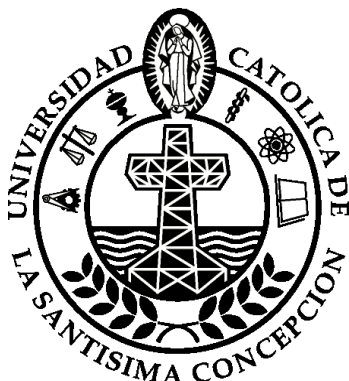


UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN

PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA



**EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD ARGUMENTAR EN ENSEÑANZA
MEDIA, EN CUATRO CASOS DE LA OCTAVA REGIÓN: UN ESTUDIO
EXPLORATORIO**

*Seminario de investigación para optar al grado académico de
Licenciado en Educación*

Profesor Guía: Sr. Rodrigo Ulloa Sánchez

Integrantes: Daniela Albornoz Alarcón

Oscar Campos Cares

Leonardo Fernández Véliz

Alexis Fuentes Torres

Fredis Landaeta Reyes

Angélica Valdés Núñez

Concepción, Marzo 2017

CAPÍTULO I
PROBLEMATIZACIÓN

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS DE RESULTADOS

CAPÍTULO V

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

CAPÍTULO VI
BIBLIOGRAFÍA

CAPÍTULO VII

ANEXOS

AGRADECIMIENTOS

Sin duda una de las experiencias más bellas de la vida ha sido cursar una carrera universitaria y poner fin a ese ciclo fascinante.

En primer lugar damos gracias a Dios por darnos todo lo necesario y más para ser unos profesionales, por guiar nuestro camino y permitirnos lograr esta meta.

A nuestras familias, que sin ellas no podríamos haber llegado hasta este punto de nuestras vidas. Ellos fueron quienes nos enseñaron lo esencial de la vida, los valores que poseemos y las cualidades que nos forman como personas. Agradecemos por el apoyo fundamental que nos brindaron en este proceso, por el cariño y por la paciencia.

A nuestro jefe de carrera el Señor Ricardo González Méndez, quien siempre; con mucho cariño, disponibilidad y buenas palabras para dedicarnos; nos apoyó y aconsejó para ser cada día mejores personas, y en un futuro buenos profesionales.

A nuestro profesor guía, Señor Rodrigo Ulloa Sánchez, quien nos entregó toda su confianza y apoyo en todos los aspectos académicos de nuestra investigación, nos guio en situaciones complejas tanto personales como de carácter técnico.

A los profesores que fueron parte de la investigación, quienes permitieron que sus clases fueran grabadas y analizadas, y que colaboraron en todo lo requerido para la realización de nuestro seminario.

A nuestros compañeros de tesis por todo el trabajo en equipo y los buenos momentos que pasamos juntos, por su dedicación y por su buena disposición de ayudar en todo siempre, además por los lazos que creamos y que perdurarán en el tiempo.

Y en general agradecer a cada una de las personas que directa o indirectamente nos ayudaron en este proceso de formación profesional. A nuestros profesores, familias, amigos y compañeros.

RESUMEN

Esta investigación se enfoca en identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad *Argumentar*. Habilidad recientemente incorporada al marco curricular, y que es de suma importancia promover según menciona el marco teórico.

El enfoque metodológico en el que se enmarca esta investigación es el cualitativo, con carácter exploratorio/descriptivo ya que se busca identificar y describir prácticas realizadas por los profesores. En cuanto a la recolección de datos, se utilizó la técnica de observación no participante complementada con la filmación. La técnica fue seleccionada debido a que facilita la recolección de datos, la observación no participante permitió estar inmersos en el aula para visualizar el desarrollo de la argumentación en la cotidianeidad de las clases, por otra parte la filmación permitió observar reiteradamente los sucesos grabados haciendo énfasis en diversos aspectos in situ de la filmación.

A partir de lo anterior es que se busca identificar si los docentes promueven la habilidad Argumentar, y en el caso de que lo hagan, describir las prácticas que realizan para promover el desarrollo de la habilidad.

ABSTRACT

This research focuses on Identifying and describing classroom practices employed by teachers in the math sub-sector to promote the development of the *Argue* ability. Skill recently incorporated into the curriculum framework, and that it is extremely important to promote as mentioned in the theoretical framework.

The methodological approach in which the framework of this research was used is qualitative, with an exploratory / descriptive character as it seeks to identify and describe practices carried out by teachers. As for the data collection, non-participant observation techniques were used, complemented with the filming. The techniques were selected because they facilitate the collection of data, the non-participant observation allowed to be immersed in the classroom to visualize the development of the argumentation in the daily life of the classes, on the other hand the filming allowed to observe repeatedly the events recorded with emphasis in various aspects in situ of the filming.

From the above it is sought to identify if teachers promote the ability to Argue, and if they do, describe the practices they perform to promote the development of skill.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se han realizado cambios significativos en el currículum chileno, siendo uno de los más trascendentales, en la asignatura de matemática, la integración de cuatro habilidades en todos los programas de estudio de 1º básico a 2º medio. Debido a esto, el enfoque deja de estar centrado en comprender el contenido, sino más bien, es el medio para desarrollar las habilidades necesarias para integrarse de manera positiva en la sociedad y particularmente en la habilidad de argumentar, la cual busca formar ciudadanos con un pensamiento crítico y reflexivo basado en fundamentos.

Se sabe que el docente es el encargado de realizar las gestiones necesarias para promover la habilidad en los estudiantes y es debido a esto que nace el objetivo de esta investigación, el cual busca identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad *Argumentar* en cuatro casos de enseñanza media de la octava región. Para ello se analizarán a cuatro profesores de distintos establecimientos municipales ubicados en la región del Biobío.

El enfoque metodológico utilizado en esta investigación es de carácter cualitativo con un alcance exploratorio/descriptivo, basado en la recolección de datos mediante la observación no participante, complementada con la filmación de los docentes seleccionados.

Este seminario consta de 6 capítulos que se desarrollarán de la siguiente forma: en el capítulo I se presentará la formulación del problema cuya forma consistirá en primer lugar en la exposición general del problema, seguido de la interrogante de investigación, la justificación y los objetivos general y específicos de esta investigación. Para el capítulo II se presenta el marco teórico que da el sustento a esta investigación; el cual contiene una revisión bibliográfica tanto empírica como teórica sobre los antecedentes que se tienen del objeto de estudio y su estado del arte. En el capítulo III, se exponen el diseño metodológico, las técnicas de recogida de información y los instrumentos utilizados para esta investigación. El

capítulo IV se refiere al análisis de resultados, respecto a la descripción. En el capítulo V se presentan las conclusiones que dan respuesta a los objetivos específicos y a la pregunta de investigación de este seminario, para finalmente terminar el capítulo presentando las limitaciones y proyecciones que se dieron en este proceso investigativo. Y por último, en el capítulo VI se presenta la bibliografía utilizada para apoyar la investigación.

Todo lo señalado hasta ahora es el sustento que servirá para dar congruencia a los supuestos que se plantearon al inicio de esta investigación, los cuales hacen alusión a que hay ausencia de antecedentes relacionados al tema en enseñanza media, sin embargo, creemos que todos los precedentes relacionados para educación general básica, pueden extender a educación media; Y además dado que en la formación inicial que han tenido los profesores no se ha estudiado ni se ha promovido el desarrollo de la habilidad Argumentar, creemos que estos profesores en la actualidad desconocen en qué consiste dicha habilidad.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

	Página
RESUMEN	¡Error! Marcador no definido.
ABSTRACT	¡Error! Marcador no definido.
INTRODUCCIÓN	¡Error! Marcador no definido.
1. FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	¡Error! Marcador no definido.
1.1 Exposición general del problema	¡Error! Marcador no definido.
1.2 Pregunta y objetivo general de investigación ..	¡Error! Marcador no definido.
1.3 Objetivos específicos	¡Error! Marcador no definido.
1.4 Relación entre problema y objetivos.	¡Error! Marcador no definido.
1.5 Justificación del problema	¡Error! Marcador no definido.
1.6 Supuestos de Investigación	¡Error! Marcador no definido.
2. MARCO TEÓRICO	¡Error! Marcador no definido.
2.1 Las habilidades en las Bases Curriculares.....	¡Error! Marcador no definido.
2.1.1 La argumentación en las Bases Curriculares	¡Error! Marcador no definido.
2.1.2 La comunicación en las Bases Curriculares	¡Error! Marcador no definido.
2.2 La argumentación.....	¡Error! Marcador no definido.
2.2.1 Diferencia entre argumentación y explicación.	¡Error! Marcador no definido.
2.2.2 La estructura de la argumentación	¡Error! Marcador no definido.
2.2.3 Habilidad de argumentación	¡Error! Marcador no definido.
2.2.4 Argumentación Colectiva.....	¡Error! Marcador no definido.
2.2.5 Argumentación Matemática	¡Error! Marcador no definido.
2.2.6 Argumentación intuitiva, argumentación matemática, y demostración	¡Error! Marcador no definido.
2.3 La demostración.....	¡Error! Marcador no definido.
2.3.1 La demostración como parte de la habilidad Argumentar en E.M.	¡Error! Marcador no definido.

2.3.2	El concepto de demostración.....	¡Error! Marcador no definido.
2.3.3	Funciones y esquemas de la demostración.....	¡Error! Marcador no definido.
2.4	Condiciones para promover el desarrollo de la habilidad argumentación.	¡Error! Marcador no definido.
2.4.1	Condiciones para promover la argumentación.	¡Error! Marcador no definido.
2.4.2	Condiciones para promover la demostración.....	¡Error! Marcador no definido.
2.4.3	Fenómenos didácticos de gestión del aula.....	¡Error! Marcador no definido.
3.	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	¡Error! Marcador no definido.
3.1	Tipo y diseño de la investigación.....	¡Error! Marcador no definido.
3.2	Informantes clave y criterios de selección ...	¡Error! Marcador no definido.
3.3	Categorías del estudio	¡Error! Marcador no definido.
3.4	Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	¡Error! Marcador no definido.
3.5	Plan de análisis de datos	¡Error! Marcador no definido.
3.6	Criterios de calidad de la investigación	¡Error! Marcador no definido.
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	¡Error! Marcador no definido.
4.1	Análisis.....	¡Error! Marcador no definido.
4.2	Resumen de episodios.....	¡Error! Marcador no definido.
5.	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	¡Error! Marcador no definido.
5.1	Relación de los resultados con los objetivos de investigación.	¡Error! Marcador no definido.
5.2	Discusión de las conclusiones	¡Error! Marcador no definido.
5.3	Limitaciones y proyecciones	¡Error! Marcador no definido.
6.	BIBLIOGRAFÍA	¡Error! Marcador no definido.
7.	ANEXOS	155

ÍNDICE DE TABLAS

Página

1. FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	¡Error!
Marcador no definido.	
Tabla 1.4	15
2. MARCO TEÓRICO.....	18
Tabla OA.....	¡Error! Marcador no definido.1
Tabla AE	24
Tabla 2.2	27
3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	50
Tabla 3.2	53
Tabla 3.3	56
Tabla 3.4.1	60
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	66
Tabla 4.1.1	68
Tabla 4.1.2	70
Tabla 4.1.3	73

Tabla 4.1.4	74
Tabla 4.1.5	76
Tabla 4.1.6	80
Tabla 4.1.7	83
Tabla 4.1.8	85
Tabla 4.1.9	87
Tabla 4.1.10	89
Tabla 4.1.11	92
Tabla 4.1.12	94
Tabla 4.1.13	96
Tabla 4.1.14	99
Tabla 4.1.15	101
Tabla 4.1.16	103
Tabla 4.1.17	105
Tabla 4.1.18	108
Tabla 4.1.19	110
Tabla 4.1.20	112
Tabla 4.1.21	115
Tabla 4.1.22	117
Tabla 4.1.23	121
Tabla 4.1.24	123
Tabla 4.1.25	125
4.2 Resumen de episodios	127

ÍNDICE DE ANEXOS

Página

1, CARTA

VALIDACIÓN.....1 ¡Error!

Marcador no definido.5

2.OBSERVACIONES DE TABLA SIMPLE DE OBSERVACIÓN 156

Pauta de validación de instrumento de observación 171

Pauta de validación de instrumento de análisis 173

3.PAUTA ANÁLISIS DE CLASE 176

4. TABLA DE OBSERVACIÓN.....181

5. CONCENTIMIENTOS.....183

6. TRANSCIPCIONES.....184

6.1 Transcripción 1 Andrea Sánchez 184

6.2 Transcripción 1 Carolina Pérez 187

6.3 Transcripción 1 Manuel Ruiz 192

6.3 Transcripción 1 Manuel Ruiz	196
---------------------------------------	-----

1. FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Exposición general del problema

En el año 2012, en el nuevo marco curricular se han incorporado las habilidades para fomentar en los alumnos la capacidad de obtener nuevas destrezas, conceptos y para que puedan aplicarlas en contextos diversos (MINEDUC, 2014). En Educación Media, esta incorporación en los programas de estudio ha sido reciente. En este sentido, se expresa la idea que en el aprendizaje del alumno es necesario el saber, el saber hacer, y la capacidad de integrar sus saberes en diferentes contextos y problemas, con la finalidad de generar en el alumno un pensamiento crítico. En particular se ha introducido la habilidad de argumentación, la cual tiene como finalidad el convencer al receptor de adoptar una misma idea o punto de vista.

En adelante, se proporcionarán antecedentes sobre algunos elementos que permiten identificar ciertas problemáticas asociadas al contexto recién señalado. En primer lugar se describirá brevemente el rol de la argumentación, según lo señalado en el marco curricular. En segundo lugar se mencionarán los beneficios de aprender matemática, con algunas características de la habilidad de argumentar.

La finalidad formativa de la asignatura de Matemática en el actual marco curricular nacional es potenciar la comprensión de la realidad, facilitando así la selección de estrategias para resolver problemas en todos los estudiantes, y además aportar al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo de estos (MINEDUC, 2016a). Dicho pensamiento se relaciona con la habilidad de argumentar, pues gracias a la autonomía de los estudiantes es que se obtienen distintos puntos de vista.

En las Bases Curriculares (MINEDUC, 2012d), se menciona que, entre los beneficios importantes de aprender matemática, está el que proporciona herramientas conceptuales para analizar la información cuantitativa presente en las noticias, opiniones, publicidad y diversos textos, lo cual nutre en el desarrollo

de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión sistemática, de quienes se plantean aprender matemática. Así pues, sirviéndose del análisis de información y la reflexión es que se logra llegar al debate entre estudiantes.

Por otra parte, el aprender matemática es fundamental para la formación de ciudadanos críticos y adaptables a una sociedad democrática; capaces de analizar, sintetizar, interpretar y enfrentar situaciones cada vez más complejas; dispuestos a resolver problemas de diversos tipos valiéndose de su capacidad de argumentar con fundamentos sólidos y respetables, que les permite desarrollar capacidades para darle sentido al mundo, y actuar en él.

Según un estudio (Ingvarson, 2013) realizado a través de la prueba TEDS-M aplicado a futuros docentes y que midió los contenidos relacionados a los ejes Números, Geometría, Álgebra y Datos revelan que “los países con fuertes disposiciones para el aseguramiento de la calidad, como China (Taipéi) y Singapur, tuvieron las mejores evaluaciones en estas mediciones, mientras que los países con disposiciones más débiles, como Georgia y Chile, tendían hacia evaluaciones más bajas en mediciones de conocimiento matemático y de conocimiento del contenido matemático” (p. 24). Aunque estos resultados son referidos a estudiantes de pedagogía, creemos que revelan que, la situación actual de los estudiantes es que estos no logran adquirir los conocimientos ni las habilidades para argumentar en matemática.

Creemos que la matemática busca el desarrollo de habilidades para la vida. En particular, el aporte de las matemáticas para el desarrollo de éstas se centra en que el alumno pueda expresar sus ideas con claridad, y desarrollar una actitud reflexiva y crítica basada en fundamentos.

Las habilidades son importantes para la vida, ya que, el desarrollo de éstas permite integrar, transferir y complementar diversos aprendizajes en nuevos contextos. También es relevante mencionar que debido a la expansión y mayor crecimiento del conocimiento, demanda capacidades de pensamiento transferibles

a distintas situaciones, desafíos, contextos y problemas. Así, las habilidades son fundamentales para desarrollar un pensamiento flexible, adaptativo y crítico. (MINEDUC, 2014).

Además, complementando lo anteriormente mencionado, López, M., Rivera, S., Rodríguez, D., y Vera, C., (2015) señalan que se reconoce la gran importancia de la habilidad de argumentar para la vida en la sociedad actual, "(...) ya que faculta para interactuar y discutir presentado argumentos lógicos y conclusiones adecuadas, siendo capaz de corregir errores propios y de otros mediante el discurso" (p.11). De esto, se asume el importante rol de la argumentación en la vida cotidiana.

Las Bases Curriculares (MINEDUC, 2013), hacen referencia a promover el desarrollo de cuatro habilidades (Argumentar y Comunicar, Resolver problemas, Representar y Modelar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos. Además, los Planes de Estudio de Primer Año Medio (MIDEDUC, 2014), señalan, "en el plano educativo, las habilidades son cruciales, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos" (p.5).

Considerando la presencia de la habilidad Argumentar y Comunicar, las cuales según menciona MINEDUC (2016b), "éstas se relacionan con la capacidad de expresar ideas con claridad y son muy importantes para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido" (p.9). Y que además se desarrolla al intentar convencer a otros de la validez de sus resultados obtenidos. Siendo la comunicación relacionada con la capacidad de expresar ideas de manera clara para que los demás puedan comprender el razonamiento que hay detrás de una resolución de un problema, y que es fundamental dado el carácter de diálogo colectivo que debiera caracterizar el aula matemática y donde "se espera que desarrollen su capacidad de verbalizar sus intuiciones y llegar a conclusiones correctamente, y que también aprendan a

detectar afirmaciones erróneas, absurdas o generalizaciones abusivas” (p.109). Y la argumentación, la cual permite obtener una actitud reflexiva y abierta al debate de fundamentos.

Pues bien, para Educación Media según mencionan las Bases Curriculares (MINEDUC, 2013), “se apunta principalmente a que los alumnos establezcan la diferencia entre la argumentación intuitiva y la argumentación matemática, y que sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas; así podrán hacer predicciones eficaces en variadas situaciones y plantear conjeturas, hipótesis, ejemplos y afirmaciones condicionadas. De esta manera, serán capaces de realizar demostraciones matemáticas de proposiciones, apoyadas por medio de diferentes representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje natural, para llegar finalmente a un lenguaje matemático” (p.108-109).

Según lo mencionado en esta investigación (López, 2015), “no todos los docentes están conscientes de utilizar modelos o estrategias para promover la habilidad argumentar. Algunos hacen uso de esta habilidad, simplemente por situaciones cotidianas que ocurren en el aula y no como un proceso de enseñanza-aprendizaje que está intencionado en desarrollar la habilidad.” (p.88). Ahora bien, lo mencionado anteriormente es un antecedente que permite presumir que los profesores en el sistema no desarrollan argumentación.

Lo que sigue la línea de estudio realizada por Manzi, Lacerna, Meckes y Ramos (2011), el cual se realizó para los alumnos de último año de la carrera de pedagogía en matemática, siendo estos evaluados principalmente con respecto a su conocimiento matemático, pedagógico y didáctico en el área, la cual nos dice que los resultados de TEDS-M e inicia sumados a los entregados por Larrondo, Lara, Figueroa, Rojas y Caro (2007), en relación con el desarrollo de habilidades en la formación inicial docente, y del cual se nos informa que la variación de los resultados en las habilidades de los estudiantes, entre el ingreso y egreso de la carrera es casi nula, ya que el puntaje en matemática fue de 18 de un total de 30, esto se traduce a un alza entre el ingreso y el egreso de un 2.2%. Considerando esta ínfima variación en el desarrollo de habilidades en los futuros profesores,

creemos que esto tendrá directa repercusión en los estudiantes de educación media que serán formados por estos profesionales, ya que si ellos no tienen el desarrollo adecuado de habilidades, tampoco tendrán las herramientas necesarias para desarrollarlas en los estudiantes. Además Manzi, et al (2011) nos dice que los resultados de TEDS-M e INICIA si bien muestran resultados negativos a nivel nacional, también muestran una variabilidad entre las instituciones formadoras, lo cual da la oportunidad de estudiar las características del proceso de formación asociadas a los mejores resultados. Esta información es clave para nutrir el desarrollo de políticas de aseguramiento de la calidad y de mejoramiento de la formación inicial que estén basadas en evidencia. Finalmente los autores son claros en señalar la siguiente conclusión, “Existe unanimidad entre los entrevistados clave respecto de que los estudiantes que ingresan a las carreras de pedagogía presentan dificultades en el desarrollo de habilidades básicas necesarias para su formación” (p.165).

Es una tarea fundamental del profesor construir el aprendizaje de acuerdo a las capacidades propias de los alumnos y realizar una entrega comprensible del conocimiento matemático, donde es fundamental la correcta elección de tareas que sean desafiantes cognitivamente. Conner (2014), manifiesta que es imprescindible formar profesionales en la educación altamente capacitados para generar situaciones de aprendizaje que entreguen el desarrollo de la argumentación a la clase.

Ahora bien, para que el docente pueda llevar a cabo la tarea mencionada anteriormente, es necesario que genere aprendizaje en sus alumnos basados en habilidades.

En Chile, uno de los referentes institucionales que sustentan esta idea son los programas de estudio de enseñanza básica (MINEDUC, 2012b) las cuales declaran que las habilidades son:

“Capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad (...) En el plano educativo, las habilidades son importantes, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la

capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos. La continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan cada vez más capacidades de pensamiento que sean transferibles a distintas situaciones, contextos y problemas (p. 5).”

Por consiguiente, en relación a las habilidades mencionadas en las bases curriculares es necesario destacar que éstas son un concepto relativamente nuevo en el ámbito de la educación. En el ajuste curricular (MINEDUC, 2009) se definen los conceptos que lo componen. Siendo uno de ellos los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO), explicitan los conocimientos, habilidades y actitudes implicadas en los Objetivos Fundamentales, y que el proceso de enseñanza debe convertir oportunidades de aprendizaje para cada estudiante con el fin de lograr los Objetivos Fundamentales (Manríquez, 2014).

Si bien las habilidades se incluyeron por primera vez en el año 2009 en el currículum chileno, en educación general básica. No fue hasta el ajuste curricular 2012 que se incluyeron para la enseñanza media.

Con respecto a lo anteriormente señalado y considerando que un profesor ejerce por alrededor de 40 años, esto conlleva a que tenemos muchos profesores en servicio dentro del sistema escolar, que no fueron formados para el desarrollo de habilidades en matemática hacia los estudiantes, debido a que el concepto en el ámbito de la educación fue desarrollado durante el siglo XXI.

Según menciona Solar, Espinoza, Rojas, Ortiz, González y Ulloa (2011), en una investigación en Enseñanza Básica, se concluye que los docentes deberían apoyar la opción de permitir que los alumnos expliquen entre sí sus procedimientos más que todos los alumnos aportan individualmente un par de ideas para llegar al procedimiento indicado, y dejando de lado la opción de dirigir a los estudiantes a la respuesta correcta (p.78).

Luego de una búsqueda exhaustiva, tanto en actas Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM) como además en sitios de revistas de investigación ligadas a estudios pedagógicos, formación universitaria y calidad de

la educación, creemos que existe ausencia de antecedentes relacionados al tema en enseñanza media, sin embargo, creemos que lo mencionado anteriormente para educación básica se puede extender a educación media. De hecho, en las Actas XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX JNEM organizadas por la SOCHIEM en el año 2015, se observan muy pocas investigaciones respecto de cómo los profesores de enseñanza media promueven el desarrollo de la habilidad de argumentación, siendo el caso de una investigación realizada por Howard y Solar (2015), que presenta a continuación el único ejemplo de aquello. En una clase de séptimo año básico se manifiesta el qué hacer de una docente para promover el desarrollo de la habilidad de argumentación, en la cual la docente plantea un problema, dando un espacio para que los alumnos den solución al problema (explicando sus ideas), luego un alumno refuta una idea errada de sus compañeros con la respuesta correcta, sin embargo, la docente aún no valida la respuesta. Luego la docente pide a los alumnos que sigan leyendo el enunciado para aclarar mejor las ideas.

En conclusión se menciona que deben estar presentes ciertas condiciones para promover la argumentación en una clase, siendo la primera de ellas correspondiente a las estrategias comunicativas, considerando tres de ellas las más significativas: oportunidades de participación; gestión del error y tipo de preguntas. Una segunda condición tiene relación con las tareas matemáticas que se plantean en clases, en las cuales se expongan: diferentes procedimientos, respuestas abiertas, posturas diferentes, y una tercera condición que tiene relación con una planificación de una clase que promueva la argumentación, en donde, se pueda anticipar respuestas, procedimientos o posturas de los estudiantes.

Los antecedentes anteriores muestran que, en el contexto del nuevo marco curricular, se desconoce cómo se promueve el desarrollo de la habilidad *Argumentar*. Por lo tanto, adquiere relevancia conocer cuáles son las prácticas que realizan los docentes para promover la habilidad de argumentar.

Además, tal y como será descrito en el marco teórico la habilidad de argumentar en enseñanza media está fuertemente relacionada con la demostración, y por tanto, describir las prácticas que realizan los docentes para promover la habilidad de argumentar en enseñanza media significa conocer si los estudiantes están argumentando, si están teniendo discusiones para intentar convencerse unos con otros, y además significa también conocer las prácticas que está realizando el profesor para trabajar la demostración con ellos, y que de acuerdo a las nociones identificadas por De Villiers y por Harel y Sowder, interesa entonces identificar que función cumple la demostración en las clases del profesor y que ésta es una forma de describir su práctica, y que en segundo lugar, qué esquemas de demostración está trabajando el profesor con sus estudiantes, lo cual se relaciona con describir sus prácticas.

1.2 Pregunta y objetivo general de investigación

En el presente estudio, se busca explorar cómo algunos profesores de matemática promueven el desarrollo de habilidades, en particular la argumentación, con el fin de dilucidar el escenario, al menos, regional. Para ello, nos hemos propuesto el objetivo de identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad Argumentar en cuatro establecimientos de enseñanza media.

Por tanto, es necesario responder a la siguiente interrogante: ¿Cómo es la gestión en el aula que realizan los profesores del subsector de matemática, para promover el desarrollo de la habilidad Argumentar en Enseñanza Media, en cuatro casos de la octava región?

Por ende, en el presente estudio nuestro objetivo general es:

Identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad Argumentar en cuatro casos de enseñanza media de la octava región. Y esto se relaciona con la pregunta de investigación en que si damos respuesta a esta pregunta podremos

indagar en profundidad en relación a las diferentes prácticas que realizan los docentes para promover la habilidad Argumentar.

1.3 Objetivos específicos

En las Bases Curriculares de matemática (MINEDUC, 2012d), se explicita la argumentación y comunicación como habilidades a desarrollar durante el proceso educativo, siendo una instancia para que los alumnos puedan elevar su nivel cognitivo, involucrando un pensamiento más crítico y reflexivo.

Ahora bien, según la naturaleza de la habilidad de argumentación tal como se presenta en el marco curricular vigente, se identifica a esta como una interacción comunicativa que puede ser explicativa, argumentativa o demostrativa. En particular en enseñanza media, la demostración matemática tiene una presencia muy fuerte en la habilidad de argumentación, ya que esta permite mostrar definiciones, propiedades o teoremas, que permiten describir la explicación matemáticamente. Cabe señalar que esta idea será desarrollada con mayor profundidad en el marco teórico.

Por tanto, se decide seleccionar tres dimensiones para describir el fenómeno de la argumentación, las cuales nos servirán de guía para este estudio y, por tanto, nos permitirán definir las categorías y los objetivos específicos. Estas dimensiones están asociadas a la caracterización de aquellas interacciones que son argumentativas, al uso se le da a la argumentación matemática como objeto central de la habilidad en enseñanza media, y a los tipos de argumentaciones matemáticas que se promueven. Para estas dos últimas dimensiones, emplearemos nociones teóricas asociadas. En el caso de los usos de la argumentación matemática, nos concentraremos en describir las funciones de las interacciones argumentativas identificadas, según (De Villiers, 1993). Además, y considerando en Enseñanza Media la argumentación está muy asociada a la demostración, identificaremos los tipos de demostraciones a partir del concepto de esquema de demostración, propuesto por (Harel y Sowder, 1998), para así poder ofrecer una descripción en profundidad de lo observado.

En base a las tres dimensiones seleccionadas para describir el fenómeno de la argumentación, se formulan los siguientes objetivos específicos.

- Describir la gestión de los distintos tipos de interacciones comunicativas que se desarrollan en el aula.
- Reconocer las funciones de las intervenciones con intención de demostración, en profesores y alumnos.
- Identificar los principales esquemas de pruebas generados por el profesor en el aula de clases.

1.4 Relación entre problema y objetivos.

La siguiente tabla orienta la forma de completar la información respecto de los elementos que configuran la relación entre problema, pregunta y objetivos.

Tabla 1.4

Problema de investigación	Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos
<p>En el contexto del nuevo marco curricular, se desconoce cómo se promueve el desarrollo de la habilidad <i>Argumentar</i>. En cuatro casos de enseñanza media en la octava región.</p>	<p>¿Cómo es la gestión en el aula que realizan los profesores del subsector de matemática, para promover el desarrollo de la habilidad <i>Argumentar</i> en cuatro casos de enseñanza media en la octava región?</p>	<p>Identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad <i>Argumentar</i> en cuatro casos de enseñanza media en la octava región.</p>	<p>Describir la gestión de los distintos tipos de interacciones comunicativas que se desarrollan en el aula.</p>
			<p>Reconocer las funciones de las intervenciones con intención de demostración, en profesores y alumnos.</p>
			<p>Identificar los principales esquemas de pruebas generados por el profesor en el aula de clases.</p>

1.5 Justificación del problema

Teniendo presente que la enseñanza de la matemática no debe focalizarse exclusivamente en la enseñanza de los contenidos, y que es importante promover el desarrollo de habilidades en nuestros jóvenes. Según lo mencionado por PISA (2006), “Si bien la adquisición de conocimientos específicos tiene su importancia en el aprendizaje escolar, la aplicación de esos conocimientos a la vida adulta depende de manera fundamental de la adquisición de una serie de conceptos y habilidades de carácter más amplio.” “En el ámbito de las matemáticas, ser capaz de razonar cuantitativamente y de representar relaciones o dependencias tiene mayor valor a la hora de aplicar las habilidades matemáticas a la vida cotidiana que la capacidad de responder a las preguntas que suelen figurar en los libros de texto” (p.10). Lo cual nos permite determinar la importancia de las habilidades para los estudiantes.

También es importante mencionar que, según Villalobos (2011), “la gestión de aula se centra en generar oportunidades efectivas en la sala de clases, programando unidades didácticas coherentes, tomando decisiones asertivas, contextualizadas y secuenciadas, organizando y planificando acorde con el sujeto que aprende, los contenidos, la opción metodológica, la evaluación, el contexto y los recursos didácticos” (p.2). En este sentido, el conocer las gestiones de aula propuesta por el docente nos pueden guiar en el cómo el docente promueve estrategias de acuerdo a la necesidad de generar la habilidad de argumentar en sus alumnos.

De acuerdo a Solar, García, Rojas y Coronado (2014), también es relevante el generar un clima de interacción en el aula, para que el saber ser mejore el aprendizaje matemático del estudiante, es decir, promueva el deseo y necesidad de saber, motivación en su desempeño, al trabajo cooperativo y la autoformación. El saber ser se evidencia al desarrollar una actitud científica en el estudiante y una inclinación cultural favorable al desarrollo de competencias y habilidades matemáticas. Además, a partir de esta inclinación cultural la cual posibilita que su saber conocer se exprese como capacidad para desarrollar procesos matemáticos

como: observar, describir, graficar, representar, pensar, razonar, **comunicar**, **argumentar**, proponer, demostrar, analizar y resolver problemas “usando los conocimientos” dentro y fuera de los contextos escolares. Es en este proceso “de enfrentamiento a múltiples tareas” como los seres humanos desarrollan su pensamiento matemático (p.40-41).

