

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN**

PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA



“ORGANIZACIÓN MATEMÁTICA PROPUESTA POR EL DOCENTE Y LA SEÑALADA POR EL TEXTO ESCOLAR DEL MINEDUC PARA UN NIVEL DE ENSEÑANZA MEDIA EN EL CONTENIDO ‘ÁNGULOS Y SEGMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA’”

Seminario de Investigación para optar al Grado Académico de Licenciado en Educación

PROFESOR GUÍA: ROBERTO ARANEDA BENITEZ

ESTUDIANTES: RITA CASTAGNOLI C.

ALEJANDRO GARCÍA S.

OLGA MONTECINOS A.

CAROLINA QUIROZ V.

CONCEPCIÓN, DICIEMBRE DE 2017

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, gracias a Dios por darme la fortaleza para superar cada obstáculo y hacer esto posible. Comparto la alegría que me embarga al ver cristalizado este triunfo en mi vida, el término de este proceso, lo que he logrado gracias al amor, apoyo y comprensión de mi familia. Agradezco principalmente a mis padres por acompañarme y guiarme en este caminar, por su esfuerzo y sacrificio durante estos años y por entregarme las herramientas y valores para luchar por mis sueños. Pronto comienza otra etapa, en la que espero dar todo de mí para ser una gran profesora y un ejemplo a seguir para mis futuros estudiantes.

Rita Castagnoli C.

Agradecemos en especial a la institución que nos formó la Universidad Católica de la Santísima Concepción por entregarnos todos los conocimientos y las herramientas necesarias para nuestro desarrollo profesional, a nuestro profesor guía de tesis Sr. Roberto Araneda por su apoyo, comprensión y ayuda constante en todo momento para con nosotros. A mis padres y hermanos por confiar en mí y el apoyo entregado. Además, a mi esposo e hija que siempre me dieron las fuerzas. Finalmente, a Dios por lo lindo de la vida, el amor entregado y su sabiduría para poder superar los obstáculos que se me presentan.

Olga Montecinos A.

Primeramente, agradecer a Dios por entregarme la fortaleza necesaria para superar cada obstáculo durante estos años. También, a mis padres y hermanas, por ser un apoyo y pilar fundamental durante este proceso que finaliza, una linda etapa que, aunque fue difícil se logró. A mi novio por su apoyo incondicional en todo momento y no puedo dejar de agradecer a mi Lucas que siempre me acompañó en mis largas noches de estudio. A nuestro profesor guía Roberto Araneda Benítez, quien nos apoyó y guio durante este proceso. A nuestro jefe de carrera Don Ricardo González Méndez por habernos apoyado y orientado durante este proceso de formación profesional y a cada profesor que nos entregó los conocimientos necesarios para poder enfrentarnos prontamente a la vida laboral.

Carolina Quiroz V.

ÍNDICE

RESUMEN

ABSTRACT

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo I: Problema de investigación.....	3
1.1. Antecedentes.....	4
1.2. Surgimiento del problema.....	6
1.3. Pregunta de investigación.....	8
1.4. Objetivos de la investigación	9
1.4.1. Objetivo General:	9
1.4.2. Objetivos Específicos:	9
Capítulo II: Marco Teórico.....	10
2.1. Teoría Antropológica de lo Didáctico	11
2.2. Textos escolares.....	16
2.3. Contenido: Ángulos y segmentos en la circunferencia.	21
Capítulo III: Metodología	26
3.1. Paradigma	27
3.2. Enfoque	28

3.3. Grupo objeto de estudio	29
3.4. Técnicas de recolección de información	30
3.5. Procedimiento de recolección de información	32
3.6. Técnicas de procesamiento de información	33
Capítulo IV: Análisis de Datos.....	36
4.1. Categorías de análisis	37
4.1.1. Categorías emergentes	37
4.2. Descripción general de las actividades de la clase N°1.....	38
4.2.1. Momentos de la clase N°1.....	38
4.2.2. Organización Matemática: Praxis de la Clase N°1	45
4.2.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar	46
4.2.4. Síntesis clase N°1	47
4.3. Descripción general de las actividades de la Clase N°2.....	48
4.3.1. Momentos de la clase N°2.....	49
4.3.2. Organización Matemática: Praxis de la clase N°2	58
4.3.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar.	60
4.3.4. Síntesis clase N°2:	61
4.4. Descripción general de las actividades de la clase N°3.....	62
4.4.1. Momentos de la clase N°3.....	63

4.4.2 Organización Matemática: Praxis de la clase N°3.....	73
4.4.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar	74
4.4.4. Síntesis clase N°3	77
4.5. Descripción general de las actividades de la clase N°4.....	78
4.5.1. Momentos de la clase N°4.....	79
4.5.2. Organización Matemática: Praxis de la clase N°4	79
4.5.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar.	81
4.5.4. Síntesis clase N°4	83
Capítulo V: Resultados y conclusiones	85
5.1. Resultados.....	86
5.2. Conclusiones.	92
Capítulo VI: Limitaciones y Proyecciones	96
6.1. Limitaciones.....	97
6.2. Proyecciones.	97
Capítulo VII: Referencias bibliográficas	98
Capítulo VIII: Anexos	104

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Componentes de una praxeología.	13
Tabla 2: Información del texto escolar.....	30
Tabla 3: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 1	45
Tabla 4: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 1 ..	46
Tabla 5: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 2.....	59
Tabla 6: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 2..	60
Tabla 7: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 3.....	73
Tabla 8: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 3..	75
Tabla 9: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 4.....	80
Tabla 10: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 4	82
Tabla 11: Tarea y Técnica propuestas por el docente para las clases.....	86
Tabla 12: Tarea y Técnica propuestas por el Texto escolar para las clases....	88
Tabla 13: Tarea y Técnica propuestas por el Texto escolar para las clases....	91

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Elementos de la Circunferencia. Presentación PPT de la videograbación.....	39
Ilustración 2: Ángulo del centro. Presentación PPT de la videograbación.	40
Ilustración 3: Ángulo del centro. Adaptado de la presentación de PPT de la videograbación.....	41
Ilustración 4: Ángulo inscrito. Presentación PPT de la videograbación.	41
Ilustración 5: Ángulo semi-inscrito. Presentación PPT de la videograbación....	42
Ilustración 6: Ángulo externo. Presentación PPT de la videograbación.....	43
Ilustración 7: Ángulo interno. Presentación PPT de la videograbación.....	43
Ilustración 8: Actividad ángulos en la circunferencia. Videograbación.....	44
Ilustración 9: Ángulo del centro. Videograbación.....	50
Ilustración 10: Ángulo inscrito. Videograbación.	50
Ilustración 11: Ángulo semi-inscrito. Adaptado de Videograbación.	51
Ilustración 12: Ángulo exterior. Videograbación.....	51
Ilustración 13: Ángulo interior. Videograbación.....	52
Ilustración 14: Teorema ángulo del centro. Presentación PPT de la videograbación.....	53
Ilustración 15: Teorema ángulo inscrito. Presentación PPT de la videograbación	54

Ilustración 16: Actividad Teorema ángulos en la circunferencia. Presentación PPT de la videograbación.....	55
Ilustración 17: Propiedad ángulos inscritos. Presentación PPT de la videograbación.....	56
Ilustración 18: Actividad número 4. Texto escolar.....	57
Ilustración 19: Actividad número 6. Texto escolar.....	58
Ilustración 20: Ángulo del centro. Adaptado de videograbación.	64
Ilustración 21: Ángulo del centro. Adaptado de videograbación.	64
Ilustración 22: Teorema ángulo semi- inscrito. Presentación PPT de la videograbación.....	65
Ilustración 23: Teorema ángulo semi- inscrito. Presentación PPT de la videograbación.....	66
Ilustración 24: Teorema ángulo semi- inscrito. Presentación PPT de la videograbación.....	67
Ilustración 25: Teorema ángulo interno. Presentación PPT de la video grabación.	67
Ilustración 26: Ejercicio ángulo interno. Videograbación.....	68
Ilustración 27: Ejercicio ángulo interno. Presentación PPT de la videograbación	69
Ilustración 28: Ejercicio ángulo interno. Presentación PPT de la videograbación	69

Ilustración 29: Teorema ángulo externo. Presentación PPT de la videograbación.	70
Ilustración 30: Teorema ángulo externo. Presentación PPT de la video grabación.	71
Ilustración 31: Ejercicio de aplicación. Presentación PPT de la video grabación	71
Ilustración 32: Ejercicio de aplicación. Presentación PPT de la video grabación	72
Ilustración 33: Actividad número 15. Texto escolar.....	72

RESUMEN

La presente investigación es de carácter cualitativo cuyo objetivo se centra en caracterizar la Organización Matemática (OM) propuesta por el docente y la señalada por el texto escolar, en el contenido “Ángulos y segmentos en la circunferencia”, presente en la unidad dos de un texto escolar de segundo medio, elaborado por el Ministerio de Educación de Chile. Este estudio está diseñado sobre la base de la Teoría Antropológica de lo Didáctico y en particular las nociones de institución y de praxeología, la cual entrega los elementos necesarios para caracterizar el bloque práctico-técnico presente en el texto escolar y la propuesta por el docente para los estudiantes. Para ello, se realizaron video grabaciones de las clases observadas, las que posteriormente fueron analizadas mediante tablas en donde se detalla explícitamente las tareas y técnicas utilizadas por el docente. De forma paralela, se observó la propuesta del texto escolar para cada una de las clases realizadas identificando el bloque práctico-técnico. Los resultados del trabajo de investigación indican que el docente se basa en el texto escolar; ya que propone como actividades de trabajo en clases las que son señaladas por este y, las técnicas utilizadas por ambos son la definición y empleo de fórmulas.

ABSTRACT

The present investigation is of qualitative nature whose objective is focused on characterizing the Mathematical Organization (MO) purposed by the teacher and signalled in the scholar text, about the content “Angles and segments in the circumference”, present in the unit two of a scholar text of second senior, elaborated by Education Ministry of Chile. This study is designed on the base of Anthropological Theory of Didactics and particularly the notions of institution and praxeology, which gives the necessaries elements for characterize the practical – technical block present in the scholar text and the proposal by the teacher for the students. For that were realized video recording of the observed classes, which subsequently were analysed by tables where is explicitly detailed the activities and the utilized techniques by the teacher. Parallel, it was observed the purpose of the scholar text for each realized classes identifying the practical – technical block. The results of the investigation work indicate that the teacher is based on the scholar text, because purpose as activities the work in classes which are signalled by it, the utilized techniques by both are the definition and the use of formulas.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la Matemática es una disciplina que toma un rol importante en nuestras vidas, debido al uso cotidiano que se les otorga a diversos aspectos de ella, como por ejemplo: cantidad de alimento que ingerimos, distancias, entre otros. Además, es una de las asignaturas que posee mayor conflicto a la hora de aprender por su dificultad. Dado esto, existen textos escolares entregados por el Ministerio de Educación de Chile, los cuales son una guía y/o apoyo tanto para el docente como para estudiantes.

En el presente trabajo se realiza un estudio de la organización matemática desde el enfoque epistemológico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard (1999) en torno al objeto matemático “ángulos y segmentos en la circunferencia”, presente en un establecimiento educacional de la 8va región en Concepción, y lo propuesto en la Unidad II de Geometría del Texto Escolar de Matemática de segundo medio editorial SM (Gerardo Muñoz Díaz; Pedro Rupin Gutiérrez; Lorna Jiménez Martínez, 2015).

La Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard (TAD) analiza las actividades de enseñanza; condiciones y restricciones para que determinadas actividades matemáticas y didácticas se puedan efectuar en un entorno institucional y, sugiere modelamientos mediante la praxeología (praxis + logos).

Las Praxeologías Matemáticas u Organizaciones Matemáticas (OM), surgen como respuesta a un determinado conjunto de interrogantes y como medio para realizar determinadas tareas problemáticas.

En una OM es posible distinguir dos tipos de aspectos intrínsecos: el nivel de la praxis o práctica, formado por tareas y técnicas, y el nivel del logos, formado por las tecnologías y teorías. Una praxeología está constituida por dos dimensiones: bloque práctico – técnico [T/ô] el que se identifica con el saber - hacer y el bloque tecnológico – teórico [θ/Θ] con el saber.

El punto de partida de la investigación se centra en el bloque práctico- técnico, que se divide en Tareas (T); relacionadas con una actividad, ejercicio o problema, propuesto por el docente y expresa “qué se debe hacer”. y Técnicas (ô); saber hacer una determinada tarea, por lo que responde al “cómo se hace”.

Este estudio se focaliza en las tareas y técnicas utilizadas tanto por el docente como las propuestas en el texto escolar. Se compone de seis capítulos:

Capítulo I Problema de Investigación; presenta el planteamiento de éste, donde se proponen preguntas y objetivos que se pretenden lograr. Capítulo II Marco Teórico; bases teóricas que sustentan el desarrollo del informe. Capítulo III Marco Metodológico; contiene los planteamientos de procedimientos que sigue la Investigación; el paradigma, su enfoque, la descripción general del objeto de estudio. Capítulo IV Análisis de Datos; corresponde a la observación detallada de la video grabación de cada clase y texto escolar. Capítulo V Resultados y Conclusiones; responde al objetivo de investigación que se pretende lograr. Finalmente, Capítulo VI Limitaciones y Proyecciones con respecto al presente estudio.

Capítulo I: Problema de investigación

1.1. Antecedentes

Actualmente la organización curricular de la asignatura de Matemática se basa en cuatro ejes temáticos a enseñar, que son: Números, Álgebra y Funciones, Geometría; Probabilidad y Estadística; donde se desarrollan cuatro habilidades cognitivas insertas de manera transversal en los ejes mencionados anteriormente: resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar (MINEDUC, 2012). Martínez, Branda y Porta (2013), señalan que enseñar los ejes y contenidos ya mencionados requiere de condiciones y exigencias que hacen posible la enseñanza. Estas condiciones no son parte de normas explícitas, reglas o métodos de enseñanza que el docente debe aplicar formal o mecánicamente dentro de la sala de clases, más bien son fundamentos, criterios, perspectivas, opciones, posicionamientos y convicciones, que son quienes le dan sentido a la enseñanza, es decir, son requisitos necesarios, fundamentales, indispensables para que sea posible enseñar algo a alguien. Estos autores señalan además que los docentes comúnmente tienen una perspectiva opuesta a la mencionada anteriormente, es decir, la de buscar herramientas, técnicas, métodos con pasos bien definidos y estructurados, orientaciones listas para aplicar y así cumplir con los requisitos del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje destacan dos actores principales del sistema educativo, que son los estudiantes y los docentes (Ángeles, 2003). Los docentes, son los responsables de guiar el proceso de

enseñanza mediante los documentos propuestos por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) que son, los programas de estudios como también las bases curriculares de acuerdo a los ajustes y actualizaciones realizados de manera periódica y además por los textos de apoyo para los estudiantes propuestos por el mismo estamento.

Estos instrumentos de guía y apoyo al docente como a los estudiantes, deben relacionarse entre sí, es decir, que exista una estructura tal, que tenga concordancia entre lo que se debe enseñar según las bases curriculares, los planes y programas de estudio y los textos escolares, así como entre lo que se enseña y planifica, por parte del docente, lo que condiciona a este último a seguir una estructura guiada que presenta un problema para él, lo que es corroborado en investigaciones realizadas por Sánchez y Valcárcel (2000) y además por Richoux y Beaufils (2003), ya que éstos últimos afirman que:

La mayoría de los docentes cree que lo importante es explicar los contenidos que indica el programa de estudios oficial. En otras palabras, los docentes seleccionan, organizan y secuencian los contenidos oficiales según el curriculum oficial, porque lo importante es cubrir completamente el contenido prescrito. De esta forma, las finalidades explícitas de los programas oficiales condicionarían las finalidades implícitas que tienen los docentes, entre ellas la elección de los contenidos (p.162).

1.2. Surgimiento del problema

La problemática de la presente investigación, emerge a partir de la estructura guiada que condiciona al docente a seguir las pautas establecidas por los instrumentos entregados por el MINEDUC.

Este problema es abordado mediante distintos modelos didácticos que elabora la didáctica de la Matemática, así lo plantean estudios realizados por Gascón (2004); Bosch y Gascón (2002). Si hablamos de didáctica de la Matemática, nos estamos refiriendo a la ciencia que tiene como eje fundamental la enseñanza de la matemática.

En relación a la enseñanza, Chevallard (2007), denomina pedagogía del docente, la que se caracteriza porque la introducción de las nociones de estudio es controlada constantemente por el docente, para esto propone realizar una revolución epistemológica y didáctica que ponga en el foco del aprendizaje de la Matemática el estudio de cuestiones con verdadera razón de ser y a las que se esfuercen por responder.

Es con esto que aparece la denominada Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante TAD), cuyo foco principal es “el hombre aprendiendo y enseñando la estructura matemática por medio de las relaciones humanas frente a la relatividad del saber científico con respecto a las instituciones sociales”. (Lucas, 2010, p.13). Esta teoría analiza las circunstancias que permiten, proporcionan o favorecen que algunas actividades matemáticas y didácticas puedan ser llevadas

a cabo en un determinado entorno institucional y las restricciones que obstruyen, obstaculizan o incluso impiden poner en práctica estas actividades. (Lucas, 2010)

Con el objetivo de encontrar la modelización explícita y contrastable de la actividad matemática, Chevallard introdujo a mediados de los años 90 una de las nociones claves de la TAD, que llamó praxeología u Organización Matemática (OM), la cual surge como respuesta a un conjunto de cuestiones y como medio para llevar a cabo, en el seno de cierta institución, determinadas tareas problemáticas (Chevallard, 1999). Esta noción constituye una herramienta fundamental para modelizar la actividad matemática, como una actividad humana más, donde es posible distinguir dos aspectos inseparables: nivel de la práctica o praxis y nivel del logos, además menciona los componentes tareas, técnicas, tecnologías y teorías [T/ô/θ/Θ].

En este estudio, nos centraremos en una de las dimensiones de la OM, conocida como bloque práctico – técnico, el cual se divide en tareas y técnicas. Las tareas (T) pertenecen a un tipo de tareas y corresponde a la consigna, es un ejercicio, un problema, una actividad propuesta por el docente para los estudiantes y que responde a “qué se debe hacer” por parte de estos últimos. Por su parte, las técnicas (ô) corresponden a la forma de realizar las tareas o lo podemos entender como el saber hacer y responden al “cómo se hace”.

1.3. Pregunta de investigación

Considerando todos los antecedentes recopilados anteriormente, el foco de la problemática presente en este estudio se basa en responder a la siguiente interrogante:

- ¿Cómo es presentado el bloque práctico-técnico propuesto por el docente y lo que propone el texto escolar utilizado por el docente para el estudiante en el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia?

Para responder a la pregunta de investigación que surge en este estudio se propone el logro de los siguientes objetivos de investigación, los cuales son presentados a continuación.

1.4. Objetivos de la investigación

En el siguiente apartado se presentan las metas que se pretende alcanzar en este estudio, es decir, a qué resultados se quiere llegar a través de los objetivos de investigación.

1.4.1. Objetivo General:

Caracterizar la OM propuesta por el docente y la señalada por el texto escolar del MINEDUC para un nivel de enseñanza media en el contenido “Ángulos y Segmentos de la Circunferencia”.

1.4.2. Objetivos Específicos:

1. Identificar el bloque práctico - técnico de la OM propuesto por el docente de Matemática en el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia.
2. Identificar el bloque práctico - técnico de la OM propuesto por el texto escolar del área de Matemática entregado por el MINEDUC en el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia.
3. Analizar las propuestas de la OM tanto del docente como la del texto escolar, para el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia.

