

Universidad Católica de la Santísima Concepción
Facultad de Ingeniería
Ingeniería Civil Logística



**“PROPUESTAS DE HEURÍSTICAS COMO SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE
TRANSPORTE DE EMPRESA EMPORIO ALEMÁN S.A.”**

LUISA MUÑOZ SEPÚLVEDA

**INFORME DE PROYECTO DE TÍTULO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL LOGÍSTICO**

Profesor Guía

Sr. Cristian Oliva San Martín

Responsable

Sr. Jorge Márquez Lillo

Concepción, Junio 2016

Resumen

El presente proyecto expuso dos heurísticas para mejorar el diseño de rutas para la empresa elaboradora y distribuidora de cecinas, embutidos y carnes en conserva Emporio Alemán S.A.

La problemática abordada se orientó a la mejora de tres rutas diarias de un total de dieciocho rutas considerando que la flota de camiones es heterogénea y no tiene restricciones de capacidad, solo de horario. El número de clientes visitados no es el mismo cada día, pero si se repiten ciertos días cada semana. Se trabajó con datos reales de distancia, consumo de combustible y tiempo.

Para la solución se usaron las heurísticas del ahorro de costos para TSP y la del vecino más cercano con una extensión de ventanas de tiempo TSPTW. El primer método se gestó buscando las rutas que entregaban mayor ahorro y el segundo formando una ruta de menor distancia que respetara las restricciones de tiempo.

Los resultados obtenidos de los modelos disminuyeron los costos de combustible en un 20%, los tiempos de recorrido se redujeron a un 83% y se identificó que un 25% de las paradas estaban fuera de ruta.

Abstract

This project exhibited two heuristics to improve the design of routes for the manufacturing and distributing company of cured meats, sausages and canned meats Emporio Alemán S.A.

The problem addressed was aimed at improving three daily routes of a total of eighteen routes considering that the truck fleet is heterogeneous and has no capacity constraints, only time. The number of customers visited is not the same every day, but it is repeated certain days each week. We worked with real data of distance, fuel consumption and time.

For heuristic solution were used cost savings for TSP and nearest neighbor with an extension of time windows TSPTW. The first method was developed looking for routes that delivered greater savings and the second forming a path of least distance to respect the time constraints.

The results of the models decreased fuel costs by 20%, travel times were reduced to 83% and identified that 25% of the stops were out of route.

Agradecimiento y dedicatoria

*Lo mejor para el final...
Luego de tanto trabajo y obstáculos,
quiero agradecer en primer lugar a Dios
y a Jesús por quienes nada de esto sería posible hoy,
sin su ayuda, amor y fortaleza.
También agradezco a mis padres
por su apoyo incondicional.
A mis hermanos Lissett y Claudio
quienes son mi alegría,
a mi amado Felipe por tanto amor y apoyo,
y amigos quienes me alentaron en este proceso.*

Índice

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1 Presentación del tema	1
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivo General	2
1.2.2 Objetivos Específicos	2
1.3 Justificación del problema	3
1.4 Delimitación del problema.....	4
1.5 Metodología.....	5
CAPÍTULO II: DEFINICIÓN DEL SISTEMA	7
2.1 Historia Emporio Alemán.....	7
2.2 Estructura del sistema de distribución	7
2.3 Clientes	11
2.4 Producto y demanda.....	11
2.5 Ventanas de tiempo.....	12
2.6 Vehículos	12
2.7 Costos de transporte.....	13
CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO	16
3.1 Problema de transporte con VRP.....	16
3.2 Tipos de VRP.....	17
3.2.1 Problema de recogida y entrega (VRPPD).....	18
3.2.2 Problema estocástico (SVRP)	18
3.2.3 Problema de entrega dividida (SDVRP)	18
3.2.4 Periodo VRP (PVRP)	18

3.2.5 Problema de la capacidad limitada de vehículos (CVRP).....	19
3.2.6 Problema con múltiples depósitos para camiones (MDVRP)	19
3.2.7 Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW)	19
3.2.8 Problema de transporte con flota heterogénea (MFVRP)	20
3.3 Formulación matemática para el VRP.....	20
3.3.1 Formulación matemática del problema del agente viajero (TSP)	22
3.3.2 Formulación matemática del problema de los múltiples agentes viajeros (m-TSP)	23
3.3.3 Problema del vendedor viajero con ventanas de tiempo (TSPTW)	25
3.4 Métodos de solución para VRP	26
3.4.1 Métodos exactos	27
3.4.2 Heurísticas	27
3.4.2.1.1 Heurística de Clarke y Wright.....	27
3.4.2.1.2 Heurística del vecino más cercano	30
3.5 Metaheurísticas	30
3.5.1 Algoritmos genéticos.....	30
3.5.2 Algoritmo de colonia de hormigas	31
3.5.3 Búsqueda de vecindarios variables.....	31
3.5.4 Búsqueda tabú	31
3.6 Algoritmos híbridos	31
CAPÍTULO V: DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DEL PROBLEMA	32
4.1 Descripción del problema	32
4.5 Manejo y componentes de la situación real	34
4.5.1 Costo combustible	34
4.5.2 Velocidad.....	35
4.5.3 Distancia Recorrida	36
4.2 Comparación del problema en estudio y modelos de VRP	36

4.3 Supuestos y limitaciones.....	39
4.4 Restricciones e indicadores.....	39
CAPÍTULO V: DESARROLLO Y CONSTRUCCIÓN DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA.....	41
5.1 Seguimiento y localización de clientes.....	41
5.2 Clasificación de rutas y métodos de solución.....	42
5.2.1 Propuesta para TSP: Método de Clarke y Wright.....	42
5.3.2 Propuesta para TSPTW: Método del vecino más cercano.....	50
CAPÍTULO VI: ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS.....	54
6.1 Análisis de datos.....	54
6.1.1 Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov.....	55
6.1.2 Prueba t de Student para muestras relacionadas.....	56
6.2 Evaluación de resultados.....	57
6.3 Comparación de resultados.....	58
CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	62
7.1 Conclusiones.....	64
7.2 Recomendaciones.....	64
Referencias bibliográficas.....	65
ANEXOS.....	69
Anexo 1.....	69
Anexo 2.....	78
Anexo 3.....	86
Anexo 4.....	92
Anexo 5.....	109

Anexo 6.....	116
Anexo 7.....	117

Índice de figuras

Figura 1. Sistema general de distribución	8
Figura 2. Red de distribución de Emporio Alemán.....	8
Figura 3. Ruteo de vehículos de Emporio Alemán	9
Figura 4. Consumo de combustible mensual	14
Figura 5. Tipos de VRP.....	17
Figura 6. Grafo de transporte VRP	21
Figura 7. Diagrama clasificación de métodos de resolución de VRP	27
Figura 8. Combinación de rutas	29
Figura 9. Recorrido en tiempo real de camión de Emporio Alemán	33
Figura 10. Costos de consumo diario de combustible.....	34
Figura 11. Velocidades camiones periodo de estudio.....	35
Figura 12. Localización de clientes por Google Earth.....	41
Figura 13. Iteración cero	43
Figura 14. Primera iteración.....	47
Figura 15. Cuarta iteración.....	48
Figura 16. Quinta iteración	48
Figura 17. Onceava iteración	49
Figura 18. Ruta final	49
Figura 19. Gráficos de caja y bigotes de distancia y costo, real y esperada	58

Índice de tablas

Tabla 1. Rutas diarias de los camiones.	10
Tabla 2. Ventanas de tiempo de clientes.....	12
Tabla 3. Características de los camiones.....	13
Tabla 4. Variaciones precios de combustibles, periodo 2014 Junio-Diciembre, periodo 2015 Enero-Mayo.....	15
Tabla 5. Distancia real recorrida camiones	36
Tabla 6. Comparación entre modelos de VRP y situación real de Emporio Alemán.	38
Tabla 7. Matriz de distancia (km), ruta 1 camión 1	44
Tabla 8. Matriz de costo ruta 1 camión 1	44
Tabla 9. Cálculo de ahorros	45
Tabla 10. Orden de ahorros.....	46
Tabla 11. Resumen de la no factibilidad de uniones.....	47
Tabla 12. Resultados Método de Clarke y Wright.....	50
Tabla 13. Matriz de tiempo (min) ruta 3 camión 3	52
Tabla 14. Matriz de distancia (km) ruta 3 camión 3	52
Tabla 15. Camión 3 ruta 3 desarrollo del vecino más cercano	53
Tabla 16. Resultados finales	54
Tabla 17. Planteamiento y aceptación de hipótesis.....	55
Tabla 18. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra.....	55
Tabla 19. Prueba de muestras relacionadas.....	56
Tabla 20. Estadísticos de muestras relacionadas.....	57
Tabla 21. Contraste entre metodología y real y metodología propuesta.....	59
Tabla 22. Variación del tiempo entre metodología real y propuesta	60
Tabla 23. Variación de distancia por métodos	60
Tabla 24. Variación de costo por métodos.....	61
Tabla 25. Variación de distancia por camión.....	61
Tabla 26. Variación de costo por camión.....	61

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1 Presentación del tema

En el estudio se plantea el funcionamiento de Emporio Alemán S.A. en sus operaciones de transporte y análisis de sus componentes relacionados, dentro de los cuales se encuentra, sistema de distribución, clientes, producto y demanda, periodo de atención al cliente, vehículos y costos. Esto con el fin de establecer los parámetros y variables a los que está sujeto sus operaciones de transporte. El establecimiento de esos elementos permite determinar el modelo de ruteo de vehículos que describe el problema de Emporio Alemán y el método a utilizar para la búsqueda de una solución óptima que minimice el costo de combustible.

Para lo citado anteriormente en el presente documento se muestra una detallada descripción de los diferentes modelos de los problemas de ruteo de vehículos, VRP (*Vehicle Routing Problem*), algunos de sus métodos de solución conocidos y los resultados obtenidos en el proceso de aplicación.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

El objetivo general es desarrollar dos heurísticas para el diseño de rutas, con restricciones de tiempo en la entrega, de la empresa Emporio Alemán, para optimizar el transporte minimizando su costo asociado al consumo de combustible.

1.2.2 Objetivos específicos

- Determinar la situación real de la empresa Emporio Alemán en el área de transporte, en términos de diseño de las rutas, estructura de distribución y costos asociados al combustible.
- Definir los parámetros, variables y restricciones que representan el problema transporte real de Emporio Alemán.
- Plantear dos modelos de VRP y dos métodos de solución para la empresa en estudio.
- Cuantificar monetariamente el resultado del problema solucionado con la metodología planteada.
- Comparar la situación real de la empresa con los resultados del problema solucionado.

1.3 Justificación del problema

Aunque el transporte carretero es uno de los transportes más importantes de los que existen, ya que además de su accesibilidad proporciona conectividad, también es una de las áreas que más costo genera al momento de pensar en almacenamiento y distribución por lo que muchas veces los esfuerzos se concentran en agregar valor a la carga, minimizando los tiempos de entrega de pedido y procurando un mejor servicio al cliente.

Castellanos (2009), menciona que la importancia de la logística radica en la entrega de un mejor servicio al cliente, esto mediante la realización del “mercadeo y transporte al menor costo”.

Según la encuesta estructural de servicios de transporte de carga realizada a 15.002 empresas chilenas por el INE¹, para el año 2010 el costo total de consumo y gastos por transporte alcanzó un 84,6% en relación al porcentaje total de ingresos operacionales, es decir, sólo un 15,4% de los ingresos son ganancias netas. Entonces, si el objetivo es entregar un buen servicio al cliente, cómo lograrlo cuando los costos asociados al transporte superan los costos de cualquier otra operación logística. La clave se encuentra en la optimización de los recursos, gestionando su operatividad de modo que se ejecuten de forma eficaz y eficiente al menor costo posible.

¹ Instituto Nacional de Estadísticas.

1.4 Delimitación del problema

1. El estudio geográfico de las rutas se desarrolló en gran parte de la octava región, y también en un menor porcentaje en la novena región.
2. Los elementos de estudio para la posterior comparación fueron distancia recorrida, velocidad predominante y costos de combustible.
3. El estudio se concentró en un periodo de una semana laboral normal, correspondiente a 6 días de trabajo.
4. De la flota total de trabajo se observó experimentalmente sólo tres vehículos.
5. La cartera de clientes con la que se identificaron las diferentes direcciones fueron los clientes consolidados para el primer cuatrimestre de 2015.

1.5 Metodología

En una primera instancia el estudiante planteó al Gerente de Ventas de Emporio Alemán la idea de resolver las rutas de los camiones previamente hechas, con un método de solución del problema de ruteo de vehículos. Luego de varias reuniones con el Gerente de Ventas se fijaron las características generales del sistema de transporte y los alcances del estudio, se llegó al acuerdo de limitar el estudio a tres de los camiones en un periodo de una semana laboral.

Para entender la operatividad del sistema de transporte se comenzó por analizar la estructura completa de la distribución, desde el momento que se hace el pedido hasta que se entrega al cliente. Así se pudo describir de forma precisa el problema de transporte, sus componentes, variables y restricciones.

Para conocer cómo se gestaron las rutas se requirió un rastreo exhaustivo de los tres camiones para cada día. Para esto la empresa le generó al estudiante un acceso total al sistema de posicionamiento satelital, GPS, de los camiones a través de la interfaz por internet de la empresa *XCOM*². Mediante este sistema se obtuvieron las distancias recorridas exactas, porcentajes de velocidad, puntos de detención con coordenada geográfica y tiempos de servicio.

Una vez obtenida la información, referida anteriormente, se ordenó en una base de datos que luego fue filtrada, con la dirección de los clientes, el propósito de esta tarea era conocer qué paradas correspondían verdaderamente a una visita de un cliente. Cada alto que un camión hizo en el trayecto superaba el tiempo de detención por un semáforo, lo que ayudó en la investigación, no así altos para cargar combustible, por congestión vehicular o detenciones fuera de rutas, altos que están totalmente fuera de la ruta acordada.

² Empresa de la ciudad de Concepción, Chile, que presta servicios de seguridad y soporte computacional. Ver www.xcom.cl/empresa.

A la empresa se le solicitó además el costo de transporte, correspondiente a un año, para lo cual el estudiante también tuvo acceso, esta vez por la plataforma de *Copec*³. De la base de datos se obtuvo el consumo de combustible (lt), rendimiento (km/lt), precio (\$/lt) y detenciones para cargar combustible, con respectiva fecha, hora y dirección.

El costo de combustible diario de la semana en estudio se obtuvo mediante la siguiente fórmula:

$$\text{Costo combustible (\$/día)} = \frac{\text{Distancia recorrida (km/día)} * \text{Costo combustible (\$/lt)}}{\text{Rendimiento (km/lt)}}$$

Luego que fueran establecidas todas las visitas a los clientes, se estimaron las distancias combinadas posibles entre la fábrica, estacionamiento y clientes, para cada ruta, por medio del programa *Google Earth*⁴. Con la velocidad y distancia, se calculó el tiempo de viaje para cada matriz de distancia que se generó.

Para plantear la propuesta de solución primero se debió establecer los tipos de VRP existentes, los que se compararon con la situación real de la empresa. Para llevar a cabo esta actividad se consultaron libros, tesis, artículos y revistas científicas. Finalmente dos tipos de VRP concordaron con las características del problema real, las que fueron resueltas con dos propuestas.

Después de resolver todas las rutas con los métodos planteados, se calcularon los costos de las nuevas rutas generadas por las propuestas.

Para establecer si existía diferencia entre los datos reales y los arrojados por las propuestas, se contrastaron ambos en una prueba de significancia estadística y se compararon los resultados finales cuantitativamente.

³ Plataforma de internet, en el cual se puede obtener el historial de consumo de combustible, específicamente a través de <http://cuponelectronico.copec.cl/default.aspx>.

⁴ Programa informático con un globo terráqueo virtual, que permite visualizar el espacio terrestre con imágenes satelitales.

CAPÍTULO II: DEFINICIÓN DEL SISTEMA

2.1 Historia Emporio Alemán

Emporio Alemán reconocido por sus clientes por la tradición en la preparación y calidad en sus productos comienza sus funciones en 1898 como almacén, en poco tiempo alcanza el éxito transformándose en uno de los almacenes más importante de la ciudad de Concepción, en 1974 por reglamentaciones sanitarias que prohibían en ese entonces la faena de cualquier animal en las zonas céntricas urbanas, la fábrica es trasladada a la comuna de Chiguayante donde actualmente sigue operando.

Después de pasar por cuatro administraciones, en la primera década del 2000, la familia decide retirarse de la administración, cambiando así su razón social, pasando de ser una empresa familiar de responsabilidad limitada a una de sociedad anónima.

2.2 Estructura del sistema de distribución

Previo a la operación misma de distribución se realizan tres actividades principales: Atención al cliente, ingreso de información de pedidos y respuesta de despacho, para luego dar lugar a la salida de rutas. En la figura 1, se establece el funcionamiento general del sistema de distribución.

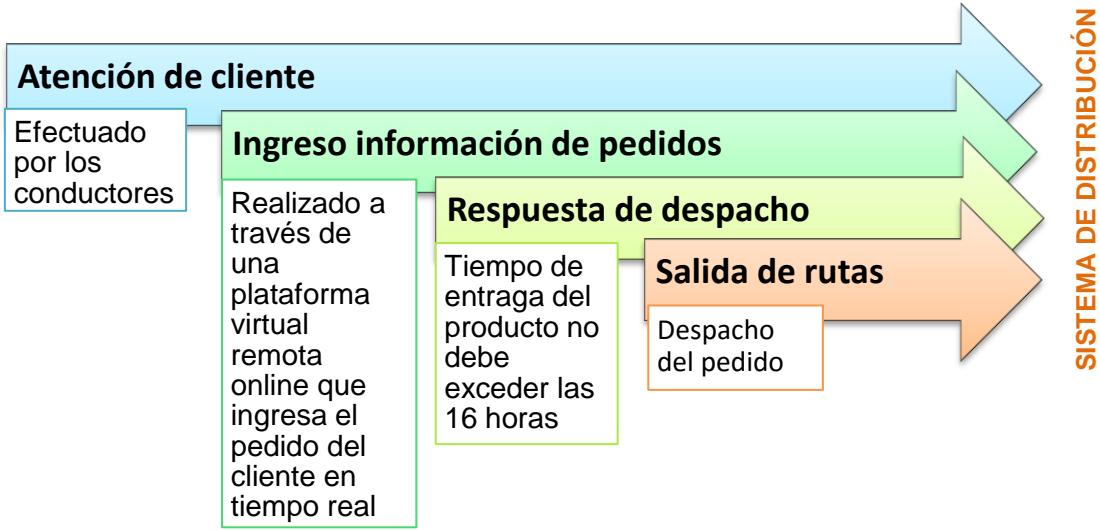
La red de distribución de Emporio Alemán abarca gran parte de la octava región, 20 localidades entre comunas y ciudades, y un muy pequeño porcentaje en la novena región, específicamente en la ciudad de Angol, ver figura 2. Las rutas para las diferentes localidades se repiten cada semana, la tabla 1 deja en evidencia los destinos que comúnmente son cubiertos durante la semana por cada camión.

El lugar de abastecimiento de los camiones es la misma fábrica, ya que en sus instalaciones cuenta con lugares de acopio de producto terminado, así camiones son despachados desde la misma fábrica y vuelven a ella en caso de ser necesario.

La fábrica y su estacionamiento ubicado en el centro de Concepción, son el punto de término de cada ruta, el estacionamiento de Concepción lo es excepcionalmente y preferencialmente la fábrica.

La figura 3 muestra un esquema de cómo se conforman las rutas para el caso donde la fábrica fuera el punto de inicio y retorno de cada una.

Figura 1. Sistema general de distribución



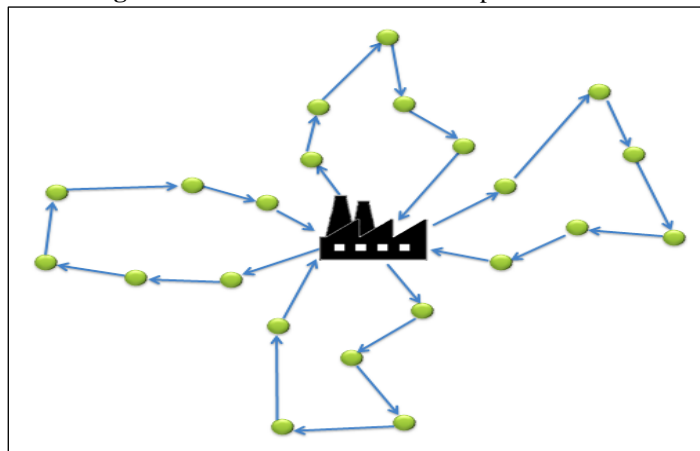
Fuente: Elaboración propia

Figura 2. Red de distribución de Emporio Alemán



Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Ruteo de vehículos de Emporio Alemán



Fuente: Elaboración propia

Tabla 1. Rutas diarias de los camiones. (*) Localidad que corresponde a comuna de Coelemu

	Periodo					
	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Lugares de distribución	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante
	Concepción	Concepción	Concepción	Concepción	Concepción	Concepción
	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante	Chiguayante
	Concepción	Concepción	San Pedro	San Pedro	Talcahuano	Concepción
	Hualpén	Hualpén	Chiguayante	Chiguayante	Concepción	Chiguayante
	Talcahuano	Chiguayante	Coronel	Coronel	Chiguayante	Los Ángeles
	Chiguayante	Concepción	Chiguayante	Chiguayante	Coronel	Yumbel
	Tomé	Penco	Angol	Florida	Chiguayante	Cabrero
	Penco	Tomé	Los Ángeles	Coelemu	Talcahuano	-
	Chiguayante	Chiguayante	Laja	(*)Huarilihue	Yumbel	-
	Florida	Chillán	-	Chillán	Cabrero	-
	Coelemu	Portezuelo	-	Portezuelo	-	-
	(*)Huarilihue	Ñipa	-	Ñipa	-	-
		Quillón	-	Quillón	-	-

Fuente: Elaboración propia

2.3 Clientes

Emporio alemán cuenta con cinco sucursales más un local propio, estos están ubicados en distintos puntos de la ciudad de Concepción, las cinco sucursales pagan franquicia por uso de la marca pero son tratados como un cliente más.

Todas las sucursales más el local propio se abastece por la fábrica. Además de las sucursales, Emporio Alemán abastece minimarkets, supermercados, restaurantes y Fuerzas Armadas, ubicados principalmente en la región del Biobío.

2.4 Producto y demanda

La gran mayoría de los productos de Emporio Alemán son derivados del cerdo, y en algunas preparaciones se utiliza carne de vacuno. La fábrica se abastece de mataderos de Chillán y Talca. Luego que el producto es elaborado, es almacenado, y listo para la venta.

Los productos son elaborados artesanalmente, velando por mantener la tradición y los estándares de calidad, lo que le ha dado el reconocimiento en la zona. Para mantener los estándares de calidad se trabaja bajo la norma HACCP⁵, y aunque no está certificada en esta norma se está implementando, pero es auditada semestralmente en BPM (Buenas Prácticas de Manufactura), por parte del servicio de salud, manteniendo buenas calificaciones, en promedio un 98%.

Emporio Alemán dentro de sus productos más destacados tiene cortes para chuletas, costillares preparados, longanizas, jamón, salame, arrollado, prietas, entre otros.

El proyecto no se enfoca en el área de las dimensiones de los productos ni cómo se organiza con la capacidad del camión, ya que no se consideran como variables de estudio, así como tampoco lo es el servicio al cliente en los distintos puntos de entrega.

⁵ Sigla en inglés de Análisis de Riesgos y de Puntos Críticos de Control" ("Hazard Analysis and Critical Control Points"). Es un sistema administrativo de control que protege la seguridad alimentaria.

2.5 Ventanas de tiempo

Para cada cliente que es abastecido por Emporio Alemán existe un periodo de tiempo en el que esto puede ocurrir, es decir, horarios en el que el cliente puede ser visitado. También existen tiempos de servicio y de viaje entre clientes. Los tipos de clientes se dividen en tres grupos principales supermercados, sucursales y minimarkets, los que corresponden a los grupos C1, C2 Y C3 respectivamente. Las ventanas de tiempos asociados a los supermercados y minimarkets se pueden apreciar en la tabla 2.

Tabla 2. Ventanas de tiempo de clientes

Tipo de clientes	Horario Inicio o primer periodo	Horario Término o último Periodo
C1	Hora de salida del camión desde la fábrica	12:00/14:00
C3	Durante horario laboral	

Fuente: Elaboración propia

2.6 Vehículos

Emporio alemán cuenta con una dotación de 6 camiones, una flota heterogénea, de los cuales 4 son propios. Los camiones en estudio son tres y sus características se dejan ver en la tabla 3.

La capacidad de carga no es una variable de preocupación para los camiones en estudio, ya que a la hora de cargar un camión tanto el volumen como el tonelaje de los pedidos no superan su capacidad.

Tabla 3. Características de los camiones

Camión	Volumen (m ³)	Capacidad de carga (Kg)	Consumo de combustible medio (km/lt)	Consumo de combustible medio (\$/km)
Camión 1	8	1660	6,8	80
Camión 2	3,7	850	10,1	76
Camión 3	8	1660	8,6	63

Fuente: Elaboración propia

2.7 Costos de transporte

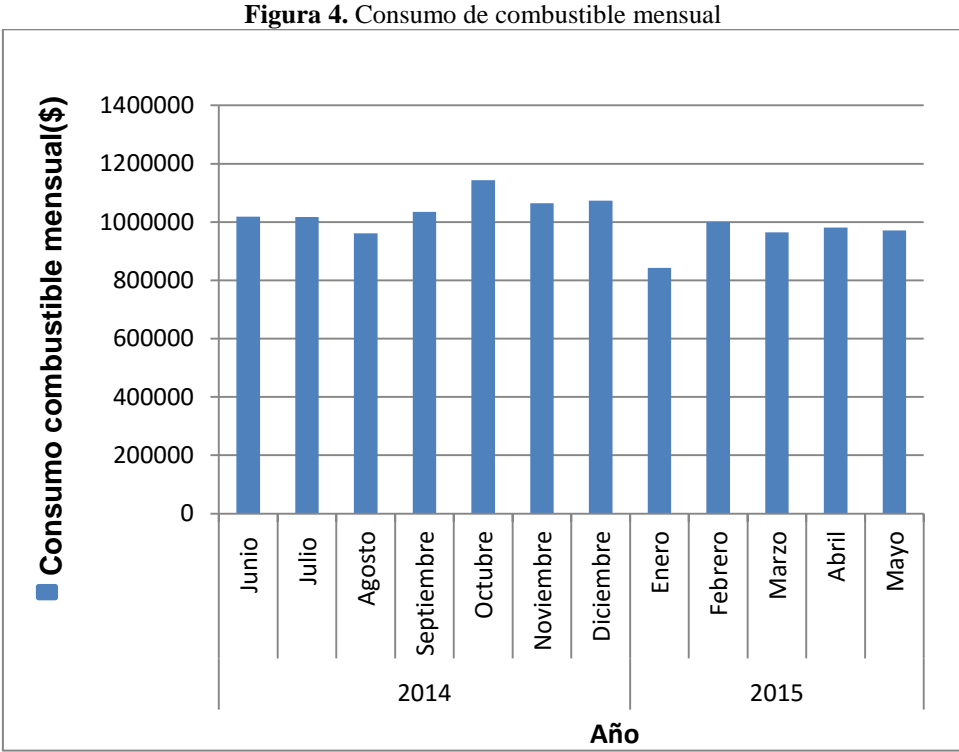
Los costos comunes asociados al transporte son costo de recurso humano, combustible y mantenimiento (mecánica y legal), pero aunque existen situaciones externas como la economía mundial que los alteran, finalmente cómo atacar los incrementos en los costos finales dependerá de los planes estratégicos de cada empresa.