Otra investigación de Howard y Solar (2015), los cuales afirman que: “la interacción que favorece la presencia de procesos de argumentación está conformada por un tipo de interacción que se construye colectivamente, en la cual la profesora no interviene con coordinaciones donde argumenta, ni tampoco para negociar o para corregir las intervenciones de los alumnos, sino que negocia *metadiscursivamente* sus intervenciones buscando la aparición de garantías y refutadores de modo de promover la aparición de los componentes de la argumentación.” (p.160).

1.6 Supuestos de Investigación

Hay ausencia de antecedentes relacionados al tema en enseñanza media, sin embargo, creemos que los precedentes relacionados hasta ahora para educación general básica (*Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática* (MCM) de Solar et al (2011); *La experiencia de los profesores universitarios del gran concepción sobre la enseñanza de la argumentación en el aula matemática a estudiantes de pregrado de educación general básica* de López et al (2015).) se pueden extender a educación media.

Dado que en la formación inicial que han tenido los profesores de enseñanza media no se ha estudiado ni se ha promovido el desarrollo de la habilidad Argumentar, creemos que estos profesores en la actualidad desconocen en qué consiste dicha habilidad.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo serán presentados los sustentos teóricos en los que se sostienen nuestra investigación. Se comienza presentando una breve descripción sobre la relevancia de las habilidades en las bases curriculares, pues son estas las herramientas que poseen los docentes al momento de preparar el proceso de enseñanza. Se caracteriza particularmente la habilidad de argumentar, considerando que es la base del problema del tema de investigación. Se continúa con la profundización de la argumentación, haciendo la diferencia entre dos conceptos que son fáciles de confundir como lo son explicar y argumentar, conceptos similares necesarios de diferenciar en el proceso de enseñanza-aprendizaje para la observación del desarrollo de las habilidades promovidas por el docente, definiendo el concepto y la habilidad de argumentación. Se tratan diversas formas argumentativas en las cuales se destaca la argumentación colectiva y matemática. Luego caracterizamos el concepto de demostración, como parte de la habilidad de argumentar, trabajando con los esquemas de demostración y haciendo énfasis en las estrategias demostrativas. Finalmente se presentan las condiciones para promover el desarrollo de la habilidad de argumentación, necesarias para el posterior análisis de las gestiones que realizaron los distintos docentes partícipes de nuestra investigación, acentuando en la argumentación y en la demostración, y presentando fenómenos didácticos de gestión de aula, que el docente debe evitar para que sea posible el desarrollo de la habilidad de argumentar y comunicar, donde se enuncian fenómenos como el efecto Topaze.

En lo que sigue, se expondrá sobre cómo el marco curricular nacional describe y define a la habilidad de argumentación, a partir de sus documentos oficiales.

2.1 Las habilidades en las Bases Curriculares

Como se ha indicado en la formulación del problema, esta investigación se centra en una de las habilidades presente en las Bases Curriculares en Matemática, la habilidad de argumentar.

Las habilidades se han incluido en el marco curricular desde el año 2012, y una hipótesis detrás de la formulación y aprobación de este marco es que los profesores son capaces de promover el desarrollo de éstas. Así, la relevancia de las habilidades como un fin del proceso educativo, se encuentran explícitas en el currículum vigente (MINEDUC, 2014):

“En el plano educativo, las habilidades son cruciales, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos. La continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan capacidades de pensamiento transferibles a distintas situaciones, desafíos, contextos y problemas. Así, las habilidades son fundamentales para desarrollar un pensamiento flexible, adaptativo y crítico”. (p.5).

2.1.1 La argumentación en las Bases Curriculares

En el sistema educacional chileno, específicamente, en las bases curriculares, se puede encontrar la argumentación como una habilidad presente de manera transversal, y al promoverla, los procedimientos matemáticos se optimizan, pues involucran tareas como conjeturar, describir, fundamentar y verificar que son parte de esta habilidad.

Argumentar en el Marco Curricular (2014) declara que se apunta “principalmente a que los estudiantes sepan diferenciar entre una argumentación intuitiva y una argumentación matemática; sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas y puedan convencer a los otros de que la propuesta es válida matemáticamente y aceptada por todos”. (p.26).

Según el marco curricular (MINEDUC, 2012a), “en todas las asignaturas debe darse la oportunidad para la expresión de ideas y conocimientos de manera organizada frente a una audiencia (exposición) y la formulación de opiniones fundamentadas (argumentación)”. (p.15). Además, esencialmente en la asignatura de matemática, se logra contribuir al “desarrollo de habilidades como el modelamiento, la argumentación, la representación y la comunicación. Dichas habilidades confieren precisión y seguridad en la presentación de la información y, a su vez, compromete al receptor a exigir precisión en la información y en los argumentos que recibe”. (p.30).

El marco curricular (MINEDUC, 2012b) afirma además que “la habilidad de argumentar se expresa al descubrir inductivamente regularidades y patrones en sistemas naturales y matemáticos y tratar de convencer a otros de su validez. Es importante que los alumnos puedan argumentar y discutir, en instancias colectivas, sus soluciones a diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Deben ser estimulados a utilizar un amplio abanico de formas de comunicación de sus ideas, incluyendo metáforas y representaciones.” (p. 32).

Los objetivos de aprendizaje (OA) que entrega el marco curricular cumplen la función de indicar los desempeños mínimos que debe adquirir cada estudiante en cada asignatura y en cada nivel de enseñanza, es decir, los OA integran habilidades, conocimientos y actitudes necesarias e importantes para que los estudiantes logren alcanzar un desarrollo íntegro y puedan desempeñarse de manera óptima en la sociedad que se integran, siendo participativos y responsables.

Los OA integran la habilidad de argumentar y comunicar, por lo que se presentan dichos objetivos propios de las habilidades, que están propuestos en el marco curricular de todos los niveles de enseñanza, los cuales se presentan a continuación:

Tabla OA

CURSO	Objetivo de aprendizaje de la habilidad argumentar y comunicar
1ro básico	<ul style="list-style-type: none"> • Describir situaciones del entorno con lenguaje matemático. • Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas. • Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.
2do básico	<ul style="list-style-type: none"> • Describir situaciones de la realidad con lenguaje matemático. • Comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas. • Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.
3ro básico	<ul style="list-style-type: none"> • Formular preguntas para profundizar el conocimiento y la comprensión. • Descubrir regularidades matemáticas la estructura de las operaciones inversas, el valor posicional en el sistema decimal, patrones como los múltiplos y comunicarlas a otros. • Hacer deducciones matemáticas de manera concreta. • Describir una situación del entorno con una expresión matemática, con una ecuación o con una representación pictórica. • Escuchar el razonamiento de otros para enriquecerse y para corregir errores.
4to básico	<ul style="list-style-type: none"> • Formular preguntas para profundizar el conocimiento y la comprensión. • Descubrir regularidades matemáticas la estructura de las operaciones inversas, el valor posicional en el sistema decimal, patrones como los múltiplos y comunicarlas a otros.

	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer deducciones matemáticas. • Comprobar una solución y fundamentar su razonamiento. • Escuchar el razonamiento de otros para enriquecerse y para corregir errores.
5to básico	<ul style="list-style-type: none"> • Formular preguntas y posibles respuestas frente a suposiciones y reglas matemáticas. • Comprobar reglas y propiedades. • Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: <ul style="list-style-type: none"> ➤ describiendo los procedimientos utilizados. ➤ usando los términos matemáticos pertinentes Identificar un error, explicar su causa y corregirlo. • Documentar el procedimiento para resolver problemas, registrándolo en forma estructurada y comprensible.
6to básico	<ul style="list-style-type: none"> • Formular preguntas y posibles respuestas frente a suposiciones y reglas matemáticas. • Comprobar reglas y propiedades. • Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: <ul style="list-style-type: none"> ➤ describiendo los procedimientos utilizados. ➤ usando los términos matemáticos pertinentes. • Comprender y evaluar estrategias de resolución de problemas de otros. Identificar un error, explicar su causa y corregirlo. • Documentar el proceso de aprendizaje, registrándolo en forma estructurada y comprensible.
7mo básico	<ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. • Explicar y fundamentar: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Soluciones propias y los procedimientos utilizados. ➤ Resultados mediante definiciones, axiomas,

	<p>propiedades y teoremas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. • Evaluar la argumentación de otros dando razones.
8vo básico	<ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. • Explicar y fundamentar: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Soluciones propias y los procedimientos utilizados. ➤ Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. • Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. • Evaluar la argumentación de otros dando razones.
1ro medio	<ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. • Explicar: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Soluciones propias y los procedimientos utilizados. ➤ Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. ➤ Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente. • Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados. • Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si en una secuencia de pasos hay un salto o errores.
2do medio	<ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. • Explicar: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Soluciones propias y los procedimientos utilizados. ➤ Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.

	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente. • Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados. • Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: Programa de Estudio de Primer año Básico a Segundo Medio

En los Programas de Estudio de tercero y cuarto medio no se presentan objetivos de aprendizaje para la habilidad de argumentar y comunicar de manera explícita, en su lugar, se muestran aprendizajes esperados de cada unidad en donde se incluyen. Por esto y a través del análisis de cada unidad, se construyó la siguiente tabla en donde se eligieron distintos aprendizajes que describen acciones que se relacionan con la argumentación.

Tabla AE.

Curso	Unidad	Aprendizaje Esperado	Indicadores de Evaluación Sugeridos
3ro medio	Números	AE 02: Utilizar los números complejos para resolver problemas que no admiten solución en los números reales.	- Conjeturan acerca de la solución de la ecuación $x^2 + c = 0$ si la constante c pertenece a \mathbb{N} o \mathbb{Z}^- .
		AE 05: Argumentar la validez de los procedimientos o conjeturas referentes a números complejos y sus propiedades	- Validan sus conjeturas en ejemplos numéricos. - Formulan y verifican conjeturas respecto de un número complejo y su

			conjugado.
	Datos y Azar	AE 20: Modelar situaciones o fenómenos mediante la distribución binomial.	- Conjeturan si una situación o un fenómeno de la vida diaria tiene las características para ser interpretado como experimento binomial.
4to medio	Álgebra	AE 02: Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales	- Comunican soluciones a problemas relativos a inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.
	Datos y Azar 1	AE 08. Evaluar críticamente información estadística extraída de medios de comunicación, tales como periódicos y revistas, o de internet.	-Conjeturan si el espacio muestral tiene tamaño suficiente para hacer inferencias sobre la población.
	Datos y Azar 2	AE 14: verificar mediante ejemplos concretos que la media \bar{X} de muestras aleatorias de tamaño n , extraídas de una población se distribuye aproximadamente normal, si se aumenta el tamaño de la muestra.	- Conjeturan, basándose en histogramas de ejemplos concretos y de forma intuitiva, sobre la validez del teorema del límite central.

		AE 15: modelar situaciones de la vida diaria o de las ciencias naturales con distribuciones aleatorias, como la distribución binomial o la distribución normal.	- Conjeturan el modelo de distribución pertinente para determinados tipos de situaciones.
--	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: Programa de Estudio de Tercero Medio y Cuarto Medio

2.1.2 La comunicación en las Bases Curriculares

Si bien el objeto de la investigación no se centra principalmente en la comunicación, es necesario conocer un pequeño enfoque de las bases curriculares sobre esta, ya que el currículum presenta a la argumentación y comunicación como parte de una misma habilidad curricular. Así, el marco curricular, MINEDUC (2012c) destaca que “la habilidad de comunicar se desarrolla principalmente cuando el estudiante tiene la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que incluyen desde explicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos, y resultados de más de una manera, hasta explicar los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas; entre ellas, las relaciones lógicas.” (p.38). Es por esto, que la comunicación se considerará como el medio para que se desarrolle la habilidad de argumentar.

En el siguiente punto, se ahondará plenamente la argumentación como habilidad y como concepto a ser trabajado.

2.2 La argumentación

En nuestra cultura, los individuos poseen la necesidad de comunicar o transmitir ideas, pensamientos o posturas de algún tema a otras personas buscando

convencer sobre el punto de vista, utilizando para ello la argumentación, que es un proceso complejo que emplea el razonamiento y la persuasión.

Como se ha mencionado anteriormente, la argumentación es trascendental en el currículum, y se ha descrito la forma en la que esta habilidad es presentada en los programas de estudio. Pero, ¿se define de la misma forma la habilidad en otros contextos?

También, Calsamiglia y Tusón (1999) la definen como “una secuencia textual que aparece en muchas de las actividades de la vida social”. Por tanto, se destaca a la argumentación como una actividad propia del lenguaje y la comunicación (p. 294).

La Real Academia Española la define¹ como:

Del lat. *argumentāri*.

1. intr. Aducir, alegar, dar argumentos.

2. intr. Disputar, discutir, impugnar una opinión ajena.

Se observa que se define la argumentación asociada a la idea de razonar para defender o convencer a otro de una cierta idea.

Calsamiglia y Tusón (1999) muestran algunas características fundamentales de la argumentación. A continuación, se muestra una síntesis de las caracterizaciones que han propuesto estos autores, a partir de los elementos comunes propuestos en sus descripciones.

Tabla 2.2 Características de la argumentación.

Objeto	Cualquier tema controvertido (...) que admite diferentes maneras de tratarlo. Se puede formular como pregunta.
---------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

¹ Definición disponible en <http://dle.rae.es/?id=3YDnmTg>, obtenida el 23 de septiembre de 2016.

Locutor	Ha de manifestar una manera de interpretar la realidad, una toma de posición. Expone la opinión a través de expresiones modalizadas y axiológicas.
Carácter	Polémico, marcadamente dialógico; se basa en la contraposición de dos o más posturas (verdades o creencias aceptadas o posiciones defendidas por un sector o una persona).
Objetivo	Provocar la adhesión, convencer, persuadir a un interlocutor o a un público de la aceptabilidad de una idea, de una forma de ver el tema que se debate.

Fuente: Calsamiglia y Tusón (1999)

Se observa que estos elementos refuerzan la idea de la argumentación como un proceso comunicativo con objetivo de convencer a otros, lo que es bastante consistente con la descripción propuesta en el marco curricular, expuesta anteriormente.

Calsamiglia y Tusón (1999) profundizan en la caracterización, señalando que: “La organización [de la argumentación] se construye sobre un esquema de tesis y antítesis, sostenido por partes en la confrontación (...). Y encuentra su ejemplo más claro en situaciones de comunicación dialogales en la que aparece un proponente y un oponente, una cuestión que se suscita, una propuesta y una contrapropuesta, una búsqueda de argumentos que constituyan la ley de paso (basada en la experiencia compartida, las creencias, las observaciones, etc.) que lleve a una conclusión”. (p. 296). Por tanto, estos autores conciben a la argumentación, en un sentido más profundo, como un proceso dialéctico en el que interviene más de un locutor, con lo que el carácter comunicativo es más explícito en sus planteamientos.

Tenemos entonces que la argumentación es una práctica que involucra comunicar una idea o punto de vista, tratando de convencer al receptor de adoptar la misma posición que el emisor. Y dependiendo de los autores, el emisor puede tener una actitud pasiva o activa en la argumentación.

A continuación, se buscará profundizar la caracterización de la argumentación, diferenciándola en primer lugar de la explicación, y proponiendo luego una conceptualización del objeto.

2.2.1 Diferencia entre argumentación y explicación.

Los conceptos de argumentación y explicación suelen utilizarse como sinónimos, cuando en el ámbito educacional cumplen roles diferentes, donde una se expresa como habilidad y la otra es integrada dentro de esta. Se comenzará por tanto con una breve definición del concepto de explicación para poder diferenciar ambas significaciones.

Una de las maneras más asertiva que encontramos para definir la explicación como tal, es la de Goizueta y Planas (2011) quienes consideran que “explicar implica hacer comprensible un hecho o fenómeno presentándolo en conexión con otros hechos o fenómenos dentro de un sistema de relaciones y funcionamiento coherente. De modo que la explicación tiene una función primordialmente descriptiva y por lo tanto el valor epistémico de las proposiciones involucradas en la explicación juega un rol secundario.” (p. 10). Lo que significa que explicar es sencillamente hacerse entender, sin la necesidad de convencer a otros. De hecho, estos señalan que “la explicación pretende hacer comprensible un dato, una proposición, un fenómeno, un resultado, etc.; su éxito reside en la coherencia cognitiva de la descripción del sistema”. Lo que apunta a que la finalidad de la explicación es la claridad de lo expuesto por el emisor o locutor.

Así, pueden existir diversas explicaciones para un mismo hecho o acontecimiento que ocurra. Pues bien, darse a entender comienza con la comprensión de la comunicación aun cuando no se logran emitir palabras ni gestos estructurados.

Duval (1999, citado por Goizueta y Planas, 2011) establece que tanto una explicación como una argumentación utilizan marcadores argumentativos, es decir, elementos del discurso que cumplen una cierta función. Sin embargo, menciona que las explicaciones son descriptivas, mientras que las argumentaciones buscan establecer el por qué se afirma una cierta idea, o por qué se responde de una cierta forma a una idea.

Con ello, se afirma que se puede avanzar de una explicación a una argumentación cuando: se incluyen definiciones formales u otro tipo de respaldos que no sea intuitivo, que buscan y logran convencer al receptor del mensaje que adopte la postura y/o punto de vista del emisor. Por tanto, la diferencia no es tanto estructural, sino que radica en el objetivo del emisor o locutor que se comunica para darse a entender, o bien, para persuadir a otros.

Ribas (2003) señala que “explicar es organizar la información a partir de unas relaciones lógicas entre las unidades que las constituyen, de manera que aparece como un razonamiento que conduce de una premisa a una conclusión.” (p. 151). Por otra parte Duval (1999), indica que la explicación y la argumentación comparten el mismo esquema de paso de una idea a una conclusión, pero se diferencian en la que la explicación cumple una función descriptiva y que la argumentación tiene la intención de mostrar el carácter de verdad de una proposición que posee la argumentación.

Con esto se tiene clara la diferencia que expresa Duval en la intención de la explicación y la argumentación, pues ambas buscan en primera instancia describir su idea yendo más allá la segunda que escala en el ámbito de darse a entender con valor de verdad para ganar adeptos a su proposición.

2.2.2 La estructura de la argumentación

“El origen de la disciplina que hoy denominamos teoría de la argumentación está estrechamente vinculado al desarrollo de una perspectiva pragmática sobre un fenómeno, la argumentación (...).” Llano, Otero y Banks (2007) (p.49).

Una de las significaciones del término argumentación la define Álvarez y Núñez (2005), quienes señalan que la “argumentación es el mecanismo que relaciona la información concreta con las abstracciones y generalizaciones; es decir, es el proceso que relaciona los datos, siguiendo las reglas del pensamiento crítico, para obtener información.” (p. 74).

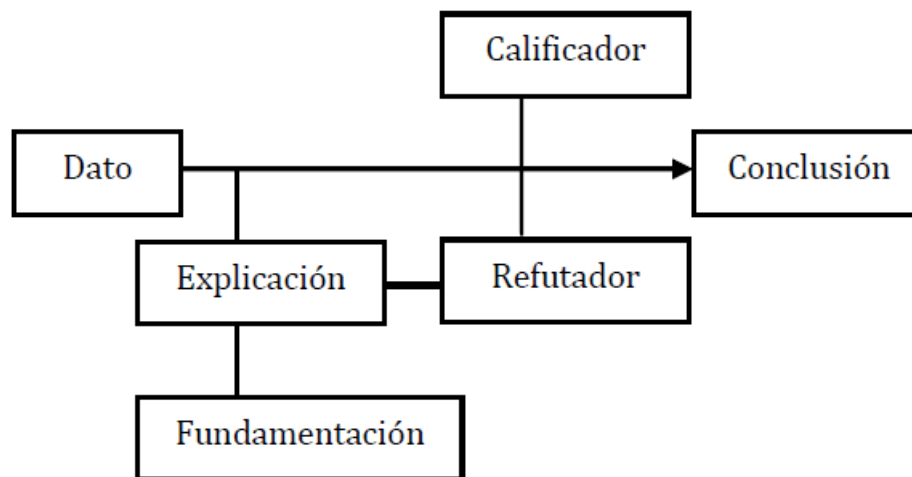
La argumentación dialéctica es definida como un tipo de diálogo, que obedece a reglas, en el que se oponen dos participantes. Brunschwig propone un sistema en el que un participante es el que responde, quien debe defender una aseveración dada; y el otro participante es el que pregunta o cuestiona, quien debe atacarla (Brunschwig, 1967; citado en Plantin, 2012).

Vista como un proceso propio de la actividad humana, la argumentación lógica responde a la teoría de tres “operaciones del espíritu”: aprehensión, juicio y razonamiento, que en el plano cognitivo corresponden al anclaje lingüístico del concepto por medio de un término, a la construcción del enunciado y, finalmente, a la argumentación misma, que consiste en el encadenamiento de proposiciones conocidas con nuevas proposiciones (Plantin, 2012).

El esquema o modelo de Toulmin, representa la estructura de la argumentación de una persona que intenta convencer a otra, o a una audiencia, de que su postura es verídica. “Este modelo se adecúa a la concepción epistemológica del conocimiento, en cuanto que admite que la mayoría de los razonamientos argumentativos no dejan de ser una suposición por el hecho de que el emisor no tiene la certeza absoluta de que la conclusión se cumpla totalmente. Por lo tanto, acepta que el conocimiento es relativo y que, necesariamente, debe ser

contrastado con las razones de los demás para llegar a acuerdos comunicativos basados en el consenso sobre las razones más válidas.” (pag.51).

Esquema de Toulmin:



Fuente: Solar, Ortiz y Ulloa.

Según estos autores se puede definir cada componente del esquema de Toulmin como:

La **conclusión** es la afirmación cuya validez se quiere establecer.

El **dato** es el soporte que se provee para apoyar y validar la conclusión. Es el punto de partida de quien argumenta, y puede ser un hecho o una información.

La **explicación** es un conjunto de afirmaciones y razones, que busca establecer la relación entre el dato y la conclusión, haciéndola comprensible.

El **calificador** señala la certeza con la cual se establece la argumentación. Puede ser subjetiva (ej: “estoy seguro/no estoy muy seguro”), o bien, objetiva sobre la explicación o la conclusión (ej: “siempre ocurre/ocurre excepto en estos casos”).

El **refutador** es una afirmación que describe circunstancias bajo las cuales la explicación o el calificador no son válidos. En tal sentido, opera directamente sobre la explicación o sobre el calificador.

La **fundamentación** es el conocimiento básico (definiciones, propiedades, teoremas) que permite asegurar la explicación, describiéndola matemáticamente. Es decir, es un soporte a la explicación, y por tanto no se refiere a la conclusión propiamente tal pero permite garantizar la veracidad de esta.

Leitão (2007) define a la argumentación como una actividad social de naturaleza discursiva que se realiza por la justificación de puntos de vista y consideración de ideas alternativas, con el objetivo de aumentar o reducir la aceptabilidad de un punto de vista en cuestión.

Interesa, particularmente, comprender la existencia de argumentación en un espacio de negociación (en situaciones cara a cara; o en ausencia de un interlocutor), como recursos de mediación en procesos de construcción de conocimiento, como así también en la transformación de conocimiento, desencadenando en los individuos, un proceso de revisión de sus perspectivas.

Por tanto, a pesar que el modelo de Toulmin considera como contexto a un sujeto convenciendo a una audiencia, asumiremos que la argumentación es por definición un fenómeno dialógico. Las voces que la constituyen tienen su origen no solo en interlocutores presentes en la situación inmediata en que la argumentación es producida; sino también en una multiplicidad de artefactos (libros, problemas, afirmaciones de otros), y más aún, en el discurso interior, en situaciones en que la argumentación se genera en ausencia de un interlocutor en el ambiente de su producción (escritura); o en situaciones donde un individuo se involucra en una argumentación consigo mismo (argumentación autodirigida).

El concepto de argumentación está ligado a las teorías conceptuales, que indican de modo implícito y explícito su concepción, uniendo lo anterior con las habilidades presentes en las bases curriculares que rigen el currículum educativo

chileno, pues argumentar es una habilidad presente en las bases curriculares. De este modo se trabajará la habilidad de argumentación en el siguiente apartado, escalando de concepto (como significación) a habilidad curricular (capacidad).

2.2.3 Habilidad de argumentación

Nuestra investigación es abordada por medio de la argumentación y de la comunicación, y podemos encontrar distintas maneras de definir el primer concepto. Una manera de definirlo es como lo hace Weston (2008), quien señala que: “«dar un argumento» significa ofrecer un conjunto de razones o de pruebas en apoyo de una conclusión. Aquí, un argumento no es simplemente la afirmación de ciertas opiniones, ni se trata simplemente de una disputa. Los argumentos son intentos de apoyar ciertas opiniones con razones. En este sentido, los argumentos no son inútiles, son, en efecto, esenciales.”(p.11).

Goizueta y Planas (2011) señalan que “en el caso de la argumentación, las razones esgrimidas pretenden comunicar su fuerza a la tesis propuesta (el caso en cuestión). Pretenden, finalmente, modificar su valor epistémico y tornarlo positivo (plausible, obvio, necesario)” (p. 10).

Y que en general en cualquier situación en la que se requiera convencer o persuadir a una audiencia, ya sea una única persona o un grupo. En un sentido amplio la argumentación es una práctica discursiva, que responde a una función comunicativa, la que se orienta hacia el receptor para lograr su adhesión.”.

Ahora, al conocer los conceptos de argumentar y explicar, podemos volver a citar a Goizueta y Planas (2011) que señalan que “la explicación pretende hacer comprensible un dato, una proposición, un fenómeno, un resultado, etc.; su éxito reside en la coherencia cognitiva de la descripción del sistema. En cambio, en el caso de la argumentación, las razones esgrimidas pretenden comunicar su fuerza a la tesis propuesta (el caso en cuestión). Pretenden, finalmente, modificar su valor epistémico y tornarlo positivo (plausible, obvio, necesario)” (p. 10). Estos

autores destacan que en contextos dialécticos, hay interacciones que requieren explicaciones (por ejemplo, preguntas como “¿por qué se produce este fenómeno?”, “¿por qué se obtiene este resultado?”) y otras que requieren que se proponga al menos un argumento (por ejemplo, “¿por qué afirmas que...?”, “¿por qué respondes que...?”).

En resumen, explicar responde al hecho de darse a entender y argumentar responde al hecho de hacerse entender y querer lograr que la audiencia tome la misma postura que el locutor, convencién­dole que quien argumenta tiene la razón.

2.2.4 Argumentación Colectiva

En una situación argumentativa pueden ser uno o más los individuos los que busquen convencer al resto de los participantes de su verdad. Por lo tanto se puede afirmar que existe un tipo de argumentación colectiva, la que a rasgos generales se puede definir, según Conner, Singletary, Smith, Wagner y Francisco (2014), como: “cualquier instancia en donde los estudiantes y profesores hacen un reclamo matemático y presenten pruebas que lo apoyen.” (p. 404).

Por esto es que participar en debates propiamente matemáticos se puede enmarcar como argumentación colectiva, pues en ellos participan varias personas las que a través de argumentos buscan convencer a sus antagonistas y llegar a un acuerdo o conclusión. En particular, la argumentación colectiva se presenta en el aula en todas aquellas instancias en las que el profesor y los estudiantes trabajan en conjunto para llegar a consensos a través de verdades y afirmaciones matemáticas.

Queda claro entonces, que en la argumentación se puede llegar a conclusiones de forma individual como grupal.

2.2.5 Argumentación Matemática

La argumentación es un fenómeno transversal a diferentes instituciones humanas. Y por tanto, su manifestación y función puede tener variaciones entre éstas. Por ejemplo, argumentar en derecho no es lo mismo que argumentar en matemática, ya que ambas disciplinas requiere de la apropiación de reglas y lenguajes específicos y especializados. Es por esta especialización que la argumentación no se define de la misma manera que la argumentación matemática. Gamboa, Planas y Edo (2010) definen la argumentación matemática como: “Aquel tipo de argumentación que se desarrolla dentro de la actividad matemática, y en la que la ley de paso se apoya en elementos del conocimiento matemático, requiriéndose la capacidad de comprender o de producir una relación de justificación entre proposiciones que sea de naturaleza deductiva y no sólo semántica” (p. 35). Relacionamos esta idea con la última “operación del espíritu” propuesta por Plantin, en donde el encadenamiento de las proposiciones se realiza bajo las reglas y lenguaje de la disciplina matemática.

En una mirada más comunicativa González y Lora (2011) define que “argumentar en matemática es una acción de naturaleza comunicativa, caracterizada por un modo de razonamiento deductivo y secuencial, que exige analizar las proposiciones matemáticas, significar en ellas lo esencial, formular, confrontar y validar argumentos matemáticos”. Este razonamiento deductivo y secuencial utiliza las reglas de la lógica bivariada, aplicada sobre objetos y axiomas matemáticos.

En particular en la enseñanza de la matemática, para Balacheff (citado por Solar, 2009, p.13), “adoptar una u otra concepción de argumentación, implica tener un posicionamiento en lo que atañe a las prácticas matemáticas, y en particular si se tiene como objeto la enseñanza de la argumentación, y su relación con la demostración”.

Por todo lo anterior, se puede señalar que la argumentación matemática requiere formular hipótesis mediante el razonamiento deductivo, los que deben ser

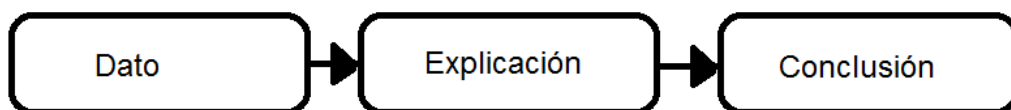
demostrados a través de argumentos matemáticos con el fin de convencer a otros de su validez. La argumentación matemática es el proceso que implica usar el razonamiento lógico para generalizar la información e incluso generar conclusiones que sean proporcionales a los argumentos dados, la cual tiene como objeto de enseñanza de la matemática, el uso de la argumentación.

Según lo citado anteriormente podemos notar que dicha argumentación requiere de un lenguaje adecuado pero además se presentan ciertos momentos que responden a cada uno de los elementos propuestos en el modelo de Toulmin.

2.2.6 Argumentación intuitiva, argumentación matemática, y demostración.

Se ha establecido cómo el marco curricular (MINEDUC, 2014) describe a la habilidad de argumentar y comunicar. Se busca que las y los estudiantes tengan “la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que van desde explicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos, y resultados de más de una manera, hasta argumentar los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas; entre ellas, las relaciones lógicas. Es decir, se busca “principalmente a que los estudiantes sepan diferenciar entre una argumentación intuitiva y una argumentación matemática.” (p.25).

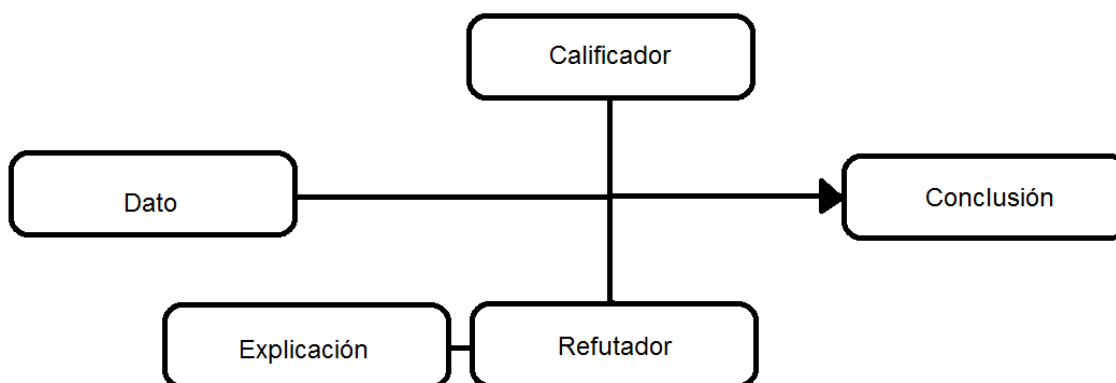
La argumentación intuitiva es aquella que se presenta como la comunicación explicativa, no necesita persuadir ni demostrar, sino que busca explicar y hacer entender. La argumentación intuitiva es el primer nivel de la argumentación, la que asociada al esquema de Toulmin, se satisface con el siguiente esquema.