Para dar respuesta a la pregunta de investigación y lograr el desarrollo de los objetivos de la misma, es que a continuación se presenta el Capítulo II Marco Teórico con el que se fundamentan las bases teóricas utilizadas y que sustentan el presente trabajo.

Capítulo II: Marco Teórico

En el siguiente capítulo se analizarán y expondrán aquellas teorías, enfoques teóricos, investigaciones y antecedentes en general para el desarrollo de este estudio.

2.1. Teoría Antropológica de lo Didáctico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) fue iniciada por Yves Chevallard, un investigador francés y licenciado en matemáticas, a fines de los años 1980. El foco central de la TAD es situar la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemáticas, en un conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales. Según Bosch, García, Gascón y Ruiz, (2006), la TAD emerge con las primeras formulaciones de la Teoría de la Transposición Didáctica, propuesta por Chevallard en el año 1985 y puede ser considerada como un desarrollo de la Teoría de las Situaciones Didácticas señalada por Brousseau en el año 1997, con las que comparte sus principios esenciales.

Lucas (2010), sostiene que la TAD analiza las actividades de enseñanza y se cuestiona las condiciones que permiten que determinadas actividades matemáticas y didácticas puedan desarrollarse en un entorno institucional, y las restricciones que dificultan la puesta en práctica de estas actividades.

Para Gutiérrez (2015):

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard ofrece un modelo epistemológico que permite situar la actividad matemática, en particular, la actividad del estudio en matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y en su dimensión institucional (p.02).

Al mismo tiempo, la TAD supone que la matemática es una actividad humana la cual sugiere modelar mediante una herramienta fundamental llamada praxeología (praxis + logos).

La actividad matemática distingue dos tipos: Praxeologías Matemáticas u Organizaciones Matemáticas (OM) y las Praxeologías Didácticas u Organización Didáctica (OD). Para fines del presente estudio se considera solamente a la Praxeología Matemática u Organización Matemática (OM). Una OM nace para dar respuesta a un conjunto de interrogantes y, además como un medio para realizar determinadas tareas problemáticas.

Por su parte García (2005) plantea que toda OM debe surgir como una ampliación de una OM anterior, pero a su vez, tiene que ser susceptible de admitir una nueva ampliación, en términos de una nueva praxeología que la complete.

Lucas (2010), menciona que las OM son el resultado de una actividad matemática que como en toda actividad humana, es posible distinguir dos aspectos inseparables: el nivel de la práctica o praxis y el nivel del logos.

El mismo autor señala que el nivel de la praxis (saber hacer), es el que comprende cierto tipo de tareas (T) y asuntos que se estudian, así como también las técnicas (ô) para resolverlas o dar solución. El nivel del logos (saber), es donde se sitúan los discursos que detallan, explican y justifican las técnicas que se utilizan, llamadas tecnologías (θ); dentro de este mismo saber, se postula un segundo nivel que se denomina teoría (Θ).

La noción de praxeología está constituida por dos dimensiones: bloque práctico – técnico [T/ô] (saber - hacer) y bloque tecnológico – teórico [θ/Θ] (saber). El concepto de praxeología se asocia a tareas, actividades, problemas y ejercicios que son actividades propias de una institución (Morales, 2013).

Al respecto, Lucas (2010) señala que el sistema formado por estos dos bloques (o cuatro componentes) constituye una praxeología, como sugiere el siguiente esquema:

Tabla 1: Componentes de una praxeología.

PRAXEOLÓGÍA MATEMÁTICA			
BLOQUES			
PRÁCTICO – TÉCNICO		TECNOLÓGICO – TEÓRICO	
Saber hacer		Saber	
TAREA	TÉCNICA	TECNOLOGÍA	TEORÍA

Fuente: Adaptado de Lucas (2010, p.25)

Según Chevallard (2007):

Una praxeología es, de algún modo, la unidad básica en que uno puede analizar la acción humana en general. [...] ¿Qué es exactamente una praxeología? Podemos confiar en la etimología para guiarnos aquí –uno puede analizar cualquier acto humano en dos componentes principales interrelacionados: praxis, y la parte práctica, por un lado, y el logos, por el otro. “Logos” es una palabra griega que, desde los tiempos pre-Socráticos, ha sido utilizada constantemente para hacer referencia al pensamiento y razonamiento humano – particularmente sobre el cosmos (p.23).

La TAD presenta la siguiente estructura que permite el análisis de las tareas: [T/ô/θ/Θ]. Las tareas (T) corresponden a una actividad, ejercicio o problema, propuesto por un docente y responde a “qué se debe hacer”, es decir, es la acción que puede recaer sobre un determinado objeto. Por su parte, las técnicas (ô) se entienden como el saber hacer una determinada tarea, o la relación entre un tipo de tareas y la forma de llevarlas a cabo, por lo que responde al “cómo se hace”. La tecnología (θ) se refiere al discurso racional (el logos) sobre la técnica, es decir, el objetivo de ésta es producir, justificar y explicar racionalmente la técnica para verificar que se realice la tarea, en otras palabras, ejecutar lo que se pretende, también su propósito es exponer por qué la técnica es correcta. Finalmente, la teoría (Θ) le da sentido a los problemas planteados, permite interpretar las técnicas y fundamentar las descripciones y demostraciones

tecnológicas, es decir, es lo que explica la tecnología, un nivel más profundo de esclarecimiento, más cerca del saber sabio (Chevallard, 1999).

Chevallard (1999) introdujo la distinción entre diferentes tipos de praxeologías según el grado de complejidad de sus componentes:

Praxeologías puntuales. Es relativa a un único tipo de tareas. Esta noción corresponde a la institución considerada y está definida a partir del bloque práctico-técnico.

Praxeologías locales. Resultado de la integración de diversas praxeologías puntuales. Esta integración pone en marcha la tecnología, que es quien asume protagonismo, ya que algunas técnicas pierden el carácter auto-tecnológico.

Praxeologías regionales. Se obtienen mediante la coordinación e integración, alrededor de una teoría común, de diversas praxeologías locales. En esta integración la teoría toma el papel central.

Praxeologías globales. Surgen agregando varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías.

En general, podemos decir que, si un tipo de problemas son considerados en cierta institución, es porque existe una técnica matemática que permite, no sólo dar solución a estos problemas, sino también generar muchos más problemas del mismo tipo. Es común que una institución, en relación a cierto tipo de tarea, reconozca una sola técnica (técnica canónica), o un pequeño número de procesos, y excluya técnicas alternativas que pueden existir en otras instituciones (Chevallard, 2007).

“Ninguna técnica puede surgir con normalidad en una institución si no aparece como una manera de hacer correcta, comprensible y justificada, por lo tanto, la existencia de una técnica supone que haya en su entorno un discurso interpretativo y justificativo de la técnica, es decir, la tecnología” (Lucas, 2010, p.24).

Esta descripción de los componentes de una OM (praxeología) deja en claro que lejos de ser independientes, estos elementos están fuertemente relacionados entre sí. Si se desarrollan técnicas se generan nuevos tipos de problemas y provoca otras necesidades tecnológicas, en general, el bloque práctico - técnico no puede subsistir aisladamente en una institución; ya que requerirá la existencia del discurso racional que justifique la técnica y muestre su pertinencia para llevar a cabo el tipo de tareas (Chevallard, 1999).

Para efectos de esta investigación, el estudio se centrará en el bloque práctico-técnico propuesto por el docente y el texto escolar, que se enfoca en las tareas y técnicas señaladas en la OM.

2.2. Textos escolares

El Ministerio de Educación de Chile realiza la entrega de forma periódica sistemática y gratuita de textos escolares de calidad, para los sectores prioritarios del currículum y distribuye alrededor de tres millones doscientos mil textos

escolares a los estudiantes y docentes de escuelas municipalizadas y particulares subvencionadas de todo el país. Los textos escolares son instrumentos importantes en el proceso de enseñanza aprendizaje y son medios de transmisión curricular pertinente para acceder de manera progresiva a las habilidades, conocimientos y actitudes propias de las asignaturas que poseen los estudiantes de nuestro país, tal como se señala en los documentos curriculares de cada nivel.

Los textos escolares son una de las herramientas didácticas más usadas en la sala de clases, esto ha demostrado tener un impacto positivo en el aprendizaje escolar, y ser un factor determinante en el desarrollo de habilidades cognitivas (Crossley y Murby, 1994).

Según lo expresado por Lolás (1996), (citado por Soaje y Orellana, 2013):

Un buen texto escolar debe ser una especie de repositorio de aquel conocimiento no controvertido de las disciplinas, lo que se ha decantado como conocimiento aceptado y cabal, lo que puede transmitirse sin merma de la autoridad (p.07).

Dentro de los establecimientos educacionales es de gran importancia la utilización del texto escolar, tanto para la escuela tradicional, en la que el docente

es el protagonista y utiliza el método expositivo; como en la escuela actual, en la que el estudiante es el protagonista y el método está basado en la autodisciplina.

La utilización de textos escolares en países desarrollados está asociada a un mejor rendimiento académico, así lo demuestran algunas investigaciones (Eyzaguirre y Fontaine, 1997).

Según la política de textos escolares chilena conocida como “Tu libro, tu apoyo”, justifica el hecho de asignar una parte importante del presupuesto en educación a la creación, selección o adquisición de buenos textos de estudio para todos los estudiantes (MINEDUC, 2009).

El libro de texto es considerado como soporte de conocimientos escolares y su función fundamental es ser un aporte como herramienta pedagógica. En las últimas décadas los textos escolares han tenido una serie de transformaciones, lo que ha llevado a un cambio en su utilización. En efecto, tradicionalmente fue concebido como material de estudio y evaluado en función de la cantidad y calidad de la información que entregaba. En la actualidad se cree que el libro es una herramienta importante del quehacer diario del docente en la sala de clases (Dobaño y Rodríguez, 2008).

Romero (2008), (citado por Soaje, 2012) señala que:

Uno de los primeros cambios de los libros de textos fue la desaparición del autor único en los textos, lo que permitió que apareciera un grupo de especialistas para la realización de los textos, que componen cada uno de los capítulos y que siguen las pautas indicadas por el editor, quien tiene a su cargo la integración de los especialistas en un solo texto (p.26).

De acuerdo con el mismo autor, la renovación didáctica planteada en las últimas décadas ha llevado a que lo principal en el texto sean las actividades y elementos complementarios.

Los textos escolares son materiales primordiales tanto para estudiantes como para docentes; ya que aportan al proceso de enseñanza - aprendizaje siendo un medio para el conocimiento, exponiendo en forma clara y precisa una selección de contenidos de acuerdo a los planes y programas de estudios.

Por otra parte, los textos cumplen un rol importante como complemento de la formación docente, ya sea porque aportan información sobre el currículo a desarrollar o bien porque le entrega al docente herramientas metodológicas que ayudan al desarrollo tanto de las tareas matemáticas como de las técnicas a utilizar para resolver dichas tareas (Eyzaguirre y Fontaine, 1997).

Ásgeirsdóttir (2007) presenta una serie de criterios que funcionan como indicadores a la hora de la construcción de los textos escolares. Algunos de estos indicadores mencionan que el lenguaje, los conceptos utilizados y la presentación

del material, como también el tratamiento del contenido estén acordes con la madurez del lector al cual apunta el texto y que además debiera incorporar las investigaciones más recientes dadas en el área de estudio al que está dedicado.

Además de los criterios mencionados existen otros que deben ser considerados también para elaborar un texto de calidad, uno de ellos se refiere al contenido, que debe ser elaborado imparcialmente. Por otra parte, se debe tener en cuenta la profundidad adecuada en el tratamiento de los contenidos, de tal forma que se entreguen todos los conocimientos necesarios y no se trate simplemente de un resumen; ya que esto podría dificultar el análisis por parte del estudiante (Ásgeirsdóttir,2007).

En cuanto a su diseño gráfico, el libro o texto escolar debe ser considerado con respecto al contexto sociocultural en el que se insertará y al tipo de estudiante al que está destinado, es decir, que no se escape de la realidad o entorno cotidiano que los rodea.

Según la expresión de Romero (2004):

El texto escolar está constituido por material impreso encuadernado que presenta información de manera organizada, gradual y compartimentalizada tanto diacrónica como sincrónicamente, de acuerdo con principios didácticos y psicológicos que buscan facilitar la comprensión, dominio y recuerdo de dicha información por parte del estudiante (p.229).

Estudios realizados por Sepúlveda-Stuardo y Farrell (1983), en nuestro país, revelaron una importante disociación entre el porcentaje de uso que los docentes dicen hacer del texto escolar, y lo que en realidad utilizan.

Para ésta investigación centrada tanto en la práctica docente como en el análisis del texto escolar de Matemática de segundo medio, la TAD sirve de soporte; ya que esta teoría epistemológica del aprendizaje de la Matemática considera como foco de atención a los objetos matemáticos y proporcionará las herramientas necesarias para el análisis de la organización matemática presente en el libro de texto elegido para este estudio.

2.3. Contenido: Ángulos y segmentos en la circunferencia.

Una de las características que poseen las sociedades actuales es el hecho de que el contenido y conocimiento de éste se ha convertido en uno de los valores con mayor importancia. Tradicionalmente se propone el proceso educativo como la correlación que se forma o se crea entre el enseñar y el aprender, como si se tratara de una relación de causa-efecto, el docente enseña contenidos, los cuales deben ser aprendidos por los estudiantes (Ángeles, 2003). El contenido escolar es de gran importancia durante la enseñanza y se define como el conjunto de saberes o formas culturales acogidas por la sociedad, cuya asimilación u apropiación por parte de los estudiantes se considera valiosa y esencial tanto para su desarrollo como para su socialización.

Con el fin de desarrollar el pensamiento a través de los contenidos establecidos se precisan los aprendizajes esperados, cuyo núcleo de desarrollo son las habilidades. Estas últimas, se deben trabajar mediante los Objetivos de Aprendizaje que posee cada asignatura. En cada nivel de enseñanza media se propone desarrollar cuatro habilidades: resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar; las que se interrelacionan y poseen un rol fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos, además en la aplicación de conocimientos en contextos diversos. Los ejes temáticos donde se llevan a cabo las habilidades mencionadas anteriormente son cuatro: Números, Álgebra y funciones, Geometría y Probabilidad y estadística. Este estudio está centrado en el eje temático de Geometría.

Actualmente en la enseñanza de la Matemática en educación media el eje temático de Geometría constituye un aspecto relevante de estudio, dado que el pensamiento geométrico está estrechamente vinculado a los otros tipos de pensamiento matemático.

La Geometría, nos ayuda a representar el mundo que nos rodea, a ubicarnos en el espacio. Su aprendizaje es de mucha utilidad en la vida diaria o cotidiana; ya que si observamos nuestro alrededor nos daremos cuenta que estamos rodeados de figuras geométricas de dos o tres dimensiones. En ese sentido, Castiblanco, Urquina y Acosta (citado por Gamboa, 2010), señalan que el desarrollo histórico de la geometría ha estado relacionado con actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas; situación que puede

utilizarse para justificar un re-direccionamiento de los procesos de enseñanza hacia el logro de una visión contextualizada de la geometría. Desde tiempos antiguos, nociones geométricas han estado presentes para resolver problemas relacionados con el cálculo de perímetros y áreas. Por eso es importante, desde los primeros años de escolaridad, desarrollar el pensamiento lógico del niño y una de las herramientas fundamentales para hacerlo es el aprendizaje de la Geometría (Gamboa, 2010)

En la Geometría, como en los demás ejes temáticos es importante resaltar el rol de la práctica, la cual explica la naturaleza socio-histórica del conocimiento y sus nexos con la realidad. La actividad matemática en general, particularmente la geometría está ligada a la realidad concreta.

La finalidad de enseñar geometría es debido a que muchas de las limitaciones que los estudiantes presentan acerca de este tema es por la enseñanza que han tenido (Becerra, 2015). Además, la misma autora señala que el tipo de enseñanza que utiliza el docente depende de las concepciones que él posee sobre lo que es geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de la Matemática y su finalidad.

Becerra (2015) también señala que algunos docentes identifican a la geometría, con temas como; perímetro, áreas y volúmenes, limitándola solo a cuestiones métricas (medidas); para otros, la principal preocupación es que sus estudiantes conozcan las figuras o relaciones geométricas con dibujos, su nombre o definición, realizando una clase de glosario geométrico ilustrado.

Dentro del eje conocido como Geometría en segundo año medio se ubica el objeto matemático “circunferencia”. Se define la circunferencia como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro (Becerra, 2004, p.153). Éste objeto matemático está presente desde el nivel inicial, donde los niños tienen el primer contacto con las circunferencias a través de la identificación de formas y relacionando espontáneamente objetos. Luego, en la educación básica, se pretende que los estudiantes examinen y analicen las formas, características y relaciones de figuras geométricas de dos y tres dimensiones. Además, se espera que los estudiantes durante el lapso de la educación media logren desarrollar sus capacidades espaciales y que entiendan que ellas les permiten comprender el espacio y sus formas, es ahí donde la habilidad de representar cumple una labor primordial. Aquí los estudiantes conocerán la semejanza de figuras planas en el plano cartesiano, retomarán el teorema de Pitágoras y estudiarán los teoremas de Thales y Euclides. También, aplicarán la semejanza en la construcción de modelos a escala. Por otro lado, identificarán los ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia y los teoremas relacionados con ellos. Esto último será el tema que se profundizará en esta investigación.

Villella (citado por Vivas, 2010) sostiene que el texto escolar constituye uno de los pilares básicos sobre los que se sustenta la acción docente en cualquier nivel educativo y es fundamental para el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido a los estudiantes.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico presenta un sustento teórico que permite analizar el contenido que se expone en el texto escolar, además la TAD establece las dimensiones de la OM para situar la actividad matemática del objeto matemático “circunferencia” a considerar en el texto.

Capítulo III: Metodología

En el siguiente apartado se explicarán los mecanismos utilizados para el análisis de la problemática de investigación y se mostrarán los resultados de la aplicación, sistemática y lógica, de los conceptos y fundamentos expuestos en el marco teórico.

3.1. Paradigma

En el presente estudio se desarrollan actividades que están basadas principalmente en la recopilación de datos y observación de participantes, que luego busca la caracterización del proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la TAD de Chevallard, por lo tanto, este estudio se ampara bajo la mirada del paradigma cualitativo.

Según Ruiz; Perelló; Caus; Ruiz (2003):

El paradigma cualitativo se plantea como un modo de acercamiento a la realidad para su estudio, con la finalidad de comprender los hechos y los problemas objeto de estudio y, según la tendencia, cambiarlo (p.245).

Bisquerra (2012), describe a la investigación cualitativa como una actividad metodológica que conduce al entendimiento de fenómenos educativos para luego realizar la toma de decisiones y, además hacia el descubrimiento y desarrollo de

un cuerpo organizado de conocimientos. Por otra parte, Mejía (2003), señala que la investigación cualitativa destaca las acciones de observación, el razonamiento inductivo y el descubrimiento de nuevos conceptos, dentro de una perspectiva integral y completa en el análisis de la realidad.

3.2. Enfoque

Esta investigación está centrada de acuerdo a un enfoque fenomenológico; ya que abre la posibilidad de comprender a los agentes educativos: docentes, estudiantes y texto escolar como sujetos reales y describe aspectos fundamentales del fenómeno estudiado, en este caso, la OM.