Para el caso del proyecto se estudiaron 3 de los camiones propios de Emporio Alemán, de los cuales los costos que se consideraron sólo son los de combustible, se exceptuaron los costos de mantenimiento y de recurso humano, el primero por considerarlo irrelevante para el estudio y el último porque el costo de recurso humano es variable, es dependiente de las ventas.

Los promedios de consumo de combustible son afectados por el funcionamiento de los aparatos que mantienen la refrigeración dentro del camión, ya que el camión debe estar encendido para que la refrigeración pueda mantener la cadena de frío.

Como se mencionó, uno de los elementos que alteran los consumos finales de combustible son las variaciones en el precio. En la tabla 4, se muestra las variaciones de precios de los combustibles para los periodos de 2014 junio-diciembre y 2015 enero-mayo, para los camiones según los puntos donde cargaron combustible. Las localidades que más registran cargas de combustibles son Concepción, Chiguayante y Talcahuano respectivamente. Las variaciones para el periodo 2014 en Concepción alcanzó un 18% y para 2015 un 12%.

En la figura 4, se muestran los costos mensuales en conjunto de los tres camiones en un periodo anual, el peak de consumo se concentra entre los meses de septiembre y diciembre.



Fuente: Elaboración propia

Tabla 4. Variaciones precios de combustibles, periodo 2014 Junio-Diciembre, periodo 2015 Enero-Mayo

Localidad	2014									2015								
	Camión 1			Camión 2			Camión 3			Camión 1			Camión 2			Camión 3		
	Máx. (\$)	Mín. (\$)	Var	Máx. (\$)	Mín. (\$)	Var	Máx. (\$)	Mín. (\$)	Var	Máx. (\$)	Mín. (\$)	Var	Máx. (\$)	Mín. (\$)	Var	Máx. (\$)	Mín. (\$)	Var.
Chiguayante	701	582	17%	916	753	18%	690	665	4%	542	523	4%	795	698	12%	542	503	7%
Angol	-	-	-	935	935	0%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	572	572	0%
Concepción	704	582	17%	928	757	18%	711	582	18%	560	498	11%	775	681	12%	565	498	12%
Lota	-	-	-	907	907	0%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Penco	-	-	-	920	920	0%	698	502	28%	-	-	-	759	696	8%	-	-	-
San Pedro	-	-	-	917	901	2%	-	-	-	555	520	6%	751	708	6%	-	-	-
Talcahuano	639	639	0%	899	899	0%	691	691	0%	545	516	5%	-	-	-	-	-	-
Tomé	-	-	-	908	908	0%	690	548	21%	-	-	-	770	687	11%	549	548	0%
Cabrero	979	978	0%	-	-	-	694	656	5%	-	-	-	-	-	-	521	521	0%
Chillán	-	-	-	-	-	-	698	578	17%	-	-	-	-	-	-	551	497	10%
Chillán Viejo	-	-	-	-	-	-	692	692	0%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Coelemu	-	-	-	-	-	-	704	704	0%	-	-	-	-	-	-	514	514	0%
Florida	-	-	-	-	-	-	798	639	20%	-	-	-	-	-	-	553	539	3%
Laja	-	-	-	-	-	-	685	599	13%	-	-	-	-	-	-	554	502	9%
Los Ángeles	-	-	-	-	-	-	650	613	6%	-	-	-	682	682	0%	-	-	-
Villarrica	-	-	-	-	-	-	542	527	3%	-	-	-	-	-	-	542	527	3%
Nacimiento	-	-	-	-	-	-	654	654	0%	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Freire	-	-	-	-	-	-	514	514	0%	-	-	-	-	-	-	514	514	0%
Yumbel	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	528	528	0%

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

3.1 Problema de transporte con VRP

Debido al crecimiento del comercio local e internacional es que nace el problema de transporte, esto por la necesidad de disminuir los costos en el traslado de productos desde un lugar a otro dentro de las cadenas de abastecimiento. Como resultado a la disminución de costo se buscaron nuevas y mejores rutas y en otros casos se utilizó la optimización en la capacidad de traslado de los medios de transporte.

El problema de ruteo de vehículos (en inglés *vehicle routing problem* o VRP) es un importante componente en el problema de transporte, pues permite determinar las rutas óptimas en la distribución de mercancías para una cantidad definida de clientes dispersos espacialmente. El proceso de entrega se realiza permitiendo la minimización de costos.

El problema de VRP fue planteado por primera vez en 1954 (Ebensperger, 2009), en un ejemplo de problema de distribución relacionado con el combustible. Desde entonces muchos han sido los aportes a través de la literatura, los cuales han forjado una gran variedad de modelos de VRP, y con los problemas también surgieron las soluciones llamadas heurísticas, algoritmos heurísticos, que intentan entregar buenas soluciones pero difícilmente logrando soluciones óptimas.

Algunos ejemplos de VRP pueden ser el abastecimiento de productos para pequeños negocios, entrega de correspondencia, distribución u orden de mercancía en fábricas, estrategias militares, logística, ente otras.

Los diferentes modelos de problemas de ruteo de vehículos (VRP) que existen, se establecen y desarrollan a partir de las diferentes variables y necesidades que se quieran cubrir. El VRP también es conocido como el problema de ruta de vehículos con capacidad

limitada (CVRP o capacitated VRP) donde uno o más vehículos con capacidad limitada y permanente deben satisfacer la demanda de los clientes (Orrego, 2013).

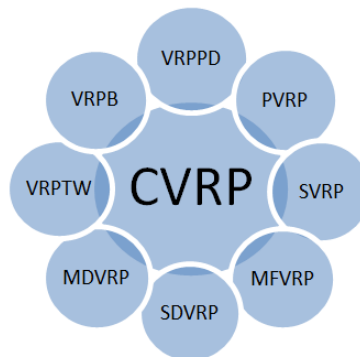
3.2 Tipos de VRP

Para el desarrollo de problemas de transporte se deben considerar tres elementos claves, clientes, depósitos (fuente) y vehículos. Dado una fuente que ofrece bienes y/o servicios, estos últimos deben ser entregados a una cantidad de clientes dispersos geográficamente a través de una flota de camiones.

El caso más conocido de VRP, es el problema del vendedor viajero (TSP), modelo que plantea la existencia de varios puntos, clientes, y un vehículo para abastecerlos a todos, esto se debe lograr cumpliendo con la restricción de que el vehículo debe visitar al cliente tan sólo una vez, utilizando la ruta más corta y al mínimo costo (Olivera, 2004). Para este caso se considera la existencia de un depósito (punto de inicio), al cual luego de cubrir a todos los clientes debe retornar.

A partir del TSP surgieron varios modelos presentados bajo diferentes dimensiones, tales como problema de capacidad de los vehículos (CVRP), problema con ventana de tiempo (VRPTW), problema con múltiples depósitos para vehículos (MDVRP), problema de transporte con flota heterogénea (FSMVRP), Problema de ruteo de vehículos con carga y descarga (PDVRP), problema de ruteo de vehículos estocástico (SVRP), entre otros. Observar figura 5.

Figura 5. Tipos de VRP



Fuente: Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos (González & González, 2006)

3.2.1 Problema de recogida y entrega (VRPPD)

Como su nombre lo menciona, en este problema el vehículo no sólo debe pasar a dejar la demanda del cliente, sino que además debe estar preparados para la posibilidad de que algún cliente quiera hacer alguna devolución, bajo esta posición la organización de los camiones es dificultosa ya que la capacidad de estos puede ser excedida en caso que las devoluciones sean demasiadas, o el caso contrario enviar un vehículo con una gran capacidad de carga que no sea aprovechada al máximo. Se desarrollan mediante vecino más cercano en algunos casos (Cepeda et al, 2013).

3.2.2 Problema estocástico (SVRP)

Las condiciones de este tipo de problema es que uno o más elementos que componen los problemas de transporte, como los clientes, demandas y tiempo pueden ser aleatorios (Medina et al, 2011). En el caso de que el tiempo sea aleatorio, el problema es denominado SVRPTW, es decir, problema estocástico de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (Adarme & Orjuela, 2015).

3.2.3 Problema de entrega dividida (SDVRP)

En este problema existe la opción en la que un mismo cliente, puede ser visitado más de una vez por distintos camiones, en otras palabras si el costo de abastecer un cliente se reduce al ser visitado por más de un vehículo entonces es justificable (Varela & Restrepo, 2008). Este tipo de condición se puede dar cuando la capacidad de un solo camión es sobrepasada por la demanda del cliente, y se necesita más de un camión para entregar todo el pedido (González & González, 2006).

3.2.4 Periodo VRP (PVRP)

En la planificación de este modelo las operaciones se realizan con un espacio de tiempo de np días, en esta etapa el cliente j tiene asociado una frecuencia $k(j)$ que mide la cantidad de veces que el cliente es visitado, con $1 \leq k(j) \leq np$ debe ser visitado (Méndez et al, 2009).

3.2.5 Problema de la capacidad limitada de vehículos (CVRP)

Para este problema se supone la participación de uno o más vehículos, en un sistema de distribución, donde la capacidad de los camiones es limitada, considerando esa restricción se tiene como objetivo abastecer en su totalidad la demanda de los clientes sin exceder la capacidad de cada vehículo (Orrego, 2013).

El CVRP, es una de las ramas que nace del problema con múltiples vendedores viajeros (Daza et al, 2009), puesto que cumple con las mismas básicas restricciones, de pasar por cada cliente tan sólo una vez, encontrando el mejor recorrido, abasteciendo a todos los clientes en el menor tiempo posible.

Cuando los camiones tienen diferente capacidad se les llama flota heterogénea y si su capacidad es igual se denomina flota homogénea. Para este último caso se establece que como parte de la solución se debe encontrar la cantidad mínima de camiones necesarios para cumplir con todos los pedidos, aprovechando al máximo la capacidad de cada uno.

3.2.6 Problema con múltiples depósitos para camiones (MDVRP)

Para muchas empresas una de las soluciones para disminuir costos de operaciones asociados al transporte es la localización de centros de distribución o almacenes en lugares estratégicos, con el fin de disminuir la distancia de retorno del camión al punto de abastecimiento.

En general se construye una familia de problemas de ruteos de vehículos, donde para cada depósito se asigna un número determinado de camiones, es decir, cada depósito cuenta con flota propia de vehículos. Los vehículos deben salir y llegar al mismo depósito (Franco & Nieto, 2012).

3.2.7 Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW)

El tiempo de entrega de los pedidos sufre variaciones por eventos que suelen ocurrir que están fuera del control que pueda tener el sistema, esas eventualidades pueden ser

accidentes o congestión en los caminos, que muchas veces retrasan los tiempos de llegada a cada lugar de entrega.

El problema con los retrasos se centra en que cada cliente debe ser atendido dentro de un horario acotado, $[e_i, l_i]$ $i = 1, \dots, n$, de esa forma aunque el camión pase a abastecer a un cliente, el camión nunca puede llegar después de la cota superior l_i , es decir, para que el servicio a cada cliente pueda efectuarse el momento de llegada al cliente debe ser menor o igual a la cota superior del intervalo de tiempo de servicio de dicho cliente. En caso de que el vehículo llegara al cliente antes de la cota inferior e_i , el camión tendrá que esperar (Pacheco, 2002).

El tiempo de llegada que cada cliente establece como tiempo de servicio para ser abastecido se denomina ventana de tiempo, lo que es una restricción al momento de la formulación del modelo VRPTW (Toth & Vigo, 2001).

3.2.8 Problema de transporte con flota heterogénea (MFVRP)

Para los problemas de transporte de este tipo los costos y sus capacidades varían para cada camión. La capacidad diferente en cada camión es lo que se denomina flota heterogénea, y al igual que en el TSP, se debe buscar el mejor recorrido pero ahora considerando la capacidad del camión (González & González, 2006), por ejemplo un camión que tenga mayor capacidad podrá realizar recorridos más largos, o bien satisfacer a clientes con mayor demanda esto evita la visita de más de un camión un mismo cliente (Orrego, 2013).

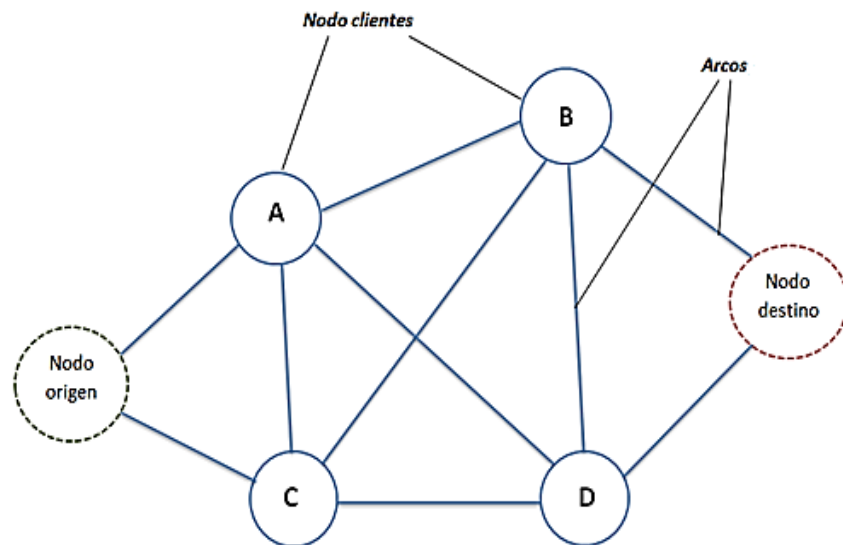
3.3 Formulación matemática para el VRP

El VRP es un problema de optimización combinatorial complejo, que se explica generalmente con el *problema del vendedor viajero o TSP*, donde un agente viajero atiende a sus clientes distribuidos geográficamente pasando por todas las ciudades sin repetir ninguna. Tomando en cuenta este escenario el funcionamiento del VRP se puede plantear de una manera simple como una distribución de productos, donde un número definido de camiones (K) (Vásquez, 2007) con las mismas características, igual capacidad, deberá

salir desde un depósito (B). Cada camión atenderá un grupo único asignado de clientes, es decir, un cliente no puede ser atendido por más de un camión y luego de atender a sus clientes cada camión retornará al depósito.

Para entender el planteamiento del VRP se debe tener claro que este establece la distribución de un producto, para el caso práctico el modelo se presenta en forma de una red de distribución, uniendo nodos por medio de arcos. Los arcos representan las trayectorias que pueden simbolizar rutas tales como aéreas, marítimas, ferroviarias, terrestres, ductos o ríos. Los nodos representan puntos localizados geográficamente. El nodo de origen se define como el punto de partida del sistema o fuente, puede ser un centro de distribución, una fábrica, almacén o bodega. El producto es distribuido a todos los nodo clientes hasta llegar al nodo destino, esto buscando la longitud más corta entre ambos nodos, pasando por todos los clientes sólo una vez, lo que se denomina modelo Hamiltoniano⁶. Ver figura 6.

Figura 6. Grafo de transporte, VRP



Fuente: Elaboración propia

⁶En un grafo G pasa por cada arista sólo una vez.

Los elementos que en general describen el VRP son el número de camiones (que en gran parte de los casos es un número fijo), cantidad de clientes, costos de combustible, tamaño del pedido, tiempo de viaje y capacidad del camión.

Los camiones van abasteciendo la demanda de cada cliente A_i , desde el cliente i con $i = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ hasta el cliente j con $j = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. El camino para llegar al cliente n_i es desde el nodo i hasta el nodo j . El trayecto desde un nodo a otro tiene un costo c_{ij} .

3.3.1 Formulación matemática del problema del agente viajero (TSP)

Como se mencionó en el punto 3.2.1 el problema del agente viajero se basa en un agente que debe visitar n ciudades, escogiendo la menor trayectoria posible. La fórmula matemática se puede plantear como:

Índices:

i : nodo de partida $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

j : nodo de llegada $j = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

Parámetros:

d_{ij} : distancia desde la ciudad i a la ciudad j

n : número de ciudades

VARIABLES:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si se llega de la ciudad } i \text{ a la ciudad } j \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

Modelo matemático:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}, \quad d_{ij} = \infty \quad \forall i = j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

$$x_{ij} = (0, 1) \quad (3)$$

El modelo anterior es el propuesto por Hamdy A. Taha (2004). Las variables x_{ij} que participan en las restricciones (1) y (2) muestran la actuación del arco (i, j) , es decir, señala si el arco es empleado en la solución. Las restricciones antes mencionadas aseguran que cada cliente sea visitado sólo una vez, asegurándose además de que cada cliente sea tratado como un nodo intermedio en la ruta (Olivera, 2004) y (Franco & Nieto, 2012), mientras tanto, por su parte la restricción (3) establece que la variable x_{ij} es binaria. Los índices parten desde cero donde cero corresponde al depósito.

3.3.2 Formulación matemática del problema de los múltiples agentes viajeros (*m-TSP*)

Al igual que el problema del agente viajero, el problema con múltiples agentes viajeros también opera con un depósito (Pradenas & Azocar 2005). El número de agentes (vehículos) es k con $k = \{1, 2, 3, \dots, K\}$ y el número total de rutas que se genera corresponde al número de vehículos, es decir, K rutas (Ocampo et al, 2014). Después de terminada la ruta el vehículo debe retornar al depósito. El problema se puede presentar matemáticamente a manera de:

Índice:

k : número de vehículos $k = 1,2,3,\dots,K$

Variables:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{si se utiliza un vehículo para cubrir el arco } (i, j) \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

Modelo matemático:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}, \quad d_{ij} = \infty \quad \forall i = j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 0,1,2,3,\dots,n \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 0,1,2,3,\dots,n \quad (2)$$

$$\sum_{1 \leq k \leq K} x_{ij}^k = x_{ij}; \quad \forall i, j \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = k \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = k \quad (5)$$

$$k \leq K \quad (6)$$

$$x_{ij} = (0,1); \quad x_{ij}^k = (0,1) \quad (7)$$

La función objetivo para el modelo de los múltiples agentes viajeros es la misma planteada para el modelo de TSP propuesto por Taha (2004) y el uso de las restricciones según lo planteado por González y González (2006) y Olivera (2004). La restricción (3.2) determina la obligatoriedad de asignación de un vehículo a una ruta si es que esta es realizada, en otras palabras, si la ruta es recorrida, y en caso contrario no asignar un vehículo. Las restricciones (4) y (5) disponen que la cantidad de vehículos utilizados es k y que tanto la partida y término de cada ruta es el depósito. La restricción (6) establece que el número de vehículos no puede sobrepasar el número máximo determinado de vehículos y por último la restricción (7) que indica que las variables son binarias.

3.3.3 Problema del vendedor viajero con ventanas de tiempo (TSPTW)

Es una extensión del problema del agente viajero, cada cliente debe ser visitado dentro de una ventana de tiempo el cual se define como $[a_i, b_i]$ $i = 1, \dots, n$. Los instantes a_i y b_i corresponden a el momento más temprano para atender a un cliente y el más tarde en el que se puede llegar, respectivamente (Daza et al, 2009). Cada cliente cuenta con un tiempo de servicio y costo por ser visitado.

El conjunto de clientes a visitar es V , el índice β_j es el tiempo de llegada, y β_i el tiempo en el que el cliente i es visitado.

Matemáticamente el TSPTW se puede formular como un modelo de minimización de costo, planteada por Pérez de Vargas B. (Pérez, 2015), como:

Modelo matemático:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i \in V \cup \{0\}} \sum_{j \in V \cup \{0\}} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j \in V \cup \{0\}, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \cup \{0\} \quad (1)$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{j \in V \cup \{0\}, j \neq i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \cup \{0\} \quad (2)$$

$$\alpha_i \geq \beta_i \leq b_i \quad \forall i \in V \cup \{0\} \quad (3)$$

$$\beta_j \geq \beta_i + c_{ij} - M(1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in V \cup \{0\}, j \neq 0 \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V \cup \{0\} \quad (5)$$

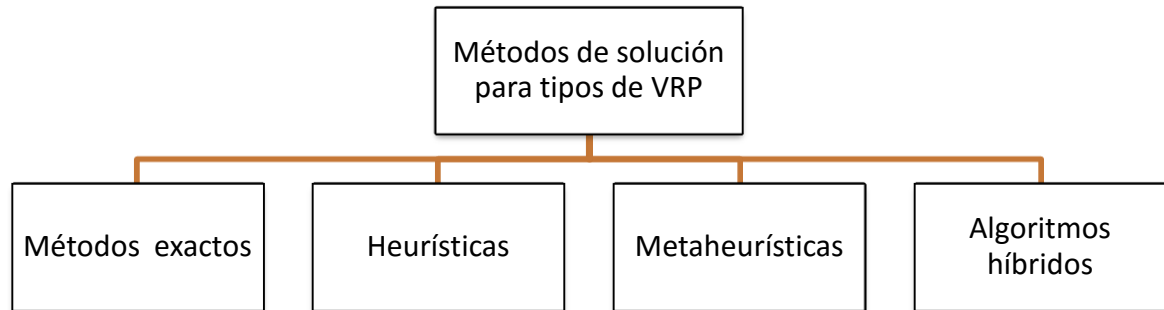
$$\beta_i \in \mathbb{R} \geq 0 \quad \forall i \in V \cup \{0\} \quad (6)$$

Las restricciones (1) y (2) se establecen para que los clientes sean visitados sólo una vez. La restricción (3) asegura que el tiempo de llegada a un cliente no sea menor que el tiempo de visita del cliente anterior inmediato, la restricción (4) garantiza que se cumpla la ventana de tiempo. Por último las restricciones (5) y (6) definen los conjuntos de pertenencia de las variables.

3.4 Métodos de solución para VRP

Los métodos de solución para VRP son procedimientos que permiten encontrar una solución a problemas que presentan complejidad al resolver, mientras más complicado sea el problema, es decir, mientras mayor sea el número de clientes a ser visitados, más difícil se torna entregar una solución óptima. La clave para una mejor solución en ese tipo de caso es la búsqueda de la perfección del algoritmo.

Figura 7. Diagrama clasificación de métodos de resolución de VRP



Fuente: Elaboración propia

3.4.1 Métodos exactos

Este tipo de método puede resolver problemas de tipo lineal (entera) o similares (Lüer et al, 2009). Las técnicas exactas siempre generan soluciones óptimas en problemas pequeños, pero no así para problemas de gran tamaño (Orrego, 2013).

Algunos ejemplos de algoritmo exacto para resolver el tipo de VRP con capacidad limitada son Branch-and-bound, Branch-and-cut, Branch-and-price, generación de columnas (Kumar & Panneerselvam, 2012), entre otros.

3.4.2 Heurísticas

Las heurísticas son algoritmos que ayudan a obtener buenas soluciones a la asignación de rutas a vehículos pero no arrojan el resultado óptimo en problemas más complejos.

Mientras algunos trabajos en la literatura establecen que las heurísticas (Kumar & Panneerselvam, 2012), se dividen en tres tipos, heurísticas de construcción, de mejora y Metaheurísticas, otros autores también agregan las técnicas de relajación (Lüer et al, 2009).

3.4.2.1 Heurísticas constructivas

Como su nombre lo indica la solución se va gestando a medida que se abarca el problema. Un ejemplo conocido es la heurística de ahorros donde se van probando las uniones con los nodos (i, j) , y se calcula el ahorro que deja el arco escogido como el método de Clarke y Wright (Daza et al, 2011).

3.4.2.1.1 Heurística de Clarke y Wright

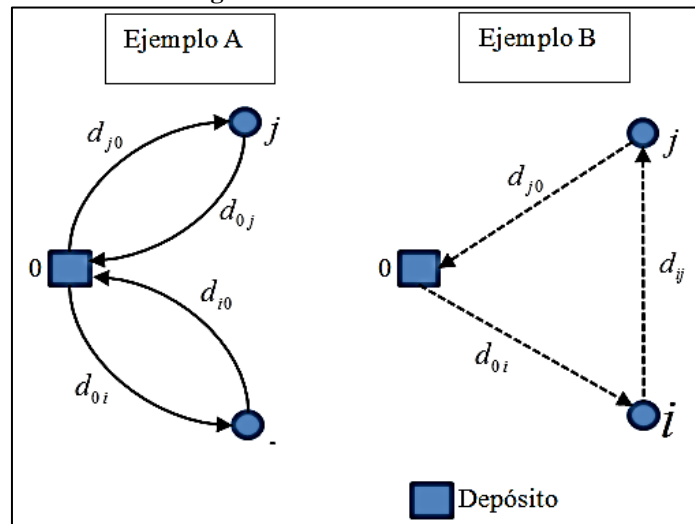
Este método más conocido como el método de los ahorros, tiene como objetivo minimizar la distancia total viajada y la el número de vehículos utilizados siempre y cuando no viole las restricciones del problema (Duarte, 2009), es utilizada comúnmente para resolver problemas de ruteo de vehículos con ciertas restricciones de capacidad, también para buscar rutas óptimas de viaje en aviones, donde hay restricciones de consumo de combustible, carga y cantidad de pasajeros.

La forma en que se desarrolla esta heurística es el siguiente, si suponemos que un vehículo cubre cada parada y que luego retorna al depósito, ver ejemplo A de la figura 8. El recorrido que el camión hace en esta etapa es la máxima distancia que experimentará. Luego se combinan las paradas en la misma ruta, ver ejemplo B de la figura 8, así se reducen el número de vehículos y el tiempo de viaje. Se calcula la distancia antes y después de la combinación, la diferencia entre estas es la distancia ahorrada. La función del ahorro es $S_{ij} = d_{i0} + d_{j0} - d_{ij}$ (Ballou, 2004).

Los pasos para conseguir la máxima expansión de la ruta son:

1. Calcular los ahorros $S_{ij} = d_{i0} + d_{j0} - d_{ij}$ para todos los pares de clientes i y j .
2. Ordenar de forma decreciente los ahorros.
3. Comenzando desde el principio de la lista ordenada de ahorros, efectuar los siguientes pasos:
4. Buscar el primer arco que sea factible, es decir, que cumpla con las restricciones del problema, y que pueda expandir a cualquier sentido la ruta.
5. Si la ruta no puede extenderse más, se debe terminar, y escoger el próximo nodo factible de la lista de nodos ordenados.
6. Se repiten los pasos 4 y 5 hasta que no queden más arcos por escoger.

Figura 8. Combinación de rutas



Fuente: Ballou (2004).

3.4.2.1.2 Heurística del vecino más cercano

Esta heurística constructiva, originalmente diseñada para la solución del TSP, entrega como solución la formación de sólo una ruta (Oliva, 2013). Al igual que otros algoritmos constructivos el vecino más cercano debe pasar por cada cliente sólo una vez. Los pasos a seguir de este algoritmo con restricciones de capacidad son:

Paso 1: Comenzar en cualquier nodo en forma aleatoria. Este nodo será el inicio de la ruta.

Paso 2: Incorporar el nodo más cercano al último nodo incluido en la ruta. Se agrega el nodo si respeta todas las restricciones impuestas.

Paso 3: Se repite el paso 2 hasta que todos los nodos estén incluidos en la ruta.

Las restricciones impuestas en los pasos anteriores son en su mayoría capacidad, pero también se pueden agregar otras como tiempo.