En 1º básico, en los objetivos propios de la habilidad de argumentar y comunicar, encontramos un ejemplo de argumentación intuitiva:

Explicar las soluciones propias y los procedimientos utilizados.

La argumentación matemática es definida como una comunicación argumentativa, donde los alumnos deben ser capaces de argumentar; es decir dar su punto de vista, convencer y persuadir; sobre procedimientos utilizando un lenguaje apropiado. Basándose en la definición y el esquema de Toulmin, se construye el siguiente esquema.

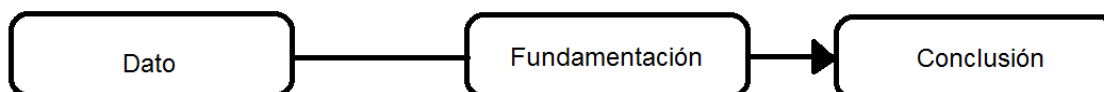


Un ejemplo de aquella argumentación es el que muestra el siguiente aprendizaje esperado, perteneciente a los AE de la habilidad en cuestión de 6º año básico:

Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos:

- *describiendo los procedimientos utilizados.*
- *usando los términos matemáticos pertinentes.*

La argumentación demostrativa, a diferencia de la anterior, se puede apreciar como una comunicación demostrativa que tiene como objeto mostrar la inevitabilidad lógico-matemática de ocurrencia de un fenómeno, bajo ciertas condiciones utilizando un lenguaje formal matemático. Con esta definición podemos asociar el siguiente extracto del modelo de Toulmin a la argumentación demostrativa.



Podemos apreciar como ejemplo el siguiente aprendizaje esperado que se presenta en segundo medio:

Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.

2.3 La demostración

El hacer surgir la necesidad de demostrar propiedades matemáticas en estudiantes es una problemática común en la tarea docente. Los alumnos en ocasiones se conforman al ver que el profesor menciona una propiedad, y la utiliza de inmediato, asumiendo que lo que el docente dice es verdad, pues su explicación les resulta evidente y no cuestionan sus conocimientos. Por otro lado, hay alumnos para los que enunciar una propiedad no es suficiente, pero no hacen las preguntas que tienen para evitar trabajo de demostración, por vergüenza o por simple comodidad. Además hay un grupo pequeño de alumnos que sí se cuestionan y son capaces de preguntar el porqué de las cosas. En este caso de dudas y pregunta oportuna, se hace necesario demostrar una propiedad, pero las dificultades de asumir su exigencia en las ciencias formales se complica cuando son ellos quienes quieren realizar las demostraciones, pues no tienen desarrollado aún su pensamiento lógico.

La Real Academia Española la define² como:

4. f. Fil. Prueba de algo, partiendo de verdades universales y evidentes.
5. f. Fil. Comprobación, por hechos ciertos o experimentos repetidos, de un principio o de una teoría.
6. f. Fil. Fin y término del procedimiento deductivo

Los autores Mamona-Downs y Downs (2002) dicen que “la demostración como dominio de la educación, es algo difícil de elucidar. Implica cuestiones como la

² Definición disponible en <http://dle.rae.es/?id=CAk4RRg>, obtenida el 03 de noviembre de 2016.

formalidad, el rigor y la lógica y al mismo tiempo la persuasión, el significado, la generalización, la generación de ideas para resolver un problema dado, además de la manipulación de estructuras complejas” (p.174). A continuación, intentaremos elucidar este proceso a partir de lo señalado en el marco curricular nacional, para luego conceptualizar y caracterizar este proceso basándonos en su función y estructura.

2.3.1 La demostración como parte de la habilidad Argumentar en E.M.

Como ya se pudo ver en el capítulo 2.1, en los planes de estudios de Enseñanza Media podemos encontrar la demostración como parte de la habilidad comunicar y argumentar, en específico, en los objetivos de aprendizaje de esta habilidad y que se espera desarrollar en el transcurso de las unidades.

Uno de estos objetivos por ejemplo: “Explicar y fundamentar: Soluciones propias y los procedimientos utilizados. Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas” de séptimo año básico, apunta a que los alumnos sean capaces de explicar demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas, teniendo un énfasis notorio en la comprensión de la demostración y el manejo del conocimiento formal para llegar a explicarla.

Otro objetivo un poco más complejo, como lo es “realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si en una secuencia de pasos hay un salto o errores” de primero medio, plantea que el alumno debe ser capaz de realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.

Finalmente, se puede afirmar que la demostración presente en los planes y programas, se muestra como argumentación del tipo demostrativa, pues presenta una estructura similar a la argumentación matemática pero se diferencia en la utilización de un lenguaje matemático formal.

2.3.2 El concepto de demostración.

Es un concepto, que ha tenido una evolución creciente a medida que ha pasado el tiempo.

La concepción formal de la demostración matemática va evolucionando a medida que avanza la historia de la matemática. El programa de desarrollo axiomático de Euclides para la divulgación de la geometría, de hace más de dos mil años, aparece como el primer intento sistematizado de dar una base deductiva al proceso de construcción del conocimiento matemático, introduciendo así a la demostración en la institución matemática.

Así mismo una demostración es una secuencia de enunciados organizados de acuerdo a determinadas reglas.

Por otro lado el concepto de demostración está ligado al concepto de verdad, pues el objeto de una demostración es la verdad definida por un conjunto de principios y obedece por tanto a criterios de validez interna, a diferencia de la argumentación que busca convencer a otro, independientemente del valor de verdad de la conclusión cuya adherencia se busca.

Así, y como señalan Harel y Sowder (1996) el proceso empleado por un individuo para suprimir o apartar dudas sobre la verdad de una conjetura lo llaman demostración. “Un esquema de demostración individual consiste en lo que constituye asegurar y persuadir para esa persona” (p.60). No obstante, la tarea de demostrar no tiene un esquema únicamente individual, y juega un importante rol en la socialización y divulgación de conocimiento matemático. Este rol se puede observar en las distintas funciones que se asigna a la demostración, las que se describen a continuación.

2.3.3 Funciones y esquemas de la demostración.

En nuestra experiencia, hemos observado qué tan frustrante puede llegar a ser para estudiantes de Enseñanza Media conocer y aplicar un procedimiento o propiedad, pero no entenderlo ni menos saber cómo demostrarlo. Éste es uno de los problemas cotidianos que presentan los estudiantes de enseñanza media, pues si bien son capaces de razonar lógicamente, no son capaces de demostrar su conocimiento en un sentido de la formalidad matemática. Creemos que esto ocurre porque estudiantes y profesores ven a la demostración como una acción que tiene distintos usos. Por una parte, los alumnos lo ven para explicar, al punto de llegar a pensar la demostración como una explicación. Los profesores, por su parte, lo usan como medio de ejercicio de autoridad de conocimiento, o bien para presentar que una propiedad es verdadera, independientemente que ésta haya sido comprendida por los alumnos.

Al revisar la literatura, podemos identificar la misma idea: la demostración no tiene un único fin. Varios autores pueden mostrar en sus caracterizaciones, distintos usos para esta. Por ejemplo, Wilder (1944) menciona que la demostración es “sólo un proceso de prueba que aplicamos a esas sugerencias de nuestras intuiciones.” (p. 318). Por otro lado Kline (1973) señala que “una demostración es sólo significativa cuando responde a las dudas de los alumnos, cuando prueba lo que no es obvio”. (p. 5). En estos dos autores, se pueden observar la intención de validación y explicación descrita en el párrafo anterior.

A continuación se presentarán las funciones de la demostración propuestas por De Villiers (1993), que evidencia los siguientes usos:

- La demostración como medio de verificación/convicción: instaura si una afirmación es verídica, establece la presencia de una secuencia lógica para asegurar la validez de los procedimientos matemáticos, siendo así la demostración, una herramienta de convicción de esa validez.

- La demostración como medio de explicación: en este punto la demostración ilustra las causas y expone los por qué de la verdad, ya sea apoyado de evidencia axiomática o de conocimiento personal.
- La demostración como medio de sistematización: en esta función se identifican inconsistencias y razonamientos errados, organizando así, diversos resultados en un sistema que está constituido por teoremas, axiomas, conceptos básicos y nociones matemáticas las cuales ayudan a la obtención de estas inconsistencias.
- La demostración como medio de descubrimiento: es fundamental indagar la idea de que no todas las propiedades son descubiertas por intuición o manejo del contenido, pues bien, algunas de éstas son reveladas producto de su misma demostración, permitiendo llegar a resultados nuevos.
- La demostración como medio de comunicación: este punto considera la demostración como forma de discurso, ya que transmite el conocimiento matemático y permite el intercambio basado en significados compartidos.

Las funciones descritas permiten comprender entonces por qué estudiantes y profesores podrían ver a la demostración de distinta forma. Por otro lado, creemos que el conocer las funciones de la demostración entrega herramientas al docente para transparentar el proceso, de modo de lograr consenso respecto del tratamiento de la demostración en el aula. Sin embargo, observamos en la literatura otra característica que permite formular categorías de demostraciones, y que también pueden ser fuente de dificultades en el aula. Éstas se refieren a la estructura de la demostración, referida a las formas aceptadas como válidas por docentes, estudiantes (o matemáticos). Harel y Sowder (1996) distinguen tres de estas categorías, a las que llaman esquemas de demostración. De los mismos autores destacamos que “un esquema de demostración individual consiste en lo que constituye asegurar y persuadir para esa persona.” (p. 3). Se puede interpretar dichos esquemas como “lo que significa demostrar” para un sujeto, esto

es, el significado personal del objeto demostración según Godino y Batanero (1994,1998).

Para Harel y Sowder (1996) los esquemas de demostración (o esquemas de pruebas) son los siguientes:

- Basado en convicciones externas: ritual, autoritario y simbólico. Pueden explicarse por la influencia de hábitos escolares en consonancia con tales tipos de prácticas argumentativas.
- Empíricos: inductivos y perceptuales. Pueden explicarse por la influencia de hábitos escolares en consonancia con tales tipos de prácticas argumentativas.
- Analíticos: transformacionales y axiomáticos. Son propios de la demostración matemática y una práctica que utiliza que el matemático profesional para convencerse de la verdad de una conjetura.

2.4 Condiciones para promover el desarrollo de la habilidad argumentación.

A través de la investigación, el foco fue centrado en las acciones que realiza el docente en el aula para promover la argumentación por parte de los estudiantes pues la argumentación constituye una problemática real y compleja, obteniendo así un terreno fértil para la investigación.

Por esto es que se hace preciso conocer y describir las condiciones necesarias para que dicha habilidad se desarrolle de manera correcta.

2.4.1 Condiciones para promover la argumentación.

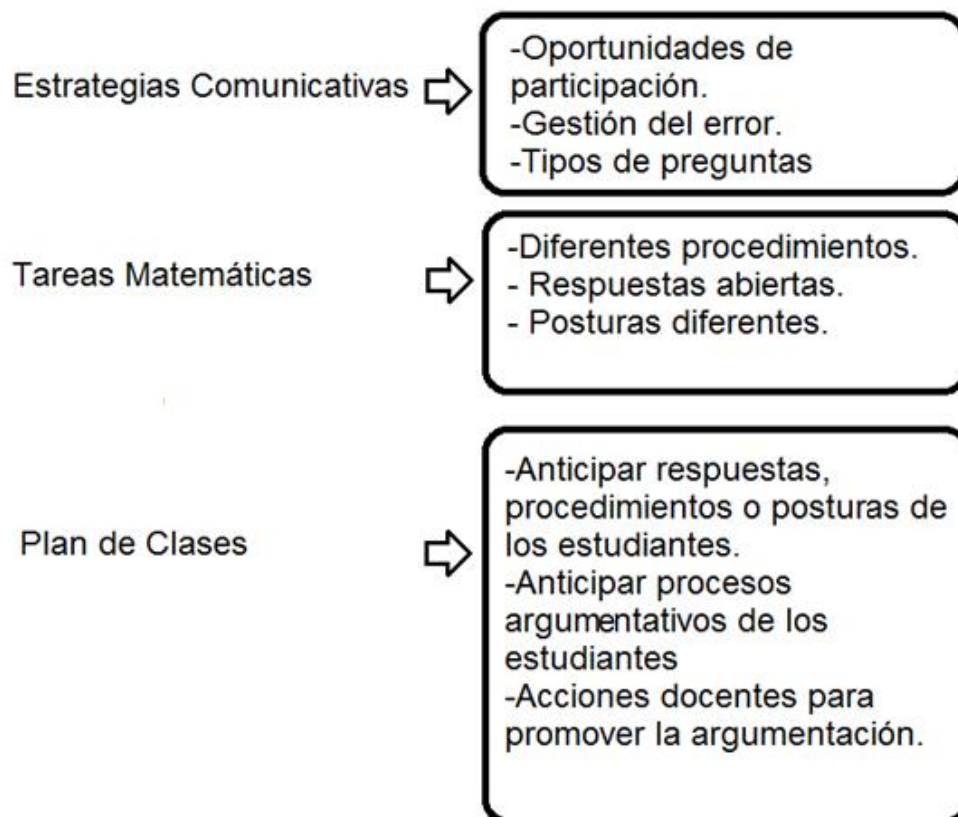
De Solar y Deulofeu (2015), (p. 12) se infieren tres condiciones principales para promover el desarrollo de la argumentación en clases de matemática.

Una primera condición corresponde a las estrategias comunicativas, un docente con dominio de ellas promueve la argumentación en las clases de matemáticas.

Una segunda condición tiene relación con las tareas matemáticas que se plantean en clases. Tareas cerradas que permiten una sola respuesta correcta y que prevengan la aplicación de un algoritmo estándar, no generan las condiciones para que exista un debate, en cambio, tareas abiertas que no necesariamente hay un único resultado correcto requiere de un acercamiento con estrategias informales de resolución, promueve en que existen diferentes puntos de vista.

Una tercera condición tiene relación con una planificación de clase que promueve la argumentación. No basta con una tarea matemática abierta sino con una gestión del docente sobre dicha tarea que conduzca hasta el conflicto, y cuando este se genere el docente intervenga mediante acciones y preguntas para que se desarrolle la argumentación.

Para complementar dicha información sobre las condiciones, se muestra el siguiente diagrama:



Fuente: Solar (2015)

Además de esto, el manejo de la autoridad dentro del aula es un factor que puede afectar el desarrollo de la argumentación, como menciona Finkel (2008) “de dar la clase con la boca cerrada” (p.3), es decir: hay que dejar que los libros hablen, que los estudiantes hablen, indagar juntos; el arte de escribir; crear esquemas para el aprendizaje; separar poder y autoridad en el aula; y por último, proporcionar la experiencia y provocar la reflexión.

En el siguiente punto se tratan las condiciones para promover la demostración.

2.4.2 Condiciones para promover la demostración.

Si bien las condiciones o sugerencias para promover la demostración se enfocan tanto a demostraciones matemáticas, como también a demostraciones ilustradas, comprobación de técnicas, a través de hechos históricos, entre otros. Existen puntos en común que guían al docente hacia una gestión eficiente de demostración.

El primer punto clave es que el docente debe tener total conocimiento de la demostración, para así poder conducir al estudiante a realizar la experiencia y obtener las conclusiones o los resultados esperados mediante el continuo acompañamiento y respaldo del profesor.

Además el estudiante debe familiarizarse con la demostración, comenzando con la utilización de técnicas experimentales, que le sirven como guía hacia una actitud de investigación, reconociendo la existencia de una hipótesis. De esta manera se inicia el desarrollo de la demostración.

Se agrega además, que el docente debe ser capaz de orientar al alumno para enfrentar situaciones o problemas mediante la comprobación de estas situaciones o problemas, de manera que se realicen lógicamente y racionalmente.

En el documento “Estrategias didácticas para la docencia universitaria” se presentan distintas sugerencias para llevar a cabo una demostración, de las

cuales se rescatan las siguientes por tener relación directa con una demostración matemática:

- La demostración debe ajustarse al tiempo disponible, no dejando partes de la demostración para la otra clase, a no ser que eso se produzca con la intención de que el estudiante continúe con dicha tarea fuera del aula.
- Es imprescindible que el docente planee la actividad y la participación de los alumnos en ella, para guiar la demostración hacia lo que él quiere conseguir.
- La demostración debe ser realizada a un ritmo adecuado para que todos los estudiantes comprendan. Esperando que el estudiante sea capaz de explicar pasajes o razonamientos realizados, o preguntar en caso de que algún procedimiento no se comprenda.
- El docente debe solicitar a los estudiantes que expliquen el cómo y el porqué de procedimientos o sucesos que deben demostrar.
- El docente debe guiar la demostración de manera didáctica, para ser comprendida y correctamente aplicada por los estudiantes.
- Debe existir una preocupación constante por parte del docente de interrogar a los estudiantes sobre los procesos de la demostración, para así no pasar a una siguiente fase si no se ha entendido lo anterior.
- Cuando los estudiantes realicen demostraciones, el docente debe proporcionar toda la información necesaria para la realización correcta de esta.

Parafraseando algunos enunciados del “*libro del maestro*”, tenemos que el profesor puede orientar a los estudiantes a que proporcionen un argumento deductivo para demostrar lo que se les solicita. Es probable que al principio los estudiantes tengan dificultades para generar una demostración, así pues el profesor debe entregar algunas sugerencias. Es importante señalar también que no es útil demostrar los teoremas o resultados aislados, sino que promover actividades que promuevan que los alumnos puedan utilizar el razonamiento deductivo para lograr demostrar.

2.4.3 Fenómenos didácticos de gestión del aula.

Al trabajar con personas se tiene que estar preparado para afrontar diversas dificultades, más aún cuando las personas que se tratan son estudiantes, pues, las contingencias que ocurren dentro del aula pueden ser muy difíciles de abordar. Los fenómenos didácticos caben dentro de estas contingencias y pueden ser cruciales para que en el desarrollo de la clase se logren promover habilidades como las que se han mencionado a lo largo de esta investigación.

Dentro de la situación didáctica Brousseau (1997) establece cuatro fenómenos que interrumpen la construcción del conocimiento del estudiante dentro del aula. De estos, identificamos a dos que pueden obstaculizar o inhibir procesos argumentativos. El tener en cuenta estos fenómenos será de utilidad durante el análisis, por cuanto describen algunos eventos en donde la comunicación se declara o marca como dialógica o argumentativa, pero en realidad no lo es.

En el **efecto Topaze**, se indica que el estudiante llega a la respuesta correcta, pero, no ha sido gracias a sus propios méritos, sino que el profesor asume la resolución del problema. El profesor es consciente de las dificultades del curso o grupo para resolver un problema, indicando por esto, cual es el procedimiento a seguir, no permitiendo así la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes. Así, el profesor se mantiene como único emisor durante el discurso matemático en el aula, ya que la intervención del estudiante no es autónoma, sino es un resultado directo de la intención exitosa del docente de comunicar una idea específica, propia y preconcebida. De esta forma, se observan dos emisores pero uno es aparente; además, produce una afirmación sobre la cual no necesariamente ha sido convencido por el docente, sino que responde en función del contrato didáctico.

Por su parte, el **efecto Jourdain** es la actitud que adquiere el profesor cuando un estudiante no acierta a su respuesta, pero para no dañar la ilusión de este le dice que “está bien”, que su respuesta sí es correcta, entonces, una respuesta errada es asumida como un conocimiento válido. En consecuencia, las intervenciones de

los estudiantes no son inducidas, pero al asumir errores como respuestas correctas, se desvaloriza la intervención, con lo que la confrontación de ideas es inhibida por el docente.

2 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se conocerá la estructura metodológica y su sustento metodológico, utilizado para la realización de la investigación. Se dará a conocer el tipo de investigación que se utilizó en la investigación, que es de carácter cualitativa; el diseño que presenta es de estudio de casos de carácter descriptivo y exploratorio, pues se describen las gestiones que realizan los profesores y no hay investigaciones previas que se planteen en educación media. Además se presentan los informantes claves, que son fundamentales para estudio, sus características primordiales. Así también las técnicas e instrumentos de recolección de datos. El plan de análisis de datos y los criterios de la calidad de la investigación, son las también trabajadas es este capítulo.

A continuación se muestra el tipo y diseño de la investigación, que muestran las estrategias utilizadas para la confección metodológica del informe.

3.1 Tipo y diseño de la investigación

Se pueden apreciar distintos aspectos descritos en Hernández, Fernández y Baptista, (2010) que definen la investigación como: “un conjunto de procesos sistemáticos, críticos y empíricos que se aplican en estudios de un fenómeno.” (p.4).

Por otra parte los mismos autores señalan que en investigación el termino diseño “se refiere al plan o estrategia concebida para obtener la información que se desea.” (p.11). De esta forma el enfoque metodológico utilizado en esta investigación es de carácter cualitativo; además agregan que se “utilizan técnicas de recolección de datos, como la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, registro de historias de vida e interacciones e introspección con grupos o comunidades.” (p.11). Al mismo tiempo, es importante describir los

alcances del proceso de investigación, “pues del alcance del estudio depende la estrategia de investigación.” (p.78).

El primer alcance es exploratorio pues “la revisión de la literatura revelo que tan solo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas.” (p.79). Ya que los estudios referentes a la argumentación en el aula por parte de los profesores en enseñanza media, es un tema poco estudiado en el contexto nacional, así esta investigación reside en un estudio exploratorio. Por otro lado, esta investigación también posee un alcance de carácter descriptivo pues busca describir como el docente promueve la argumentación en la sala de clases, es decir, este tipo de alcances, “buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.” (p.80), además no se busca indicar como se relacionan estas variables entre sí.

Por consiguiente, tomando en cuenta que se analizó un grupo reducido de profesores, la investigación adopta un carácter de estudio de casos, así parafraseando a García Jiménez (1991) coincidimos en que dicho estudio conlleva un proceso de búsqueda caracterizado por una exploración meticulosa, metódica y profunda sobre el objetivo de interés; y que relacionado con la investigación, y parafraseando también a Stake (1998) se puede agregar que estudiar la particularidad y la dificultad de un caso singular, se llega a comprender su accionar en situaciones generales.

Otro punto importante, el proceso de estudio de caso se procede, según la definición de Stenhouse (1990) “mediante una recogida y registro de datos sobre el caso, se presenta un informe o una presentación del caso.” (p. 644), la cual se condice con los análisis propuestos en el capítulo 4 de nuestra investigación.

También se destaca que por la naturaleza de la investigación, el número de informantes no es representativo en forma general o probabilísticamente, ya que la investigación no busca generalizar sus resultados a una población macro de

profesores; sino más bien analizar los casos e intentar comprender y profundizar el fenómeno en el aula. Por otro lado, esto también permitió definir categorías y criterios en relación a la gestión que realizan los profesores en el área de matemática para promover la habilidad de argumentar.

El siguiente apartado relata los criterios de selección y las características de los profesores que fueron parte del estudio.

2.2 Informantes clave y criterios de selección

Los informantes fueron seleccionados de acuerdo a su nivel en el que se desempeñan como docentes, en este caso profesores de Matemática de Enseñanza Media, los cuales fueron escogidos de 2 comunas de la región del Biobío. Un criterio a considerar, fue que los informantes impartan su trabajo en establecimientos municipalizados, porque esto asegura que se rigen por los planes y programas establecidos por el Ministerio de Educación. La selección de éstos fue concretada acorde a la factibilidad que tenía el equipo de investigación en sus prácticas tanto progresivas como profesionales; estos fueron en las comunas de Cabrero y Coelemu, en donde cuatro profesores accedieron a filmar sus clases. El rol que cumplió el equipo de investigación en las clases, fue de grabar las clases de matemáticas de dichos docentes en un lugar determinado, con el fin de no intervenir en el contexto de la clase, actuando solamente como observador.

Para el acercamiento de los informantes, primero se les consultó si aceptaban participar de la investigación, así luego de su aprobación se formalizó con una carta de consentimiento tanto para los informantes como para sus directores en los respectivos establecimientos. Posterior de recoger sus aprobaciones, se realizó una visita previa del equipo de trabajo a los respectivos cursos a grabar. Estos cursos fueron escogidos por los informantes de acuerdo a la accesibilidad y

disposición de los distintos cursos que imparten. También en una visita previa se presentó e incentivó a la cooperación de los alumnos en esta investigación, a los cuales se les entregó también una carta de asentimiento para ellos y de consentimiento a sus apoderados. Éstas fueron recogidas el día de la grabación con un total de aceptación.

En las cartas de consentimiento tanto para los informantes como para los alumnos, expresaba que en su participación en la investigación, garantizaba un anonimato de estos, por tanto, llamaremos con un nombre ficticio a cada profesor. La siguiente tabla, resume las características primordiales de los informantes con sus respectivos seudónimos:

Tabla 3.2

	Carolina Pérez	Andrea Sánchez	Renato Cuevas	Manuel Ruiz
Individuales				
Edad	33 a 35 años	55 a 58 años	26 a 28 años	30 a 33 años
Profesión	Profesor de Matemática y Computación	Profesor de Estado en Matemática	Profesor de Educación Media en Matemática y Computación	Profesor de Educación Media en Matemática
Experiencia laboral	8 a 10 años	25 a 27 años	2 a 4 años	7 a 9 años
Institucional				
Asignatura	Matemática	Matemática	Matemática	Matemática
Curso o nivel	1ºMedio	2ºMedio Madera	2º Medio	4ºMedio

2.3 Categorías del estudio

En esta sección, se describe y justifica el proceso de elaboración del cual se limitó la recogida de datos en el que se categorizaron 3 distintas instancias o variables de estudio para determinar en la práctica si se promueve el desarrollo de la habilidad argumentar (basados en las bases curriculares) en las clases analizadas. También se subcategorizan de acuerdo a su complejidad en su proceso de análisis.

En particular, cada categoría se presenta a continuación, seguida de sus respectivas subcategorías, las cuales serán brevemente definidas:

a) Las descripciones de las interacciones comunicativas que ocurren en el aula. Se analizan respecto a la naturaleza de la habilidad de argumentación tal como se presenta en el marco curricular vigente, las cuales se subcategorizan en:

- Explicativa: se asocia a una argumentación intuitiva, la cual se refiere a cuando existe una respuesta por parte del alumno que busca describir y hacerse entender por medio de una estructura básica.
- Argumentativa: se asocia a una argumentación matemática, la cual tiene como objetivo que el alumno trate de persuadir o convencer al resto por medio de una estructura básica de argumentación.
- Demostrativa: se asocia a una argumentación demostrativa, la cual tiene por objetivo que el alumno muestre la inevitabilidad lógico-matemático de ocurrencia de un fenómeno, bajo ciertas condiciones.

b) Las funciones de las intervenciones con intención de demostrar, en profesores y alumnos. De Villiers (1993), las funciones de la demostración en una actividad matemática, permite distinguir las posibilidades de modificar y transformar algunas prácticas enlazadas con la demostración en el aula, evadiendo caer en una función formalista de verificación, actividad recurrente en el aula de matemáticas. Según ello, se subcategorizan los siguientes conceptos:

- Verificación: establece la verdad de una afirmación. Se otorga a las demostraciones autoridad absoluta para establecer una validez de conjeturas. Generalmente se busca la demostración después de haber tenido la convicción de validez. Esta subcategoría no tiene mucho sentido para los estudiantes en los casos evidentes o fácilmente verificables.
- Explicación: es la profundización del por qué es verdad en resultados evidentes, vale decir, cuando se busca obtener un alto grado de confianza acerca de lo válido de una proposición, explicando así las causas de sus resultados obtenidos.

- **Sistematización:** organiza diversos resultados en un sistema que incluye axiomas, conceptos básicos y teoremas. En esta subcategoría, la demostración tiene por objetivo organizar lógicamente un conjunto de enunciados independientes que de antemano se sabe que son verdaderos, en un todo coherente y consolidado.
- **Descubrimiento:** tiene por objetivo encontrar nuevos teoremas a partir de deducciones de otros teoremas o a partir de la exploración y análisis de situaciones.
- **Comunicación:** su objetivo es transmitir conocimientos matemáticos a otras personas.

c) Las principales esquemas de pruebas generados por el profesor en el aula: basado en las ideas de Harel y Sowder (2007), lo definen principalmente como los argumentos que usa una persona para convencer a otros y a si misma de la veracidad o falsedad de un supuesto matemático. Se dividen en tres subcategorías:

- **De convicción (externa):** es cuando se apela a agentes ajenos, en otras palabras, lo que convence al estudiante como lo que el estudiante ofrece para persuadir a otros, tiene una procedencia externa a él.
- **Empírico:** es cuando en las conjeturas se validan apelando a hechos físicos o experiencias concretas con tal de justificar resultados.
- **Analítico:** es cuando se realizan deducciones lógicas abstractas, en otras palabras, utiliza reglas lógicas bien definidas.

Finalmente estas categorías están asociadas a los objetivos específicos de la tabla presentada en el capítulo 1. A continuación se presenta la relación entre problema, objetivos, categorías y subcategorías, a través de la siguiente tabla:

Tabla 3.3

Problema de investigación	Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Categorías	Subcategorías
<p>En el contexto del nuevo marco curricular, se desconoce cómo se promueve el desarrollo de la habilidad <i>Argumentar</i>. En cuatro casos de enseñanza media en la octava región.</p>	<p>¿Cómo es la gestión en el aula que realizan los profesores del subsector de matemática, para promover el desarrollo de la habilidad <i>Argumentar</i> en cuatro casos de enseñanza media en la octava región?</p>	<p>Identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad <i>Argumentar</i> en cuatro casos de enseñanza media en la octava región.</p>	<p>Describir la gestión de los distintos tipos de interacciones comunicativas que se desarrollan en el aula.</p>	<p>Interacciones comunicativas.</p>	<p>Explicativas (Argumentación intuitiva). Argumentativas (Argumentación matemática). Demostrativas (Argumentación demostrativa).</p>
			<p>Reconocer las funciones de las intervenciones con intención de demostración, en profesores y alumnos.</p>	<p>Función de la argumentación (matemática o demostrativa).</p>	<p>Verificación. Explicación. Sistematización. Descubrimiento. Comunicación.</p>
			<p>Identificar los principales esquemas de pruebas generados por el profesor en el aula de clases.</p>	<p>Esquema de prueba.</p>	<p>De convicción externa. Empírico. Analítico.</p>

2.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Nuestra investigación, como se ha mencionado en apartados anteriores, posee un enfoque cualitativo, por lo cual las técnicas e instrumentos de recolección de datos se basan en los argumentos de los participantes, es decir desde la subjetividad de cada uno de ellos. De esta forma “el enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados ni completamente predeterminados.” (Hernández et al, 2010, p.9).

A continuación se presentara la técnica e instrumentos de recolección de datos que se utilizó en la investigación. Por una parte la técnica utilizada fue la observación no participante complementada con la filmación, como forma de registro de datos, para la cual sus respectivos instrumentos fueron las pautas de observación de clase (escala de apreciación) y notas de campo.

Las técnicas fueron seleccionadas debido a que facilitan la recolección de datos, la observación no participante permitió estar inmersos en el aula para visualizar el desarrollo de la argumentación en la cotidianidad de las clases, por otra parte la filmación permitió observar reiteradamente los sucesos grabados haciendo énfasis en diversos aspectos in situ de la filmación.

En cuanto a los instrumentos, fueron seleccionados ya que permitirían concretar las respectivas técnicas para identificar, ahondar y analizar datos referente a lo observado y filmado por el equipo investigador.

Ahora, se va a explicar lo que ocurre con la intención de los investigadores al no participar de manera activa en la recopilación de datos.

- Observación no participante: Considerando el objetivo del estudio, el cual se resume en identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad de argumentar, fue necesario llevar a cabo la técnica de observación para la consecución del objetivo.

De manera general la observación se define como “la forma más sistematizada y lógica para el registro visual y verificable de lo que se pretende conocer; es decir, es captar de la manera más objetiva posible.” (Campos y Lule, 2012, p.5), ahondando en la clasificación de la técnica, en la investigación se llevó a cabo la observación no participante la cual según los autores citados anteriormente es “realizada por agentes externos que no tienen intervención alguna dentro de los hechos; por lo tanto no existe una relación con los sujetos del escenario; tan sólo se es espectador de lo que ocurre, y el investigador se limita a tomar nota de lo que sucede para conseguir sus fines.” (p.53).

