones gráficas para poder facilitar el análisis y permitirles a los estudiantes comprender la información entregada.
- Comunicar el trabajo y los descubrimientos en los demás tanto oralmente como por escrito, usando de forma progresiva el lenguaje matemático. Es muy importante este punto ya que a partir de todo el trabajo realizado en las actividades, se espera que los alumnos puedan intercambiar opiniones entre sí en base al análisis realizado, justifiquen sus respuestas y tomen decisiones basados en conocimientos matemáticos.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) ha propuesto un Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) que es una prueba internacional estandarizada con el fin de analizar cuán preparados están los estudiantes que han finalizado la escolaridad básica en el caso de Chile (15 años) para enfrentar los diversos problemas y desafíos en sus vidas futuras. En particular, PISA se enfoca en tres campos del conocimiento, entre ellos el área cognitiva relacionada con la competencia matemática, enfocándose en los conocimientos y habilidades necesarias para la vida. De acuerdo a lo expuesto por la OCDE en PISA del año 2006 en su marco de la evaluación, la competencia matemática la define como:

(...) La capacidad que tiene un individuo de identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar e implicarse en las matemáticas de una manera que satisfaga sus necesidades vitales como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2006, p. 13).

Para cubrir con la mayor parte del contenido matemático, esta evaluación consta de cuatro ideas claves: espacio y forma, cambio y relaciones, cantidad e incertidumbre, comprendiendo irregularidades, las propiedades de los objetos, la relación entre las formas y las imágenes o representaciones visuales, similitudes y diferencias de los componentes de las formas, entre otros.

Por último, PISA define tres grupos de capacidades para describir las actividades cognitivas desarrolladas por los alumnos: el grupo de reproducción, el grupo de conexiones y el grupo de reflexión.

En el primer grupo se consideran capacidades relacionadas con el conocimiento de hechos y representaciones de problemas comunes, identificación y recuerdo de objetos y propiedades matemáticas, la utilización de procesos rutinarios, etc. En el segundo grupo se consideran las capacidades en el grupo anterior pero con situaciones no rutinarias. Por último, en el último grupo se fomenta la capacidad de plantear diversas estrategias de solución y la aplicación a otros problemas. En cuanto a la habilidad de argumentar, se observa que:

- Reproducción: implica seguir y justificar procesos cuantitativos estándar, incluidos los procesos de cálculo con sus exposiciones y resultados.
- Conexión: comporta emplear razonamientos matemáticos sencillos sin distinguir entre pruebas y otras formas de argumentación y razonamiento de mayor alcance.
- Reflexión: implica seguir, evaluar y elaborar diversos tipos de cadenas de argumentación matemática, además de utilizar la heurística (¿Qué propiedades son esenciales?, ¿Qué puede o no puede suceder?).

#### **4. El desarrollo del pensamiento crítico**

Si bien el pensamiento crítico puede ser definido desde diversos puntos de vista dado un determinado enfoque investigativo, Elder y Paul (2005), colaboradores de la Fundación para el Pensamiento Crítico, lo describen como *“el proceso de analizar y evaluar el pensamiento con el propósito de mejorarlo (...) presupone el conocimiento de las estructuras y los estándares intelectuales más básicos del pensamiento”* (p. 7).

Por otra parte, la adquisición de información es una condición necesaria para el aprendizaje, pero no es suficiente. Es más, el aprendizaje matemático es significativo cuando se es capaz de preguntarse por qué se clasifican en un determinado modo sus conceptos (Planas y Alsina, 2009).

De acuerdo con Pozo (2005) citado en Planas y Alsina (2009) lo que hace progresar al aprendizaje no es la acumulación de información sino el uso de lo aprendido. Es por ello que el uso estratégico del aprendizaje por medio de la aplicación de conexiones y procedimientos lleva a la noción de pensamiento crítico.

Es así como Romano (1995) citado en Boisvert (2004) declara que las habilidades del pensamiento crítico pueden clasificarse en tres grandes grupos: las habilidades básicas, las estrategias de pensamiento y las habilidades metacognitivas sobre el propio pensamiento. De este modo, el pensamiento crítico puede entenderse como un tipo de estrategia de razonamiento que coordina diversas operaciones vinculadas con habilidades básicas. En las situaciones generales de práctica matemática en la cual se pretende construir afirmaciones argumentativas, las situaciones de aula propician la verbalización de las ideas matemáticas y el diálogo en torno a ellas es un ambiente que fomenta el proceso del pensamiento crítico.

Cuando el diálogo en torno a ideas matemáticas está relacionado con problemas surgidos de elementos de lo cotidiano o de la realidad próxima al estudiante, el pensamiento crítico es más una preparación para la vida o una estrategia necesaria para la manipulación de objetos de la realidad para la representación de dichos objetos en la matemática.

## **5. Argumentación matemática en el aula de 1° medio**

Luego de los planteamientos teóricos expuestos, cabe señalar lo estipulado en las bases curriculares para la educación media correspondiente al año 2012, donde se señala el concepto de habilidad que, según el MINEDUC (2014), corresponde a las “... *capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad*” (p. 5). En este sentido, debemos relacionar que el profesorado de hoy en día debe tener la capacidad de desarrollar habilidades como la competencia matemática y el desarrollo del pensamiento crítico en primer año de enseñanza media respectivamente.

Esta finalidad trae consigo que la práctica del docente fomente en los estudiantes capacidades que son cruciales en el aprendizaje y complemente los distintos usos del conocimiento matemático en diversos contextos de su vida. Tal como lo señala el MINEDUC (2014), las habilidades son fundamentales para desarrollar un pensamiento flexible, adaptativo y crítico, que a su vez fomente el desarrollo de la habilidad de argumentar.

Un punto importante a considerar son las planificaciones elaboradas por los profesores. Según el MINEDUC, la planificación de la clase es un pilar fundamental en la promoción de los aprendizajes de los estudiantes y garantiza que los alumnos puedan desarrollar las habilidades propuestas por el docente. Esto permite un eficiente uso del tiempo y determina los procesos y recursos necesarios para alcanzar los aprendizajes.

En palabras de Charaudeau (2003) citado en Rail (2010), la función principal que cumple la planificación educativa radica en que permite

(...) coordinar, de manera anticipada, la acción del profesor en el aula escolar con el propósito de alcanzar la meta común, asociada al logro de los aprendizajes de los estudiantes (...) debe explicitar las intenciones educativas, el tiempo, los espacios de comunicación y las acciones del profesor y los alumnos (p. 282).

La planificación es un método que posee distintos elementos donde cada uno tiene una función a cumplir y un concepto asociado. Si se analiza por objetivos, se caracterizan tres elementos básicos: los objetivos, los criterios de medida y las acciones (Concepción, 2007).

Asimismo, un docente competente requiere coordinar una serie de capacidades relacionadas con el ser, el hacer y el conocer (Asún, Zúñiga y Ayala, 2013). En relación con el hacer, indican la necesidad de que posea una serie de habilidades generales entre las que se destaca la capacidad de planificar y diseñar una tarea. Es así, como la planificación en el proceso educativo no debe ser una programación rígida que solo tome en cuenta los contenidos y los objetivos de aprendizaje por lograr sino que, debe ser una planificación flexible que se adapte a las condiciones de un grupo concreto considerando sus motivaciones y aspiraciones que ejemplifiquen los contenidos con temas aplicados, contingentes o cercanos al mundo laboral y que también sea ordenada, esto se expresa como una secuencia de contenidos programada a priori y altamente coherente. Asimismo, la planificación debe tener su foco en que el discurso del docente considere el nivel de conocimientos previos de los estudiantes.



La manera de planificar y su concreción en aula, considerando un contrato didáctico, admite tres aspectos. El cómo se establece la participación social que norma las obligaciones y los derechos de profesores y alumnos respecto a lo discursivo. Lo ratifica Rail (2010) al decir que *“quien enseña es el que realmente conoce todas las reglas, principios y normas que regulan las interacciones que se consideran apropiados en este contexto”* (p. 284) Por otro lado, la forma de la tarea académica en torno a la cual se articula la actividad en conjunto está relacionada con la lógica interna del contenido o de la tarea escolar que es objeto de la acción la cual, la más de las veces, es impuesta a los estudiantes. La actividad pedagógica está inserta dentro de los objetivos educacionales de la unidad educativa y que permite conocer la intencionalidad pedagógica que orienta dicha actividad conjunta.

En síntesis, la planificación permite vincular una determinada teoría pedagógica con la práctica docente. Es una forma de posicionarse ideológicamente frente a la labor pedagógica. Por tanto, los diversos tipos de planificaciones se generan debido a las distintas formas de ver y hacer en el ámbito educativo, el cual fomenta distintas habilidades entre ellas la argumentación.

Finalmente, para el curso de 1° medio, la práctica del docente debe tener en cuenta la reflexión sobre los procedimientos, propios o de otros, en donde se comparan o sostienen intercambios sobre diversas situaciones matemáticas problemáticas que optimizan el proceso de aprendizaje. Una buena práctica docente permite que los estudiantes logren diferenciar, interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas que puedan convencer a los otros que de lo que están afirmando es matemáticamente correcto y aceptado por todos, y es en este sentido que el MINEDUC (2014) señala que los estudiantes serán capaces de efectuar demostraciones matemáticas de proposiciones, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para aplicaciones de la vida diaria.

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO METODOLÓGICO**

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO METODOLÓGICO**

En este capítulo se indica el desarrollo de los métodos necesarios para llevar a cabo el estudio, puntualizando el criterio que justifica los procedimientos utilizados bajo un paradigma cualitativo. Luego, se identifican los instrumentos que ayudan a la recopilación de los antecedentes y que son apropiados para nuestro estudio de casos. Finalmente, se indicará la categorización de la información para evidenciar si la gestión de la habilidad de argumentar se presenta en las prácticas de los dos docentes estudiados.

#### **1. Fundamentación metodológica**

Toda investigación busca responder a interrogantes que surgen debido al interés sobre variados problemas en educación. Como quedó establecido en el capítulo anterior, se intenta obtener la mayor calidad y cantidad de información que nos permita responder a la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo gestionan la habilidad de argumentar matemáticamente profesores de primero medio en el eje de Probabilidad y Estadística en la unidad de Datos y Azar utilizando diversos registros de representación semiótica?

El método de investigación en educación constituye la forma característica de indagar y se caracteriza por la intención sustantiva y el enfoque que la orienta (Rodríguez, Gil y García, 1999). Reforzando lo anterior, Cisneros (2012) considera como metodología a los diversos procedimientos y métodos empleados al resolver un problema, los cuales permiten el progreso del proyecto de investigación.

## 2. Paradigma y diseño de investigación

El enfoque de investigación desde el que se abordará la problemática es de carácter cualitativo, ya que nos permite observar una realidad que se desea sólo describir, la que es construida por los individuos dándole significado al fenómeno social, privilegiando el punto de vista del sujeto (Rodríguez, Gil y García, 1999). Dicho esto, se recopila la información, se observan situaciones y se analizan las habilidades argumentativas que se desarrollan en ambientes no controlados, lo que le permite al investigador situarse en un lugar natural donde ocurre el suceso en el que está interesado y donde la recogida de la información se realiza a través de medios naturales tales como: observar, preguntar, registrar, entre otros.

Los estudios cualitativos pueden clasificarse en investigaciones orientadas al cambio o a la comprensión. La presente investigación está dirigida a esta última, pues su objetivo consiste en referir y caracterizar la realidad pedagógica desde su perspectiva interna. Es de destacar que un método característico de este paradigma es el estudio de casos. El investigador, en dicho método cualitativo, busca observar las características de una determinada situación (Cohen y Manion, 1989). Por ende, tanto las observaciones como el análisis posterior se centrarán en los profesores y en sus prácticas en el aula. Aclarando este punto, Bisquerra (2004) citado en Bisquerra (2014) define el estudio de casos como un método que *“implica un proceso de indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de un fenómeno, entendiéndose estos como entidades sociales o entidades educativas únicas”* (p.309).

Se puede indicar que un caso es un evento único que puede ser una clase, un programa de enseñanza, un establecimiento educativo con su cultura o una determinada forma de intervenir del profesor. Otra característica del estudio de casos radica en que es apropiado para investigaciones que contemplen un marco acotado de tiempo y de recursos, siendo su objetivo de estudio de alcance reducido.

Muñoz y Muñoz (2001) citado en Bisquerra (2014) destacan que este método de investigación propicia la reflexión de la práctica y la comprensión del caso, potenciando en el profesorado su desarrollo profesional. Este estudio de casos permite realizar un análisis de las prácticas docentes, en las cuales se describen y enfatizan las conductas de enseñanza que están relacionadas con el desarrollo de las habilidades argumentativas.

El grupo de estudio ha elegido un enfoque exploratorio de investigación, con la finalidad de aclarar diversas inquietudes acerca de la práctica docente y en cómo se promueve la habilidad argumentar en matemática, de modo que se pueda contar con estrategias para perfeccionar el desempeño profesional futuro. Hernández, Fernández y Baptista (2003) declaran que el objetivo de este enfoque es *“examinar un tema o problema de investigación poco estudiado del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes”* (p. 115).

Además, este estudio presenta un alcance descriptivo ya que sólo se desea identificar el desarrollo de la habilidad de argumentar, las cuales se manifiestan principalmente cuando el docente tiene la oportunidad de expresar de manera variada y no forzada las diferentes representaciones de una idea o concepto matemático en la unidad de Datos y Azar, sin tener la intención de establecer correlaciones o búsqueda de causas con otros elementos de estudio tales como la motivación o el logro académico.

### **3. Población y muestra de estudio**

Dada la problemática de estudio en el cual se desea indagar la concepción que poseen los profesores de matemática respecto a la habilidad de argumentar en el aula en el curso de 1º medio, se ha elegido un tipo de muestreo dirigido dado que no es de relevancia el tamaño de la muestra sino el propósito que tienen los investigadores, con el fin de no generalizar los resultados a una población más amplia sino que profundizar el estudio a una muestra pequeña de sujetos.

Hernández, Fernández y Baptista (2003) indican que dicho tipo de muestreo corresponde a la elección de elementos, los cuales no dependen de la probabilidad sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien la hace. Por lo tanto, la investigación en sí no es un procedimiento mecánico sino que depende de la toma de decisiones de los investigadores y las muestras seleccionadas obedecen a tales disposiciones que nacen de los objetivos del presente estudio. Para efectos de la presente investigación, se han escogido de manera intencionada a dos profesores de matemática de establecimientos educacionales de enseñanza media, con más de cinco años de experiencia en aula, contando con diversos cursos de perfeccionamiento para su especialidad.

#### **4. Procedimientos de investigación**

Es de relevancia analizar las prácticas docentes en el aula y con el fin percibir lo que ellos piensan del proceso de enseñanza – aprendizaje, que se plasma primeramente en sus planificaciones de clases. Verificar su concordancia, a través de un análisis documental, con los lineamientos de las bases curriculares propuestas por el MINEDUC, que luego el docente concreta, ejecutando actividades en sala. De esta manera se examina, a partir de la implementación de un instrumento de observación no participante, un registro audiovisual equiparado con una pauta de observación, la acción pedagógica de estos docentes respecto a su metodología de enseñanza.

Finalmente, la aplicación de una entrevista semiestructurada con el fin de profundizar en cómo el profesor fomenta a través del manejo de las diferentes representaciones semióticas la habilidad argumentativa en tareas matemáticas aplicables a un contexto real.

Más específicamente las tareas a realizar son: en primer lugar se hará llegar a los administrativos del establecimiento una autorización formal de un documento escrito (carta) en donde se individualizarán a las personas que llevarán a cabo la recogida de datos y la finalidad del estudio. Se esclarecerá que toda la información obtenida de los docentes es de carácter confidencial resguardando la identidad de los participantes. Luego, se explorará el contexto de las prácticas docentes en función del análisis documental para descubrir qué modelo de enseñanza utilizan y como gestionan el desarrollo de sus actividades. Posteriormente, se registrarán la intervención de estos profesores en un periodo de tres clases pedagógicas. Por último, se sostendrá con el docente una conversación a partir de una entrevista semi-estructurada para concluir la intervención.

## **5. Instrumentos y técnicas de investigación**

Es importante destacar que los instrumentos y técnicas investigativas deben poseer validez. De acuerdo a Bisquerra (2014) éstos deben asegurar que “... *la descripción e interpretación sobre la realidad estudiada corresponde realmente a la forma de sentir, de entender y de vivir de las personas que han proporcionado la información y que forman parte de ésta*” (p. 287). Los instrumentos elegidos para poder encontrar los datos suficientes en esta investigación son el análisis documental de las planificaciones de las clases en la unidad de Datos y Azar, la observación no participante de tres clases y finalmente una entrevista semi-estructurada para percibir las motivaciones intrínsecas de los docentes participantes. Es por ello que una de las técnicas de control de validez considerada se refiere a la credibilidad que, según Henderson (1993) citado en Ruiz Olabuénaga (2003), pone énfasis al valor de verdad de la investigación, dado que la información está sujeta a una serie de modificaciones por parte de los investigadores. De esta forma, la validación de la pauta de observación es de carácter interno, puesto que son los participantes de esta investigación los que, junto con el profesor guía, respaldan la implementación de dicho instrumento, llevándose a cabo una clase elaborada por uno de los integrantes del grupo de investigación, con el objetivo de consolidar el instrumento de investigación.

## 5.1. Análisis documental

En las planificaciones de los docentes de la muestra se realizará una técnica de recogida y comparación de información que, según Dulzaine y Molina (2004), es una forma para unificar, recuperar, describir y representar los documentos como fuente de información. Dichos autores señalan que para seleccionar la información relevante *“es necesario previamente realizar su tratamiento documental, a partir de una estructura de datos que responda a la descripción general de los elementos que lo conforman”* (p. 2). En este sentido, el investigador debe tener a disposición herramientas y métodos de análisis que le permitan discriminar entre la información relevante y la que es innecesaria.

De esta forma, este análisis permitirá profundizar y lograr establecer categorías de comparación entre lo estipulado en las planificaciones con lo observado en la práctica del docente, con el fin de analizar la información recogida en el campo de estudio.

En primera instancia, para realizar el análisis de las planificaciones se deben considerar los aprendizajes esperados que evidencia el objetivo del proceso de enseñanza, los aprendizajes previos necesarios para la unidad de Datos y Azar, así como los contenidos que se proponen en dicho eje temático, el tiempo real disponible respecto a distribución temporal durante el año y los materiales y/o recursos didácticos empleados.

Respecto a las actividades de aprendizaje se debe comprender la secuencia de los aprendizajes enfatizando el orden que tiene cada actividad con el fin de que sean pertinentes al nivel del curso. Una vez analizada las planificaciones de los docentes, se contrastará lo estipulado en este escrito con la gestión del profesor en el aula, enfocándose en las estrategias didácticas, las cuales deben responder a las distintas necesidades e intereses de los estudiantes.