El estudio es de tipo descriptivo porque trabaja en base a realidades de hechos y su preocupación fundamental radica en descubrir algunas características esenciales de la OM propuesta por el docente y el texto escolar entregado por el MINEDUC, empleando criterios sistemáticos de la TAD que permitan suponer la estructura matemática dentro de la sala de clases y, por lo tanto, se busca la caracterización de la realidad social.

El diseño del estudio que responde a nuestro problema de investigación y se basa en el propósito de ella, es a través de investigación de campo, la cual consiste en la recolección de datos directamente de la realidad donde ocurren los hechos, en este caso dentro de la sala de clases y el texto escolar, con el propósito de describirlos e interpretarlos con la OM propuesta por cada uno de ellos.

La construcción del conocimiento en este estudio está sujeta al diálogo e interacción que son llevadas a cabo mediante la observación y sistematización de la información lo que guiará a las conclusiones pertinentes de la investigación.

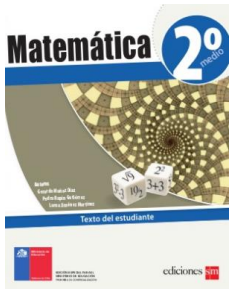
3.3. Grupo objeto de estudio

Para los fines de este estudio se llevó a cabo la investigación en un Liceo Técnico Profesional de la ciudad de Coronel. La Enseñanza Media Técnico Profesional (EMTP) tiene una modalidad de educación responsable de entregar a los jóvenes una formación integral en el ámbito de una especialidad, en este caso técnico forestal, mueblería y terminaciones en madera y por último administración de empresas; que facilite su inserción laboral, así como también la continuación de sus estudios sistemáticos. Este tipo de establecimiento tiene una orientación más vocacional enfocada a un campo ocupacional específico.

Este estudio se aplicó teniendo el consentimiento de los estudiantes y contando con la autorización del docente responsable de la asignatura.

El docente del área de Matemática a investigar, realiza su práctica educativa en este establecimiento educacional a un segundo medio que cuenta con 26 estudiantes. El texto escolar a utilizar es el libro de Matemática de segundo año de enseñanza media:

Tabla 2: Información del texto escolar.

Curso: 2° Medio	Año	Editorial	Autores
	2015	SM Chile S.A.	Gerardo Muñoz Díaz Pedro Rupin Gutiérrez Lorna Jiménez Martínez

Fuente: Texto del estudiante (MINEDUC, 2015)

3.4. Técnicas de recolección de información

En este apartado se mencionarán las técnicas de recogida de información que se utilizaron para el presente estudio, el cual tiene como principal objetivo la práctica que promueve el docente y el análisis del texto escolar presentado por el MINEDUC para el estudiante. Es por esto que se realizaron observaciones de clases propuestas por el docente del área de Matemática. La observación de clases es una técnica que se utiliza para obtener datos, en este caso se emplearon las notas de campo, que son un registro de los acontecimientos que ocurren durante la clase, las que permitirán tomar nota de aquello que se considera importante y que ayudará en la recogida de datos que la grabación no alcance a visualizar, las cuales darán un primer acercamiento de dónde centrar y focalizar el análisis del estudio. El documento utilizado para las notas de campo se adjunta en los anexos.

La observación realizada en esta investigación es la observación no participante; ya que los investigadores permanecerán apartados de la acción. Este tipo de observación, se centra en las conductas de los participantes; ya que el interés se focaliza en el registro válido del comportamiento empleando una estrategia poco visible de recogida de datos para no interferir con la secuencia de los acontecimientos, es decir, se tiene cuidado de no perturbar la conducta y la cultura del entorno con una actividad invasiva.

Paralelo a la observación se realiza la videograbación de clases, las cuales aportarán a registrar cuidadosamente los datos que no son captados por los investigadores. Estos registros tecnológicos son aquellos que se llevan a cabo a través de medios audiovisuales, y por lo tanto, responden a grabaciones de acontecimientos, procesos o situaciones que tienen lugar en un determinado periodo de tiempo. Para Calzada (2010), la posibilidad de realizar la grabación de clases permite a los investigadores la visualización repetida de algunos segmentos del video que por su importancia requieren de un análisis cuidadoso de situaciones que se pueden describir claramente: un diálogo, una acción, la reacción de un grupo de alumnos hacia la propuesta docente o bien una secuencia didáctica y sus resultados.

Posterior a la observación y videograbación de clases, se llevó a cabo un análisis tanto de los contenidos del texto escolar como también de los registros audiovisuales, a través de una primera aproximación a la OM, mediante su bloque práctico - técnico que son los tipos de tareas y técnicas. La información que se

obtenga a partir del análisis de clases nos ayudará a caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, en un segundo año medio de un Liceo Técnico Profesional, centrándonos en la TAD.

3.5. Procedimiento de recolección de información

En una primera etapa se da inicio al proceso de estudio formalmente, con la presentación de una carta de autorización y consentimiento dirigida al establecimiento educacional y al docente responsable de la asignatura de Matemática, para permitir llevar a cabo la investigación en el nivel mencionado anteriormente. Todo esto, con el objetivo de seguir el curso formal que requiere, para así poder realizar la observación de clases y aplicar las técnicas de recogida de información a utilizar.

El procedimiento de recolección de información será validado por medio de la triangulación, tanto de técnicas (métodos) como de fuentes (datos), que es una estrategia esencial para la recolección y análisis de los datos, la cual puede desarrollarse de tres modos principales, que son: verificar, confirmar y enriquecer las conclusiones. La triangulación de técnicas, en el caso de este estudio la triangulación intramétodos, utiliza diversas variedades de un mismo método dado para seleccionar y descifrar datos, además está dirigida a verificar la consistencia interna y la fiabilidad de la investigación. Por otra parte, la triangulación de fuentes supone la utilización de diferentes estrategias de datos, cuyo objetivo es verificar las tendencias descubiertas en un determinado grupo de observaciones. Para

Ruiz (2003), la triangulación busca el enriquecimiento de una visión y de las conclusiones, el aumento de la confiabilidad y además plantea que está orientada al control de calidad de la investigación.

En este estudio, se busca conocer cómo las tareas y técnicas de la nueva unidad a abordar son presentadas por el docente respecto al texto escolar entregado por el MINEDUC al establecimiento educacional. Esta investigación se llevó a cabo en un segundo año medio de un Liceo Técnico Profesional de la comuna de Coronel en el transcurso de cuatro clases de las cuales cuatro fueron, teóricas y videograbadas, mientras que en la última clase se realizó la guía evaluada de la unidad. Los estudiantes y el docente accedieron de forma voluntaria a ser partícipes de este estudio, teniendo en cuenta que toda la información y datos obtenidos serán confidenciales y su uso será exclusivo para fines de la investigación, por lo cual sus identidades nunca serán expuestas.

3.6. Técnicas de procesamiento de información

La presente investigación se ampara bajo el paradigma cualitativo, por lo que las técnicas de procesamiento y la interpretación de la información son un proceso continuo en el que los métodos de recolección de datos se van perfeccionando y la información del estudio alcanza nuevas profundidades. Como la interpretación de los datos está restringida por el paradigma mencionado anteriormente, el análisis de éstos consiste en la revisión de las videograbaciones

realizadas en la sala de clases y en el análisis del texto escolar entregado por el MINEDUC a los estudiantes de segundo año medio.

En una primera instancia se realizó la elección del tema relacionado con la caracterización de la OM del texto escolar del área de Matemática de segundo año medio y del docente del respectivo curso. Después de elegir el tema de investigación se hizo un levantamiento bibliográfico preliminar que consistió en un estudio exploratorio de las diferentes fuentes de información relacionadas a nuestra investigación y que se vinculan con el análisis de textos.

En una siguiente etapa, se llevó a cabo el planteamiento del problema, el cual consiste en la pregunta de investigación y los objetivos generales y específicos para este estudio. Por otro lado, se identificaron las fuentes para el trabajo, en el que se seleccionó las bases teóricas que son relevantes para este estudio que dan respuesta al problema propuesto. Se optó por utilizar la TAD que sustenta el trabajo de investigación para realizar la caracterización de la OM del objeto de estudio. De la misma forma, se consideró la dimensión conocida como bloque práctico – técnico dividido en tareas y técnicas, el cual se ha tenido en cuenta para el análisis de la OM.

Luego, se procedió a revisar detalladamente los registros audiovisuales obtenidos en el establecimiento educacional, para luego redactar de forma general lo ejecutado por el docente clase a clase. Una vez realizado este procedimiento se examinó la OM utilizada por el docente durante las clases, es decir las tareas y técnicas empleadas al enseñar el nuevo contenido.

Posteriormente, se organizó de forma lógica el análisis de texto, en el que se seleccionó la Unidad 2 de Geometría presente en el texto escolar, sección 3 “Ángulos y segmentos en la circunferencia”, donde se encuentra el objeto matemático circunferencias. Además, se identificaron las tareas correspondientes a dicho objeto matemático y las técnicas asociadas a ellas.

Con la información obtenida de la OM utilizada por el docente y los datos extraídos de la OM señalada en el texto escolar, se llegó a las conclusiones que muestran si la OM empleada por el docente coincide con la que se describe en el texto escolar. Finalmente, luego de realizar la validación de los datos e información se busca concluir si el docente utiliza o se guía por las tareas y técnicas del instrumento entregado por el Ministerio de Educación.

En último lugar, se procederá a la redacción de la investigación, así como las conclusiones y sugerencias para futuras investigaciones.

Capítulo IV: Análisis de Datos

4.1. Categorías de análisis

Los criterios que se relacionan directamente con los objetivos de la investigación, y bajo los cuales se analizará la información obtenida de la observación y análisis documental de clases, se realiza a través de categorías descritas a continuación.

4.1.1. Categorías emergentes

En el transcurso de esta investigación surgen categorías de análisis emergentes, las cuales se manifiestan desde la recopilación significativa de datos. La información obtenida mediante el análisis de clases es clasificada a través de criterios, los que se definen a continuación:

Aprendizaje de contenido: son los conocimientos que desarrollan los estudiantes durante la unidad o los adquiridos en la asignatura, es decir, los aprendizajes de conceptos, aplicaciones de fórmulas, demostraciones, etc., que también son conocidos como saber de dominio cognitivo.

Actividades de aprendizaje: son medios para asimilar la información y que buscan el logro de aprendizaje de los estudiantes. Principalmente son un conjunto de contenidos que se pretenden convertir en conocimiento, y que sirven para aprender, adquirir o construir el conocimiento disciplinario de la asignatura y así utilizarse como instrumento de razonamiento.

Estrategias evaluativas: son las acciones llevadas a cabo por el docente para verificar que los estudiantes han logrado la obtención de conocimiento.

Existen diversas estrategias evaluativas, las cuales se aplican mediante los instrumentos de evaluación que cada docente crea pertinente.

A partir de los datos obtenidos en la investigación durante la observación y videograbación, se expondrán los momentos de la clase, los cuales siguen la estructura de inicio, desarrollo y cierre. Para cada una de éstas se presentará el objetivo, contenido y actividades de “Ángulos y segmentos en la circunferencia” propuestos por el docente durante las clases, posteriormente se clasificará las tareas y técnicas presentadas por el docente, y en el texto escolar para cada una de éstas.

4.2. Descripción general de las actividades de la clase N°1

Durante la primera clase de la Unidad se da a conocer el objetivo general de ésta, se comenta lo que se mostrará durante el transcurso de cada clase y posteriormente se realizan actividades para que los estudiantes participen en la construcción de conceptos, lo que finaliza con una retroalimentación por parte del docente de acuerdo a los contenidos revisados en la clase.

4.2.1. Momentos de la clase N°1

La clase número 1 de los estudiantes de segundo medio tuvo como objetivo “Facilitar el aprendizaje de los contenidos asociados a la unidad ángulos en la

circunferencia”. Durante el inicio de la clase el docente explica el contenido a tratar durante la semana, e introdujo el tema retroalimentando los conocimientos previos revisados durante años anteriores, mediante preguntas con la finalidad que los estudiantes comprendan de forma sencilla el nuevo contenido y reconozcan cada uno de los elementos de la circunferencia. Luego, el docente plantea la siguiente interrogante a los estudiantes:

[...] ¿Quién recuerda cómo se llaman los siguientes elementos? [...]

El docente muestra uno a uno los elementos propuestos en la Ilustración1.

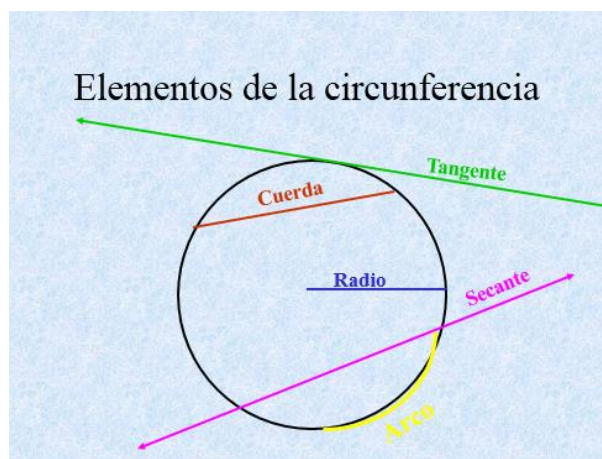


Ilustración 1: Elementos de la Circunferencia. Presentación PPT de la videograbación.

Posterior a cada elemento de la circunferencia, los estudiantes entregan sus respuestas al docente, quien luego valida y formaliza la definición de éstos.

En el desarrollo de la clase el docente propone el contenido ángulos en la circunferencia mencionando los diversos tipos de ángulos, tales como: ángulo del centro, ángulo inscrito, ángulo semi-inscrito, ángulo externo y ángulo interno. Cada uno de los tipos de ángulos los define de acuerdo a sus características principales:

- Ángulo del centro:

[...] Ángulo del centro, es el ángulo formado por dos radios [...] el ángulo es este (Ilustración 2)

[...] no se olviden que si se llama ángulo del centro es porque el vértice es la unión de los dos radios, en el centro [...] esta clase es más teórica que práctica [...] acá hay otro ángulo del centro y puede haber infinitos ángulos del centro (Ilustración 3) [...]

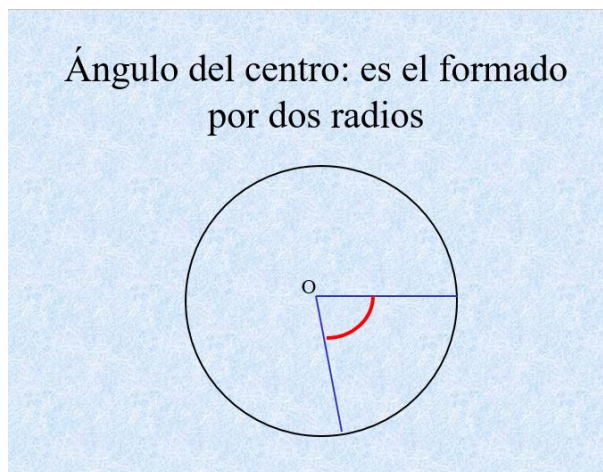


Ilustración 2: Ángulo del centro. Presentación PPT de la videograbación.

Ángulo del centro: es el formado por dos radios

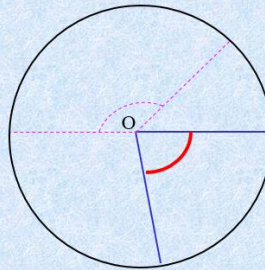


Ilustración 3: Ángulo del centro. Adaptado de la presentación de PPT de la videograbación.

- Ángulo inscrito:

[...] Ángulo inscrito, este ángulo es muy importante [...] es el formado por dos cuerdas y su vértice es un punto de la circunferencia [...] ahí está la abertura (Ilustración 4)

Ángulo inscrito : es el formado por dos cuerdas y su vértice es un punto de la circunferencia

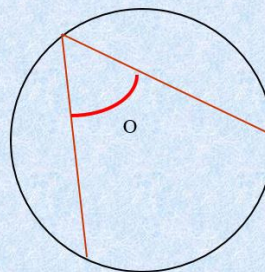


Ilustración 4: Ángulo inscrito. Presentación PPT de la videograbación.

- Ángulo semi-inscrito:

[...] Ángulo semi-inscrito, es el formado por una cuerda y una tangente [...] pregunta ¿Cuántos ángulos se forman al intersectar una cuerda con una tangente? (estudiantes: dos) [...] Entonces aquí hay dos ángulos semi-inscritos (Ilustración 5) [...]

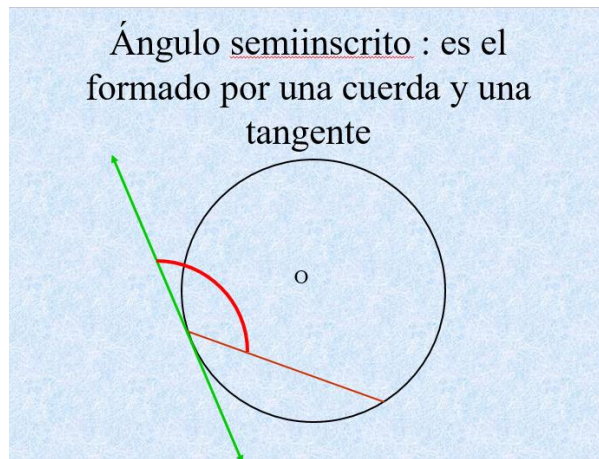


Ilustración 5: Ángulo semi-inscrito. Presentación PPT de la videograbación.

- Ángulo externo:

[...] Ángulo externo, es el ángulo formado por dos secantes [...] la intersección de las dos secantes queda fuera de la circunferencia, en el exterior (Ilustración 6) [...]

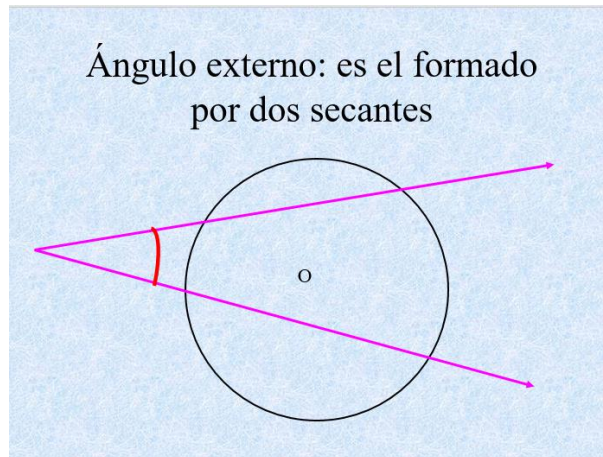


Ilustración 6: Ángulo externo. Presentación PPT de la videograbación.

- Ángulo interno:

[...]Ángulo interno, es el ángulo formado por la intersección de dos cuerdas [...] ¿Cuántos ángulos se forman? (estudiante: cuatro) [...] uno, dos, tres, cuatro, pero marcan ese (Ilustración 7) [...]

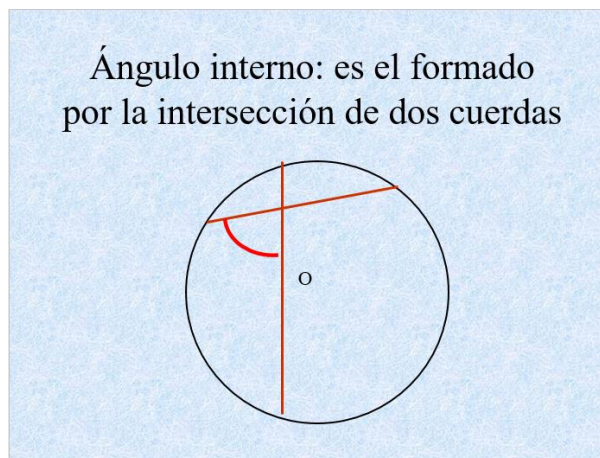


Ilustración 7: Ángulo interno. Presentación PPT de la videograbación.