Dentro de la observación se empleó un sistema de registro, el cual es la filmación, la que logra una “distancia máxima con el objeto estudiado para entrometerse lo menos posible en la situación a estudiar.” (Rivero, 2008, p.19). La presente técnica empleada, posee una estructura sistemática donde “el objetivo es definir de antemano varias modalidades de conducta y solicitar a los observadores que registren, cada vez que ocurra la conducta, el correspondiente código predefinido.

Hay que entrenar a los observadores para que todos obtengan un protocolo similar.” (Benguria, Gómez, Martín, Pastellides, y Valdés, 2010, p.10), es decir, los datos recolectados mediante la observación, fueron extraídos de forma ordenada, identificando o no, ya sea de forma parcial o completa determinados criterios que apuntan al cumplimiento del objetivo principal de esta investigación, expuesto en apartados anteriores, representados en una escala de apreciación.

En cuanto al proceso de recolección de datos, la muestra fue seleccionada en coordinación con el equipo de investigación, optando por dos establecimientos de procedencia municipal, debido a que ambos establecimientos educativos en primera instancia son regidos por las mismas bases curriculares, contenidos mínimos obligatorios y habilidades, que se esperan contemplar en instituciones educativas municipales. Una vez escogidos los establecimientos educacionales,

se procedió a contactar con los respectivos docentes que formaron parte del estudio, invitándolos a participar e informándoles tanto a los docentes como al director, los aspectos relevantes del estudio, los objetivos, actividades que se llevaron a cabo en el establecimiento, uso de la información recogida, aspectos formales y además los compromisos de confidencialidad de cada solicitud o hecho. Una vez que los consentimientos y asentimientos fueron recogidos, se dio paso a las filmaciones, las cuales fueron coordinadas con los respectivos docentes de cada establecimiento. En cada clase filmada, la cámara fue ubicada al fondo del salón, intentado capturar la totalidad de las interacciones en la sala de clases, cabe destacar que los encargados de filmar y tomar notas de campo durante este proceso se mantuvieron al margen en todo momento, sin generar interrupciones en el flujo natural de la clase que realizaba el docente, al igual que con los estudiantes. En algunos casos, ocurrió que un par de estudiantes no accedieron a participar por motivos personales, por lo que se restaron del estudio y mantuvo la confidencialidad, es decir, durante las filmaciones dichos estudiantes estaban presente en la clase, sin embargo, para este tipo de casos la cámara se ubicó estratégicamente en el aula con la intención de que estos estudiantes quedasen fuera del campo de captura, respetando su decisión de no participar, pero también sin perjudicar su presencia en la clase de matemática.

Una vez finalizadas las filmaciones se dio paso a la selección de episodios para su posterior transcripción. La selección de episodios fue determinada por medio de la pauta de observación, en la cual se describen diversos criterios relacionados a la habilidad de argumentar. Dicho instrumento se elaboró de forma sistemática, abordando indicadores generales y específicos, apuntando al objetivo general mencionado en apartados anteriores, se debe mencionar que el foco en la pauta es el profesor, por lo que primero la elaboración del instrumento describe diversas acciones del docente que permiten la visualización de la habilidad de argumentar por parte de los estudiantes, y segundo tiene la intención de hacer una diferenciación entre la gestión del profesor, la actividad que se realiza y la acción de los alumnos, permitiendo analizar si el responsable de la manifestación de dicha habilidad es el docente, o por el contrario sea la actividad.

Para efectos de fidelidad del instrumento, esta pauta de observación antes de ser aplicada, fue revisada y validada por diversos expertos, los cuales con experiencia en docencia, didáctica e investigación fueron guiando, retroalimentando y sugiriendo en cada uno de los indicadores, para así consolidar este instrumento.

A continuación se presenta una tabla de reducción de datos referente a la lista de episodios seleccionados, la cual resume los episodios con los que se trabajó, indicando el respectivo docente que participa del episodio, el número de clase filmada, el propósito declarado de la clase, el código y su duración.

Tabla 3.4.1

Profesor	Clase	Propósito	Código	Duración (Segundos)
Carolina Pérez	1	"Calcular imágenes dada una función"	CP101	52
			CP102	118
			CP103	37
			CP104	22
			CP105	48
	2	"Comprender y distinguir entre la función lineal y a fin".	CP201	89
			CP202	88

			CP203	89
Andrea Sánchez	1	“Aplicar criterios de semejanza de figuras planas”	AS101	29
			AS102	30
	2	“Calcular probabilidades”	AS201	52
			AS202	61
			AS203	51
	Renato Cuevas	1	“Aplicar Teorema de Thales”	RC101
RC102				34
RC103				27
RC104				85
RC105				32
RC106				34
RC107				52
2		“Aplicar teorema de las cuerdas”	RC201	33
			RC201	55

Manuel Ruiz	1	"Conocer la distribución Normal"	MR101	363
			MR102	39
			MR103	92

Fuente: elaboración propia

2.5 Plan de análisis de datos

Según Hernández et al (2010) "la recolección y el análisis ocurren prácticamente en paralelo; además, el análisis no es estándar, ya que cada estudio requiere de un esquema o "coreografía" propia de análisis." (p.439), por lo que se consideraron para el plan de análisis, datos que fueron manifestados a través de diversas interacciones de acuerdo a las prácticas de los docentes del subsector de matemática en relación a la argumentación en el aula escolar, las cuales fueron dadas a conocer por medio del lenguaje y las interacciones docente-alumno.

El análisis de los datos para este estudio será considerado "como un proceso realizado con un cierto grado de sistematización que, a veces permanece implícita en las actuaciones emprendidas por el investigador." (Rodríguez, Gil y García, 1999, p.75). De esta forma, según los mismos autores el plan de análisis de datos se desarrollara a través de diversas tareas, las cuales son: "a) reducción de datos; b) disposición y transformación de datos; c) obtención de resultados y verificación de conclusiones." (p.75).

A continuación se describen las tareas mencionadas anteriormente, las cuales fueron utilizadas en el plan de análisis de datos:

a) Reducción de datos: Se describe y sustenta en la simplificación de cuantiosos datos, pues durante el estudio se recoge abundante información acerca de la realidad en la que se centran las categorías del estudio. De esta

forma esta etapa se basa en la simplificación, el resumen y selección de la información para hacerla abarcable y manejable. Esta tarea se llevó a cabo en tres pasos: “1. Separación de unidades de contenido, que determina criterios de separación espacial, temporal, temática, gramatical, conversacional y social. 2. Identificación y clasificación de elementos, que conlleva una categorización y una codificación. 3. Síntesis y agrupamiento: agrupamiento físico, creación de metacategorías, obtención de estadísticos de agrupamiento y síntesis.” (Rodríguez, Lorenzo y Herrera, 2005, p.140).

b) Disposición y transformación de datos: En esta etapa la tarea se centra en la reorganización de los datos que ya han sido filtrados y reducidos, con el objetivo de “establecer algún procedimiento de disposición y transformación de dichos datos, que ayude a facilitar su examen y comprensión, a la vez que condicione las posteriores decisiones que se establecerán tras los análisis pertinentes” (Rodríguez et al, 2005, p.146). De esta forma fue preciso presentar los datos de forma ordenada, transformando la información ya reducida utilizando matrices de datos cualitativos, para así lograr la exploración y la comprensión de los datos permitiendo extraer diversas conclusiones que condicionaran el proceso de análisis del estudio.

c) Obtención de resultados y verificación de conclusiones: “Las tareas de obtención de resultados y verificación de conclusiones implican el uso de metáforas y analogías, así como la inclusión de viñetas donde aparezcan fragmentos narrativos e interpretaciones del investigador y de otros agentes, constituyéndose en procedimientos útiles para esta fase que culmina con las oportunas estrategias de triangulación, auditoría y validación "cara a cara" con otros investigadores y agentes del contexto.” (Rodríguez et al, 2005, p.146). Es decir, en esta etapa el objetivo fue el conocimiento de la realidad, comprensión y explicación de diversos procesos que surgieron al avanzar en los datos recolectados, reducidos, dispuestos y transformados. Con intención de articular una consolidación estructurada y significativa, donde cabe destacar que “la tarea

de extraer conclusiones no puede circunscribirse a ningún momento particular del proceso de análisis.” (Rodríguez et al, 1999, p.214).

Para el análisis del estudio, se elaboró una pauta de análisis de episodios de acuerdo a categorías, las cuales se han descrito en apartados anteriores. Esta pauta al igual que la “pauta de observación” que se describió anteriormente, fue elaborada de forma sistemática, articulando diversos indicadores que apuntan a evidenciar o no, el objetivo principal de estudio. El foco de la pauta de análisis es el profesor, quien gestiona la clase de matemática, donde estas gestiones son las que aparecen en forma de indicadores de análisis, de forma específica para lograr identificar las acciones del docente con respecto a las interacciones que se observan y describen en los datos recolectados que ya han sido reducidos. Al igual que la pauta de observación, esta pauta fue revisada, retroalimentada y validada, por los mismos expertos, para efectos de su fidelidad como instrumento de análisis.

Los criterios utilizados hacen referencia a como el profesor promueve la habilidad de argumentar en la sala de clases, sin embargo la pauta de análisis permite identificar diversos objetos que están inmersos en cada gestión, ya que la aparición de dicha habilidad puede darse de forma espontánea como también de forma intencionada por parte del profesor. Es así como este instrumento permite diferenciar y contextualizar diversos aspectos y momentos que aborda la clase para poder extraer diversas conclusiones.

A continuación se presentan los criterios para asegurar la calidad de la investigación, que son los encargados de velar por la veracidad de la información emitida en la investigación.

2.6 Criterios de calidad de la investigación

En este estudio los criterios de calidad permitieron resguardar la investigación, por lo que la relevancia de estos radica en cubrir estándares mínimos en el proceso investigativo, la calidad de la información, de los informantes y su posterior análisis. Debido a lo anterior se llevan a cabo dos criterios de calidad definidos por diversos autores, estos son: transferibilidad, seguridad y/o Auditabilidad.

- **Transferibilidad:** la investigación al ser de carácter cualitativa, los resultados no son generalizados, sin embargo se otorgaron pautas para una idea general del problema de estudio, y así considerar la posibilidad de aplicar ciertas soluciones en otro ambiente o contexto particular. La investigación es desarrollado por medio de estudios de caso, en donde el propósito principal es entender los casos ya seleccionados de manera holística, sin inferir a partir de dichos casos características del total de las unidades estudiadas, lo anterior se visualiza en las filmaciones de las clases de un docente en particular, por ende no se participa en el contexto ni se maneja el ambiente, más bien se observa como un tercero y se analiza integralmente.
- **Seguridad y/o Auditabilidad:** según Vasilachis (2006) plantea que en este criterio se hace “hincapié en que se siguen procedimientos de algún modo pautados para obtener datos, y que estos no son caprichosos. Las conclusiones surgirán del tipo de datos utilizados y sí podrán ser objeto de auditoría por aquellas personas que quieran evaluar la calidad de la investigación.” (p. 96). De acuerdo a lo señalado anteriormente se utilizaron procedimientos garantes de los estándares esperados en la investigación, por medio de pautas de observación de clase, lo anterior hace mención a una escala de apreciación y registro de datos textuales para generar conclusiones fehacientes de los datos recolectados.

4. ANALISIS DE RESULTADOS

4.1 Análisis

En el presente capítulo, se expone el análisis de los resultados obtenidos respecto a las clases filmadas a los respectivos profesores. Esto luego indicará las conclusiones a las cuales llega la investigación y mostrará si las gestiones que realizan los docentes para generar la habilidad de argumentar en el aula de matemática son satisfactorias.

Este análisis desglosa, en primera instancia, las clases de forma técnica, para luego contextualizarla y comentar las acciones que realizan tanto los profesores como los alumnos. Finalmente se analizan las interacciones comunicativas que ocurrieron en el aula, por medio de las tablas de análisis simple que fueron previamente evaluadas por expertos en educación.

Profesor	Carolina Pérez
Curso	1º Medio A
OA/AE	AE4 Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.
Propósito declarado	“Calcular imágenes dada una

Contexto general de la clase

Al comenzar la clase, la profesora resume los conceptos propios de una función vistos en la clase anterior, como por ejemplo, dominio, co-dominio, imagen y pre-imagen, además de repasar el cálculo de imágenes de una función dada. Luego, se trabaja con actividades del texto de matemática, cuyas tareas matemáticas consisten en: determinar la expresión algebraica de una función a partir de un gráfico o de una tabla, identificar variables dependientes e independientes en problemas contextualizados (los cuales requieren de argumentación), identificar en diversas representaciones (diagramas sagitales y gráficos) si estos representan una función o relación, calcular imágenes para diversas funciones, calcular el valor de imágenes y pre-imágenes a partir de diversos gráficos.

A continuación, se describen aquellos episodios cuyas interacciones se pueden describir a partir de la categoría de análisis “Interacciones comunicativas”.

Episodio CP101

La actividad de este episodio consiste en determinar la expresión algebraica de una función a partir de un gráfico dado. En el gráfico proporcionado, se representa el monto que se debe pagar para ciertas cantidades de fotocopias, en donde las interrogantes son las siguientes:

- ¿Qué función modela la situación?,
- ¿Cuál es su expresión algebraica?

Para abordar la actividad, el libro propone dos pasos a seguir: extraer los pares ordenados representados en la gráfica formando una tabla de valores, e identificar el patrón que se produce entre los valores. Tal como se puede apreciar, el que el texto presente el cómo se debe responder, limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, la profesora está verificando tanto las respuestas como los procedimientos, motivando así explicaciones en los estudiantes.

Profesora: (...) ¿Por qué llegaste a que era 75?

Mauricio: Porque si ven en la tabla, está de 15 en 15.

Profesora: Ya, bien. Él observa, cierto, que en la tabla los valores van de 15 en 15, y si él dice que los valores van de 15 en 15, ¿qué podemos determinar Fabián? ¿Cuál es el valor de cada fotocopia?

Fabián: Cinco coma setenta y-

Profesora (interrumpe): No. ¿Cuál es el valor de cada fotocopia?

Fabián: Ah, 15

[Luego, la profesora comienza a revisar el ejercicio siguiente].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde busca comprender el resultado obtenido. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a Fabián es de verificación del valor que explica la respuesta de Mauricio.

Tabla 4.1.1: síntesis de análisis de episodio.

Código	CP101		
Video	MVI 5207		
Minuto	08:50-09:42		
Indicador		Ob.	P. Ob.
	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	X	

Generales	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		X
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>		X
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		X
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

Episodio CP102

La actividad realizada en este episodio consiste en resolver el siguiente problema:

1.- Resuelve el siguiente problema.

Sofía creó un software computacional que permite obtener, resaltada de color rojo, la variable dependiente, y de color azul la variable independiente en una situación que describe una función. Sofía prueba su software con las siguientes frases:

El **volumen** de una esfera y su **radio**

La **longitud** del lado de un cuadrado y su **perímetro**

El **costo** del recibo de luz y el **tiempo** de consumo

El número de diagonales de un polígono y el número de lados.

La longitud del lado de un cuadrado y su área.

El programa de Sofía, ¿funciona correctamente?

Argumenta tu respuesta.

Tal como se puede apreciar, el problema requiere que los estudiantes puedan verificar cada afirmación expuesta, además la actividad propone que argumenten su respuesta al momento de refutar o ratificar cada frase, promoviendo de forma explícita la argumentación en los estudiantes.

En la interacción observada en el episodio, la profesora está verificando las respuestas y motivando explicaciones en los estudiantes, para así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas:

Profesora: Bueno, miren. Primero la Andrea dijo que estaba mal y después el Fabián dijo que está bien, y eso es lo que quiere ver, porque Sofía quiere ver si realmente su software esta bueno o no. A ver, ¿quiénes dicen que está malo el software?

Andrea: Está malo.

Profesora: ¿Quiénes dicen que está malo? Ya Jeremy, tú dices que está malo. ¿Por qué esta malo?

Jeremy: Porque dependiendo del radio, se puede calcular el volumen

[Luego, la profesora comienza a revisar las demás afirmaciones del ejercicio].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca discusión al aparecer dos posturas distintas. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta dirigida a los estudiantes busca que los alumnos adopten una postura y sean capaces de argumentar su decisión. .

Tabla 4.1.2: síntesis de análisis de episodio.

Código		CP102	
Video		MVI 5207	
Minuto		12:17-14:15	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>	x	
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	x	
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		x
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio CP103

La actividad realizada en este episodio consiste en identificar en dos diagramas sagitales, si se representa una función o una relación. La actividad muestra un ejemplo específico de un diagrama sagital, en el cual se enuncia que es una función. La actividad limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, pues para desarrollarla basta con identificar y señalar, tal como en el ejemplo expuesto en la actividad, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, la profesora está verificando las respuestas, motivando explicaciones en los estudiantes, sin conformarse solo con una respuesta correcta. Por el contrario, se interesa que los alumnos realmente fundamenten su respuesta.

Profesor: Porque el 1,5 ¿tiene...?

Andrea: 2 imágenes.

Profesor: 2 imágenes, bien. Tiene como imagen al 1 y al 1,5. Entonces, por eso no vendría siendo una función... ¿La letra B?

Alumnos: Es función.

Profesor: ¿Por qué?

Alumnos: Porque cada uno tiene una imagen.

Profesor: ¿Cada pre imagen?

Alumnos: ...tiene una imagen.

[Luego, la profesora comienza a trabajar en otro ejercicio de naturaleza similar].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca verificar que las respuestas dadas estén fundamentadas en conceptos válidos

para la clase de matemática. Una evidencia de lo anterior, es la pregunta que indaga el “por qué” de una respuesta dada por un determinado estudiante, verificando que exista una explicación matemática.

Tabla 4.1.3: síntesis de análisis de episodio.

Código		CP103	
Video		MVI 5207	
Minuto		16:43-17:20	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Episodio CP104

La actividad realizada en este episodio consiste en identificar en diversos gráficos si estos corresponden a una función. En la actividad se muestra como ejemplo el gráfico de una circunferencia, en el cual se señala que no es una función porque

para un mismo valor de x se tienen distintos valores de y . Tal como se puede apreciar, el que el texto presente el cómo se debe responder, limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando las respuestas de los alumnos, motivando explicaciones, las cuales de manera intuitiva son expresadas.

Profesor: Eh... ¿Por qué es relación?

Fabián: Porque hay una pirámide, ósea una cuestión así...

Paula: Es tipo como las rectas del ángulo y ahí choca dos veces.

Andrea: Ahí corta dos veces.

Paula: Arriba y abajo.

[Luego, la profesora verifica las respuestas, analizando las coordenadas en los puntos pertenecientes al gráfico].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca fundamentación con respecto a las respuestas dadas por los estudiantes. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta dirigida a los estudiantes busca una respuesta que describa el “por qué” de un concepto.

Tabla 4.1.4: síntesis de análisis de episodio.

Código	CP104		
Video	MVI 5207		
Minuto	20:56-21:18		
Indicador		Ob.	P. Ob.

Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		X
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	x	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Episodio CP105

La actividad realizada en este episodio consiste en calcular imágenes, en diversas funciones dadas. La actividad muestra un ejemplo de cómo resolverlo:

$$f(z) = 3z^2 - 5z + 1 \rightarrow f(6) = 3 \cdot 6^2 - 5 \cdot 6 + 1 \rightarrow f(6) = 79$$

Tal como se puede apreciar, el que la actividad presente un ejemplo de cómo resolverlo, limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está indagando en una respuesta, motivando la explicación del procedimiento utilizado:

Profesor: En la letra A me dicen que tengo como función $f(x) = 6x$ y tengo que encontrar el valor de $f(-2)$, y hay un signo de pregunta. ¿Lo puedo encontrar?

Andreas: ¡Si pu!

Profesor: Ya, Andrea. ¿Cómo?

Andrea: Tiene que remplazarlo en la "x".

Profesor: En la "x", ¿por qué valor tengo que remplazar?

Alumnos: -2.

Profesor: Por -2.

Andrea: Entonces le queda -2 por 6.

[Luego, la profesora indica que los alumnos realicen los ejercicios que siguen y que son de la misma naturaleza].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca evidenciar el "cómo" un estudiante resuelve un determinado problema. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a Andrea es de aplicación del conocimiento, donde ella describe como resolvería el ejercicio, haciendo uso de sus habilidades y conocimiento.

Tabla 4.1.5: síntesis de análisis de episodio.

Código	CP105		
Video	MVI 5207		
Minuto	22:43-23:31		
Indicador		Ob.	P. Ob.
	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	

Generales	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		X
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Profesor	Carolina Pérez
Curso	1º Medio A
OA/AE	AE4 Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.
Propósito declarado	“Comprender y distinguir entre la función lineal y a fin”.

Contexto general de la clase

La profesora inicia con un recordatorio de la clase anterior respecto al concepto de pendiente de una función, análisis de gráficos de una función, e identificación del coeficiente de posición. En base a esto, se trabajó con los ejercicios del libro de matemáticas, primero en forma grupal y luego de forma individual. Las tareas matemáticas de las actividades consisten en: reconocer si una función es lineal o afín, identificar si dos variables son directamente proporcionales, identificar relaciones de dependencia, modelar situaciones con lenguaje algebraico y expresarlas como función, construcción y análisis de funciones presentadas a través de tabla de valores y gráficos, calcular constantes de proporcionalidad, analizar situaciones de relación o variación proporcional en diversos contextos.

A continuación, se describen aquellos episodios cuyas interacciones se pueden describir a partir de la categoría de análisis “Interacciones comunicativas”.

Episodio CP201

La actividad realizada en este episodio consiste en analizar el gráfico de dos variables directamente proporcionales, además de modelar una situación con lenguaje algebraico, expresándola como función. La actividad se presenta mediante el siguiente problema:

Un empleado recibe \$1500 por cada hora trabajada. ¿Qué expresión determina el sueldo del empleado si trabaja x horas en un mes?

La actividad propuesta requiere establecer una determinada expresión, la cual no necesariamente requiere de argumentación al momento de resolverla, pues no se manifiesta la necesidad de refutar o ratificar dicho resultado, por lo cual limita la argumentación espontánea en los estudiantes, sin embargo esta dependerá de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando las respuestas, motivando explicaciones en los estudiantes para así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas:

Profesora: (...) Varios respondieron $1500x$... ¿Por qué Matías, 1500?

Matías: Porque es lo que le pagan por hora.

Profesor: ¿Y qué es lo que va a ir cambiando?

Alumnos: La x

Profesor: ¿Qué va a ir cambiando?, La cantidad de...

Alumnos: La cantidad de horas al mes.

Profesor: Entonces, ahora supongamos. Si la persona no trabaja ninguna hora.

¿Recibirá pago?

Alumnos: No.

Profesor: Entonces, ¿cuánto sería?

Alumnos: 0

Profesor: 0, ¿si la persona trabaja una hora?

Alumnos: 1500

Profesor: 1500. ¿Si la persona trabaja cuatro horas?

Alumnos: 3, no. Eh... 4000, 6000...

Profesora: Vamos a ir levantando la mano para que no se escuche tanto ruido.

Paula, ¿por qué 6000, como lograste obtener 6000?

Paula: Porque 1500 se multiplica por 4.

[Luego, la profesora comienza a leer el ejercicio siguiente, recordando el concepto de proporcionalidad directa].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca indagar sobre el “cómo” y el “por qué” de las respuestas dadas por los estudiantes. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta dirigida a Paula es de aplicación del conocimiento, donde ella describe cómo llegó a su respuesta.

Tabla 4.1.6: síntesis de análisis de episodio.

Código		CP201	
Video		00004.MTS	
Minuto		04:41-06:10	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		x
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>		x
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de</i>		x

	<i>argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones comunicativas del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio CP202

En el episodio se describen las interacciones comunicativas que se desarrollan en el aula, donde se observan interacciones comunicativas del tipo explicativas (argumentación intuitiva).

La actividad realizada en este episodio consiste en analizar cuándo una función es afín, el significado de la palabra afín y su relación con gráficos, además de identificar las variables involucradas y la dependencia de ellas, modelar situaciones con lenguaje algebraico y expresarlos como función, a través del siguiente problema:

La señora Pascal es mecánica y su marido le regalo un celular para que pudiera atender a sus clientes particulares. Ella tiene la duda de si dejarlo prepago o contratar un plan. En la primera situación, cada minuto cuesta \$250, mientras que un plan tiene un costo fijo de \$3480 y cada minuto cuesta \$150. ¿Qué funciones modelan la situación anterior? ¿Qué tipo de contrato le conviene a la señora Pascal?

Tal como se puede apreciar, la actividad promueve el análisis de dos casos, en los cuales los estudiantes deberán decidir qué es lo más conveniente, de esta forma se generan de forma espontánea diversas posturas, por lo que surge la necesidad de argumentar para defender y refutar estas mismas.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo el análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas:

Profesor: ¿Qué crees tú? Por ejemplo, Héctor, ¿qué le convendrá más a la señora?

Alumnos: ¡Prepago!, ¡El plan!

Andrea: Imagine ya, no se pu, habla 10 minutos.

Profesor: Ya, supongamos que habla 10 minutos. Después vamos a considerar los 10 minutos en la tabla. ¿Qué pasa si habla 10 minutos?

Andrea: Ya pu, y cada minuto le va a valer 30 pesos, y acá le va a salir más caro pu, porque si es otra compañía en prepago...

[Luego, la profesora continua con una modelación del ejercicio].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a Héctor es de indagación, buscando generar debate, pues la pregunta va dirigida a lo que él “cree”; de esta forma los demás estudiantes pueden creer algo diferente. Esto genera la necesidad de que los estudiantes comenten sus ideas para así llegar a una conclusión “¿Qué le convendrá más a la señora?”. Además, enfatizamos que la profesora promueve una situación de argumentación que aparece a partir de una idea planteada por Andrea, la cual es validada por la profesora, sin embargo la argumentación que promueve la profesora es de forma parcial, ya que la idea plantada por Andrea, no fue inducida en particular por la profesora.

Tabla 4.1.7: síntesis de análisis de episodio.

Código		CP202	
Video		00004.MTS	
Minuto		21:47-23:15	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>	x	
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	x	
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		x
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		X

Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio CP203

La actividad realizada en este episodio está centrada en la actividad del episodio anterior (CP203), continuando con el análisis y resolución del problema referente a la función afín.

En la interacción observada en el episodio, la profesora está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas:

Profesor: ¿Por qué tú dices que [es] el prepago?

Consuelo: Porque paga menos.

Alumno: Paga menos, no cancela.

Profesor: ¿No cancela?

Consuelo: A los 100 minutos cancela...

Profesor: El plan. O sea, cambiamos. Al principio dijimos que con los diez minutos convenía... ¿qué cosa? El prepago. Y después estamos diciendo que le conviene el plan, entonces puedo saber cuál le conviene. ¿Algunos pueden saber todavía cual le conviene?

Alumnos: El plan

Alumno: Depende de cuántos minutos hable.

[Luego, la profesora comienza a representar gráficamente las funciones que modelan el ejercicio].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de

datos que se ofrecen. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando generar debate, pues la pregunta va dirigida a lo que ellos respondieron al principio con respecto a lo que actualmente pensaban, aludiendo a la necesidad de argumentar para llegar a un consenso que parte de lo que ellos “creen” y el “por qué”, sin la necesidad que el profesor realice validación a una respuesta única.

Tabla 4.1.8: síntesis de análisis de episodio.

Código		CP203	
Video		00005.MTS	
Minuto		06:19-07:41	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>	x	
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	x	
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		x
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la</i>	x	

	<i>manifestación de refutadores o calificadores.</i>		
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Profesor	Andrea Sánchez
Curso	2° Medio Madera
OA/AE	Los contenidos abordados en clase no son objeto de ningún AE del programa de 2° medio. Sin embargo, el AE 8 de 1° Medio es el que mejor describe la clase. AE 8 Resolver problemas relativos a cálculos de vértices y lados de figuras geométricas del plano cartesiano y a la congruencia de triángulos.
Propósito declarado	“Aplicar los criterios de congruencia en figuras planas”

Contexto general de la clase

La profesora comienza la clase recordando los conceptos de congruencia de triángulos vistos anteriormente, señalando que la actividad a realizar será como una prueba formativa, apuntando a la prueba que se realizará en un par de clases más. Durante la clase, se trabaja con una guía de ejercicios en los cuales se debe aplicar los criterios de congruencia de figuras planas, además de ir recordando conceptos como la suma de ángulos internos de un triángulo, clasificación de

triángulos según sus lados y ángulos, lados y ángulos homólogos o correspondientes. En general, los ejercicios propuestos por la profesora consisten en la presentación de dos triángulos, en los cuales aparecen los valores de algunos ángulos o de alguno de sus lados, para su posterior análisis de correspondencia y aplicación del correspondiente criterio de congruencia.

A continuación, se describen aquellos episodios cuyas interacciones se pueden describir a partir de la categoría de análisis “Interacciones comunicativas”.

Episodio AS101

La actividad que se desarrolla en este episodio consiste en identificar qué criterio de congruencia utilizar para la resolución de un ejercicio propuesto por el profesor. La actividad por sí sola no requiere de argumentación al momento de decidir por un criterio u otro, sin embargo la presencia de argumentación en la actividad dependerá de la gestión realizada por la profesora.

En la interacción observada en el episodio, la profesora está verificando las respuestas, motivando explicaciones en los alumnos. En este caso definir un determinado criterio de congruencia.

Profesora: Ya, ¿qué significa? Explíqueme ese criterio que dice “lado, lado, lado”.

Alumna: Que tiene los 3 lados iguales.

[Luego, la profesora comienza a resolver el ejercicio en el pizarrón].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca describir un concepto trabajado en clase. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a la alumna es de conocimiento, identificar y describir un concepto determinado.

Tabla 4.1.9: síntesis de análisis de episodio.

Código		AS101	
Video		Video Andrea 01	
Minuto		03:28-03:57	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Episodio AS102

La actividad del episodio consiste en la resolución de un problema de congruencia de triángulos en el pizarrón, donde la alumna involucrada intenta explicar por qué los triángulos son congruentes. Tal como se puede apreciar, el hecho de que la actividad pida demostrar que dos triángulos son congruentes, promueve la argumentación por parte de los alumnos, mediante la demostración.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando tanto las respuestas como los procedimientos, motivando explicaciones en los estudiantes:

Alumna: Ahí digo que “ángulo, lado, ángulo”, porque (pausa), porque este ángulo, se supone que los ángulos de adentro valen 180 en total.

Profesora: La suma de los ángulos interiores, ya.

Alumna: Este ángulo valdría 40, y es lo mismo que el de acá, entonces este vale 70 y este igual.

Profesora: ¿Por qué?

Alumna: Porque la suma de los ángulos es 180.

[Luego, la profesora comienza a preguntar a los alumnos sobre el tipo de triángulo y sus características, que permiten obtener datos relevantes para la resolución].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca comprender los resultados obtenidos. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a la alumna es de explicación de los conceptos aplicados para abordar el ejercicio además de describir el procedimiento utilizado.

Tabla 4.1.10: síntesis de análisis de episodio.

Código	AS102		
Video	Video Andrea 01.2		
Minuto	02:50-03:20		
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		x
Argumentar	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación -</i>		x

	<i>Conclusión).</i>		
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Profesor	Andrea Sánchez
Curso	2° Medio Madera
OA/AE	AE4 Comprender el concepto de variable aleatoria y aplicarlo en diversas situaciones que involucran experimentos aleatorios.
Propósito declarado	“Calcular probabilidades”

Contexto general de la clase

La clase comienza con la profesora señalando que en clases anteriores se ha trabajado con el concepto de probabilidad, recalcando qué tipos de probabilidad se han trabajado. Recuerdan la probabilidad experimental y teórica, definiéndolas de forma intuitiva y presentando diversos ejemplos, además de ir contrastando una de la otra. La profesora señala además que se puede representar la probabilidad de diversas formas, recordando estas representaciones, como también el concepto de cardinalidad, Ley de Laplace, frecuencia relativa, espacio muestral, sucesos, entre otras.

Durante la clase se trabaja con una guía de ejercicios en diversos contextos, en los cuales se trabaja con el cálculo de probabilidad, con respecto de la ocurrencia de un suceso determinado.

A continuación, se describen aquellos episodios cuyas interacciones se pueden describir a partir de la categoría de análisis “Interacciones comunicativas”.