## 5.2. Observación

Se realizará en las clases de los docentes de la muestra utilizando un registro de observación, definido por Hernández, Fernández y Baptista (1991) como un *“procedimiento de recogida de datos que nos proporciona una representación de la realidad de los fenómenos en estudio. (...) Tiene un carácter selectivo, está guiado por lo que percibimos de acuerdo con cierta cuestión que nos preocupa”* (p. 151). El propósito esencial de la observación en este estudio cualitativo se caracteriza por explorar el ambiente de la sala de clases, describir tanto el contexto como las actividades realizadas y la gestión del docente durante su práctica en el aula.

Al no poder registrar todo lo observado, nuestra atención es dirigida solamente a la acción del profesor y las actividades que propone. Según Bell (1999) citado en Bell (2002), para obtener información de valor es necesario adoptar o diseñar un esquema de exploración que permita reconocer aspectos del hacer del docente. La observación es un proceso sistemático con el que el investigador recoge por sí mismo la información relacionada con el problema de estudio.

Para ello se realizará un registro audiovisual de tres sesiones pedagógicas de noventa minutos cada una, enfocada en la gestión del docente en el aula. Dada la importancia de esta técnica, se ha elaborado una pauta de observación que permita evidenciar aspectos relacionados con la promoción de la habilidad de argumentar.



Universidad Católica de la Santísima Concepción  
 Pedagogía en Educación Media en Matemática  
 Departamento de Didáctica  
 Seminario de Investigación

**PAUTA DE OBSERVACIÓN DE CLASES**  
**Práctica docente**

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| <b>Profesor(a) responsable</b> |  |
| <b>Curso</b>                   |  |
| <b>Asignatura</b>              |  |
| <b>Fecha</b>                   |  |
| <b>Clase</b>                   |  |

El siguiente instrumento de carácter formativo será aplicado a un docente de matemática en el nivel medio con el objetivo de observar las distintas estrategias que utiliza y su gestión en el aula. La información obtenida será posteriormente analizada para un trabajo investigativo.

| <b>ACCIONES DE ENSEÑANZA A OBSERVAR</b>   | <b>ASPECTOS OBSERVADOS</b> |
|---|----------------------------|
| <i>1. Prácticas en la enseñanza de las matemáticas</i>  |                            |
| a) Crea un ambiente que favorece una comunicación dialógica entre los alumnos.                          |                            |
| b) Recurre a experiencias previas de los alumnos utilizando elementos concretos y/o simbólicos.         |                            |
| c) Recurre a las experiencias previas de los alumnos utilizando elementos de la vida cotidiana.         | <i>1. Inicio</i>           |
|   | <i>2. Desarrollo</i>       |
|   | <i>3. Cierre</i>           |
| d) Dialoga con los estudiantes respecto a la temática a abordar en un lenguaje acorde y claro.          |                            |
| e) Notifica las actividades que se desarrollarán durante la clase.                                      |                            |
| f) Hace uso del trabajo individual y/o grupal realizado por los estudiantes para reforzar lo aprendido. |                            |

|   |  |
|---|--|
| g) Posee un manejo conceptual respecto de los contenidos abordados en la unidad.  |  |
| h) Aplica técnicas de organización de la información tales como tablas, gráficos, entre otros.  |  |
| i) Aplica técnicas de organización de la información a través de las herramientas TIC tales como softwares educativos (Geogebra), presentaciones en Power Point, entre otros. |  |
| <b>2. Representaciones semióticas</b>   |  |
| a) Utiliza herramientas concretas manipulables por los alumnos que favorecen su aprendizaje.  |  |
| b) Usa representaciones gráficas con el fin de desarrollar imágenes mentales y esquemas explicativos de un concepto matemático.   |  |
| c) Emplea un lenguaje algebraico para definir formalmente dicho concepto matemático.  |  |
| <b>3. Argumentación matemática en el aula</b>   |  |
| a) Propone pluralidad de registros de representación de los conceptos matemáticos.  |  |
| b) El docente representa y comunica la información permitiendo el desarrollo de nuevos conceptos en matemática.   |  |
| 1. Representación Concreta  |  |
| 2. Representación Pictórica   |  |
| 3. Representación Simbólica   |  |
| 4. Med. Semiótica Indirecta   |  |
| 5. Med. Semiótica Directa   |  |
| 6. Med. Cultural  |  |
| c) Desarrolla actividades que permiten el uso contextualizado y argumentativo de conceptos matemáticos.   |  |
| d) Considera las producciones lingüísticas de los alumnos en el desarrollo de actividades.  |  |
| 1. Nivel Reproducción   |  |
| 2. Nivel Conexión   |  |
| 3. Nivel Reflexión  |  |
| 4. Contra pregunta: ¿Por qué?   |  |

|   |                      |
|---|----------------------|
| 5. Imposición o diálogo   |                      |
| 6. Relación con el mundo real   |                      |
| <b>4. Desarrollo de la competencia matemática</b>   |                      |
| a) Propone problemáticas de reflexión en el desarrollo de estrategias de resolución.  |                      |
| b) Promueve instancias para que los estudiantes generen preguntas durante la clase.   |                      |
| c) Las actividades propuestas durante la clase promueven el desarrollo de estrategias de resolución matemática.             | <i>1. Inicio</i>     |
|   | <i>2. Desarrollo</i> |
|   | <i>3. Cierre</i>     |
| d) Solicita a los estudiantes justificar sus ideas con el fin de generar información matemática de utilidad.                |                      |
| e) Plantea situaciones matemáticas de reflexión para el uso de distintas herramientas matemáticas.                          |                      |
| f) Interpreta y representa expresiones matemáticas con palabras, dibujos, símbolos, números o materiales.                   |                      |
| g) Realiza explicaciones con un lenguaje matemático acorde al nivel de comprensión de los estudiantes.                      |                      |
| <b>5. Desarrollo del pensamiento crítico</b>  |                      |
| a) Usa los medios de comunicación para que los estudiantes puedan analizar de forma constructiva la información matemática. |                      |
| b) Mediante situaciones de diálogo, genera construcción grupal del conocimiento respecto a un tema determinado.             |                      |
| c) Fortalece el pensamiento crítico a través del análisis de situaciones problemáticas en diversos contextos.               |                      |

Fuente: Elaboración propia investigadores.

### 5.3. Entrevista

Se realizará una entrevista a los docentes de la muestra, que acuerdo con Rodríguez, Gil y García (1999), consiste en una técnica en la que se pide información con el propósito de obtener datos de una problemática en particular, permitiendo el flujo conversacional y la interacción entre los participantes. Según Cannell y Kahn (1968) citados en Cohen y Manion (2002), la entrevista de investigación se define como *“un diálogo iniciado por el entrevistador con el propósito específico de obtener información relevante para la investigación y enfocado por él sobre el contenido especificado por los objetivos de investigación de descripción, de predicción o de explicación sistemáticas”* (p. 378).

En el desarrollo de la entrevista existen varias situaciones a considerar tales como la relación entrevistador - entrevistado, la formulación de preguntas, la recogida de respuestas y la finalización de la entrevista. Es por ello que en el análisis e interpretación de los resultados, Hernández, Fernández y Baptista (1999) afirman que *“el entrevistador sistematiza, ordena, relaciona y extrae conclusiones del problema estudiado”* (p. 168). Dicha técnica permite una mayor flexibilidad de los participantes abriendo el diálogo y de esta manera extraer ideas que expresen el pensamiento de los sujetos. Se implementara una entrevista guiada semi-estructurada otorgándole al entrevistado cierta libertad para poder hablar de los temas en torno a los cuales se guía la entrevista. Otras características que podemos mencionar son las expuestas por Rogers y Bouey (2005) citados en Hernández, Fernández y Baptista (1999), quienes consideran que las preguntas y el orden en que se efectúan se adaptan a los participantes, siendo ésta una muy buena medida anecdótica.

Por último, se ha elegido este instrumento de investigación con el fin de obtener respuestas sobre las interrogantes que giran en torno a lo que se entiende de una buena práctica de enseñanza en el aula, además de conocer cuáles son las percepciones que los docentes tienen respecto a la importancia de la argumentación y en la promoción de esta habilidad en la realización de actividades en la clase de matemática. No menos importante es conocer y permitir que los docentes compartan las vivencias que han experimentado a lo largo de su trabajo pedagógico, lo cual sin lugar a dudas proporcionará una mirada más amplia de lo que significa enseñar matemática en la actualidad.

Las preguntas más relevantes que se considerarán en la entrevista semi-estructurada son:

- ¿Qué entiende por argumentar?
- ¿Qué prioriza al momento de enseñar un concepto en la unidad de Datos y Azar: actividades concretas, representaciones gráficas y/o fórmulas estadísticas?
- ¿Cuál cree usted que es el ambiente adecuado para realizar una clase?
- ¿Cuán importante son para usted los conocimientos que los alumnos han adquirido en años anteriores? ¿Por qué?
- ¿Cómo enseña la unidad de Datos y Azar?
- ¿Qué acción realiza frente a una respuesta errónea de un alumno?
- ¿Qué aspecto considera que debe tener un alumno para ser matemáticamente competente?

El propósito de esta entrevista es obtener información respecto al trabajo y gestión del docente realizada en el aula con la finalidad de aportar información al trabajo investigativo en cuestión. Precisamente, quienes participarán en esta actividad serán docentes que ejercen su labor en diversos establecimientos educacionales.

La información obtenida de esta entrevista será de uso exclusivo para fines investigativos y los datos proporcionados por los docentes serán guardados de manera confidencial. La duración de esta conversación no durará más de 40 minutos.

## **6. Técnicas del análisis de la investigación**

Para efectos de esta investigación, se definirá la habilidad de argumentar como *el acto comunicativo de justificar una idea o concepto, defender o validar una posición y emitir un juicio crítico acerca de un tema*. Una vez recogida la información necesaria para esta investigación los datos son sometidos a un análisis no estandarizado, que se realiza a medida que avanza el proceso de investigación y a través de un juicio personal del investigador. A pesar de ello, se posee de libertad para realizar un análisis, en el cual se necesita un mayor esfuerzo sistemático y riguroso que requiere de reglas que guíen las tareas de análisis y un plan de trabajo, que en este tipo de enfoque puede sufrir alteraciones o cambios. En general, tal análisis consta de los siguientes pasos:

- Revisión de todos los datos adquiridos (planificaciones, sesiones de clase y entrevistas).
- Establecer un sistema de codificación de los datos (notas de campo) en una tabla en el que se especificarán los objetivos, las técnicas de análisis y las categorías de información.

- Definir el método de análisis de datos.
- Organizar al grupo de investigadores que habrán de participar.
- Establecer fechas tentativas para realizar el análisis, esto último referido al momento en donde las observaciones no aportan nuevo material al estudio.

A continuación se mencionan las técnicas a utilizar correspondiente a los objetivos específicos mencionados con anterioridad.

Tabla 2: Objetivos específicos, técnicas de análisis y categorías propuestas.

| <b>OBJETIVOS</b>  | <b>TÉCNICAS DE ANÁLISIS</b>  | <b>CATEGORÍAS</b>   |
|---|--|---|
| N°1: Recopilar información de las planificaciones de profesores de matemática de primero medio respecto de la unidad de Datos y Azar y contrastarlas con el programa de estudio propuesto por el MINEDUC. | Para recopilar la información de las planificaciones de los docentes de matemática en el curso de primero medio en la unidad de Datos y Azar, se realizó una revisión de los aprendizajes esperados con el fin de compararlos con el programa de estudio de primero medio propuesto por el MINEDUC y la concordancia con las actividades propuestas en sus clases. | Las categorías que se relacionan con el objetivo específico N°1 son:<br>a. Aprendizajes esperados.<br>b. Objetivos de clase.<br>c. Conocimientos previos<br>d. Contenidos.<br>e. Habilidades.<br>f. Actividades.<br>g. Recursos didácticos.<br>h. Indicadores de evaluación.<br>i. Duración de la aplicación de la clase (horas pedagógicas). |



|  |   |   |
|--|---|---|
| <p>N°2: Observar y registrar el proceso de enseñanza que realizan los profesores de matemática en el aula en relación a la habilidad de argumentar al enseñar un contenido de la unidad de Datos y Azar.</p>     | <p>Para observar y registrar el proceso de enseñanza que realizan los profesores de matemática en relación a la habilidad de argumentar en la unidad de Datos y Azar, se realizó un registro audiovisual con el objetivo de observar la gestión del docente para comprobar la existencia de la habilidad de argumentar. Además, se recopiló la información de la planificación del profesor como de la realización de la entrevista.</p>  | <p>Las categorías relacionadas al objetivo específico N°2 corresponde a la pauta de observación elaborada y validada por el cuerpo investigativo de este proyecto.</p>  |
| <p>N°3: Analizar el proceso de enseñanza observado respecto de la habilidad de argumentar y contrastar con lo estipulado en sus planificaciones, las declaraciones en la entrevista y las clases realizadas.</p> | <p>Para analizar el proceso de enseñanza observado respecto a la habilidad de argumentar y contrastar con lo estipulado en sus planificaciones, las declaraciones en la entrevista y las clases realizadas, se entabló una conversación respecto a la experiencia vivida por el docente con el fin de conocer las creencias y el punto de vista que posee el profesor respecto a la enseñanza y la promoción de la habilidad de argumentar para luego relacionar la información recabada a partir del problema de investigación</p> | <p>Las categorías relacionadas con el objetivo N°3 corresponde al análisis de la pauta de observación y a la triangulación formada por:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Las planificaciones elaboradas por los docentes en relación a la pauta de observación.</li> <li>b. Dicho instrumento de observación en relación a la entrevista realizada.</li> <li>c. La coherencia entre la información obtenida en la entrevista con lo dicho en las planificaciones.</li> </ul> |

Fuente: Elaboración propia investigadores.

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS Y ANÁLISIS**

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se presenta el análisis de los datos obtenidos de los docentes de la muestra con respecto al análisis documental de las planificaciones, la observación de clases y la entrevista con el propósito de responder a los objetivos específicos planteados en el capítulo I.

Para el objetivo específico N°1 se consideran las siguientes categorías: aprendizajes esperados, objetivos de clase, conocimientos previos, contenidos, habilidades, actividades, recursos didácticos, indicadores de evaluación y duración de la aplicación de la clase. Para el objetivo específico N°2, se considera la pauta de observación y finalmente para el objetivo específico N°3 se considera la triangulación formada entre las planificaciones, las clases realizadas y las declaraciones en la entrevista.

#### **1. En relación al objetivo específico número 1**

*Recopilar información de las planificaciones de dos docentes de matemática de primero medio respecto de la unidad de Datos y Azar, contrastándolas con el programa de estudio propuesto por el Ministerio de Educación (MINEDUC).*

A continuación se presenta una tabla basada en el análisis documental considerando la planificación de tres clases elaboradas por el docente con el objetivo de contrastarla con lo estipulado por el MINEDUC.

Tabla 3: Relación entre lo establecido en la planificación elaborada por el profesor A con lo estipulado por el MINEDUC.

| CATEGORÍAS                 | PLANIFICACIÓN DEL PROFESOR A  | PROPUESTA CURRICULAR DEL MINEDUC  | JUICIO CONTRASTE  |
|----------------------------|---|---|---|
| 1.- Aprendizajes esperados | <p>Unidad VII: Medidas de tendencia central y posición.</p> <p>AE 01: Calcular la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño, extraídas desde una población.</p> <p>AE 02: Formular conjeturas y verificarlas en casos particulares acerca de la relación que existe entre la media aritmética de una población de tamaño finito y la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño, extraídas de dicha población.</p> <p>AE 03: Producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de posición y de tendencia central, aplicando criterios referidos al tipo de datos que se están utilizando.</p> <p>AE 04: Interpretar información, en diversos contextos, mediante el uso de medidas de posición y de tendencia central, aplicando criterios referidos al tipo de datos que se están utilizando.</p> <p>AE 05: Utilizar el cálculo de medidas de tendencia central y de posición para analizar muestras de datos agrupados en intervalos.</p> | <p>Unidad IV: Datos y azar.</p> <p>AE 02: Producir información, en contextos diversos, a través de gráficos obtenidos desde tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, manualmente o mediante herramientas tecnológicas.</p> <p>AE 04: Calcular la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño, extraídas desde una población.</p> <p>AE 05: Formular conjeturas y verificarlas en casos particulares acerca de la relación que existe entre la media aritmética de una población de tamaño finito y la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño, extraídas de dicha población.</p> <p>AE 06: Interpretar información, en diversos contextos, mediante el uso de medidas de posición y de tendencia central, aplicando criterios referidos al tipo de datos que se están utilizando.</p> <p>AE 08: Utilizar el cálculo de medidas de tendencia central y de posición para analizar muestras de datos agrupados en intervalos.</p> | <p>En lo expuesto, se evidencia que en la planificación del profesor se consideran cinco aprendizajes esperados que concuerdan con lo mencionado en los planes y programas del MINEDUC, sin embargo éstos no están en el mismo orden que se proponen, debido a los lineamientos propuestos por el cuerpo docente sujeto a los reglamentos internos del establecimiento.</p> |

|                           |   |  |  |
|---------------------------|---|--|--|
| 2.- Objetivos de clase    | <p>Objetivo de la clase N°1: Recuerdan conceptos claves y su aplicación.</p> <p>Objetivo de las clases N° 2 y 3: Construyen tablas de frecuencia con datos agrupados.</p> | No se evidencian explícitamente los objetivos específicos de clase en lo expuesto en los planes y programas del MINEDUC.   | En lo evidenciado en la planificación del profesor se exponen objetivos de aprendizajes para cada clase, sin embargo en los planes y programas del MINEDUC no se explicitan.   |
| 3.- Conocimientos previos | No se observa la “activación” de conocimientos previos por parte del profesor   | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Población y muestra.</li> <li>-Experimento aleatorio.</li> <li>-Gráficos de frecuencia.</li> <li>-Tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.</li> <li>-Media aritmética y moda para datos agrupados en intervalos.</li> <li>-Muestreo aleatorio simple.</li> <li>-Equiprobabilidad de eventos.</li> <li>-Principio multiplicativo.</li> <li>-Espacio muestral asociado a un experimento aleatorio.</li> <li>-Probabilidad teórica de un evento.</li> <li>-Modelo de Laplace.</li> <li>-Condiciones del modelo de Laplace: finitud del espacio muestral y equiprobabilidad.</li> </ul> | En vista de que no se observan explícitamente los conocimientos previos en la planificación, no hay concordancia con lo sugerido por los planes y programas del MINEDUC. No obstante, el docente considera los conocimientos previos de los estudiantes en el objetivo de clase N°1. |