3.4.2.2 Heurística de mejora

Una vez solucionado el problema de VRP y hallada una solución factible se busca mejorar la solución, de esta forma se van formando nuevas rutas. Existen las de tipo intra-ruta y

extra-ruta, la primera mueve arcos dentro de la misma ruta y última lo hace combinando arcos de rutas diferentes.

3.4.2.3 Heurística de relajación

La técnica de relajación trabaja con problemas de programación lineal entera, y el método más conocido para resolver este tipo de problema es el método de Lagrange, donde un problema se descompone en varias restricciones de diferente complejidad. Las restricciones más difíciles se pasan a la función objetivo, esto se logra multiplicando las restricciones por una constante. Así se encuentran las cotas del problema sin relajar, ayudando a que se pueda resolver de forma más rápida.

3.5 Metaheurísticas

Las metaheurísticas son heurísticas para el desarrollo de problemas de tipo combinatorial complejos entregando una mejor solución que una heurística común. No existe una justificación sustentable de la creación de las metaheurísticas pues son creadas experimentalmente y con los buenos resultados que obtienen es que se justifica su creación (Muñoz, 2007).

3.5.1 Algoritmos genéticos

Estos fueron formados a partir de la teoría Darwiniana, las investigaciones acerca de las herencias de Mendel y las hipótesis de germinal de Weismann (Soto et al, 2009).

Los algoritmos genéticos se dividen en tres etapas: selección, cruce y mutación. Primero se seleccionan los mejores individuos para dar solución al problema, luego se mezcla la información genética de estos individuos escogidos para dar origen a individuos con mayores capacidades para resolver el problema y por último aleatoriamente se cambia la información genética de uno de los individuos para que tenga mayor habilidad para resolver los problemas.

3.5.2 Algoritmo de colonia de hormigas

Según estudios las hormigas tienen una capacidad natural de siempre encontrar el camino más corto entre el hormiguero y el alimento. Esta búsqueda del camino más corto lo hacen a través de una sustancia llamada feromona.

El algoritmo de colonia de hormigas está compuesto por tres elementos importantes, las hormigas, la feromona y la probabilidad de selección de un camino (Soto et al, 2009).

Las hormigas son los medios de transporte, las que realizan la ruta. La feromona son las marcas, las distintas rutas que trazan las hormigas. La probabilidad de elección, en cada iteración las hormigas pueden cambiar su elección de ruta (Soto et al, 2009).

3.5.3 Búsqueda de vecindarios variables

Parte desde una solución inicial que se va extendiendo cada vez a vecindarios más apartados para buscar mejores soluciones, en el caso que se encontrará una mejor solución en un vecindario entonces la búsqueda comienza otra vez desde ese punto.

3.5.4 Búsqueda tabú

Se busca una solución en torno a la actual con la intención de buscar una mejor, es decir, una que mejore la situación de la función objetivo. Las nuevas soluciones que se van encontrando se van almacenando. Son las llamadas soluciones tabú.

3.6 Algoritmos híbridos

Son combinaciones de algoritmos, se escoge lo mejor de cada algoritmo y se forma uno nuevo. Se mezclan heurísticas, metaheurísticas y métodos exactos. Algunos ejemplos de estos algoritmos son la combinación del recocido simulado con búsqueda tabú, algoritmos genéticos con procedimientos de búsqueda local y métodos exactos con algoritmos genéticos (Lüer et al, 2009).

CAPÍTULO V: DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DEL PROBLEMA

4.1 Descripción del problema

Tradicionalmente las empresas distribuidoras trabajan con vendedores y conductores, y donde el ciclo de entrega del producto y/o servicio se divide en tres operaciones principales, proceso de venta, almacenaje o inventario y transporte del producto. Los vendedores por su parte buscan nuevos clientes y realizan sus pedidos y los conductores completan la venta entregando los productos. Si bien el proceso de cobro puede ser realizado tanto por el vendedor, el conductor, o pago directo por el cliente, es la empresa quien decide el método de cancelación.

Para el caso de Emporio Alemán los conductores además de cumplir con las labores propias del transporte también son vendedores, efectuando en cada ruta cuatro actividades: cobranza, atención de venta, entrega de pedido y búsqueda de nuevos clientes, y aunque se cumplen las planificaciones de las actividades de cobranza, venta y entrega de pedido, la búsqueda de clientes es determinada muchas veces por decisiones intuitivas en el tiempo mismo que se está realizando la ruta, provocando que la ruta se gaste de forma aleatoria. Ver figura 9.

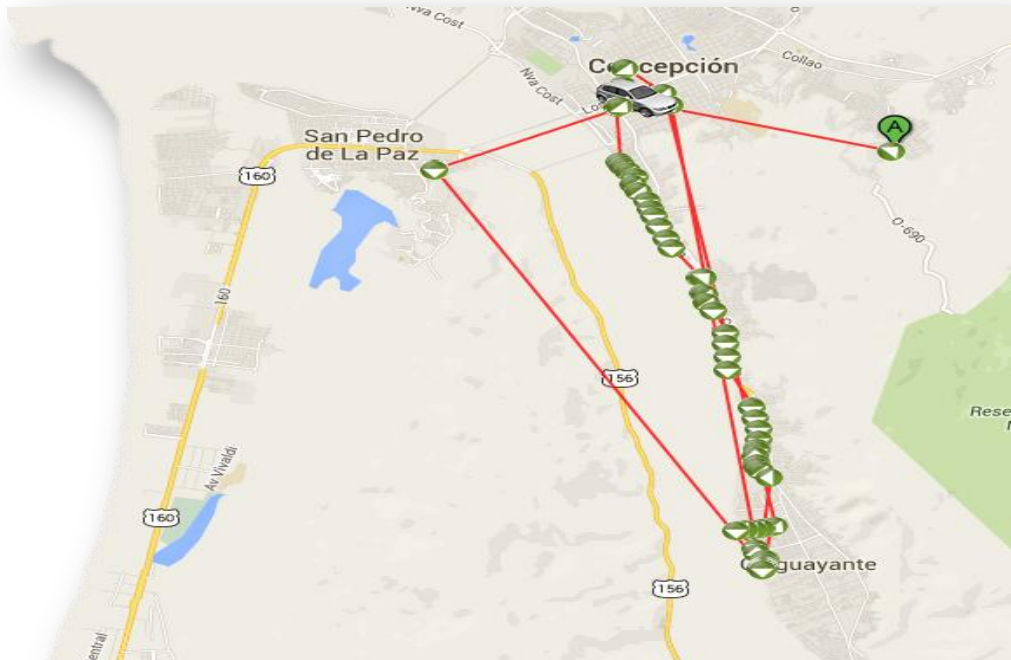
Comúnmente los planes de enrutamiento para los vehículos se realiza a través de programas computacionales de forma diaria, en el que se ingresan al final de cada día todos los clientes que se deban abastecer al día siguiente, luego según la localización de los clientes, se delimitan los sectores y se diseñan las rutas pero para Emporio Alemán las rutas son diseñadas a mano por los mismos conductores, haciendo uso de su experiencia y conocimiento de los clientes en los tiempos de demora en entrega del pedido, tiempo del servicio, tiempo de término del servicio, y sus respectivas ventanas de tiempo.

Después de terminada cada ruta los camiones tienen dos puntos de retorno, la Fábrica o un estacionamiento ubicado en pleno centro de Concepción, el retorno se hace

preferentemente a la Fábrica y eventualmente en el estacionamiento. De esta manera el punto de inicio de recorrido diario de cada camión dependerá de donde haya quedado estacionado el día anterior.

Gran parte de la cartera de clientes está consolidada con los pedidos y recepción de los productos, es decir, existen clientes que tienen un día fijo a la semana para hacer sus pedidos y otro para recibirlo. Un cambio en esta estructura puede ocasionar que el cliente no pueda realizar su compra o no ser abastecido, como lo sería el caso de un restaurante.

Figura 9. Recorrido en tiempo real de camión de Emporio Alemán



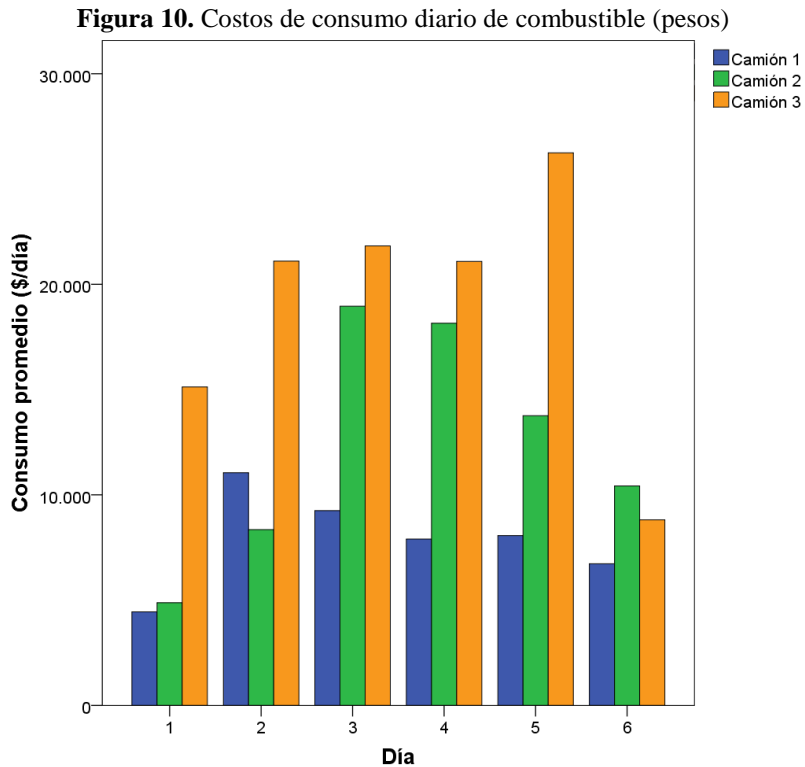
Fuente: Sistema de localización satelital GPS, <http://plataforma.xcom.cl>

4.5 Manejo y componentes de la situación real

4.5.1 Costo combustible

Los costos de transporte mensuales en promedio para los tres camiones en estudio, en miles de pesos, se pueden apreciar en el gráfico ilustrado en la figura 4, según datos proporcionados por la misma empresa. El costo promedio mensual del último año para los tres camiones supera el millón de pesos. Debido a que las rutas no han sido diseñadas bajo un sistema de programación que asegure un resultado factible óptimo, algún cambio en ellas como lo puede ser una metodología que ayude a disminuir las distancias, encontrando mejores rutas podría verse reflejado en la disminución de costos.

En la figura 10, se muestra el costo diario de combustible para cada camión, cómo se realizaron los cálculos del costo se puede ver en la metodología⁷.



Fuente: Elaboración propia

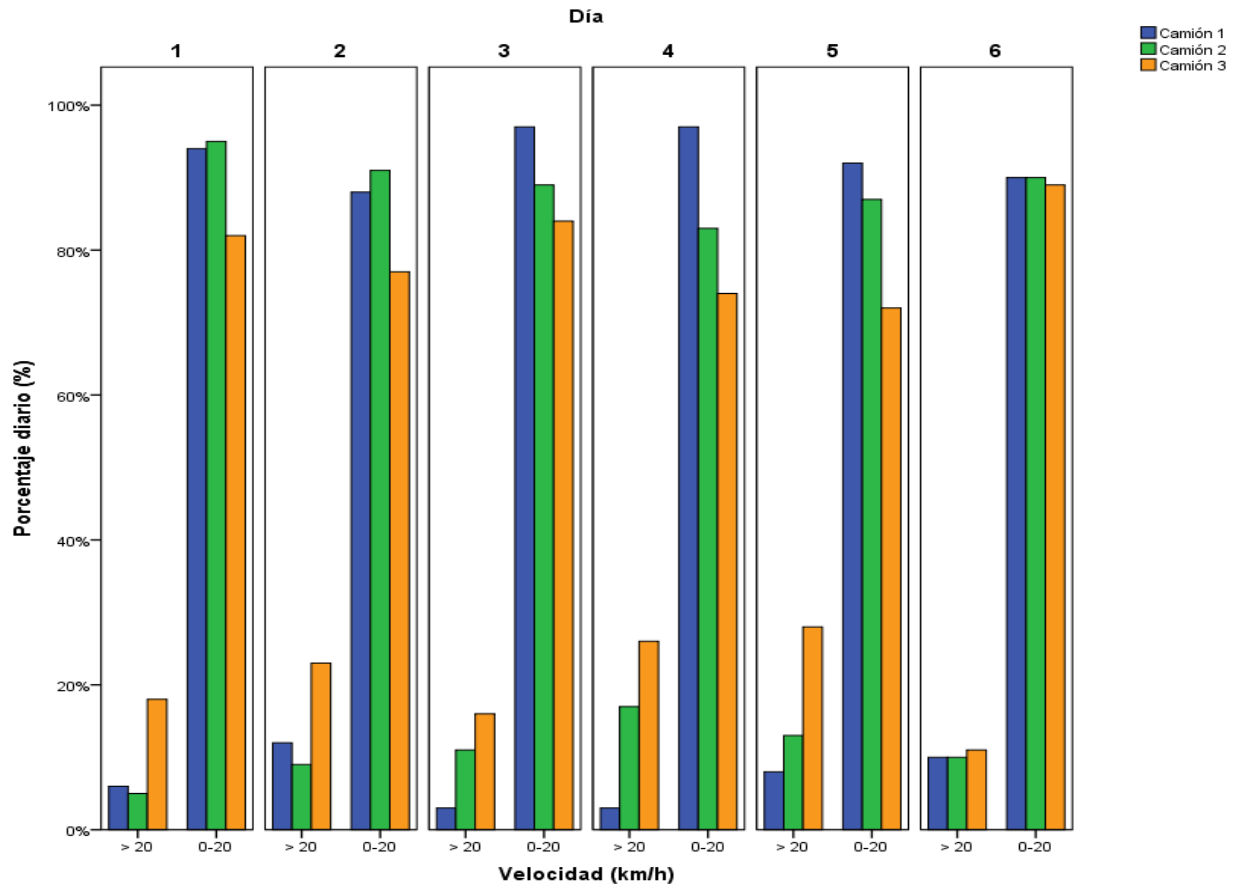
⁷ Véase página 15.

4.5.2 Velocidad

En los registros de velocidades desde la plataforma del sistema de localización satelital, todos los camiones presentaron que más del 79% de su tiempo conducido lo hacían entre 0–20km/h. La tendencia para los camiones 1 y 2 fue que a lo menos el 80% del tiempo conducido fue a una velocidad de entre 0–20km/h y para el camión 3 en promedio un 79,83% del tiempo de conducción a la misma velocidad, ver gráfico 11.

Velocidad promedio:
$$\Delta v = \frac{v_i - v_f}{2} \quad (1) \quad \Delta v = \frac{20 \frac{km}{h} - 0 \frac{km}{h}}{2} = 10 \frac{km}{h}$$

Figura 11. Velocidades camiones periodo de estudio



Fuente: Elaboración propia, según datos obtenidos por sistema GPS

4.5.3 Distancia Recorrida

Para el sistema se estudió la distancia recorrida, cuya información se obtuvo del sistema satelital. Para cada día se obtuvo la cantidad totales de kilometros recorridos. Tomando el precio promedio por litro de combustible para la semana y considerando el rendimiento de los camiones, que se establecio en el punto 2.6 se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5. Distancia real recorrida camiones

Día	Camión 1 (km)	Camión 2 (km)	Camión 3 (km)
1	55,519	64,169	240,069
2	138,11	109,84	334,899
3	115,61	249,48	346,45
4	98,77	238,869	334,72
5	100,769	181,029	416,559
6	84,09	137,169	139,879
Distancia total (km)	2.438,5	3.985,1	6.825,3

Fuente: Elaboración propia

4.2 Comparación del problema en estudio y modelos de VRP

Dado los diez modelos de VRP planteados en el capítulo 3, se estableció un método de comparación donde además participa la situación real de Emporio Alemán. La comparación se realizó para evidenciar la estructura, características y tipología, del problema. Ver tabla 6.

Para la comparación se utilizaron 10 parámetros, los que se describen como:

- i. Capacidad de carga: Capacidad de los camiones en tonelaje y volumen, puede ser restringida o ilimitada, si es restringida entonces la capacidad de carga es menor a la demanda de los clientes.
- ii. Cantidad de depósitos: El número de depósitos con los que cuenta la red de distribución puede ser uno o múltiples depósitos.

- iii. Demanda clientes: Cantidad de producto demandado ya sea en peso o volumen. Para cada caso la cantidad puede ser restringida, constante o variable. Cuando la demanda es restringida entonces la cantidad dependerá de la oferta. Cuando las cantidades demandadas se repiten se considera constante y para el caso que sea variable, la cantidad demandada puede cambiar.
- iv. Planificación de carga: Periodo de tiempo, ya sean días o semanas, que de forma anticipada se planifica la carga de producto en los camiones.
- v. Devoluciones: En las mismas rutas se presenta una logística inversa de retorno de los productos vendidos.
- vi. Variables estocásticas: Elementos que pueden suceder con una cierta probabilidad. Como lo puede ser la asignación de camiones a una ruta de forma estocástica.
- vii. Flota heterogénea: Este ítem significa que todos los camiones de la flota son diferentes, distinta capacidad y/o rendimiento.
- viii. Flota homogénea: Para este caso todos los camiones cuentan con las mismas características.
- ix. Ventanas de tiempo: Antes de realizar una ruta se debe tener en cuenta que cada cliente tiene un momento determinado en el cual debe ser atendido.
- x. Ciclo hamiltoniano: Referido a que cada camión pasa por un mismo cliente sólo una vez.

Tabla 6. Comparación entre modelos de VRP y situación real de Emporio Alemán. (*)EA hace referencia a Emporio Alemán

Variable/ Tipos de VRP	CVRP	MDVRP	PVRP	SDVRP	SVRP	VRPPD	MFVRP	VRPTW	TSP	m-TSP	TSPTW	*EA
Capacidad de carga	Limitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Ilimitada	Limitada
Cantidad de depósitos	uno	Múltiple	Uno	Uno	Uno	Uno	Uno	Uno	Uno	Uno	Uno	Uno
Demanda clientes	Constante	Restringir	Variable	Restringir	Restringir	Restringir	Restringir	Restringir	Restringir	Restringir	Restringir	Constante
Planificación de operaciones	No existe	Existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe
Variables estocásticas	Ignorar	Ignorar	Ignorar	Ignorar	No ignorar	Ignorar	Ignorar	Ignorar	Ignorar	Ignorar	Ignorar	Ignorar
Devoluciones	No existe	No existe	No existe	No existe	Existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	No existe	Ignorar
Flota homogénea o heterogénea	Diferente capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Igual capacidad	Diferente capacidad
Ventanas de tiempo	No	No	No	No	No	No	No	Si	No	No	Si	Si

Fuente: Elaboración propia

4.3 Supuestos y limitaciones

Para el problema de transporte en estudio se deben considerar ciertos supuestos, restricciones y parámetros que se mencionan a continuación:

- a) Las velocidades predominantes mientras se ejecutan las rutas varían de 0 a 20km/h y el promedio es de 10km/h, inquirir un promedio como parámetro se alejaría demasiado de la situación real a la hora de determinar los tiempos de viaje, por lo que se establece para términos de cálculos la máxima velocidad predominante, es decir, 20 km/h esto para los sectores urbanos, y para los recorridos en carreteras se toman las velocidades predominantes continuas. Ver anexo 6.
- b) Aunque se mencionó en la tabla 6 la capacidad de los camiones en estudio es limitada y diferente, para el caso de simplificación del problema se considerará una flota homogénea.
- c) Las actividades que realizan los conductores son cuatro como se describió en el punto 4.1, de las cuales la búsqueda de nuevos clientes genera una ruta con desplazamiento aleatorio. Para evitar posibles desvíos se considerará sólo las otras tres actividades, es decir, cobranza, atención de venta, entrega de pedido, y se trabajará sólo con los puntos fijos o nodo clientes que se generan.
- d) Todas las semanas se establecen las mismas rutas salvo por las desviaciones que se mencionan en el punto anterior, así para el estudio sólo se considera el análisis de una semana laboral, es decir rutas de lunes a sábado. Ver tabla 1.
- e) Aunque las devoluciones pueden existir, esto sucede en un porcentaje menor, por lo que se considera una variable despreciable para el estudio.
- f) Los clientes del grupo C3 pueden ser atendidos durante todo el día, por lo que la ventana de tiempo para estos casos son suaves.

4.4 Restricciones e indicadores

Aunque muchas son las variables que participan en la situación real de Emporio Alemán finalmente no todas provocan o afectan tanto el sistema como las siguientes restricciones:

- Tiempo de servicios

Periodo de tiempo total en el que el cliente es atendido. Aquí también se encuentra el tiempo de descarga.

- Ventanas de tiempo

Las ventanas de tiempo representan el periodo de tiempo en el que puede ser atendido el cliente.

- Distancia total

La distancia resultante de las propuestas no debe exceder la distancia recorrida.

Los indicadores que dan indicios de mejoras y que permitirán comparar los resultados de las diferentes propuestas son:

- Costo de transporte

Costo asociado a cada ruta por camión.

- Distancia recorrida

Distancia total recorrida después de completada la ruta.

- Tiempo laboral

Tiempo que demora la ruta en concretarse, visitando todos los clientes.

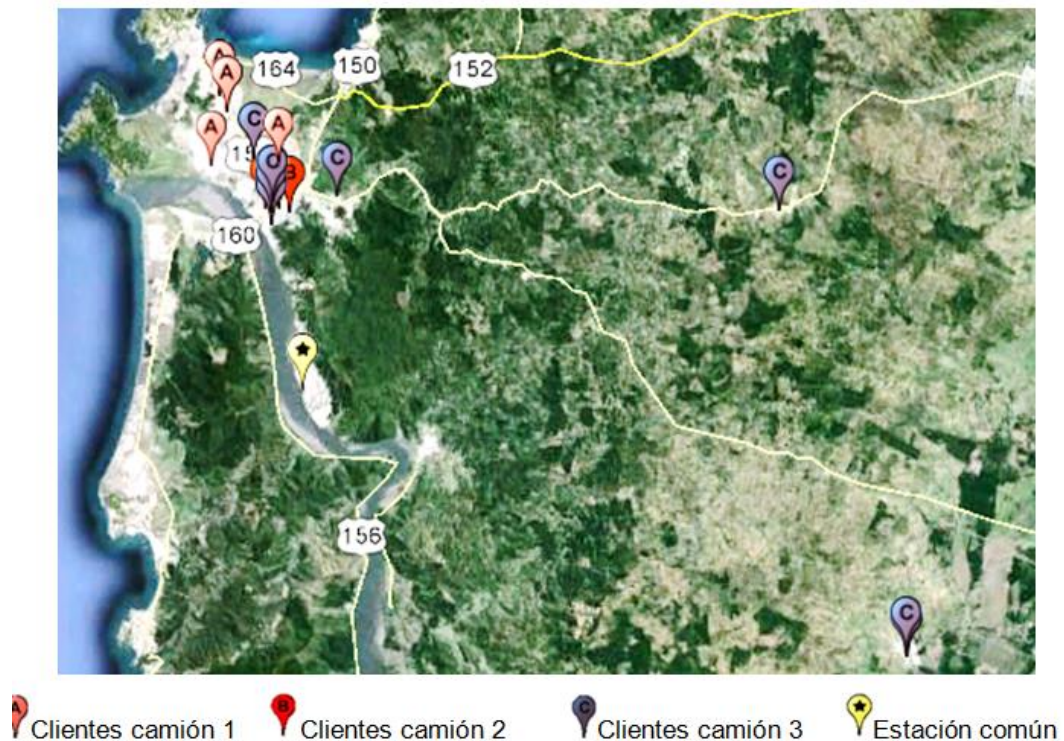
CAPÍTULO V: DESARROLLO Y CONSTRUCCIÓN DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

5.1 Seguimiento y localización de clientes

Para calcular la distancia entre clientes para la flota de camiones se utilizó *Google Earth*⁸, herramienta que permite ubicar puntos en el espacio y medir distancias. La ubicación de cada cliente se hizo mediante coordenadas fijas de latitud y longitud.

En total fueron 192 localizaciones espaciales, y dos localizaciones en común, un par de paradas para todos los camiones, la Fábrica y el estacionamiento.

Figura 12. Localización de clientes por Google Earth



Fuente: Google Earth

⁸ Véase referencia 9 página 15.

5.2 Clasificación de rutas y métodos de solución

Para cada día de estudio de los camiones se obtuvieron un total de 18 rutas. Luego para el desarrollo del problema y bajo los parámetros de los supuestos y restricciones planteados, la solución se definió en dos casos generales:

- *Tipo 1*: búsqueda de mejores rutas con tipos de clientes C3, un problema de tipo *TSP*.
- *Tipo 2*: La solución de *TSPTW* con los tres tipos de clientes, C1, C2 y C3.

Para el caso *tipo 1* mencionado, los clientes tienen ventanas de tiempo suaves, ya que pueden ser atendidos en cualquier momento, es decir, mientras dure la jornada laboral. Para el caso *tipo 2* algunas ventanas de tiempos son duras y no pueden ser quebrantadas.

Debido a que las distancias de ida y retorno desde dos puntos fijos en el plano son diferentes, las matrices de distancias son asimétricas.

Para los casos de tipo 1 se resolverán mediante la propuesta planteada en el capítulo 3, heurística de Clarke y Wright, más conocida como el método de los ahorros.

Como ejemplo prototipo se tiene la primera ruta del camión 1, la cual es del *tipo 1*, la tabla 7 es la matriz de distancia y la tabla 8 es la matriz de costo. Para todas las matrices los nodos 0 y 1, son el estacionamiento y la Fábrica respectivamente.

5.2.1 Propuesta para TSP: Método de Clarke y Wright

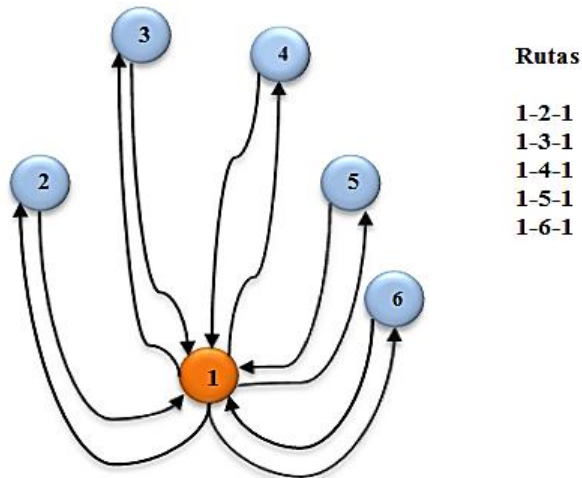
Para este caso existen dos criterios generales como solución, el primero es generando nuevas rutas alternativas a partir de las que tienen mayor ahorro y la segunda es buscar todas las posibles rutas que se pueden generar. Para el caso piloto, este se desarrolló mediante el primer método.

Para conocer los costos por viaje se utilizó la siguiente formula:

$$\text{Costo viaje (\$)} = \frac{\text{Distancia recorrida (km)} * \text{Costo combustible (\$/lt)}}{\text{Rendimiento (km/lt)}}$$

Al inicio se comienza con la distancia desde el origen, la Fábrica, a cada uno de los nodos de demanda, diferentes puntos de la región, ver figura 13, formando rutas individuales para cada cliente. Partiendo de estas rutas se incorporan los nodos restantes con mayor ahorro, se termina el proceso una vez que la ruta ha alcanzado su máxima expansión.