Episodio AS201

La actividad consiste en reforzar el concepto de probabilidad experimental. La profesora pide a los alumnos que puedan explicar en qué consiste la probabilidad experimental, además de lograr ejemplificar dicho concepto. Tal como se puede

apreciar, la actividad limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, pues está acotada a explicar y ejemplificar, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando la respuesta, motivando la explicación en el estudiante:

Profesora: Una es la experimental. ¿En qué consiste la experimental Víctor?

Alumno: (Mueve las manos tratando de explicar) Que es experimental pu. Como una situación.

Profesora: No le escuché. ¿En qué consiste la experimental? Hablen más fuerte para escucharlos. A ver, el Daniel.

Alumno: Que se puede hacer un ejercicio para poderlo resolver.

[Luego, la profesora pide que den un ejemplo donde pueden hacer un experimento, haciendo referencia a la probabilidad experimental].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca que el estudiante describa un concepto. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a Víctor es de conocimiento de un concepto trabajado en clases anteriores.

Tabla 4.1.11: síntesis de análisis de episodio.

Código		AS201	
Video		Andrea 02.0	
Minuto		01:38-02:30	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	

Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Episodio AS202

La actividad consiste en reforzar el concepto de probabilidad teórica. La profesora pide a los alumnos que puedan explicar en qué consiste la probabilidad experimental, además de lograr ejemplificar dicho concepto. Tal como se puede apreciar, la actividad limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, pues está acotada a explicar y ejemplificar, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando la respuesta, motivando la explicación en el estudiante:

Profesora: ¿Y cómo lo hacemos ahí? ¿Qué sabemos sin hacer experimentos? ¿Qué sabemos?, un ejemplo...

Alumno: Que si tiramos un dado van a dar 6 resultados distintos.

Profesora: Si tiramos un dado dice Daniel, más fuerte Daniel...

Alumno: Van a dar 6 resultados distintos (... lapso donde la profesora no escucha bien e insiste con las mismas preguntas...). Si tiramos un dado va a haber una probabilidad que caigan 6 resultados distintos.

[Luego, la profesora resuelve el ejercicio en el pizarrón, tomando en cuenta la respuesta del alumno].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca comprender un concepto. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a Daniel es de indagación, busca que el alumno describa un concepto trabajado en clases anteriores, motivando la ejemplificación en su explicación.

Tabla 4.1.12: síntesis de análisis de episodio.

Código		AS202	
Video		Andrea 02.0	
Minuto		03:00-04:01	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativas.

Episodio AS203

La actividad consiste en resolver el siguiente ejercicio y marcar la alternativa correcta.

La probabilidad de obtener un número mayor que cuatro en el lanzamiento de un dado.

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{4}$

Tal como se puede apreciar, la actividad esta enfatizada en resolver dicho ejercicio, sin necesidad de argumentar, limitando la instancia de la aparición espontanea de esta habilidad, y por tanto, éstas dependerán de la gestión que la profesora realice.

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando las respuestas, motivando explicaciones en los estudiantes:

Profesor: Ya, pero dígame cómo lo hizo y después al final me da la alternativa.

Alumna: Porque mire, la pregunta es, la probabilidad de obtener un número mayor que cuatro en el lanzamiento de un dado. Ya, en un dado se supone que hay 6, de 6 caras serían 6 números, y hay un solo cuatro.

Alumna: Y dice mayor que 4, así que sería $\frac{1}{6}$.

Profesora: Dice, a ver Víctor.

Alumno: Hay 2 números mayores que 4, y eso sería...

Profesora: En un dado hay 2 números...

[Luego, la profesora resuelve el ejercicio en el pizarrón, tomando en cuenta la respuesta del alumno].

Aquí, la profesora formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca comprender el resultado obtenido. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a la alumna es de indagación, busca que el alumno describa la resolución del ejercicio, sin embargo en su explicación la alumna intenta argumentar, fundamentando el “por qué” de su resolución, pese a que su intervención es débil y su resultado esta erróneo.

Tabla 4.1.13: síntesis de análisis de episodio.

Código		AS203	
Video		Andrea 02.0	
Minuto		17:00-17:51	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	x	
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Profesor	Renato Cuevas
Curso	2° Medio
OA/AE	AE4 Comprender el teorema de Thales sobre trazos proporcionales y aplicarlo en el análisis y la demostración de teoremas relativos a trazos.
Propósito declarado	“Aplicar Teorema de Thales”

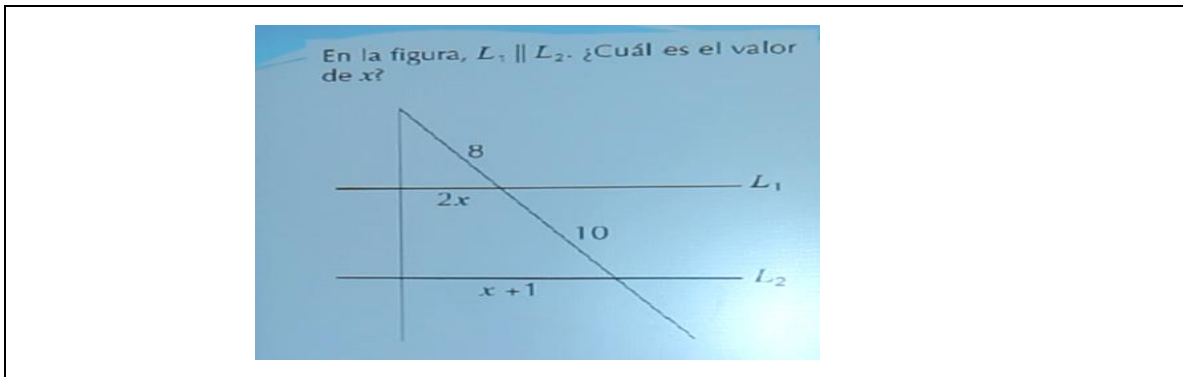
Contexto general de la clase

La clase es realizada en base a lo visto en clases anteriores, donde se trabajó el teorema de Thales en forma conceptual. En general, durante la clase se trabajó en la resolución de ejercicios concretos referentes al teorema de Thales sobre trazos proporcionales, con el fin de realizar un repaso para la evaluación, que esta próxima. Los ejercicios se realizan sobre la pizarra acrílica y digital, siendo esta última un instrumento que otorga facilidad para realizar los ejercicios, además de optimizar el tiempo.

A continuación, se describen aquellos episodios cuyas interacciones se pueden describir a partir de la categoría de análisis “Interacciones comunicativas”.

Episodio RC101

La actividad en este episodio consiste en resolver en el pizarrón el siguiente ejercicio, correspondiente a una guía entregada por el profesor de ejercicios con desarrollo y selección múltiple.



En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas. La ocurrencia del profesor a realizar él, el ejercicio en pizarra, limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, ya que valida instintivamente las respuestas de él y la de sus estudiantes aun cuando la actividad genera medianamente las oportunidades de argumentar.

Alumna: Tiene que sumar el 8 con el 10...

Alumnos: ¡Sí!

Profesor: ¿La de acá, quién está mal? (refiriéndose a la proporción del trazo que vale 10 con el que vale $x+1$)

Alumnos: El de arriba (10)

Bryan: Tendría que ser 18... $x+1$

Profesor: ¿Por qué? Porque el trazo de completo, si yo abarco la L, esto abarca de 8 a 10 po, ¿y $8 + 10$?

Alumno: 18

[Luego, el profesor conduce a los alumnos a que le respondan la estrategia para seguir realizando el ejercicio].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen, cuestionando cual es el error. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando generar debate utilizando el “error” como medio. Sin embargo, rápidamente el profesor se auto responde el “por qué” del error, eludiendo una mayor argumentación por parte de los alumnos.

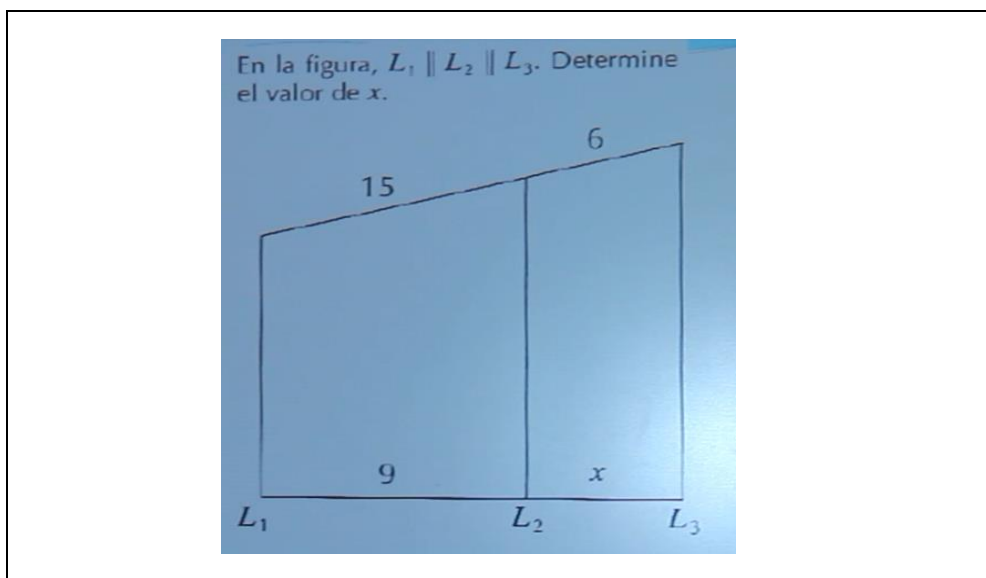
Tabla 4.1.14: síntesis de análisis de episodio.

Código		RC101	
Video		MVI_0001	
Minuto		02:38-03:20	
Indicadores		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	X	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		X
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>		X
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		X
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

Episodio RC102

La actividad en este episodio consiste en resolver el siguiente ejercicio:



En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos consoliden su respuesta. La consecuencia de que el profesor realice él mismo el ejercicio en pizarra, limita las oportunidades de argumentación espontánea por parte de los estudiantes, y por tanto, estas instancias dependerán de la gestión que el profesor realice aun cuando la actividad sí genera momentos argumentativos por las diferentes respuestas e interpretaciones de los alumnos.

Profesor: Scarlet, ¿yo puedo decir que 15 es a x como 6 es a 9?, ¿está bien o está mal?

Abigail: Está malo.

Profesor: ¿Por qué está malo Abigail?

Abigail: Porque no se puede cruzado.

Bryan: Tienen que ir frente a frente o...de lado a lado

Profesor: Tienen que ir frente a frente o de lado a lado, es decir el 15 ¿con quién debería ir?

[Luego, el profesor conduce a los alumnos a que le respondan los pasos a realizar para terminar el ejercicio]

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca identificar, comprender y refutar, con respecto si un determinado razonamiento esta correcto o erróneo. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando generar debate, aludiendo a la necesidad de argumentar para llegar a un consenso que parte de lo que ellos “creen” y el “por qué”; sin embargo, el profesor interrumpe la fluidez de respuestas dadas por los alumnos.

Tabla 4.1.15: síntesis de análisis de episodio.

Código		RC102	
Video		MVI_0001	
Minuto		04:47-05:21	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	X	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>	X	
	<i>Se observa por parte de los estudiantes,</i>		X

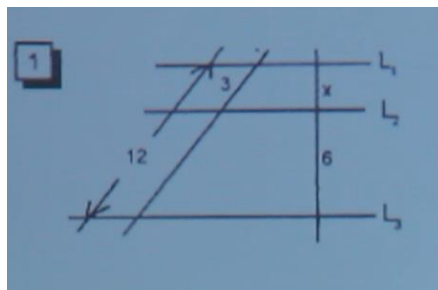
Argumentar	<i>respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>		
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		x
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>	x	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio RC103

La actividad realizada en este episodio consiste en resolver el siguiente ejercicio.

En las siguientes situaciones las rectas L_1, L_2, L_3 son paralelas. Determinar el valor de X.



En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando tanto las respuestas como los procedimientos, motivando explicaciones en los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de poder decidir cuál es el resultado correcto. Con esto se restringe a solo validar las respuestas de sus alumnos, aun cuando la actividad genera distintas respuestas por parte de los alumnos que podrían generar momentos argumentativos claros.

Profesor: A Cristian le dio 9 y a Abigail ¿cuánto le dio?

Alumnos: 2.

Profesor: ¿Cuál de los dos creen...?

Bryan: A mí me dio $\frac{1}{2}$ profe...

Profesor: Al Bryan le dio $\frac{1}{2}$, ¿puede pasar acá a hacer su ejercicio Bryan?

Bryan: Yo lo hice de otra forma mire.

[Luego, el profesor solicita al alumno a realizar el ejercicio con la forma que él la realizó].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comparar y comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando generar debate, para así discutir y decidir cuál es el resultado correcto. Más aun, frente a una nueva respuesta, el profesor hace pasar al alumno para poder contrastar respuestas y procedimientos.

Tabla 4.1.16: síntesis de análisis de episodio.

Código	RC103		
Video	MVI_0002		
Minuto	01:25-01:52		
Indicador		Ob.	P.

			Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	X	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		X
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	X	
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		X
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio RC104

La actividad realizada en este episodio consiste en la discusión del resultado del ejercicio del episodio anterior (RC103).

En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes a partir del “error”, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas. Sin embargo, las oportunidades de argumentación por parte de los alumnos, las deja pasar ya que automáticamente las valida, aun cuando la actividad genera más debate por sus diferentes respuestas por parte de los alumnos.

Bryan: $x = \frac{3}{6}$

Profesor: Dijo que $x = \frac{3}{6}$ y eso a Bryan le dio $\frac{1}{2}$.

Alumna: Está mal.

Abigail: No porque la x está al otro lado pu!

Profesor: ¿Por qué Abigail?

Abigail: Porque empezó con la x a ese lado y no puede cambiarla de lugar.

Carol: No, no es eso.

Profesor: ¿Qué es Carol?

Carol: Porque el 3 tiene que pasar dividiendo al 6, no el 6 al 3.

[Luego, el profesor termina el ejercicio ayudado por los comentarios de los alumnos].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen además de la utilización del error como un recurso constructivo. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando que los alumnos fundamenten el “por qué” una determinada resolución está mal, generando la instancia para que los alumnos puedan refutar ciertos procedimientos.

Tabla 4.1.17: síntesis de análisis de episodio.

Código	RC104		
Video	MVI_0002		
Minuto	03:07-04:32		
Indicador	Ob.	P. Ob.	
	Se observa a los alumnos explicando sus	X	

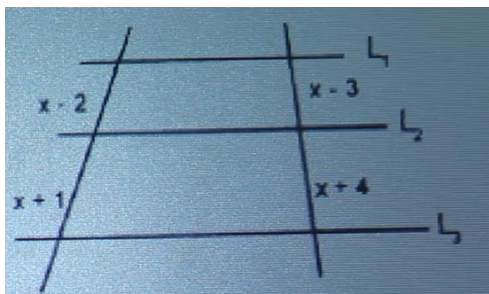
Generales	<i>ideas.</i>		
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>	X	
Argumentar	<i>Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.</i>	X	
	<i>Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>	X	
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>	X	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno, Alumno – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio RC105

La actividad realizada en este episodio consiste en resolver y analizar el siguiente ejercicio.

¿Cuál es el valor de x ?



$$\begin{aligned} 4) \quad & \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+1}{x+4} \\ & x-2 \cdot x+4 = x-3 \cdot x+1 \\ & x^2 - 4x - 2x + 8 = x^2 + x - 3x - 3 \\ & -6x + 8 = -2x - 3 \\ & -6x + 2x = -3 - 8 \\ & -4x = -11 \quad | \cdot (-1) \\ & 4x = 11 \\ & x = \frac{11}{4} \end{aligned}$$

En la interacción observada en el episodio, el profesor mediante esta actividad da la oportunidad para discutir la respuesta dada por un estudiante en el pizarrón, otorgando la posibilidad de que otros estudiantes debatan sus ideas sin que el profesor intervenga en ellas. El profesor decide distanciarse un poco de las respuestas de los alumnos, con el fin de que ellos mismos corrijan sus errores, promoviendo así una ocasión de que ellos argumenten sus respuestas y haciendo su intervención sólo cuando logran llegar a una idea general.

(Abigail realiza el ejercicio en la pizarra, pero continúa discutiendo con su compañero respecto a su respuesta; mientras que el profesor observa el ejercicio y luego ayuda a otra compañera)

Bryan: Ahí da -8 sípu...

Abigail: ¿En cuál?

Bryan: -2 por 4 da -8. Menos por más da menos.

Abigail: ¿En cuál?

Bryan: Ahí po, donde multiplicaste x por x , x^2 , pero yo te digo -8, porque menos 2 por 4 da menos 8.

Abigail: ...ah eso.

Profesor: Aquí Bryan encontró el detallito. ¿Qué pasó con Abigail acá?

Bryan: Menos por más da menos.

Profesor: Aquí está bien, está bien y está bien (apuntando a los pasos que realizó Abigail), pero ¿menos por más? .Aquí está el detallito.

Bryan: ¡Menos!

Profesor: Bryan, ¿terminó de realizarlo? Ya, cuando lo termine lo pasa a desarrollar usted.

[Luego, el profesor le pide al alumno terminar el ejercicio mientras que el profesor ayuda a un alumno a terminar el ejercicio en su cuaderno].

Aquí, el profesor genera una situación de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas por los alumnos en un desarrollo. Una evidencia de lo anterior, es que los alumnos entre ellos encuentran un error y en base a esto, refutan el resultado, describiendo el “cómo” debería ser un determinado “paso” en el desarrollo y posteriormente su resultado. El escenario está inmerso en una situación donde el profesor toma distancia, permitiendo que el alumno se apropie de la situación, sin mayor intervención del profesor en cuanto a preguntas.

Tabla 4.1.18: síntesis de análisis de episodio.

Código		RC105	
Video		MVI_0003	
Minuto		01:06-1:38	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X	
	Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o		X

Argumentar	problemática.		
	Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).	X	
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno, Alumno – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio RC106

La actividad realizada en este episodio consiste en analizar el error de la resolución del siguiente ejercicio.

4) $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+1}{x+4}$

$$x-2 \cdot x+4 = x-3 \cdot x+1$$

$$x^2 - 4x - 2x - 8 = x^2 + x - 3x - 3$$

$$-4x - 2x - 8 = x - 3x - 3$$

$$-4x - 2x - 8 = 8 - 3$$

$$-4x - 2x = 5/1$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones en las respuestas de los estudiantes. Sin embargo, los momentos claros de argumentación por parte de los alumnos, los deja pasar ya que los valida apresuradamente, aun cuando la

actividad en sí, genera diferentes respuestas y así diferentes opiniones que pudieron haberse debatido.

Profesor: A Abigail le dio negativo, ¿qué pasó?

Bryan: Tenía que haberle puesto por -1.

Profesor: Vamos a esperar cuánto le da a Rodrigo.

Abigail: Sipu pero es que por -1 te va a dar negativo igual uno.

Bryan: ¿Por qué?

Alumna: El 5.

Abigail: El 5 te va a dar igual negativo, tiene que darte negativo.

[Luego, el profesor conduce las respuestas de los alumnos para que sean correctas, terminando el alumno el ejercicio en pizarra].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen en el ejercicio resuelto. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de verificación, tratando de que los alumnos entre ellos puedan debatir y argumentar el “por qué” del error.

Tabla 4.1.19: síntesis de análisis de episodio.

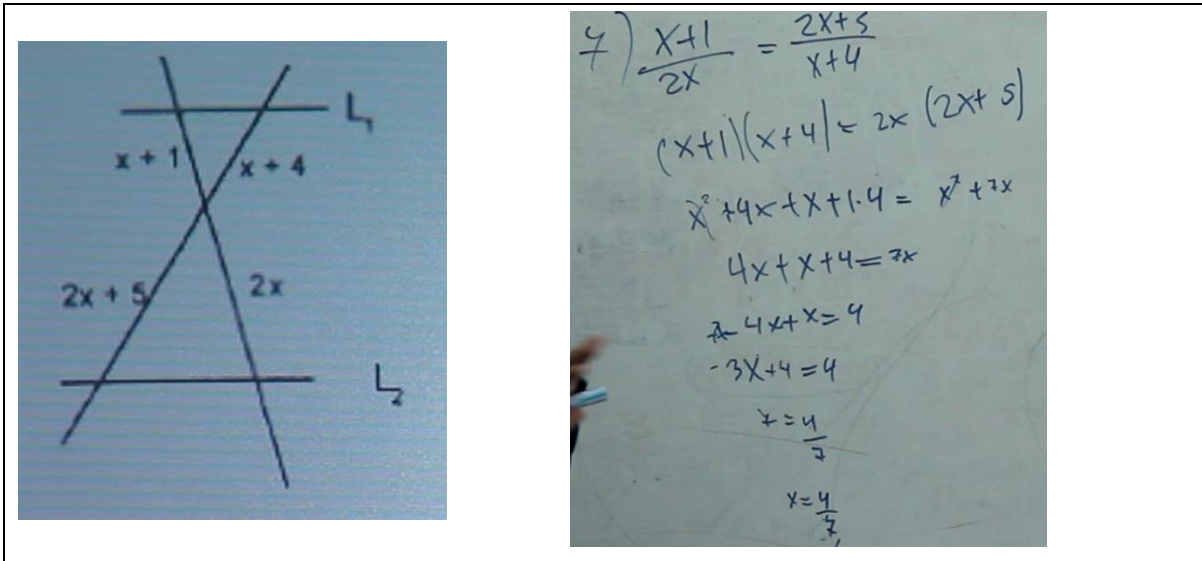
Código		RC106	
Video		MVI_0003	
Minuto		04:24-04:58	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X	
	La actividad que realiza el alumno, genera la		X

	<i>necesidad de argumentar o demostrar.</i>		
Argumentar	Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.	X	
	Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).		X
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		X
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno, Alumno – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Episodio RC107

La actividad realizada en este episodio consiste en analizar el error de la resolución del siguiente ejercicio.



En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes. Sin embargo, las oportunidades claras de argumentación por parte de los alumnos, las deja pasar ya que instintivamente las valida rápidamente, aun cuando la actividad y su modo de resolverla, pudo haber generado más instancias argumentativas.

Profesor: ¿Por qué quedó mala la proporción Rodrigo?

Alumna: Porque va el x+4 arriba

Alumna: Tiene que ir al revés.

Profesor: ¿Por qué al revés?

Bryan: Porque... si empieza el de arriba, tiene que empezar con el de arriba primero.

[Luego, el profesor analiza las respuestas que le dan los alumnos y las corrige, terminando el ejercicio en pizarra].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando que los alumnos fundamenten sus respuestas para lograr validar el ejercicio, el profesor en todo momento pretende

que los alumnos formulen y fundamenten sus explicaciones para así lograr concluir y validar el procedimiento.

Tabla 4.1.20: síntesis de análisis de episodio.

Código		RC107	
Video		MVI_0004	
Minuto		09:31-10:23	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X	
	<i>La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.</i>	x	
Argumentar	Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.	X	
	Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).		X
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>	x	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde se observan interacciones del tipo explicativa y argumentativa.

Profesor	Renato Cuevas
Curso	2° Medio
OA/AE	AE8 Demostrar relaciones que se establecen entre trazos determinados por cuerdas y secantes de una circunferencia.
Propósito declarado	“Aplicar teorema de las cuerdas”

Contexto general de la clase

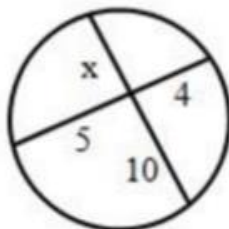
Al comenzar la clase, el profesor resume los contenidos vistos en la clase anterior, haciendo alusión a los teoremas de las cuerdas. Además, analiza los elementos de las circunferencias, los cuales son expresados por los mismos alumnos, siendo estos levemente guiados por el profesor. La clase tiene una estructura netamente expositiva, donde el profesor Renato muestra los teoremas, ejemplificándolos, para finalmente dar modelos para su realización de forma autónoma.

A continuación, se describen aquellos episodios cuyas interacciones se pueden describir a partir de la categoría de análisis “Interacciones comunicativas”.

Episodio RC201

La actividad realizada en este episodio consiste en resolver el siguiente ejercicio:

Los siguientes segmentos corresponden a dos cuerdas. Determinar el valor de x .



En la interacción observada en el episodio, el profesor está promoviendo la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos recuerden conceptos vistos en clases anteriores. Si bien la actividad limita las oportunidades de argumentación, ya que tiene su respuesta correcta es directa, las instancias de argumentación dependerán de la gestión que la profesora realice.

Profesor: ¿Sería correcto decir (...) que sería $13 \cdot 3 = x \cdot 4$, si yo aplico el teorema?

Alumna 1: Se supone que el mayor primero.

Alumnos: Está malo.

Profesor: ¿Por qué está malo alumno 2?

Alumno 3: Esta malo porque tiene que ser el pedazo más grande con el pedacito más chico.

Profesor: Esa era la palabra, el trazo más grande con el más chiquito, el segmento más grande con el segmento...

Alumnos: Más chico.

[Luego, el profesor termina el ejercicio conducido por las respuestas de sus alumnos].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se

ofrecen. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de verificación del razonamiento que expone el profesor, buscando argumentación en sus explicaciones, aludiendo a teoría vista en clases.

Tabla 4.1.21: síntesis de análisis de episodio.

Código	RC201		
Video	SMOV0003		
Minuto	03:33-4:06		
Indicadores		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
Argumentar	Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).		X
	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

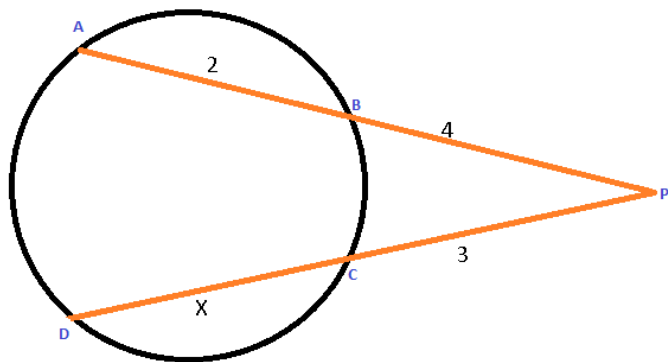
Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

Episodio RC202

La actividad realizada en este episodio consiste en la resolución del siguiente ejercicio.

Teorema de las secantes. (encontrar el valor de x)

Ejercicio 4:



En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando las respuestas de los alumnos, motivando explicaciones, las cuales surgen del análisis del procedimiento de un ejercicio, utilizando el error como recurso. Esto disminuye las instancias para generar un momento argumentativo aun cuando la actividad podría generar más oportunidades.

Profesor: ¿Qué opinan del ejercicio de la alumna 2, alumno 3?

$$\begin{aligned} 6 \times 4 &= 3x \\ &= 3x \\ &= x \\ &= x \end{aligned}$$

Alumnos: Está malo.

Profesor: ¿Por qué está malo?

Alumna 1: Porqué tiene que sumarla con la "x" po.

Profesor: ¿Que paso acá?

Alumno 3: Tiene que multiplicar por 3

Alumna 2: La x+3, paréntesis, 3.

[Luego, el profesor termina el ejercicio conducido por las respuestas de los alumnos].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen, utilizando como base el procedimiento propuesto por un estudiante, del cual se solicita validación de parte de sus compañeros. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos es de indagación, buscando generar debate, con respecto a la validación de un procedimiento y su respectivo resultado.

Tabla 4.1.22: síntesis de análisis de episodio.

Código		RC202	
Video		SMOV0003	
Minuto		41:10-42:05	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	x	
Argumentar	<i>Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

Profesor	Manuel Ruiz
Curso	4° Medio C
OA/AE	OA11 Aproximar, a partir de histogramas de distribuciones binomiales, el gráfico de la campana de Gauss.
Propósito declarado	“Conocer la distribución Normal”

Contexto general de la clase

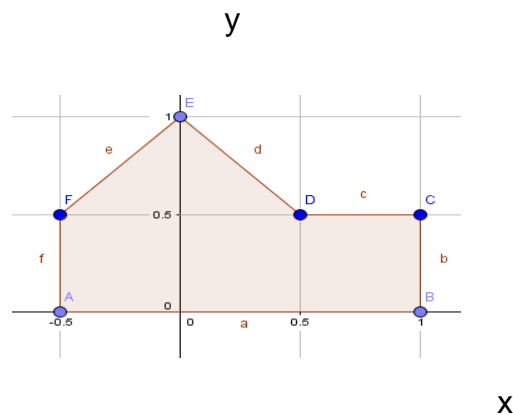
El profesor realiza a grandes rasgos una clase estructuralmente expositiva, el cual mediante el uso de la pizarra digital, define los conceptos matemáticos, en este caso de distribución normal, dando énfasis en practicar ejercicios en el pizarrón, resueltos por los mismos alumnos. El profesor da oportunidad para que los alumnos comenten los conceptos que recuerdan de años anteriores, conectándolos en el actual. Se observa al profesor retroalimentando los conceptos que ellos ya sabían, pero ahora se agregan más nociones (variables aleatorias, variables discretas, variable continua, función de densidad, etc.).

Se destaca la buena disponibilidad de los alumnos a pasar a la pizarra a realizar los ejemplos sin avergonzarse. También el profesor gestiona una clase que logra que ellos tiendan a responder y consultar sus dudas.

Episodio MR101

La actividad realizada en este episodio consiste analizar y establecer estrategias en la resolución del siguiente ejercicio.

Ejercicio: A partir de la función f , definida en el intervalo $[-0,5; 1]$ y cuya gráfica se muestra en la siguiente figura. Determina si f puede ser una función de densidad de una variable aleatoria continua (VAC).



En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando las respuestas de los alumnos, motivando explicaciones, las cuales surgen del

análisis del procedimiento de un ejercicio. Aquí el profesor toma las respuestas de sus alumnos y rápidamente las valida, dando poca instancia para su análisis más exhaustivo, acortando una posible oportunidad de la actividad, para argumentar sus respuestas.

Profesor: Ahora, ¿cuál era la segunda condición? El área bajo la curva de la función, definida en el intervalo a, b en este caso, entre $-0,5$ y 1 , tiene que ser equivalente a 1 , y ¿cómo puedo lograr, saber esa área? ¿Qué podríamos hacer para calcular esa área, y verificar si efectivamente se cumple que esa área es 1 ?

Alumna: Descomponer.

Alumno: Calcular.

Profesor: Calcular, perfecto me parece bien, ¿qué vamos a calcular?

Alumno: El área.

Profesor: El área. Bien, vamos bien. ¿Cómo calculo el área de eso?

Alumna: Descomponiendo.

Profesor: ¿Cómo descompondrías tú?

Alumna: Eee... El triángulo de abajo...

Alumna: El área de eso...

[Luego, el profesor pide a la alumna realizar el ejercicio en pizarra y es terminado con la ayuda de él].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca describir el procedimiento y resultado obtenido. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta a los alumnos busca que logren formular una estrategia y puedan explicarla, sin embargo, rápida y constantemente valida las respuestas de los alumnos.

Tabla 4.1.23: síntesis de análisis de episodio.

Código	MR101
---------------	-------

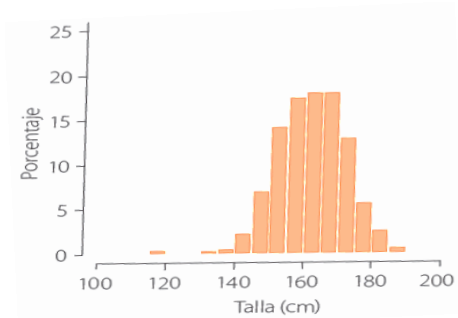
Video		MVI_0001. MVI_0002.	
Minuto		MVI_0001; 17:07-18:04 MVI_0002; 01:09-06:15	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	x	
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

Episodio MR102

La actividad realizada en este episodio consiste en analizar el siguiente gráfico que representa una situación de un contexto real, en el que se les pide que observen el gráfico y respondan al curso las preguntas dirigidas por el profesor.

Según la Segunda Encuesta Nacional de Salud la distribución de la estatura de los adultos chilenos se puede representar mediante el siguiente gráfico:



Describe con tus palabras los datos representados en el gráfico.