Luego, se da paso a la actividad que estaba programada para esta primera intervención, para la cual el docente realiza una actividad con cartulinas respecto al contenido abordado, las que son adheridas a la pizarra. Éstas representan una circunferencia y con lana se deben formar los ángulos, para reconocer los elementos de la circunferencia. Se les da las instrucciones a los estudiantes y se seleccionan algunos para realizar la actividad en la pizarra.

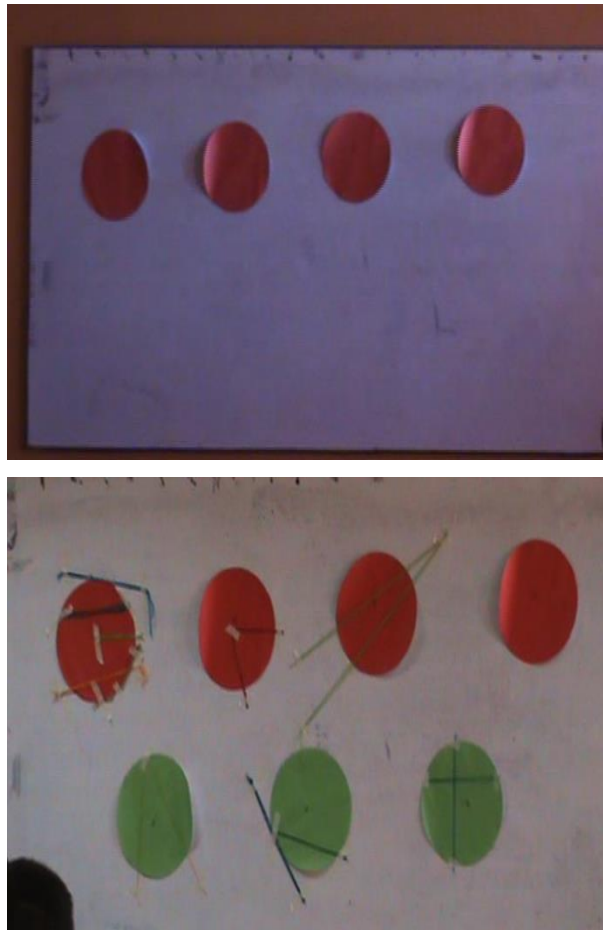


Ilustración 8: Actividad ángulos en la circunferencia. Videograbación.

Para el cierre de la clase el docente realiza una retroalimentación de los elementos y ángulos de la circunferencia revisados, en conjunto con los estudiantes.

Además, el docente proporciona la instancia para que ellos hagan sus consultas respecto a las dudas e interrogantes del contenido abordado e introduce el tema a tratar en la clase siguiente.

4.2.2. Organización Matemática: Praxis de la Clase N°1

En la siguiente Tabla 3 se muestra las tareas matemáticas propuestas por el docente para la clase número uno, además las técnicas utilizadas por el docente y estudiante para resolver cada una de ellas.

Tabla 3: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 1

Actividad	Tareas	Técnicas
Retroalimentación en base de esquemas.	Construir los elementos de la circunferencia	Utilizando material, lana y cartulina: Paso 1: Reconocer las características de cada elemento. Paso 2: Utilizando una lana y sobre un círculo de cartulina, pegar de acuerdo a cada elemento. Paso 3: Verificar la construcción.

Construir los tipos de ángulos en la circunferencia	<p>Utilizando material, lana y cartulina:</p> <p>Paso 1: Reconocer las características de cada ángulo.</p> <p>Paso 2: Utilizando una lana y sobre un círculo de cartulina pegar de acuerdo a cada ángulo.</p> <p>Paso 3: Verificar la construcción.</p>
Fuente: Elaboración propia en base a las clases video grabadas.	

4.2.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar

En este apartado se identifican las tareas y técnicas propuestas por el texto escolar que tienen relación con las trabajadas por el docente durante la clase número uno.

La tabla 4 muestra las tareas presentes en el texto, como además las técnicas solicitadas a los estudiantes para resolver cada una de las tareas.

Tabla 4: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 1

Actividad	Tareas	Técnicas
¿Qué debes saber?	<p>Construye los siguientes elementos en la circunferencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Cuerda b. Radio c. Tangente d. Secante e. Diámetro f. Arco 	<p>Utilizando lápiz sobre la circunferencia propuesta:</p> <p>Paso 1: Identificar características de cada elemento.</p> <p>Paso 2: verificar la construcción.</p>

Practiquemos aprendido: Repaso	lo Define los siguientes elementos en la circunferencia. a. Radio b. Centro c. Cuerda d. Diámetro	Utilizando definición: Paso 1: Identificar características de cada elemento. Paso 2: Mediante definición describir cada uno de ellos.
	Explica la diferencia entre círculo y circunferencia.	Utilizando definición de cada elemento: Paso 1: Identificar características de cada elemento. Paso 2: Mediante definición describir cada uno. Paso 3: caracterizarlos con el fin de poder diferenciarlos.

Fuente: Elaboración propia en base al texto escolar de Matemática (MINEDUC, 2015).

4.2.4. Síntesis clase N°1

En la clase número uno, se comienza revisando los primeros aspectos del contenido “Ángulos y segmentos en la Circunferencia”, donde se definen sus elementos principales y sus ángulos. Por otra parte, se realizan actividades en que los estudiantes participan en el logro de aprendizajes, que aportan en la comprensión de cada concepto y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Cada uno de estos conceptos, nacen a partir de la definición propuesta por el docente, siendo éstas las que se utilizan como técnica para gran parte de las tareas desarrolladas durante la clase número uno por los estudiantes.

De acuerdo con el análisis realizado anteriormente, las tareas trabajadas durante esta clase son dos: construir los elementos de la circunferencia y

construir los tipos de ángulos en la circunferencia, utilizando recursos didácticos (lana y cartulina).

Por su parte, el texto escolar propone el desarrollo de los aspectos relacionados con la clase número uno, por medio de una actividad de “repaso” y de identificación de conocimientos previos denominada ¿Qué debes saber? Esta actividad posee dos tareas, que se centran en definir, explicar conceptos y relaciones. Estas tareas, se resuelven por medio del recuerdo y definición de conceptos revisados en cursos anteriores. Para la tarea propuesta por el docente “construir los tipos de ángulos”, el texto no presenta ninguna actividad relacionada con aquella tarea.

Finalmente podemos observar que en la Clase N°1 la tarea “definir los elementos de una circunferencia” es transversal su uso como parte de identificación de aprendizajes previos ya sea por parte del docente como del texto del estudiante. La técnica empleada para dicha tarea en ambos casos es resolver utilizando la definición de cada elemento. Para la segunda tarea, se observa que en el texto escolar no hay presente ninguna actividad de construcción de ángulos en la circunferencia, con lo que se da paso de manera inmediata a resolver problemas con cálculo de ángulos.

4.3. Descripción general de las actividades de la Clase N°2

Durante la segunda clase se revisan los conceptos de la clase anterior (elementos de la circunferencia y tipos de ángulos) y se definen los teoremas de

los ángulos de la circunferencia, además se realizan actividades del texto escolar propuesto por el MINEDUC, con el fin de introducir los conceptos de forma clara y precisa.

4.3.1. Momentos de la clase N°2

En esta clase se retomó el objetivo de la clase número uno: “Facilitar el aprendizaje de los contenidos asociados a la unidad ángulos en la circunferencia”, en el cual se hizo hincapié al objetivo general: “Teoremas”.

Durante el inicio de la clase el docente realizó una retroalimentación de los aprendizajes previos de la clase anterior, específicamente recordando los ángulos en la circunferencia:

- Ángulo del centro:

[...] De ahí pasamos a los ángulos, ángulo del centro [...] suponiendo que esa es una circunferencia, este ángulo (Ilustración 9) [...] ¿Qué tipo de ángulo es? (estudiante: ángulo del centro) [...] ¿Por qué uno podría identificarlo como ángulo del centro? (estudiante: porque tiene dos radios) porque el vértice está justo en el punto centro de la circunferencia [...]

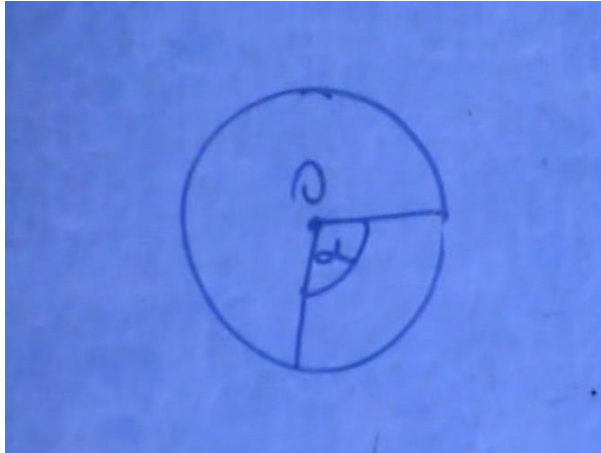


Ilustración 9: Ángulo del centro. Videgrabación.

- Ángulo inscrito:

[...] ¿Cuál ángulo es este? (alumno: ángulo inscrito) (Ilustración 10) [...] la característica del ángulo inscrito, ¿Dónde está el vértice? (estudiante: ahí) en la circunferencia [...]

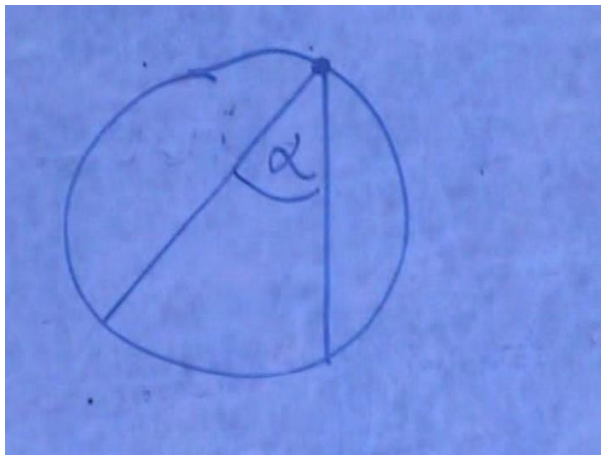


Ilustración 10: Ángulo inscrito. Videgrabación.

- Ángulo semi-inscrito:

[...] ¿Qué otro tipo de ángulo se vio ayer? (estudiante: el semi-inscrito) [...] este es el ángulo semi-inscrito (Ilustración 11), ahí está el punto O el centro, la recta tangente y la cuerda [...]

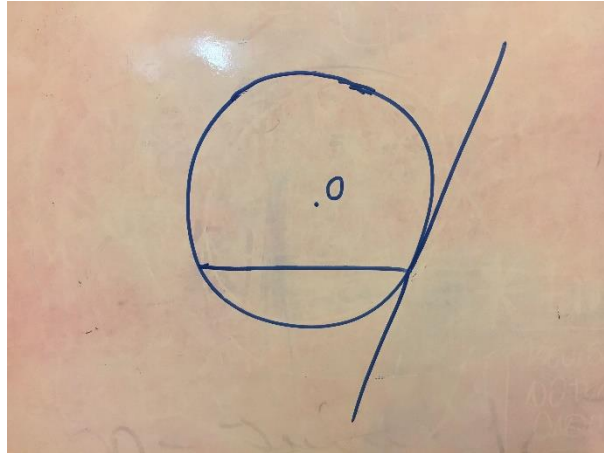


Ilustración 11: Ángulo semi-inscrito. Adaptado de Videograbación.

- Ángulo exterior:

[...] Nos falta el ángulo exterior, está formado por dos secantes (Ilustración 12) [...]

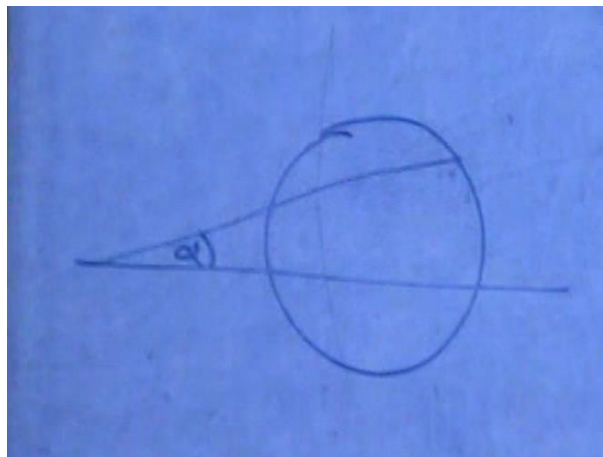


Ilustración 12: Ángulo exterior. Videograbación.

- Ángulo interior:

[...] Y el ángulo interno, está formado por dos cuerdas que se intersectan y ¿Cuántos ángulos se formaban acá? (Ilustración 13) (estudiantes: cuatro), ya cuatro [...] hoy día vamos a ver los teoremas [...]

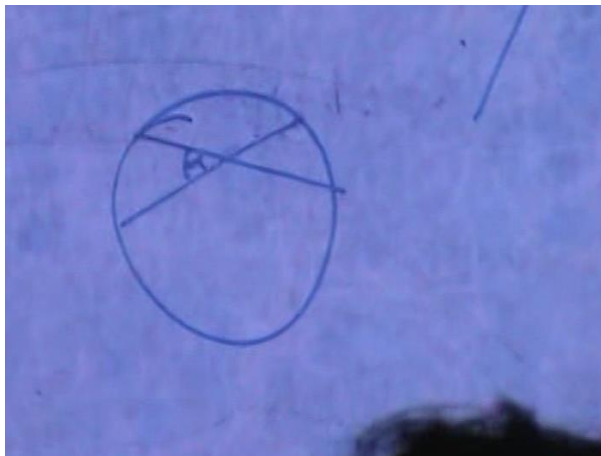


Ilustración 13: Ángulo interior. Videograbación.

Además, el docente explica que se revisarán los Teoremas de los ángulos en la circunferencia y plantea que:

[...] Hoy día vamos a ver los teoremas, ese es el objetivo de la clase de hoy [...] porque tenemos que ver los teoremas y a partir de eso vamos a empezar a calcular la medida de los ángulos [...]

En el desarrollo de la clase el docente realizó la explicación de los Teoremas de los ángulos en la circunferencia, mostrando en primer lugar la definición de los teoremas.

- Teorema que relaciona el ángulo del centro y su arco:

[...] Un ángulo del centro mide lo mismo que el arco que lo subtiende [...] Si vemos el dibujo, ahí tenemos un ángulo del centro (Ilustración 14) [...] ¿Cuál sería el arco que lo subtiende? [...] Recuerden que el arco es la parte de la circunferencia [...] Si yo sé la medida del ángulo, ¿Qué tiene que pasar con el arco? (estudiante: tiene que medir lo mismo) [...] el ángulo del centro y su arco tienen que medir exactamente lo mismo [...]

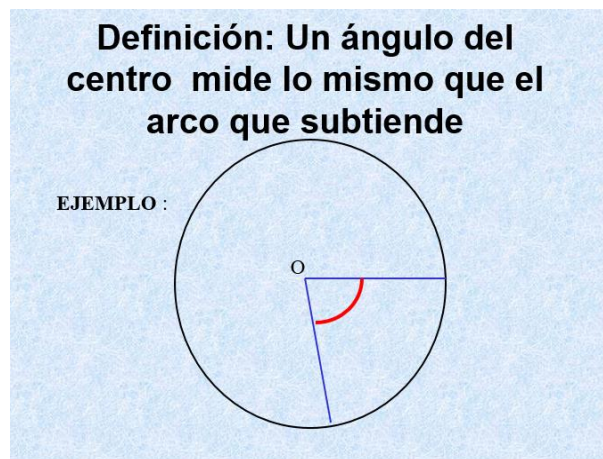


Ilustración 14: Teorema ángulo del centro. Presentación PPT de la videograbación.

- Teorema que relaciona el ángulo inscrito y su arco:

[...] Un ángulo inscrito mide la mitad que el arco [...] Ahí está el dibujo del ángulo inscrito (Ilustración 15) [...] El ángulo inscrito siempre es la mitad de su arco [...]



[...] Entonces el ángulo del centro con respecto al arco, ¿Cuánto va a medir? (alumno: lo mismo)
[...] y ¿el inscrito con respecto al arco? (estudiante: la mitad) [...] Lo que estábamos viendo ahora
[...]

Luego, el docente realiza una actividad a través de ejemplos con el fin de comprender y practicar los teoremas revisados durante la clase.

[...] Quiero que veamos si se entendió o no la materia (Ilustración 16) [...] Me dan la medida de
¿qué cosa? (estudiantes: el arco) [...] ¿Qué mide? (estudiantes: 100), ¿Cuánto mide el ángulo
del centro? (estudiantes: 100), ¿Cuánto va a medir el ángulo inscrito? (estudiantes: 50), ya
¿estamos bien en eso? (estudiantes: sí) [...]

Practiquemos las ideas anteriores

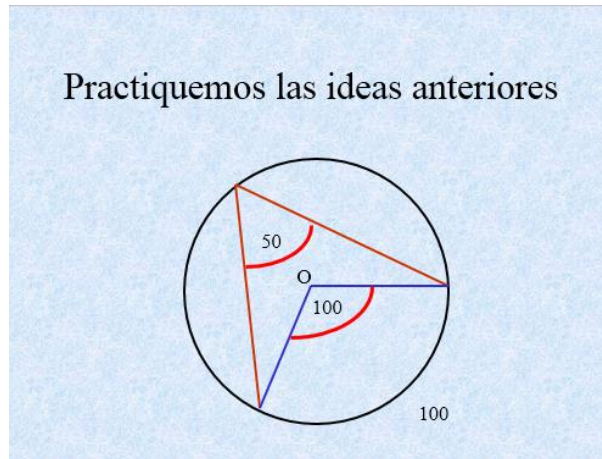


Ilustración 16: Actividad Teorema ángulos en la circunferencia. Presentación PPT de la videograbación.

Además, el docente presenta la siguiente propiedad que poseen los ángulos inscritos que subtenden el mismo arco.

[...] ¿Cuántos ángulos hay dibujados ahí? (Ilustración 17) (estudiantes: cuatro, tres) cuatro cierto, hay tres de color verde y el azul [...] los de color verde ¿Qué tipo de ángulos son? (estudiantes: inscritos) inscritos porque los tres vértices están dentro de la circunferencia, y el ángulo azul ¿Qué tipo de ángulo es? (estudiantes: del centro) del centro porque el vértice está en el punto centro [...]

Ángulos inscritos que subtenden el mismo arco son congruentes entre sí.

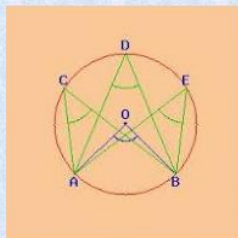


Ilustración 17: Propiedad ángulos inscritos. Presentación PPT de la videograbación.

[...] Dice ahí lo siguiente, los ángulos inscritos que subtenden el mismo arco o que están formados por el mismo arco son congruentes entre sí [...] ¿Qué quiere decir eso? Que el $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$, porque si se fijan ustedes el \widehat{AB} es el mismo arco para los tres ángulos [...]