Figura 13. Iteración cero



Fuente: Elaboración propia

El costo por kilómetro recorrido del camión 1 es \$80, según su rendimiento mostrado en la tabla 3, a partir de estos datos y de la matriz de distancia, se obtiene la matriz de costo, tabla 8.

Tabla 7. Matriz de distancia (km) ruta 1 camión 1

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6
0	0	14,4	7,6	10,3	10	4,4	1
1	14,6	0	18,8	24,3	24	20,2	14,9
2	7,7	18,9	0	6,9	6,7	8,5	6,4
3	9	23,2	5	0	1,4	7	8,4
4	9,6	23,9	6,2	1,4	0	7,6	9
5	5,3	21	8,3	7,1	7,5	0	3,6
6	1	15,7	7,6	9,1	9,5	3,9	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Matriz de costo ruta 1 camión 1

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1152	608	824	800	352	80
1	1168	0	1504	1944	1920	1616	1192
2	616	1512	0	552	536	680	512
3	720	1856	400	0	112	560	672
4	768	1912	496	112	0	608	720
5	424	1680	664	568	600	0	288
6	80	1256	608	728	760	312	0

Fuente: Elaboración propia

A través de la fórmula $S_{ij} = d_{i0} + d_{j0} - d_{ij}$, se calcularon los ahorros de los pares de rutas para luego ordenarlos de mayor a menor. Ver tabla 9 y 10 respectivamente.

Tabla 9. Cálculo de ahorros

Pares de rutas	Costo	Nueva ruta	Costo	Ahorro S_{ij}
(1,2,1)(1,3,1)	6816	(1,2,3,1)	3912	2904
(1,2,1)(1,4,1)	6848	(1,2,4,1)	3952	2896
(1,2,1)(1,5,1)	6312	(1,2,5,1)	3864	2448
(1,2,1)(1,6,1)	5464	(1,2,6,1)	3272	2192
(1,3,1)(1,4,1)	7632	(1,3,4,1)	3968	3664
(1,3,1)(1,5,1)	7096	(1,3,5,1)	4184	2912
(1,3,1)(1,6,1)	6248	(1,3,6,1)	3872	2376
(1,4,1)(1,5,1)	7128	(1,4,5,1)	4208	2920
(1,4,1)(1,6,1)	6280	(1,4,6,1)	3896	2384
(1,5,1)(1,6,1)	5744	(1,5,6,1)	3160	2584
(1,3,1)(1,2,1)	6816	(1,3,2,1)	3856	2960
(1,4,1)(1,2,1)	6848	(1,4,2,1)	3928	2920
(1,5,1)(1,2,1)	6312	(1,5,2,1)	3792	2520
(1,6,1)(1,2,1)	5464	(1,6,2,1)	3312	2152
(1,4,1)(1,3,1)	7632	(1,4,3,1)	3888	3744
(1,5,1)(1,3,1)	7096	(1,5,3,1)	4040	3056
(1,6,1)(1,3,1)	6248	(1,6,3,1)	3776	2472
(1,5,1)(1,4,1)	7128	(1,5,4,1)	4128	3000
(1,6,1)(1,4,1)	6280	(1,6,4,1)	3864	2416
(1,6,1)(1,5,1)	5744	(1,6,5,1)	3184	2560

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10. Orden de ahorros

Ruta	Ahorro
(1,4,3,1)	3744
(1,3,4,1)	3664
(1,5,3,1)	3056
(1,5,4,1)	3000
(1,3,2,1)	2960
(1,4,5,1)	2920
(1,4,2,1)	2920
(1,3,5,1)	2912
(1,2,3,1)	2904
(1,2,4,1)	2896
(1,5,6,1)	2584
(1,6,5,1)	2560
(1,5,2,1)	2520
(1,6,3,1)	2472
(1,2,5,1)	2448
(1,6,4,1)	2416
(1,4,6,1)	2384
(1,3,6,1)	2376
(1,2,6,1)	2192
(1,6,2,1)	2152

Fuente: Elaboración propia

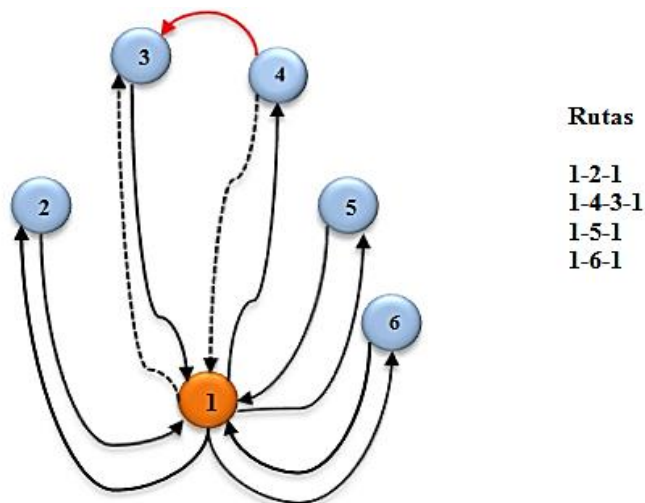
De la serie anterior ordenada, tabla 10, tomamos la ruta con el mayor ahorro, (1-4-3-1) con un ahorro de \$3.744, con lo que las uniones 4-1 y 1-3 deben ser eliminadas, ver figura 14.

Tabla 11. Resumen de la no factibilidad de uniones

Unión	Iteración	Descripción de la no factibilidad
3,4	2	La unión inversa fue utilizada en la iteración 2 con un ahorro mayor
5,3	3	El nodo 3 ya tiene una unión de llegada desde nodo 4, en la ruta (1-5-4-3-1), además tiene un menor ahorro que la ruta actual.
4,5	6	Esta unión fue utilizada en una unión anterior, en la iteración 3, además tiene un ahorro menor a la de la unión inversa, es decir, (5,4).
4,2	7	El nodo 4 es utilizado en una unión anterior, en la primera iteración.
3,5	8	El nodo 3 es utilizado en una unión previa.
2,3	9	La unión inversa fue utilizada en la cuarta iteración.
2,4	10	El nodo 4 fue utilizado en una iteración anterior.
5,6	11	El nodo 5 ya tiene una unión de salida al nodo 4.
5,2 y demás nodos	-	Todas estas uniones quedan fuera, porque la ruta alcanzó su máxima extensión.

Fuente: Elaboración propia

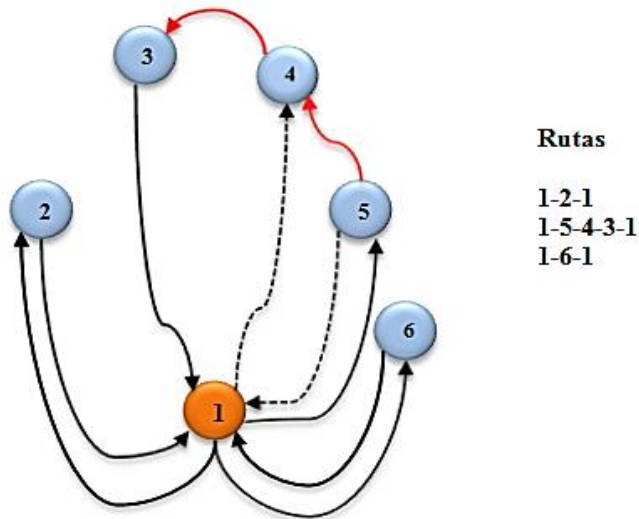
Figura 14. Primera iteración



Fuente: Elaboración propia

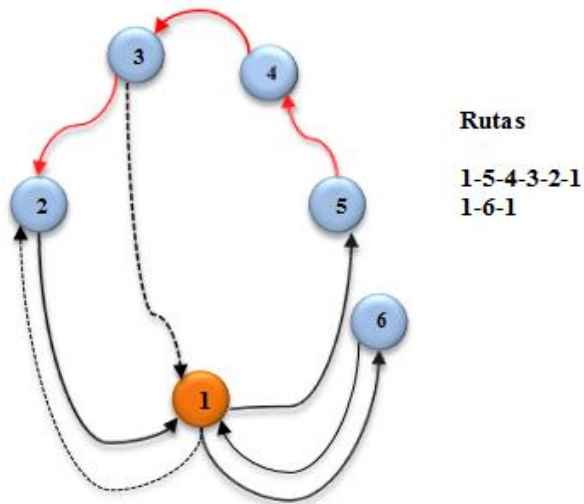
Una vez que se fusiona la unión 5-4, en la cuarta iteración, con un ahorro de \$3.000, se eliminan las uniones 1-4 y 5-1 y la ruta final formada para este nivel es (1-5-4-3-1). Ver figura 15.

Figura 15. Cuarta iteración



Fuente: Elaboración propia

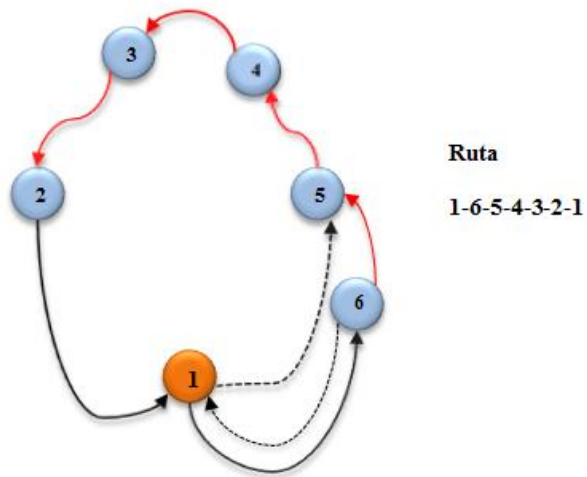
Figura 16. Quinta iteración



Fuente: Elaboración propia

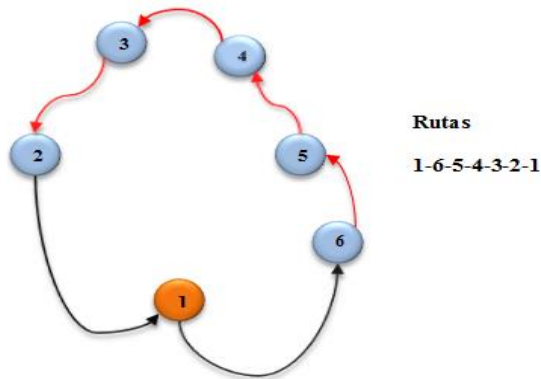
En la quinta iteración, figura 16, la nueva unión que se establece es 3-2, formando la ruta (1-5-4-3-2-1), para esta extensión el costo es de \$4.220, y la suma de los ahorros es \$9.704. La siguiente conexión factible en la es la iteración 11, figura 17, con el enlace 6-5, la expansión final de la ruta es (1-6-5-4-3-2-1), con un costo total de \$4.128 y un ahorro de \$12.264. La ramificación final de la ruta se observa en la figura 18.

Figura 17. Onceava Iteración



Fuente: Elaboración propia

Figura 18. Ruta Final



Fuente: Elaboración propia

Cuatro son las rutas del *tipo 1*, que fueron desarrolladas por el método de Clarke y Wright, el ejemplo prototipo, rutas 1 y 3 del camión 2, y por último ruta 4 hecha por el camión 3. Los resultados finales obtenidos se muestran en la tabla 12, y el desarrollo en el anexo 4.

Tabla 12. Resultados Método de Clarke y Wright

Camión	Ruta	Costo ruta (\$)	Ahorro (\$)	Distancia Total (km)	Ruta final generada
1	1	4128	12264	51,6	1-6-5-4-3-2-1
2	1	3120	8287,8	41,05	1-2-4-6-5-3-1
2	3	12396	29815	163,1	1-8-2-3-4-5-6-7-1
3	4	20588,4	57689,1	326,8	1-8-7-6-5-4-2-3-1

Fuente: Elaboración propia

5.3.2 Propuesta para TSPTW: Método del vecino más cercano

Para el caso piloto de esta propuesta se tiene la ruta 3 del camión 3, este es un problema del tipo 2, las restricciones son las ventanas de tiempo (ver tabla 2), tiempos de servicio (anexo 3), y distancia (anexo 1).

Para respetar las ventanas de tiempo duras se incorporó un ítem de evaluación en las iteraciones, *tiempo acumulado*, este contempla el tiempo de viaje a partir del nodo de inicio, la fábrica, hasta el último nodo visitado con los respectivos tiempos de servicio de cada nodo asistido en el trayecto.

El *tiempo acumulado* no puede exceder el instante b_i , máximo periodo en el que puede llegar el camión a los clientes C2 y C1. Las ventanas de tiempo para los demás clientes son ignoradas.

El instante a_i en las ventanas de tiempo es, para todos los casos de tipo 2 al inicio, la hora más prematura a la que el camión puede salir de la fábrica.

El método del vecino más cercano se ejecuta bajo dos pasos generales:

- El nodo de partida para la primera iteración es la fábrica, nodo 1, y para cada nueva iteración el nuevo nodo origen que entra es el nodo que sale en la iteración anterior, el cual tiene menor distancia acumulada, es decir, trayecto desde el nodo de partida

hasta el último nodo escogido. Todos los nodos, excepto nodo 0, se consideran nodos adyacentes.

- Cuando los clientes C1 Y C2 son escogidos bajo los criterios de la mínima distancia pero su *tiempo acumulado* supera el momento b_i , entonces se retorna a la iteración donde el tiempo acumulado más el tiempo de viaje, desde el nuevo nodo de partida (nodo de la iteración interrumpida) hasta el cliente, sea menor o igual al instante b_i de los clientes citados.

En el caso piloto existen 8 clientes, donde los clientes 3 y 4 son del tipo C1, el máximo *tiempo acumulado* tolerable es de 450 minutos, partiendo desde la salida del nodo 1. En la primera iteración entra nodo 1, los nodos desde el 2 hasta el 8 son adyacentes, quien tiene menor distancia acumulada es el nodo 9, por lo tanto es quien entra en la segunda iteración. El paso de elección del nodo más cercano se repite hasta que la ruta alcanza su máxima extensión.

Los nodos 3 y 4 fueron escogidos prioritariamente bajo la condición de cumplir con la distancia mínima más cercana, pues para las iteraciones en los que entraron 8 y 5 respectivamente, no superaron el instante b_i el minuto 450.

Finalmente la ruta obtenida es 1-9-8-7-4-5-6-3-2 con una distancia total de 198,95 km. La ruta debe terminar otra vez en el nodo 1 o nodo 0, por lo que se debe agregar nuevamente el nodo 1 y 0 a la combinación anterior, de esa forma las nuevas distancias obtenidas quedan como se muestra en la tabla 15.

En el punto 4.3 las velocidades de viaje se clasificaron en dos categorías, velocidades en de recorrido en lugares urbanos y en carreteras. A partir de las velocidades y de las distancias se obtuvieron los tiempos de viajes:

$$\text{Tiempo de viaje(h)} = \frac{\text{Distancia recorrida(km)}}{\text{Velocidad(km/h)}}$$

Luego de calcular el tiempo en horas se realizó la conversión a minutos, el resultado se muestra en la tabla13.

Tabla 13. Matriz de tiempo (min) ruta 3 camión 3

A_{ij}	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
A1	0	123	125	128	126	125	127	126	80,1
A2	124	0	12,9	23,4	18,3	14,4	53,2	52,7	42,2
A3	125	12	0	13,8	14,7	5,1	43,8	43,2	44,3
A4	128	22,5	9,3	0	5,1	9,6	41,8	41,3	51,2
A5	127	18,3	15	7,2	0	10,5	43,1	42,5	46
A6	129	17,7	8,7	10,2	9,6	0	42,8	42,2	45,9
A7	119	53,1	42,2	41,2	42,6	42,5	0	0,47	38,5
A8	119	53,2	42,3	41,4	42,6	42,6	0,47	0	38,6
A9	80,9	42,6	44,5	51,1	46,1	45	39,1	38,5	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14. Matriz de distancia (km) ruta 3 camión 3

A_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	143	146	149	147	146	148	147	93,4
2	144	0	4,3	7,8	6,1	4,8	62	61,4	49,2
3	146	4	0	4,6	4,9	1,7	51	50,3	51,6
4	149	7,5	3,1	0	1,7	3,2	48,7	48,1	59,7
5	148	6,1	5	2,4	0	3,5	50,2	49,5	53,6
6	150	5,9	2,9	3,4	3,2	0	49,9	49,2	53,5
7	139	61,9	49,2	48	49,6	49,5	0	0,55	44,9
8	139	62	49,3	48,2	49,7	49,6	0,55	0	45
9	94,3	49,7	51,9	59,6	53,7	52,5	45,6	44,9	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 15. Camión 3 ruta 3 desarrollo del vecino más cercano

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior (Km)	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	9	93,4	93,4	86,1372
2	9	8	44,9	138,3	129,6614
3	8	7	0,55	138,85	140,1333
4	7	4	48	186,85	234,3173
5	4	5	1,7	188,55	251,4173
6	5	6	3,5	192,05	267,9173
7	6	3	2,9	194,95	294,6173
8	3	2	4	198,95	321,6173
9	2	1	144	342,95	445,1693
10	2	0	123	321,95	427,1513

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO VI: ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS

6.1 Análisis de datos

Los desarrollos de todas las rutas con las dos propuestas se pueden observar en los anexos 4 y 5, heurística de Clarke y Wright y el algoritmo del vecino más cercano respectivamente. El resumen de los resultados de ambos métodos se observan en la tabla 16. La “distancia real” y el “costo real” son las cantidades que arrojaron las verdaderas rutas hechas por los vehículos, y la “distancia esperada” y el “costo esperado”, son las cantidades resultantes de las propuestas.

Tabla 16. Resultados finales

Método	Ruta	Camión	Distancia esperada (km)	Distancia real (km)	Costo esperado (\$)	Costo real (\$)
Vecino más cercano	2	1	92,94	138,11	7.435,2	1.1048,8
	3	1	72,15	115,61	5.772	9.248,8
	4	1	69,95	98,77	5.596	7.901,6
	5	1	59,44	100,769	4.755,2	8.061,5
	6	1	72,25	84,09	5.780	6.727,2
	2	2	42,75	109,84	3.249	8.347,8
	4	2	186,45	238,869	14.170,2	1.8154
	5	2	112,1	181,029	8.519,6	13.758,2
	6	2	116,58	137,169	8.860,08	10.424,8
	1	3	198,5	240,069	12.505,5	15.124,3
	2	3	301,25	334,899	18.978,75	21.098,6
	3	3	342,95	346,45	21.605,85	21.826,4
	5	3	374,4	416,559	23.587,2	26.243,2
	6	3	106,8	139,879	6.728,4	8.812,4
Clarke y Wright	1	1	51,6	55,519	4.128	4.441,5
	1	2	41,05	64,169	3.119,8	4.876,8
	3	2	163,1	249,48	12.395,6	18.960,5
	4	3	326,8	334,72	20.588,4	21.087,4

Fuente: Elaboración propia

6.1.1 Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov

Para entender de forma clara esta parte del capítulo se recomienda ver anexo 7.

En base a los resultados aplicados a cada grupo a partir de las propuestas de *vecino más cercano* y *Clarke y Wright* se aplicó un análisis estadístico mediante el software IBM SPSS Statistics 20. Primero, se determinó realizar un análisis paramétrico o uno no paramétrico, por lo cual se realizó la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov para saber si existía una distribución normal en las variables del estudio.

Tabla 17. Planteamiento y aceptación de hipótesis

Variable	H ₀	H ₁	Valor P	α	Decisión
Distancia esperada	La muestra tiene distribución normal	Muestra no tiene distribución normal	0,283	0,05	Se acepta H ₀
Distancia real	La muestra tiene distribución normal	Muestra no tiene distribución normal	0,326	0,05	Se acepta H ₀
Costo esperado	La muestra tiene distribución normal	Muestra no tiene distribución normal	,445	0,05	Se acepta H ₀
Costo real	La muestra tiene distribución normal	Muestra no tiene distribución normal	,616	0,05	Se acepta H ₀

Fuente: Elaboración propia

El análisis determinó que existía una distribución normal para cada variable del estudio ($p > 0.05$). Ver tabla 18.

Tabla 18. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Distancia esperada	Distancia real	Costo esperado	Costo real
N		18	18	18	18
Parámetros normales ^{a,b}	Media	151,67	188,17	10431,94	13119,11
	Desviación típica	111,853	110,474	6725,023	6614,683
Diferencias más extremas	Absoluta	0,233	0,224	0,204	0,178
	Positiva	0,233	0,224	0,204	0,178
	Negativa	-0,161	-0,13	-0,138	-0,11
Z de Kolmogorov-Smirnov		0,988	0,951	0,863	0,757
Sig. asintót. (bilateral)		0,283	0,326	0,445	0,616

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Fuente: Elaboración propia

6.1.2 Prueba *t* de Student para muestras relacionadas

Ya que todas las muestras obtuvieron una distribución normal, se aplicó la prueba *t* de Student para muestras relacionadas, contrastando los grupos “Distancia real – Distancia esperada” y “Costo real – Costo esperado”. Las hipótesis nulas y alternativas para la prueba *t* de Student para las distancias y los costos son:

$H_{0(a)}$: Los grupos “Distancia real” y “Distancia esperada” son estadísticamente iguales (no existen diferencias significativas).

$H_{1(a)}$: Los grupos “Distancia real” y “Distancia esperada” no son estadísticamente iguales (existen diferencias significativas).

$H_{0(b)}$: Los grupos “Costo real” y “Costo esperado” son estadísticamente iguales (no existen diferencias significativas).

$H_{1(b)}$: Los grupos “Costo real” y “Costo esperado” no son estadísticamente iguales (existen diferencias significativas).

Ya que la prueba *t* de Student para muestras relacionadas del estudio arrojó un valor $p < 0.05$, para ambos casos de estudio (“Distancia real – Distancia esperada” y “Costo real – Costo esperado”), se rechazan las hipótesis nulas de igualdad de medias entre grupos, para ambos casos, por lo que se aceptan las hipótesis alternativas del estudio ($H_{1(a)}$ y $H_{1(b)}$) que afirman que existen diferencias significativas para ambos casos. Ver tabla 19.

Tabla 19. Prueba de muestras relacionadas

	Diferencias relacionadas						t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia					
				Inferior	Superior				
Par 1 Distancia real - Distancia esperada	36,500	23,086	5,441	25,020	47,980	6,708	17	,000	
Par 2 Costo real - Costo esperado	2687,167	1772,311	417,738	1805,817	3568,516	6,433	17	,000	

Fuente: Elaboración propia

6.2 Evaluación de resultados

Los resultados parciales para los estadísticos descriptivos arrojaron para cada variable una cantidad de 18 datos, encontrando diferencias entre las medias de “Distancia real” (188,17 km) y “Distancia esperada” (151,67 km), al igual que para “Costo real” (\$13.119,11) y “Costo esperado” (\$10.431,94) Ver tabla 20.

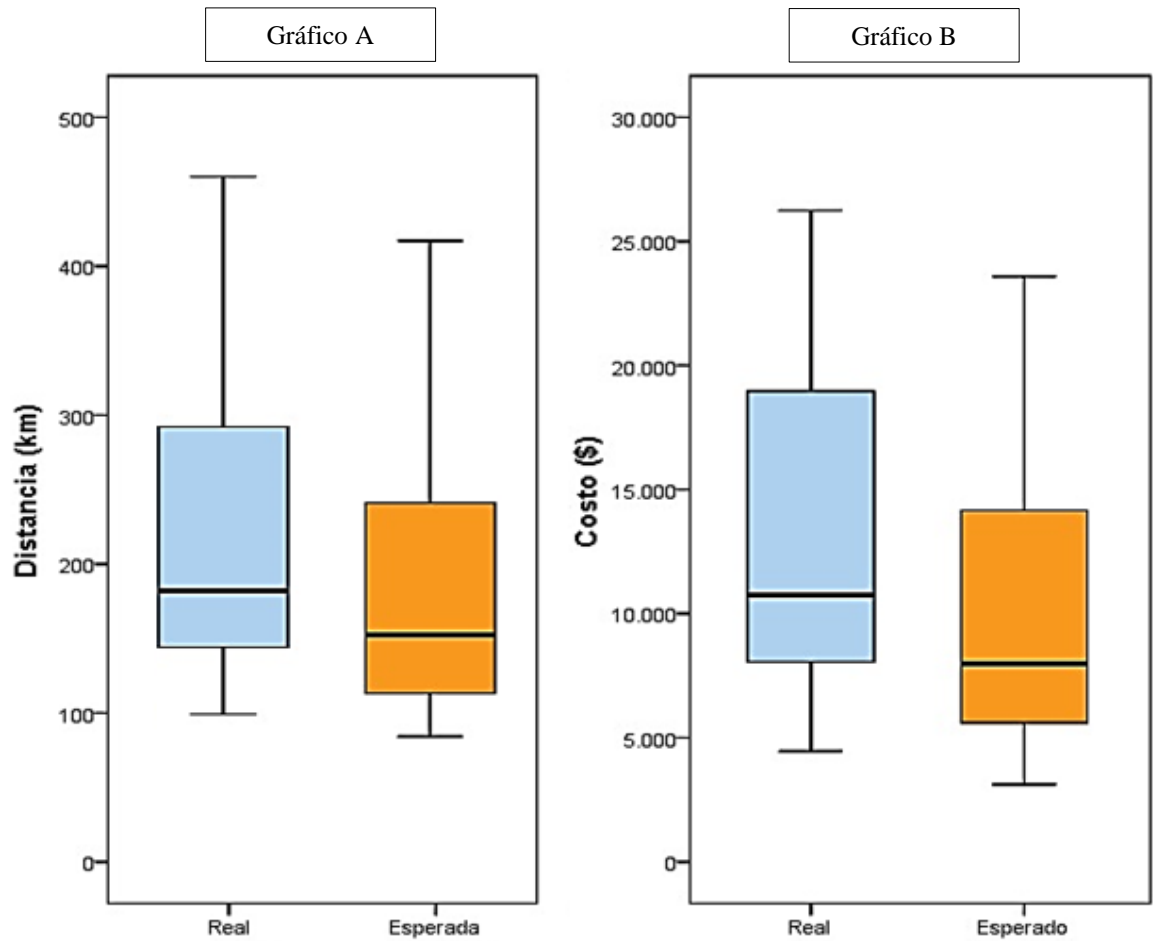
Tabla 20. Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	Distancia real (km)	188,17	18	110,474	26,039
	Distancia esperada (km)	151,67	18	111,853	26,364
Par 2	Costo real (\$)	13.119,11	18	6.614,683	1.559,096
	Costo esperado (\$)	10.431,94	18	6.725,023	1.585,103

Fuente: Elaboración propia

La figura 19 muestra dos gráficos de caja y bigotes, correspondiente a distancias y costos. Para el gráfico A la caja celeste es la distancia obtenida del problema real y la caja naranja es la distancia obtenida de las propuestas, se puede observar que los valores máximos y mínimos de los bigotes de la caja naranja son menores que los de la caja celeste, es decir, las distancias máximas y mínimas obtenidas de las propuestas son menores a las distancias máximas y mínimas del problema real. Para el gráfico B la situación es similar pero esta vez con los costos, los costos máximos y mínimos obtenidos de las propuestas son menores que los costos máximos y mínimos reales. Las medias también presentan diferencias, ya que la distancia real supera a la esperada exactamente en un 19% (36,5 km), y respecto al costo, el real supera en un 20% (\$2.687) al esperado.