Si eliges a una persona al azar, ¿qué estatura es más probable que ésta tenga?, ¿cómo lo supiste?

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando las respuestas de los alumnos. El profesor logra aquí una buena interacción con los alumnos, haciendo preguntas de naturaleza exploratoria, pero llega un momento que en las que no obtiene respuestas y valida las ya dadas, limitando en sí a la actividad generar argumentación.

Profesor: Que era una variable aleatoria continua, perfecto. ¿Qué más podemos visualizar en el gráfico?

Alumno: Que como un 18% de las personas que... que tienen una talla entre 160 y 170...

Profesor: Ya, y ¿cómo llegaste a esa conclusión?, Nico.

Alumno: Porque la variable que está en el eje Y.

Profesor: Ya.

Alumno: Habla del porcentaje de las tallas de las personas.

Profesor: Ah ya. Perfecto, o sea tú te fijaste haber... Y ahí te diste cuenta que el porcentaje fue de un 18%. Ya, perfecto, bien. ¿Quién puede decir algo distinto?... ¿o encontró algo que el resto no pudo ver?

Alumno 2: La estatura máxima es 190 aproximadamente...

Profesor: La estatura máxima es 190 aproximadamente.

[Luego, el profesor analiza la forma de la gráfica haciendo preguntas a sus alumnos].

Aquí, el profesor formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde se busca describir el procedimiento de algunas de las respuestas de los alumnos. Una evidencia de lo anterior, es que las preguntas a los alumnos son de verificación con respecto de la explicación de ellos mismos, sin embargo, rápida y constantemente valida las respuestas de los alumnos, incluso interrumpiendo o en algunos casos eludiendo las explicaciones proporcionadas por los alumnos.

Tabla 4.1.24: síntesis de análisis de episodio.

Código		MR102	
Video		MVI_0002.	
Minuto		11:06-11:45	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>		x
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

Episodio MR102

La actividad realizada en este episodio consiste en la resolución del siguiente ejercicio.

Ejercicios 3: De un colegio mixto egresaron 210 varones y 225 damas.

Las estaturas de los varones se distribuyen $N(1,71; 0,04)$, y las de las damas,

$N(1,64; 0,03)$, en metros.

- a. ¿Cuántos varones miden más de 1,79m?
- b. ¿Cuántas damas miden menos de 1,61m?
- c. Si se selecciona a un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que mida a lo más 1,67m?

En la interacción observada en el episodio, el profesor está verificando la respuesta de un alumno, motivando la explicación, la cual surge del análisis del procedimiento de un ejercicio. Aquí el profesor solamente actúa como validador de la respuesta del alumno, otorgando que la actividad pase a segundo plano como opción de generar argumentación.

Profesor: Ya don Miguel. Chiquillos, por favor hagamos el intento de la última explicación. Ya, escuchemos con atención a Miguel y ya con esto estaríamos finalizando la clase. Ya don Miguel.

Miguel: Bueno, ahí preguntan cuántos varones miden más de 1,79 metros, entonces lo que hice fue mirar la tablita, y si yo le sumo 2 veces la desviación estándar, me da 1,79, entonces el porcentaje que hay entre 1,63 y 1,79 va a ser 47,725%, si eso lo divido por 2, me da la probabilidad entre 1,71 y 1,79 y eso es 47,725%, entonces yo a eso le resto el 50% me va a dar la probabilidad de que sean mayores de 1,79 metros, pero me preguntan por cantidad no por

probabilidad... Entonces para calcular la probabilidad, el total de valores lo multiplico por el porcentaje y lo dividido por 100.

Profesor: Perfecto, súper bien

Miguel: Entonces 210 por 2,245 dividido a 100 da 4,7

Profesor: Y por la naturaleza del problema.

Miguel: No se puede. Son personas, aproximando me va a dar que son 5 aproximadamente.

Profesor: Bien, bien súper bien.

[Luego, el profesor finaliza la clase resumiendo lo aprendido].

Aquí, el profesor genera la instancia de una situación de naturaleza explicativa, en donde se busca describir el procedimiento y resultado obtenido en la resolución de un determinado ejercicio. Una evidencia de lo anterior, es que la indicación al alumno busca que éste, logre explicar a sus compañeros el desarrollo que realizo, sin embargo, rápida y constantemente valida cada explicación del alumno.

Tabla 4.1.25: síntesis de análisis de episodio.

Código		MR103	
Video		MVI_0008	
Minuto		08:13-09:45	
Indicador		Ob.	P. Ob.
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.		X
Argumentar	Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación -		X

	<i>Conclusión).</i>		
Tipos de interacciones observadas: Profesor – Alumno.			

Por tanto, se observan interacciones comunicativas desarrolladas en el aula, donde solo se observan interacciones del tipo explicativa.

4.2 Resumen de episodios

Tabla 4.2: Resumen de episodios

Profesor	Clase	Propósito	Episodio	Código	Tipo de Interacción	Tiempo	Duración (Segundos)
Carolina Pérez	1	“Calcular imágenes dada una función”	1	CP101	Explicativa	08:50-09:42	52
			2	CP102	Explicativa y Argumentativa	12:17-14:15	118
			3	CP103	Explicativa	16:43-17:20	37
			4	CP104	Explicativa	20:56-21:18	22
			5	CP105	Explicativa	22:43-23:31	48
	2	“Comprender y distinguir entre la función lineal y a fin”.	1	CP201	Explicativa y Argumentativa	04:41-06:10	89
			2	CP202	Explicativa y Argumentativa	21:47-23:15	88
			3	CP203	Explicativa y	06:19-07:41	89

					Argumentativa		
Andrea Sánchez	1	“Aplicar criterios de semejanza de figuras planas”	1	AS101	Explicativa	03:28-03:57	29
			2	AS102	Explicativa	02:50-03:20	30
	2	“Calcular probabilidades”	1	AS201	Explicativa	01:38-02:30	52
			2	AS202	Explicativa	03:00-04:01	61
			3	AS203	Explicativa y Argumentativa	17:00-17:51	51
Renato Cuevas	1	“Aplicar Teorema de Thales”	1	RC101	Explicativa	02:38-03:20	42
			2	RC102	Explicativa y Argumentativa	04:47-05:21	34
			3	RC103	Explicativa y Argumentativa	01:25-01:52	27
			4	RC104	Explicativa y Argumentativa	03:07-04:32	85
			5	RC105	Explicativa y Argumentativa	01:06-01:38	32

			6	RC106	Explicativa y Argumentativa	04:24-04:58	34
			7	RC107	Explicativa y Argumentativa	09:31-10:23	52
	2	“Aplicar teorema de las cuerdas”	1	RC201	Explicativa	03:33-04:06	33
			2	RC201	Explicativa	41:10-42:05	55
Manuel Ruiz	1	“Conocer la distribución Normal”	1	MR101	Explicativa	MVI_0001; 17:07-18:04 MVI_0002; 01:09-06:15	363
			2	MR102	Explicativa	11:06-11:45	39
			3	MR103	Explicativa	08:13-09:45	92

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En lo que sigue, se discutirán y concluirán los resultados de este estudio descriptivo sobre la gestión de profesores de Enseñanza Media para promover argumentación en sus estudiantes. Para ello se muestra una síntesis conclusiva de los resultados del análisis de datos, mostrando de qué forma dan cuenta de los objetivos específicos del estudio. Luego, se expone una discusión de estas conclusiones, contrastando con el estado del arte reportado en el marco teórico. Finalmente, se presentará una reflexión sobre la importancia, limitaciones y proyecciones de la investigación.

5.1 Relación de los resultados con los objetivos de investigación.

Como se mencionó con anterioridad, la investigación comenzaba a partir de la interrogante ¿cómo es la gestión en el aula que realizan los profesores del subsector de matemática, para promover el desarrollo de la habilidad Argumentar en cuatro casos de enseñanza media de la región del Biobío?, y a través de ella es que se enfocó el proceso de investigación y análisis, donde se obtuvieron resultados los cuales a continuación se mencionarán desde una mirada relacionada con los objetivos de investigación.

A raíz de los resultados obtenidos, se ha identificado un conjunto de acciones realizadas por el profesor, para así promover la argumentación en el aula.

- Verificar.
- Formular preguntas de naturaleza (explicativa o argumentativa).
- Promover la comprensión y análisis.
- Utilización del error.
- Oportunidades de discusión.

Cada una de éstas serán descritas y en los casos más relevantes serán apoyadas por registros derivados de los resultados.

En un primer caso, verificar tanto las respuestas como los procedimientos, motivando explicaciones en los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes, con intención de poder decidir cuál es el resultado correcto.

En un segundo caso, realiza el acto de formular preguntas de naturaleza explicativa, en donde lo que busca es, la discusión al aparecer dos o más posturas distintas. Otra pregunta de éste tipo busca indagar sobre el “cómo” y el “por qué” de las respuestas dadas por los estudiantes. Y por último, con este tipo de preguntas se busca comprender las respuestas dadas, relacionadas a creencias de los alumnos, y/o al análisis de datos.

Otro punto importante es que el docente formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde se busca identificar, comprender y refutar, con respecto si un determinado razonamiento está correcto o erróneo. Y donde también es relevante el hecho de que éste tipo de preguntas busquen la discusión al aparecer dos o más posturas distintas entre los alumnos, y que éstos sean capaces de argumentar su decisión. Una evidencia de lo manifestado es la siguiente:

Profesora: Bueno, miren. Primero la Andrea dijo que estaba mal y después el Fabián dijo que está bien, y eso es lo que quiere ver, porque Sofía quiere ver si realmente su software esta bueno o no. A ver, ¿quiénes dicen que está malo el software?

Andrea: Está malo.

Profesora: ¿Quiénes dicen que está malo? Ya Jeremy, tú dices que está malo. ¿Por qué esta malo?

Jeremy: Porque dependiendo del radio, se puede calcular el volumen

Por otra parte, promueve la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes (a partir del “error”), con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas. Una evidencia de esto se presenta en el siguiente caso:

Bryan: $x = \frac{3}{6}$

Profesor: Dijo que $x = \frac{3}{6}$ y eso a Bryan le dio $\frac{1}{2}$.

Alumna: Está mal.

Abigail: No porque la x está al otro lado pu!

Profesor: ¿Por qué Abigail?

Abigail: Porque empezó con la x a ese lado y no puede cambiarla de lugar.

Carol: No, no es eso.

Profesor: ¿Qué es Carol?

Carol: Porque el 3 tiene que pasar dividiendo al 6, no el 6 al 3.

Otro punto a destacar, es el de la utilización del error para generar oportunidades de debate y discusión. Hacer preguntas a los alumnos con la intención que estos fundamenten el “por qué” una determinada resolución está mal, generando la instancia para que los alumnos puedan refutar ciertos procedimientos.

Y por último, dar oportunidades para discutir la respuesta dada por un estudiante, otorgando la posibilidad de que otros estudiantes debatan sus ideas, este caso, el profesor decide distanciarse un poco de las respuestas de los alumnos, con el fin de que ellos mismos corrijan sus errores, promoviendo así una ocasión en la que ellos argumenten sus respuestas y haciendo su intervención sólo cuando logran

llegar a una idea general. En definitiva, el docente se aleja, como una forma de ceder o distribuir la autoridad.

El manejo de la autoridad dentro del aula, es un factor que puede afectar el desarrollo de la argumentación, como menciona Finkel (2008) “de dar la clase con la boca cerrada.” (p.3), es decir: hay que dejar que los libros hablen, que los estudiantes hablen, indagar juntos; proporcionar la experiencia y provocar la reflexión.

A continuación se presenta la siguiente evidencia para esta acción:

(Abigail realiza el ejercicio en la pizarra, pero continúa discutiendo con su compañero respecto a su respuesta; mientras que el profesor observa el ejercicio y luego ayuda a otra compañera)

En consiguiente, se presentará la relación existente entre los resultados obtenidos durante la investigación, y los objetivos específicos.

Nuestro primer objetivo específico es: Describir la gestión de los distintos tipos de interacciones comunicativas que se desarrollan en el aula. La cual tiene por categoría. Interacciones comunicativas, y que presenta las siguientes subcategorías: Explicativas (Argumentación intuitiva), Argumentativas (Argumentación matemática) y Demostrativas (Argumentación demostrativa).

En base a la primera subcategoría sobre argumentación intuitiva, se presentan las siguientes acciones que promueven la habilidad:

- Verificar, respuestas y procedimientos.
- Formular preguntas de naturaleza explicativa.
- Verificar respuestas que contengan explicación matemática.

Lo que el profesor hace cuando promueve argumentación a través de las interacciones comunicativas de tipo explicativas (Argumentación intuitiva) es:

Verificar tanto las respuestas como los procedimientos, motivando así explicaciones en los estudiantes de sus procedimientos utilizados en el desarrollo de un ejercicio.

También realiza la acción de formular preguntas de naturaleza explicativa, en donde busca: Comprender un resultado obtenido, evidenciar el “cómo” un estudiante resuelve un determinado problema, comprender los resultados obtenidos, que el estudiante describa un concepto, comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen (cuestionando cuál es el error) y que los alumnos describan el procedimiento y resultado obtenido.

Y por último, verifica que las respuestas dadas estén fundamentadas en conceptos válidos para la clase de matemática (verificando que exista una explicación matemática). Una evidencia de lo anterior se presenta a continuación:

Profesor: Porque el 1,5 ¿tiene...?

Andrea: 2 imágenes.

Profesor: 2 imágenes, bien. Tiene como imagen al 1 y al 1,5. Entonces, por eso no vendría siendo una función... ¿La letra B?

Alumnos: Es función.

Profesor: ¿Por qué?

Alumnos: Porque cada uno tiene una imagen.

Profesor: ¿Cada pre imagen?

Alumnos: ...tiene una imagen.

Sin embargo, lo que el profesor hace cuando promueve argumentación a través de las interacciones comunicativas de tipo argumentativas (Argumentación matemática) es:

- Verifica las respuestas.
- Promover la comprensión y análisis.
- Formula preguntas de naturaleza (explicativa o argumentativa)
- Comprender las respuestas dadas.
- Genera una actividad que promueva la discusión.

A continuación, se describirán cada una de estas acciones realizadas por el profesor:

Verifica las respuestas y motiva explicaciones en los estudiantes, para así contrastar las respuestas diferentes, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas.

Otro punto importante es que, promueve la comprensión y análisis, motivando explicaciones propias de los estudiantes y así contrastar las respuestas diferentes a partir del “error”, con intención de que los alumnos argumenten sus respuestas. Algunas de las evidencias se han presentado con anterioridad.

También formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde busca: La discusión al aparecer dos posturas distintas. Una evidencia de lo anterior, es que la pregunta dirigida a los estudiantes busca que los alumnos adopten una postura y sean capaces de argumentar su decisión. De igual manera busca, indagar sobre el “cómo” y el “por qué” de las respuestas dadas por los estudiantes.

Además de éste tipo de preguntas, formula preguntas de naturaleza explicativa y argumentativa, en donde busca: Identificar, comprender y refutar, con respecto si un determinado razonamiento está correcto o erróneo. Una evidencia de esto, se presenta a continuación:

Profesor: Scarlet, ¿yo puedo decir que 15 es a x como 6 es a 9?, ¿está bien o está mal?

Abigail: Está malo.

Profesor: ¿Por qué está malo Abigail?

Abigail: Porque no se puede cruzado.

Bryan: Tienen que ir frente a frente o...de lado a lado

Profesor: Tienen que ir frente a frente o de lado a lado, es decir el 15 ¿con quién debería ir?

Además, se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen además de la utilización del error como un recurso constructivo.

Se destaca igualmente, que genera una actividad que promueve el análisis de dos casos, en los cuales los estudiantes deberán decidir qué es lo más conveniente. De esta forma se generan de forma espontánea diversas posturas, por lo que surge la necesidad de argumentar para defender y refutar estas mismas.

Una evidencia de este tipo se presenta a continuación:

Profesor: ¿Qué crees tú? Por ejemplo, Héctor, ¿qué le convendrá más a la señora?

Alumnos: ¡Prepago!, ¡El plan!

Andrea: Imagine ya, no se pu, habla 10 minutos.

Profesor: Ya, supongamos que habla 10 minutos. Después vamos a considerar los 10 minutos en la tabla. ¿Qué pasa si habla 10 minutos?

Andrea: Ya pu, y cada minuto le va a valer 30 pesos, y acá le va a salir más caro pu, porque si es otra compañía en prepago...

Y por último, genera una actividad donde da la oportunidad para discutir la respuesta dada por un estudiante, otorgando la posibilidad de que otros estudiantes debatan sus ideas sin que el profesor intervenga.

Una evidencia de lo mencionado anteriormente es la siguiente:

Bryan: Ahí da -8 sipu...

Abigail: ¿En cuál?

Bryan: -2 por 4 da -8. Menos por más da menos.

Abigail: ¿En cuál?

Bryan: Ahí po, donde multiplicaste x por x , x^2 , pero yo te digo -8, porque menos 2 por 4 da menos 8.

Abigail: ...ah eso.

Profesor: Aquí Bryan encontró el detallito. ¿Qué pasó con Abigail acá?

Bryan: Menos por más da menos.

Profesor: Aquí está bien, está bien y está bien (apuntando a los pasos que realizó Abigail), pero ¿menos por más? .Aquí está el detallito.

Bryan: ¡Menos!

Profesor: Bryan, ¿terminó de realizarlo? Ya, cuando lo termine lo pasa a desarrollar usted.

Se concluye que, el profesor decide distanciarse un poco de las respuestas de los alumnos, con el fin de que ellos mismos corrijan sus errores, promoviendo así una ocasión de que ellos argumenten sus respuestas y haciendo su intervención sólo cuando logran llegar a una idea general.

De acuerdo a lo anteriormente señalado, podemos ver que las prácticas explicativas y las prácticas argumentativas son similares, sin embargo, hay ciertas condiciones que permiten establecer diferencias, una de ellas radica en el papel

del docente en la actividad, es decir, si el docente genera una actividad rutinaria (genera explicación) o una actividad desafiante (genera argumentación), y otra condición es que el docente ceda la resolución de la TM.

En base a la tercera categoría, argumentación demostrativa, se señala que:

Luego del análisis detallado de la evidencia recaudada, podemos concluir que no se reporta argumentación basada en demostración, en ningún caso.

Nuestro segundo objetivo específico es: Reconocer las funciones de las intervenciones con intención de demostración, en profesores y alumnos.

Categorías: Función de la argumentación (matemática o demostrativa)

Subcategorías:

TAMPOCO SE REPORTAN. No obstante, se observaron interacciones con función de argumentación matemática, que si bien no constituyen demostración, si van más allá del simple convencimiento de otros. Aquí la diferencia es que la argumentación en el aula matemática tiene un valor epistémico (de acuerdo/en desacuerdo), en cambio la argumentación matemática, aunque no es formal, tiene un valor epistemológico (verdadero/falso).

Por tanto, de acuerdo a lo anteriormente señalado, los resultados reportan funciones de la demostración, pero aplicadas a situaciones de argumentación matemática. Entre las cuales se reportan las destacadas a continuación:

En base a los resultados obtenidos, las acciones que realiza el profesor para promover la argumentación, de acuerdo a la subcategoría de Verificación es:

- Verifica, procedimientos y respuestas.
- Formula preguntas de naturaleza (explicativa y argumentativa).

Éstas serán desarrolladas a continuación.

Verificar tanto los procedimientos como las respuestas dadas por los estudiantes, que contenga una fundamentación basada en conceptos válidos en la clase de matemática, además de motivar la explicación que surge al momento de analizar el procedimiento de un ejercicio, para de esta manera comparar las distintas respuestas, con el propósito de poder dilucidar cuál es el resultado correcto.

Es importante destacar que además el profesor realiza la formulación de preguntas de naturaleza explicativa, en las cuales busca evidenciar el “cómo” un estudiante resuelve un determinado problema, además junto con esto, el comprender los resultados obtenidos, para conseguir la interpretación de dicho resultado, en base a lo que se busca responder. Una evidencia de lo señalado, fue mencionada anteriormente:

Profesora: Bueno, miren. Primero la Andrea dijo que estaba mal y después...

Ahora bien, de acuerdo a los resultados obtenidos, las acciones que realiza el profesor para promover la argumentación, de acuerdo a la subcategoría Explicación es: El profesor motiva a los estudiantes a generar sus propias explicaciones sobre los procesos utilizados mediante la resolución de un ejercicio, para así poder contrastar las distintas respuestas a partir de un “error” que haya sido identificado, una evidencia de esto es:

Profesor: A Abigail le dio negativo, ¿qué pasó?

Bryan: Tenía que haberle puesto por -1.

Profesor: Vamos a esperar cuánto le da a Rodrigo.

Abigail: Sipi pero es que por -1 te va a dar negativo igual uno.

Bryan: ¿Por qué?

Alumna: El 5.

Abigail: El 5 te va a dar igual negativo, tiene que darte negativo.

[Luego, el profesor conduce las respuestas de los alumnos para que sean correctas, terminando el alumno el ejercicio en pizarra].

Siguiendo con esta línea, el profesor también busca que los estudiantes comprendan las respuestas dadas, con respecto al análisis de datos que se propone, cuestionando así cuál es el “error”, y dando espacio para que sean ellos quienes argumenten frente a las posibles respuestas correctas, no validándolas en el acto si no al momento que haya finalizado el debate. Además con esto, de igual forma, busca que describan el procedimiento utilizado junto con el resultado obtenido, para así hacer aparecer fundamentaciones de manera intuitiva que fortalezcan la discusión generada en base a dicho “error”. Se presenta la siguiente evidencia:

Alumna: Tiene que sumar el 8 con el 10...

Alumnos: ¡Sí!

Profesor: ¿La de acá, quién está mal? (refiriéndose a la proporción del trazo que vale 10 con el que vale $x+1$)

Alumnos: El de arriba (10)

Bryan: Tendría que ser 18... $x+1$

Profesor: ¿Por qué? Porque el trazo de completo, si yo abarco la L, esto abarca de 8 a 10 po, ¿y $8 + 10$?

Alumno: 18

Otra acción realizada por el docente es que éste, formula preguntas de naturaleza explicativa, en donde: se busca evidenciar el “cómo” un estudiante resuelve un determinado problema. Además de comprender los resultados obtenidos. También se busca que el estudiante describa un concepto. Una evidencia de esto, se presenta a continuación:

Profesora: Una es la experimental. ¿En qué consiste la experimental Víctor?

Alumno: (Mueve las manos tratando de explicar) Que es experimental pu. Como una situación.

Profesora: No le escuché. ¿En qué consiste la experimental? Hablen más fuerte para escucharlos. A ver, el Daniel.

Alumno: Que se puede hacer un ejercicio para poderlo resolver.

[Luego, la profesora pide que den un ejemplo donde pueden hacer un experimento, haciendo referencia a la probabilidad experimental].

Además, se busca comprender las respuestas dadas con respecto al análisis de datos que se ofrecen (cuestionando cuál es el error). Y por último se busca describir el procedimiento y resultado obtenido.

- Sistematización (NO SE REPORTAN)

- Descubrimiento (NO SE REPORTAN)

- Comunicación (NO SE REPORTAN)

Y por último nuestro tercer objetivo específico es: Identificar los principales esquemas de pruebas generados por el profesor en el aula de clases.

(NO SE REPORTAN)

Categorías: Esquema de prueba

Subcategorías:

- De convicción externa

- Empírico

- Analítico

5.2 Discusión de las conclusiones

Durante el análisis de los episodios fue recurrente encontrar el tipo argumentación intuitiva, que es presentada en el marco teórico y que se encuentra asociada al modelo de Toulmin, esta argumentación es aquella que posee dato- explicación- conclusión. Es la argumentación que tiene una estructura mínima y es la que prima a lo largo del análisis de los episodios, es el tipo de argumentación más promovida por los profesores.

Los estudiantes por otro lado, tienen poca iniciativa para discutir y debatir diferentes posturas que tienen frente a un mismo problema, esto pues están acostumbrados a clases del tipo tradicional donde el docente es quien expone todo el contenido, lo que coarta de cierto modo la argumentación lograda por ellos.

Se puede observar en la tabla 4.2: resumen de episodios del análisis de los episodios, que en ciertos clips se observó la utilización de la argumentación matemática, pues esta, además de tener dato-explicación-conclusión, posee refutadores y el calificador. En estos episodios el profesor promueve la argumentación de manera adecuada, utilizando varias de las condiciones para promover la argumentación descritas en el Marco Teórico según Solar (2009) como lo son: las estrategias comunicativas de realizar preguntas abiertas que dan oportunidad a los estudiantes a que presenten diversas respuestas y puedan dar sus puntos de vista tratando de convencer al otro compañero o a la totalidad de los estudiantes; las tareas matemáticas que den paso a diferentes procedimientos; y un plan de clases que se anticipa a procedimientos o posturas de los estudiantes.

Por otra parte se puede visualizar que a lo largo de los clips hubo situaciones en las que estuvo presente el fenómeno didáctico de gestión de aula descrito en el Marco Teórico como Efecto Topaze, según Brousseau (1997), como por ejemplo en el episodio CP201:

Profesora: ¿qué va a ir cambiando?, la cantidad de...

Alumnos: la cantidad de horas al mes

Este efecto limitó las posibilidades de argumentar en tareas matemáticas que sí permitían posturas diferentes, pero que con estrategias comunicativas inadecuadas no se logró promover.

Nos sorprende que no se reporte ninguna argumentación del tipo demostrativa, cuando esperábamos encontrar, puesto que en enseñanza media el énfasis de habilidades es la demostración, además las clases que se grabaron estaban ubicadas en contenidos apropiados para el desarrollo de demostración según sus aprendizajes esperados.

Sorprende de igual manera la alta capacidad de generar preguntas que fomenten la explicación pero que no se utilicen estrategias adecuadas para la argumentación, como por ejemplo el episodio CP102, donde la profesora realiza buenas preguntas pero valida de inmediato y da por finalizado el proceso de argumentación. Es por esto que creemos que los docentes entienden el concepto de argumentación como explicar o responder sobre procedimientos de manera descriptiva.

Además los profesores, hacen buenas preguntas para fomentar la argumentación, pero en ocasiones no aprovechan sus buenas preguntas, ya sea por ansiedad de explicar ellos, o por diversos factores, pero se podrían utilizar de mejor manera. Además las tareas matemáticas que plantean los docentes son desafiantes y permiten respuestas variadas, pero el docente no cede la autoridad para el desarrollo óptimo de la tarea matemática.

Podemos concluir que los profesores manejan mejor las situaciones explicativas que las argumentativas y demostrativas. Y que pueden generar tareas matemáticas acertadas y desafiantes pero aun así no se presentan en gran medida la argumentación y la demostración que son habilidades presente en el currículum.

El estudio de casos como estrategia de diseño de investigación permitió obtener diversos alcances que apuntan al objetivo general de la investigación, a través de la sistematización de diversos instrumentos de observación y análisis, los cuales permitieron indagar y profundizar en la exploración y descripción de los objetivos específicos, facilitando su comprensión y profundidad en el análisis para cada uno de los casos observados. Para esto, la utilización de la filmación como sistema de registro permitió el estudio minucioso de la gestión por parte del profesor y las diversas acciones de los alumnos, facilitando la visualización reiterada de diversos episodios para aumentar así la rigurosidad en su revisión mediante las pautas de observación y análisis.

La metodología utilizada en el proceso de análisis de datos, mediante las tablas de observación y análisis, permitió transformar el corpus de datos para su posterior disposición y comprensión, para así determinar y clasificar diversos momentos en las interacciones comunicativas en el aula. Resultado de estas descripciones, es que dichas instancias o momentos argumentativos, se analizaron y encasillaron en categorías las cuales determinaron más específicamente las intenciones que hubo por parte del profesor para generar argumentación.

La observación de los episodios y la lectura preliminar del conjunto de datos, provocó la creación de diferentes impresiones previas a futuras conclusiones, las cuales fueron verificadas a medida que se avanzó en las tareas y el proceso de análisis.

En cuanto a la gestión del profesor para promover la habilidad de argumentar, se deja en evidencia el rol que cumple la actividad, siendo un factor importante para generar argumentación espontánea por parte del alumnado.

Finalmente, se pudo verificar que el supuesto de investigación sí se desarrolló, ya que los profesores que gestionaron clases en las que se logró promover la habilidad de argumentación utilizaron algunas de las condiciones propuestas en el Marco Teórico según Solar (2009) enfocadas a enseñanza básica, que funcionaron para enseñanza media.

5.3 Limitaciones y proyecciones

A continuación se presentan algunas dificultades que surgieron a lo largo de la investigación.

La metodología utilizada en el proceso de análisis del estudio demandó diversas tareas y actividades, dentro de las cuales surgieron numerosas dificultades en su proceso debido al carácter polisémico de los datos, la naturaleza cualitativa de estos y sobretodo la enorme cantidad de datos recolectados, pues se filmaron 7 clases de 90 minutos aproximadamente cada una. Esto aumentó la dificultad al momento de realizar la reducción de los datos para su posterior manipulación y comprensión.

Debido al carácter exploratorio del estudio, una de las dificultades fue la falta de material empírico, específicamente en estudios realizados para enseñanza media, sin embargo existe una mayor cantidad de estudios realizados en enseñanza básica que permitió obtener referencias y formular supuestos, los cuales subyacen a un comportamiento histórico del cual se pudiese esperar un resultado determinado en el análisis.

Otras dificultades surgieron al momento de identificar el carácter argumentativo de los episodios, pues la aparición de esta habilidad in situ de las interacciones comunicativas que se establecieron en el aula por parte de los estudiantes, podía ser o no, producto de la gestión que realizó el profesor, ya que la actividad por sí sola podría ser de tal carácter que logra generar momentos argumentativos de forma espontánea sin necesidad de la intervención del docente. Esta dificultad podría tornarse un poco más extensa cuando por parte de los estudiantes se genera la habilidad de argumentar, pero ésta no es realizada de forma intencionada por parte del profesor, más bien aparece de forma espontánea y no por una gestión propia e intencionada.

A partir del estudio realizado, se presentan algunas proyecciones investigativas para consolidar futuros estudios.

Extender la idea de que existe una estrecha vinculación entre la tarea matemática y la gestión que debe generar un profesor para desarrollar en sus estudiantes la habilidad de argumentar, ya que una TM que permite diferentes procedimientos o posturas, puede ser generadora de oportunidades de argumentación siempre que la gestión del profesor potencie cierta tarea, es decir, que dé oportunidades de participación o que gestione el error o haga preguntas de manera adecuada.

El desarrollo futuras investigaciones que contemplen diversas sugerencias de gestiones en que un docente pueda promover la habilidad de argumentar en la clase de matemática en enseñanza media, basado en los resultados obtenidos en el presente estudio.

Tomando como base los resultados de esta investigación, se sugiere integrar al plan de estudios de la formación inicial docente, la importancia de promover la habilidad de argumentar en la clase de matemática en enseñanza media y fomentarla en sus prácticas docentes.

En cuanto a la elección de la muestra y la recolección de datos, se pudo haber extendido el estudio a una mayor cantidad de clases filmadas, más docentes o una mayor cantidad de aprendizajes esperados, para así haber obtenido una cantidad de informantes más significativa.

6. BIBLIOGRAFÍA

Agencia de Calidad de la Educación División de Estudios, (2014). *Informe Nacional Resultados Chile PISA 2012*. Santiago: Agencia de Calidad de la Educación, Departamento de Estudios Internacionales. Santiago, Chile.

Álvarez A. y Núñez, R. (2005). *Escribir en español: La creación del texto escrito, composición y uso de modelos de texto*. (p. 74). Oviedo: Ediciones Nobel.

Balacheff, N. (1993). ¿Es la Argumentación un Obstáculo? Invitación a un debate, *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proff*, 05/06.

Benguria, S. Gómez, L. Martín B. Pastellides, P. Valdés, M. (2010). Observación: Métodos de investigación en educación especial. (p. 10). Universidad Autónoma de Madrid.

Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer A. P.

Calsamiglia H. y Tusón, A. (1999). Las cosas del decir, manual de análisis del discurso. (pp. 294-296) España: Ariel.

Campos, G. y Lule, E. (2012). La observación, un método para el estudio de la realidad. (pp. 5-53). Revista Xihmai.