A continuación, el docente muestra algunas imágenes donde es posible encontrar la geometría y el objeto matemático circunferencias en la vida real, específicamente los ángulos de la circunferencia en lo cotidiano.

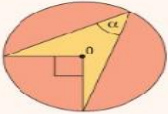
[...] No son muchas imágenes, hay más donde uno puede aplicar la geometría [...] Este contenido, lo que voy a mostrar ahora demuestran un poco el uso de los ángulos de la circunferencia [...]

En el cierre de la sesión el docente retroalimenta lo visto en clases, con la finalidad de hacer un repaso, para que los estudiantes realicen la actividad 4 y 6 de la página 136 del texto escolar entregado por el MINEDUC.

[...] El ángulo del centro ¿Qué podemos decir de él? (estudiante: mide lo mismo que el arco) o sea el arco mide lo mismo que el ángulo del centro [...] del ángulo inscrito ¿Qué podemos decir? (estudiantes: que mide la mitad del arco) y también mide la mitad del ángulo del centro [...] ahora vamos a trabajar con esos dos problemas solamente y con el libro de clase [...] vamos a trabajar en la página 136 y la actividad número 4 y de ahí nos pasamos a la actividad número 6 [...]

Práctica guiada

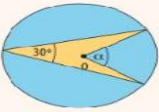
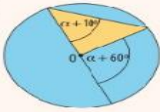
4. **Calcula** en cada caso la medida del ángulo α .
 Guíate por el ejemplo.

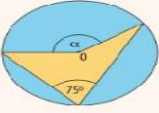
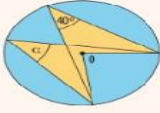


Paso 1 El ángulo α es inscrito, por lo que mide la mitad del ángulo del centro que subtende el mismo arco.

Paso 2 Se calcula la medida de α :

$$\alpha = 90 : 2 = 45^\circ$$

a)  d) 

b)  e) 

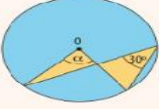
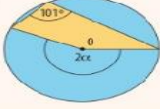
c)  f) 

Ilustración 18: Actividad número 4. Texto escolar.

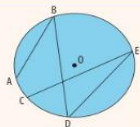
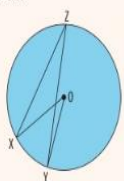
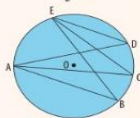
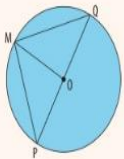
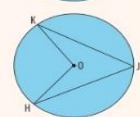
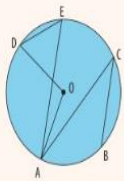
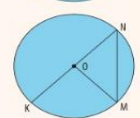
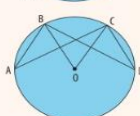
<p>d) El ángulo ABD mide 40°, y el arco AC mide la cuarta parte del arco AD. ¿Cuál es la medida del ángulo CED?</p>		<p>6. Resuelve los siguientes problemas:</p>	<p>a) La medida del arco XY es 50°. ¿Cuál es la medida del ángulo XZY?</p>	
<p>e) El arco EA mide 15°. ¿Cuáles son las medidas de los ángulos EDA, ECA y EBA?</p>		<p>b) PQ es diámetro y la medida del arco QM es 80°. ¿Cuál es la medida del ángulo PMO?</p>		
<p>f) Los ángulos OKJ y JHO miden 20°. ¿Cuál es la medida del ángulo KOH?</p>		<p>c) El ángulo ACB mide 30°, y el arco AB mide la mitad del arco DA. ¿Cuál es la medida del ángulo DEA?</p>		
<p>g) El arco KM mide 100°. ¿Cuál es la medida del ángulo NMO?</p>				
<p>h) El ángulo CDB mide 25°. ¿Cuánto mide el ángulo CAB?</p>				

Ilustración 19: Actividad número 6. Texto escolar.

El docente da unos minutos para realizar las actividades y luego revisa algunas de ellas en la pizarra en conjunto con los estudiantes, finalizando así la clase.

4.3.2. Organización Matemática: Praxis de la clase N°2

En la siguiente Tabla 5 se muestra las tareas matemáticas propuestas por el docente para la clase número dos como además las técnicas utilizadas por el docente y estudiante para resolver cada una de ellas.

Tabla 5: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 2

Actividad	Tareas	Técnicas
Retroalimentación: a base de esquemas o dibujos en pizarra.	Identificar los elementos de la circunferencia y a qué ángulo corresponden los esquemas.	Utilizando definición: Paso 1: Reconocer las características de cada elemento y ángulo. Paso 2: Asociar dichas características y atribuirles respectivamente.
	Identificar teorema ángulo del centro.	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo del centro mide lo mismo que el arco que lo subtiende”</i> Paso 1: observan la problemática o ejercicio. Paso 2: Identifican el teorema según definición.
	Identificar teorema ángulo inscrito.	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo inscrito mide la mitad del arco”</i> Paso 1: observan la problemática o ejercicio. Paso 2: Identifican el teorema según definición.
	Conocer propiedad ángulos inscritos.	Utilizando propiedad: <i>“Los ángulos inscritos que subtienden el mismo arco son congruentes entre si”</i> Paso 1: observan el ejercicio. Paso 2: Identifican la propiedad según definición.
Actividad: circunferencia, teorema del ángulo del centro e inscrito.	Calcular la medida de los ángulos inscritos y del centro, dado el arco que subtienden.	Utilizando uno de los teoremas: <i>“Un ángulo del centro mide lo mismo que el arco que lo subtiende”</i> <i>“Un ángulo inscrito es la mitad de su arco”</i>

Paso 1: observan la problemática o ejercicios propuestos.

Paso 2: Identifican los teoremas según definición.

Fuente: Elaboración propia en base a las clases video grabadas.

4.3.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar.

En este apartado se identifican las tareas y técnicas propuestas por el texto escolar que tienen relación con las trabajadas por el docente durante la clase número dos. La tabla 6 muestra las tareas presentes en el texto, como además las técnicas solicitadas a los estudiantes para resolver cada una de las tareas.

Tabla 6: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 2

Actividad	Tarea	Técnica
Actividad 4, pág.136	Calcula en cada caso la medida del ángulo α	Utilizando la fórmula : $\alpha = 90 : 2 = 45^\circ$
		Paso 1: El ángulo α es inscrito, por lo que mide la mitad del ángulo del centro que subtiende el mismo arco. Paso 2: Se calcula la medida de α .
Actividad 6, pág.136. Resuelve los	Calcular la medida de los ángulos	Por corolarios: "Todo ángulo inscrito en una semi circunferencia es recto" $m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$

siguientes
problemas.

*“Ángulos inscritos que subtienen arcos iguales son
congruentes entre si”*

$$\sphericalangle ACB \cong \sphericalangle ADB \cong \sphericalangle AEB$$

Utilizando las definiciones:

*“Ángulo inscrito: es aquel que tiene su vértice en la
circunferencia y sus lados son cuerdas de la misma. El
ángulo inscrito ACB mide la mitad que el ángulo del
centro AOB”*

*“Ángulo del centro: es el ángulo que tiene su vértice en
el centro de la circunferencia y los lados son radios de
ella. La medida del arco AB es igual a la medida del
ángulo del centro AOB”*

Fuente: Elaboración propia en base al texto escolar de Matemática (MINEDUC, 2015).

4.3.4. Síntesis clase N°2:

En la clase número dos se retroalimentan los conceptos revisados la clase anterior, los que serán de vital importancia para el desarrollo de la clase. Se explican los Teoremas de ángulos en la circunferencia relacionados con el arco, tales como ángulo del centro y ángulo inscrito.

Además, se realiza una actividad del texto escolar para que los estudiantes comprendan los conceptos y encuentren la medida de los ángulos mediante los teoremas revisados en clases.

De acuerdo con el análisis realizado anteriormente, las tareas trabajadas durante esta clase son cuatro: identificar los elementos de la circunferencia, identificar teoremas de los ángulos en la circunferencia, conocer propiedad de los ángulos inscritos y calcular la medida de los ángulos inscritos y del centro.

Por su parte, el texto escolar propone tareas con aspectos relacionados a la clase número dos, tales como identificar teoremas de los ángulos en la circunferencia, conocer propiedad de los ángulos inscritos y calcular la medida de ángulos en las circunferencias. Estas tareas se resuelven mediante definiciones, propiedades y fórmulas revisadas durante la clase.

Finalmente, podemos observar que en la clase número dos, las tareas trabajadas tanto por el docente como las propuestas por el texto escolar coinciden de alguna manera, ambos solicitan al estudiante calcular medidas de ángulos inscritos y del centro. Las técnicas empleadas para dichas tareas son mediante aplicación de conocimientos previos de años anteriores (por ejemplo, propiedades de triángulos), teoremas, fórmulas y propiedades.

4.4. Descripción general de las actividades de la clase N°3

Durante la clase número tres se retroalimentan los teoremas del ángulo del centro y ángulo inscrito revisados en la clase anterior. Se les comenta a los estudiantes que comenzarán a utilizar fórmulas para la realización de ejercicios y con esto se da paso a los nuevos teoremas pertenecientes al contenido ángulos en la circunferencia, específicamente ángulo semi-inscrito, interno y ángulo externo.

4.4.1. Momentos de la clase N°3

En esta tercera clase se continuó el objetivo de la clase número uno y dos: “Facilitar el aprendizaje de los contenidos asociados a la unidad ángulos en la circunferencia”, en el cual se hizo hincapié al tema Teoremas de los ángulos en la circunferencia.

Durante el inicio de la clase el docente comienza repasando los contenidos mediante una retroalimentación, con la finalidad de que los estudiantes recuerden lo visto en la clase anterior. Para ello, dibujó una circunferencia en la pizarra, esperando que los estudiantes respondieran utilizando los conocimientos ya adquiridos.

[...] La primera clase fue muy teórica, fue para recordar los elementos básicos [...] La de ayer fue para ya comenzar a ver algunos teoremas, ¿Quién recuerda que teoremas vimos ayer?, ¿Cuántos vimos ayer? (estudiantes: dos) ¿Cuál fue uno de los dos? [...] (estudiante: del centro y el inscrito) [...] Esa es la circunferencia, el punto centro siempre se determina por la letra O, y el ángulo del centro está formado por radios, que se unen en ese vértice que coincidentemente es el punto centro (Ilustración 20) [...]

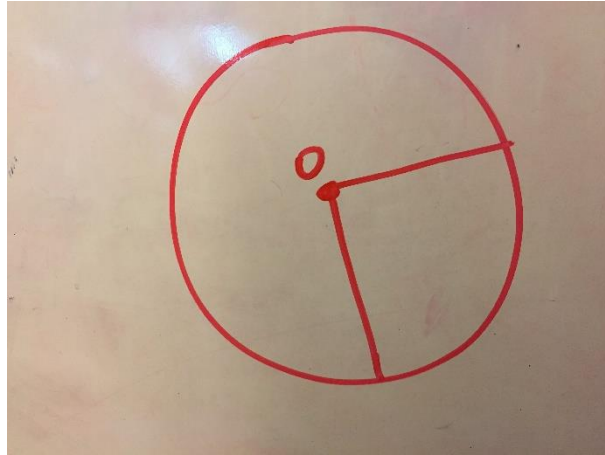


Ilustración 20: Ángulo del centro. Adaptado de videograbación.

*[...] por eso se llama ángulo del centro y esa abertura corresponde al ángulo del centro
(Ilustración 21) [...]*

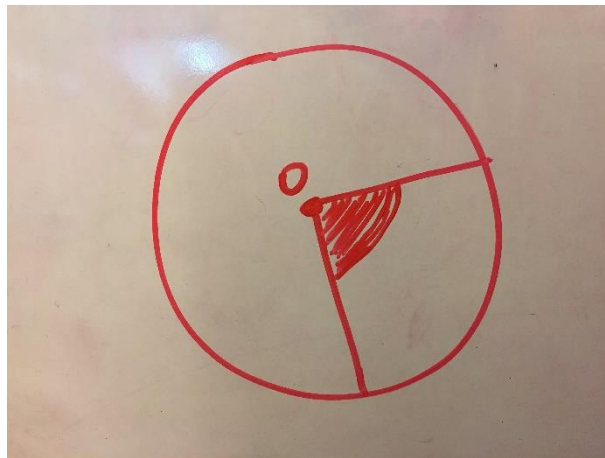


Ilustración 21: Ángulo del centro. Adaptado de videograbación.

*[...] ¿Qué se dijo ayer de ese ángulo? ¿Qué dice el teorema? ¿Cuánto va a medir? (estudiantes:
la mitad del arco) el ángulo del centro mide lo mismo que su arco [...]*

En el desarrollo de la clase el docente continuó con la explicación de los Teoremas de los ángulos en la circunferencia, mostrando las fórmulas a utilizar en cada caso, donde además proporciona la instancia de que los estudiantes resuelvan sus dudas.

- Teorema que relaciona el ángulo semi-inscrito y su arco:

[...] El ángulo semi-inscrito también mide la mitad de su arco [...] el ángulo semi-inscrito recuerden que está formado por una cuerda y la tangente [...] el arco de ese ángulo es este (Ilustración 22) [...] si el arco mide 70 ¿Cuánto va a medir el ángulo semi-inscrito? (estudiantes: 35) [...] es la misma relación del arco con el ángulo inscrito [...]

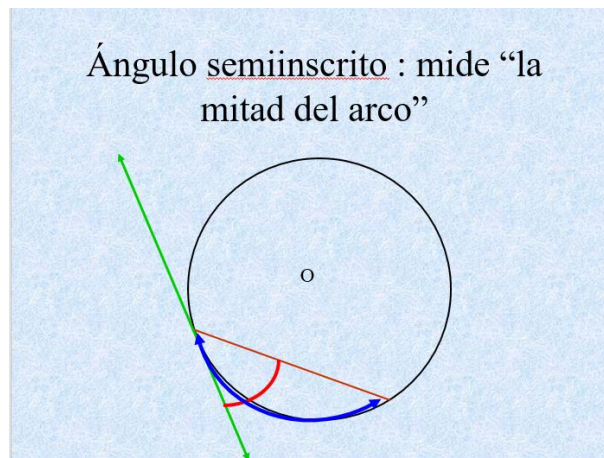


Ilustración 22: Teorema ángulo semi-inscrito. Presentación PPT de la videograbación.

[...] una pregunta que no está aquí [...] si este ángulo mide 35 (Ilustración 23) [...]

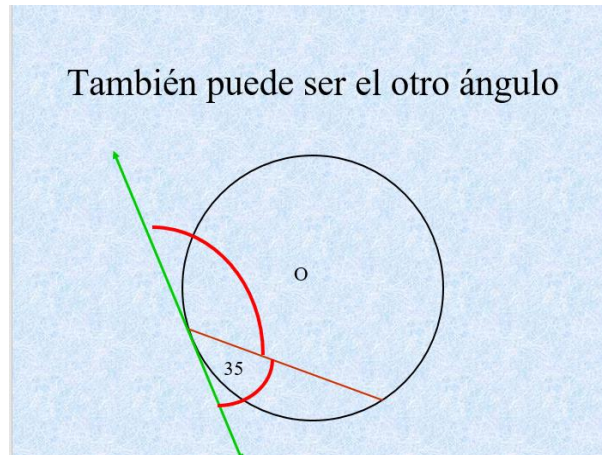


Ilustración 23: Teorema ángulo semi- inscrito. Presentación PPT de la videograbación.

[...] aquí se forma otro ángulo, ¿Cuánto va a medir ese ángulo? [...] ¿cómo podemos calcular la medida de ese ángulo? (alumno: porque la circunferencia mide 360° menos los 70° del arco) [...] usted quiere a la circunferencia completa restarle los 70 ¿y que va a saber con eso? (alumno: la medida del arco) [...] Sabemos que la circunferencia mide 360° y si le quitamos 70° ¿daría? [...] (estudiantes: 290°) [...] ¿Qué tengo que hacer para llegar a ese valor? [...] (estudiante: la mitad), ¿Por qué la mitad? (estudiante: porque se supone que el ángulo tiene que medir la mitad del arco) porque este igual es un ángulo semi-inscrito [...] entonces como el arco mide 290° [...] la mitad sería dividir por dos [...] (estudiante: 145°) (Ilustración 24) [...]

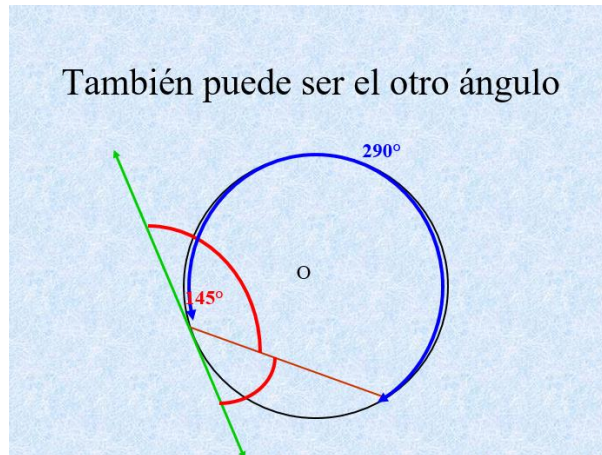


Ilustración 24: Teorema ángulo semi- inscrito. Presentación PPT de la videograbación.

- Teorema que relaciona el ángulo interno y su arco:

[...] Aquí ya empezamos a trabajar con el uso de fórmulas, son dos fórmulas que tienen que conocer y aprender [...] primero vamos a trabajar con el ángulo interno [...] Recuerden que el ángulo interno está formado por dos cuerdas que se intersectan y forman ángulos en el interior de la circunferencia ¿Cuántos ángulos se formaban aquí? (estudiantes: cuatro) [...] La fórmula para poder calcular uno de esos ángulos es la siguiente (Ilustración 25) [...]

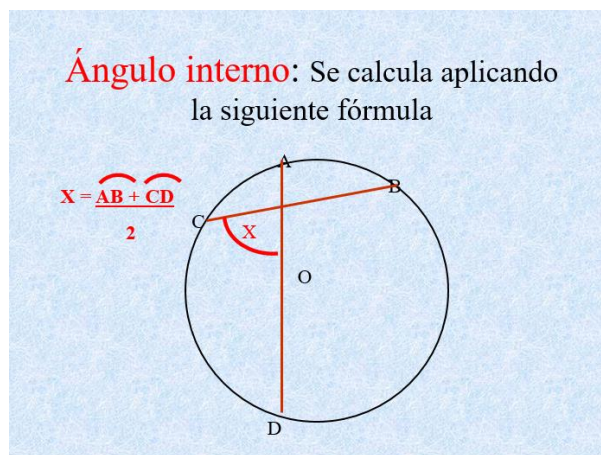


Ilustración 25: Teorema ángulo interno. Presentación PPT de la video grabación.

[...] si tratamos de comprender la fórmula [...] AB corresponde al arco [...] CD corresponde a la otra parte del arco [...] se suman los arcos que están frente a frente y se divide por dos [...]

Luego, con la misma circunferencia señalada anteriormente realizó un ejercicio para que los estudiantes comprendieran el teorema y la forma de utilizar la fórmula. (Ilustración 26)

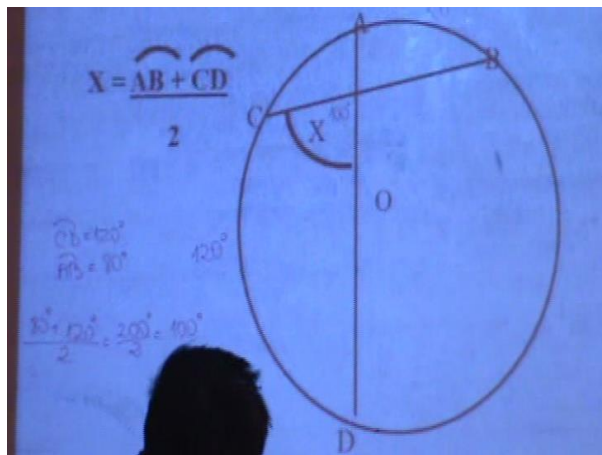


Ilustración 26: Ejercicio ángulo interno. Videograbación.