Figura 19. Gráficos de caja y bigotes de distancia y costo, real y esperada



Fuente: Elaboración propia

6.3 Comparación de resultados

Ya que los métodos del vecino más cercano y de Clarke y Wright se utilizaron para desarrollar dos tipos de problemas con diferentes restricciones, no se compararon entre sí, pero en los análisis estadísticos se encontraron evidencias significativas de existencia de diferencia entre los variables distancia y costo.

Tabla 21. Contraste entre metodología y real y metodología propuesta

Variable	Metodología real	Metodología propuesta
Paradas	Durante todo el proceso de seguimiento se identificaron 297 paradas	Se identificaron 222 paradas de las cuales 18 fueron en la fábrica y 18 en el estacionamiento.
Distancia total	La distancia total recorrida real fue de 3.386 km	La distancia total recorrida por la propuesta fue de 2.731,06 km
Costos	El costo total en combustible fue de \$236.143 pesos	El costo total con la propuesta fue de \$187.774 pesos
Velocidad	Varía por diversas razones. Ver anexo 6	Varía por dos razones, conducción en zonas urbanas y en caminos de alta velocidad. Ver tabla 22
Horario laboral	El horario mínimo y máximo entre los tres camiones fue de 10:34 a 12:55 y 5:58 a 19:27 (horas), respectivamente	El horario mínimo y máximo entre los tres camiones fue de 10:34 a 14:06 y 5:42 a 21:30 (horas), respectivamente
% de efectividad	Se cumplen el 100% de las entregas	Se cumplen el 100% de las entregas

Fuente: Elaboración propia

La información que se puede obtener de la tabla anterior es:

- Restringiendo el número de visitas a cada cliente en sólo una y las visitas en lugares fuera de ruta, se disminuyó la cantidad de paradas en un 25%.
- La distancia total recorrida disminuyó un 19% y se realiza con un 100% de efectividad, cumpliendo con todas las entregas.
- Junto con la disminución de distancia disminuyeron los costos, los cuales se redujeron un 20% con la nueva metodología.
- Aunque la velocidad varía para ambos casos, sin embargo para la metodología propuesta lo hizo en menor escala, lo que influyó en algunos casos, en horarios laborales más extensos. Ver tabla 22.

Tabla 22. Variación del tiempo entre metodología real y propuesta

Ruta	Camión 1			Camión 2			Camión 3		
	Tiempo Real (min)	Tiempo Propuesta (min)	Var. (%)	Tiempo Real (min)	Tiempo Propuesta (min)	Var. (%)	Tiempo Real (min)	Tiempo Propuesta (min)	Var. (%)
1	141	191,8	-36%	721	288,15	60%	565	368,66	35%
2	663	426,82	36%	584	281,25	52%	584	414,061	29%
3	749	285,45	62%	752	489,3	35%	610	445,16	27%
4	570	345,85	39%	727	948,55	-30%	735	372,35	49%
5	653	344,82	47%	684	561,3	18%	809	515,36	36%
6	309	306,75	1%	491	693,74	-41%	562	169,84	70%

Fuente: Elaboración propia

La tabla 22 muestra la variación del tiempo en la ejecución de las rutas entre las metodologías real y propuesta, para la ruta 1 del camión 1, la jornada laboral aumento un 36%, un caso similar presentó el camión 2 en las rutas 4 y 6 con un aumento de 30% y 41% respectivamente. Las celdas marcadas con amarillo corresponden a las mayores reducciones de tiempo, la mayor reducción fue de un 70%.

Tabla 23. Variación de distancia por métodos

Método	Distancia esperada (km)	Distancia real (km)	Diferencia (km)	Variación (%)
Vecino más cercano	2.148,51	2.682,112	533,602	20%
Clarke y Wright	582,55	703,888	121,338	17%

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 23 se puede observar la variación que hubo en total para cada método usado, el método del vecino más cercano disminuyó las distancia total recorrida en un 533,602 km con una variación del 20% respecto a la distancia real, ver tabla 23. En cuanto al costo, éste disminuyó en \$39.234,62 pesos, y su variación llegó al 20%, ver tabla 24.

Tabla 24. Variación de costo por métodos

Método	Costo esperado (\$)	Costo real (\$)	Diferencia (\$)	Variación (%)
Vecino más cercano	147.542,98	186.777,6	39.234,62	21%
Clarke Wright	40.231,8	49.366,2	9.134,4	19%

Fuente: Elaboración propia

Para el método de Clarke y Wright la disminución de la distancia total fue de 121,338 km lo que es una variación del 17% respecto a la distancia real total, ver tabla 23. Para los costos la diferencia alcanzó un total de \$9.138,4 pesos con una variación del 19%, ver tabla 24.

Tabla 25. Variación de distancia por camión

Camión	Distancia esperada (km)	Distancia real (km)	Diferencia (km)	Variación (%)
1	418,33	592,868	174,538	29%
2	662,03	980,556	318,526	32%
3	1.650,7	1.812,576	161,876	9%

Fuente: Elaboración propia

La variación de la distancia total por camión entre las metodologías real y propuesta, se presenta en la tabla 25, quien tiene una mayor variación es el camión 2 con un 32%, con una disminución 318,526 km, lo mismo sucedió con el costo con una variación del 36%, \$6.818,359 pesos.

Tabla 26. Variación de costo por camión

Camión	Costo esperado (\$)	Costo real (\$)	Diferencia (\$)	Variación (%)
1	5.932,2	9.354,806	3.422,606	37%
2	12.291,01	19.109,369	6.818,359	36%
3	32.973,4	46.353,2	13.379,8	29%

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

En el presente documento de proyecto de título, se abordó la metodología de la empresa Emporio Alemán S.A. respecto a la distribución de sus productos, en la investigación se encontró que las características de su metodología eran similares a dos casos típicos de un problema de ruteo de vehículos, ambos casos se solucionaron con dos métodos, Algoritmo del vecino más cercano y la heurística de Clarke y Wright.

En la sección 3, mediante la consulta bibliográfica, se definieron los dos casos de problema de ruteo de vehículos que tenían similitudes con la metodología usada por Emporio Alemán, el problema del vendedor viajero (TSP) y el problema del vendedor viajero con ventanas de tiempo (TSPTW).

El estudio se refirió a una semana laboral con una distancia real de 3.386 km la cual disminuyó un 19% con la propuesta. La distancia total recorrida del mes al que correspondía esa semana de estudio fue de 13.248,89 km, si se aplica el 19% de disminución da un total de 10.731,6 km. Una situación similar ocurre con el costo, ya que el costo real del periodo de estudio fue de \$236.143 pesos lo que se redujo un 20% con la metodología propuesta, para el mes completo al que correspondía este periodo el costo real fue de \$970.845 pesos, si se aplica la disminución del 20% se reduce a \$776.676 pesos. Si se considerará, como supuesto, que la tasa de reducción del costo por la aplicación de la metodología propuesta es del 20%, y que el costo promedio mensual real es de \$1.005.704 pesos, entonces el costo anual se estimaría en \$9.654.760 pesos, lo que equivale a dejar de percibir un costo de \$2.413.690.

Si bien la tasa disminución en los costos y la distancia son supuestas para un futuro, las pruebas estadísticas mostraron que existía una notoria evidencia de que entre la situación real de Emporio Alemán y los resultados de la propuesta habían diferencias.

Aunque los costos y la distancia tuvieron una reducción del 20 y 19% respectivamente, y mantienen una estrecha relación de dependencia, sin embargo, se pudo observar que el costo también está sujeto a muchas variables, en el estudio se identificaron con mayor influencia el rendimiento del camión (km/lt) y variaciones en el precio del combustible.

El total de paradas identificadas fueron 297 las que fueron reducidas un 25% con la propuesta, los tres grandes problemas que se encontraron en al momento de revisar las rutas reales fueron, los retornos repetidos en la misma ruta hacia la fábrica, la visita de más de una vez a un mismo cliente y viajes a lugares fuera de ruta.

El algoritmo del vecino más cercano es usado para encontrar comúnmente soluciones para el TSP, pero para solucionar el TSPTW, se le agregó una extensión de ventana de tiempo a su proceso de desarrollo, lo que puede ayudar a futuras investigaciones de casos reales.

Uno de los supuestos de comparación fueron los tiempos de viaje, de las 18 rutas totales 3 aumentaron sus tiempos de viaje, y las restantes decrecieron, el máximo porcentaje de disminución alcanzó un 70%. En total el 83% de las rutas disminuyeron sus tiempos de ejecución.

Para que los tiempos de viajes fueran más parecidos a los reales se determinó que la velocidad debía ser variable, ya que una velocidad constante hubiera afectado dramáticamente los resultados. Los casos típicos de resolución de problemas de ruteo de vehículos se hacen considerando distancias simétricas, pero para el caso de este estudio las distancias eran asimétricas, lo que hizo que el escenario de resolución fuera aún más similar al real.

El proyecto nunca se basó en la construcción de un algoritmo para la búsqueda de mejores soluciones, pero si en la aplicación de una simulación bajo un escenario similar a la situación real, con el fin de comparar los resultados. Este estudio puede ayudar como referencia a otras empresas para contrastar su realidad.

7.2 Recomendaciones

La implementación de un algoritmo en la solución de un ruteo de vehículos en una empresa, puede significar no sólo cambios en el desarrollo de varios procesos de distribución sino en costos elevados, los que no figuran como objetivo en este estudio, de esta forma para casos de querer implementar una heurística se recomienda hacer un estudio previo de costo.

La resolución de un problema de ruteo de vehículos implica la interacción de muchas variables en la realidad, por lo que discriminar algunas facilita la búsqueda de una solución, tener en cuenta sólo restricciones de distancia real también ayudan a encontrar una solución, como se consideró en algunos casos en el presente proyecto.

Para los casos con ventanas de tiempo, sólo se incluyeron los tiempos de viaje y de servicio, pero para que en futuros trabajos las metodologías de resolución sean aún más completas, sería conveniente incluir además promedios de tiempo de carga de camiones en los puntos de abastecimiento.

Referencias bibliográficas

- Adarme, W. & J. Orjuela. 2015. Stochastic mathematical model for vehicle routing problem in collecting perishable products. *Dyna*,82(189), p. 200.
- Álvarez, R. 2007. *Estadística aplicada a las ciencias de la salud*. Díaz de Santos. P. 764.
- Ato, G., López, P., Velandrino, N. & M. Sánchez. 1990. *Estadística Avanzada con el Paquete Systat, tercera edición*; Secretariado de Publicaciones Universidad de Murcia: Murcia, España. P. 235.
- Ballou R. 2004. Logística administración de la cadena de suministro, quinta edición. P. 243-244.
- Berenson, M. & D. Lavine, 1996. *Estadística básica en administración, concepto y aplicaciones*. Sexta edición. México. Prentice Hall Hispanoamerica. P. 138.
- Castellanos, A. 2009. Manual de la gestión logística del transporte y la distribución de mercancías. *Bogotá Colombia, Ediciones Uninorte*. P. 5.
- Cepeda, G., San Lucas, M. & E. Delgado. 2013. Diseño e implementación de una heurística para el problema de ruteo vehicular con recolección y entrega de mercadería (vrppd). P. 2.
- Daza, J., Wilches, M. & E. Cantillo. 2011. Algoritmo Meta-heurístico para Resolver el CVRP-HF. P.WE1-4.
- Daza, J. Montoya, J. & F. Narducci. 2009. Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases. *Revista EIA*, 12, 23-38. P. 28.

- Duarte, B. 2009. Heurística Basada en Generación de Columnas para el Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo y Flota Homogénea. Caso: Cervecerías Chile SA. P. 34.
- Ebensperger, M. 2009. Una formulación para el problema de ruteo de vehículos con tiempos de viaje dependientes del tiempo para la actualización de rutas con información en tiempo real. P.10.
- Franco, J. & S. Nieto. 2012. Heurística para la Generación de un Conjunto de Referencia de Soluciones que Resuelvan el Problema de Ruteo de Vehículos con Múltiples Depósitos MDVRP. P. 3.
- Freud, J. & G. Simon, 1994. *Estadística elemental octava edición*. Pearson Educación. P. 39.
- González, G. & F. González, 2006. Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Un caso de estudio: Parte 1: formulación del problema. *Ingeniería e investigación*, 26(3), p.150-151,153.
- Kumar, S. & R. Panneerselvam. 2012. A survey on the vehicle routing problem and its variants. P. 67,69.
- Lévy, J. & J. Varela. 2006. *Modelización con estructuras de covarianzas en ciencias sociales*. España. Netbiblo. P. 32.
- Lüer, A., Benavente, M., Bustos, J. & B. Venegas. 2009. El Problema de Rutas de Vehículos: Extensiones y Métodos de Resolución, estado del Arte. In *EIG*. P. 4,6.
- Medina, L., La Rotta, E. & J. Castro. 2011. Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), p.41.

- Méndez, A., Palumbo, D., Carnero, M. & J. Hernández. 2009. Algoritmos Meméticos Aplicados a la Resolución de un Problema de Ruteo de Vehículos Periódico. *Mecánica Computacional*, 2675-2685. P. 2676.
- Moore, D. (2005). *Estadística aplicada*, básica 2° edición. Antoni Bosch. P. 430.
- Muñoz, A. 2007. *Metaheurísticas* (Vol. 22). Librería-Editorial Dykinson. p. 4.
- Ocampo, E., Bolaños, R. & M. Echeverri. 2014. Solución del problema de múltiples agentes viajeros resuelto mediante técnicas heurísticas. *Scientia et Technica*, 19(2), p. 178.
- Oliva, C. 2013. Profesor de la Universidad católica de la Santísima Concepción. Clase *problemas diseño de rutas para vehículos*. Diseño de rutas.
- Olivera, A. 2004. Heurísticas para problemas de ruteo de vehículos. *Reportes Técnicos 04-08*. P. 4-5.
- Orrego, J. 2013. Solución al problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada" CVRP" a través de la heurística de barrido y la implementación del algoritmo genético de Chu-beasley. P. 13-14,24.
- Pacheco, J. 2002. *Problemas de rutas con ventanas de tiempo*. Universidad Complutense de Madrid, Servicio de Publicaciones. P. 5,81.
- Pérez, B. 2015. Resolución del problema del viajante de comercio (TSP) y su variante con ventanas de tiempo (TSPTW) usando métodos heurísticos de búsqueda local. P. 62,63.
- Pradenas, L. & L. Azocar. 2005. Optimización en la asignación de tareas en un sistema de guardería forestal. *Bosque (Valdivia)*, 26(2), p.18.
- Sábado, J. 2009. *Fundamentos de bioestadística y análisis de datos para enfermería*. Barcelona. Universidad de Barcelona. P. 90.

- Soto, D., Soto, W. & Y. Pinzón. 2009. Una metaheurísticas híbrida aplicada a un problema de planificación de rutas. *Avances en Sistemas e Informática*,5(3), p. 138.
- Taha, H. 2004. *Investigación de operaciones*. Pearson Educación. P. 390.
- Toth, P. & D. Vigo. 2001. *The vehicle routing problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics. P. 8.
- Triola, M. 2009. *Estadística*, décima edición, Pearson Educación, México DF, p. 68.
- Varela, P. & J. Restrepo. 2008. Un problema logístico de programación de vehículos con capacidad finita. *Scientia et Technica*, 1(38), p. 254.
- Vásquez, M. 2007. Desarrollo de un Framework para el Problema de Ruteo de Vehículos. P. 137.

Anexo 1: Matrices de distancia

Tabla 1: Matriz de distancia (km) camión 1 ruta 2

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	14,4	5,3	0,75	1	1	1,8	3,8	5,5	7,8	8,2	7,9	9,2	17,2	12	7,1
1	14,6	0	16,7	13,5	13,3	14,5	14,1	15,6	17,7	21,7	22,1	21,8	23,1	28,3	27,8	20,2
2	5,5	16,6	0	6,3	6	5,4	5	6,1	6,5	10,5	10,8	10,6	11,8	17,3	14,6	17,3
3	0,75	13,7	5,7	0	0,24	1,2	2,2	4,2	5,8	8,2	8,5	8,3	9,5	17,9	12,4	7,4
4	1	13,4	5,5	0,24	0	1	2	4	5,6	8,4	8,3	8,5	9,8	17,6	17,2	7,5
5	1	14,2	4,7	1,2	1	0	0,65	2,7	4,3	6,6	7	6,4	9,8	16,5	12,7	7,7
6	1,7	14,5	4,8	2,8	2,6	0,65	0	2,3	3,9	6,2	6,5	8,2	9,4	16,6	12,3	8
7	3,9	15,6	6,6	4	3,8	3,2	2,4	0	2,1	4,4	4,8	6,4	7,6	14,9	10,5	13,1
8	5,5	17,8	6,3	7,4	5,4	4,8	4	2,1	0	3,2	3,6	6,7	7,9	14,6	10,7	13,4
9	7,3	21,5	10	11,1	10,9	7,3	7,1	4,4	3	0	0,45	4,3	3,2	9	8,5	13,8
10	7,6	21,8	10,4	11,4	11,2	6,6	6,2	4,8	3,4	0,45	0	4,6	2,6	9,2	5,4	14,1
11	8,8	23	11,6	12,7	12,4	8,6	8,2	6,8	5,5	3,8	4,1	0	2,4	7,2	5,3	15,3
12	9,2	23,4	12	13	12,8	9,2	9	7,1	7,6	3,3	2,7	2,8	0	4,8	2,9	15,7
13	13,5	28,2	17	17,9	17,6	13,5	13,3	15,1	10,8	9	7	7,2	5,1	0	3	20
14	11,5	27,9	14,3	17,5	17,3	11,5	11,4	9,2	9,9	5,4	4,9	5,2	3,1	4,1	0	18
15	6,6	20,4	11,4	7,5	7,7	7,2	7,9	9,9	13,7	13,9	14,3	14	15,2	20	18,1	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Matriz de distancia (km) camión 1 ruta 3

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	15	5	11	6,9	15	17	14	13	12	12	6	3,9
1	15	0	17	23	18	2,3	4,2	1,2	1,3	2	2,8	8,9	17
2	4,9	16	0	6,8	2,5	17	19	15	15	14	13	8,3	8,1
3	11	22	5,7	0	4,4	22	24	21	21	20	19	14	17
4	6,8	18	2,1	5,2	0	19	20	17	17	16	15	10	14
5	15	2,6	17	23	19	0	2,6	1,8	3,1	4,4	3,3	9,4	18
6	17	4,4	19	25	21	3,3	0	3,6	4,9	6,3	5,2	11	20
7	13	1,2	15	21	17	1,8	3,6	0	1	2,7	1,6	7,7	16
8	13	1,3	15	21	17	2,7	4,5	1	0	1,2	1,5	7,6	16
9	13	2,6	14	20	16	3,1	4,9	1,9	1,2	0	0,8	6,8	15
10	12	2,8	14	20	16	3,3	5,2	2,1	1,5	0,8	0	6,6	15
11	6,1	8,9	8,6	15	10	9,4	11	8,2	7,6	6,7	6,1	0	8,7
12	3,5	17	8	18	14	18	20	17	16	15	15	8,9	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3: Matriz de distancia (km) camión 1 ruta 4

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	15,5	7,4	8,7	9	10,2	11,1	12,6	4,1	4,3	4,7	5,4	5,2	3,7	2,4
1	14,2	0	21,8	23,1	23,4	24,6	25,5	27,3	16,2	18,1	18,5	19	19,2	17,6	16,2
2	7,4	21,4	0	2,7	2,9	4,1	5	6,5	7	9,9	10,3	12,3	12,5	11,9	7,8
3	9	23	2	0	0,25	1,6	2,5	4	8,6	11,5	11,9	13,9	14,1	13,5	9,4
4	9,2	23,2	2,3	0,25	0	1,6	2,8	4,3	8,8	11,8	12,1	14,2	14,4	13,8	9,6
5	10,4	24,4	3,5	1,7	1,6	0	2,3	3,9	10,1	13	13,3	15,4	15,6	15	10,9
6	11,3	25,2	4,3	2,5	2,8	2	0	2,2	10,9	13,8	14,2	16,2	16,4	15,8	11,7
7	12,8	27,4	5,9	4	4,3	3,5	2,2	0	13	15,3	15,7	17,8	17,9	17,3	13,2
8	4,3	18	6	7,3	7,6	8,8	9,6	15,3	0	9,2	9,5	11,6	11,8	11,2	7,1
9	4,7	18,5	10,4	11,8	12	13,2	14,1	15,6	11,8	0	0,5	1,7	1,3	1,6	2,9
10	5,1	19	10,9	12,2	12,4	13,6	14,5	16	12,2	0,5	0	1,6	1,2	2,1	3,3
11	5,3	19,2	12,6	13,9	14,2	15,4	16,3	17,8	13,9	1,4	1,4	0	0,4	1,8	3,5
12	5,5	19,4	12,8	14,1	14,4	15,6	16,4	18	14,1	1,3	1,2	0,4	0	1,9	3,7
13	3,9	17,7	9,6	11	11,2	12,4	13,3	14,8	11	1,4	3,3	1,8	1,9	0	2,1
14	2	17	8,2	9,6	9,8	11	11,9	13,4	5,7	3,4	3,7	4,2	4,4	2,8	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4: Matriz de distancia (km) camión 1 ruta 5

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0	0	14	5	0,7	11	7,1	7,5	7,9	8,6	7,8	8,6	9,7	10,5	10,9	8,5	8,1	9,1	10,5	9,2	9,1	6,3	6	6,3	2,8
1	14,6	0	17	14	3,2	18	19	19	20	19,1	19,9	21	21,8	22,2	23,6	23,4	20,4	21,8	20,5	20,5	18,7	19,8	19,4	16,3
2	5,4	17	0	6	13	7,1	7,5	7,9	8,6	7,8	8,6	9,7	10,5	10,9	11	10,6	9,1	10,5	9,1	9,1	7,1	6,9	7,8	8,8
3	0,65	14	5,5	0	11	8	8,4	8,8	9,5	8,7	9,5	10,6	11,4	9,6	9	8,6	10	11,4	10,1	10	6,8	6,6	8,3	3,3
4	11,7	3,2	14	11	0	16	16	16	17	16,2	17	18,1	18,9	19,3	20,7	20,5	17,5	18,9	17,6	17,6	15,8	16,9	16,5	13,4
5	7,4	19	6,7	8	15	0	0,6	1	1	0,9	1,7	3,3	2,4	2,8	5,9	5,7	2,1	2,4	2,3	2,2	2,9	1,8	4,9	8,3
6	7,8	19	7,2	8,4	16	0,6	0	0,6	1,1	0,85	1,6	1,9	2,4	2,7	4,3	4,1	2,1	2,4	2,2	2,2	2,8	2,3	4,8	8,7
7	8,2	19	7,6	8,8	16	1	0,6	0	1	0,3	1,1	1,3	2	2,3	3,9	3,7	1,7	2	1,6	1,5	2,3	1,9	4,4	9,1
8	8,9	20	8,3	9,5	17	1	1,1	1	0	0,75	1,3	1,9	2,3	1,9	2,4	2	1,2	2,3	1,3	0,75	1,4	1,3	3,6	5,3
9	8,2	19	7,5	8,7	16	0,9	0,9	0,3	0,8	0	0,75	1,1	1,5	1,9	3,4	3,2	1,2	1,5	1,3	1,3	1,9	1,8	4	9
10	9	20	0,9	9,6	17	1,8	1,7	1,3	1,6	0,85	0	0,7	1,1	1,3	1,8	1,6	0,65	1,1	0,7	1,3	2,2	2,7	3,4	7,3
11	9,3	20	8,6	9,6	17	2	2	1,2	1,9	1,1	0,7	0	1	1,3	2,9	2,7	1	1	1,4	2	3	2,9	3,8	7,7
12	9,3	21	9,1	10	18	11	2,4	2	2,3	1,6	1,2	1	0	0,55	1,7	1,5	1,1	0,24	1,8	2,5	3,5	3,4	3,4	7,4
13	8,8	21	11	11	18	2,8	2,7	2,3	1,9	1,9	1	1	0,55	0	1,2	1	0,65	0,9	1	1,6	2,5	3	2,9	6,9
14	8,2	23	10	13	20	5,7	3,9	3,5	2,6	3	2,6	2,5	1,2	0,75	0	0,35	1,4	1,6	1,7	1,9	2,8	3,8	2,4	6,3
15	8,2	23	10	13	20	5,9	4,1	3,7	2,3	3,3	1,7	2,8	1,5	1	0,35	0	1	1,9	1,3	1,5	2,4	3,4	2,3	6,3
16	8,6	21	8,7	10	17	2,2	2,1	1,7	1,2	1,2	0,65	1	1,1	0,65	1,1	0,9	0	1,4	0,5	1,1	2	2,5	2,7	6,7
17	9,6	21	9	10	18	2,4	2,4	1,9	2,3	1,5	1,1	1	0,24	0,9	2	1,8	1,4	0	1,8	2,4	3,4	3,8	3,7	7,6
18	8,7	21	8,8	0,7	17	2,2	2,2	1,6	1	1,3	0,7	1,4	1,5	1,1	1,4	1,3	0,5	1,8	0	0,55	1,6	2,3	2,8	6,8
19	8,7	21	8	10	17	0,9	2,2	1,5	0,8	1,3	1,3	2	2,1	1,5	1,7	1,3	1,1	2,4	0,55	0	1	1,8	2,8	6,8
20	6,9	19	6,8	8,3	16	1,7	2,8	2,4	1	1,9	2,2	3	3,5	2,5	1,5	2,2	2	3,4	1,6	1	0	0,7	3	4,3
21	6,1	18	6,4	7,9	15	1,5	2,3	1,9	1,4	1,9	2,7	3	3,4	3,1	4,3	3,9	2,6	3,4	2,5	2,1	0,7	0	2,8	4
22	6,4	21	8,5	10	17	7,3	7,8	8,2	4,1	8,1	5,1	9,9	5	4,5	4	3,6	4,3	5,4	4,4	4,4	3,1	3	0	4,5
23	2,9	16	16	4,6	13	6,1	6,5	6,9	5,2	6,8	7,6	8,7	7,1	6,6	6	5,6	6,4	7,4	6,5	5,3	4,1	4,1	3,6	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5: Matriz de distancia (km) camión 1 ruta 6

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	14,4	1,2	5,7	5,7	7,3	13,2	15,6	15,4	5,7
1	14,6	0	13,6	19,4	20,1	21,1	27,2	29,6	29,7	17,8
2	0,85	13,7	0	6	6	7,7	13,5	15,9	15,8	6
3	5,9	19,9	9,6	0	1,4	2,3	9,9	15,5	15,3	7,2
4	5,2	20,6	10,2	1,4	0	4,5	10,3	12,7	12,6	7,9
5	7,4	21,5	11,1	2,3	3,3	0	11,4	15,7	15,6	8,7
6	13,8	28,4	18	14,2	11,7	15,7	0	3,6	3,5	15,7
7	15	29,7	19,3	15,5	12,8	17	3,8	0	0,8	16,9
8	14,5	29,9	19,5	14,9	12,4	16,4	3,3	0,55	0	17,1
9	4,3	19,7	5,8	1,6	2,3	3,3	9,4	11,7	11,6	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Matriz de distancia (km) camión 2 ruta 1

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6
0	0	14	4,7	1	1,4	0,9	1,3
1	14,6	0	18	13,6	14,5	14,8	14
2	4,4	18	0	5,6	4,6	5	5,4
3	1,5	13	5,7	0	2	1,8	0,9
4	1,2	14	4,2	1,5	0	2,2	2,6
5	1	15	5	1,6	2	0	1,4
6	1,7	14	5,6	1,2	2,6	0,95	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7: Matriz de distancia (km) camión 2 ruta 2