|                 |  |  |   |
|-----------------|--|--|---|
| 4.- Contenidos  | <p><i>Clase N°1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Porcentajes.</li> <li>-Tablas de frecuencia.</li> <li>-Gráficos.</li> <li>-Medidas de tendencia central</li> </ul> <p><i>Clases N°2 y N°3</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Intervalos o clases.</li> <li>-Rango.</li> <li>-Amplitud.</li> <li>-Marca de clase.</li> <li>-Frecuencia absoluta.</li> <li>-Frecuencia relativa.</li> <li>-Tablas de frecuencia.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Histogramas, polígonos de frecuencia y de frecuencias acumuladas, considerando la interpretación de medidas de tendencia central y posición.</li> <li>-Medidas de tendencia central (media, moda y mediana) y medidas de posición (percentiles y cuartiles) de datos agrupados en intervalos.</li> <li>-Técnicas combinatorias para resolver diversos problemas que involucren el cálculo de probabilidades.</li> <li>-Muestras de un tamaño dado, en las que se pueden extraer desde una población de tamaño finito, con y sin remplazo.</li> <li>-Formulación y verificación de conjeturas, en casos particulares, acerca de la relación que existe entre la media aritmética de una población de tamaño finito y la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño extraídas de dicha población, con o sin remplazo.</li> <li>-Resolución de problemas en contextos de incerteza, aplicando el cálculo de probabilidades mediante el modelo de Laplace o frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del problema.</li> </ul> | <p>Los contenidos declarados en la planificación del docente no concuerdan en su mayoría con lo estipulado por el MINEDUC puesto que el proyecto de investigación se centró en los inicios de la unidad. Por otro lado, en las clases planificadas posteriormente el docente considera los contenidos faltantes.</p>        |
| 5.- Habilidades | <p>No se observan habilidades declaradas.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Obtener información a partir del análisis de los datos presentados en histogramas, polígonos de frecuencia y de frecuencias acumuladas, considerando la interpretación de medidas de tendencia central y posición.</li> <li>-Organizar y representar datos usando histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencias acumuladas, contruidos manualmente y con herramientas tecnológicas.</li> <li>-Analizar una muestra de datos agrupados en intervalos, mediante el cálculo de medidas de tendencia central (media, moda y mediana) y medidas de posición (Percentiles y</li> </ul>  | <p>Dado lo observado en la planificación con respecto a lo mencionado por el MINEDUC, se evidencia que el docente no considera el desarrollo de las habilidades en su planificación, en particular, la habilidad de argumentar. Sin embargo, en las actividades propuestas se reflejan implícitamente otras habilidades</p> |

|                 |  |   |  |
|-----------------|--|---|--|
|                 |  | <p>cuartiles), en diversos contextos y situaciones.</p> <p>-Resolver diversos problemas que involucren técnicas combinatorias para el cálculo de probabilidades.</p> <p>-Utilizar y establecer estrategias para determinar el número de muestras de un tamaño dado, que se pueden extraer desde una población de tamaño finito, con y sin reemplazo.</p> <p>-Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, acerca de la relación que existe entre la media aritmética de una población de tamaño finito y la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño extraídas de dicha población, con y sin reemplazo.</p> <p>-Resolver problemas en contextos de incerteza, aplicando el cálculo de probabilidades mediante el modelo de Laplace o frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del problema.</p> | <p>como <i>interpretar</i> que inducen el desarrollo de la habilidad en estudio.</p>   |
| 6.- Actividades | <p><i>Clase N°1</i></p> <p>-Interpretar información contenida en gráficos de barras.</p> <p>-Calcular porcentajes de acuerdo a la información obtenida en los gráficos.</p> <p>-Calcular media aritmética, moda y mediana de diversos grupos de datos.</p> <p>-Construyen tablas de frecuencia (sin intervalos)</p> <p><i>Clases N°2 y 3</i></p> <p>-Determinar el rango de un grupo de datos.</p> | <p>AE 02</p> <p>-Producen información relevante, a partir de un conjunto de datos en un cierto contexto.</p> <p>-Construyen una tabla de distribución de frecuencias en intervalos para organizar la información, estableciendo la cantidad de intervalos y su ancho más adecuado. Incluyen en la tabla el punto medio o marca de clase del intervalo, las frecuencias, las frecuencias relativas y las frecuencias relativas porcentuales.</p> <p>-Escogen y construyen un gráfico para presentar la información.</p> <p>-Calculan las medidas de posición central de la muestra (media, mediana y moda).</p>  | <p>De acuerdo a las actividades declaradas en la planificación en relación con lo sugerido por el MINEDUC, se puede evidenciar una discrepancia en la propuesta de actividades, dado que el MINEDUC sugiere actividades en base a los aprendizajes esperados, mientras que el docente propone actividades clase a clase elaboradas de forma independiente.</p> |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  | <p>-Determinar la amplitud de las clases de una tabla, hacer las clases y calcular la marca de clase correspondiente de cada una.</p> <p>-Determinar la frecuencia absoluta y relativa de cada clase.</p> | <p>-Ingresan los datos a una planilla electrónica y construyen un gráfico adecuado para verificar la respuesta anterior.</p> <p>AE 04 Y 05</p> <p>-Extraen muestras al azar de igual tamaño de una población finita P.</p> <p>-Extraen, de P, un número mayor de muestras de tamaño 3.</p> <p>-Realizan nuevamente el experimento anterior, pero con mayor cantidad de muestras de tamaño 3, y calculan la media de las medias y la comparan con la media de la población.</p> <p>-Conjeturan acerca de la relación que existe entre la media de las medias de muestras de igual tamaño extraídas desde una población y la media de esta.</p> <p>-Verifican la conjetura formulada en casos particulares.</p> <p>AE 06</p> <p>-A partir de un gráfico o de una tabla de datos de su interés, extraen información relevante para el contexto.</p> <p>-Comparan dos o más conjuntos de datos, usando medidas de tendencia central y posición.</p> <p>AE 08</p> <p>-Calculan la media de las muestras obtenidas de una población y que están agrupadas en intervalos, y utilizan este cálculo para analizar la muestra.</p> <p>-El profesor pide ahora a los estudiantes que utilicen cuartiles para analizar la información anterior y que entreguen conclusiones al respecto.</p> |  |
|--|---|--|--|



|                               |   |   |   |
|-------------------------------|---|---|---|
| 7.- Recursos didácticos       | No se observan la declaración de uso o presencia de recursos.   | No son declarados explícitamente en los planes y programas del MINEDUC.   | No se especifican qué recursos didácticos serán utilizados en la planificación ni tampoco se explicitan en los planes y programas expuestos por el MINEDUC.   |
| 8.- Indicadores de evaluación | <p><i>Clase N°1</i></p> <p>-Establecen diferencias entre distintos tipos de variables y determinan cálculos básicos de medidas de tendencia central.</p> <p><i>Clases N° 2 y 3</i></p> <p>-Construyen tablas de frecuencia con distinto número de intervalos.</p> | <p>AE 02</p> <p>-Determinan un número adecuado de intervalos para organizar (agrupar) un conjunto de datos, acorde a la cantidad de datos disponibles.</p> <p>-Construyen tablas de frecuencias con datos agrupados, donde seleccionen el tipo de frecuencia según el análisis que se requiera hacer.</p> <p>-Representan un conjunto de datos agrupados en intervalos mediante un histograma e interpretan la información acorde al contexto.</p> <p>-Construyen, a partir de un histograma, el polígono de frecuencia asociado y justifican la utilización de dicha representación gráfica.</p> <p>-Construyen un histograma o polígono de frecuencia, utilizando una herramienta tecnológica.</p> <p>AE 04</p> <p>-Establecen estrategias para determinar el número de muestra de un tamaño dado, con o sin reemplazo, que se pueden extraer de una población de tamaño finita.</p> <p>-Calculan el promedio de cada una de las muestras de igual tamaño extraídas desde una población.</p> <p>-Calculan el promedio de todos los promedios de muestras de igual tamaño extraídas desde una población.</p> | <p>Existe una escasa concordancia entre lo expuesto en la planificación del profesor y lo propuesto por el MINEDUC dado las diferencias mencionadas en las categorías anteriores.</p> <p>Esta concordancia se da en el concepto de medidas de tendencia central (media) y en la construcción de tablas de frecuencia.</p> |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  |  | <p>AE 05</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Realizan diferentes comparaciones entre la media de una población con la media de cada uno de los promedios de muestras de igual tamaño extraídas desde una población.</li> <li>-Conjeturan acerca de la relación que existe entre la media de una población y el promedio de cada uno de los promedios de muestras de igual tamaño extraídas desde una población.</li> <li>-Verifican, utilizando herramientas tecnológicas, la conjetura formulada.</li> </ul> <p>AE 06</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Interpretan información estadística, expresada en términos de cuartiles o quintiles publicada en medios de comunicación.</li> <li>-Evalúan la pertinencia del uso de medidas de posición o tendencia central de acuerdo al tipo de datos involucrados.</li> <li>-Extraen información respecto de medidas de posición, a partir de un polígono de frecuencia acumulada.</li> <li>-Comparan información respecto a dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y de posición y comunican sus conclusiones.</li> <li>-Extraen información en relación a una situación o fenómeno, en la que se presentan datos por medio de alguna de las medidas de tendencia central.</li> </ul> <p>AE 08</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Determinan el valor de la media muestral de datos agrupados en intervalos.</li> <li>-Determinan la mediana de muestras de datos agrupados en intervalos.</li> </ul> |  |
|--|--|---|--|

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
|   |  | -Determinan cuartiles y percentiles de muestras de datos agrupados en intervalos.<br>-Analizan muestras de datos agrupados en intervalos mediante cuartiles.<br>-Utilizan la media para analizar muestras de datos agrupados en intervalos. |  |
| 9.- Duración de la aplicación de las clases | Unidad VII: Medidas de tendencia central y posición.<br><br>12 horas pedagógicas | Unidad IV: Datos y azar.<br><br>80 horas pedagógicas  | En lo expuesto anteriormente, se presenta poca concordancia respecto a la duración de las clases (horas pedagógicas) entre lo propuesto por el docente en su planificación y lo establecido en los planes y programas. |

En consideración a lo estipulado por la planificación y en concordancia con lo sugerido por el MINEDUC, se evidencia que el profesor A considera parcialmente los planteamientos descritos en los planes y programas referido a los aprendizajes esperados, contenidos, las actividades sugeridas y los indicadores de evaluación para realizar sus clases. Las categorías restantes no son mencionadas explícitamente en el documento de planificación, en particular, no se especifica de qué manera se desarrollará la habilidad de argumentar.

Cabe mencionar que el MINEDUC considera horas pedagógicas globales, mientras que el profesor divide la unidad de Datos y Azar en tres sub-unidades. Para efectos de esta investigación y dadas las clases observadas, se considera la unidad VII: Medidas de tendencia central y posición.

Tabla 4: Relación entre lo establecido en la planificación elaborada por el profesor B con lo estipulado por el MINEDUC.

| CATEGORÍAS                 | PLANIFICACIÓN DEL PROFESOR B   | PROPUESTA CURRICULAR DEL MINEDUC   | JUICIO CONTRASTE  |
|----------------------------|--|--|---|
| 1.- Aprendizajes esperados | <p>Nombre de la unidad: Datos y Azar.</p> <p>AE: Obtener la cardinalidad de espacios muestrales y eventos, en experimentos aleatorios finitos, usando más de una estrategia.</p> <p>AE: Interpretar información, en diversos contextos, mediante el uso de medidas de posición y de tendencia central, aplicando criterios referidos al tipo de datos que se están utilizando.</p> | <p>Unidad IV: Datos y azar.</p> <p>AE 03: Obtener la cardinalidad de espacios muestrales y eventos, en experimentos aleatorios finitos, usando más de una estrategia.</p> <p>AE 06: Interpretar información, en diversos contextos, mediante el uso de medidas de posición y de tendencia central, aplicando criterios referidos al tipo de datos que se están utilizando.</p>   | <p>En lo expuesto, se evidencia que en la planificación existe una concordancia en dos aprendizajes esperados utilizados por el docente con respecto a lo nueve aprendizajes estipulado por el MINEDUC.</p> |
| 2.- Objetivos de clase     | <p>No se evidencia explícitamente los objetivos específicos de clase en lo expuesto en la planificación del docente.</p>   | <p>No se evidencian explícitamente los objetivos específicos de clase en lo expuesto en los planes y programas del MINEDUC.</p>  | <p>No se especifican qué objetivos de clase serán utilizados en la planificación ni tampoco se explicitan en los planes y programas expuestos por el MINEDUC.</p>   |
| 3.- Conocimientos previos  | <p>No se observa la “activación” de conocimientos previos por parte del profesor.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>-Población y muestra.</li> <li>-Experimento aleatorio.</li> <li>-Gráficos de frecuencia.</li> <li>-Tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.</li> <li>-Media aritmética y moda para datos agrupados en intervalos.</li> <li>-Muestreo aleatorio simple.</li> <li>-Equiprobabilidad de eventos.</li> <li>-Principio multiplicativo.</li> <li>-Espacio muestral asociado a un experimento aleatorio.</li> </ul> | <p>En lo declarativo, no se menciona en la planificación los conocimientos previos en contraste con lo que se explicita en los planes y programas del MINEDUC.</p>  |

|                |   |  |  |
|----------------|---|--|--|
|                |   | <p>-Probabilidad teórica de un evento.</p> <p>-Modelo de Laplace.</p> <p>-Condiciones del modelo de Laplace: finitud del espacio muestral y equiprobabilidad.</p>  |  |
| 4.- Contenidos | No se observan contenidos declarados en la planificación del docente. | <p>-Histogramas, polígonos de frecuencia y de frecuencias acumuladas, considerando la interpretación de medidas de tendencia central y posición.</p> <p>-Medidas de tendencia central (media, moda y mediana) y medidas de posición (percentiles y cuartiles) de datos agrupados en intervalos.</p> <p>-Técnicas combinatorias para resolver diversos problemas que involucren el cálculo de probabilidades.</p> <p>-Muestras de un tamaño dado, en las que se pueden extraer desde una población de tamaño finito, con y sin reemplazo.</p> <p>-Formulación y verificación de conjeturas, en casos particulares, acerca de la relación que existe entre la media aritmética de una población de tamaño finito y la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño extraídas de dicha población, con o sin reemplazo.</p> <p>-Resolución de problemas en contextos de incerteza, aplicando el cálculo de probabilidades mediante el modelo e Laplace o frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del problema.</p> | En lo explicitado, no se clarifican los contenidos que se trabajarán en la unidad, sin embargo, en los planes y programas se mencionan al inicio de cada unidad. |

|                 |  |   |   |
|-----------------|--|---|---|
| 5.- Habilidades | No se observan habilidades explícitas en la planificación del docente.   | <p>-Obtener información a partir del análisis de los datos presentados en histogramas, polígonos de frecuencia y de frecuencias acumuladas, considerando la interpretación de medidas de tendencia central y posición.</p> <p>-Organizar y representar datos usando histogramas, polígonos de frecuencia y frecuencias acumuladas, contruidos manualmente y con herramientas tecnológicas.</p> <p>-Analizar una muestra de datos agrupados en intervalos, mediante el cálculo de medidas de tendencia central (media, moda y mediana) y medidas de posición (Percentiles y cuartiles), en diversos contextos y situaciones.</p> <p>-Resolver diversos problemas que involucren técnicas combinatorias para el cálculo de probabilidades.</p> <p>-Utilizar y establecer estrategias para determinar el número de muestras de un tamaño dado, que se pueden extraer desde una población de tamaño finito, con y sin reemplazo.</p> <p>-Formular y verificar conjeturas, en casos particulares, acerca de la relación que existe entre la media aritmética de una población de tamaño finito y la media aritmética de las medias de muestras de igual tamaño extraídas de dicha población, con y sin reemplazo.</p> <p>-Resolver problemas en contextos de incerteza, aplicando el cálculo de probabilidades mediante el modelo de Laplace o frecuencias relativas, dependiendo de las condiciones del problema.</p> | En lo mencionado, no se observan explícitamente el desarrollo de las habilidades que va a considerar para la realización de sus clases, no obstante, son consideradas por el MINEDUC. |
| 6.- Actividades | <p><i>Clase N°5:</i></p> <p>-Se menciona el objetivo.<br/>-¿Qué es una permutación y una variación?<br/>-La profesora llega con una caja con 4 bolitas de distinto</p> | <p>Algunas actividades sugeridas:</p> <p>AE 03</p> <p>-Determinar las combinaciones posibles a partir de un conjunto finito de objetos.</p>   | En lo declarativo en la planificación en relación a lo expuesto por el MINEDUC, se observa que ambos aspectos   |

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
|  | <p>color, los alumnos realizan el diagrama de árbol para visualizar todos los ordenamientos posibles, pero al extraer dos bolitas. Ahora este procedimiento a través del método multiplicativo se deduce la fórmula y luego la profesora explica la fórmula de la variación.</p> <p>-Luego con la misma caja y las mismas bolitas, la profesora les dice que es con reposición, y los alumnos construyen un diagrama que represente el posible ordenamiento, luego aplican el principio multiplicativo y se deduce la fórmula de la variación con reposición.</p> <p>-Por último los alumnos ejercitan problemas aplicados a la vida diaria.</p> <p>-Se realiza un control de lo visto en clases.</p> <p>Se menciona el objetivo.</p> <p>-¿Cuáles son las medidas de posición?</p> <p>-¿Qué es un cuartil, percentil, quintil?</p> <p>-La profesora explica a través de una tabla de frecuencia, las medidas de posición, como el cuartil, quintil y percentil y cómo se calculan.</p> <p>-Da a conocer a través de un video donde se ocupa.</p> <p>-Luego los alumnos en conjunto con la profesora realizan ejercicios utilizando tablas de frecuencia, calculando las medidas de posición.</p> <p>-¿Para qué me sirve las medidas de posición?</p> <p>-¿En qué se diferencian las medidas de posición?</p> <p><i>Clase N°6:</i></p> <p>-Se menciona el objetivo.</p> <p>-¿Cuáles son las medidas de posición?</p> | <p>-Utilizan diagramas de árbol para determinar el espacio muestral de diversos experimentos aleatorios.</p> <p>-Utilizan técnicas combinatorias apropiadas para determinar la cardinalidad de espacios muestrales de experimentos aleatorios.</p> <p>-Seleccionan la técnica combinatoria apropiada para resolver problemas que involucren el cálculo de probabilidades, acorde a los requerimientos de cada problema.</p> <p>AE 06</p> <p>-A partir de un gráfico o de una tabla de datos de su interés, extraen información relevante para el contexto.</p> <p>-Comparan dos o más conjuntos de datos, usando medidas de tendencia central y posición.</p> | <p>concierten en su mayoría. Por ejemplo, en los planes y programas se menciona: “A partir de un gráfico o de una tabla de datos de su interés, extraen información relevante para el contexto” y en lo estipulado por el docente en la planificación se evidencia: “... muestra un gráfico y les pide a los alumnos que determinen algunas conclusiones y a través de ellas, se va a vincular con las medidas de posición,...”.</p> |
|--|---|---|--|