Conner, A. (2014). *Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities*. *Educ Stud Math*. 86, 401–429.

Conner, A. M., Singletary, L., Smith, R. C., Wagner, P. A., Francisco, R. T. (2014). (p.404). *Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities*. *Educational Studies in Mathematics*, Febrero, 2014.

- De Villiers M. (1993). El papel y la función de la demostración en Matemáticas. (p. 15-30). Epsilon.
- De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. Epsilon, 26, 15-30. Original de 1990.
- Duval, R. (1999). Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva? México, México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Finkel, D. (2008). Dar la clase con la boca cerrada. España: Publicaciones de la Universidad de Valencia.
- Gamboa, G. Edo, M. y Planas, N. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. Revista Suma, 64, pp. 35-44.
- García Jimenez, E. (1991). Una teoría práctica sobre la evaluación. Estudio etnográfico. MIDO.
- GODINO, J.D. y BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherche en Didactique des Mathématiques, 14(3), pp. 325-355.
- GODINO, J.D. y BATANERO, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education, en Sierpinska, A. y Kilpatrick, J. (eds.). Mathematics education as a research domain: A search for identity (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A.P.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2011). Interpretaciones sobre la argumentación en el aula de matemáticas de la secundaria por parte de un grupo de profesores. Tesis Máster. (p. 10). Universidad Autónoma de Barcelona.
- González M, Lora W, (2011, octubre). La Argumentación Matemática, una Nueva Estrategia en el Proceso Docente Educativo. Aprendo 2011. Comunidad Lux Mundi, Santo Domingo, República Dominicana.

- Harel, G. y Sowder, L. (2007). Towards comprehensive perspectives on the learning and Teaching of Proof. En F. Lester (ed). Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Greenwich CT: information Age Publishing.
- Harel, G. y Sowder, L. (1996). Classifying processes of proving, en Puig, L. y Gutiérrez, A. (eds.). Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 3, pp. 59-65. Valencia: Universitat de València.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación. Ediciones Mc Graw Hill.
- Howard, S. y Solar, H. (2015). ARGUMENTACIÓN DURANTE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS: ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN EN EL AULA. En XIX JORNADAS NACIONALES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA “Perspectivas actuales de la educación matemática en una sociedad de cambio” (pp. 154-161). Villarica: sochiem.
- Kline. M. (1973) Why Johnny Can't Add, The Failure of the New Math. New, York, USA. St. Martin's Press.
- Larrondo, Lara, Figueroa, Rojas y Caro (2007). DESARROLLO DE HABILIDADES BÁSICAS EN LENGUAJE Y MATEMÁTICAS EN EGRESADOS DE PEDAGOGIA. UN ESTUDIO COMPARATIVO. CALIDAD DE LA EDUCACIÓN. (27va ed.,p. 150-176).
- Lawrence Stenhouse (1990). Conducción, análisis y presentación del estudio de casos en la investigación educacional y evaluación. (p. 644). Universidad de Granada.

- Leitão, S. (2007). Processos de construção do conhecimento: a Argumentação em foco. Revista.
- Llanos, C. Otero, R. y Banks, L. (2007). Argumentación matemática en los libros de texto de la enseñanza media. (p. 49). REIEC (2).
- López, M., Rivera, S., Rodríguez, D., y Vera, C. (2015). *LA EXPERIENCIA DE LOS PROFESORES UNIVERSITARIOS DEL GRAN CONCEPCIÓN SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA ARGUMENTACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA A ESTUDIANTES DE PREGRADO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA*. Universidad Andrés Bello, Facultad de Humanidades y Educación, Escuela de Educación.
- Mamona-Downs, J., y Downs, M. (2002). Advanced mathematical thinking with a special reference to reflection on mathematical structures. En L. D. English (Ed.), *International Handbook of Research in Mathematics Education* (165-195). Londres, Reino Unido: LEA.
- Manzi, J. Lacerna, P., Meckes, L., Ramos, I. (2011). *¿Qué características de la formación inicial de los docentes se asocian a mayores avances en su aprendizaje de conocimientos disciplinares?* Santiago, Chile. FONIDE.
- MINEDUC (2012a), Matemática. Programa de Estudio. Primer Año Básico. Ministerio de Educación.
- MINEDUC (2012b), Matemática. Programa de Estudio. Sexto Año Básico. Ministerio de Educación.
- MINEDUC (2012c), Matemática. Programa de Estudio. Séptimo Básico. Ministerio de Educación.
- MINEDUC (2014), Matemática. Programa de Estudio. Primero Medio. Ministerio de Educación. (p. 5).
- MINEDUC, (2016b). *DESARROLLO DE HABILIDADES: APRENDER A PENSAR MATEMÁTICAMENTE*. Santiago, Chile: Carrasco, J., Molina, S., División de Educación General Ministerio de Educación. (p. 9).

- MINEDUC. (2009). *Bases Curriculares Matemática*. Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- MINEDUC. (2012d). *Bases Curriculares Matemática*. Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- MINEDUC. (2013). *Bases Curriculares Matemática*. Ministerio de Educación. Santiago, Chile.
- MINEDUC. (2014). *Matemática. Programa de Estudio. Primero Medio*. Ministerio de Educación. Santiago, Chile. (p. 8).
- OCDE. (2003). Marcos teóricos de PISA 2003. *Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Paris.
- OCDE (2006). PISA 2006 MARCO DE LA EVALUACIÓN; Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.
- OCDE. (2012). Resultados de PISA 2012 en Foco. *Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben*.
- PEDAGOGÍA. UN ESTUDIO COMPARATIVO. *CALIDAD EN LA EDUCACIÓN*. (27va ed., pp. 150-176).
- Plantín (2012). La argumentación. Historia, teorías, perspectivas. Biblios.
- Ribas, N. (2003). Exponer: relacionar las ideas entre sí. Barcelona, España: Edicions 62. (p. 51).
- Rivero, F. (2005). Técnicas de investigación científica. (p. 19). Cátedras de técnica y metodología de la investigación. Facultad de Filosofía y Letras, Universidad Nacional de Tucumán.
- Robert E. Stake. (1998). Investigación con estudio de casos. (p. 11) Ediciones MORATA.
- Rodríguez, G. Gil, J. García, E. (1999). Métodos de investigación cualitativa. (p. 75). Ajibe.

- Rodríguez, M. (2007). Competencias matemáticas del niño en la escuela infantil de 3 a 6 años. En Camarena, M. (coord.), *Aprender Matemática. Metodología y Modelos Europeos*, 50-68. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. (p. 55).
- Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso*. Universidad Autónoma de Barcelona, Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales. (p. 13).
- Solar, H. (2015). Estrategias comunicativas para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015. (p. 12).
- Solar, H., Deulofeu, J. (2015). Condiciones para promover la argumentación en el aula de matemáticas. XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática CIAEM 2015. Chiapas, México.
- Solar, H., Espinoza, L., Rojas, F., Ortiz, A., González, E., y Ulloa, R. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)*. Santiago, Chile: Mineduc. FONIDE.
- Solar, H., García, B., Rojas, F., y Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación Matemática*. 26, 33-66.
- Solar, H.; Ortiz, A. y Ulloa, R. (AÑO). Tratamiento de la convergencia desde el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula matemática. FONDECYT N11130675.
- Villalobos, X. (2011). Reflexión en torno a la gestión de aula y a la mejora en los procesos de enseñanza y aprendizajes. *Revista Iberoamericana de Educación*. Santiago, Chile. (55), (p. 2).

Weston, A. (2008). Las claves de la argumentación. P. 11.

Wilder, R. (1944). The nature of mathematical proof. The American Mathematical Monthly, 51. P. 309.

1. CARTA VALIDACIÓN.



Universidad Católica de la Santísima Concepción
Facultad de Educación
Pedagogía en Educación Media en Matemática

Estimado evaluador:

Junto con saludarlo, agradeceremos tenga bien emitir su opinión respecto de un conjunto de indicadores para la realización de una tabla simple de observación y de una pauta de análisis de clases, en el marco del Seminario de Investigación para optar al grado de Licenciado en Educación, denominado: **Gestión del aula matemática para promover el desarrollo de la habilidad Comunicar y Argumentar, en establecimientos de enseñanza media en la octava región.**

Cabe mencionar que el propósito de la tabla simple de observación es la identificación de momentos para un futuro análisis, de la habilidad Comunicar y Argumentar en la sala de clases. Así mismo, la pauta de análisis de clases tendrá como finalidad el análisis de situaciones de argumentación identificadas en la tabla simple. Para ello agradeceremos que pueda emitir un juicio respecto a los indicadores propuestos en la siguiente tabla, sobretodo en caso de ser rechazadas o aceptadas con modificaciones.

Atentamente: estudiantes Daniela Albornoz, Oscar Campos, Alexis Fuentes, Fredis Landaeta, Leonardo Fernández y Angélica Valdés, en conjunto con el profesor guía Rodrigo Ulloa.

Diciembre de 2015.

2. OBSERVACIONES DE TABLA SIMPLE DE OBSERVACION.

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN

Validación de tabla simple de observación donde su finalidad es la identificación de episodios de clases, para un futuro análisis de la habilidad Comunicar y Argumentar en la sala de clases.

Favor, marcar con X en la columna de evaluación. Además, agradeceremos sugerencias que usted desee incorporar para mejorar la redacción o calidad de los Indicadores.

Indicador	Evaluación			Sugerencias
	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X		
	La actividad instruye o genera la necesidad de argumentar o demostrar		X	actividad de enseñanza o actividad que realiza el alumno
Argumentar	Se observan diferentes puntos de vista por parte de los estudiantes.		X	Un punto de vista no se puede observar.
	Se observa una estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).		X	la palabra "observa" es muy general o ambigua
	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Refutador o Calificador.		X	precisar acciones o preguntas, elegir una o repararlas.
Comunicar	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Fundamentación.		X	idem anterior.

Comunicar	Se efectúan demostraciones matemáticas basadas en representaciones o explicaciones en lenguaje informal.		X		representación o explicación! elegir una.
	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje formal.	X			

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE ANÁLISIS


Validación de la pauta de análisis de clases tendrá como finalidad el análisis de situaciones de comunicación y de argumentación en base a generalidades en la tabla simple.

ID	Indicador	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	Sugerencias
GEN1	El profesor formula preguntas para motivar a los alumnos a explicar sus ideas.		X		ideas? o respuestas a ejercicios
GEN2	El profesor presenta una actividad que promueve que los alumnos expliquen sus ideas.		X		idem anterior
GEN3	El profesor permite que los alumnos tomen la iniciativa de explicar espontáneamente sus ideas.	X			
GEN4	El profesor presenta una actividad con la que instruye la necesidad de argumentar o demostrar.		X		instruir MS es una buena palabra.
ARG1	El profesor permite que los				

	alumnos expresen diferentes puntos de vista, de manera complementaria o contrapuesta.	X			
ARG2	El profesor promueve en los alumnos la interacción entre sus puntos de vista.	X			
ARG3	El profesor permite que los alumnos expresen puntos de vista diferentes e independientes entre sí.			X	Esto es espontáneo
ARG4	El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función explicativa.	X			
ARG5	El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función argumentativa.	X			
ARG6	La(s) acción(es) del profesor permite(n) que se promueva la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función explicativa.	X			
ARG7	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función argumentativa.	X			
DEM1	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma explícita la manifestación de Fundamentación.	X			
DEM2	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma implícita la manifestación de Fundamentación.	X			

DEM3	El profesor permite que los alumnos en forma autónoma manifiesten la Fundamentación.		X		ilóno de forma autónoma
DEM4	El profesor permite que los alumnos efectúen demostraciones matemáticas en lenguaje informal, por medio de: esquemas, ejemplos, analogías u otros.	X			
DEM5	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.	X			

Rogamos completar la siguiente información, para efectos de informar de proceso de validación en el reporte de investigación.

Nombre:	Hernán Norberto Paredes
Grado:	
Firma:	Profesor 

Agradecemos su colaboración, de vital importancia para esta actividad.

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN

Validación de tabla simple de observación donde su finalidad es la identificación de episodios de clases, para un futuro análisis de la habilidad Comunicar y Argumentar en la sala de clases.

Favor, marcar con X en la columna de evaluación. Además, agradeceremos sugerencias que usted desee incorporar para mejorar la redacción o calidad de los indicadores.

Indicador	Evaluación			Sugerencias	
	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza		
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X			mejor al de usar "o que ideas"
	La actividad instruye o genera la necesidad de argumentar o demostrar	X			
Argumentar	Se observan diferentes puntos de vista por parte de los estudiantes.	X			
	Se observa una estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).	X			
	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Refutador o Calificador.	X			
Comunicar	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Fundamentación.	X			

Comunicar	Se efectúan demostraciones matemáticas basadas en representaciones o explicaciones en lenguaje informal.	X			
	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje formal.	X			

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

Validación de la pauta de análisis de clases tendrá como finalidad el análisis de situaciones de comunicación y de argumentación en base a generalidades en la tabla simple.

ID	Indicador	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	Sugerencias
GEN1	El profesor formula preguntas para motivar a los alumnos a explicar sus ideas.	X			
GEN2	El profesor presenta una actividad que promueve que los alumnos expliquen sus ideas.		X		
GEN3	El profesor permite que los alumnos tomen la iniciativa de explicar espontáneamente sus ideas.	X			
GEN4	El profesor presenta una actividad con la que instruye la necesidad de argumentar o demostrar.	X			
ARG1	El profesor permite que los	X			

DEM3	El profesor permite que los alumnos en forma autónoma manifiesten la Fundamentación.	X			
DEM4	El profesor permite que los alumnos efectúen demostraciones matemáticas en lenguaje informal, por medio de: esquemas, ejemplos, analogías u otros.	X			
DEM5	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.	X			

Rogamos completar la siguiente información, para efectos de informar de proceso de validación en el reporte de investigación.

Nombre:	Carleen Patricia Espinoza Melo
Grado:	Magister
Firma:	

Agradecemos su colaboración, de vital importancia para esta actividad.

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN

Validación de tabla simple de observación donde su finalidad es la identificación de episodios de clases, para un futuro análisis de la habilidad Comunicar y Argumentar en la sala de clases.

Favor, marcar con X en la columna de evaluación. Además, agradeceremos sugerencias que usted desee incorporar para mejorar la redacción o calidad de los indicadores.

	Indicador	Evaluación			Sugerencias
		Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X			
	La actividad instruye o genera la necesidad de argumentar o demostrar		X		Sugerencia: la actividad instruye explícitamente...
Argumentar	Se observan diferentes puntos de vista por parte de los estudiantes.	X			
	Se observa una estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).		X		Se sugiere aclarar en qué o quién se observa la estructura
	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Refutador o Calificador.	X			
Comunicar	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Fundamentación.		X		se sugiere explicitar que la promoción es en el estudiante.

Comunicar	Se efectúan demostraciones matemáticas basadas en representaciones o explicaciones en lenguaje informal.		X		Sugiero señalar quién efectúa las demostraciones.
	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje formal.		X		idem al anterior

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE ANÁLISIS


Validación de la pauta de análisis de clases tendrá como finalidad el análisis de situaciones de comunicación y de argumentación en base a generalidades en la tabla simple.

ID	Indicador	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	Sugerencias
GEN1	El profesor formula preguntas para motivar a los alumnos a explicar sus ideas.	X			
GEN2	El profesor presenta una actividad que promueve que los alumnos expliquen sus ideas.	X			
GEN3	El profesor permite que los alumnos tomen la iniciativa de explicar espontáneamente sus ideas.	X			
GEN4	El profesor presenta una actividad con la que instruye la necesidad de argumentar o demostrar.		X		Sugiero cambiar INSTRUYE por "INSTALA", "ACTIVA", "PROMUEVE"
ARG1	El profesor permite que los				

	alumnos expresen diferentes puntos de vista, de manera complementaria o contrapuesta.	X			
ARG2	El profesor promueve en los alumnos la interacción entre sus puntos de vista.	X			
ARG3	El profesor permite que los alumnos expresen puntos de vista diferentes e independientes entre sí.	X			
ARG4	El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función explicativa.	X			
ARG5	El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función argumentativa.	X			
ARG6	La(s) acción(es) del profesor permite(n) que se promueva la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función explicativa.	X			
ARG7	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función argumentativa.	X			
DEM1	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma explícita la manifestación de Fundamentación.	X			
DEM2	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma implícita la manifestación de Fundamentación.	,	X		DEM1 y DEM2 son excluyentes con la primera basta

DEM3	El profesor permite que los alumnos en forma autónoma manifiesten la Fundamentación.	X			
DEM4	El profesor permite que los alumnos efectúen demostraciones matemáticas en lenguaje informal, por medio de: esquemas, ejemplos, analogías u otros.	X			
DEM5	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.	X			

Rogamos completar la siguiente información, para efectos de informar de proceso de validación en el reporte de investigación.

Nombre:	Ricardo González Méndez
Grado:	Maestría
Firma:	

Agradecemos su colaboración, de vital importancia para esta actividad.

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN

Validación de tabla simple de observación donde su finalidad es la identificación de episodios de clases, para un futuro análisis de la habilidad Comunicar y Argumentar en la sala de clases.

Favor, marcar con X en la columna de evaluación. Además, agradeceremos sugerencias que usted desee incorporar para mejorar la redacción o calidad de los indicadores.

Evaluación		Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	Sugerencias
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.	X			
	La actividad instruye o genera la necesidad de argumentar o demostrar	X			
Argumentar	Se observan diferentes puntos de vista por parte de los estudiantes.		X		alumnos o estudiantes. Elegir entre estos dos conceptos.
	Se observa una estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).	X			
	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Refutador o Calificador.	X			
Comunicar	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Fundamentación.	X			

Comunicar	Se efectúan demostraciones matemáticas basadas en representaciones o explicaciones en lenguaje informal.	X			
	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje formal.	X			

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

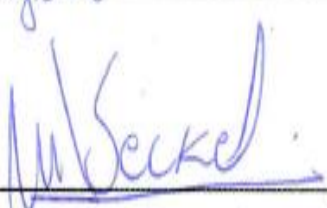
Validación de la pauta de análisis de clases tendrá como finalidad el análisis de situaciones de comunicación y de argumentación en base a generalidades en la tabla simple.

ID	Indicador	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	Sugerencias
GEN1	El profesor formula preguntas para motivar a los alumnos a explicar sus ideas.	X			
GEN2	El profesor presenta una actividad que promueve que los alumnos expliquen sus ideas.	X			
GEN3	El profesor permite que los alumnos tomen la iniciativa de explicar espontáneamente sus ideas.	X			
GEN4	El profesor presenta una actividad con la que instruye la necesidad de argumentar o demostrar.	X			
ARG1	El profesor permite que los				

	alumnos expresen diferentes puntos de vista, de manera complementaria o contrapuesta.	X			
ARG2	El profesor promueve en los alumnos la interacción entre sus puntos de vista.	X			
ARG3	El profesor permite que los alumnos expresen puntos de vista diferentes e independientes entre sí.	X			
ARG4	El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función explicativa.	X			
ARG5	El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función argumentativa.	X			
ARG6	La(s) acción(es) del profesor permite(n) que se promueva la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función explicativa.	X			
ARG7	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función argumentativa.	X			
DEM1	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma explícita la manifestación de Fundamentación.	X			
DEM2	La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma implícita la manifestación de Fundamentación.	X			

DEM3	El profesor permite que los alumnos en forma autónoma manifiesten la Fundamentación.	X			
DEM4	El profesor permite que los alumnos efectúen demostraciones matemáticas en lenguaje informal, por medio de: esquemas, ejemplos, analogías u otros.	X			
DEM5	Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.	X			

Rogamos completar la siguiente información, para efectos de informar de proceso de validación en el reporte de investigación.

Nombre:	María José Seckel Santis
Grado:	Magister
Firma:	

Agradecemos su colaboración, de vital importancia para esta actividad.

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN

Validación de tabla simple de observación donde su finalidad es la identificación de episodios de clases, para un futuro análisis de la habilidad Comunicar y Argumentar en la sala de clases.

Favor, marcar con X en la columna de evaluación. Además, agradeceremos sugerencias que usted desee incorporar para mejorar la redacción o calidad de los indicadores.

	Evaluación				Sugerencias
	Indicador	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	
Generales Porqué en plural?	<i>Se observa a los alumnos explicando sus ideas.</i>	X			
	<i>La actividad instruye o genera la necesidad de argumentar o demostrar</i>			X	Clarificar la idea "instruye". Lo señalo pues una actividad no instruye. Es importante clarificar que esta habilidad al ser promovida en el estudiante debe ser observada en el estudiante y por ende un indicador respecto a las actividades para mi no tiene sentido en esta parte
Argumentar	<i>Se observan diferentes puntos de vista por parte de los estudiantes.</i>		X		A mi parecer el indicador no puede ser "observan diferentes puntos de vista". Ustedes como profesores pueden observarlo, pero lo importante aquí es observar en ellos la capacidad de manifestar distintos puntos de vista a partir de una actividad de aprendizaje. Debe modificarse para ver al estudiante
	<i>Se observa una estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).</i>		X		Donde se observa?, en el profesor? en los alumnos? en el aula? Es importante clarificar, pues esta habilidad al ser promovida en el estudiante debe ser observada en el estudiante
	<i>Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la</i>			X	Deben clarificar si los indicadores serán observados en el estudiante o en el docente. A mi modo de ver debiese ser en el estudiante pues las habilidad de argumentar debe

	<i>manifestación de Refutador o Calificador.</i>				manifestarse en él para posteriormente observar la gestión del profesor
Comunicar A mi modo de ver Comunicar está errado	<i>Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Fundamentación.</i>			X	A mi parecer este indicador es de argumentar y no de comunicar Es importante clarificar que esta habilidad al ser promovida en el estudiante debe ser observada en el estudiante y por ende un indicador respecto a las actividades para mi no tiene sentido en esta parte estar viendo acciones o preguntas del docente
	<i>Se efectúan demostraciones matemáticas basadas en representaciones o explicaciones en lenguaje informal.</i>			X	A mi parecer este indicador es de argumentar y no de comunicar ¿Quién efectúa las demostraciones?
	<i>Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje formal.</i>			X	A mi parecer este indicador es de argumentar y no de comunicar ¿Quién efectúa las demostraciones?

PAUTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

Validación de la pauta de análisis de clases tendrá como finalidad el análisis de situaciones de comunicación y de argumentación en base a generalidades en la tabla simple.

ID	Indicador	Acepta	Acepta con modificaciones	Rechaza	Sugerencias
GEN1	<i>El profesor formula preguntas para motivar a los alumnos a explicar sus ideas.</i>	X			
GEN2	<i>El profesor presenta una actividad que promueve que los alumnos expliquen sus ideas.</i>	X			
GEN3	<i>El profesor permite que los alumnos tomen la iniciativa de explicar espontáneamente sus ideas.</i>	X			
GEN4	<i>El profesor presenta una actividad con la que instruye la necesidad de argumentar o demostrar.</i>		X		<p>A mi parecer, este indicador debe modificarse pues que sucede si un profesor coloca como actividad:</p> <p>Demostrar que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$</p> <p>Aquí claramente está la necesidad de demostrar, ¿pero qué se entiende por necesidad? ¿la necesidad de quien?</p> <p>Además ¿argumentar es lo mismo que demostrar?</p>
ARG1	<i>El profesor permite que los alumnos expresen diferentes puntos de vista, de manera complementaria o contrapuesta.</i>	X			

ARG2	<i>El profesor promueve en los alumnos la interacción entre sus puntos de vista.</i>	X			
ARG3	<i>El profesor permite que los alumnos expresen puntos de vista diferentes e independientes entre sí.</i>				
ARG4	<i>El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función explicativa.</i>		X		Este indicador es muy general y muy especializado, a mi modo de ver ustedes no tienen internalizado aún los elementos teóricos que les permita observar este indicador. Deben modificarlo para precisar lo que desean observar ¿Qué entienden ustedes por función explicativa?
ARG5	<i>El profesor promueve una estructura básica de argumentación la cual tiene una función argumentativa.</i>		X		ídem a comentario anterior
ARG6	<i>La(s) acción(es) del profesor permite(n) que se promueva la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función explicativa.</i>		X		Esto debe ser modificado para observar acciones específicas que ustedes ya tengan claras que se dan en este tipo de situaciones. A mi parecer ustedes aún no tienen las herramientas para observar gestiones tan específicas de clases de matemáticas, pues las acciones que realizan los profesores muchas veces no encajan completamente en las interpretaciones teóricas de los elementos del modelo de toulmin y en ese caso hay que interpretar y esta interpretación se hace en base a conocimiento experiencial y teórico
ARG7	<i>La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) la manifestación de Refutador o Calificador a través de la función argumentativa.</i>		X		ídem a comentario anterior

DEM1	<i>La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma explícita la manifestación de Fundamentación.</i>	X			
DEM2	<i>La(s) pregunta(s) del profesor promueve(n) en forma implícita la manifestación de Fundamentación.</i>			X	Este indicador es idéntico al anterior
DEM3	<i>El profesor permite que los alumnos en forma autónoma manifiesten la Fundamentación.</i>	X			
DEM4	<i>El profesor permite que los alumnos efectúen demostraciones matemáticas en lenguaje informal, por medio de: esquemas, ejemplos, analogías u otros.</i>	X			
DEM5	<i>Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.</i>			X	No veo tan clara la diferencia entre DEM 4 y DEM5

Rogamos completar la siguiente información, para efectos de informar de proceso de validación en el reporte de investigación.

Nombre:	Andrés Ortiz Jiménez
Grado:	Magíster
Firma:	

Agradecemos su colaboración, de vital importancia para esta actividad.

3. PAUTA ANÁLISIS DE CLASE.

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS DE LA OBSERVACIÓN DE CLASES

PROFESOR: _____

CURSO: _____ FECHA: _____

PROPÓSITO DE LA CLASES: _____

NOMBRE DEL VIDEO: _____

Observado (ob.) : Los elementos del indicador son observados.
 Parcialmente observado (P. Ob.) : Algunos de los elementos del indicador son observados
 No Observado (N. ob.) : Los elementos del indicador no se observan.
 Tiempo (T) : Tiempo donde el indicador fue o no observado

Id	Indicador de argumentación	Ob.	P. Ob.	N. ob.	T
Pr1	<i>Formular preguntas adecuadas para generar reflexión con respecto a los conocimientos previos en relación al nuevo contenido.</i>				
Pr2	<i>Se generan momentos para que los estudiantes presenten sus diferentes puntos de vista, se expresen oralmente y por escrito</i>				
Pr3	<i>Se generan acciones o preguntas del docente que promueven que los alumnos expliquen sus ideas.</i>				
Pr4	<i>Se asegura que todos tengan la oportunidad de aportar.</i>				
Pr5	<i>Se asignan tiempos adecuados para la elaboración de ideas.</i>				
Pr6	<i>Se desarrollan actividades o situaciones problemáticas para que la mayoría de los estudiantes consideren necesario reflexionar.</i>				
Pr7	<i>Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven otros procesos de argumentación diferentes a explicar.</i>				
Ac1	<i>Aparecen momentos en que hay, por parte de los alumnos, contraposición de ideas y puntos de vista.</i>				
Ac2	<i>Se genera un contexto enriquecido de lenguaje matemático.</i>				
Aa1	<i>Se genera la instancia para que los alumnos corrijan la redacción matemática de sus pares.</i>				
Pa1	<i>Se presentan preguntas adecuadas para generar reflexión y conocimiento matemático.</i>				
Aa2	<i>Aparecen momentos de la clase en que hay una estructura básica de argumentación (Dato- explicación- conclusión)</i>				
Aa3	<i>Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.</i>				
Pa2	<i>Se les otorga la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente sus soluciones, argumentos e inferencias sobre diversos problemas desarrollados.</i>				

4. TABLA DE OBSERVACIÓN.

PAUTA DE OBSERVACIÓN DE VIDEOS, PARA LA SELECCIÓN DE EPISODIOS

INDICADORES		¿Se observa? Marcar con X			Tiempo / Comentario (para el análisis)
		ARG_I NT	ARG_M AT	DEM_M AT	
Generales	Se observa a los alumnos explicando sus ideas.				Indicar si la fuente de la explicación es por gestión del profesor, motivación por la actividad, o iniciativa del alumno.
	La actividad que realiza el alumno, genera la necesidad de argumentar o demostrar.				Indicar si la consigna es explícita respecto de argumentar o demostrar.
Argumentar	Se observa por parte de los estudiantes, respuestas, procedimientos, estrategias y opiniones diferentes a una misma pregunta o problemática.				Indicar si estos puntos de vista son contrapuestos o complementarios. Indicar si se observa interacción entre los puntos de vista, o si éstos se presentan independientes entre sí.
	Los alumnos realizan intervenciones que presentan la estructura básica de argumentación (Dato - Explicación - Conclusión).				Indicar si la estructura básica tiene función explicativa o argumentativa.
	Se observan acciones del docente que promueven en los estudiantes la manifestación de refutadores o calificadores.				Indicar si la acción o pregunta del profesor promueve la función explicativa o argumentativa.
Demostrar	Aparecen acciones o preguntas del docente que promueven la manifestación de Fundamentación.				Indicar el actor que fundamenta: el profesor en forma explícita, el profesor en forma implícita, el alumno en forma autónoma.
	Se efectúan demostraciones matemáticas basadas en representaciones o explicaciones				Indicar el soporte de la demostración: esquemas, ejemplos, analogías u otros.

	<i>en lenguaje informal.</i>				
	<i>Se efectúan demostraciones matemáticas, en un lenguaje formal.</i>				

5. CONCENTIMIENTOS.

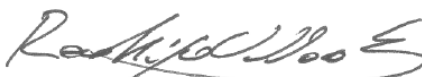
INVITACIÓN A PARTICIPACIÓN EN PROYECTO

Estimado apoderado.

Junto con saludarle, quisiera invitar a su pupilo a participar en un trabajo de investigación, titulado “Análisis descriptivo de la habilidad Comunicar y Argumentar en el aula matemática”. Esta investigación, enmarcada en un proyecto de tesis de alumnos de Pedagogía Media en Matemática de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, es un estudio cualitativo de casos focalizado en el análisis de las prácticas del profesor, y su objetivo principal es Identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por profesores del subsector de matemática para promover el desarrollo de la habilidad Comunicar y Argumentar en establecimientos de enseñanza media de la octava región.

El proyecto de investigación incluye grabaciones en video a clases de matemática del curso en el que su pupila/o pertenece. **Las grabaciones serán exclusivamente para el trabajo investigativo y académico**, por lo cual no contará con riesgos para usted ni para los estudiantes, ya que la actividad se ha diseñado para no afectar de ninguna manera la participación de su pupila/o en sus clases. Además, todo documento, diálogo y actividad, será tratado de manera confidencial con fines investigativos, y la filmación no será entregada al establecimiento. Su participación es voluntaria, y puede suspenderla en el momento que usted desee. En caso de cualquier interrogante, usted podrá dirigirse al profesor responsable del grupo de investigación, profesor Rodrigo Ulloa Sánchez (F: 90842612; E: rulloa@ucsc.cl). En caso que lo desee, también puede acercarse al establecimiento y comunicarse con Leonardo Fernández Veliz (lfernandez@ematematica.ucsc.cl) o Angélica Valdés Núñez (avaldes@ematematica.ucsc.cl), miembros del grupo de investigación, actualmente en práctica en el curso de su pupila/o.

Agradeciendo de antemano su gentileza, se despide muy cordialmente:


RODRIGO ALBERTO ULLOA SÁNCHEZ
13.486.795-7

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo _____ (nombre completo),

Apoderado(a) de _____ (nombre completo),

Estoy de acuerdo en participar del estudio titulado: “Análisis descriptivo de la habilidad Comunicar y Argumentar en el aula matemática”. El propósito y naturaleza del estudio me ha sido descrito por los responsables de la investigación. Yo comprendo lo que se me solicita y también sé que puedo hacer las consultas que estime pertinentes. Sé que puedo contactarme con los participantes de la investigación en cualquier momento. También comprendo que puedo suspender mi participación en cualquier momento.

AUTORIZO _____

NO AUTORIZO _____

Firma: _____

Fecha: ___/___/___/

6. TRANSCRIPCIONES.

6.1 Transcripción 1 Andrea Sánchez

Video Andrea 01

Min 03:28 al 03:57

Profesora: Criterio número uno. ¿Cuál sería?