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	14	1,4	1,7	3	3,1	0,9	2,3	2,5	13	13	14	14	3,1	2,4	1,1	2
1	15	0	13	14	21	21	14	14	14	1,3	1,1	0,9	1,7	12	13	15	16
2	1,4	15	0	2,8	4	4,1	1,3	1,2	1,4	14	13	14	14	3,4	1,3	2	2,9
3	1,1	14	2,7	0	3,1	3,2	1,8	3,6	3,8	13	13	14	14	3,1	3,5	2,5	2
4	3,2	22	3,9	3,3	0	0,3	2,6	4,4	8,5	21	21	21	22	5,8	4,6	1,8	1,4
5	31	17	3,8	3,2	0,5	0	2,9	4,3	4,5	16	16	16	17	5,7	4,5	2,1	1,6
6	0,7	15	1,8	1,8	3	3,1	0	2	2,2	14	14	14	15	4,1	2	1,1	1,9
7	2,3	14	0,9	4,1	7,8	7,9	1,6	0	0,5	13	13	13	14	2,8	0,7	2,4	3,5
8	2,5	14	1,1	4,3	7,8	7,9	1,9	0,4	0	13	13	13	14	3	0,9	2,6	3,7
9	13	1,2	12	13	20	20	13	13	13	0	0,4	0,7	2	11	12	14	14,8
10	14	1,1	13	14	21	21	14	13	14	0,4	0	0,7	1,6	11	12	14	15,3
11	14	0,9	13	14	20	20	14	13	14	0,7	0,7	0	1,3	11	12	14	15,1
12	15	2	13	14	21	21	14	14	14	13	1,9	1,6	0	12	13	15	15,9
13	3,4	11	2,2	3	5,8	10	3,1	2,7	3,3	10	10	11	11	0	2	3,9	4,7
14	2,4	15	1	3,6	4,2	9,1	1,8	1,6	2,1	14	14	14	15	2,9	0	2,5	3,4
15	1,5	15	2	2,6	2,1	2,2	0,8	2,4	2,6	14	14	14	15	3,9	2,7	0	1,1
16	1,8	16	2,8	2	1,2	1,3	1,6	3,3	3,5	15	15	15	16	4,7	3,5	0,9	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8: Matriz de distancia (km) camión 2 ruta 3

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	14,3	22	29	33	39	39	4,6	6,4
1	14,6	0	32	47	51	56	57	18	15,7
2	22	33,1	0	51	56	61	62	29	20,5
3	28,3	46,7	50	0	5	10	11	28	37,5
4	32,8	51,2	55	5,1	0	5	5,9	33	42
5	37,2	55,6	59	9,5	4,4	0	8,4	37	46,4
6	38,7	57	61	11	5,9	9	0	39	47,9
7	4,4	18,4	30	29	34	39	39	0	10,6
8	6,2	15,7	21	38	42	47	48	9,6	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Matriz de distancia (km) camión 2 ruta 4

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0	14,2	12,4	12,5	28,8	38,1	31,9	29,3	11,4	2,6	3	3	15,2	15,6	15	15	14,4	3,14	13,1	15,2	10,1	2
1	14,6	0	1,9	30,6	46,7	49,7	43,5	40,9	23	12,8	11,7	11,7	2,7	4,7	5,9	5,9	5,3	4,3	4	6,1	5,3	16
2	13,3	1,9	0	29,3	45,3	48,4	42,2	39,5	21,7	11,5	10,3	10,3	2,9	4,9	4,5	4,6	3,9	3	1,9	4,7	4	14,6
3	12,2	30,7	28,9	0	16,9	51	44,9	42,2	24,3	19	19,3	19,8	31,7	32	31,5	31,5	30,9	29,9	29,6	31,7	26,5	12,3
4	28,6	46,4	45	16,2	0	67,2	61	58,4	40,5	35,2	35,5	35,9	47,9	48,2	47,7	47,7	47	46,1	45,8	47,8	42,7	28,7
5	38,5	49,5	47,7	51,6	67,6	0	8,7	10,1	27,3	37,8	38,1	38,6	50,5	50,9	50,3	50,3	49,7	48,8	48,4	50,5	45,4	41,9
6	31,7	42,7	40,8	44,8	60,8	8,3	0	0,5	20,5	31	31,3	31,7	43,7	44	43,5	43,5	42,8	41,9	41,6	43,6	38,5	35
7	31,6	42,7	40,8	44,7	60,8	8,6	0,29	0	20,4	31	31,2	31,7	43,6	44	43,4	43,4	42,8	41,9	41,6	43,6	38,5	35
8	13,7	24,7	22,8	26,8	42,8	26,7	20,5	17,9	0	13	13,3	13,7	25,7	26	25,5	25,5	24,8	23,9	23,6	25,6	20,5	17
9	2,9	12,7	10,9	18,3	34,4	37,4	31,2	28,6	10,7	0	1,3	1,5	13,7	14,1	13,5	13,5	12,9	12	11,6	13,7	8,6	4,3
10	3,6	11,6	9,8	19,1	35,1	49,7	32	29,3	11,5	1,3	0	0,65	12,6	12,9	12,4	12,4	11,7	10,8	10,5	12,5	7,4	5,1
11	3,3	11,3	9,4	14,7	35,6	38,7	32,5	29,8	12	1,8	0,5	0	12,3	12,6	12	12	11,4	10,5	10,2	12,2	7,1	4,7
12	17,4	4,9	5,5	33,5	49,5	52,5	46,4	43,7	25,8	15,6	14,5	14,5	0	2,6	2,6	2,8	3,2	4,2	4,5	2,4	8,2	18,8
13	16	3,9	4,5	32	48	51,8	44,9	42,3	24,4	14,2	13,1	13,1	1,9	0	0,65	0,85	1,3	2,3	2,6	0,5	6,5	17,4
14	15,4	4,2	4	31,4	47,5	50,5	44,3	41,7	23,8	13,6	12,5	12,5	2,1	0,65	0	0,2	0,7	1,7	2	0,16	6	16,8
15	15,4	4,4	4	31,4	47,5	50,5	44,3	41,7	23,8	13,6	12,5	12,5	2,3	0,85	0,2	0	0,7	1,7	2	0,3	6	16,8
16	14,8	5,2	3,3	30,8	46,8	49,9	43,7	41,1	23,2	13	11,9	11,9	2,7	1,3	0,7	0,7	0	1,1	1,7	0,85	5,3	16,2
17	13,9	4,3	2,4	29,9	45,9	49	42,8	40,1	22,3	12,1	11	10,9	3,7	2,3	1,7	1,7	1,1	0	0,35	1,9	4,4	15,3
18	13,6	4	2,1	29,6	45,6	48,7	42,6	39,8	22	11,8	10,6	10,6	4,1	2,6	2	2	1,4	0,35	0	2,2	4,1	14,9
19	15,6	4	4,1	31,6	20,8	50,7	44,5	41,9	24	13,8	12,7	12,7	2	0,5	0,16	0,3	0,85	1,9	2,2	0	6,1	1,7
20	10,4	4,3	2,4	26,4	42,4	45,5	39,3	36,6	18,8	8,6	7,4	7,4	5,3	5,6	5	5	4,4	3,5	3,2	5,2	0	11,7
21	1,8	15,9	14	12	28,3	41,8	35,6	33	15,1	4,7	4,6	4,7	16,9	17,2	16,7	16,7	16	15,1	14,8	16,8	11,7	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10: Matriz de distancia (km) camión 2 ruta 5

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	14,2	26,6	31,2	34,4	27,2	22,2	21,9	21,6	24,9	13,3	16,1	15,2	10	1,9	2
1	14,6	0	38,3	42,8	46	38,8	33,8	33,5	33,2	36,5	1,3	4,8	6,1	5,3	14,4	16
2	25,8	36,8	0	5,7	4,6	2,7	6,6	5,7	5,4	1,4	35,9	38,6	37,7	32,6	25,4	29,1
3	30,9	41,9	4,8	0	1,2	4,1	11,8	10,8	10,5	8	41	43,7	42,8	37,7	30,5	34,2
4	31,9	42,9	4,7	1,2	0	3,5	12,8	11,8	11,5	6,1	42	44,7	43,8	39,7	31,5	35,2
5	27,8	38,8	2,1	4	2,9	0	8,7	7,7	7,5	3,5	37,9	40,7	39,8	34,7	27,5	31,2
6	22,6	33,6	6,3	10,8	14	8,5	0	2,5	2,3	4,6	32,7	35,4	34,5	29,4	22,2	25,9
7	22,2	32,2	6,9	11,5	14,7	7,4	2,4	0	0,35	24,9	32,3	35	34,1	29	21,8	25,5
8	22	33	6,7	11,3	14,5	7,3	2	0,2	0	5	32,1	34,9	34	28,9	21,7	25,4
9	25	36	2,1	8,6	5,2	4,7	4,6	4,9	4,7	0	35,1	37,9	37	31,8	24,6	28,4
10	13,4	1,2	37,1	41,6	44,8	37,6	32,6	32,3	32,1	35,4	0	5	4,9	4,1	13,2	14,8
11	15,6	3,1	39,2	43,8	47	39,8	34,8	34,5	34,2	37,5	3,4	0	1	6,3	15,4	17
12	15,6	4	39,2	43,8	47	39,8	34,8	34,5	34,2	37,5	5,1	1	0	6,1	15,4	17
13	10,3	4,3	34	38,6	41,8	34,5	29,5	29,2	29	32,3	3,4	6,1	5,2	0	10,1	11,7
14	2,2	14,3	26,3	30,9	34,1	26,8	21,8	21,5	21,3	24,6	13,4	16,1	15,2	10,1	0	1,8
15	1,8	15,9	30,3	34,9	38,1	30,9	25,9	25,6	25,3	28,6	15	17,7	16,8	11,7	1,6	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11: Matriz de distancia (km) camión 2 ruta 6

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	14,2	25,5	16,1	28,4	28,4	31,1	35,9	33,4	29,4	3,6	4,6
1	14,6	0	15,7	34	46,3	46,3	48,9	53,8	51,3	47,2	16,9	18
2	6,3	15,6	0	24,9	37,2	37,2	39,8	44,7	42,2	38,1	8,6	9,7
3	16,2	34,5	25,5	0	12,8	12,8	15,4	20,3	17,8	13,7	15,2	16,3
4	28,4	46,6	37,6	12,3	0	0,03	2,6	7,5	5	1	27,3	28,4
5	28,4	46,6	37,6	12,3	1	0	2,6	7,5	5	0,95	27,3	28,4
6	30,4	48,7	39,7	14,4	3,1	3,1	0	5,1	2,6	2,1	29,4	30,5
7	35,3	53,6	44,5	19,2	7,9	7,9	5,1	0	2,6	7	34,2	35,3
8	32,8	51,1	42	16,7	5,4	5,5	2,6	2,5	0	4,5	31,8	32,9
9	28,4	46,7	37,7	12,4	0,9	0,9	2,4	7,2	4,7	0	27,4	28,5
10	3,3	17,2	9,4	12,4	27,4	27,4	30	34,9	32,4	28,3	0	1,2
11	4,4	18,3	10,6	16,2	28,5	28,5	31,2	36	33,5	29,5	1,2	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Matriz de distancia (km) camión 3 ruta 1

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	14,2	1,6	0,7	5,2	69,6	44,5	0,9
1	14,6	0	12,6	13,8	19,3	89	63,9	14,8
2	2,2	12,5	0	1,4	7,7	70,7	45,6	2,5
3	0,7	14,8	1,5	0	6,3	70	44,8	1,1
4	5,4	19,5	8,8	6,1	0	72,1	47	4,8
5	69,8	90	71,5	70,5	71,8	0	42	70,2
6	44,6	64,7	46,2	45,2	46,5	41,8	0	44,9
7	1	15,3	3,2	1,3	4,6	69,9	44,8	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13: Matriz de distancia (km) camión 3 ruta 2

A_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	12,6	88,9	92,8	92,5	120	119	19,7
2	12,5	0	70,6	74,5	74,2	108	108	8,2
3	90,3	71,8	0	18,5	18,9	85	85	70,8
4	93,8	75,3	18,7	0	0,5	67,8	67,4	74,3
5	93,1	74,6	19	0,85	0	67,1	66,7	73,6
6	124	107	88,7	70,7	70,4	0	45	107
7	124	107	88,7	70,7	70,4	0,45	0	107
8	20,2	4,7	70,3	74,2	73,9	103	102	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14: Matriz de distancia (km) camión 3 ruta 4

A_{ij}	1	0	2	3	4	5	6	7	8
1	0	14,2	64,7	64	91,8	122	105	96,2	57,7
0	15,4	0	45,2	44,5	73,8	104	87,4	78,2	39,7
2	65,4	45,4	0	1	22,7	72,4	57,5	47,9	88,3
3	64,7	44,7	1	0	23,7	73,4	58,4	48,8	89,3
4	93,3	75,1	22,7	23,7	0	49,8	34,8	25,2	65,6
5	125	107	74,6	75,6	51,9	0	39,9	57,3	97,6
6	142	124	91,4	92,4	68,7	40	0	18,6	45,4
7	92,7	77,5	47,1	48,1	24,4	55	18,9	0	27
8	58	39,9	35	36	65,5	95,8	79,1	69,9	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 15: Matriz de distancia (km) camión 3 ruta 5

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	14,5	146	132	129	125	128	128	129	129	132	129	125
1	14,3	0	155	138	148	145	148	148	148	147	147	150	145
2	145	155	0	49,9	61,3	65,2	60,1	60,3	59,3	58,7	58,9	61,3	65,5
3	129	138	49,4	0	11,3	15,3	10,2	10,3	9,4	8,8	8,9	11,3	15,6
4	130	149	60,1	10,7	0	1,1	2,3	2,1	59,3	2,4	2	4,2	1,6
5	129	149	61,4	12	1,3	0	3,6	3,4	3,3	3,7	3,6	6,2	0,45
6	129	147	58,1	8,7	28	3,5	0	0,4	1,2	1,4	1,4	4,8	3,7
7	128	147	58,4	8,9	2,6	3,3	0,4	0	1,4	1,6	1,6	5,1	3,5
8	133	147	58,6	9,2	2,6	3,2	1,2	1,4	0	0,6	0,6	4,4	3,5
9	133	147	57,9	8,5	3	3,6	1,4	1,6	0,6	0	0,55	3,6	3,9
10	129	148	58,8	9,4	2,4	3,1	1,6	1,4	0,7	1,1	0	4,6	3,3
11	129	150	60,8	11,4	4,1	4,7	4,9	5	4,2	3,7	3,8	0	5
12	129	149	61,6	12,2	1,1	0,35	3,7	3,6	3,5	3,9	3,8	4,8	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 16: Matriz de distancia (km) camión 3 ruta 6

A_{ij}	0	1	2	3	4
0	0	14,2	44,3	1,7	1,9
1	14,6	0	63,7	15,5	16
2	44,3	61,5	0	45,2	43
3	1,8	15,2	45	0	2,2
4	1,8	16,7	43,1	2,2	0

Fuente: Elaboración propia

Anexo 2: Matrices de tiempo de viaje

Tabla 1: Tiempo de viaje (min) camión 1 ruta 2

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	43,2	15,9	2,25	3	3	5,4	11,4	16,5	23,4	24,6	23,7	27,6	51,6	36	21,3
1	43,8	0	50,1	40,5	39,9	43,5	42,3	46,8	53,1	65,1	66,3	65,4	69,3	84,9	83,4	60,6
2	16,5	49,8	0	18,9	18	16,2	15	18,3	19,5	31,5	32,4	31,8	35,4	51,9	43,8	51,9
3	2,25	41,1	17,1	0	0,72	3,6	6,6	12,6	17,4	24,6	25,5	24,9	28,5	53,7	37,2	22,2
4	3	40,2	16,5	0,72	0	3	6	12	16,8	25,2	24,9	25,5	29,4	52,8	51,6	22,5
5	3	42,6	14,1	3,6	3	0	1,95	8,1	12,9	19,8	21	19,2	29,4	49,5	38,1	23,1
6	5,1	43,5	14,4	8,4	7,8	1,95	0	6,9	11,7	18,6	19,5	24,6	28,2	49,8	36,9	24
7	11,7	46,8	19,8	12	11,4	9,6	7,2	0	6,3	13,2	14,4	19,2	22,8	44,7	31,5	39,3
8	16,5	53,4	18,9	22,2	16,2	14,4	12	6,3	0	9,6	10,8	20,1	23,7	43,8	32,1	40,2
9	21,9	64,5	30	33,3	32,7	21,9	21,3	13,2	9	0	1,35	12,9	9,6	27	25,5	41,4
10	22,8	65,4	31,2	34,2	33,6	19,8	18,6	14,4	10,2	1,35	0	13,8	7,8	27,6	16,2	42,3
11	26,4	69	34,8	38,1	37,2	25,8	24,6	20,4	16,5	11,4	12,3	0	7,2	21,6	15,9	45,9
12	27,6	70,2	36	39	38,4	27,6	27	21,3	22,8	9,9	8,1	8,4	0	14,4	8,7	47,1
13	40,5	84,6	51	53,7	52,8	40,5	39,9	45,3	32,4	27	21	21,6	15,3	0	9	60
14	34,5	83,7	42,9	52,5	51,9	34,5	34,2	27,6	29,7	16,2	14,7	15,6	9,3	12,3	0	54
15	19,8	61,2	34,2	22,5	23,1	21,6	23,7	29,7	41,1	41,7	42,9	42	45,6	60	54,3	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Tiempo de viaje (min) camión 1 ruta 3

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	43,5	15	33,3	20,7	45	50,4	41,1	39,3	36,9	35,1	18	11,7
1	44,1	0	49,5	67,8	55,2	6,9	12,6	3,6	3,9	6	8,4	26,7	51,6
2	14,7	48,3	0	20,4	7,5	49,8	55,5	46,2	44,4	42	39,9	24,9	24,3
3	31,8	65,4	17,1	0	13,2	66,9	72,3	63,3	61,5	58,8	57	42	51,6
4	20,4	54	6,3	15,6	0	55,5	61,2	51,9	50,1	47,7	45,6	30,6	40,8
5	45,6	7,8	51	69,3	56,7	0	7,8	5,4	9,3	13,2	9,9	28,2	53,1
6	51	13,2	56,7	74,7	62,1	9,9	0	10,8	14,7	18,9	15,6	33,6	58,8
7	40,2	3,6	45,9	63,9	51,3	5,4	10,8	0	3	8,1	4,8	23,1	48
8	39,9	3,9	45,6	63,6	51	8,1	13,5	3	0	3,6	4,5	22,8	47,7
9	37,5	7,8	43,2	61,2	48,6	9,3	14,7	5,7	3,6	0	2,25	20,4	45,3
10	37,2	8,4	42,6	60,9	48,3	9,9	15,6	6,3	4,5	2,25	0	19,8	44,7
11	18,3	26,7	25,8	43,8	31,2	28,2	33,6	24,6	22,8	20,1	18,3	0	26,1
12	10,5	52,2	24	54,3	41,7	53,7	59,1	50,1	48,3	45,6	43,8	26,7	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3: Tiempo de viaje (min) camión 1 ruta 4

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	46,5	22,2	26,1	27	30,6	33,3	37,8	12,3	12,9	14,1	16,2	15,6	11	7,2
1	42,6	0	65,4	69,3	70,2	73,8	76,5	81,9	48,6	54,3	55,5	57	57,6	53	49
2	22,2	64,2	0	8,1	8,7	12,3	15	19,5	21	29,7	30,9	36,9	37,5	36	23
3	27	69	6	0	0,75	4,8	7,5	12	25,8	34,5	35,7	41,7	42,3	41	28
4	27,6	69,6	6,9	0,75	0	4,8	8,4	12,9	26,4	35,4	36,3	42,6	43,2	41	29
5	31,2	73,2	10,5	5,1	4,8	0	6,9	11,7	30,3	39	39,9	46,2	46,8	45	33
6	33,9	75,6	12,9	7,5	8,4	6	0	6,6	32,7	41,4	42,6	48,6	49,2	47	35
7	38,4	82,2	17,7	12	12,9	10,5	6,6	0	39	45,9	47,1	53,4	53,7	52	40
8	12,9	54	18	21,9	22,8	26,4	28,8	45,9	0	27,6	28,5	34,8	35,4	34	21
9	14,1	55,5	31,2	35,4	36	39,6	42,3	46,8	35,4	0	1,5	5,1	3,9	4,8	8,7
10	15,3	57	32,7	36,6	37,2	40,8	43,5	48	36,6	1,5	0	4,8	3,6	6,3	9,9
11	15,9	57,6	37,8	41,7	42,6	46,2	48,9	53,4	41,7	4,2	4,2	0	1,2	5,4	11
12	16,5	58,2	38,4	42,3	43,2	46,8	49,2	54	42,3	3,9	3,6	1,2	0	5,7	11
13	11,7	53,1	28,8	33	33,6	37,2	39,9	44,4	33	4,2	9,9	5,4	5,7	0	6,3
14	6	51	24,6	28,8	29,4	33	35,7	40,2	17,1	10,2	11,1	12,6	13,2	8,4	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4: Tiempo de viaje (min) camión 1 ruta 5

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
0	0	43	15	2	34	21	23	24	26	23	26	29	32	33	26	24	27	32	28	27	19	18	19	8,4
1	44	0	50	41	10	55	56	58	60	57	60	63	65	67	71	70	61	65	62	62	56	59	58	48,9
2	16	50	0	18	40	21	23	24	26	23	26	29	32	33	33	32	27	32	27	27	21	21	23	26,4
3	2	41	17	0	32	24	25	26	29	26	29	32	34	29	27	26	30	34	30	30	20	20	25	9,9
4	35	10	41	32	0	47	48	49	51	49	51	54	57	58	62	62	53	57	53	53	47	51	50	40,2
5	22	56	20	24	46	0	2	3	3	2,7	5,1	9,9	7,2	8,4	18	17	6,3	7,2	6,9	6,6	8,7	5,4	15	24,9
6	23	57	22	25	47	2	0	2	3,3	2,6	4,8	5,7	7,2	8,1	13	12	6,3	7,2	6,6	6,6	8,4	6,9	14	26,1
7	25	58	23	26	48	3	2	0	3	0,9	3,3	3,9	6	6,9	12	11	5,1	6	4,8	4,5	6,9	5,7	13	27,3
8	27	60	25	29	50	3	3	3	0	2,3	3,9	5,7	6,9	5,7	7,2	6	3,6	6,9	3,9	2,3	4,2	3,9	11	15,9
9	25	58	23	26	48	3	3	1	2,3	0	2,3	3,3	4,5	5,7	10	9,6	3,6	4,5	3,9	3,9	5,7	5,4	12	27
10	27	60	2,7	29	51	5	5	4	4,8	2,6	0	2,1	3,3	3,9	5,4	4,8	2	3,3	2,1	3,9	6,6	8,1	10	21,9
11	28	61	26	29	52	6	6	4	5,7	3,3	2,1	0	3	3,9	8,7	8,1	3	3	4,2	6	9	8,7	11	23,1
12	28	62	27	31	53	32	7	6	6,9	4,8	3,6	3	0	1,7	5,1	4,5	3,3	0,7	5,4	7,5	11	10	10	22,2
13	26	63	33	32	54	8	8	7	5,7	5,7	3	3	1,7	0	3,6	3	2	2,7	3	4,8	7,5	9	8,7	20,7
14	25	69	31	38	60	17	12	11	7,8	9	7,8	7,5	3,6	2,3	0	1,1	4,2	4,8	5,1	5,7	8,4	11	7,2	18,9
15	25	70	31	39	61	18	12	11	6,9	9,9	5,1	8,4	4,5	3	1,1	0	3	5,7	3,9	4,5	7,2	10	6,9	18,9
16	26	62	26	30	52	7	6	5	3,6	3,6	2	3	3,3	2	3,3	2,7	0	4,2	1,5	3,3	6	7,5	8,1	20,1
17	29	62	27	31	53	7	7	6	6,9	4,5	3,3	3	0,7	2,7	6	5,4	4,2	0	5,4	7,2	10	11	11	22,8
18	26	62	26	2	52	7	7	5	3	3,9	2,1	4,2	4,5	3,3	4,2	3,9	1,5	5,4	0	1,7	4,8	6,9	8,4	20,4
19	26	62	24	30	52	3	7	5	2,3	3,9	3,9	6	6,3	4,5	5,1	3,9	3,3	7,2	1,7	0	3	5,4	8,4	20,4
20	21	56	20	25	47	5	8	7	3	5,7	6,6	9	11	7,5	4,5	6,6	6	10	4,8	3	0	2,1	9	12,9
21	18	55	19	24	46	5	7	6	4,2	5,7	8,1	9	10	9,3	13	12	7,8	10	7,5	6,3	2,1	0	8,4	12
22	19	62	26	30	52	22	23	25	12	24	15	30	15	14	12	11	13	16	13	13	9,3	9	0	13,5
23	8,7	49	49	14	40	18	20	21	16	20	23	26	21	20	18	17	19	22	20	16	12	12	11	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5: Tiempo de viaje (min) camión 1 ruta 6

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	43,2	3,6	17,1	17,1	21,9	39,6	46,8	46,2	17,1
1	43,8	0	40,8	58,2	60,3	63,3	81,6	88,8	89,1	53,4
2	2,55	41,1	0	18	18	23,1	40,5	47,7	47,4	18
3	17,7	59,7	28,8	0	4,2	6,9	29,7	46,5	45,9	21,6
4	15,6	61,8	30,6	4,2	0	13,5	30,9	38,1	37,8	23,7
5	22,2	64,5	33,3	6,9	9,9	0	34,2	47,1	46,8	26,1
6	41,4	85,2	54	42,6	35,1	47,1	0	10,8	10,5	47,1
7	45	89,1	57,9	46,5	38,4	51	11,4	0	2,4	50,7
8	43,5	89,7	58,5	44,7	37,2	49,2	9,9	1,65	0	51,3
9	12,9	59,1	17,4	4,8	6,9	9,9	28,2	35,1	34,8	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Tiempo de viaje (min) camión 2 ruta 2

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	42,9	4,2	5,1	9	9,3	2,55	6,9	7,5	39,9	39,6	40,5	42,6	9,3	7,2	3,3	6
1	43,8	0	40,2	42,6	63,6	63,9	43,2	41,4	43,2	3,9	3,3	2,55	5,1	34,8	39,3	45,3	48
2	4,2	43,5	0	8,4	12	12,3	3,9	3,6	4,2	40,5	40,2	40,8	43,2	10,2	3,9	6	8,7
3	3,3	42,9	8,1	0	9,3	9,6	5,4	10,8	11,4	39,9	39,6	40,5	42,6	9,3	10,5	7,5	6
4	9,6	66,3	11,7	9,9	0	0,9	7,8	13,2	25,5	63,3	63	63,6	66	17,4	13,8	5,4	4,2
5	93,3	51	11,4	9,6	1,5	0	8,7	12,9	13,5	48	47,7	48,3	50,7	17,1	13,5	6,3	4,8
6	2,1	45,6	5,4	5,4	9	9,3	0	6	6,6	42,9	42,6	43,2	45,3	12,3	6	3,3	5,7
7	6,9	41,7	2,55	12,3	23,4	23,7	4,8	0	1,5	38,7	38,4	39	41,4	8,4	1,95	7,2	10,5
8	7,5	42,3	3,3	12,9	23,4	23,7	5,7	1,05	0	39,3	39	39,6	42	9	2,7	7,8	11,1
9	40,2	3,6	36,6	39,3	60	60,3	39,6	38,1	39,6	0	1,05	1,95	6	31,5	36	42	44,4
10	41,7	3,3	38,1	40,5	61,5	61,8	40,8	39,3	40,8	1,05	0	1,95	4,8	32,7	37,2	43,2	45,9
11	41,4	2,55	37,8	41,4	61,2	61,2	40,5	39	40,5	1,95	1,95	0	3,9	32,4	36,9	42,9	45,3
12	43,5	6	39,9	42,6	63,3	63,6	42,9	41,4	42,9	38,7	5,7	4,8	0	34,5	39	45	47,7
13	10,2	34,2	6,6	9	17,4	30,6	9,3	8,1	9,9	31,2	30,9	31,8	33,9	0	6	11,7	14,1
14	7,2	44,7	3	10,8	12,6	27,3	5,4	4,8	6,3	41,7	41,4	42	44,4	8,7	0	7,5	10,2
15	4,5	45,3	6	7,8	6,3	6,6	2,4	7,2	7,8	42,3	42,3	42,9	45	11,7	8,1	0	3,3
16	5,4	48	8,4	6	3,6	3,9	4,8	9,9	10,5	45	44,7	45,3	47,7	14,1	10,5	2,55	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7: Tiempo de viaje (min) camión 2 ruta 4