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  | <p>-¿Qué es un cuartil, percentil, quintil?</p> <p>-Recuerda lo que se vio la clase pasada a través de un ejercicio, donde se calculan las medidas de posición.</p> <p>-Luego los alumnos en conjunto con la profesora realizan ejercicios tales como: Completan tabla de frecuencia y responden preguntas acerca de ella.</p> <p>-Identifican representaciones de las medidas de posición.</p> <p>-Resuelven problemas aplicados a la vida diaria, calculan las medidas de posición a través de una tabla de frecuencia.</p> <p>-Analizan gráficos y determinan las medidas de posición.</p> <p>-¿Qué se puede deducir con las medidas de posición?</p> <p><i>Clase N°7:</i></p> <p>-Se menciona el objetivo.</p> <p>-Se recuerda en qué consiste las medidas de posición.</p> <p>-La profesora muestra un gráfico y le pide a los alumnos que determinen algunas conclusiones y a través de ellas se va a vincular con las medidas de posición, los alumnos van a calcularlas considerando la información del gráfico de polígono de frecuencia, luego se realiza lo mismo pero con un diagrama de caja.</p> <p>-Por último los alumnos ejercita a través del libro: Grafican datos a través de tabla de frecuencias.</p> <p>-Relacionan el diagrama de caja con las medidas de posición.</p> <p>-Se muestra un gráfico para finalizar y que ellos determinen las medidas de posición.</p> |  |  |
|--|--|--|--|



|                               |   |   |  |
|-------------------------------|---|---|--|
| 7.- Recursos didácticos       | No se observan la declaración de uso o presencia de recursos.   | No son declarados explícitamente en los planes y programas del MINEDUC.   | No se especifican qué recursos didácticos serán utilizados en la planificación ni tampoco se explicitan en los planes y programas expuestos por el MINEDUC.  |
| 8.- Indicadores de evaluación | <p><i>Clase N°5</i></p> <p>-Determinan la cardinalidad de un espacio muestral utilizando el principio multiplicativo en diversos experimentos aleatorios. Por ejemplo, al lanzar un dado y una moneda, el espacio muestral tiene <math>6 \cdot 2 = 12</math> resultados posibles.</p> <p>-Obtienen el número de muestras aleatorias posibles de un tamaño dado que se pueden extraer, sin reposición, desde una población de tamaño finito, aplicando el número combinatorio.</p> <p>-Seleccionan la técnica combinatoria apropiada para resolver problemas que involucren el cálculo de probabilidades, acorde a los requerimientos de cada problema.</p> <p>-Interpretan información estadística, expresada en términos de cuartiles o quintiles publicada en medios de comunicación.</p> <p>-Evalúan la pertinencia del uso de medidas de posición o tendencia central de acuerdo al tipo de datos involucrados.</p> | <p>AE 03</p> <p>-Determinan la cardinalidad de un espacio muestral utilizando el principio multiplicativo en diversos experimentos aleatorios. Por ejemplo, al lanzar un dado y una moneda, el espacio muestral tiene <math>6 \cdot 2 = 12</math> resultados posibles.</p> <p>-Obtienen el número de muestras aleatorias posibles de un tamaño dado que se pueden extraer, sin reposición, desde una población de tamaño finito, aplicando el número combinatorio.</p> <p>-Seleccionan la técnica combinatoria apropiada para resolver problemas que involucren el cálculo de probabilidades, acorde a los requerimientos de cada problema.</p> <p>AE 06</p> <p>-Interpretan información estadística, expresada en términos de cuartiles o quintiles publicada en medios de comunicación.</p> <p>-Evalúan la pertinencia del uso de medidas de posición o tendencia central de acuerdo al tipo de datos involucrados.</p> <p>-Extraen información respecto de medidas de posición, a partir de un polígono de frecuencia acumulada.</p> | En lo declarado, se evidencia que los indicadores de evaluación expuestos en la planificación concuerdan con los indicadores sugeridos para los dos aprendizajes esperados expuestos por el MINEDUC. |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  | <p>-Extraen información respecto de medidas de posición, a partir de un polígono de frecuencia acumulada.</p> <p>-Comparan información respecto a dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y de posición y comunican sus conclusiones.</p> <p>-Extraen información en relación a una situación o fenómeno, en la que se presentan datos por medio de alguna de las medidas de tendencia central.</p> <p><i>Clase N°6</i></p> <p>-Interpretan información estadística, expresada en términos de cuartiles o quintiles publicada en medios de comunicación.</p> <p>-Evalúan la pertinencia del uso de medidas de posición o tendencia central de acuerdo al tipo de datos involucrados.</p> <p>-Extraen información respecto de medidas de posición, a partir de un polígono de frecuencia acumulada.</p> <p>-Comparan información respecto a dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y de posición y comunican sus conclusiones.</p> <p>-Extraen información en relación a una situación o fenómeno, en la que se presentan datos por medio de alguna de las medidas de tendencia central.</p> | <p>-Comparan información respecto a dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y de posición y comunican sus conclusiones.</p> <p>-Extraen información en relación a una situación o fenómeno, en la que se presentan datos por medio de alguna de las medidas de tendencia central.</p> |  |
|--|--|---|--|

|   |  |   |   |
|---|--|---|---|
|   | <p><i>Clase N°7</i></p> <p>-Interpretan información estadística, expresada en términos de cuartiles o quintiles publicada en medios de comunicación.</p> <p>-Evalúan la pertinencia del uso de medidas de posición o tendencia central de acuerdo al tipo de datos involucrados.</p> <p>-Extraen información respecto de medidas de posición, a partir de un polígono de frecuencia acumulada.</p> <p>-Comparan información respecto a dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central y de posición y comunican sus conclusiones.</p> <p>-Extraen información en relación a una situación o fenómeno, en la que se presentan datos por medio de alguna de las medidas de tendencia central.</p> |   |   |
| 9.- Duración de la aplicación de las clases | <p>Nombre de la unidad: Datos y Azar</p> <p>Mes de noviembre</p>   | <p>Unidad IV: Datos y azar.</p> <p>80 horas pedagógicas</p> | <p>En lo expuesto en la planificación, el docente específico la duración de la unidad en meses, en cambio, el MINEDUC lo estipula en horas pedagógicas.</p> |

En consideración a lo estipulado por la planificación y en concordancia con lo sugerido por el MINEDUC, se evidencia que el profesor B considera dos de los nueve aprendizajes esperados de la unidad de Datos y Azar, asimismo las actividades concuerdan con las propuestas en los planes y programas, clarificando detalladamente los procedimientos a realizar, así como los indicadores de evaluación presentes en la planificación. Por otra parte, las categorías restantes no se visualizan en la planificación del docente, tales como los objetivos de clase, los conocimientos previos, los contenidos, las habilidades, los recursos didácticos y la duración de la aplicación de la clase. En particular, no se especifica de qué manera se desarrollará la habilidad de argumentar.

## **2. En relación al objetivo específico número 2**

*Observar y registrar el proceso de enseñanza que realizan los docentes de matemática en el aula en relación a la habilidad de argumentar al enseñar un contenido en la unidad de Datos y Azar.*

Se realizó el proceso de observación y registro de dos profesores en su trabajo docente en el aula escolar. Además se recopiló la información de las planificaciones y posteriormente se realizó una entrevista en profundidad con el profesor respecto de su proceso de enseñanza de la unidad Datos y Azar. Esta información se puede corroborar en el anexo I, II, III y IV y en el CD que se adjunta.

### 3. En relación al objetivo específico número 3

*Analizar el proceso de enseñanza observado respecto de la habilidad de argumentar y contrastar con lo estipulado en sus planificaciones, las declaraciones en la entrevista y las clases realizadas.*

Como instrumento de investigación, se ha considerado la pauta de observación elaborada en categorías basadas en el marco conceptual, con el fin de analizar las clases observadas en torno a la habilidad de argumentar.

A continuación, se presentan dos estructuras de la información. La primera que corresponde al registro y análisis del proceso de enseñanza del profesor en el aula escolar. La segunda estructura presenta el análisis, relacionando lo propuesto en la planificación, lo observado en las tres clases filmadas y la información extraída de la entrevista.

Tabla 5: Registro de las observaciones de clases filmadas del profesor A.

| CATEGORÍAS  | SUB-CATEGORÍAS  | RESULTADOS   | ANÁLISIS DE LA CLASE  |
|---|---|--|---|
| 1.- Prácticas en la enseñanza de las matemáticas. | a.- Crea un ambiente que favorece una comunicación dialógica entre los estudiantes. | <p><i>“Hoy día vamos a comenzar ¿Ya? La última unidad que vamos a alcanzar, a revisar en el año, que es la unidad de estadística ¿Ya? En esta unidad nosotros vamos a revisar dos temas que son súper importantes...”</i></p> <p><i>“¿Qué es lo primero que tenemos que hacer para</i></p> | <p>En lo declarativo, se evidencia que inicia la clase de manera tranquila y exponiendo el tema a los estudiantes. Se realizan preguntas para recordarles lo aprendido la clase anterior. En todo momento se observa un diálogo entre profesor y estudiante, en</p> |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   | <p><i>hacer la tabla? ¿Qué es lo primero que tenemos que calcular que determinar?”</i></p> <p><i>“¿Cómo se calcula el promedio?... (Respuesta del estudiante). Esta media aritmética o promedio cierto se calcula sumando todos los valores que tenemos... (Respuesta del estudiante). Y se divide por la cantidad. Ya vamos sumando, alguien que tenga calculadora a mano por favor”</i></p>                                      | <p>torno a un ambiente de respeto y de participación.</p>  |
|  | <p>b.- Recurre a experiencias previas de los estudiantes utilizando elementos concretos y/o simbólicos.</p> | <p><i>“Hablamos de moda, que como muy bien lo dice su palabra, ¿Qué será la moda?”</i></p> <p><i>“¿Cómo calculábamos la amplitud de los intervalos? (Respuesta del estudiante)... El rango partido por el número de intervalos ¿Cierto?”</i></p> <p><i>“Entonces, la primera medida de tendencia central es la media aritmética, que dijimos el otro día que esta media aritmética nosotros la conocíamos con otro nombre”</i></p> | <p>En lo afirmado anteriormente, el profesor les recuerda conceptos relacionados con elementos simbólicos como lo son la moda utilizando ideas previas de los estudiantes, el cálculo del rango y el concepto de media aritmética o también conocido por los estudiantes por promedio. No se evidencian elementos concretos durante las clases observadas.</p> |
|  | <p>c.- Recurre a las experiencias previas de los estudiantes utilizando elementos de la vida cotidiana.</p> | <p><i>“Ya chicos... Vamos a mirar aquí adelante, las notas de la últimas pruebas que ya les entregaron, no en la de ayer obviamente, sino que la anterior...”</i></p> <p><i>“El profesor escribe en la pizarra una actividad relacionada con los puntajes de un test de coeficiente intelectual aplicado a 50 personas”</i></p> <p><i>“Entonces vamos a analizar las edades de ustedes y me van a ir</i></p>                       | <p>En lo expuesto, el profesor fundamenta sus actividades en problemas extraídos de la cotidianeidad de los estudiantes como las notas de una evaluación o las edades de cada uno. Además, utiliza un problema contextualizado y de aplicación respecto al</p>   |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  |  | <i>diciendo uno por uno las edades que tienen, por favor”</i>  | contenido que se está revisando referido al indicador de cociente intelectual.  |
| d.- Dialoga con los estudiantes respecto a la temática a abordar en un lenguaje acorde y claro.          |  | <i>“Voy a hacer una corrección, esta es frecuencia absoluta. Ya, vamos ahora a considerar una segunda frecuencia en esta tablita. Vamos a considerar una segunda frecuencia ¿Ya? Que nos va a servir principalmente para responder preguntas como, por ejemplo, ¿Cuántos estudiantes de primero medio son menores de quince años?”</i>                                     | En lo explicitado, cada aclaración del profesor se realiza de manera clara y concisa. En todas las clases se puede evidenciar un diálogo fluido con los estudiantes, aclarando dudas puesto por puesto y analizando las actividades realizadas. |
| e.- Notifica las actividades que se desarrollarán durante la clase.                                      |  | <i>“En esta unidad nosotros vamos a revisar dos temas que son súper importantes, lo primero, que tiene que ver con las tablas de frecuencia y gráficos y lo segundo que tiene que ver con las medidas de tendencia central...”</i><br><br><i>“Hoy día vamos a trabajar en lo que estuvimos viendo ayer las voy a pasar revisando porque la tenían que traer terminada”</i> | En lo afirmado anteriormente, siempre el profesor les comunica a los estudiantes las actividades a realizar al inicio de la clase, además de retroalimentar lo visto en clases anteriores.  |
| f.- Hace uso del trabajo individual y/o grupal realizado por los estudiantes para reforzar lo aprendido. |  | <i>“Ya aquí para la moda hay una diferencia con respecto al ejemplo que vimos anteriormente, primero ¿Cuál es la clase modal? (Respuesta del estudiante). De 18 al 23 ¿cierto?, ya para la moda primero ocupábamos el límite inferior de la clase modal, que en este caso es 18”</i>   | En lo declarativo, el profesor, en ocasiones, hace uso de los procedimientos utilizados por los estudiantes reforzando lo aprendido.  |
| g.- Posee un manejo conceptual respecto de los contenidos abordados en la unidad.                        |  | <i>“... cuando tenemos hartos valores, cuando tenemos hartas diferencias entre el valor menor y el valor mayor, lo que vamos a hacer es agruparlos en intervalos”</i>  | En lo manifiesto, el profesor evidencia un manejo de los contenidos observándose un manejo conceptual.  |

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
|  |   | <p>“...si yo quiero 8 intervalos debería poder hacer los ocho intervalos pero como estamos hablando de notas, en realidad, no me sirve de nada hacer este octavo intervalo porque no voy a tener ningún elemento, porque no existen notas mayores a 7 ¿Cierto?”</p>   |   |
|  | <p>h.- Aplica técnicas de organización de la información tales como tablas, gráficos, entre otros.</p>  | <p>“Hay varios temas de esta unidad, dentro de los temas cierto, lo primero que vamos a revisar son las tablas de frecuencia, que ya lo vimos en las clases anteriores y vamos a ver los gráficos, que los vamos a dejar para un poquito más adelante”</p>  | <p>En lo expuesto, sólo se evidenció en las clases filmadas el uso de tablas de frecuencia para datos agrupados y no agrupados.</p>   |
|  | <p>i.- Aplica técnicas de organización de la información a través de las herramientas TIC tales como softwares educativos (Geogebra), presentaciones en Power Point, etc.</p> | <p>No existe evidencia de la aplicación de dichas herramientas TIC's en las clases observadas.</p>  | <p>No se evidencia en ninguna clase filmada.</p>  |
| <p>2.- Representaciones semióticas</p> | <p>a.- Utiliza herramientas concretas manipulables por los estudiantes que favorecen su aprendizaje.</p>  | <p>No se observa el uso de herramientas concretas en las actividades propuestas.</p>  | <p>No se evidencia en ninguna clase filmada.</p>  |
|  | <p>b.- Usa representaciones gráficas con el fin de desarrollar imágenes mentales y esquemas explicativos de un concepto matemático.</p>                                       | <p>No se evidencia el uso de representaciones gráficas de conceptos matemáticos.</p>  | <p>No se evidencia en ninguna clase filmada.</p>  |
|  | <p>c.- Emplea un lenguaje algebraico para definir formalmente dicho concepto matemático.</p>  | <p>“Entonces esta marca de clase que va a ser nuestro representante del intervalo... va a ser el promedio entre los dos valores del intervalo. Ahí está entonces la marca de clase es el promedio del límite en cada intervalo. La marca de clase es lo que les dé el promedio... Nunca se va a aproximar porque como es el representante, yo no puedo modificar al representante”</p> <p>“...quiero calcular el número de intervalos, entonces ¿Cómo lo calcularía?... si... tenemos una cantidad de intervalos, no puede ser un número decimal,... cuando les dé un número decimal tienen</p> | <p>En lo declarativo se evidencia que el docente va formando gradualmente cada concepto matemático que aborda utilizando un lenguaje matemático simbólico y estructurado.</p> |



|   |  |  |   |  |
|---|--|--|---|--|
|   |  |  | <p><i>que aproximarle al siguiente número entero...”</i></p> <p><i>¿Qué es la clase modal?...como estamos hablando de la moda ciertos y la moda es el rango que más se repite, El intervalo que tiene mayor frecuencia absoluta... es la clase modal.</i></p>   |  |
| 3.- Argumentación matemática en el aula | a.- Propone pluralidad de registros de representación de los conceptos matemáticos.                              |  | No se observa el uso de diversos registros para representar los conceptos matemáticos.  | Durante las observaciones realizadas, el profesor no gestiona una pluralidad de registro de representación.  |
|   | b.- El docente representa y comunica la información permitiendo el desarrollo de nuevos conceptos en matemática. | 1.- Representación Concreta                                    | No se evidencian representaciones concretas en la propuesta de actividades.   | Respecto a lo observado en las clases, el profesor no realiza representaciones concreta para el desarrollo de nuevos conceptos matemáticos.  |
|   |  | 2.- Representación Pictórica                                   | No se evidencian representaciones pictóricas en las actividades propuestas.   | En las clases observadas, el docente no realiza representaciones pictóricas.   |
|   |  | 3.- Representación Simbólica                                   | <p><i>“Este valor que acabamos de anotar, este <math>f_i</math> ¿Qué significa?”</i></p> <p><i>“...para que lo escriban en grande, bien bonito, en color, subrayado, con luces y todo lo que puedan ponerle”</i></p> $\bar{X} = \sum \frac{f_i \cdot M_c}{n}$ <p><i>“...acá se utiliza una fórmula un poquito más larga, así que les voy a poner la fórmula y les voy a ir explicando que significa cada parte”</i></p> | En las clases observadas el docente realiza actividades y definiciones, haciendo uso de representaciones simbólicas con el objetivo de crear un nuevo concepto en los estudiantes. |
|   | 4.- Mediación Semiótica Indirecta  | <i>“¿Por qué habrá pasado eso? Estará malo...estará bueno”</i> | Durante lo observado en las clases, el docente  |  |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  |  |  | gestiona que los estudiantes se cuestionen si los datos entregados son válidos.   |
|  |  | 5.- Mediación Semiótica Directa  | <p>“...cuando hablo de medida de tendencia central, hablamos de media aritmética que ustedes la conocen con otro nombre, que lo calculan todo el tiempo...”</p> <p>“... entonces el rango va a ser la diferencia entre el dato mayor y el dato menor.”</p> <p>“...Necesito tener un representante. Ese representante en matemáticas, se llama marca de clase”</p> |
|  |  | 6.- Mediación Cultural   | El docente promueve la comprensión del concepto de rango, que permite agrupar una gran cantidad de datos en intervalos mediante un ejemplo de las edades de los integrantes del colegio.  |
|  | c.- Desarrolla actividades que permiten el uso contextualizado y argumentativo de conceptos matemáticos. | <p>“Por ejemplo, acá dentro del curso nosotros tenemos un rango de edad. ¿Quién es el menor?”</p> <p>“Lo primero que vamos hacer hoy es recordar cómo se calculan estas medidas de tendencia central para datos no agrupados, para luego poder verlo en datos agrupados, entonces para eso vamos analizarlas edades de ustedes y me van a ir diciendo uno por uno las edades que tienen por favor”</p> | En lo evidenciado, el profesor desarrolla actividades cuyos elementos que pertenecen al contexto de los estudiantes.  |