Alumnos: Lado, lado, lado.

Profesora: Haber, más fuerte por favor.

Alumnos: Lado, lado, lado.

Profesora: De a uno y más fuerte. La Darlyn

Alumna: Lado, lado, lado

Profesora: Ya, ¿qué significa?. Explíqueme ese criterio que dice lado, lado, lado.

Alumna: Que tiene los tres lados iguales.

Profesora: Que tiene los tres lados iguales, haber deme un ejemplo. ¿Qué figura vamos a trabajar?

Alumnos: Triángulo

Video Andrea 01.2

Alumna: Ahí digo que ángulo, lado, ángulo, porque (pausa para pensar), porque este ángulo, se supone que los ángulos de adentro valen 180 en total

Profesora: la suma de los ángulos interiores, ya.

Este ángulo valdría 40 y es lo mismo que el de acá, entonces este vale 70 y este igual.

Profesora: ¿Por qué?

Alumna: Porque la suma de los ángulos es 180

Andrea 02.0

Min 01:38 al 02:30

Profesora: ¿En qué consiste la probabilidad o cuantos tipos de probabilidad hemos trabajado?

Alumnos: Dos

Profesora: Dos probabilidades, ¿cierto?. ¿Cuál es una?

Alumnos: Teórica y Experimental.

Profesora: Ya, haber, levantando a manito.

Alumnos: teórica y Experimental.

Profesora: Haber la Teodora.

Alumna: Teórica y experimental.

Profesora: Hay una, hablen más fuerte ya. La Teodora dice una..

Alumna: Experimental.

Profesora: Una es la experimental, ¿en qué consiste la experimental Victor?

Alumno: (mueve las manos tratando de explicar) que es experimental pu. Como una situación.

Profesora: No le escuché. ¿En qué consiste la experimental?. Hablen más fuerte para escucharlos, haber el Daniel.

Alumno: Que se puede hacer un ejercicio para poderlo resolver.

Andrea 02.0

Min 03:00 al 04:01

Profesora: La teórica. ¿En qué consiste la teórica?

Alumnos: Se puede hacer sin hacer experimentos.

Alumnos: Se puede saber el resultado, sin hacer experimentos.

Profesora: Se puede saber el resultado...

Alumnos: Sin hacer experimentos.

Profesora: Sin hacer experimentos. ¿Y cómo lo hacemos ahí?, ¿qué sabemos sin hacer experimentos?, ¿qué sabemos?, un ejemplo...

Alumno: Que si tiramos un dado van a dar 6 resultados distintos.

Profesora: Si tiramos un dado dice Daniel, más fuerte Daniel...

Alumno: Van a dar 6 resultados distintos (.. lapso donde la profesora no escucha bien e insiste con las mismas preguntas..). Si tiramos un dado va a haber una probabilidad que caigan 6 resultados distintos.

Andrea 02.0

Min 17:00 al 17:51

Profesor: Ya, pero dígame como lo hizo y después al final me da la alternativa.

Alumna: Porque mire, la pregunta es, la probabilidad de obtener un número mayor que cuatro en el lanzamiento de un dado. Ya, en un dado se supone que hay 6, de 6 caras serían 6 números, y hay un solo cuatro.

Profesora: Ya.

Alumna: y dice mayor que cuatro, así que sería un sexto.

Profesora: Dice, haber Victor..

Alumno: Hay dos números mayores que 4, y eso sería...

Profesora: En un dado hay dos números..

Alumno: Mayores que 4

Profesora: Mayor que 4. Por lo tanto, ¿cuál es la probabilidad?

Alumno: Son 2 de 6.

Profesora: son 2...

Alumno: y eso simplificado...

Andrea 02.0

Min 22:02 al 22:27

Alumna: La pregunta dos. Si en una caja hay dos fichas blancas y tres negras. La probabilidad que salga ficha negra es. Yo digo que sería 5 el espacio muestral porque es la suma de las fichas. Y la probabilidad que salga tres, osea, las fichas negras, sería tres. ¿Está bien profesora?

Profesora: Si

Andrea 02.1

Min 02:33 al 03:05

Profesora: ¿Qué pasa cuándo tiramos dos dados, ¿quién me explica que pasa cuándo tiramos dos dados?

Alumno: Pueden dar 36 resultados diferentes.

Profesora: Haber, el Victor dice...

Alumno: Pueden dar 36 resultados diferentes.

Profesora: ¿Cuánto?, no escuché.

Alumno: 36

Profesora: 36, ¿qué opinan los demás?

Alumnos: Lo mismo

Profesora: ¿Son 36?

Alumnos: Si

Andrea 02.2

Min 19:25 al 20:25

Profesora: Al menos uno, ¿qué significa Romina?

Alumna: Que en el otro puede salir uno menos, pero tiene que salir en el otro de acá, tiene que salir un seis. Por ejemplo puede salir en uno un 1 y en el otro tiene que salir un 6.

Profesora: ¿Eso significa al menos un seis?, ¿quién opina?

Alumna: ¿O la suma tiene que salir seis?

Profesora: No, no habla de suma. Al menos uno.

Alumno: Entonces toma dos dados hasta que salga un seis.

Profesora: No escuché Victor.

Alumno: Entonces tomas dos dados y que te salga un seis.

Profesora: Solamente uno.

Alumno: Solamente uno.

Profesora: Al menos.

Alumno: Si. En el lanzamiento va a haber un seis, sería necesario un seis.

Profesora: Al menos uno, ¿ese es el significado?, ¿quién opina?, ¿quién piensa distinto del concepto ese?

Andrea 02.3

15:05 al 15:42

Profesora: ¿Quién me explica lo que tenemos que hacer?. Natalia, explíqueme lo que tenemos que hacer. Lea el problema y después me lo explica.

Alumna: ¿Cuál de los siguientes eventos tiene mayor probabilidad de sacar una carta de un naipes inglés...

Profesora: Ya.

Alumna: ...Para obtener un rey? Más porque hay pocos reyes, hay cuatro.

Profesora: Cuatro reyes, ya.

Alumna: Si. Obtener una carta de corazón, pero tampoco es.

Profesora: Ya

Alumna: Obtener un As de trébol

Profesora: Haber pase a la pizarra a hacerlo...

6.2 Transcripción 1 Carolina Pérez

Video: MVI 5207

Minuto 8:50- 9:42

Profesor: ahora otro valor que no está en la tabla por ejemplo 5 fotocopias... cinco fotocopias, no aparece ahí en la tabla pero por ejemplo, Mauricio tú, ¿podrías saber cuánto tienes que cancelar por 5 fotocopias?...Levantando la mano.. Fabián.. al Mauricio le pregunte recién, y el Mauricio dice. ¿Cuánto?

Mauricio: 75

Profesor: 75. ¿Por qué llegaste a que era 75?

Mauricio: porque si ven en la tabla, esta de 15 en 15

Profesor: ya bien. El observa, cierto que en la tabla los valores van de 15 en 15 y si el dice que los valores van de 15 en 15 que podemos determinar Fabián ¿Cuál es el valor de cada fotocopia?

Fabián: cinco coma setenta y...

Profesor: NO, cual es el valor de cada fotocopia

Fabián: ahhhh 15

Minuto 12:17-14:15

Profesor: Entonces lo que ella como hizo el software lo que debería ocurrir en ella es que cuando escriba una frase la variable dependiente debería aparecer con el

color rojo y la variable independiente con el color azul pero observemos la primera frase...

“el volumen de una esfera y su radio” el volumen de una esfera y su radio... por ejemplo en esa misma frase, ¿Cuál es el color azul?

Alumnos: el volumen

Profesor: el volumen, entonces me está diciendo que el volumen es la variable independiente

Alumnos: independiente

Profesor: y me dice que el radio vendría siendo la variable dependiente

Andrea: Esta mal!

Profesor: pero levantando la mano, Andrea dime

Profesor: pero por que está mal

Fabián: está bien porque el volumen no depende del radio

Alumnos: El radio depende del volumen

Profesor: bueno miren, primero la Andrea dijo que estaba mal y después el Fabián dijo que está bien, y eso es lo que quiere ver por que Sofía quiere ver si realmente su software está bueno o no. A ver, quienes dicen que está malo el software

Andrea: está malo

Profesor: quienes dicen que está malo, ya Jeremy tú dices que está malo, ¿por qué está malo?

Jeremy: porque dependiendo del radio se puede calcular el volumen

Profesor: dependiendo del radio se puede calcular el volumen, ¿entre mayor radio que es lo que voy a tener?

Alumnos: mayor volumen

Profesor: Mayor volumen, entre menor radio, menor volumen, ósea el volumen ¿de qué va a depender?

Alumnos: Del radio!

Profesor: del radio, entonces si observamos, ¿está bueno o está mal?

Alumna: Está bien

Profesor: Cual es la variable independiente

Fabián: Esta mal

Profesor: el radio, si la variable independiente es el radio, y ya sabemos que es el radio, la variable independiente, variable independiente ¿de qué color debería aparecer?

Andrea: Azul

Profesor: y de qué color está apareciendo?

Alumnos: rojo

Profesor: rojo, entonces me está indicando que el software está malo...

Minuto 16:43-17:20

Profesor: Ya el ejercicio el A, eee, el diagrama de, a que corresponde?

Fabián: relación

Victoria: relación

Profesor: ya una relación, la Emilia dijo que a una relación. Porque victoria tu dices que es una.. shhhh.. A la persona que pregunto, victoria!

Victoria : porque el uno como cinco tiene dos imágenes

Profesor: porque el uno como cinco tiene?

Andrea: dos imágenes

Profesor: dos imágenes, bien. Tiene como imagen al uno y al uno coma cinco, entonces por eso no vendría siendo una función.. La letra B?

Alumnos: es función

Profesor: porque?

Alumnos: porque cada uno tiene una imagen

Profesor: ¿cada pre imagen?

Alumnos: tiene una imagen

Profesor: tiene su propia imagen.

Minuto 20:56-21:18

Profesor: en la letra B?

Alumnos: Relación

Profesor: eee ¿por qué es relación?

Fabián: porque hay una pirámide ósea una cuestión así....

Paula: es tipo como las recatas del Angulo y ahí choca dos veces

Andrea: Hay corta dos veces

Paula: arriba y abajo

Profesor: corta dos veces y adema por ejemplo si yo observo el uno, la pre imagen uno, cuantas imágenes tiene?

Alumnos: dos...

Minuto 22:43-23:31

Profesor: En la letra A me dicen que tengo como función f de x es igual a seis x y tengo que encontrar el valor de f de menos dos, y hay un signo de pregunta ¿lo puedo encontrar?

Andreas: sipu!

Profeso: Ya Andrea, ¿cómo?

Andrea: tiene que remplazarlo en la equis

Profesor: en la equis ¿por qué valor tengo que remplazar?

Alumnos: menos dos

Profesor: por menos dos

Andrea: entonces le queda menos dos por seis

Profesor: Entonces queda como está el valor de equis, que valor voy a utilizar?

Alumnos: el menos dos

Profesor: queda 6 por menos dos, y ¿cuánto es seis por menos dos?

Alumnos: menos doce

Profesor: menos doce, Entonces el valor de esa pre imagen menos dos ¿es igual a? menos doce

00004.MTS

04:41-06:10

Profesor: entonces dice: un empleador recibe 1500 pesos por hora trabajada,
¿Cuál sería la función que modela la situación?

Alumnos: equis por... por mil quinientos..... Mil quinientos equis

Profesor: mil quinientos equis, varios respondieron mil quinientos equis... ¿Por qué Matías, mil quinientos?

Matías: Porque es lo que le pagan por hora

Profesor: ¿y que es lo que va a ir cambiando?

Alumnos: la equis

Profesor: ¿Qué va a ir cambiando? La cantidad de...

Alumnos: la cantidad de horas al mes

Profesor: entonces ahora, supongamos. Si la persona no trabaja, ninguna hora..
¿Recibirá pago?

Alumnos: No

Profesor: ¿entonces cuanto seria?

Alumnos: Cero

Profesor: cero, ¿si la persona trabaja una hora?

Alumnos: mil quinientos

Profesor: mil quinientos.. ¿Si la persona trabaja cuatro horas?

Alumnos: 3, no eee 4 mil, 6 mil...

Profesor: vamos a ir levantando la mano para que no se escuche tanto ruido.

Paula, ¿porque 6 mil, como lograste obtener 6 mil?

Paula: porque mil quinientos se multiplica por cuatro

Profesor: mil quinientos lo multiplico por cuatro entonces le dio seis mil y si la persona trabaja por ejemplo diez horas...

Alumnos: se multiplica por diez

Profesor: se multiplica... Y ¿seria?

Alumnos: quince mil

Profesor: quince mil.

00004.MTS

21:47-23:15

Profesor: en el prepago, cada minuto cuesta 250, en cambio en el otro, en el plan,
cada minuto cuesta 150 pero se le agrega otra cosa. ¿Qué se le agrega?

Alumnos: el cargo fijo

Profesor: El cargo fijo, y el cargo fijo ¿de cuánto es?

Alumnos: tres mil cuatrocientos ochenta

Profesor: que crees tu por ejemplo Héctor, que le convendrá más a la señora?

Alumnos: Prepago... eL plan!!!

Profesor: Algunos creen que le conviene el plan y otros creen que le conviene el prepago, la catalina dice que hay que sacar la cuenta. ¿Cuál crees tu que le conviene mas, Emanuel?

Emanuel: el plan

Profesor: el plan ¿por qué? Alguien dijo que no sabía la cantidad de minutos... si, matias dice que depende de la cantidad de minutos.. ¿si?

Andrea: sipoo, si depende de la cantidad de minutos

Profesor: ¿por qué crees Andrea que depende de la cantidad de minutos?

Alumno: para saber cuánto sale!

Andrea: imagine ya, no sepu, habla diez minutos

Profesor: ya, supongamos que habla diez minutos, después vamos a considerar los diez minutos en la tabla, ¿Qué pasa si habla diez minutos?

Andrea: yapu, y cada minuto le va a valer 30 pesos y acá le va a salir más caro pu, porque su es otra compañía en prepago

Profesor: pero aca en prepago tenemos un cargo fijo, dice que cuánto cuesta cada minuto

Alumno: doscientos cincuenta

Profesor: entonces tenemos que irnos a lo que dice la información del problema

Andrea: aaahh yo me voy por el plan.

00005.MTS

06:19-07:41

Profeso: Consuelo, cual plan tu... ¿cuál de las dos situaciones conviene más?, ¿el prepago o el plan?

Alumnos: El plan

Profesor: shh.. No, la consuelo. La persona que estoy preguntando

Consuelo: el prepago

Profesor: ¿cual?

Consuelo: el prepago.

Profesor: ¿Porque tú dices que el prepago?

Consuelo: porque paga menos

Alumno: paga menos, no cancela

Profesor: ¿No cancela?

Consuelo: a los cien minutos cancela....

Profesor: pero si yo observo por ejemplo, por diez minutos, si la perso... la señora pascual quisiera hablar diez minutos, va a cancelar dos mil quinientos, pero si quiere hablar esos mismos diez minutos, ¿cuánto va a tener que..?

Alumnos: cuatro mil nueve... Cuatro mil nueve ochenta

Profesor: cuatro mil novecientos ochenta, hasta ese momento cuál de los dos le conviene mas

Alumnos: el prepago

Profesor: el prepago... pero si yo después observo que aumentó la cantidad de llamados, y ahora lo que ella habla son cien minutos. Acá cancela veinte cinco mil en el prepago, ¿pero en el plan?

Alumnos: dieciocho mil cuatro ochenta

Profesor: dieciocho mil cuatrocientos ochenta, y ahí ¿cuál le conviene ahora?

Alumnos: el plan

Profesor: el plan, ósea cambiamos, al principio dijimos que con los diez minutos convenía ¿que cosa?, el prepago. Y después estamos diciendo que le conviene el plan, entonces puedo saber cuál le conviene, ¿algunos pueden saber todavía cual le conviene?

Alumnos: el plan

Alumno: depende de cuantos minutos hable!

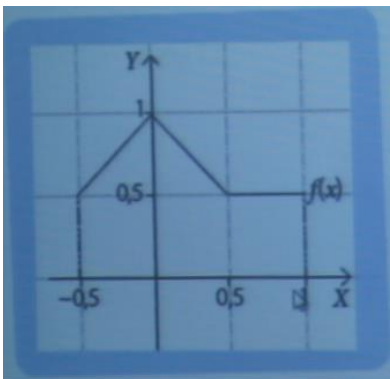
Profesor: el Sebastián dice que depende de cuantos minutos hable.

6.3 Transcripción 1 Manuel Ruiz

Episodio 1:

MVI_0001. Tiempo: 17:07-18:04

MVI_0002. Tiempo: 01:09-06:15



Profesor: ...ahora ¿Cuál era la 2da condición?, el área, bajo la curva de la función, definida en el intervalo a, b , en este caso, entre $-0,5$ y 1 . Tiene que ser equivalente a 1 , y ¿Cómo puedo lograr, saber esa área?, ¿qué podríamos hacer para calcular esa área, y verificar si efectivamente se cumple que esa área es 1 ?

Alumna: Descomponer (*el profesor no logra escucharla*)

Alumno: Calcular.

Profesor: Calcular, perfecto me parece bien, ¿qué vamos a calcular?,

Alumno: El área.

Profesor: El área, bien. Vamos bien. ¿Cómo calculo el área de eso?

Alumna: Descomponiendo.

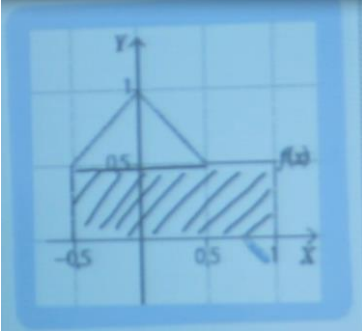
Profesor:....(Nombra a alumna), ¿Cómo descompondrías tú?

Alumna: eeehhh... El triángulo de abajo...

Profesor: Haber pasa, pasa a la pizarra. Yo te voy a pasar el pumoncito mejor...

Profe: ya mira, puedes usar la pizarra, o puedes utilizar también la herramienta de la pizarra digital, aquí hay lápiz, y poder ver, definir como calcular esta cosita, Gracias te pasaste, ya Katita, ¿cómo lo descompondrías tú haber?

Alumna: ... el área de eso... (la alumna, descompone la figura, primero tarja la parte del rectángulo)

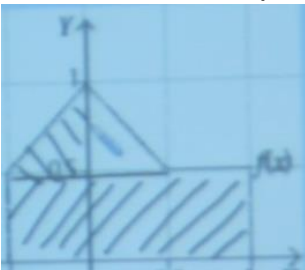


Profesor: ya, impecable, bien. Me parece buena idea, el área del triángulo es fácil

Alumna: después éste...

Profesor: Ya...

Alumna: Y lo multiplico por dos. Porque son dos.



Profesor: ya, ya, ¿y lo podrías hacer o no?.

Alumna: esto vale 5/10. (La alumna empieza a decir los valores de las distancias, para poder calcular el área)

Profesor: yaa, ¿seguro que es 5/10?, ¿Cuánto es 5/10?, un medio. Perfecto.

Alumna: Pero esto es positivo,

Profesor: Estamos calculando distancias, así que...

Alumna: Como son 3, el de abajo sería un medio por 3. 3 medios.

Profesor: Ya.

Alumna: Y el 3/2 lo multiplico por esto que es 1/2.

Profesor: ¿y porque 1/2?

Alumna: Por que mide lo mismo que esto.

Profesor: ¿Están de acuerdo que es 1/2?... es 0,5 bien me parece.

Alumna: Y el área total del...

Profesor: Del rectángulo, ya... multiplicaste el largo por el alto, y es 3/2, 3/4. Ya, pero solo hemos calculado el área del rectángulo, es decir, tenemos que ahora, ver cuál es el área del triangulito que marcaste arriba.

Alumna: la base, la altura...

Profesor: La base sería equivalente a la base de abajo, ¿o no?.

Alumna: 1/2?.

Profesor: $1/2$, ya.

Alumna: Por, $1/2$.

Profesor: Claro, sí.

Alumna: Dividido en 2.

Profesor: Ya. Recuerden que el área de un triángulo es, base por altura, partido por 2. Como la base de allá es $1/2$, y la altura también es $1/2$, multiplicando esas dos cosas nos queda $1/4$ *Si porque el área específica del triángulo equilátero. Que es, claro... igual para el triángulo rectángulo existe... el cateto 1 por cateto 2 partido por 2 (profesor explica teorema de cálculo de área de un triángulo equilátero, debido a la consulta de una alumna)*. Ya, nos da $1/4$, ahí calculaste el área de un solo triangulito, $1/8$.

Alumna: Como son dos, multiplicamos por 2, quedaría $1/4$.

Profesor: Ya. Es decir, $1/4$ vale el área.

Alumna: De todo eso.

Profesor: De los dos triangulitos, que son simétricos. Ya.

Alumna: y tendría que sumar estas...

Profesor: ya, esta es la prueba de fuego, ya, aquí vamos a ver si se cumple o no con la condición, yo espero que sí. Perfecto, bien, y ¿a qué conclusión llegamos?.

Alumnos: Que el área bajo...

Profesor: Ya. Que el área bajo la función no es cierto entre los intervalos, es igual a 1. ¿Se cumple entonces las dos condiciones para que sea una función de densidad?.

Alumnos: Si...

Profesor: Si, para que sea una función de densidad tenía que ser una función positiva y además de eso, tenemos que encontrar el área, y el área tiene que ser equivalente a 1 bajo la curva, en esos dos intervalos. Gracias... se entendió entonces, que es lo que es una función de densidad, ¿si o no?

Alumnos: Si.

Episodio 2:

MVI_0002. Tiempo: 11:06-11:45

Profesor: Que era una variable aleatoria continua, perfecto. ¿Qué más podemos visualizar en el gráfico?.

Alumno: Que como un 18 por ciento de las personas que, que tienen una talla entre 160 y 170...

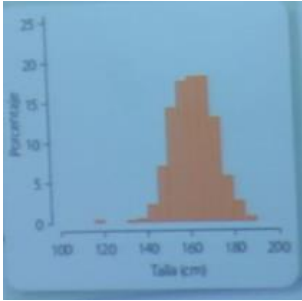
Profesor: Ya, y como llegaste a esa conclusión?, Nico.

Alumno: porque la variable que está en el eje y

Profesor: ya.

Alumno: habla del porcentaje de las tallas de las personas

Profesor: ah ya. Perfecto, o sea tú te fijaste haber. Y ahí te diste cuenta que el porcentaje fue de un 18 por ciento. Ya, perfecto, bien.



Episodio 3.

MVI_0008. Tiempo: 04:10-09:45

Profesor: Oye acá, hay un error es 0004 0003, ya por si acaso hago la corrección repito, la desviación estándar acá 0,04 y acá 0,03, si un error involuntario a veces me caigo, ya...

Alumno: 0,4 o 0,04?.

Profesor: 0,04.

Alumno: Pero me va a cambiar todo.

Profesor: Donde la viste, tú la hiciste pensando en 0,04,

Alumno: Ah si.

Profesor: Con 0,4 te da 2 punto.... ya mucho para un varón del colegio, un error chiquillos para ver si...

05:00 - 08:00 (*Alumno escribe pasos del ejercicio en la pizarra*)

Profesor: ya don Miguel, chiquillos, por favor hagamos el intento de la última explicación, ya, escuchemos con atención a miguel y ya con esto estaríamos finalizando la case, ya don Miguel

Alumno: bueno ahí preguntan cuántos varones miden más de 1,79 metros, entonces lo que hice fue mirar la tabita, y si yo le sumo dos veces la desviación estándar, me da 1,79, entonces el porcentaje que hay entre 1,63 y 1,79 va a ser 47,725 por ciento, si eso lo divido por dos me da la probabilidad entre 1,71 y 1,79 y eso es 47,725 por ciento, entonces yo a ese eso le resto el 50 por ciento me da a dar la probabilidad de que sean mayores de 1,79 metros, pero me preguntan por cantidad no por probabilidad... Entonces para calcular la probabilidad el total de valores lo multiplico por el porcentaje y lo dividido por 100.

Profesor: Perfecto súper bien

Alumno: Entonces 210 por 2,245 dividido a 100 da 4,7

Profesor: Y por la naturaleza del problema.

Alumno: No se puede, son personas aproximando me va a dar que son 5 aproximadamente.

Profesor: Bien, bien súper bien.

6.4 Transcripción 1 Renato Concha

MVI_0001;

Min 2:38-3:20

Profesor: Pregunta del millón Bryan, usted que lo sabe todo, la proporción sería correcta si yo digo que el 8 es a $2x$ como 10 es a $x+1$?

Bryan: No

Profesor: ¿Por qué razón Bryan?

Bryan: No me acuerdo

Alumno: Invéntalo

Bryan: Me están preguntando... ¿a ver?

Alumna: tiene que sumar el 8 con el 10...

Profesor interrumpe: ya a ver la de acá ¿está bien si o no (8 es a $2x$)?

Alumnos: Siiiiii

Profesor: La de acá quién está mal? (10 es a $x+1$)

Alumnos: El de arriba (10)

Bryan: Tendría que ser 18..... $X+1$

Profesor: ¿Por qué? Porque el trazo de completo si yo abarco la L esto abarca de 8 a 10 po, y $8 + 10$?

Alumno: 18

Profesor: Perfecto.

Min 4:47-5:21

Profesor: Scarlet, ¿yo puedo decir que 15 es a x como 6 es a 9?, ¿está bien o está mal?

Abigail: está malo.

Profesor: ¿Por qué está malo Abigail?

Abigail: Porque no se puede cruzado.

Bryan: tienen que ir frente a frente o...

Profesor interrumpe: Tienen que ir frente a frente o de lado a lado, es decir el 15 ¿con quién debería ir?

Alumnos: Con el 9!!

Profesor: con el 9 y ¿con cuál más podría ir?

Alumnos: Con el 6.

MVI_0002

Min 01:25-1:52

Profesor: A Cristian le dio 9 y a Abigail ¿cuánto le dio?

Alumnos: 2

Profesor: ¿Cuál de los dos creen....?

Bryan interrumpe: A mí me dio un medio profe..

Profesor: Al Bryan le dio un medio, ¿puede pasar acá a hacer su ejercicio Bryan?

Bryan: Yo lo hice de otra forma mire

Alumno: Da 2 sí

Profesor: Acá Bryan. Estamos revisando la primera chiquillos, vamos a ver qué operación hizo Bryan.

Min 03:07-4:32

Profesor: Pregunta del millón, ¿qué error cometió acá Cristian (resultado=9)?

Alumna: Simplificó mal

Cristián: Yo simplifiqué bien, tú simplificaste mal.

Profesor: si 18 lo divido en 9 ¿cuánto es el resultado correcto?

Alumnos: 2

Profesor: Bryan que es lo que hizo, perfecto, dijo que 3 es a 9, Bryan que hizo, la escalerita, ¿qué hizo? Simplificó, está súper bien, pero ¿por qué a Bryan le dio un medio?

Rodrigo: Porque el uno está demás

Profesor: Porque el uno está de más dice Rodrigo.

Bryan: No porque estaría bien poh

Alumna: Si está bien

Profesor: Bryan dice que está bien

No se entiende bien la justificación de Bryan.

Profesor: Hasta aquí está súper bien, dijo que $6=3x$, dijo acá que...

Bryan: x es igual 3 partido 6

Profesor: Dijo que x es igual a 3 partido 6 y eso a Bryan le dio un medio.

Alumna: Está mal

Abigail: No porque la x está al otro lado puh

Profesor: ¿Por qué Abigail?

Abigail: Porque empezó con la x a ese lado y no puede cambiarla de lugar

Carol: No no es eso

Profesor: ¿Qué es Carol?

Carol: Porque el 3 tiene que pasar dividiendo al 6, no el 6 al 3

Profesor: Si yo tengo $6=3x$, ¿quién pasa dividiendo?

Alumnos: El 3, no el 6

Profesor: Entonces me quedaría 6 partido 3 es igual a x

Abigail: Por eso la x tenía que ir a este.. al otro lado.

Profesor: Al otro lado, y ¿ahí que me queda?

Alumnos: Dos.

Bryan: Aaah habría llegado al mismo lado...es que yo....pongo medio al revés los números.

MVI_0003.

01:06-1:38

Bryan: Ahí da menos ocho sipu

Abigail: ¿En cuál?

Bryan: menos dos por más cuatro da menos 8

Abigail: ¿En cuál?

Bryan: Ahí dónde multiplicaste x por x , x cuadrado, pero ahí dónde está el más 8 debe ser menos 8, porque menos 2 por más 4 es menos 8

Abigail: Aaaaaaah eso.

Min 04:24-04:58

Profesor: A Abigail le dio negativo, ¿qué pasó?

Bryan: Tenía que haberle puesto por menos 1

Profesor: Vamos a esperar cuánto le da a Rodrigo

Abigail: Sipu pero es que por menos 1 te va a dar negativo igual uno

Bryan: ¿Por qué?

Alumna: el 5

Abigail: el 5 te va a dar igual negativo, tiene que darte negativo.

Bryan: Aaaaaaah buta la burrá

Profesor: Va a quedar negativo, ¿cómo va a quedar negativo el segmento?, el resultado va a quedar menos cinco cuartos Bryan

Bryan: Ahí sí.

MVI_0004

09:31-10:23

Rodrigo: Quedó mala la proporción

Profesor: ¿Por qué quedó mala la proporción Rodrigo?

Alumna: Porque va el $x+4$ arriba

Profesor: A ver $x+1$ partido $2x$, tenemos aquí $x+1$ partido $2x$, pero acá hay una diferencia, $2x+5$ partido $x+4$, pero hubiera tenido que ir al revés

Alumna: tiene que ir al revés

Profesor: ¿Por qué al revés?

Bryan: Porqueee, si empieza el de arriba, tiene que empezar con el de arriba primero

Profesor: Perfecto, si yo empiezo con el $x+1$ ¿quién tengo que tomar?

Alumnos: $x+4$

Profesor: Ya, pero yo empecé con el triangulito de arriba, es decir ¿quién tiene que ir primero? El $x+4$ y después el $2x+5$, además Cristian ese resultado, si yo hago la ecuación de forma correcta, me quedaría que el x vale 0, entonces está bien lo que tiene Rodrigo.

SMOV0003:

Min 03:33

Profesor: ¿Sería correcto decir (...) que sería $13 \times 3 = x \times 4$, si yo aplico el teorema?

Alumna 1: se supone que el mayor primero

Alumnos: está malo

Profesor: ¿por qué está malo alumno 2?

Alumno 3: esta malo porque tiene que ser el pedazo más grande con el pedacito más chico

Profesor: esa era la palabra, el trazo más grande con el más chiquito, el segmento más grande con el segmento...

Alumnos: más chico.

Min 41:10

Profesor: Que opinan del ejercicio de alumna 2, alumno 3?

$$6 \times 4 = 3x$$

$$24 = 3x$$

$$\frac{24}{3} = x$$

$$8 = x$$

Alumnos= Esta malo(a coro)

Profesor: ¿por qué esta malo?

Alumna 1: por qué tiene que sumarla con la equis po

Profesor: ¿Que paso acá? (apuntando al $3x$)

Alumno 3: tiene que multiplicar por 3

Alumna 2: la equis más tres, paréntesis tres.

Alumno 4: falta el más...

Alumno 5: falta el paréntesis

Alumno 3: es más equis más tres

Alumna 3: paréntesis por tres

Profesor: ¿Que falto acá?

Alumna 2: esta todo malo eso

Profesor: a ver acá estamos (apuntando el $6x4$)... pero acá que paso (apuntando e $3x$)

Todos: tres más equis

Profesor: ¿el tres va o no va?

Alumna 2: es tres por tres más x

Profesor: (escribiendo...) porque tengo que sumar los segmentos... ¿cuánto me queda acá? (continuando con la ecuación)

Alumna 2: nueve más tres equis

Profesor: ¿cuánto me queda acá?.....veinticuatro menos nueve igual...

Alumna 2:15....

Profesor: ¿cuánto me queda acá?

Alumnas: quince..... (El profesor termina de resolver)..... Cinco!

Profesor: Perfecto.