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0	42,6	37	38	86	114	96	88	34	7,8	9	9	45,6	46,8	45	45	43,2	9,42	39,3	46	30	6
1	44	0	5,7	92	140	149	131	123	69	38	35,1	35	8,1	14,1	17,7	17,7	15,9	12,9	12	18	16	48
2	40	5,7	0	88	136	145	127	119	65	35	30,9	31	8,7	14,7	13,5	13,8	11,7	9	5,7	14	12	43,8
3	37	92,1	87	0	51	153	135	127	73	57	57,9	59	95,1	96	94,5	94,5	92,7	89,7	88,8	95	80	36,9
4	86	139	135	49	0	202	183	175	122	106	107	108	144	145	143	143	141	138	137	143	128	86,1
5	116	149	143	155	203	0	26	30	82	113	114	116	152	153	151	151	149	146	145	152	136	126
6	95	128	122	134	182	24,9	0	1,5	62	93	93,9	95	131	132	131	131	128	126	125	131	116	105
7	95	128	122	134	182	25,8	0,9	0	61	93	93,6	95	131	132	130	130	128	126	125	131	116	105
8	41	74,1	68	80	128	80,1	62	54	0	39	39,9	41	77,1	78	76,5	76,5	74,4	71,7	70,8	77	62	51
9	8,7	38,1	33	55	103	112	94	86	32	0	3,9	4,5	41,1	42,3	40,5	40,5	38,7	36	34,8	41	26	12,9
10	11	34,8	29	57	105	149	96	88	35	3,9	0	2	37,8	38,7	37,2	37,2	35,1	32,4	31,5	38	22	15,3
11	9,9	33,9	28	44	107	116	98	89	36	5,4	1,5	0	36,9	37,8	36	36	34,2	31,5	30,6	37	21	14,1
12	52	14,7	17	101	149	158	139	131	77	47	43,5	44	0	7,8	7,8	8,4	9,6	12,6	13,5	7,2	25	56,4
13	48	11,7	14	96	144	155	135	127	73	43	39,3	39	5,7	0	1,95	2,55	3,9	6,9	7,8	1,5	20	52,2
14	46	12,6	12	94	143	152	133	125	71	41	37,5	38	6,3	1,95	0	0,6	2,1	5,1	6	0,5	18	50,4
15	46	13,2	12	94	143	152	133	125	71	41	37,5	38	6,9	2,55	0,6	0	2,1	5,1	6	0,9	18	50,4
16	44	15,6	9,9	92	140	150	131	123	70	39	35,7	36	8,1	3,9	2,1	2,1	0	3,3	5,1	2,6	16	48,6
17	42	12,9	7,2	90	138	147	128	120	67	36	33	33	11,1	6,9	5,1	5,1	3,3	0	1,05	5,7	13	45,9
18	41	12	6,3	89	137	146	128	119	66	35	31,8	32	12,3	7,8	6	6	4,2	1,05	0	6,6	12	44,7
19	47	12	12	95	62	152	134	126	72	41	38,1	38	6	1,5	0,48	0,9	2,55	5,7	6,6	0	18	5,1
20	31	12,9	7,2	79	127	137	118	110	56	26	22,2	22	15,9	16,8	15	15	13,2	10,5	9,6	16	0	35,1
21	5,4	47,7	42	36	85	125	107	99	45	14	13,8	14	50,7	51,6	50,1	50,1	48	45,3	44,4	50	35	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8: Tiempo de viaje (min) camión 2 ruta 5

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	42,6	79,8	93,6	103,2	81,6	66,6	65,7	64,8	74,7	39,9	48,3	45,6	30	5,7	6
1	43,8	0	114,9	128,4	138	116,4	101,4	100,5	99,6	109,5	3,9	14,4	18,3	15,9	43,2	48
2	77,4	110,4	0	17,1	13,8	8,1	19,8	17,1	16,2	4,2	107,7	115,8	113,1	97,8	76,2	87,3
3	92,7	125,7	14,4	0	3,6	12,3	35,4	32,4	31,5	24	123	131,1	128,4	113	91,5	102,6
4	95,7	128,7	14,1	3,6	0	10,5	38,4	35,4	34,5	18,3	126	134,1	131,4	119	94,5	105,6
5	83,4	116,4	6,3	12	8,7	0	26,1	23,1	22,5	10,5	113,7	122,1	119,4	104	82,5	93,6
6	67,8	100,8	18,9	32,4	42	25,5	0	7,5	6,9	13,8	98,1	106,2	103,5	88,2	66,6	77,7
7	66,6	96,6	20,7	34,5	44,1	22,2	7,2	0	1,05	74,7	96,9	105	102,3	87	65,4	76,5
8	66	99	20,1	33,9	43,5	21,9	6	0,6	0	15	96,3	104,7	102	86,7	65,1	76,2
9	75	108	6,3	25,8	15,6	14,1	13,8	14,7	14,1	0	105,3	113,7	111	95,4	73,8	85,2
10	40,2	3,6	111,3	124,8	134,4	112,8	97,8	96,9	96,3	106,2	0	15	14,7	12,3	39,6	44,4
11	46,8	9,3	117,6	131,4	141	119,4	104,4	103,5	102,6	112,5	10,2	0	3	18,9	46,2	51
12	46,8	12	117,6	131,4	141	119,4	104,4	103,5	102,6	112,5	15,3	3	0	18,3	46,2	51
13	30,9	12,9	102	115,8	125,4	103,5	88,5	87,6	87	96,9	10,2	18,3	15,6	0	30,3	35,1
14	6,6	42,9	78,9	92,7	102,3	80,4	65,4	64,5	63,9	73,8	40,2	48,3	45,6	30,3	0	5,4
15	5,4	47,7	90,9	104,7	114,3	92,7	77,7	76,8	75,9	85,8	45	53,1	50,4	35,1	4,8	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Tiempo de viaje (min) camión 2 ruta 6

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	42,6	76,5	48,3	85,2	85,2	93,3	108	100	88,2	11	14
1	43,8	0	47,1	102	139	139	147	161	154	142	51	54
2	18,9	46,8	0	74,7	112	112	119	134	127	114	26	29
3	48,6	104	76,5	0	38,4	38,4	46,2	60,9	53,4	41,1	46	49
4	85,2	140	113	36,9	0	0,09	7,8	22,5	15	3	82	85
5	85,2	140	113	36,9	3	0	7,8	22,5	15	2,85	82	85
6	91,2	146	119	43,2	9,3	9,3	0	15,3	7,8	6,3	88	92
7	106	161	134	57,6	23,7	23,7	15,3	0	7,8	21	103	106
8	98,4	153	126	50,1	16,2	16,5	7,8	7,5	0	13,5	95	99
9	85,2	140	113	37,2	2,7	2,7	7,2	21,6	14,1	0	82	86
10	9,9	51,6	28,2	37,2	82,2	82,2	90	105	97,2	84,9	0	3,6
11	13,2	54,9	31,8	48,6	85,5	85,5	93,6	108	101	88,5	3,6	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10: Tiempo de viaje (min) camión 3 ruta 1

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	42,6	4,8	2,1	15,6	83,52	53,4	2,7
1	43,8	0	37,8	41,4	57,9	106,8	76,68	44,4
2	6,6	37,5	0	4,2	23,1	84,84	54,72	7,5
3	2,1	44,4	4,5	0	18,9	84	53,76	3,3
4	16,2	58,5	26,4	18,3	0	86,52	56,4	14,4
5	83,76	108	85,8	84,6	86,16	0	50,4	84,24
6	53,52	77,64	55,44	54,24	55,8	50,16	0	53,88
7	3	45,9	9,6	3,9	13,8	83,88	53,76	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11: Tiempo de viaje (min) camión 3 ruta 2

A_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	37,8	76,3	79,6	79,4	103	102	59,1
2	37,5	0	60,6	63,9	63,7	92,7	92,7	24,6
3	77,5	61,6	0	15,9	16,2	72,9	72,9	60,7
4	80,5	64,6	16	0	1,5	58,2	57,8	63,7
5	79,9	64	16,3	2,55	0	57,6	57,2	63,1
6	106	91,8	76,1	60,7	60,4	0	135	91,8
7	106	91,8	76,1	60,7	60,4	1,35	0	91,8
8	60,6	14,1	60,3	63,7	63,4	88,4	87,5	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Tiempo de viaje (min) camión 3 ruta 5

A_{ij}	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12
A0	0	43,5	125,27	113	111	107	110	110	110,682	111	113	111	107
A1	42,9	0	132,99	118	127	124	127	127	126,984	126	126	129	124
A2	124	133	0	42,8	52,6	55,9	51,6	51,7	50,8794	50,4	50,5	52,6	56,2
A3	111	118	42,385	0	33,9	45,9	30,6	30,9	28,2	26,4	26,7	33,9	46,8
A4	112	128	51,566	32,1	0	3,3	6,9	6,3	177,9	7,2	6	12,6	4,8
A5	111	128	52,681	36	3,9	0	10,8	10,2	9,9	11,1	10,8	18,6	1,35
A6	111	126	49,85	26,1	84	10,5	0	1,2	3,6	4,2	4,2	14,4	11,1
A7	110	126	50,107	26,7	7,8	9,9	1,2	0	4,2	4,8	4,8	15,3	10,5
A8	114	126	50,279	27,6	7,8	9,6	3,6	4,2	0	1,8	1,8	13,2	10,5
A9	114	126	49,678	25,5	9	10,8	4,2	4,8	1,8	0	1,65	10,8	11,7
A10	111	127	50,45	28,2	7,2	9,3	4,8	4,2	2,1	3,3	0	13,8	9,9
A11	111	129	52,166	34,2	12,3	14,1	14,7	15	12,6	11,1	11,4	0	15
A12	111	128	52,853	36,6	3,3	1,05	11,1	10,8	10,5	11,7	11,4	14,4	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13: Tiempo de viaje (min) camión 3ruta 6

A_{ij}	0	1	2	3	4
0	0	42,6	38,009	5,1	5,7
1	43,8	0	54,655	46,5	47,7
2	38,009	52,767	0	38,78	37
3	5,4	45,6	38,61	0	6,6
4	5,4	50,1	36,98	6,6	0

Fuente: Elaboración propia

Anexo 3: Clasificación de clientes y tiempo de servicios

- E : Estacionamiento
- F : Fábrica
- C1 : Supermercado
- C2 : Local
- C3 : Minimarket

Tabla 1: Clasificación de clientes y tiempos de servicio

Camión	Ruta	Día	Nodo	Tipo de cliente	Tiempo de servicio (min)
1	1	1	0	E	*
1	1	1	1	F	*
1	1	1	2	C3	18
1	1	1	3	C3	4
1	1	1	4	C3	3
1	1	1	5	C3	7
1	1	1	6	C3	5
1	2	2	0	E	*
1	2	2	1	F	*
1	2	2	2	C1	4
1	2	2	3	C1	29
1	2	2	4	C3	18
1	2	2	5	C3	30
1	2	2	6	C3	3
1	2	2	7	C3	4
1	2	2	8	C3	3
1	2	2	9	C3	2
1	2	2	10	C3	4
1	2	2	11	C3	3
1	2	2	12	C3	6
1	2	2	13	C3	16
1	2	2	14	C3	8
1	2	2	15	C3	18
1	3	3	0	E	*
1	3	3	1	F	*
1	3	3	2	C3	27
1	3	3	3	C3	2
1	3	3	4	C3	3

1	3	3	5	C3	2
1	3	3	6	C3	2
1	3	3	7	C3	6
1	3	3	8	C3	19
1	3	3	9	C3	4
1	3	3	10	C1	4
1	3	3	11	C3	2
1	3	3	12	C3	1
1	4	4	0	E	*
1	4	4	1	F	*
1	4	4	2	C3	10
1	4	4	3	C3	4
1	4	4	4	C3	4
1	4	4	5	C3	9
1	4	4	6	C3	4
1	4	4	7	C3	6
1	4	4	8	C2	14
1	4	4	9	C3	2
1	4	4	10	C3	2
1	4	4	11	C3	20
1	4	4	12	C3	3
1	4	4	13	C3	3
1	4	4	14	C3	2
1	5	5	0	E	*
1	5	5	1	F	*
1	5	5	2	C1	30
1	5	5	3	C1	13
1	5	5	4	C1	18
1	5	5	5	C3	4
1	5	5	6	C3	6
1	5	5	7	C3	5
1	5	5	8	C3	3
1	5	5	9	C3	6
1	5	5	10	C3	3
1	5	5	11	C3	6
1	5	5	12	C3	4
1	5	5	13	C3	4
1	5	5	14	C3	5
1	5	5	15	C3	4
1	5	5	16	C3	4

1	5	5	17	C3	5
1	5	5	18	C3	10
1	5	5	19	C3	21
1	5	5	20	C3	4
1	5	5	21	C3	3
1	5	5	22	C3	4
1	5	5	23	C3	6
1	6	6	0	E	*
1	6	6	1	F	*
1	6	6	2	C1	14
1	6	6	3	C3	7
1	6	6	4	C3	22
1	6	6	5	C3	5
1	6	6	6	C3	20
1	6	6	7	C3	4
1	6	6	8	C3	8
1	6	6	9	C3	10
2	1	1	0	E	*
2	1	1	1	F	*
2	1	1	2	C3	16
2	1	1	3	C3	10
2	1	1	4	C3	13
2	1	1	5	C3	76
2	1	1	6	C3	50
2	2	2	0	E	*
2	2	2	1	F	*
2	2	2	2	C1	21
2	2	2	3	C3	5
2	2	2	4	C3	4
2	2	2	5	C3	3
2	2	2	6	C3	13
2	2	2	7	C3	4
2	2	2	8	C3	6
2	2	2	9	C3	5
2	2	2	10	C3	4
2	2	2	11	C3	5
2	2	2	12	C3	3
2	2	2	13	C3	14
2	2	2	14	C3	13
2	2	2	15	C3	48

2	2	2	16	C3	5
2	3	3	0	E	*
2	3	3	1	F	*
2	3	3	2	C3	2
2	3	3	3	C3	29
2	3	3	4	C3	17
2	3	3	5	C3	4
2	3	3	6	C3	9
2	3	3	7	C3	14
2	3	3	8	C3	41
2	4	4	0	E	*
2	4	4	1	F	*
2	4	4	2	C1	47
2	4	4	3	C3	30
2	4	4	4	C1	36
2	4	4	5	C1	17
2	4	4	6	C3	21
2	4	4	7	C1	29
2	4	4	8	C3	30
2	4	4	9	C3	5
2	4	4	10	C3	4
2	4	4	11	C3	5
2	4	4	12	C3	14
2	4	4	13	C3	7
2	4	4	14	C3	5
2	4	4	15	C3	9
2	4	4	16	C3	5
2	4	4	17	C3	7
2	4	4	18	C3	3
2	4	4	19	C3	11
2	4	4	20	C3	9
2	4	4	21	C3	13
2	5	5	0	E	*
2	5	5	1	F	*
2	5	5	2	C1	49
2	5	5	3	C1	21
2	5	5	4	C3	9
2	5	5	5	C3	6
2	5	5	6	C3	8
2	5	5	7	C3	7

2	5	5	8	C3	5
2	5	5	9	C1	39
2	5	5	10	C3	4
2	5	5	11	C3	5
2	5	5	12	C3	8
2	5	5	13	C3	6
2	5	5	14	C3	6
2	5	5	15	C3	52
2	6	6	0	*	*
2	6	6	1	*	*
2	6	6	2	C3	5
2	6	6	3	C1	10
2	6	6	4	C1	51
2	6	6	5	C1	37
2	6	6	6	C3	7
2	6	6	7	C3	10
2	6	6	8	C3	59
2	6	6	9	C3	25
2	6	6	10	C1	29
2	6	6	11	C3	111
3	1	1	0	E	*
3	1	1	1	F	*
3	1	1	2	C1	4
3	1	1	3	C3	10
3	1	1	4	C1	28
3	1	1	5	C1	25
3	1	1	6	C3	11
3	1	1	7	C3	17
3	2	2	0	E	*
3	2	2	1	F	*
3	2	2	2	C1	4
3	2	2	3	C3	41
3	2	2	4	C1	22
3	2	2	5	C3	12
3	2	2	6	C3	3
3	2	2	7	C3	22
3	2	2	8	C1	5
3	3	3	0	E	*
3	3	3	1	F	*
3	3	3	2	C3	15

3	3	3	3	C1	18
3	3	3	4	C1	53
3	3	3	5	C3	12
3	3	3	6	C3	6
3	3	3	7	C3	10
3	3	3	8	C3	5
3	3	3	9	C3	6
3	4	4	0	E	*
3	4	4	1	F	*
3	4	4	2	C3	39
3	4	4	3	C3	8
3	4	4	4	C3	13
3	4	4	5	C3	25
3	4	4	6	C3	3
3	4	4	7	C3	10
3	4	4	8	C3	27
3	5	5	0	E	*
3	5	5	1	F	*
3	5	5	2	C1	10
3	5	5	3	C3	38
3	5	5	4	C3	39
3	5	5	5	C3	6
3	5	5	6	C3	7
3	5	5	7	C3	8
3	5	5	8	C3	4
3	5	5	9	C3	4
3	5	5	10	C3	6
3	5	5	11	C3	4
3	5	5	12	C3	20
3	6	6	0	E	*
3	6	6	1	F	*
3	6	6	2	C3	8
3	6	6	3	C3	12
3	6	6	4	C1	7

Fuente: Elaboración propia

Anexo 4: Propuesta 1: Método de Clarke y Wright

Desarrollo camión 2 ruta 1

Tabla 1: Costo (pesos) camión 2 ruta 1

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1.086,80	357,2	76	106,4	68,4	98,8
1	1.109,60	0	1.368	1.033,60	1.102	1.124,80	1.048,80
2	334,4	1.398,40	0	425,6	349,6	380	410,4
3	114	1.010,80	433,2	0	152	136,8	64,6
4	91,2	1.094,40	319,2	114	0	167,2	197,6
5	76	1.162,80	380	121,6	152	0	106,4
6	129,2	1.064	425,6	91,2	197,6	72,2	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Cálculo de ahorros (pesos) camión 2 ruta 1

Pares de rutas	Costo	Nueva ruta	Costo	Ahorro S_{ij}
(1,2,1) (1,3,1)	4.810,80	(1,2,3,1)	2.804,40	2.006,40
(1,2,1) (1,4,1)	4.962,80	(1,2,4,1)	2.812	2.150,80
(1,2,1) (1,5,1)	4.879,20	(1,2,5,1)	2.910,80	1.968,40
(1,2,1) (1,6,1)	4.879,20	(1,2,6,1)	2.842,40	2.036,80
(1,3,1) (1,4,1)	4.240,80	(1,3,4,1)	2.280	1.960,80
(1,3,1) (1,5,1)	4.332	(1,3,5,1)	2.333,20	1.998,80
(1,3,1) (1,6,1)	4.157,20	(1,3,6,1)	2.162,20	1.995
(1,4,1) (1,5,1)	4.484	(1,4,5,1)	2.432	2.052
(1,4,1) (1,6,1)	4.309,20	(1,4,6,1)	2.363,60	1.945,60
(1,5,1) (1,6,1)	4.400,40	(1,5,6,1)	2.295,20	2.105,20
(1,3,1) (1,2,1)	4.810,80	(1,3,2,1)	2.865,20	1.945,60
(1,4,1) (1,2,1)	4.962,80	(1,4,2,1)	2.819,60	2.143,20
(1,5,1) (1,2,1)	4.879,20	(1,5,2,1)	2.903,20	1.976
(1,6,1) (1,2,1)	4.879,20	(1,6,2,1)	2.872,80	2.006,40
(1,4,1) (1,3,1)	4.240,80	(1,4,3,1)	2.226,80	2.014
(1,5,1) (1,3,1)	4.332	(1,5,3,1)	2.257,20	2.074,80
(1,6,1) (1,3,1)	4.157,20	(1,6,3,1)	2.150,80	2.006,40
(1,5,1) (1,4,1)	4.484	(1,5,4,1)	2.371,20	2.112,80
(1,6,1) (1,4,1)	4.309,20	(1,6,4,1)	2.340,80	1.968,40
(1,6,1) (1,5,1)	4.400,40	(1,6,5,1)	2.283,80	2.116,60

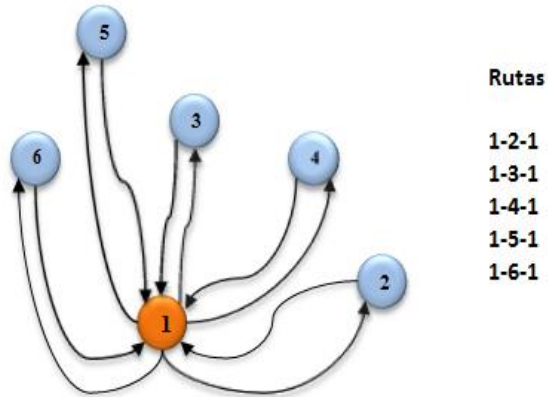
Fuente: Elaboración propia

Tabla 3: Orden de ahorros (pesos) camión 2 ruta 1

Ruta	Ahorro
(1,2,4,1)	2.150,80
(1,4,2,1)	2.143,20
(1,6,5,1)	2.116,60
(1,5,4,1)	2.112,80
(1,5,6,1)	2.105,20
(1,5,3,1)	2.074,80
(1,4,5,1)	2.052
(1,2,6,1)	2.036,80
(1,4,3,1)	2.014
(1,2,3,1)	2.006,40
(1,6,3,1)	2.006,40
(1,6,2,1)	2.006,40
(1,3,5,1)	1.998,80
(1,3,6,1)	1.995
(1,5,2,1)	1.976
(1,2,5,1)	1.968,40
(1,6,4,1)	1.968,40
(1,3,4,1)	1.960,80
(1,4,6,1)	1.945,60
(1,3,2,1)	1.945,60

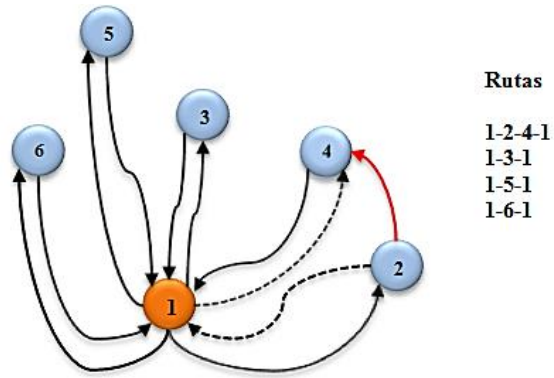
Fuente: Elaboración propia

Figura 1. Inicio de método de los ahorros camión 2 ruta 1



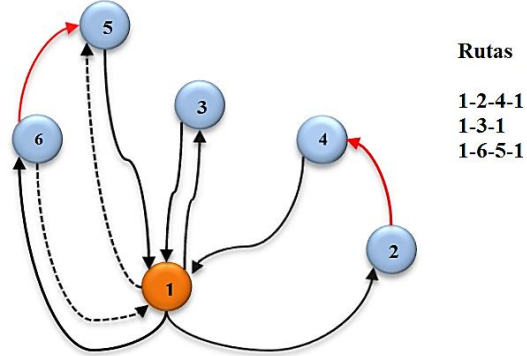
Fuente: Elaboración propia

Figura 2. Iteración 1, camión 2 ruta 1



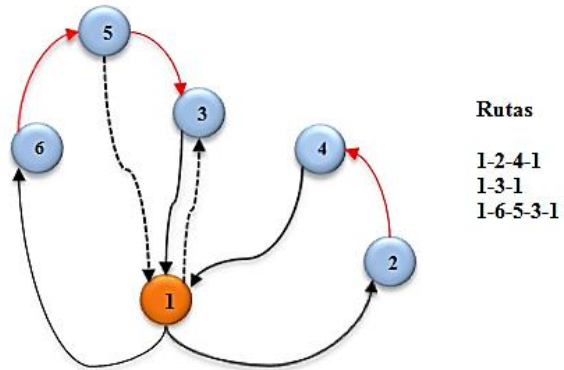
Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Iteración tres camión 2 ruta 1



Fuente: Elaboración propia

Figura 4. Iteración seis camión 2 ruta 1



Fuente: Elaboración propia

Figura 5. Iteración 22, camión 2 ruta 1

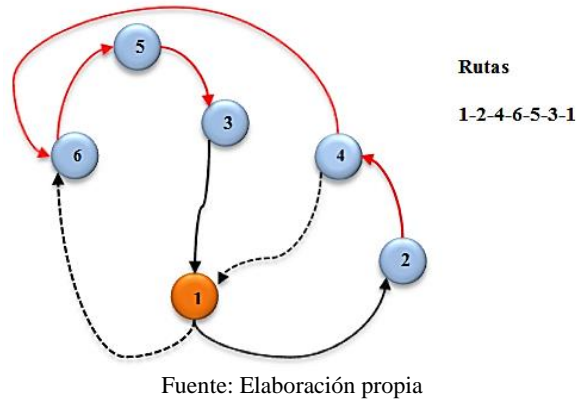


Figura 6. Expansión máxima

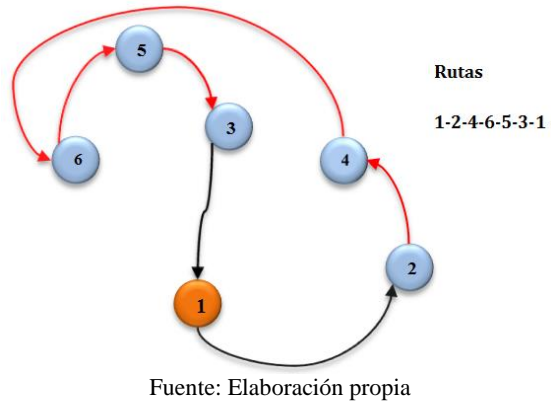


Tabla 4: Resumen de factibilidad de uniones camión 2 ruta 1

Unión	Iteración	Descripción de factibilidad
2-4	1	Primera unión factible, ver figura 2.
4-2	2	La enlace no factible, ya fue usada la combinación de forma inversa en la iteración anterior
6-5	3	Segunda combinación factible, nodos disponibles para una nueva conexión, ver figura 3.
5-4	4	Unión no factible, nodos fueron utilizados en otra iteración.
5-6	5	Enlace no factible, la conexión fue utilizada de forma inversa en la iteración 3.
5-3	6	Tercer vínculo factible, conexión disponible, observar figura 4.
4-5 a 3-4	7-21	Enlaces no factibles, nodos utilizados en conexiones anteriores.
4-6	22	Cuarta y última unión factible, la ruta alcanza su máxima expansión, ver figura 5.
3-2	-	Nodo no factible por no haber conexiones disponibles, ver figura 6.