|   |                                |  |   |
|---|--------------------------------|--|---|
| d.- Considera las producciones lingüísticas de los estudiantes en el desarrollo de actividades. | 1.- Nivel de reproducción      | <p>“Ya y ahora la amplitud, ¿Cómo se calcula? (Estudiantes responden: 32,9 dividido 5. Serían 6,58, creo. Sí)”</p> <p>“...quiero calcular el número de intervalos, entonces ¿Cómo lo calcularía? (Estudiante responde: La amplitud está multiplicando y pasa dividiendo al otro lado)”</p>                   | En lo declarativo, el profesor considera producciones lingüísticas en el desarrollo de actividades bajo un nivel de reproducción, realizando preguntas mientras éstas se desarrollan. |
|   | 2.- Nivel de conexión          | No se observan actividades pertenecientes al nivel de conexión.  | En las clases observada, no se evidencia un nivel de conexión de parte del docente.   |
|   | 3.- Nivel de reflexión         | No se evidencian actividades de reflexión en las clases observadas.  | En las clases observada, no se evidencia un nivel de reflexión de parte del docente.  |
|   | 4.- Contra pregunta: ¿Por qué? | <i>Hicimos 7 intervalos y nosotros habíamos contemplado hacer 8. ¿Por qué habrá pasado eso?... (Estudiante responde)...Profesora pregunta; ¿Por qué?... (Estudiante responde)”</i>   | En lo manifiesto, el profesor considera ciertas producciones lingüísticas con la finalidad de realizar una contra pregunta.   |
|   | 5.- Imposición o diálogo       | <i>“Profesora:... ¿Se acuerdan que hablábamos de un representante? Estudiantes: Si Profesora: ¿Quién era ese representante? Estudiantes: la marca de clase”</i>  | En las clases observada, se evidencia que existe un ambiente de respeto, en donde el dialogo es fundamental para el desarrollo propicio de las actividades.                           |
|   | 6.- Relación con el mundo real | <i>“... Lo primero que vamos hacer hoy es recordar cómo se calculan estas medidas de tendencia central para datos no agrupados, para luego poder verlo en datos agrupados, entonces para eso vamos analizar las edades de ustedes y me van a ir diciendo uno por uno las edades que tienen por favor...”</i> | En lo declarativo, el profesor considera producciones lingüísticas proponiendo actividades relacionadas con el mundo real.  |

|   |  |   |   |
|---|--|---|---|
| 4.- Desarrollo de la competencia matemática | a.- Propone problemáticas de reflexión en el desarrollo de estrategias de resolución.                            | <p>“... ¿Ya? Entonces ¿Qué tendríamos que hacer nosotros? ¿Cómo supieron que eran 24?”</p> <p>“...Pero ahora nosotros tenemos la amplitud y tenemos el rango, por lo tanto, para calcular el número de intervalos ¿Qué tenemos que hacer?”</p> <p>“Una de las formas de hacerlo cierto, es ir eliminando uno en cada extremo: ese se elimina con ese, ese con ese, ese con ese, ese con ese y así voy eliminando uno y uno, ese elimina a ese y así obviamente ¿cierto? Nos va a quedar al medio el 15. ¿Cuál sería la otra forma?”</p> | En lo declarativo, se observa que el docente plantea situaciones de reflexión al estudiante con el objetivo de buscar nuevas estrategias de resolución.                                     |
|   | b.- Promueve instancias para que los estudiantes generen preguntas durante la clase.                             | <p>“Estudiante: Disculpe que le vuelva a preguntar. Cuando decía la cantidad de intervalos ¿A qué se refería?”</p> <p>“Estudiante: Disculpe que le vuelva a preguntar. Cuando decía la cantidad de intervalos ¿A qué se refería?”</p>   | En las clases observadas, el docente da la oportunidad para que los estudiantes pregunten sus inquietudes y se puedan resolver las dudas respecto al contenido nuevo que se va aprendiendo. |
|   | c.- Las actividades propuestas durante la clase promueven el desarrollo de estrategias de resolución matemática. | <p>“Ya aquí chiquillos nosotros tenemos dos formas de hacer esta multiplicación y división”</p>   | En las clases observadas, se evidencia que las actividades realizadas buscan desarrollar estrategias de resolución. Estas actividades se ven reflejadas en el transcurso de la clase.       |

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
|  | <p>d.- Solicita a los estudiantes justificar sus ideas con el fin de generar información matemática de utilidad.</p> | <p>“¿Cómo se saca esta frecuencia relativa porcentual? ¿Cuál será la frecuencia relativa porcentual?”</p> <p>“Lo que está de moda y ¿Cómo uno sabe lo que está de moda?”</p> <p>“12,5, ya entonces yo puedo encontrar, ¿puedo encontrar el dato 12,5?”</p>  | <p>En lo declarativo, se observa en las clases del docente plantea preguntas abiertas con el objetivo de que los estudiantes justifiquen sus ideas y puedan desarrollar nuevo conocimiento de utilidad.</p> |
|  | <p>e.- Plantea situaciones matemáticas de reflexión para el uso de distintas herramientas matemáticas.</p>           | <p>“Efectivamente ¿Cierto? tenemos nuestro 100%. Ahora, esto chiquillos es lo óptimo ¿Ya? Como les mencionaba uno puede tener, de repente, diferencias sobre todo en estos valores de 0,01 o 0,99, por lo tanto la frecuencia relativa porcentual nos puede dar 101% o 99%. Todo va a depender de las aproximaciones”</p> <p>“¿Qué es lo que está mal? Que si yo quiero 8 intervalos debería poder hacer los ocho intervalos pero como estamos hablando de notas, en realidad, no me sirve de nada hacer este octavo intervalo porque no voy a tener ningún elemento, porque no existen notas mayores a 7 ¿Cierto?”</p> | <p>Se manifiesta en las clases observadas que el profesor plantea problema o aclara situaciones con la finalidad de desarrollar conocimiento de utilidad para el estudiante.</p>                            |
|  | <p>f.- Interpreta y representa expresiones matemáticas con palabras, dibujos, símbolos, números o materiales.</p>    | <p>“Este valor que acabamos de anotar, este <math>f_i</math> ¿Qué significa?”</p> <p>“¿Cierto? esos dos valores. Si se fijan, obviamente, me tiene que coincidir este valor (1). Lo mismo acá, me tiene que coincidir ese valor (25) con ese valor de ahí (25). Siempre tienen que estar igual porque o sino, algún error están cometiendo”</p>   | <p>Se manifiesta en las clases que el profesor explica e interpreta cada modelo matemático.</p>   |

|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
|  |   | <p>“...que cada uno de estos catorce valores en este intervalo van a corresponder a esa marca de clase, de esa forma vamos a estimar más o menos este promedio, esta media aritmética”</p>   |   |
|  | <p>g.- Realiza explicaciones con un lenguaje matemático acorde al nivel de comprensión de los estudiantes.</p>  | <p>“...Lo primero que nosotros tenemos que considerar ¿Cierto? Es cuanta cantidad de gente hay en cada uno de estos rangos de edad, entonces, ¿cuántos de aquí tienen 14 años?”</p> <p>“... Ya, entonces tenemos aproximadamente entre los 4 y los 60 años. Se imaginan hacer una tabla de esta forma, con 4, 5, 6, 7, 8, 9... ¿Hasta los 60 años?”</p> <p>“Primero tienes que hacer la tabla, y para hacer la tabla tienes que calcular cuántos intervalos vas a hacer para eso tiene que haber un rango y una amplitud”</p> <p>“Si tengo doce datos acá y tengo doce datos acá al medio no me queda ninguno, por lo tanto, se van a tomar los dos datos que están al medio, o sea el dato doce y el dato trece, esos dos y se promedian esos dos para sacar la mediana.”</p> | <p>En lo evidenciado, el docente durante todas sus clases tiene un lenguaje pertinente y acorde al nivel de comprensión de los estudiantes.</p>                                       |
| 5.- Desarrollo del pensamiento critico | <p>a.- Usa los medios de comunicación para que los estudiantes puedan analizar de forma constructiva la información matemática.</p> <p>b.- Mediante situaciones de diálogo, genera construcción grupal del conocimiento respecto a un tema determinado.</p> | <p>No hay un registro escrito de dicha categoría.</p> <p>“... ¿Cómo se saca esta frecuencia relativa porcentual? ¿Cuál será la frecuencia relativa porcentual?”</p> <p>“... ¿Quién será el mejor representante de este intervalo? ¿Será la nota</p>  | <p>No se evidencia en ninguna clase filmada.</p> <p>En lo manifiesto, el profesor durante el transcurso de la clase genera un ambiente de diálogo con los estudiantes, realizando</p> |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  | <i>más baja? ¿Será la nota más alta?"</i><br><br><i>"... ¿A quién se le ocurre que dato se puede ocupar?..."</i>   | diversas preguntas respecto al contenido expuesto, con la finalidad de generar una construcción grupal del tema.   |
|  | c.- Fortalece el pensamiento crítico a través del análisis de situaciones problemáticas en diversos contextos. | <i>"Hicimos 7 intervalos y nosotros habíamos contemplado hacer 8. ¿Por qué habrá pasado eso? ..."</i><br><br><i>"... Por lo tanto, todos mis cálculos están bien hechos. Ahora, si yo hago un octavo intervalo voy a tener entre las notas 7 a la 7,6 y ¿Existen esas notas?"</i><br><br><i>"... ¿Qué hubiera pasado si nosotros hubiéramos puesto en vez de 3,5, aquí 3,4 y de ahí hubiéramos empezado a contar el resto?..."</i> | En lo declarativo, el profesor no plantea situaciones de análisis, pero si durante el desarrollo de la clase se logra evidenciar una actividad que ayuda a promover el pensamiento crítico en los estudiantes. |

En relación al objetivo específico número 3 y considerando la pauta de observación a partir del registro audio visual, se evidencia que el profesor A promueve parcialmente la habilidad de argumentar a partir del diálogo basado en un ambiente de respeto y de participación, además de poseer un manejo conceptual, empleando un lenguaje algebraico adecuado en la definición de conceptos matemáticos y en actividades que promueven el uso de representaciones simbólicas.

Junto con ello, el docente realiza preguntas abiertas con el fin de que los estudiantes justifiquen sus ideas haciendo uso de la contra pregunta, así como promover esporádicamente el desarrollo del pensamiento crítico. Sin embargo, no propone diversos registros de representación de los conceptos matemáticos tales como concreto y pictórico, del mismo modo no se evidencian actividades de conexión y reflexión.

Tabla 6: Registro de las observaciones de clases filmadas del profesor B.

| CATEGORÍAS                                       | SUB-CATEGORÍAS   | RESULTADOS   | ANÁLISIS DE LA CLASE  |
|--|--|--|---|
| 1.- Prácticas en la enseñanza de las matemáticas | a.- Crea un ambiente que favorece una comunicación dialógica entre los alumnos.                  | <p><i>“Comencemos entonces. ¿Quién se acuerda de lo que habíamos visto la clase pasada que tenía que ver con probabilidad? ¿Quién se acuerda?”</i></p> <p><i>“¿Qué es lo que hacíamos con los cuartiles? (Respuesta del estudiante) La cantidad total de elementos teníamos que dividirlo en...”</i></p> <p><i>“Ya, ¿Qué datos podríamos obtener por ejemplo con la primera? Como aquí en este caso <math>f</math> es 20, ¿La frecuencia acumulada sería?”</i></p> | En lo manifiesto, el docente realiza preguntas con el fin de entablar el diálogo con los estudiantes. En varias ocasiones, insiste en que guarden silencio. Está pendiente del trabajo individual y de aclarar dudas que surjan en el desarrollo de la clase. |
|  | b.- Recurre a experiencias previas de los alumnos utilizando elementos concretos y/o simbólicos. | <p><i>“Dijimos cuando en este caso con repetición, se acuerdan que en vez de 3 bolas, habían tres bolitas pero tres bolitas, dos habían rojas y una era azul, se repetía una de ellas. ¿Y qué pasaba cuando se repetía una? ¿Cómo se hacía la fórmula? ¿Cómo era la fórmula?”</i></p>  | En lo expuesto, se evidencia que en todas las clases el profesor considera los conocimientos previos de los estudiantes adquiridos en clases anteriores, con el fin de recordarles conceptos e ideas claves. Dichos elementos son simbólicos (permutación,    |



|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
|  |   | <p><i>“Ya, las medidas de posición dijimos ¿Cuáles eran? La clase pasada, ayer comenzamos con esta materia”</i></p>   | <p>medidas de posición, etc.)</p>   |
|  | <p>c.- Recurre a las experiencias previas de los alumnos utilizando elementos de la vida cotidiana.</p> | <p><i>“Dijimos cuando en este caso con repetición, se acuerdan que en vez de 3 bolas, habían tres bolitas pero tres bolitas, dos habían rojas y una era azul, se repetía una de ellas. ¿Y qué pasaba cuando se repetía una? ¿Cómo se hacía la fórmula?”</i></p>   | <p>Se evidencia en una ocasión que el docente recurre a una actividad previa utilizando elementos de la vida real, como por ejemplo de las bolitas de colores.</p>  |
|  | <p>d.- Dialoga con los estudiantes respecto a la temática a abordar en un lenguaje acorde y claro.</p>  | <p><i>“20 ¿Y qué significa entonces? Que tengo 20 posibilidades de escoger dos colores. Dígame (Pregunta del estudiante). Porque tres factorial es 3 por 2 y por 1 y eso es seis. Se entiende este (Indicando la pizarra) ¿O hacemos otro?”</i></p> <p><i>“Veinticinco. ¿Se dieron cuenta por qué aparece “n” partido por cuatro o no?”</i></p> <p><i>“...En este caso, si yo digo el percentil veinticinco y digo el cuartil uno, estoy hablando de lo mismo. Entonces, esta</i></p> | <p>En lo explicitado, se observa que el docente comunica las conclusiones obtenidas de las actividades en un lenguaje acorde para los estudiantes, pero no es claro en cuanto a su registro de voz. Se destaca que cuando un estudiante no comprende la explicación proporcionada, el profesor está dispuesto a repetir lo antes declarado. Las dudas de los estudiantes son atendidas en su mayoría.</p> |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  |  | <i>fórmula me sirve para ambos. Por eso Alexandra, es lo mismo pero en realidad aquí te van a dar todos los casos”</i>   |   |
|  | e.- Notifica las actividades que se desarrollarán durante la clase.                                      | <p><i>“El objetivo lo habíamos visto la clase anterior ¿No es cierto? El objetivo es el siguiente (Escribe el objetivo de la clase)”</i></p> <p><i>“Entonces, lo que vamos a hacer hoy día: le voy a escribir la fórmula y vamos a trabajar con la fórmula que es muy parecida cuando trabajábamos con la moda y la mediana”</i></p> <p><i>“Ya, lo que vamos a hacer hoy día tiene que ver con que vamos a practicar todo lo que vimos la clase pasada pero con el libro...”</i></p> | En lo declarativo, en todas las clases observadas se puede evidenciar que el profesor les comunica a los estudiantes las actividades y objetivos propuestos.                            |
|  | f.- Hace uso del trabajo individual y/o grupal realizado por los estudiantes para reforzar lo aprendido. | <i>“(Pregunta del estudiante) ¡Ah! En vez de eso, da 16, ¡Ah! Si, si se puede. A ver lo que pasa es que aquí tienes que considerar que como es 2 se multiplica hacia al lado, pero si fuera 3, sería 3! que es 3 por 2 ¿Cierto?”</i>   | En algunas ocasiones se puede evidenciar que el docente usa las ideas y conclusiones de los estudiantes, en su mayoría para hallar otra estrategia para resolver el problema planteado. |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  | <p><i>“Cristian ¿Cómo lo sacaste tú? ¿Con diagrama o cómo? (Respuesta del estudiante) Permutación ¿Cómo sería?”</i></p>  |  |
|  | <p>g.- Posee un manejo conceptual respecto de los contenidos abordados en la unidad.</p>               | <p><i>“Esos 16 son las veces que se repite la letra, en este caso que la teníamos que ir descontando, porque si las cambiamos de orden nos van a dar la misma palabra”</i></p> <p><i>“Primero, lo que tenemos que identificar es: primer paso, identificar el intervalo del cuartil que era ese porque corresponde al veinticinco por ciento. Límite inferior ese que está ahí, 220. Después, 370 corresponde al “n” que es el total de datos, dividido por cuatro, en este caso recuerden que el cuartil de divide en cuatro”</i></p> | <p>En lo expuesto, se observa que el docente posee un manejo conceptual lo que le permite explicar los procedimientos y los conceptos relacionados tanto en la determinación de las medidas de posición así como en la elaboración de tablas de frecuencia con medidas de tendencia central.</p> |
|  | <p>h.- Aplica técnicas de organización de la información tales como tablas, gráficos, entre otros.</p> | <p><i>“De acuerdo a esta tabla, vamos a hacer los cálculos para explicarles de manera que ustedes entiendan”</i></p> <p><i>“Porque aquí nos conviene hacerlo con diagrama de árbol”</i></p>  | <p>En lo expuesto, durante el desarrollo de las clases se evidencia el uso de tablas de frecuencia y diagramas de árbol en las actividades propuestas.</p>   |