Además, el docente les presenta dos ejemplos con la finalidad de que ahora los estudiantes sean capaces de emplear la fórmula dados los arcos. (Ilustración 27 y 28)

Ejemplo: calcule α

$$\alpha = \frac{78+32}{2} = 55$$

Ilustración 27: Ejercicio ángulo interno. Presentación PPT de la videograbación

**Ejemplo 2 : Si $AB = 27$ y $CD = 123$,
calcule x**

Aplicamos la fórmula

$$X = \frac{27 + 123}{2} = \frac{150}{2} = 75$$

Ilustración 28: Ejercicio ángulo interno. Presentación PPT de la videograbación

- Teorema que relaciona el ángulo externo y su arco:

[...] También se aplica una fórmula se parece mucho a la del ángulo interno [...] Acá la fórmula cambia el signo, aquí se restan los arcos y se divide por dos (Ilustración 29) [...] Los arcos que se consideran para la fórmula del ángulo x [...] es el arco AB [...] que está comprendido dentro de la

apertura, el mayor y el arco CD es el menor [...] Al mayor le quito el menor y eso después se divide por dos [...]

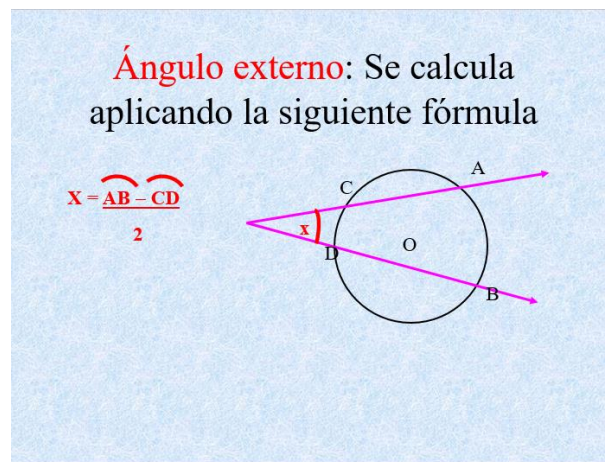


Ilustración 29: Teorema ángulo externo. Presentación PPT de la videograbación.

El docente les presenta un ejemplo (Ilustración 30) que resuelven en conjunto cuya finalidad fue que los estudiantes aplicasen lo aprendido, además proporciona la instancia para que los estudiantes realicen preguntas o dudas respecto a todo lo que ya han visto.

EJEMPLO : Calcula el ángulo x considerando que $AB = 86^\circ$ y $CD = 24^\circ$

Aplicamos la fórmula

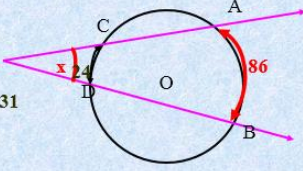
$$X = \frac{86 - 24}{2} = \frac{62}{2} = 31$$


Ilustración 30: Teorema ángulo externo. Presentación PPT de la video grabación.

Luego les muestra algunos ejercicios (Ilustración 31 y 32), dando tiempo para que cada estudiante razone acerca de cómo resolverlo, de acuerdo a los datos entregados en el enunciado y se les pregunta si tienen alguna idea de cómo resolverlos y finalmente se realizan los ejercicios en conjunto entre el docente y los estudiantes.

Ejercicio: En la figura ACB es un triángulo isósceles, $\angle ACB = 40^\circ$ calcule todos los arcos de la figura

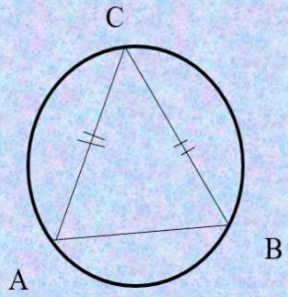


Ilustración 31: Ejercicio de aplicación. Presentación PPT de la video grabación

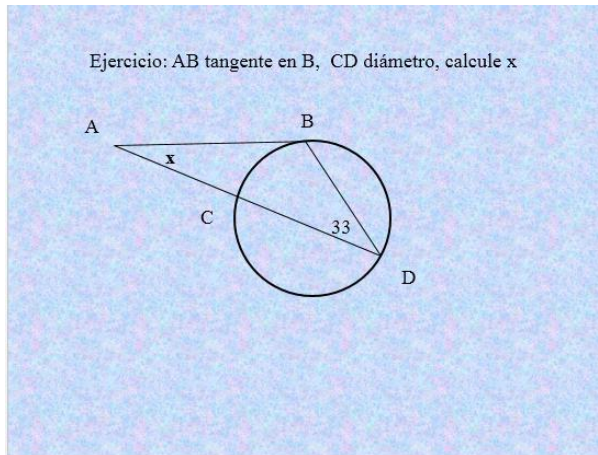


Ilustración 32: Ejercicio de aplicación. Presentación PPT de la video grabación

Para finalizar la clase, llevan a cabo la actividad 6 de la página 136 y 137 del texto escolar realizada la clase anterior (Ilustración 19), de la cual quedaron algunos ejercicios pendientes y la actividad 15 de la página 139 del texto escolar (Ilustración 33), donde el docente da el tiempo para que los estudiantes ejecuten los ejercicios, de los cuales algunos de ellos serán revisados en la pizarra.

15. Calcula en cada caso el valor de x.

a) El arco BD mide 20° , y el AC mide 30°

b) El arco DB mide 10° .

c) El arco DB mide 70° .

d)

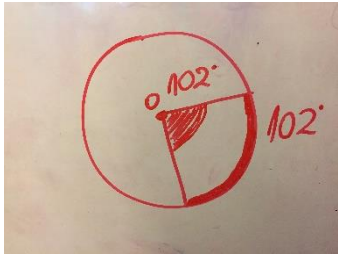
e) El arco DB mide 10° .

Ilustración 33: Actividad número 15. Texto escolar.

4.4.2 Organización Matemática: Praxis de la clase N°3

En la siguiente Tabla 7 se muestra las tareas matemáticas propuestas por el docente para la clase número tres, como las técnicas utilizadas por el docente y estudiante para resolver cada una de ellas.

Tabla 7: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 3

Actividad	Tareas	Técnicas
Retroalimentación a base de esquemas (PPT) o dibujos en pizarra.	Identifican relación de ángulo del centro y su arco.	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo del centro mide lo mismo que el arco que lo subtiende”</i> Paso 1: observan la problemática o ejercicio. Paso 2: Identifican el teorema según definición.
		
	Identifican la relación de ángulo inscrito y su arco	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo inscrito mide la mitad del arco”</i> Paso 1: observan la problemática o ejercicio. Paso 2: Identifican el teorema según definición.
	Calcular ángulo semi-inscrito	Utilizando el teorema: <i>“El ángulo semi-inscrito también mide la mitad del arco”</i> Paso 1: observan la problemática o ejercicio. Paso 2: Identifican el teorema según definición.

Calcular ángulo interno Utilizando la fórmula:

$$x = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

Calcular ángulo externo Utilizando la fórmula:

$$x = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

Actividad 15 pág. **Resolver**
139

Utilizando teoremas y formulas anteriores.

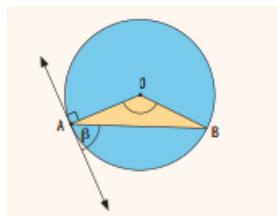
Fuente: Elaboración propia en base a las clases video grabadas.

4.4.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar

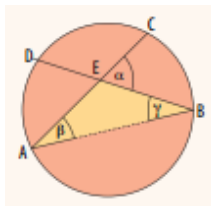
En este apartado se identifican las tareas y técnicas propuestas por el texto escolar que tienen relación con las trabajadas por el docente durante la clase número tres. La tabla 8 muestra las tareas presentes en el texto, como además las técnicas solicitadas a los estudiantes para resolver cada una de las tareas.

Tabla 8: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 3

Actividad	Tarea	Técnica
<p>Analizan ángulo Semi-inscrito de la actividad 10, pág.137</p>	<p>Calcular le medida de alpha, betha y arco AB.</p>	<p>Utilizando la definición:</p> <p><i>“Un ángulo semi-inscrito β es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son una tangente y una cuerda</i></p> <p>Secuencia de pasos:</p> <ol style="list-style-type: none"> Si el arco AB mide α, expresa la medida del ángulo inscrito β en función de α. (utiliza la figura y considera que OA y OB son radios). Si $\alpha=30^\circ$ ¿Cuánto mide β? Si $\beta=45^\circ$ ¿Cuánto mide α? Si $\beta=60^\circ$ ¿Cuánto mide el arco AB? Deducir la fórmula con los datos entregados en la actividad propuesta mediante despeje y reemplazo de fórmulas.
<p>Actividad 11, pág. 138</p>	<p>Calcula en cada caso la medida del ángulo semi-inscrito α</p>	<p>Utilizando la definición de ángulo inscrito y semi- inscrito, con su respectiva fórmula.</p>
<p>Actividad 12, pág.138</p>	<p>Resuelve los siguientes problemas respecto al ángulo semi-inscrito.</p>	<p>Utilizando la definición y fórmula:</p> <p><i>“Un ángulo semi-inscrito β es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son una tangente y una cuerda”</i></p>



Analizan ángulo interior de la actividad 13, pág. 138



Calcular le medida de alpha y arco BC.

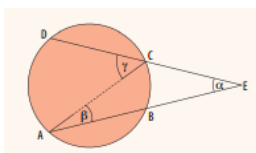
Utilizando la definición:

“Un ángulo interior α está formado por la intersección de dos cuerdas en un punto al interior de la circunferencia”

Secuencia de pasos:

- Considerando que $\alpha = \beta + \gamma$ por ser ángulo exterior al triángulo AEB, expresa la medida de α en función de los arcos DA Y BC
- Si el arco DA mide 20° y el arco BC mide 10° ¿Cuánto mide el ángulo α ?
- Si $\alpha = 60^\circ$ y el arco DA mide 15° ¿Cuánto mide el arco BC?
- Deducir la fórmula con los datos entregados en la actividad propuesta mediante despeje y reemplazo de fórmulas.

Analizan ángulo exterior de la actividad 14, pág. 138



Calcular le medida de alpha y arco DA.

Utilizando la definición:

*“Un **ángulo exterior** α es aquel cuyo vértice está fuera de la circunferencia y puede estar formado por la intersección de dos secantes”*

Secuencia de pasos:

- Expresa la medida del ángulo β en función de la medida del arco CB y el ángulo γ y en función de la medida del arco DA.
- Considerando que $\gamma = \alpha + \beta$, por ser ángulo exterior al triángulo AEC, expresa el valor de α en función de los arcos DA y BC.
- Si el arco DA mide 100° y el arco BC mide 30° ¿Cuánto mide el ángulo α ?

		<p>d) Si el ángulo α mide 70° y el arco BC mide 50°, ¿Cuánto mide el arco DA?</p> <p>e) Deducir la fórmula con los datos entregados en la actividad propuesta mediante despeje y reemplazo de fórmulas.</p>
Actividad 15 pág. 139	Calcula en cada caso el valor de x	Utilizando las fórmulas que se dedujeron en los ejercicios anteriores. <ul style="list-style-type: none"> - Ángulo interior: $x = \frac{\widehat{BC} + \widehat{DA}}{2}$ - Ángulo exterior: $x = \frac{\widehat{DA} - \widehat{BC}}{2}$

Fuente: Elaboración propia en base al texto escolar de matemática (MINEDUC, 2015).

4.4.4. Síntesis clase N°3

En la clase número tres se hace un resumen de los conceptos revisados durante la clase número dos, es decir, se retroalimentan los teoremas ya vistos, para dar paso a los restantes. Se concluye el contenido Teoremas de ángulos en la circunferencia y su arco, explicando el teorema del ángulo semi-inscrito, interno y externo.

Por otro lado, se finaliza la clase con actividades del texto escolar para que los estudiantes apliquen los teoremas y encuentren la medida de los ángulos.

Con respecto al análisis realizado anteriormente, las tareas trabajadas durante esta clase son dos: identificar relaciones de ángulos y su arco, y por otro lado calcular ángulos.

Por su parte el texto escolar propone tareas que se relacionan con aplicaciones de lo revisado durante la clase, tales como analizar ángulos y resolver problemas con respecto a cálculos de ángulos.

Finalmente podemos observar que en la Clase número tres, las tareas trabajadas por el docente fueron 2; tales como, Identificar tipos de ángulos con sus respectivos arcos, y calcular estos tipos de ángulos, están relacionadas con las que propone el texto escolar. Las técnicas empleadas por ambos son diferentes; ya que, el docente para la tarea de calcular ángulos les entrega la fórmula, la cual es explicada, y, por otra parte, el texto escolar para esa misma tarea, propone que el estudiante mediante una actividad de aplicar algunos conceptos, tales como de ángulo inscrito, pueda deducir la fórmula a emplear.

4.5. Descripción general de las actividades de la clase N°4

Durante la cuarta clase se resume lo revisado en la Unidad: “Ángulos y segmentos en la circunferencia”, además se realiza una guía donde deben aplicar lo aprendido, como preparación para la prueba. Se les comenta a los estudiantes que es importante la realización de la guía para poder practicar el contenido y fórmulas revisadas.

4.5.1. Momentos de la clase N°4

En la cuarta clase se presentan los objetivos de la guía a trabajar: “Identificar y calcular medidas de ángulos de la circunferencia” y “Comprender, relacionar y aplicar teoremas de ángulos de la circunferencia”.

Durante el inicio de la clase el docente resume los contenidos revisados anteriormente y hace entrega de una guía de ejercicios a los estudiantes, luego da las instrucciones y lee paso a paso cada ítem de ésta. La guía será evaluada con nota de proceso y consta de conceptos básicos e importantes, que aportarán en la resolución de ella, además de ejercicios que serán utilizados como base para la evaluación.

En el desarrollo de la clase los estudiantes comenzaron a desarrollar la guía evaluada, mientras que el docente proporcionó la instancia de que ellos hicieran consultas y resolvieran sus dudas.

Para finalizar la clase, el docente les informa que el tiempo para realizar la guía ha terminado y hacen entrega de ella. Se les pregunta si quedaron con alguna duda para poder entregar respuesta a la interrogante antes de la evaluación.

4.5.2. Organización Matemática: Praxis de la clase N°4

En la siguiente Tabla 9 se muestra las tareas matemáticas propuestas por el docente para la clase cuatro como además las técnicas utilizadas por el docente y estudiante para resolver cada una de ellas.

Tabla 9: Tarea y Técnica propuestas por el docente para la Clase N° 4

Actividad	Tareas	Técnicas
Actividad 1: Clasificar los ángulos que se muestran en la circunferencia.	Identificar ángulos en la circunferencia	Utilizando la definición: Paso 1: observan la problemática o ejercicio. Paso 2: Identifican el teorema según definición.
Actividad 2: Responder preguntar con alternativas, deben llevar desarrollo.	Calcular o resolver aplicando fórmulas.	Utilizando fórmulas: Paso 1: Identificar el ángulo y su arco. Paso 2: verifican qué fórmula emplear. $\alpha = \frac{AB}{2}$ $\alpha = \frac{AB + CD}{2}$ $\alpha = \frac{AB - CD}{2}$
Actividad 2, ejercicio 6.	Calcular el valor de alpha y beta.	Utilizando fórmulas Paso 1: Observar la problemática o ejercicio. Paso 2: verificar qué fórmula emplear de acuerdo a los datos entregados. $\alpha = 90^\circ$ $\alpha + \beta = 180^\circ$

<p>Actividad 3: Identifica y Calcular o resolver aplicando encuentra el valor del fórmulas. ángulo que se pide.</p>	<p>Utilizando fórmulas</p> <p>Paso 1: Identificar el ángulo y su arco.</p> <p>Paso 2: verifican qué fórmula emplear.</p> $\alpha = \frac{AB}{2}$ $\alpha = \frac{AB + CD}{2}$ $\alpha = \frac{AB - CD}{2}$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>Actividad 3, ejercicio 13. Calcular el valor de alpha y beta.</p>	<p>Utilizando fórmulas</p> <p>Paso 1: Observar la problemática o ejercicio.</p> <p>Paso 2: verificar qué fórmula emplear de acuerdo a los datos entregados.</p> $\alpha = 90^\circ$ $\alpha + \beta = 180^\circ$
-----------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: Elaboración propia en base a las clases video grabadas.

4.5.3. Organización Matemática: Praxis de Texto Escolar.

En este apartado, se identifican las tareas y técnicas propuestas por el texto escolar que tienen relación con las trabajadas por el docente durante la clase 4, cabe señalar que en ésta se trabajó una guía evaluada, la cual consta de ejercicios donde se aplica todo lo ya aprendido durante las clases anteriores, es

por esto, que algunas de las tareas y técnicas propuestas por el texto escolar serán omitidas; ya que son las mismas que se trabajaron durante la clase uno, dos y tres; sin embargo, el docente propone dos ejercicios de contenidos que no se vieron anteriormente, sobre ángulos opuestos en un cuadrilátero inscrito en una circunferencia y uno sobre ángulo inscrito en una semi circunferencia, pero no es necesaria la utilización de la fórmula que se entregó; ya que mediante la definición de ángulos inscritos y del centro es posible llegar a la respuesta de lo solicitado.

Tabla 10: Tarea y Técnica propuestas por el texto escolar para la Clase N° 4

Actividad	Tarea	Técnica
<p>Analiza el triángulo ABC inscrito en una semi circunferencia de la actividad 7, pág.136</p> <p><i>Esta actividad la propone el texto escolar pero el docente no la ve explícitamente en un ejercicio particular donde sea necesaria su aplicación.</i></p>	<p>Calcular la medida de los ángulos BCA y CAB</p> <hr/> <p>Identificar qué tipo de triángulo es</p>	<p>Utilizando el corolario: <i>“Todo ángulo inscrito en una semi circunferencia es recto”</i></p> $m(\sphericalangle ACB) = 90^\circ$
<p>Actividad 8, pág. 136</p>	<p>Calcular la medida de los ángulos DCB y ADC.</p> <hr/> <p>Calcular el valor de X</p>	<p>Utilizando el corolario: <i>“Todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia, sus ángulos opuestos son suplementarios”</i></p> $m(\sphericalangle BAD) + m(\sphericalangle DCB) = 180^\circ$

Actividad 9, pág. 136

Calcular la medida del
ángulo X

Utilizando el corolario:

*“Todo cuadrilátero inscrito en una
circunferencia, sus ángulos
opuestos son suplementarios”*

$$m(\sphericalangle BAD) + m(\sphericalangle DCB) = 180^\circ$$

Fuente: Elaboración propia en base al texto escolar de Matemática (MINEDUC,2015).

4.5.4. Síntesis clase N°4

En la clase número cuatro se hace un resumen de los conceptos revisados durante todas las clases anteriores, es decir, se repasan los teoremas y elementos de la circunferencia. Se entrega una guía evaluada, con conceptos y ejercicios, y se finaliza la clase con la entrega de la guía y con preguntas para resolver dudas e interrogantes de los estudiantes.