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
|   | i.- Aplica técnicas de organización de la información a través de las herramientas TIC tales como softwares educativos (Geogebra), presentaciones en Power Point, entre otros. | “...voy a ver si podemos conseguir el control, porque tengo el libro digital así que lo trabajamos en la pizarra”       | Aunque es poco recurrente, se pudo observar el uso del proyector con el fin de mostrar el texto escolar en forma digital en la realización de las actividades.             |
| 2.-<br>Representaciones semióticas      | a.- Utiliza herramientas concretas manipulables por los alumnos que favorecen su aprendizaje.  | <i>No se observa el uso de herramientas concretas en las actividades propuestas.</i>                                    | No se evidencia en ninguna clase filmada.  |
|   | b.- Usa representaciones gráficas con el fin de desarrollar imágenes mentales y esquemas explicativos de un concepto matemático.   | “...hacerlo con diagrama de árbol ¿no cierto? Es que decíamos S O L”  | En lo declarativo se evidencia que el docente se preocupa en desarrollar representaciones semióticas de tipo pictórico (referida al diagrama de árbol).                    |
|   | c.- Emplea un lenguaje algebraico para definir formalmente dicho concepto matemático.  | “¿Cuántas letras son? 1, 2, 3... Luego sería 9, ...<br>Escribe en la pizarra<br>$P_{2,2,2,2}^9 = \frac{9!}{2!2!2!2!}$ ” | En las clases observadas el docente desarrolla el concepto de variación y percentiles a partir del uso del lenguaje algebraico (factorial, límite inferior del intervalo). |
| 3.- Argumentación matemática en el aula | a.- Propone pluralidad de registros de representación de los conceptos matemáticos.  | <i>No se observa el uso de diversos registros para representar los conceptos matemáticos.</i>                           | Durante las observaciones realizadas, el profesor no gestiona una pluralidad de registros de representación.   |
|   | b.- El docente representa y comunica la información permitiendo el desarrollo de nuevos  | 1. Representación Concreta  | <i>No se evidencian representaciones concretas en la propuesta de actividades.</i>   |

|                          |                             |   |   |
|--------------------------|-----------------------------|---|---|
| conceptos en matemática. | 2. Representación Pictórica | <i>No se evidencian representaciones pictóricas en las actividades propuestas.</i>  | En las clases observadas, el docente no realiza representaciones pictóricas.  |
|                          | 3. Representación Simbólica | <p><i>“Entonces, lo que vamos a hacer hoy día: le voy a escribir la fórmula y vamos a trabajar con la fórmula que es muy parecida cuando trabajábamos con la moda y la mediana...”</i></p> <p><i>“...Entonces, la fórmula, coloquen ahí Variación con reposición y vamos a escribir la fórmula para que no se les olvide y luego, nuevamente ustedes van a hacer problemas y hay varios. Colocan entonces...”</i></p> | Durante las observaciones, el docente realiza con mayor frecuencia la representación simbólica, con el objetivo de crear un nuevo concepto matemático en los estudiantes.   |
|                          | 4. Med. Semiótica Indirecta | <i>No se evidencia mediación semiótica indirecta en las actividades del docente.</i>  | En lo declarativo no se observa que el docente haga uso de la mediación semiótica indirecta, puesto que no gestiona que los estudiantes se cuestionen los datos entregados. |
|                          | 5. Med. Semiótica Directa   | <i>“... Se dan cuenta que es muy parecido a la moda, o a la mediana. Es lo mismo: teníamos que identificar el intervalo y luego completar todo lo demás...”</i>   | Durante las observaciones, el docente gestiona en escasas ocasiones el uso de mediación semiótica directa durante las clases.   |

|  |  |                  |   |   |
|--|--|------------------|---|---|
|  |  | 6. Med. Cultural | <p>“... <i>Le pregunto y digo ya todos tienen posibilidad y la vuelvo a echar a la urna, en este caso sería una variación con reposición porque vuelve otra vez y lo podría volver a preguntar. Entonces la fórmula de la variación tiene que ver con que es por ejemplo el n tiene que ver con el total de datos con respecto a r y es tan fácil como decir que es n elevado a r. Por ejemplo, en este caso, el ejemplo anterior sería 4 elevado a 2...</i>”</p> | <p>En las clases observadas se puede evidenciar que solo en un momento de la clase el docente gestiona la mediación cultural, la cual se efectúa cuando explica el concepto de variación con reposición un ejemplo.</p> |
|  | c.- Desarrolla actividades que permiten el uso contextualizado y argumentativo de conceptos matemáticos. |                  | <p>“... <i>el ejemplo decíamos que de 5 bolitas en este caso de distinto color, tomábamos por ejemplo solamente dos o solamente tres, ahí es variación ¿no es cierto?</i>”</p> <p>“<i>Ejemplo entonces, dijimos. Bárbara tiene ocho prendas distintas para salir a pasear y debe escoger tres</i>”</p> <p>“...<i>durante una prueba que se ha dado un grupo de 7 Estudiantes, se toma el tiempo</i>”</p>  | <p>En lo evidenciado, el profesor desarrolla actividades cuyos elementos si pertenecen al contexto de los estudiantes.</p>  |

|   |                       |   |   |
|---|-----------------------|---|---|
|   |                       | <i>en que los estudiantes demoran en responder, el tiempo que se demoran en una prueba...</i>   |   |
| d.- Considera las producciones lingüísticas de los alumnos en el desarrollo de actividades. | 1. Nivel Reproducción | <p><i>“...Profesor: ¿Cuánto? ¿Cuántas letras son? (Estudiantes responden: Tres.) Profesor: Tres ¿Cómo se calculaba eso? (Estudiantes responden: 3 por 2 por 1)”</i></p> <p><i>“Profesor:... ¿Y cómo era la formula? (Estudiante responden: <math>P_3^8</math>)”</i></p> <p><i>“Profesor ¿Cuáles eran los cuartiles? (Estudiantes responden: Cuatro, cuatro.) Profesor: ¿Qué es lo que hacíamos con los cuartiles? (Estudiantes responden: El total de datos lo dividían en cuatro)”</i></p> | En lo declarativo, el profesor considera producciones lingüísticas en el desarrollo de actividades bajo un nivel de reproducción, realizando preguntas mientras éstas se desarrollan. |
|   | 2. Nivel Conexión     | <i>No se observa actividades pertenecientes al nivel de conexión.</i>   | En las clases observadas, no se evidencia un nivel de conexión de parte del docente.  |
|   | 3. Nivel Reflexión    | <i>No se evidencian actividades de reflexión en las clases observadas.</i>  | En las clases observadas, no se evidencia un nivel de conexión de parte del docente.  |

|  |  |  |   |   |
|--|--|--|---|---|
|  |  | <p>4. Contra pregunta:<br/>¿Por qué?</p> | <p>“Profesora:<br/>¿Por qué Flavia?<br/>Estudiantes:<br/>Porque el de arriba termina en cincuenta y ocho y el de abajo termina en ochenta y tres”</p> <p>“Profesor: ¿Por qué en el tercero Luis?<br/>Estudiantes:<br/>Porque ahí está.<br/>Profesor: ¿Pero por qué? No me sirve el “Porque sí”. Pero el quintil dos, ¿A qué corresponde?”</p> | <p>En lo manifiesto, el profesor en escasas ocasiones realiza contra preguntas a los estudiantes, sin embargo, muchas de las preguntas que realiza no les asigna un tiempo suficiente para que los estudiantes puedan contestarlas.</p> |
|  |  | <p>5. Imposición o diálogo</p>           | <p>“Estudiantes:<br/>Profe, ¿La última 2 dividido por 40 le dio 0.95?<br/>Profesor: 0,05. Ya y la frecuencia en este caso porcentual ¿Cuál sería?<br/>Estudiantes:<br/>50%<br/>Profesor: Sería 50%; 37,5%”</p>  | <p>En las clases observadas, se evidencia que existe un ambiente de respeto, en donde la imposición resalta por sobre el dialogo en el desarrollo propicio de las actividades.</p>  |
|  |  | <p>6. Relación con el mundo real</p>     | <p>“Pensemos aquí que tenemos, una silla, dos silla, y otra silla. Y tenemos tres personas, que podrían por ejemplo ser a, b, y c. Ana, Barbará, Camila. ¿De cuantas maneras se pueden sentar?”</p>   | <p>En lo manifiesto, el profesor considera actividades que tienen relación con el mundo real.</p>   |



|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| <p>4.- Desarrollo de la competencia matemática</p> | <p>a.- Propone problemáticas de reflexión en el desarrollo de estrategias de resolución.</p>                            | <p><i>¿Cómo podríamos hacerlo con respecto a la permutación? Se acuerdan que vimos ejercicios de este tipo. ¿Cómo podría ser este ejemplo, con respecto a la permutación?</i></p> <p><i>“Aquí obviamente que la E se repite tres veces va hacer distinto ¿No cierto?, en la parte de arriba no se repetía ninguna letra, acá se repite la letra.”</i></p>  | <p>En lo declarativo, el docente en escasa ocasiones se evidencia que propone actividades reflexivas para los estudiantes, con el fin de desarrollar nuevas estrategias.</p>                     |
|  | <p>b.- Promueve instancias para que los estudiantes generen preguntas durante la clase.</p>                             | <p><i>No se evidencia esta sub-categoría en las clases filmadas.</i></p>   | <p>No se evidencia en ninguna clase filmada.</p>   |
|  | <p>c.- Las actividades propuestas durante la clase promueven el desarrollo de estrategias de resolución matemática.</p> | <p><i>“¿De cuantas maneras se puede escribir la palabra “reconocer”?</i><br/><i>¿Quién sabrá cómo se hace esto a ver?</i><br/><i>Porque se repiten dos letras.”</i></p> <p><i>“Lo que vamos a hacer aquí es validar, pongan atención. Revisemos entonces, vamos a calcular el cuartil uno. Vamos a revisar, primero ¿Qué hay que hacer entonces? ¿Qué tenemos que identificar como primer paso?”</i></p> | <p>En las clases observadas, se evidencia que son pocas las actividades realizadas que buscan desarrollar estrategias de resolución. La gran mayoría de las actividades son de reproducción.</p> |

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
|  |  | <p><i>Como lo hacíamos con la moda.”</i></p>  |   |
|  | <p>d.- Solicita a los estudiantes justificar sus ideas con el fin de generar información matemática de utilidad.</p> | <p><i>“¿Quién se acuerda de lo que habíamos visto la clase pasada que tenía que ver con probabilidad? ¿Quién se acuerda? Vimos la variación ¿Ya? ¿Qué más? Permutación, muy bien. ¿Quién se acuerda? ¿Qué es lo que era permutación? Se acuerdan un poquito”</i></p> <p><i>“Profesor: Al veinticinco por ciento. ¿Qué quiere decir? Que yo tengo que buscar, ¿En dónde podría buscar esto yo?”</i></p> <p><i>Estudiantes: En la frecuencia relativa.”</i></p> | <p>Se observa en las clases que el docente plantea preguntas cerradas de las cuales muy pocas de ellas permiten que los estudiantes puedan justificar sus ideas.</p>              |
|  | <p>e.- Plantea situaciones matemáticas de reflexión para el uso de distintas herramientas matemáticas.</p>           | <p><i>“Es que decíamos S O L, y después buscamos en este caso la palabra que sigue y así sucesivamente, pero a veces tres letras no es tanto, pero si fueran cinco letras o una buena cantidad de letras es más difícil.”</i></p> <p><i>“Si sacamos que el b, el b podría ser el tercer lugar entonces, tenemos que él a</i></p>  | <p>Se manifiesta en las clases observadas que el profesor plantea problemas o aclara situaciones con la finalidad de desarrollar conocimiento de utilidad para el estudiante.</p> |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   | <p><i>es el cuarto, el c y el d, lo repito porque obviamente si tiene el tercer lugar no tiene el cuarto lugar, el c sería, el a, b y d, y el d sería.”</i></p>  |  |
| f.- Interpreta y representa expresiones matemáticas con palabras, dibujos, símbolos, números o materiales. | <p><i>“<math>P_3^8</math>. Era el total de elementos y la cantidad en este caso que se repetía. Acá entonces en la parte del numerador ¿Qué es lo que era?, el total de elemento que sería 8! Y abajo la cantidad en este caso que se repetía que es 3! ¿Cómo se calcula eso chiquillos?”</i></p> <p><i>“Sería el 14 porque sería el total de letra y abajo la cantidad de repeticiones ¿Qué sería?, 3, 2, 2, 3. (<math>P_{3,2,2,3}^{14}</math>)”</i></p> | <p>En lo evidenciado, el docente está constantemente interpretando las soluciones o los resultados de los estudiantes, para obtener un aprendizaje más significativo.</p>  |  |
| g.- Realiza explicaciones con un lenguaje matemático acorde al nivel de comprensión de los estudiantes.    | <p><i>“¡Ah! En vez de eso, da 16, ¡Ah! Si, si se puede. A ver lo que pasa es que aquí tienes que considerar que como es 2 se multiplica hacia al lado, pero si fuera 3, sería 3! que es 3 por 2 ¿Cierto?, después 3 por 2, en todo lo mismo que hacerlo hacía al lado, solamente con el 2 solamente puede hacerse</i></p>   | <p>En lo declarativo se evidencia durante todas las clases, que el docente explica con un lenguaje acorde al nivel de los estudiantes, sin embargo estas explicaciones no son claras debido a la modulación del docente.</p> |  |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  |  | <i>altiro, sino, si tú lo sabes, lo puedes sacar inmediatamente”</i>  |  |
| 5.- Desarrollo del pensamiento crítico | a.- Usa los medios de comunicación para que los estudiantes puedan analizar de forma constructiva la información matemática. | <i>No hay un registro escrito de dicha categoría.</i>   | No se evidencia en ninguna clase filmada.  |
|  | b.- Mediante situaciones de diálogo, genera construcción grupal del conocimiento respecto a un tema determinado.             | <i>“... ¿De cuantas maneras se puede escribir la palabra “reconocer”?<br/>¿Quién sabrá cómo se hace esto a ver?...”</i><br><br><i>“... ¿Cómo podría ser? De variación, hay 45 creo, no creo que falte nadie, así son 45 cabecitas que pueden pensar ¿Cómo sería?”</i>   | En lo manifiesto, se observa parcialmente que el profesor genera instancias de diálogo durante algunos momentos de la clase, debido a que en general realiza repaso del contenido de la clase anterior con el objetivo de generar construcción parcial de algunos conceptos nuevos respecto al mismo tema. |
|  | c.- Fortalece el pensamiento crítico a través del análisis de situaciones problemáticas en diversos contextos.               | <i>“... luego dice una tarjeta madre, pero tiene dos modelos distinto, tendría dos entonces.<br/>¿Cuántas opciones tiene para conectar?<br/>¿Cómo lo podríamos hacer ahí?”</i><br><br><i>“Dice que, son tres niños. Pensemos aquí que tenemos, una silla, dos silla, y otra silla. Y tenemos tres personas, que podrían por ejemplo ser a, b, y c. ¿De cuantas maneras se pueden sentar?”</i> | En lo declarativo, el profesor no plantea situaciones de análisis pero si realiza algunos problemas contextualizados del texto guía, con la finalidad de que los estudiantes puedan analizar las situaciones propuestas durante el desarrollo de la clase.   |

En relación al objetivo específico número 3 y considerando la pauta de observación a partir del registro audiovisual, se evidencia que el profesor B no promueve la habilidad de argumentar debido a que existe un diálogo forzado con los estudiantes dado que el ambiente de orden durante las actividades es impuesto por el docente. Además, las preguntas planteadas son de carácter cerrado lo cual no promueve la reflexión y la justificación de las ideas de los estudiantes, debido a la ausencia de actividades de conexión y reflexión. Del mismo modo, el registro de voz del profesor no favorece la comunicación clara de las ideas matemáticas relacionadas, lo que dificulta la comprensión de los conceptos matemáticos los cuales solo son de tipo simbólico, omitiendo los registros de representación concreto y pictórico. Sin embargo, posee un buen manejo conceptual lo que permite el uso de diversas técnicas de la información tales como tablas y diagramas. Cabe destacar que el docente notifica los objetivos al inicio, además de atender las dudas de los estudiantes, retroalimentando los conocimientos previos en cada clase y usando, en ocasiones, el trabajo realizado por los estudiantes.

Las siguientes tablas permiten consolidar el análisis documental de las planificaciones y la observación de las clases realizadas por los profesores, surgiendo así una triangulación planificación – pauta de observación – entrevista con el fin de contrastar dichos elementos.

Tabla 7: Relación entre lo establecido en la planificación, lo observado en las clases filmadas y la entrevista realizada al profesor A.

| CATEGORÍAS                               | SUB-CATEGORÍAS              | HALLAZGOS PROFESORA A   | JUICIO ANÁLISIS   |
|--|-----------------------------|---|---|
| 1.- Planificación – Pauta de Observación | a.- Objetivo de aprendizaje | <i>AE 05 Utilizar el cálculo de medidas de tendencia central y de posición para analizar muestras de datos agrupados en intervalos.</i> | Respecto a lo expuesto en la planificación en relación a lo declarado en la pauta de observación con respecto a <i>plantear situaciones matemáticas de reflexión para el uso de distintas herramientas matemáticas</i> , se puede |

|                       |   |  |
|-----------------------|---|--|
|                       |   | evidenciar que el desarrollo de dicho aprendizaje esperado permite la utilización como el análisis de los elementos de estudio involucrados.   |
| b.- Objetivo de clase | <p>N°1 <i>Recuerdan conceptos claves y su aplicación.</i></p> <p>N°2-3 <i>Construyen tablas de frecuencia con datos agrupados.</i></p>  | De acuerdo a lo declarado en la planificación y en concordancia con lo estipulado en la pauta de observación referente a <i>proponer problemas de reflexión en el desarrollo de estrategias de resolución</i> , los objetivos de clase propuestos contribuyen parcialmente a la promoción de la reflexión en problemas matemáticos.          |
| c.- Contenidos        | <p>1.- Porcentajes.</p> <p>2.- Tablas de frecuencia.</p> <p>3.- Gráficos.</p> <p>4.- Medidas de tendencia central.</p> <p>5.- Intervalos o clases.</p> <p>6.- Rango.</p> <p>7.- Amplitud.</p> <p>8.- Marca de clase.</p> <p>9.- Frecuencia absoluta.</p> <p>10.- Frecuencia relativa.</p> | De acuerdo a los contenidos considerados en la planificación en relación a los diversos registros de representación semiótica explicitados en la pauta de observación, se puede evidenciar que se consideran representaciones tanto pictóricas (gráficos) como simbólicas (medidas de tendencia central, tablas de frecuencia, entre otros.) |
| d.- Actividades       | <p>a.- Interpretar información contenida en gráficos de barras.</p> <p>b.- Calcular porcentajes de acuerdo a la información obtenida los gráficos.</p> <p>c.- Calcular media aritmética, moda y mediana de diversos grupos de datos.</p>  | De acuerdo a las actividades consideradas en la planificación de clase en relación a los niveles de reproducción, conexión y reflexión destacados en la pauta de observación, se observa solo actividades de reproducción.   |