Con respecto al análisis realizado anteriormente, las tareas trabajadas durante esta clase son dos: Identificar ángulos en la circunferencia, Identificar el ángulo y su arco y Calcular o resolver aplicando fórmulas. Además, el docente en la guía propone dos contenidos que no se vio en las clases anteriores, referente a ángulos opuestos en un cuadrilátero inscrito en una circunferencia y ángulo inscrito en una semi circunferencia, donde les entrega la fórmula y definición a los estudiantes para que con ellas sean capaz de resolver dos ejercicios planteados más adelante sobre el primer tema, donde claramente la tarea a realizar es calcular la medida de los ángulos, también en la guía es posible

ver que hay un ejercicio respecto a la semi circunferencia pero no es necesaria la definición y fórmula que plantea para la resolución de éste.

Por su parte, el texto escolar propone tareas que se relacionan con aplicaciones de lo revisado durante la clase, tales como analizar ángulos y resolver problemas con respecto a éstos.

Finalmente, podemos observar que en la clase número cuatro, las tareas trabajadas tanto por el docente como las del texto escolar son las mismas, pero las técnicas empleadas varían un poco; ya que en la clase número tres se pudo ver que el docente hace entrega de la fórmula para calcular ángulos interiores y exteriores en la circunferencia, y, por otro lado, el texto escolar hace reflexionar al estudiante para que éste pueda deducir las fórmulas mediante actividades guiadas. Además, es posible visualizar que el docente en la guía trabajada propone dos ejercicios de contenidos que no se vieron anteriormente, sobre ángulos opuestos en un cuadrilátero inscrito en una circunferencia y uno sobre ángulo inscrito en una semi circunferencia, pero para su resolución no es necesaria la utilización de la fórmula que se entregó; ya que mediante la definición de ángulos inscritos y del centro es posible resolverlo.

Capítulo V:

Resultados y

conclusiones

5.1. Resultados

En el siguiente apartado se mencionan los resultados obtenidos de la investigación realizada, la cual tiene como objetivo caracterizar la OM propuesta por el docente y la señalada por el texto escolar del MINEDUC, en el eje de Geometría, en el contenido “Ángulos y Segmentos de la Circunferencia”, en el nivel de segundo medio. Para la recolección de información se aplicaron diversas técnicas: observación no participante, Videograbación y notas de campo, como registros.

El estudio consta de 4 clases videograbadas, en las cuales mediante el análisis de éstas se observó lo siguiente:

El docente para cada clase realizada, propone las siguientes tareas con sus respectivas técnicas a utilizar:

Tabla 11: Tarea y Técnica propuestas por el docente para las clases.

Bloque práctico-técnico propuesto por el docente			
	Tareas		Técnicas
Clase 1	Construir los elementos de la circunferencia		Utilizando material, lana y cartulina
	Construir los tipos de ángulos en la circunferencia		
Clase 2	Identificar los elementos de la circunferencia y a que ángulo corresponden los esquemas		Utilizando la definición
	Identificar teoremas	ángulo del centro	

	ángulo inscrito	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo inscrito mide la mitad del arco”</i>
	Conocer propiedad ángulos inscritos	Utilizando propiedad: <i>“Los ángulos inscritos que subtienden el mismo arco son congruentes entre si”</i>
	Calcular la medida de los ángulos inscritos y del centro, dado el arco que subtienden	Utilizando los teoremas
Clase 3	Identifican la relación de: ángulo del centro y su arco	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo del centro mide lo mismo que el arco que lo subtiende”</i>
	Ángulo inscrito y su arco.	Utilizando el teorema: <i>“Un ángulo inscrito mide la mitad del arco”</i>
	Calcular ángulo semi-inscrito	Utilizando el teorema: <i>“El ángulo semi-inscrito también mide la mitad del arco”</i>
	ángulo interno	Utilizando la fórmula $x = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$
	Ángulo externo	Utilizando la fórmula $x = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$
Clase 4	Identificar ángulos en la circunferencia	Utilizando la definición
	Calcular Resolver ejercicios	Utilizando fórmulas $\alpha = AB$ $\alpha = \frac{AB}{2}$ $\alpha = \frac{AB + CD}{2}$ $\alpha = \frac{AB - CD}{2}$

el valor de Utilizando fórmulas
alpha y beta.

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Fuente: Elaboración propia en base a las clases video grabadas.

Por su parte, el texto escolar de Matemática propone las siguientes tareas con sus respectivas técnicas a utilizar, para cada clase realizada por el docente:

Tabla 12: Tarea y Técnica propuestas por el Texto escolar para las clases.

Bloque práctico-técnico propuesto por el texto escolar		
	Tareas	Técnicas
Clase 1	Construye los siguientes elementos en la circunferencia.	Utilizando lápiz sobre la circunferencia propuesta
	<ul style="list-style-type: none"> a. Cuerda b. Radio c. Tangente d. Secante e. Diámetro f. Arco 	
	Define los siguientes elementos en la circunferencia.	Utilizando definición de cada elemento
	<ul style="list-style-type: none"> e. Radio f. Centro g. Cuerda h. Diámetro 	
	Explica la diferencia entre círculo y circunferencia	Utilizando definición de cada elemento
Clase 2	Calcula en cada caso la medida del ángulo α .	Utilizando la fórmula: $\alpha = 90 : 2 = 45^\circ$

	Calcular la medida de los ángulos.		Utilizando los corolarios: <i>“Todo ángulo inscrito en una semi circunferencia es recto”</i> <i>“Ángulos inscritos que subtienden arcos iguales son congruentes entre sí”</i> y definiciones de ángulo inscrito y del centro
Clase 3	Calcular la medida de	alpha, betha y arco AB	Utilizando la definición: <i>“Un ángulo semi-inscrito β es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son una tangente y una cuerda”</i>
		ángulo semi-inscrito α	Utilizando la definición de ángulo inscrito y semi-inscrito, con su respectiva fórmula.
		alpha y arco BC	Utilizando la definición: <i>“Un ángulo interior α está formado por la intersección de dos cuerdas en un punto al interior de la circunferencia”</i>
		alpha y arco DA	Utilizando la definición: <i>“Un ángulo exterior α es aquel cuyo vértice está fuera de la circunferencia y puede estar formado por la intersección de dos secantes”</i>
		El valor del ángulo x	Utilizando las fórmulas - Ángulo interior: $x = \frac{\widehat{BC} + \widehat{DA}}{2}$ - Ángulo exterior: $x = \frac{\widehat{DA} - \widehat{BC}}{2}$
	Resuelve los siguientes problemas respecto al ángulo semi-inscrito.		Utilizando la definición y fórmula:

			<i>“Un ángulo semi-inscrito β es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son una tangente y una cuerda”</i>
Clase 4	Calcular e Identificar	la medida de los ángulos BCA y CAB.	Utilizando el corolario: <i>“Todo ángulo inscrito en una semi circunferencia es recto”</i>
<u>Observación:</u> En esta clase se omiten la mayoría de las tareas; debido a que se trabajó una guía con lo aprendido en las clases anteriores, es por esto que las tareas y técnicas que propone el texto escolar para esta clase son las mismas que ya se mencionaron.		qué tipo de triángulo es.	Utilizando definición de triángulos
		la medida de los ángulos DCB y ADC.	Utilizando el corolario: <i>“Todo cuadrilátero inscrito en una</i>
		Calcular el valor de X	<i>circunferencia, sus ángulos</i>
		la medida del ángulo X	<i>opuestos son suplementarios”</i>

Fuente: Elaboración propia en base al Texto escolar de Matemática.

Con el fin de validar el análisis de la información y buscando el enriquecimiento de las conclusiones se utiliza la triangulación de datos. De acuerdo a las categorías mencionadas en el capítulo anterior, los resultados obtenidos con respecto al bloque práctico – técnico propuesto por el docente y el señalado por el texto escolar arrojan lo siguiente:

Tabla 13: Tarea y Técnica propuestas por el Texto escolar para las clases.

Resultados		
Categoría	Docente	Texto escolar
Aprendizaje de contenido	El propósito del docente en las clases es facilitar el aprendizaje de los contenidos mediante el uso de tareas y técnicas asociados a la unidad ángulos en la circunferencia. Con respecto a esto se puede observar que el docente enseña el contenido (conceptos y fórmulas) necesario para el cumplimiento del objetivo de la unidad.	El texto escolar busca que los estudiantes sean partícipes en la construcción de su propio conocimiento y que sean un ente activo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Así, el texto escolar proporciona los contenidos a abordar en la unidad mediante una estructura guiada.
Actividades de aprendizaje	El docente utiliza las actividades de aprendizaje propuestas para los estudiantes como un instrumento de razonamiento, que es usado para asimilar los contenidos y buscar el logro de aprendizaje mediante las tareas y técnicas. Dicho bloque práctico-técnico es visualizado a través de la guía evaluada, entregada por el docente durante la última clase.	El texto escolar propone actividades como medio de adquisición de conocimiento a través de fórmulas siguiendo una estructura guiada, como también la auto construcción de conocimiento por parte de los estudiantes; esto se ve reflejado mediante actividades en las que se pide la deducción de fórmulas a partir de

		casos particulares guiados para la ejecución de ejercicios posteriores.
--	--	-------------------------------------------------------------------------

Estrategias evaluativas	El docente utiliza estrategias evaluativas con el fin de verificar que los estudiantes, a través del contenido y las actividades de aprendizaje han logrado la obtención de conocimiento. En cada una de las clases visualizadas, el docente evalúa a los estudiantes mediante instrumentos de evaluación, tales como guías en las que se utiliza la aplicación conocimientos adquiridos.	El texto escolar propone actividades de iniciación para recordar los conocimientos previos, además actividades al finalizar cada teorema (propiedades y corolarios) de ángulos. En algunas de estas actividades se incluyen otros teoremas de los ángulos, que deben ser deducidos por los estudiantes.
-------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: Elaboración propia en base a los datos obtenidos.

5.2. Conclusiones.

Esta investigación se centra en dar respuesta a los objetivos basados en evidenciar la Organización matemática propuesta por un docente de Matemática en un segundo medio en el eje de Geometría, más específicamente en el contenido “Ángulos y segmentos en la circunferencia” y, además, la que propone el texto escolar de Matemática entregado por el MINEDUC.

Considerando lo declarado durante el transcurso de esta investigación, los resultados obtenidos a través del análisis de los datos adquiridos permiten realizar conclusiones respecto a los objetivos ya presentados.

En relación al objetivo específico 1: Identificar el bloque práctico - técnico de la OM propuesto por el docente de Matemática en el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia; para identificar las tareas y técnicas se comienza observando cada clase desarrollada por el docente en la video grabación, posteriormente se realiza una caracterización del bloque práctico - técnico mediante una tabla de resumen donde se detallan explícitamente, finalmente es posible concluir que el docente propone para cada una de las clases observadas y video grabadas, tareas con una sola técnica para resolverla. Las tareas que más se repiten son la de calcular o determinar medidas de ángulos, Identificar elementos de la circunferencia y sus ángulos; a su vez las técnicas a utilizar para dichas tareas fueron resolver por medio de teoremas, definiciones y fórmulas.

Con respecto al objetivo específico 2: Identificar el bloque práctico - técnico de la OM propuesto por el texto escolar del área de Matemática entregado por el MINEDUC en el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia, para identificar las tareas y técnicas que el texto escolar propone, se comienza analizando tanto los contenidos como actividades diseñadas para cada una de las clases realizadas por el docente, con la finalidad de realizar una caracterización de cómo éste plantea el bloque práctico - técnico para los estudiantes clase a clase, posteriormente se realiza una caracterización del

bloque práctico- técnico mediante una tabla de resumen donde se detallan explícitamente, donde finalmente es posible concluir que el texto escolar propone tareas y cierto tipo de técnicas para llevarlas a cabo. Las tareas que más se destacan son calcular la medida de ángulos, Identificar elementos de la circunferencia y sus ángulos; a su vez, las técnicas a emplear fueron resolver por medio de corolarios y fórmulas que a través de un ejercicio en específico se les solicitaba a los estudiantes deducir.

Finalmente, el objetivo específico 3: Analizar ambas propuestas de la OM para el contenido ángulos y segmentos en la circunferencia, para analizar la propuesta tanto del docente como la del texto escolar en base al bloque práctico - técnico que ambos presentan para los estudiantes, primeramente, se comienza observando por separado cada una de las clases del docente para posteriormente caracterizar las tareas y técnicas que éste diseña, luego se caracterizan las tareas y técnicas que el texto escolar plantea de acuerdo a los contenidos abordados por el docente en cada clase, finalmente se realiza una comparación de ambas propuestas en las que es posible concluir que el docente se apoya en el texto escolar; ya que solicita a los estudiantes realizar los ejercicios o actividades que este propone para los contenidos abordados en cada una de las clases, pero también, se pudo observar que no lo hace completamente; debido a que en una de las clases entregó la fórmula a emplear y el texto escolar propone que el estudiante a través del razonamiento por medio

de un ejercicio la determine para posteriormente resolver las actividades utilizándola.

Capítulo VI:

Limitaciones y

Proyecciones

6.1. Limitaciones.

En el transcurso de esta investigación se presentaron algunas limitaciones que influyeron en el desarrollo de este seminario. En primer lugar, la dificultad de encontrar establecimiento donde poder llevar a cabo esta investigación; debido a que muchos de los docentes a los que se les pidió poder ser grabados no querían por diversas razones. Otro obstáculo o limitación fue que el contenido abordado era breve debido a que el eje temático de geometría fue la última unidad enseñada en ese establecimiento para ese nivel, por lo que el contenido “ángulos y segmentos en la circunferencia” tuvo una duración de cuatro clases teóricas, una de ejercitación y preparación de la prueba, en la cual se realizó una guía evaluada.

6.2. Proyecciones.

Por medio de esta investigación se ha podido caracterizar la OM propuesta por el docente y la señalada por el texto escolar del MINEDUC para un nivel de enseñanza media en el contenido “Ángulos y Segmentos de la Circunferencia”. Este estudio abre la posibilidad de nuevas investigaciones con enfoques similares, pero con diferentes proyecciones, como ejemplo: Poder realizar este mismo estudio en otro eje temático para ver si la OM propuesta por ambos agentes educativos, es decir, el docente y el texto escolar, proponen tareas y técnicas similares o diferentes para los estudiantes del mismo establecimiento.

Referencias bibliográficas

Ángeles, O. (2003): *Enfoques y modelos educativos centrados en el aprendizaje*. España.

Ásgeirsdóttir, I. (2007): *¿Qué es lo que hace que un texto de estudio sea bueno y cómo nos aseguramos que todos los estudiantes reciban uno?*. Ministerio de Educación de Chile, Primer Seminario Internacional de textos escolares (pp.17-23), Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

Becerra, A. (2015): *Análisis de una organización matemática asociada al objeto cuadriláteros que se presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria*. San Miguel, Perú.

Becerra, J. (2004): *Matemáticas V ... el placer de dominarlas sin complicación*. Universidad Nacional Autónoma de México.

Bisquerra, R. (2012): *Metodología de la investigación educativa*. 3ª edición. Editorial La Muralla, S. A. España.

Bosch, M. y Gascón, J. (2002): *Organiser l'étude. Théories & empiries, Actes de la XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques, 23-40*. Corps, Août de 2001, Grenoble: La Pensée Sauvage.

Bosch, M., F. J. García, J. Gascón y L. Ruiz Higuera (2006): *“La modelación matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico”*. Educación Matemática, vol. 18, núm. 2, pp. 37-74

Calzada, B. (2010): *La video grabación de la práctica docente, una estrategia para el desarrollo de la docencia reflexiva*. II congreso internacional didáctico.

Chevallard, Y. (1999) : *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, n° 2.

Chevallard, Y. (2007): *Passé et présent de la théorie anthropologique de la didactique*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr>

Contreras, S. y Martín, R. (2010): *Las creencias y actuaciones curriculares de los profesores de ciencias de secundaria de Chile*. Universidad Complutense de Madrid. Madrid, España.

Crossley M. y Murby M. (1994): *Textbook provision and the quality of school curriculum in developing countries: issues and policy options*. Comparative Education , 2, 30.

Dobaño, P. y Rodríguez M. (2008): *Los contenidos de los libros de textos escolares de Historia y Ciencias Sociales*. Ministerio de Educación de Chile, Primer Seminario Internacional de Textos Escolares (pp. 475-486). Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

Eyzaguirre B., Fontaine L. (Eds.). (1997): *El futuro en riesgo. Nuestros textos escolares*. Santiago de Chile: Centro de Estudios Públicos.

Gamboa, A. (2010): *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Revista Electrónica Educare. 1409-42.58.

García, J. (2005): *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Tesis doctoral, Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén.

Gascón, J. (2004): *La necesidad de utilizar modelos en didáctica de las matemáticas*. Educação Matemática Pesquisa, (en prensa).

Gutiérrez, T. (2015): *Análisis de praxeologías matemáticas en cursos de especialidad en formación de ingeniero para diseño de secuencias didácticas*. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México.

Lolas, F. (1996): *Apología del texto de estudio, literatura terciaria de la ciencia, discurso de presentación*. Santiago: Editorial Universitaria.

Lucas, C. (2010): *Organizaciones matemáticas locales relativamente completas*. (Memoria de investigación, Diploma de Estudios Avanzados). Universidad de Vigo.

Martínez, M.; Branda, S. y Porta, L. (2013): *¿Cómo funcionan los buenos docentes? Fundamentos y valores*. Journal for Educators, Teachers and Trainers, Vol. 4 (2), pp. 26 – 35.

Mejía, J. (2003): *Técnicas cualitativas de investigación en las ciencias sociales*. Investigaciones Sociales (Revista del IHS-UNMSM).

MINEDUC (2012): *Bases Curriculares Matemática*. Santiago, Chile.

MINEDUC (2009): *Política de textos escolares*. Santiago, Chile.

Morales, H. (2013): *La teoría antropológica de la didáctica de Chevallard como sustento teórico para analizar el saber didáctico y matemático en la formación de profesores en la Universidad Católica de Concepción*. Chile

Muñoz Díaz, G; Rupin Gutiérrez, P; Jiménez Martínez, L (2015): *MATEMÁTICA 2.º MEDIO TEXTO DEL ESTUDIANTE*. Editorial SM Chile S.A.

Richoux, H. y Beaufils, D. (2003): *La Planificación de las actividades de los estudiantes en los trabajos prácticos de física: análisis de prácticas de profesores*. Enseñanza de las Ciencias, 21 (1), 95 – 106.

Romero, L. (2004): *Los textos escolares y el sentido común. La Argentina en la escuela. La idea de nación en los textos escolares*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.

Ruiz. A; Perelló. I; Caus. N; Ruiz. F (2003): *Educación Física*. Volumen IV. Editorial MAD, S.L

Ruiz Olabuénaga, J. (2003): *Metodología de la investigación cualitativa*. 3º edición. España: Universidad de Deusto.

Sánchez, G. y Valcárcel, M. (2000): *¿Qué tienen en cuenta los profesores cuando seleccionan el contenido de enseñanza? Cambios y dificultades tras un programa de formación.* Enseñanza de las Ciencias, 18 (3), 423 – 437.

Sepúlveda-Stuardo M.A. y Farrell J.P. (1983): *The Use of Textbooks by Teachers and Students in Learning and Teaching.* En: E. Schiefelbein, J.P. Farrell, y M. Sepúlveda-Stuardo (eds.). *The Influence of School Resources in Chile: Their Effect on Educational Achievement and Occupational Attainment.* (Staff Working Paper N° 530.) Washington, D.C.: The World Bank.