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
|  |   | <p>d.- Construyen tablas de frecuencia (sin intervalos).</p> <p>e.- Determinar el rango de un grupo de datos.</p> <p>f.- Determinar la amplitud de las clases de una tabla, hacer las clases y calcular la marca de clase correspondiente a cada una.</p> <p>g.- Determinar la frecuencia absoluta y relativa de cada clase.</p>  |   |
| <p>2.- Pauta de observación – Entrevista</p> | <p>1.- Prácticas en la enseñanza de las matemáticas</p> | <p>a.- En el desarrollo de las clases crea un ambiente que favorece la comunicación con los estudiantes.</p> <p>b.- Recurre a experiencias previas de los estudiantes utilizando solo elementos simbólicos.</p> <p>c.- En los inicios de las clases, utiliza elementos de la vida cotidiana para recurrir a experiencias previas de los estudiantes.</p> <p>d.- El profesor dialoga con los estudiantes en un lenguaje acorde y claro.</p> <p>e.- En el inicio de las clases les notifica las actividades a trabajar.</p> <p>f.- En ocasiones, se evidencia un trabajo individual y/o grupal entre los estudiantes, siempre en conjunto con el docente.</p> | <p>De acuerdo a lo declarado en la pauta de observación y lo evidenciado en la entrevista, el docente considera importante la participación de los estudiantes y que ellos puedan aclarar sus dudas en la clase. El profesor resalta la importancia del orden en el aula para el buen funcionamiento del grupo curso y la relevancia en el aprendizaje de los estudiantes. Respecto a las experiencias previas de los estudiantes, el profesor afirma que los contenidos vistos en cursos anteriores son importantes para poder avanzar con los contenidos correspondientes en el curso actual.</p> |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   | <p>g.- Posee un manejo conceptual de los contenidos abordados en la unidad.</p> <p>h.- Las técnicas de organización aplicadas corresponden a tablas de frecuencia.</p>   |  |
|  | 2.- Representaciones semióticas             | a.- Emplea un lenguaje algebraico entorno a fórmulas matemáticas relacionadas con las medidas de tendencia central.  | En base a lo declarado en la pauta de observación y en la entrevista realizada, el profesor sólo considera actividades simbólicas, enfocándose en ver los contenidos y evaluarlos.   |
|  | 3.- Argumentación en el aula                | <p>a.- Se observa la representación simbólica de los conceptos. El docente gestiona que los estudiantes se cuestionen si los datos entregados son válidos, así como también la entrega de los conceptos de manera clara y acorde a los estudiantes relacionándolos con lo que ellos conocen de su entorno.</p> <p>b.- Se observa que las actividades sugeridas durante las clases son de carácter contextualizado.</p> <p>c.- Se evidencian actividades de reproducción, resaltando el diálogo y la cotidianidad de los problemas conectados con el mundo real. Además, considera ciertas producciones lingüísticas de los estudiantes con el fin de realizar preguntas.</p> | Respecto a lo planteado en la pauta de observación y lo establecido en la entrevista, el docente destaca la importancia de la resolución de un problema, de evaluar las soluciones obtenidas y la justificación de las mismas, profundizando en el significado de los conceptos matemáticos. |
|  | 4.- Desarrollo de la competencia matemática | a.- Las problemáticas propuestas promueven la reflexión de   | Considerando lo afirmado en la pauta de observación y de acuerdo a lo declarado en la  |



|                                |  |   |   |
|--------------------------------|--|---|---|
|                                |  | <p>estrategias de resolución.</p> <p>b.- Promueve instancias para que los estudiantes generen preguntas.</p> <p>c.- Las actividades propuestas promueven el desarrollo de estrategias de resolución matemática durante el transcurso de la clase.</p> <p>d.- Se evidencia que el profesor plantea preguntas abiertas con el objetivo de que los estudiantes justifiquen sus ideas.</p> <p>e.- El docente plantea situaciones matemáticas de reflexión en el uso de herramientas matemáticas.</p> <p>f.- Se manifiesta en las clases que el profesor explica e interpreta cada modelo matemático.</p> <p>g.- Las aclaraciones y explicaciones las realiza con un lenguaje matemático acorde al nivel de los estudiantes.</p> | <p>entrevista, se puede observar que el docente hace hincapié al desarrollo de la competencia matemática desde cursos anteriores, lo que ayudaría eventualmente en niveles posteriores. Además, clarifica el hecho de que el aprendizaje posee otros componentes aparte de lo memorístico, dando lugar al análisis y a la justificación de los procedimientos utilizados.</p> |
|                                | 5.- Desarrollo del pensamiento crítico | a.- Se observa una construcción del conocimiento a nivel grupal. Dicha construcción es siempre guiada por el profesor promoviendo el diálogo.   | De acuerdo a lo planteado en la pauta en relación a lo estipulado en la entrevista, se puede concluir que el docente evidencia una falta de interés por parte de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento crítico, dado que según el profesor, los estudiantes no poseen la voluntad para razonar, analizar y pensar de manera crítica.                               |
| 3.- Entrevista – Planificación | a.- Ambiente de aula                   | <i>“... me gusta que participen, no me gustan los cursos cuando son</i>   | Dado lo explicitado en la entrevista, no se evidencia una   |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  |  | <p><i>muy silenciosos, que no responden a nada, que no quieren participar, que son vergonzosos o que simplemente no les interesa”</i></p> <p><i>“un clima de orden en la sala, cuando los chiquillos están en sus puestos, como corresponde cuando tienen sus materiales como corresponde es mejor todavía y más se puede lograr en su aprendizaje”</i></p> | <p>concordancia con lo expuesto en la planificación, puesto que no se clarifica de qué manera se han de realizar las actividades (individual, en parejas, grupos de trabajo) ni tampoco los contenidos de carácter actitudinales adquiridos.</p>   |
|  | b.- Conocimientos previos de los estudiantes | <p><i>“... para uno es súper importante que los contenidos que los chiquillos tienen que haber visto en cursos anteriores, los tengan súper aprendidos”</i></p>   | <p>De acuerdo a la entrevista, el docente ha tenido que responsabilizarse por contenidos que los estudiantes debieron haber visto en cursos anteriores, lo cual ha retrasado sus actividades. Sin embargo, en la planificación no se evidencia que conocimientos previos se requieren para dicha unidad.</p> |
|  | c.- Habilidad de argumentar                  | <p><i>“... es importante que los chiquillos sepan más allá de resolver un problema, del saber por qué se resuelve de esa forma, que significa la respuesta que van a obtener, ver si esa respuesta es la adecuada o no es la adecuada para el problema y que sepan justificar cada uno de los pasos que ellos hacen al resolver un problema”</i></p>        | <p>En cuanto a la planificación, no se explicitan qué habilidades se han de trabajar durante la unidad, sin embargo en la realización de la entrevista el docente considera importante la justificación de los procedimientos utilizados, así como tener claro por qué se realizan dichas estrategias.</p>   |
|  | d.- Registros de representación semiótica    | <p><i>“... se utiliza harto lo que es la fórmula porque es lo que tienen que manejar, actividades concretas, en realidad, dependiendo del tiempo que tengo”</i></p>   | <p>En vista de la entrevista realizada y en concordancia con lo estipulado en la planificación, se evidencia que solamente el docente ha considerado contenidos cuyas</p>  |

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  |  |   | representaciones son a nivel pictórico y simbólico, descartando por tiempo representaciones concretas.   |
|  | e.- Desarrollo del pensamiento crítico | <i>“... uno necesita que los chiquillos piensen, que los chiquillos vayan más allá, que tengan un juicio, que, no sé, que valoren lo que están haciendo y es súper complicado”</i>                        | En cuanto a la planificación, no se explicita dicha aseveración, aun cuando durante la entrevista el docente hace referencia a la importancia de promover el juicio crítico en los estudiantes.  |
|  | f.- Desarrollo de reflexión            | <i>“... es súper importante que estas habilidades se vayan desarrollando desde chiquititos y bien chiquititos o sea, que ellos se acostumbren a darle el por qué a todo a entender el porqué de todo”</i> | En la planificación no se explicita esta categoría, no obstante, durante la entrevista el profesor resalta la importancia que tiene el pensar reflexivamente desde la niñez, pues es complicado trabajar con actividades de reflexión sin estar familiarizado con el razonamiento. |

Refiriéndose a la planificación elaborada por el docente en relación a la pauta de observación, se destaca que el profesor A considera un aprendizaje esperado que requiere del análisis de los datos estadísticos, mientras que los objetivos de las primeras tres clases evidencian actividades menos complejas, aun cuando de acuerdo a lo declarado en la planificación, estas actividades de análisis e interpretación se ven reflejadas en las clases posteriores. En cuanto a los contenidos, si bien en dicho documento se especifican contenidos de carácter pictórico (gráficos) no son considerados en las clases observadas, evidenciándose sólo los de tipo simbólico (fórmulas estadísticas). En general, la realización de las clases observadas estuvo compuesta principalmente por actividades de reproducción. Las categorías restantes no son mencionadas en la planificación (conocimientos previos, habilidades, recursos didácticos), por lo que no es posible realizar un análisis de éstas.

Respecto a la pauta de observación en relación a la entrevista, se puede concluir que el profesor A plasma tanto de manera textual como verbal su interés por promover la participación de los estudiantes y el orden que debe existir dentro del aula en el desarrollo de sus clases. Le otorga relevancia a los contenidos y a evaluar los conocimientos de los estudiantes a partir de actividades simbólicas, no descartando la posibilidad de actividades concretas y/o pictóricas. Por otra parte, hace hincapié a la importancia que tiene la resolución de un problema y lo que esto conlleva, es decir, a que el estudiante sea capaz de justificar y evaluar posibles soluciones frente a una problemática dada, comprendiendo el significado de los conceptos matemáticos involucrados. Destaca la importancia que posee el incentivo del desarrollo de la competencia matemática como del pensamiento crítico a los estudiantes desde pequeños, con el fin de guiarlos de mejor manera y que ellos puedan construir el conocimiento. Las categorías restantes no son evidenciadas en el registro de la pauta de observación (herramientas TIC's, herramientas concretas manipulables, representaciones gráficas, entre otros), por lo que no es posible realizar un juicio de éstas.

En base a la entrevista de acuerdo a la planificación del docente, se puede afirmar que no considera un trabajo grupal en sus actividades, sino que en todo momento es él quien guía a los estudiantes en su aprendizaje. La consideración de los conocimientos previos depende del trabajo realizado en cursos anteriores pero que de igual forma no es mencionado en su planificación ni tampoco las habilidades que se pretenden lograr desarrollar.

Finalmente, considerando los tres aspectos mencionados en relación a la habilidad de argumentar, se puede afirmar que en las primeras tres clases observadas no se evidencia el desarrollo del razonamiento matemático dado el nivel de complejidad de los objetivos de clase propuestos. Se puede observar que los elementos necesarios para evidenciar la habilidad de argumentar son escasos, debido a que se utiliza una sola representación de los conceptos, en particular el simbólico. Además, las actividades propuestas se limitan al nivel de reproducción, restringiendo el desarrollo de habilidades más complejas tales como justificar, interpretar, entre otros que permite emitir juicios respecto a un tema matemático relacionado.

No obstante, el interés del docente por incentivar la participación de los estudiantes genera instancias de diálogo que permiten aclarar dudas, compartir opiniones y justificar ideas.

Tabla 8: Relación entre lo establecido en la planificación, lo observado en las clases filmadas y la entrevista realizada al profesor B.

| CATEGORÍAS                               | SUB-CATEGORÍAS              | HALLAZGOS PROFESOR B   | JUICIO ANÁLISIS   |
|--|-----------------------------|--|---|
| 1.- Planificación – Pauta de Observación | a.- Objetivo de aprendizaje | <p>AE: Obtener la cardinalidad de espacios muestrales y eventos, en experimentos aleatorios finitos, usando más de una estrategia.</p> <p>AE: Interpretar información, en diversos contextos, mediante el uso de medidas de posición y de tendencia central, aplicando criterios referidos al tipo de datos que se están utilizando.</p>   | Respecto a lo expuesto en la planificación en relación a lo declarado en la pauta de observación con respecto a <i>plantear situaciones matemáticas de reflexión para el uso de distintas herramientas matemáticas</i> , se puede observar que el docente busca desarrollar nuevas estrategias de resolución acuerdo a lo declarado en sus aprendizajes esperados.  |
|  | b.- Actividades             | <p><i>Clase N°5:</i></p> <p>-Se menciona el objetivo.</p> <p>-¿Qué es una permutación y una variación?</p> <p>-La profesora llega con una caja con 4 bolitas de distinto color, los alumnos realizan el diagrama de árbol para visualizar todos los ordenamientos posibles, pero al extraer dos bolitas. Ahora este procedimiento a través del método multiplicativo se deduce la fórmula y luego la</p> | De acuerdo a las actividades consideradas en la planificación de clase y según la pauta de observación, se observan todos los niveles declarados según el programa PISA (reproducción, conexión y reflexión). Además, se evidencia la aplicación de técnicas de organización de la información tales como tablas de frecuencia y diagramas de árbol, reflejándose elementos concretos, pictóricos y simbólicos. |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | <p>profesora explica la fórmula de la variación.</p> <p>-Luego con la misma caja y las mismas bolitas, la profesora les dice que es con reposición, y los alumnos construyen un diagrama que represente el posible ordenamiento, luego aplican el principio multiplicativo y se deduce la fórmula de la variación con reposición.</p> <p>-Por último los alumnos ejercitan problemas aplicados a la vida diaria.</p> <p>-Se realiza un control de lo visto en clases.</p> <p>Se menciona el objetivo.</p> <p>-¿Cuáles son las medidas de posición?</p> <p>-¿Qué es un cuartil, percentil, quintil?</p> <p>-La profesora explica a través de una tabla de frecuencia, las medidas de posición, como el cuartil, quintil y percentil y cómo se calculan.</p> <p>-Da a conocer a través de un video donde se ocupa.</p> <p>-Luego los alumnos en conjunto con la profesora realizan ejercicios utilizando tablas de frecuencia, calculando las medidas de posición.</p> <p>-¿Para qué me sirve las medidas de posición?</p> <p>-¿En qué se diferencian las medidas de posición?</p> <p><i>Clase N°6:</i></p> <p>-Se menciona el objetivo.</p> <p>-¿Cuáles son las medidas de posición?</p> |  |
|--|---|--|

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | <p>-¿Qué es un cuartil, percentil, quintil?</p> <p>-Recuerda lo que se vio la clase pasada a través de un ejercicio, donde se calculan las medidas de posición.</p> <p>-Luego los alumnos en conjunto con la profesora realizan ejercicios tales como: Completan tabla de frecuencia y responden preguntas acerca de ella.</p> <p>-Identifican representaciones de las medidas de posición.</p> <p>-Resuelven problemas aplicados a la vida diaria, calculan las medidas de posición a través de una tabla de frecuencia.</p> <p>-Analizan gráficos y determinan las medidas de posición.</p> <p>-¿Qué se puede deducir con las medidas de posición?</p> <p><i>Clase N°7:</i></p> <p>-Se menciona el objetivo.</p> <p>-Se recuerda en qué consiste las medidas de posición.</p> <p>-La profesora muestra un gráfico y le pide a los alumnos que determinen algunas conclusiones y a través de ellas se va a vincular con las medidas de posición, los alumnos van a calcularlas considerando la información del gráfico de polígono de frecuencia, luego se realiza lo mismo pero con un diagrama de caja.</p> <p>-Por último los alumnos ejercita a través del libro: Grafican datos a través de tabla de frecuencias.</p> |  |
|--|---|--|

|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
|  |   | <p>-Relacionan el diagrama de caja con las medidas de posición.</p> <p>-Se muestra un gráfico para finalizar y que ellos determinen las medidas de posición.</p>   |   |
| <p>2.- Pauta de observación – Entrevista</p> | <p>1.- Prácticas en la enseñanza de las matemáticas</p> | <p>a.- En el desarrollo de las clases crea un ambiente que favorece la comunicación con los estudiantes. Insiste a los estudiantes que guarden silencio y se preocupa del trabajo individual.</p> <p>b.- Recurre a experiencias previas de los estudiantes utilizando solo elementos simbólicos.</p> <p>c.- Se evidencia en una ocasión que el docente recurre a elementos del mundo real.</p> <p>d.- El profesor dialoga con los estudiantes en un lenguaje acorde pero no es claro en su registro de voz. Atiende a las dudas de los estudiantes.</p> <p>e.- En el inicio de las clases les notifica las actividades y objetivos propuestos.</p> <p>f.- En ocasiones, el docente usa el trabajo individual de los estudiantes.</p> <p>g.- Posee un manejo conceptual de los contenidos abordados en la unidad.</p> <p>h.- Las técnicas de organización aplicadas corresponden a tablas de frecuencia y a diagramas de árbol.</p> <p>i.- En algunas ocasiones, utiliza herramientas</p> | <p>De acuerdo a lo declarado en la pauta de observación y lo evidenciado en la entrevista, el docente considera difícil la tarea de motivar a los estudiantes, es por ello que promueve un diálogo forzado. El profesor afirma que los conocimientos previos son necesarios, sin embargo se debe tomar una decisión con respecto a priorizar los contenidos en función del tiempo. En relación a las herramientas TIC's, la intención del profesor es utilizar softwares, plantillas electrónicas, etc., pero no es posible debido al poco manejo de los estudiantes.</p> |



|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
|  |   | TIC's (proyector) para visualizar problemas del texto escolar.   |   |
|  | 2.- Representaciones semióticas             | <p>a.- Usa representaciones gráficas del tipo pictórico tales como tablas y diagramas para explicar un concepto matemático.</p> <p>b.- Emplea un lenguaje algebraico entorno a fórmulas matemáticas relacionadas con variación, percentil, entre otros.</p>  | Dado lo evidenciado en la pauta de observación y en relación a la entrevista, el profesor sólo considera actividades simbólicas, enfocándose en el desarrollo de las fórmulas. No descarta trabajar con otro registro ya que señala que cada curso posee distintos estilos de aprendizaje.                                      |
|  | 3.- Argumentación en el aula                | <p>a.- Se observa la representación simbólica con el objetivo de crear un nuevo concepto matemático gestionándolo en un lenguaje acorde.</p> <p>b.- Se observa que las actividades sugeridas durante las clases son de carácter contextualizado.</p> <p>c.- Se evidencian actividades de reproducción, resaltando la imposición por sobre el diálogo, conectando las actividades con el mundo real. Además, en escasas ocasiones considera las producciones lingüísticas de los estudiantes, debido a que el tiempo asignado no es suficiente.</p> | Respecto a lo planteado en la pauta de observación y lo establecido en la entrevista, el docente destaca la importancia de otorgarle significado a los resultados obtenidos, considerando la argumentación de forma interdisciplinaria. Además, las actividades propuestas dependen del contenido y del contexto de cada curso. |
|  | 4.- Desarrollo de la competencia matemática | <p>a.- En muy pocas ocasiones, las problemáticas propuestas promueven la reflexión de estrategias de resolución.</p> <p>b.- Son pocas las actividades propuestas por el docente que promueven el desarrollo</p>  | Considerando lo afirmado en la pauta de observación y de acuerdo a lo declarado en la entrevista, el docente relaciona la competencia matemática con saber enfrentar problemas aplicados a la vida, además de poseer un   |

|                                |  |  |  |
|--------------------------------|--|--|--|
|                                |  | <p>de estrategias de resolución matemática.</p> <p>c.- Se evidencia que el profesor plantea preguntas cerradas, de las cuales muy pocas de ellas permiten que los estudiantes justifiquen sus ideas.</p> <p>d.- El docente plantea situaciones matemáticas de reflexión en el uso de herramientas matemáticas.</p> <p>e.- Se manifiesta en las clases que el profesor explica e interpreta cada modelo matemático.</p> <p>f.- Las aclaraciones y explicaciones las realiza con un lenguaje matemático acorde al nivel de los estudiantes, sin embargo la modulación de su voz no es clara.</p> | <p>manejo de la operatoria básica.</p>   |
|                                | 5.- Desarrollo del pensamiento crítico | <p>a.- Se observa que el docente promueve parcialmente instancias de dialogo durante algunos momentos de la clase, en la cual genera construcción grupal del conocimiento.</p> <p>b.- En la mayoría de las actividades no se fortalece el pensamiento crítico, aunque realiza actividades que promueve el análisis de situaciones problemáticas contextualizadas.</p>  | <p>De acuerdo a lo planteado en la pauta en relación a lo estipulado en la entrevista, se puede concluir que el docente resalta la importancia de conocer diversos contextos con el fin de fortalecer el análisis crítico.</p> |
| 3.- Entrevista – Planificación | a.- Ambiente de aula                   | <p><i>“... uno tiene que motivarlos que ellos traten de aprender y más encima entregar los contenidos, entonces es como bastante agotador por el tema de la motivación”</i></p>  | <p>Dado lo explicitado en la entrevista, no se evidencia una concordancia con lo expuesto en la planificación, dado que no se explicita de qué forma se llevarán a cabo</p>  |

|  |   |  |   |
|--|---|--|---|
|  |   | <p>“... me sirve el término medio: se puede conversar en clases sí, pero también escuchar cuando la profesora explica y por ejemplo cuando se pide opiniones hay que hablar”</p>   | <p>las clases (trabajo individual o grupal).</p>  |
|  | <p>b.- Conocimientos previos de los estudiantes</p> | <p>“... uno puede tener la mayor intención de reforzar el contenido porque ellos lo carecen, pero también tú te sientes apresurado por el tema del tiempo, por cumplir con el currículum por cumplir con los contenidos y al final uno puede reforzar pero hasta cierto límite”</p>  | <p>De acuerdo a la entrevista, el docente considera los conocimientos previos, dándole mayor énfasis a los contenidos de la unidad, sin embargo en la planificación no se evidencian qué conocimientos previos utilizará.</p>   |
|  | <p>c.- Habilidad de argumentar</p>                  | <p>“... por ejemplo yo obtengo en matemática un resultado, explicar que significa ese resultado como argumentar mi respuesta (...) explicar el significado de lo que yo obtengo”</p> <p>“Pero tiene que ver con que ellos tienen mayor conocimiento también, a lo mejor no matemáticamente, no son matemáticos, tiene que ver con que en todas las asignaturas se le pidiera argumentar”</p> | <p>En cuanto a la planificación, no se explicitan qué habilidades se han de trabajar durante la unidad, sin embargo en la realización de la entrevista el docente considera que la acción de argumentar se relaciona con explicar un significado el cual es multidisciplinario.</p> |
|  | <p>d.- Registros de representación semiótica</p>    | <p>“.. trabajar con el libro por un tema de ellos se pierden si tú le haces un ejercicio a la pizarra trabajan mejor, pero si tú le haces del libro, que leamos analicemos un contexto, es difícil, entonces y con respecto a eso si son formulas, trabajo con las formulas”</p>   | <p>En vista de la entrevista realizada y en concordancia con lo estipulado en la planificación, se evidencia que el docente considera contenidos cuyas representaciones son a nivel concreto, pictórico y simbólico.</p>  |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  | e.- Desarrollo del pensamiento crítico | “... <i>analizar críticamente un dato, una información. Para eso, yo necesito también un conocimiento de mundo</i> ” | En cuanto a la planificación, no se explicita, en la entrevista solamente indica una noción con respecto al análisis crítico. |
|--|--|--|---|

Refiriéndose a la planificación elaborada por el docente en relación a la pauta de observación, se destaca que el profesor B promueve la búsqueda de nuevas estrategias de resolución a partir de los aprendizajes esperados planteados, no obstante son escasas las ocasiones en que se evidencia dicha situación en las clases observadas. Asimismo, las actividades consideradas en la planificación están de acuerdo a los planteamientos del programa PISA respecto a los niveles de reproducción, conexión y reflexión, incluyendo técnicas de la organización de la información como tablas y diagramas, pero en las clases observadas sólo se evidencia actividades de reproducción y elementos pictóricos y simbólicos. Por otro lado, las categorías restantes (objetivos de clase, conocimientos previos, contenidos, habilidades, recursos didácticos) no son mencionadas en la planificación y por ende no es posible realizar un análisis.

Respecto a la elaboración de la pauta de observación en relación a la entrevista, se puede concluir que el profesor B aclara que es difícil realizar la tarea de motivar a los estudiantes y a causa de ello se ve reflejado un diálogo forzado en las clases observadas. En este sentido, los conocimientos previos son necesarios para la realización de las clases, sin embargo el docente tiene presente el limitado tiempo para el desarrollo de sus actividades dado el amplio currículum que se debe abarcar durante el transcurso del año escolar. En este sentido sólo considera actividades simbólicas no descartando el uso de otros registros de representación de acuerdo al estilo de aprendizaje del curso, destacando la importancia de darle significado a los resultados obtenidos y de situar la argumentación como una habilidad interdisciplinaria.

Afirma que la competencia matemática está vinculada a saber enfrentar problemas aplicados a la vida, resaltando la importancia de tener un manejo de la operatoria básica, mientras que analizar críticamente comprende conocer diversos contextos para el fortalecimiento de dicho análisis. Por otra parte, las categorías restantes (herramientas concretas manipulables, pluralidad de registros de representación, instancias para la generación de preguntas, entre otros) no se evidencian en el registro de la pauta de observación por lo que no es posible realizar un juicio de éstas.

En base a la entrevista de acuerdo a la planificación del docente, se puede afirmar que en la mayoría de lo declarado no concuerda con lo estipulado en la planificación, debido a que no clarifica de qué manera se trabajarán las actividades ni especifica la organización en el aula. El profesor afirma que la consideración de los conocimientos previos depende netamente de los contenidos, mientras que la habilidad de argumentar lo relaciona con los significados y su modo de explicación. Por otro lado, se evidencia que el docente considera importante los diversos registros de representación de los contenidos (concreto, pictórico, simbólico) explicitado en las actividades planificadas para las clases.

Finalmente, considerando los tres aspectos mencionados en relación a la habilidad de argumentar, se puede afirmar que las clases filmadas carecen del desarrollo de la habilidad de argumentar, dado que la gran mayoría de las actividades propuestas son de reproducción y de similar complejidad. Además, la falta de la justificación de las ideas impide que los estudiantes puedan emitir juicios a partir de la realización de preguntas de reflexión que les pueda permitir defender o validar una idea. Cabe mencionar que la modulación de la voz del docente dificulta la aclaración de los contenidos expuestos en clases. Sin embargo, la disposición del docente por aclarar las dudas surgidas en participación de todos los estudiantes permite promover el desarrollo de la habilidad en estudio, así como la utilización de diversos registros de representación semiótica.

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES**

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES**

Esta investigación se centra en dar respuesta al objetivo basado en evidenciar la habilidad de argumentar que desarrollan dos profesores de matemática en primero medio en el eje de Probabilidad y Estadística en la unidad de Datos y Azar y su coherencia con las planificaciones de clases y el programa de estudio. Considerando lo declarado durante el transcurso de esta investigación, los resultados obtenidos permiten realizar conclusiones respecto del objetivo ya presentado.

Respecto a las planificaciones de los dos docentes de matemática contrastadas con los planes y programas de estudio propuestos por el MINEDUC, se puede observar que ambos profesores no consideran la habilidad de argumentar al momento de realizar sus planificaciones debido a la escasa información proporcionada en dichos documentos. Es por ello que el análisis en relación a la existencia de la habilidad de argumentar no es concluyente.

Se define la habilidad de argumentar como el acto comunicativo de justificar una idea o concepto, defender o validar una posición y emitir un juicio crítico acerca de un tema. En relación a la gestión realizada por los docentes en sus clases, se logró evidenciar que no se observó el desarrollo de dicha habilidad dado que de acuerdo a la pauta de observación elaborada, no se proponen pluralidad de registros de representación de los conceptos matemáticos ni tampoco se consideran las producciones lingüísticas de los estudiantes. Sin embargo se pueden observar ciertos matices que permiten desarrollar la argumentación, puesto que ambos docentes se limitan a trabajar con registros de representaciones semióticas de carácter simbólico a través de actividades de reproducción, además de poseer un buen manejo tanto de los conceptos matemáticos como del lenguaje utilizado.

Por otra parte, el diálogo está presente en las clases observadas, no obstante no se cumplió el fin de éste el cual era promover preguntas reflexivas y de análisis en los estudiantes.

En conformidad a lo establecido por los docentes durante la conversación sostenida por los investigadores, se puede afirmar que la concepción que ellos poseen acerca del desarrollo de la habilidad gira entorno a la capacidad que deben desarrollar los estudiantes al momento de responder a preguntas haciendo uso de la justificación de los argumentos que ellos plantean. Los profesores que participaron de este proyecto de investigación declararon que es difícil promover esta habilidad debido a varias causas, tales como: los conocimientos que los estudiantes han adquirido en años anteriores, el interés de los alumnos y su participación en el desarrollo de las actividades, entre otros.

Finalmente, en base a lo estipulado anteriormente, se puede concluir que los docentes de matemática no gestionan la habilidad de argumentar, porque ellos no son capaces de proporcionar las instancias para que los estudiantes puedan justificar sus ideas, emitiendo juicios basados en los argumentos que ellos declaran.

Según Planas y Alsina (2009), la práctica docente debe llevarse a cabo en conversaciones con los estudiantes en actividades contextualizadas que capten la atención de éstos, conectando lo que se está enseñando con el mundo real. De acuerdo a lo mencionado, las prácticas docentes no reflejan dicha característica, puesto que la gestión de los profesores no estimula el pensamiento complejo ni el desarrollo de la habilidad en estudio. Basado en el planteamiento de dicha autora con respecto a la naturaleza cíclica de la educación matemática en relación al ciclo de enseñanza, se puede evidenciar que las fases de descontextualización y recontextualización no se presentan en estas prácticas docentes.



De acuerdo a las actividades planteadas por los docentes, se ve reflejado que la gran mayoría de éstas no promueven el desarrollo de dicha habilidad, a causa que no se enfatizan preguntas claves que permitan la justificación de ideas por parte del estudiante. Esto de acuerdo a lo planteado por De Gamboa (2010) enfatiza que dentro de las actividades matemáticas se deben establecer prácticas argumentativas con el fin de lograr un aprendizaje más significativo y no tan sólo reproductivo.

Otra rama que influye en el desarrollo de la habilidad de argumentar y que los docentes no gestionan es la falta de conocimiento didáctico de la especialidad de la unidad de Datos y Azar y que según Estrella (2010) es un componente esencial en lo que respecta al acto argumentativo.

Por otro lado, un aspecto relevante que los docentes no consideran al momento de realizar sus clases en relación a la habilidad de argumentar son los objetos matemáticos, debido a que a partir de diferentes representaciones semióticas, los docentes no fomentan el uso de diferentes niveles de registros de representación que son importantes para el aprendizaje significativo como también el funcionamiento cognitivo de los estudiantes. En este sentido, los docentes deben ser capaces de gestionar un aprendizaje matemático que logre en el estudiante ser capaz de preguntarse por qué se clasifican los conceptos de un determinado modo.

Por último, podemos concluir que los docentes no consideran relevante el desarrollo de las habilidades matemáticas en la preparación de sus clases, en particular la habilidad de argumentar. Una de las principales causas por las cuales los profesores no gestionan esta importante habilidad es porque les dificulta desarrollar actividades que les permita promover la justificación como la validación de ideas matemáticas.

## **CAPÍTULO VI**

### **LIMITACIONES Y PROYECCIONES**

## **CAPÍTULO VI**

### **LIMITACIONES Y PROYECCIONES**

#### **1. Limitaciones**

En el transcurso de esta investigación se presentaron algunas limitaciones que influyeron en el resultado de este seminario. En primera instancia se había contemplado investigar la gestión educativa de tres profesores, pero debido al poco tiempo destinado para esta investigación solo fue posible considerar a dos. Además, la elección de la unidad de Datos y Azar acotó la propuesta de investigación, dado que en los planes y programas se considera como la última unidad y los docentes no alcanzan a desarrollar los contenidos de ésta o la postergan hasta fines del segundo semestre. Por otra parte, la validación de la pauta de observación está sujeta a un solo criterio de excelencia y, por tanto, no se sometió a una validación externa (transferibilidad). La última fue que se grabaron tres clases de la unidad, por lo tanto el campo investigativo de este proyecto se limitó a lo observado y se extrajeron conclusiones generalizadas a partir de éstas.

#### **2. Proyecciones**

A partir del proyecto de investigación, se ha podido analizar la práctica docente de profesores de matemática con el fin de profundizar en la forma de cómo se gestiona la habilidad de argumentar. Este proyecto admite realizar nuevos estudios con el mismo enfoque permitiendo ampliar el campo para investigaciones futuras, tales como:

- a. Fortalecer la enseñanza de la matemática utilizando elementos concretos en la formación de los profesores, dándole herramientas y estrategias necesarias para promover la habilidad mencionada.

- b. Analizar la práctica docente a partir del uso y la importancia de los elementos concretos en el desarrollo de actividades matemáticas.
- c. Realizar esta investigación en otros niveles (séptimo a cuarto medio) y ejes de la matemática (Números, Álgebra y Geometría).
- d. Utilizar esta investigación bajo un enfoque cuantitativo para obtener conclusiones más generales.
- e. Efectuar esta investigación enfocándose en las acciones que realizan los estudiantes respecto a la habilidad de argumentar.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asún, R., Zúñiga, C., & Ayala, M. (2013). La formación por competencias y los estudiantes: confluencias y divergencias en la construcción del docente ideal. *Calidad en la educación*, (38), 277-304.
- Bell, J. (2002). *Cómo hacer tu primer trabajo de investigación. Guía para investigadores en educación y ciencias sociales*. (Roc Filella Escolá, trad.). España: Editorial Gedisa S.A. (Obra original publicada en 1999).
- Bisquerra, R., Dorio, I., Gomez, J., Latorre, A., Martinez, F., Massot, I., ... Vila, R. (2014). *Metodología de la investigación educativa*. 4ª. ed. Madrid: Editorial La Muralla S.A
- Boisvert, J. (2004). *La formación del pensamiento crítico. Teoría y práctica*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Cisneros. M, (2012). *Cómo elaborar trabajos de grado*. 2ª ed. Ecoe Ediciones. Bogotá. Disponible en <http://www.digitaliapublishing.com.dti.sibucsc.cl/visor/29879>
- Cohen, L. Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. Editorial La Muralla S.A, Madrid.
- Coll, C. (2007). Las competencias en la educación escolar: algo más que una moda y mucho menos que un remedio. *Aula de Innovación Educativa*. 161, p. 34-39.
- Concepción, C. (2007). La planificación estratégica como herramienta. *Acimed* 2007; 16 (2). Disponible en [http://bvs.sld.cu/revistas/aci/vol16\\_2\\_07/aci14807.htm](http://bvs.sld.cu/revistas/aci/vol16_2_07/aci14807.htm)
- De Gamboa, G., Edo, M. y Planas, N. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma* 64, p.p. 35-44
- Dulzaides, M, & Molina, A. (2004). Análisis documental y de información: dos componentes de un mismo proceso. *Acimed*, 12(2), 1. Disponible en <http://scielo.sld.cu/pdf/aci/v12n2/aci11204.pdf>
- Duval, R. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, 13: 29-36.

- Elder, L., Paul, R. (2005). *Una guía para los educadores en los estándares de competencia para el pensamiento crítico: Estándares, principios, desempeño, indicadores y resultados con una rúbrica maestra en el pensamiento crítico*. Fundación para el Pensamiento Crítico. Disponible en [https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-Comp\\_Standards.pdf](https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-Comp_Standards.pdf)
- Estrella, M. (2010). *Instrumento para la evaluación del conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de educación básica* (Tesis de magíster). Universidad Católica de Valparaíso. Valparaíso, Chile.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clases de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*. 31(1), 61-78.
- Hernández. R, Fernández. C, Baptista. P, (1991). *Observación en metodología de la investigación*. Mc Graw Hill. México, p. 149 – 166.
- Hernández. R, Fernández. C, Baptista. P, (1999). *Metodología de la investigación*. 2ª ed. Mc Graw Hill. México
- Hernández. R, Fernández. C, Baptista. P, (2003). *Metodología de la investigación*. 3ª ed. Mc Graw Hill. México.
- Macías, J. (2014). Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje. *Conect@2*, 4(9): 27-57
- Ministerio de Educación (2014). *Programa de estudio matemática: primero medio*. República de Chile. Decreto exento N°169/2014.
- Montes, D. (2009). *Enseñar a argumentar: una batalla a lograr en la pedagogía actual*. Argentina: El Cid Editor.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish KOM Project*. Roskilde. Roskilde University.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003: la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y solución de problemas*. Madrid. Ministerio de Educación y Ciencia e Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo. Disponible en <https://www.oecd.org/pisa/39732603.pdf>

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006). *PISA 2006 MARCO DE LA EVALUACIÓN: conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Disponible en <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- Osorio, L. (2011). *Representaciones semióticas en el aprendizaje del teorema de Pitágoras* (Tesis de Magíster). Universidad Autónoma de Manizales. Manizales, Colombia.
- Oviedo, L., Kanashiro, M., Bnzaquen, M., Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, 13: 29-36.
- Planas, N. y Alsina, A. (2009). *Educación matemática y buenas prácticas: infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Barcelona, España. Editorial GRAÓ, de IRIF, S.L.
- Prieto, M. (2001). *La investigación en el aula: ¿una tarea posible?* Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Universidad Católica de Valparaíso.
- Rail, S. (2010). Análisis de los discursos de la planificación escrita de un grupo de profesores de educación infantil. *Revista signos*, 43(73), 281-306. Disponible en <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-09342010000200005>
- Rico, L., Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid. Alianza Editorial.
- Rodríguez, G, Gil, Javier, García, E, (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. 2ª ed. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Ruiz Olabuénaga, J. (2003). *Técnicas de triangulación y control de calidad en la investigación socioeducativa*. Bilbao: Universidad de Desto.
- Spencer y Spencer (1993). *Competencia en el trabajo, el modelo de evaluación superior*. John Wiley & San, Onc, Nueva York, Estados Unidos.
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Vol. (85), p. 5-23.
- Villalobos, X. (2011). Reflexión en torno a la gestión del aula y a la mejora en los procesos de enseñanza y aprendizajes. *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. (55, N°3), p. 1-7.