Soaje, R. y Orellana, P. (2013): *Textos escolares y calidad educativa. Estudio de la calidad de textos escolares entregados por el MINEDUC.* Editorial Universitaria.

Soaje-de Elías, R (2012): *Estudio de los textos de Historia y de Ciencias Sociales chilenos entre 2000 y 2010.* Educación y Educadores, vol. 15, núm. 1. Universidad de La Sabana. Cundinamarca, Colombia.

Vivas, D. (2010): *La función cuadrática a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina.* En Ciencias exactas e historia. (163-180).

Anexos

Notas de campo

Descripción General de la Clase:

Curso: Segundo año medio A

Profesora:

Fecha:

Contenido: Ángulos en la circunferencia

OBJETIVO DE LA CLASE:

INICIO

Tipos de tareas	Tarea	Técnica	P.R.P.	P.R.A.	P.P.

DESARROLLO

Tipos de tareas	Tarea	Técnica	P.R.P.	P.R.A.	P.P.

CIERRE					
Tipos de tareas	Tarea	Técnica	P.R.P.	P.R.A.	P.P.

Glosario:

- P.R.P.: problemas resueltos por el profesor.
- P.R.A.: problemas resueltos por el alumno.
- P.P.: problemas propuestos

UNIDAD: CIRCUNFERENCIA

Estudiante:

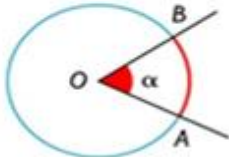
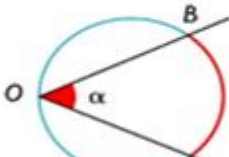
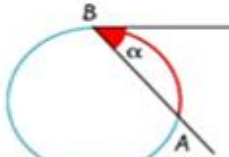
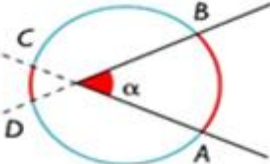
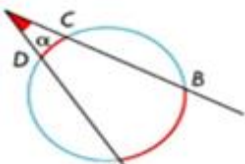
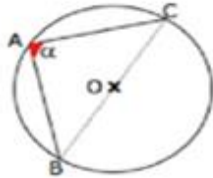
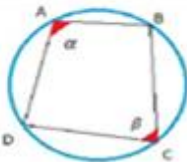
Curso:

Puntaje Obtenido: ____ / 40 Ptos.

Nota:

Objetivos:

- Identificar y calcular medidas de ángulos de la circunferencia.
- Comprender, relacionar y aplicar teoremas de ángulos de la circunferencia.

<p>• Ángulo Central</p> <p>El vértice se encuentra en el centro de la circunferencia. La medida del ángulo central es igual a la medida del arco comprendido entre sus lados.</p>  <p>$\alpha = AB$</p>	<p>• Ángulo inscrito</p> <p>Vértice se encuentra sobre la circunferencia. La medida del ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida del arco comprendido entre sus lados.</p>  <p>$\alpha = \frac{AB}{2}$</p>	<p>• Ángulo seminscrito</p> <p>El vértice se encuentra sobre la circunferencia. La medida del ángulo seminscrito es igual a la mitad del arco correspondiente a la cuerda.</p>  <p>$\alpha = \frac{AB}{2}$</p>
<p>• Ángulo interior</p> <p>El vértice se encuentra en el interior de la circunferencia. La medida del ángulo interior es igual a la semisuma de las medidas de los arcos comprendidos entre sus lados.</p>  <p>$\alpha = \frac{AB + CD}{2}$</p>	<p>• Ángulo exterior</p> <p>Su vértice es exterior a la circunferencia. La medida del ángulo exterior es igual a la semidiferencia de las medidas de los arcos comprendidos entre sus lados.</p>  <p>$\alpha = \frac{AB - CD}{2}$</p>	<p>• Ángulo inscrito en la semicircunferencia</p> <p>Su vértice es interior a la circunferencia. La medida del ángulo inscrito en una semicircunferencia es igual 90°.</p>  <p>$\alpha = 90^\circ$</p>
<p>• Ángulos opuestos en un cuadrilátero.</p> <p>En un cuadrilátero inscrito en una circunferencia, sus ángulos opuestos suman 180°.</p> <p>$\alpha + \beta = 180^\circ$</p>		

Actividad 1: Clasificar los ángulos que se muestran en las circunferencias. (1 pt c/u)

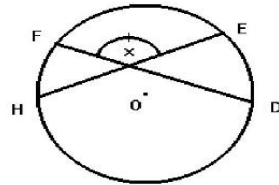
<p>R: _____</p>	<p>R: _____</p>	<p>R: _____</p>
<p>R: _____</p>	<p>R: _____</p>	<p>R: _____</p>

Actividad 2: Responder las siguientes preguntas con alternativas, deben llevar desarrollo. (2 pt c/u) (1 pt por desarrollo y 1 pt por respuesta correcta)

<p>1. En la figura, AB es diámetro, si ángulo $\alpha = 63^\circ$, entonces ángulo $\beta = ?$</p> <p>a) 46° b) 63° c) $32,5^\circ$ d) 134° e) 126°</p>	<p>2. Si BC es tangente. Y el arco AB mide 250°. El ángulo $x = ?$</p> <p>a) 500 b) 75 c) 125 d) 100 e) 250</p>
<p>3. En la figura, arco $GH = 156^\circ$; arco $EF = 31^\circ$, entonces ángulo $\alpha = ?$</p> <p>a) $62,5^\circ$ b) 5° c) $37,5^\circ$ d) $47,5^\circ$ e) $57,5^\circ$</p>	<p>4. Si arco $AB = 178$ y arco $CD = 60$. ¿Cuánto mide el ángulo α ?</p> <p>a) 119 b) 180 c) 260 d) 59 e) 95</p>

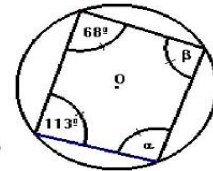
5. En la figura, arco $DE = 39^\circ$, arco $FH = 45^\circ$, luego ángulo $x =$

- a) 138°
- b) 90°
- c) 42°
- d) 135°
- e) 50°



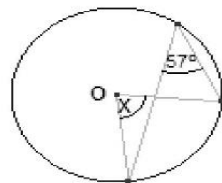
6. Según la figura, ángulo $\alpha = ?$ y ángulo $\beta = ?$

- a) $\alpha = 67^\circ$ y $\beta = 112^\circ$
- b) $\alpha = 112^\circ$ y $\beta = 67^\circ$
- c) $\alpha = 68^\circ$ y $\beta = 113^\circ$
- d) $\alpha = 136^\circ$ y $\beta = 226^\circ$
- e) $\alpha = 112^\circ$ y $\beta = 226^\circ$

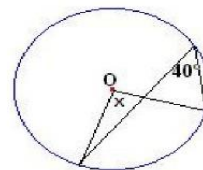


Actividad 3: Identifica y encuentra el valor del ángulo que se pide. (3 pt c/u) (1 pto por identificar el ángulo, 1 pt por desarrollo, 1 pt por respuesta correcta)

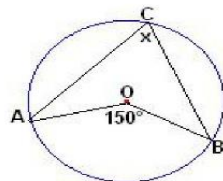
1) El valor de x es:



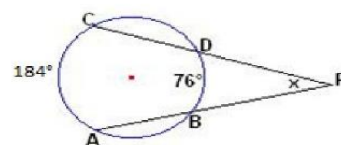
2) El valor de x es:



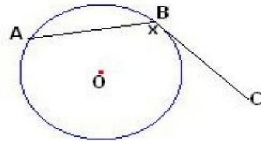
3) ¿Cuál es la medida del ángulo ACB de la figura?



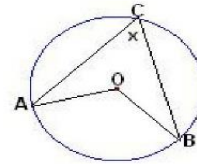
4) Los arcos AC y BD de la figura miden 144° y 76° . ¿Cuál es la medida de APC ?



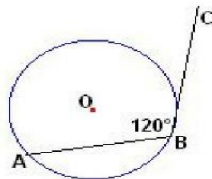
5) BC es tangente y el arco AB mide 325° . El valor de x es:



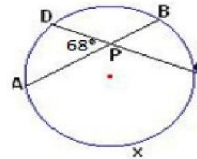
6) El arco CA de la figura mide 84° y el arco BC mide 100° . ¿Cuál es la medida del ángulo ACB?



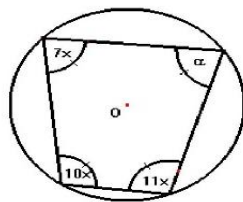
7) Si BC es tangente. ¿Cuánto mide el arco BA?



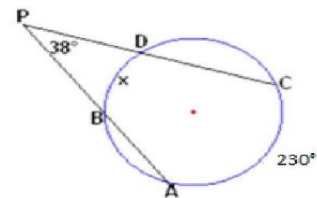
8) El ángulo APD de la figura mide 68° y el arco BD mide 85° . ¿Cuál es la medida del arco AC?



13) ¿Cuál es el valor de α en la circunferencia de centro O?



14) El ángulo APC mide 38° y el arco AC mide 145° . ¿Cuál es la medida del arco BD?





UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION

PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

NOMBRE DEL EVALUADOR	Carmen Cecilia Espinoza Melo
TÍTULO DEL SEMINARIO EVALUADO:	Organización Matemática propuesta por el docente y la señalada por el texto escolar del MINEDUC para un nivel de enseñanza media en el contenido ángulo y segmentos de la circunferencia
ESTUDIANTE (S) AUTOR (ES) DEL SEMINARIO	Rita Castagnoli. Alejandro García. Olga Montecinos. Carolina Quiroz.
CARRERA	Pedagogía En Matemática
PROFESOR GUÍA	Roberto Araneda Benitez.

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

A. De La Formulación Del Problema (25%)

INDICADORES	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes empíricos, contextuales y teóricos.	5.0
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio.	5.0
3. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	6.0
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de las disciplinas pedagógicas.	6.0
5. Adecuada identificación y/o definición operacional de variables y/o categorías de análisis.	5.0
6. Fundamentación y justificación del problema basado en antecedentes bibliográficos y de trabajos de investigación relevantes en el campo de estudio.	4.8
Promedio	5.3

B. DEL MARCO TEÓRICO REFERENCIAL (20%)

INDICADORES	Nota
1. Pertinencia y relevancia de la bibliografía (si corresponde a las disciplinas pedagógicas, actualizadas).	5.0
2. Uso del lenguaje técnico coherente con la temática estudiada.	4.5
3. Calidad y precisión del marco teórico/ Conceptual.	5.0
Promedio	4.8

C. Del Diseño Metodológico Del Problema (20%)

INDICADORES	Nota
1. Precisión del enfoque o modelo de investigación.	5.5
2. Presentación del método de investigación y su diseño.	6.0
3. Coherencia entre el enfoque investigativo, las fuentes de recogida de datos y el problema estudiado.	5.8
4. Precisión en la descripción de la población objetivo o de los participantes, su rol y función que cumplen en la investigación.	5.5
5. Precisión de las estrategias y técnicas de recogida de datos.	4.5
6 Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación.	4.5
7. Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad y consistencia interna de la información.	4.5
8 Consistencia entre unidad de análisis, fuentes y técnicas de análisis de la información.	4.5
Promedio	5.1

D. DEL CONTENIDO TEMÁTICO Y LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN (25%)

INDICADORES	Nota
1. Procesamiento, análisis e interpretación pertinentes de los resultados o hallazgos de investigación .	5.0
2. Presentación de los hallazgos o resultados de forma clara y sintética.	5.0
3. Discusión de los resultados de la investigación.	4.0
4. Conclusiones sustentadas en los resultados o hallazgos.	4.0
5. Explicitación de las proyecciones y de las limitaciones del estudio.	4.5
6. Congruencia entre conclusiones, discusión y sugerencias que se realiza a partir de los resultados o hallazgos de la investigación.	5.0
Promedio	4.6

E. DE LOS ASPECTOS FORMALES (10%)

INDICADORES	Nota
1. Títulos pertinentes y sintéticos .	5.4
2. Estructura organizada de los contenidos atendiendo al enfoque y método investigativo.	5.5
3. Correcto uso de ortografía.	5.0
4. Coherencia en la redacción.	5.0
5. Sistematización en la formulación de citas y referencias bibliográficas.	5.0
6. Uso del sistema de citas bibliográficas, de acuerdo a normas APA.	5.0
Promedio	5.2

2. RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

Aspectos	Ponderación	Nota	Puntaje porcentual
A. De la Formulación del problema	25%	5.3	1.33
B. Del Marco Teórico referencial	20%	4.8	0.97
C. Del Diseño Metodológico de la investigación	20%	5.1	1.02
D. Del Contenido Temático y los Resultados	25%	4.6	1.15
E. De los aspectos formales	10%	5.2	0.52
Nota promedio final			4.97

3. OBSERVACIONES O COMENTARIO DE SÍNTESIS.

Resuma su opinión global en un comentario, que a su juicio, revele los aspectos más sobresalientes, tanto en lo referido a las fortalezas, como a las debilidades de este Seminario de Investigación, o indique las modificaciones que a su juicio deben realizarse a este trabajo para proceder a su calificación final.

El error que se encuentra en reiteradas ocasiones a lo largo del trabajo del nombre de la teoría que es su marco teórico la teoría se llama **TEORIA ANTROPOLOGICO DE LO DIDÁCTICO**.

En el escrito se encuentran frases textuales que no presentan citas esto se debe mejorar.

En los resultados deben dar respuesta a los objetivos específicos esto está ausente, además mencionan que realizará una triangulación de datos la que tampoco se encuentra en el escrito.

Para las citas y la bibliografía utilizar las normas APA sexta edición.

Las tablas deben estar en formato APA sexta edición.

No hay concordancia entre la cantidad de clases declaradas con la analizadas, revisar eso.

Aprobada en Consejo de Facultad / abril de 2011

Fecha:

28 noviembre 2017

FIRMA PROFESOR EVALUADOR



**UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION**
FACULTAD DE EDUCACION

PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

NOMBRE DEL EVALUADOR	Ricardo Iván González Méndez
TÍTULO DEL SEMINARIO EVALUADO:	Organización matemática propuesta por el docente y la señalada por el texto escolar del Mineduc para un nivel de enseñanza media en el contenido de ángulos y segmentos de la circunferencia.
ESTUDIANTE (S) AUTOR (ES) DEL SEMINARIO	Rita Castagnoli C., Alejandro García S., Olga Montecinos A. y Carolina Quiroz V.
CARRERA	Pedagogía en Educación Media en Matemática
PROFESOR GUÍA	Sr. Roberto Araneda Benítez

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

A. De La Formulación Del Problema (25%)

INDICADORES	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes empíricos, contextuales y teóricos.	6.2
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio.	5.0
3. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	6.5
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de las disciplinas pedagógicas.	6.0
5. Adecuada identificación y/o definición operacional de variables y/o categorías de análisis.	4.0
6. Fundamentación y justificación del problema basado en antecedentes bibliográficos y de trabajos de investigación relevantes en el campo de estudio.	5.5
Promedio	5.5

B. DEL MARCO TEÓRICO REFERENCIAL (20%)

INDICADORES	Nota
1. Pertinencia y relevancia de la bibliografía (si corresponde a las disciplinas pedagógicas, actualizadas).	6.5
2. Uso del lenguaje técnico coherente con la temática estudiada.	6.8
3. Calidad y precisión del marco teórico/ Conceptual.	6.5
Promedio	6.6

C. Del Diseño Metodológico Del Problema (20%)

INDICADORES	Nota
1. Precisión del enfoque o modelo de investigación.	6.2
2. Presentación del método de investigación y su diseño.	6.5
3. Coherencia entre el enfoque investigativo, las fuentes de recogida de datos y el problema estudiado.	6.2
4. Precisión en la descripción de la población objetivo o de los participantes, su rol y función que cumplen en la investigación.	6.0
5. Precisión de las estrategias y técnicas de recogida de datos.	6.0
6. Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación.	6.2
7. Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad y consistencia interna de la información.	5.0
8. Consistencia entre unidad de análisis, fuentes y técnicas de análisis de la información.	5.5
Promedio	6.0

D. DEL CONTENIDO TEMÁTICO Y LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN (25%)

INDICADORES	Nota
1. Procesamiento, análisis e interpretación pertinentes de los resultados o hallazgos de investigación.	5.5
2. Presentación de los hallazgos o resultados de forma clara y sintética.	6.0
3. Discusión de los resultados de la investigación.	5.0
4. Conclusiones sustentadas en los resultados o hallazgos.	6.0
5. Explicitación de las proyecciones y de las limitaciones del estudio.	6.5
6. Congruencia entre conclusiones, discusión y sugerencias que se realiza a partir de los resultados o hallazgos de la investigación.	5.0
Promedio	5.7

E. DE LOS ASPECTOS FORMALES (10%)

INDICADORES	Nota
1. Títulos pertinentes y sintéticos.	7.0
2. Estructura organizada de los contenidos atendiendo al enfoque y método investigativo.	6.5
3. Correcto uso de ortografía.	5.5
4. Coherencia en la redacción.	6.3
5. Sistematización en la formulación de citas y referencias bibliográficas.	5.8
6. Uso del sistema de citas bibliográficas, de acuerdo a normas APA.	5.8
Promedio	6.2

2. RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

Aspectos	Ponderación	Nota	Puntaje porcentual
A. De la Formulación del problema	25%	5.5	1.38
B. Del Marco Teórico referencial	20%	6.6	1.32
C. Del Diseño Metodológico de la investigación	20%	6.0	1.20
D. Del Contenido Temático y los Resultados	25%	5.7	1.43
E. De los aspectos formales	10%	6.2	0.62
Nota promedio final			6.0

3. OBSERVACIONES O COMENTARIO DE SÍNTESIS.

Resuma su opinión global en un comentario, que a su juicio, revele los aspectos más sobresalientes, tanto en lo referido a las fortalezas, como a las debilidades de este Seminario de Investigación, o indique las modificaciones que a su juicio deben realizarse a este trabajo para proceder a su calificación final.

El trabajo se presenta sucintamente presentado, acotado en su propósito y en su desarrollo.

Dicho lo anterior, es preciso señalar una serie de aspectos que deben ser mejorados, los que se refieren a:

Aspectos de Forma:

Se debe incorporar en las referencias autores citados en el corpus del trabajo en las páginas: 13 y 24

Se presentan errores ortográficos o de escritura en las siguientes páginas y en las cuales se presentan en más de una oportunidad en cada página (consignado entre paréntesis): 12, 14, 21(2), 23, 29, 32, 39, 40(2), 41, 42(2), 45, 52, 57, 59, 63, 64, 66(2), 68, 74, 75, 78(3), 79(3), 81(2), 82, 86, 88(2), 89(4) y 90.

Se debe ajustar a las normas APA en las páginas: 6, 12(2), 14, 16, 20, 27, 96(2) y 98.

Aspectos de Fondo:


Se plantea como una necesidad del proceso investigativo, haber definido explícitamente categorías de análisis para facilitar la

conducción argumental de la teoría, el desarrollo del trabajo investigativo y a su vez poder arribar en forma natural a las conclusiones a partir del contraste de los resultados y la teoría propuesta.

No se visualiza cómo se validaron los procesos de recogida de información, cómo se transcribió y bajo qué criterios se realizó el análisis de los datos que sirvieron para arribar a las conclusiones.

No se visualiza una discusión de los resultados que estén amparados en el marco teórico que sustenta el estudio.

Aprobada en Consejo de Facultad / abril de 2011



FIRMA PROFESOR EVALUADOR

Fecha: 27-11-2017