Fuente: Elaboración propia

Desarrollo camión 2 ruta 3**Tabla 5: Matriz de costo (pesos) camión 2 ruta 3**

A_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1.086,80	1.641,60	2.204	2.538,40	2.926	2.986,80	349,6	486,4
1	1.109,60	0	2.454,80	3.564,40	3.898,80	4.278,80	4.347,20	1.368	1.193,20
2	1.672	2.515,60	0	3.906,40	4.240,80	4.620,80	4.689,20	2.226,80	1.558
3	2.150,80	3.549,20	3.830,40	0	380	760	820,8	2.158,40	2.850
4	2.492,80	3.891,20	4.172,40	387,6	0	380	448,4	2.500,40	3.192
5	2.827,20	4.225,60	4.506,80	722	334,4	0	638,4	2.834,80	3.526,40
6	2.941,20	4.332	4.620,80	836	448,4	684	0	2.941,20	3.640,40
7	334,4	1.398,40	2.264,80	2.211,60	2.553,60	2.933,60	2.994,40	0	805,6
8	471,2	1.193,20	1.558	2.865,20	3.207,20	3.587,20	3.648	729,6	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Cálculo de ahorros (pesos) camión 2 ruta 3

Pares de rutas	Costo	Nueva ruta	Costo	Ahorro
(1,2,1) (1,3,1)	12.084	(1,2,3,1)	9.910,40	S_{ij} 2.173,60
(1,2,1) (1,4,1)	12.760,40	(1,2,4,1)	10.586,80	2.173,60
(1,2,1) (1,5,1)	13.474,80	(1,2,5,1)	11.301,20	2.173,60
(1,2,1) (1,6,1)	13.649,60	(1,2,6,1)	11.476	2.173,60
(1,2,1) (1,7,1)	7.736,80	(1,2,7,1)	6.080	1.656,80
(1,2,1) (1,8,1)	7.356,80	(1,2,8,1)	5.206	2.150,80
(1,3,1) (1,4,1)	14.903,60	(1,3,4,1)	7.835,60	7.068
(1,3,1) (1,5,1)	15.618	(1,3,5,1)	8.550	7.068
(1,3,1) (1,6,1)	15.792,80	(1,3,6,1)	8.717,20	7.075,60
(1,3,1) (1,7,1)	9.880	(1,3,7,1)	7.121,20	2.758,80
(1,3,1) (1,8,1)	9.500	(1,3,8,1)	7.607,60	1.892,40
(1,4,1) (1,5,1)	16.294,40	(1,4,5,1)	8.504,40	7.790
(1,4,1) (1,6,1)	16.469,20	(1,4,6,1)	8.679,20	7.790
(1,4,1) (1,7,1)	10.556,40	(1,4,7,1)	7.797,60	2.758,80
(1,4,1) (1,8,1)	10.176,40	(1,4,8,1)	8.284	1.892,40
(1,5,1) (1,6,1)	17.183,60	(1,5,6,1)	9.249,20	7.934,40
(1,5,1) (1,7,1)	11.270,80	(1,5,7,1)	8.512	2.758,80
(1,5,1) (1,8,1)	10.890,80	(1,5,8,1)	8.998,40	1.892,40
(1,6,1) (1,7,1)	11.445,60	(1,6,7,1)	8.686,80	2.758,80
(1,6,1) (1,8,1)	11.065,60	(1,6,8,1)	9.180,80	1.884,80
(1,7,1) (1,8,1)	5.152,80	(1,7,8,1)	3.366,80	1.786
(1,3,1) (1,2,1)	12.084	(1,3,2,1)	9.910,40	2.173,60
(1,4,1) (1,2,1)	12.760,40	(1,4,2,1)	10.586,80	2.173,60
(1,5,1) (1,2,1)	13.474,80	(1,5,2,1)	11.301,20	2.173,60
(1,6,1) (1,2,1)	13.649,60	(1,6,2,1)	11.483,60	2.166
(1,7,1) (1,2,1)	7.736,80	(1,7,2,1)	6.148,40	1.588,40
(1,8,1) (1,2,1)	7.356,80	(1,8,2,1)	5.266,80	2.090
(1,4,1) (1,3,1)	14.903,60	(1,4,3,1)	7.835,60	7.068
(1,5,1) (1,3,1)	15.618	(1,5,3,1)	8.550	7.068
(1,6,1) (1,3,1)	15.792,80	(1,6,3,1)	8.732,40	7.060,40
(1,7,1) (1,3,1)	9.880	(1,7,3,1)	7.128,80	2.751,20
(1,8,1) (1,3,1)	9.500	(1,8,3,1)	7.607,60	1.892,40
(1,5,1) (1,4,1)	16.294,40	(1,5,4,1)	8.504,40	7.790
(1,6,1) (1,4,1)	16.469,20	(1,6,4,1)	8.686,80	7.782,40
(1,7,1) (1,4,1)	10.556,40	(1,7,4,1)	7.812,80	2.743,60
(1,8,1) (1,4,1)	10.176,40	(1,8,4,1)	8.291,60	1.884,80
(1,6,1) (1,5,1)	17.183,60	(1,6,5,1)	9.256,80	7.926,80
(1,7,1) (1,5,1)	11.270,80	(1,7,5,1)	8.527,20	2.743,60
(1,8,1) (1,5,1)	10.890,80	(1,8,5,1)	9.006	1.884,80
(1,7,1) (1,6,1)	11.445,60	(1,7,6,1)	8.694,40	2.751,20
(1,8,1) (1,6,1)	11.065,60	(1,8,6,1)	9.173,20	1.892,40
(1,8,1) (1,7,1)	5.152,80	(1,8,7,1)	3.321,20	1.831,60

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7. Orden de ahorros (pesos) camión 2 ruta 3

Nueva ruta	Ahorro
(1,5,6,1)	7.934,40
(1,6,5,1)	7.926,80
(1,4,5,1)	7.790
(1,4,6,1)	7.790
(1,5,4,1)	7.790
(1,6,4,1)	7.782,40
(1,3,6,1)	7.075,60
(1,3,5,1)	7.068
(1,5,3,1)	7.068
(1,3,4,1)	7.068
(1,4,3,1)	7.068
(1,6,3,1)	7.060,40
(1,5,7,1)	2.758,80
(1,6,7,1)	2.758,80
(1,3,7,1)	2.758,80
(1,4,7,1)	2.758,80
(1,7,6,1)	2.751,20
(1,7,3,1)	2.751,20
(1,7,5,1)	2.743,60
(1,7,4,1)	2.743,60
(1,2,3,1)	2.173,60
(1,2,5,1)	2.173,60
(1,3,2,1)	2.173,60
(1,4,2,1)	2.173,60
(1,5,2,1)	2.173,60
(1,2,4,1)	2.173,60
(1,2,6,1)	2.173,60
(1,6,2,1)	2.166
(1,2,8,1)	2.150,80
(1,8,2,1)	2.090
(1,3,8,1)	1.892,40
(1,4,8,1)	1.892,40
(1,5,8,1)	1.892,40
(1,8,3,1)	1.892,40
(1,8,6,1)	1.892,40
(1,8,5,1)	1.884,80
(1,6,8,1)	1.884,80
(1,8,4,1)	1.884,80
(1,8,7,1)	1.831,60
(1,7,8,1)	1.786
(1,2,7,1)	1.656,80
(1,7,2,1)	1.588,40

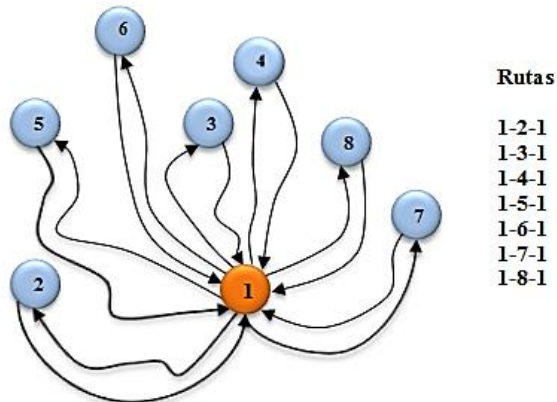
Fuente: Elaboración propia

Tabla 8. Resumen de factibilidad de uniones camión 2 ruta 3

Unión	Iteración	Descripción de factibilidad
5-6	1	Primera unión factible, ver figura 8.
6-5	2	Enlace usado en una unión previa, no factible.
4-5	3	Unión disponible, segunda conexión factible. Ver figura 9.
4-6 a 3-6	4-7	Uniones no factibles, conexiones usadas en nexos anteriores.
3-5 y 5-3	8-9	Unión no factible, nodo 5 utilizado en iteración 3.
3-4	10	Iteración 10. Ver figura 10.
4-3 a 5-7	11-13	Nodos no factibles, usados en uniones anteriores.
6-7	14	Iteración 14. Ver figura 11.
3-7 a 7-4	15-20	Nodos no factibles, usados en uniones anteriores.
2-3	21	Quinto vínculo factible. Ver figura 12.
2-5 a 2-8	22-29	Uniones no factibles, conexiones utilizadas anteriormente.
8-2	30	Última unión factible, la ruta alcanza su máxima extensión. Ver figura 13.
3-2 y demás	-	Quedan fuera de la ruta, por lo tanto son nodos no factibles.

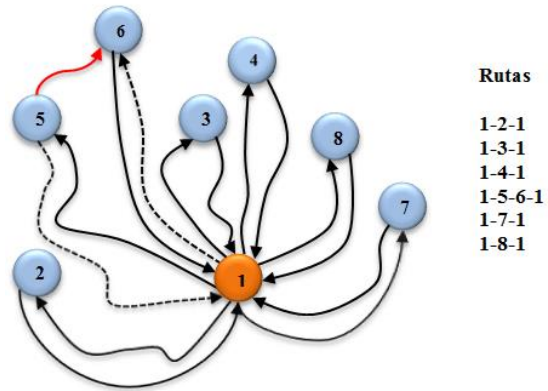
Fuente: Elaboración propia

Figura 7. Inicio de método de los ahorros camión 2 ruta 1



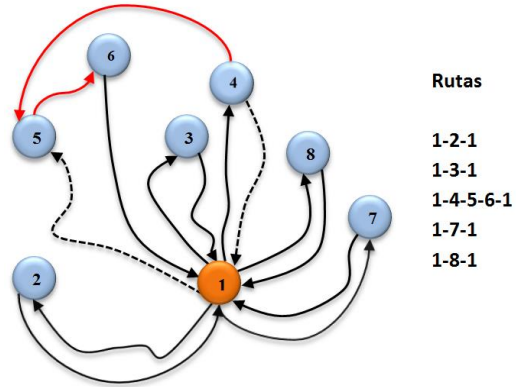
Fuente: Elaboración propia

Figura 8. Iteración 1, camión 2 ruta 3



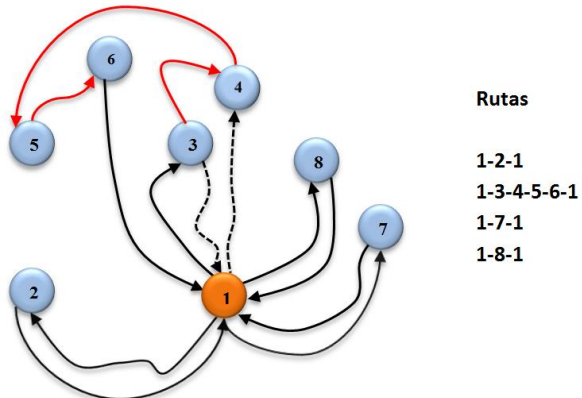
Fuente: Elaboración propia

Figura 9. Iteración 3, camión 2 ruta 3



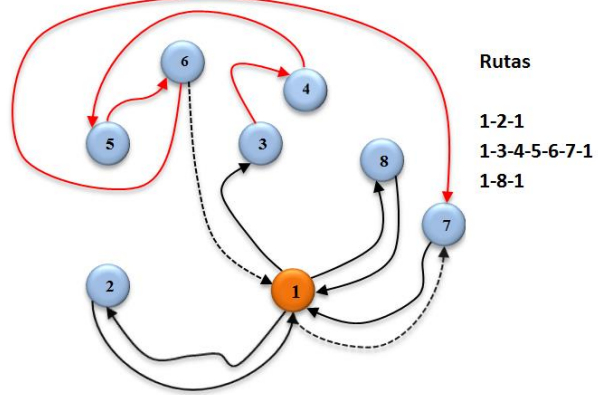
Fuente: Elaboración propia

Figura 10. Iteración 10, camión 2 ruta 3



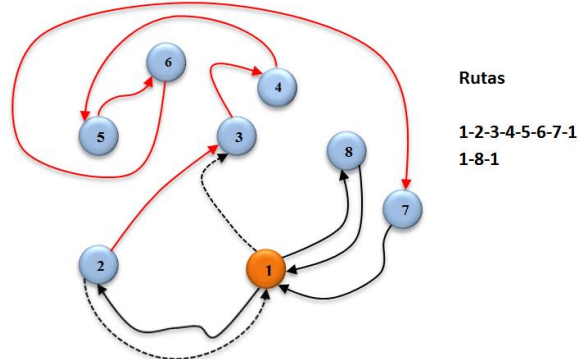
Fuente: Elaboración propia

Figura 11. Iteración 14, camión 2 ruta 3



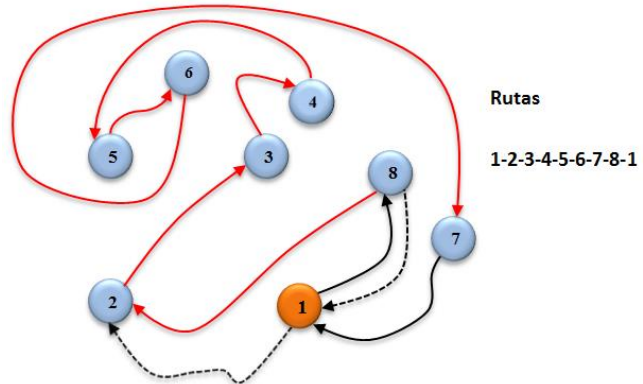
Fuente: Elaboración propio

Figura 12. Iteración 21, camión 2 ruta 3



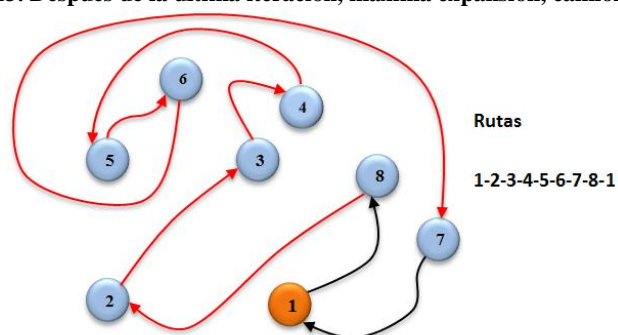
Fuente: Elaboración propia

Figura 13. Iteración 30, camión 2 ruta 3



Fuente: Elaboración propia

Figura 13. Después de la última iteración, máxima expansión, camión 2 ruta 3



Fuente: Elaboración propia

Desarrollo camión 3 ruta 4

Tabla 9: costo (pesos) Camión 3 ruta 4

Aij	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	970,2	2.847,60	2.803,50	4.649,40	6.552	5.506,20	4.926,60	2.501,10
1	894,6	0	4.076,10	4.032	5.783,40	7.686	6.615	6.060,60	3.635,10
2	2.860,20	4.120,20	0	63	1.430,10	4.561,20	3.622,50	3.017,70	5.562,90
3	2.816,10	4.076,10	63	0	1.493,10	4.624,20	3.679,20	3.074,40	5.625,90
4	4.731,30	5.877,90	1.430,10	1.493,10	0	3.137,40	2.192,40	1.587,60	4.132,80
5	6.741	7.875	4.699,80	4.762,80	3.269,70	0	2.513,70	3.609,90	6.148,80
6	7.812	8.946	5.758,20	5.821,20	4.328,10	2.520	0	1.171,80	2.860,20
7	4.882,50	5.840,10	2.967,30	3.030,30	1.537,20	3.465	1.190,70	0	1.701
8	2.513,70	3.654	2.205	2.268	4.126,50	6.035,40	4.983,30	4.403,70	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10. Cálculo de ahorros (pesos) camión 3 ruta 4

Pares de rutas	Costo	Nueva ruta	Costo	Ahorro S_{ij}
(1,2,1) (1,3,1)	16.304,4	(1,2,3,1)	8.215,2	8.089,2
(1,2,1) (1,4,1)	19.857,6	(1,2,4,1)	11.384,1	8.473,5
(1,2,1) (1,5,1)	23.757,3	(1,2,5,1)	16.512,3	7.245
(1,2,1) (1,6,1)	23.757,3	(1,2,6,1)	16.644,6	7.112,7
(1,2,1) (1,7,1)	20.097	(1,2,7,1)	12.933,9	7.163,1
(1,2,1) (1,8,1)	15.485,4	(1,2,8,1)	13.293	2.192,4
(1,3,1) (1,4,1)	19.769,4	(1,3,4,1)	11.403	8.366,4
(1,3,1) (1,5,1)	23.669,1	(1,3,5,1)	16.531,2	7.137,9
(1,3,1) (1,6,1)	23.669,1	(1,3,6,1)	16.657,2	7.011,9
(1,3,1) (1,7,1)	20.008,8	(1,3,7,1)	12.946,5	7.062,3
(1,3,1) (1,8,1)	15.397,2	(1,3,8,1)	13.311,9	2.085,3
(1,4,1) (1,5,1)	27.222,3	(1,4,5,1)	16.795,8	10.426,5
(1,4,1) (1,6,1)	27.222,3	(1,4,6,1)	16.921,8	10.300,5
(1,4,1) (1,7,1)	23.562	(1,4,7,1)	13.211,1	10.350,9
(1,4,1) (1,8,1)	18.950,4	(1,4,8,1)	13.570,2	5.380,2
(1,5,1) (1,6,1)	31.122	(1,5,6,1)	19.145,7	11.976,3
(1,5,1) (1,7,1)	27.461,7	(1,5,7,1)	17.136	10.325,7
(1,5,1) (1,8,1)	22.850,1	(1,5,8,1)	17.488,8	5.361,3
(1,6,1) (1,7,1)	27.461,7	(1,6,7,1)	13.626,9	13.834,8
(1,6,1) (1,8,1)	22.850,1	(1,6,8,1)	13.129,2	9.720,9
(1,7,1) (1,8,1)	19.189,8	(1,7,8,1)	11.415,6	7.774,2
(1,3,1) (1,2,1)	16.304,4	(1,3,2,1)	8.215,2	8.089,2
(1,4,1) (1,2,1)	19.857,6	(1,4,2,1)	11.333,7	8.523,9
(1,5,1) (1,2,1)	23.757,3	(1,5,2,1)	16.506	7.251,3
(1,6,1) (1,2,1)	23.757,3	(1,6,2,1)	16.493,4	7.263,9
(1,7,1) (1,2,1)	20.097	(1,7,2,1)	13.148,1	6.948,9
(1,8,1) (1,2,1)	15.485,4	(1,8,2,1)	9.960,3	5.525,1
(1,4,1) (1,3,1)	19.769,4	(1,4,3,1)	11.352,6	8.416,8
(1,5,1) (1,3,1)	23.669,1	(1,5,3,1)	16.524,9	7.144,2
(1,6,1) (1,3,1)	23.669,1	(1,6,3,1)	16.512,3	7.156,8
(1,7,1) (1,3,1)	20.008,8	(1,7,3,1)	13.167	6.841,8
(1,8,1) (1,3,1)	15.397,2	(1,8,3,1)	9979,2	5.418
(1,5,1) (1,4,1)	27.222,3	(1,5,4,1)	16.833,6	10.388,7
(1,6,1) (1,4,1)	27.222,3	(1,6,4,1)	16.821	10.401,3
(1,7,1) (1,4,1)	23.562	(1,7,4,1)	13.475,7	10.086,3
(1,8,1) (1,4,1)	18.950,4	(1,8,4,1)	13.639,5	5.310,9
(1,6,1) (1,5,1)	31.122	(1,6,5,1)	17.010	14.112
(1,7,1) (1,5,1)	27.461,7	(1,7,5,1)	17.400,6	10.061,1
(1,8,1) (1,5,1)	22.850,1	(1,8,5,1)	17.545,5	5.304,6
(1,7,1) (1,6,1)	27.461,7	(1,7,6,1)	16.197,3	11.264,4
(1,8,1) (1,6,1)	22.850,1	(1,8,6,1)	17.564,4	5.285,7
(1,8,1) (1,7,1)	19.189,8	(1,8,7,1)	13.878,9	5.310,9

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11. Orden de ahorros (pesos) camión 3 ruta 4

Nueva ruta	Ahorro
(1,6,5,1)	14.112
(1,6,7,1)	13.834,8
(1,5,6,1)	11.976,3
(1,7,6,1)	11.264,4
(1,4,5,1)	10.426,5
(1,6,4,1)	10.401,3
(1,5,4,1)	10.388,7
(1,4,7,1)	10.350,9
(1,5,7,1)	10.325,7
(1,4,6,1)	10.300,5
(1,7,4,1)	10.086,3
(1,7,5,1)	10.061,1
(1,6,8,1)	9.720,9
(1,4,2,1)	8.523,9
(1,2,4,1)	8.473,5
(1,4,3,1)	8.416,8
(1,3,4,1)	8.366,4
(1,2,3,1)	8.089,2
(1,3,2,1)	8.089,2
(1,7,8,1)	7.774,2
(1,6,2,1)	7.263,9
(1,5,2,1)	7.251,3
(1,2,5,1)	7.245
(1,2,7,1)	7.163,1
(1,6,3,1)	7.156,8
(1,5,3,1)	7.144,2
(1,3,5,1)	7.137,9
(1,2,6,1)	7.112,7
(1,3,7,1)	7.062,3
(1,3,6,1)	7.011,9
(1,7,2,1)	6.948,9
(1,7,3,1)	6.841,8
(1,8,2,1)	5.525,1
(1,8,3,1)	5.418
(1,4,8,1)	5.380,2
(1,5,8,1)	5.361,3
(1,8,4,1)	5.310,9
(1,8,7,1)	5.310,9
(1,8,5,1)	5.304,6
(1,8,6,1)	5.285,7
(1,2,8,1)	2.192,4
(1,3,8,1)	2085,3

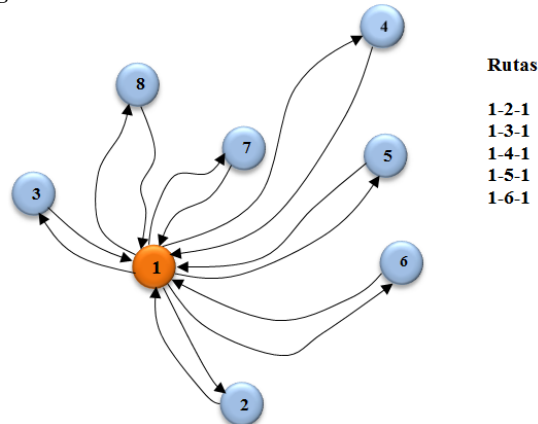
Fuente: Elaboración propia

Tabla 12. Resumen de factibilidad de uniones camión 3 ruta 4

Unión	Iteración	Descripción de factibilidad
6-5	1	Primera conexión factible. Ver figura 15.
6-7 a 5-6	2-3	Nexo no factible, nodo 6 utilizado en iteración anterior.
7-6	4	Segunda combinación factible. Ver figura 16.
4-5 y 6-4	5-6	Uniones no factibles nodos 5 y 6 utilizados anteriormente.
5-4	7	Tercer nexo factible. Ver figura 17.
4-7 a 6-8	8-13	Enlaces no factibles nodos 7, 6, 5 y 4 utilizados en uniones anteriores.
4-2	14	Cuarto vínculo factible. Ver figura 18
2-4	15	Conexión no factible, combinación usada en la iteración previa.
4-3 a 3-4	16-17	Uniones no factibles, nodo 4 utilizado en conexiones anteriores.
2-3	18	Quinto enlace factible. Ver figura 19.
3-2 a 8-4	19-37	Combinaciones no factibles, nodos 2, 3 y 4 usados en uniones pasadas.
8-7	38	Sexto y último vínculo factible, ruta alcanza su máxima expansión. Ver figura 20.
8-5 y demás	-	Nodos no factibles, la ruta está completa.

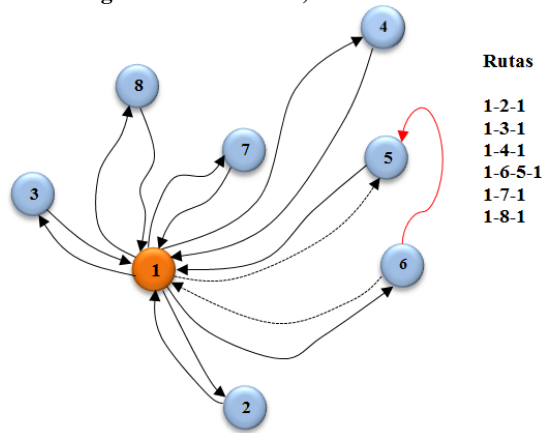
Fuente: Elaboración propia

Figura 14. Inicio de método de los ahorros camión 3 ruta 4



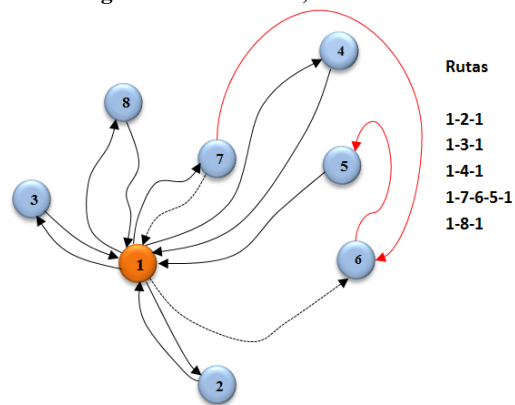
Fuente: Elaboración propia

Figura 15. Iteración 1, camión 3 ruta 4



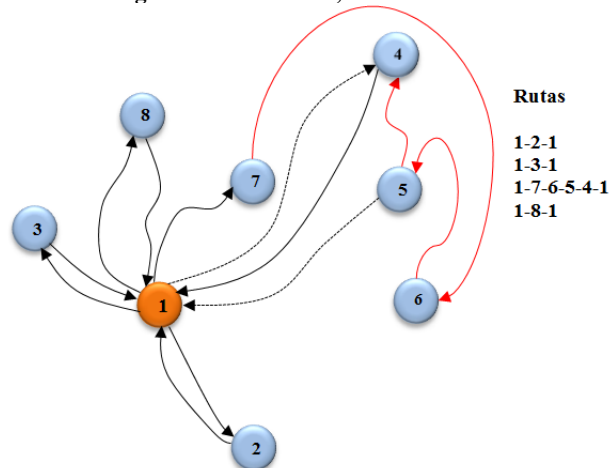
Fuente: Elaboración propia

Figura 16. Iteración 4, camión 3 ruta 4



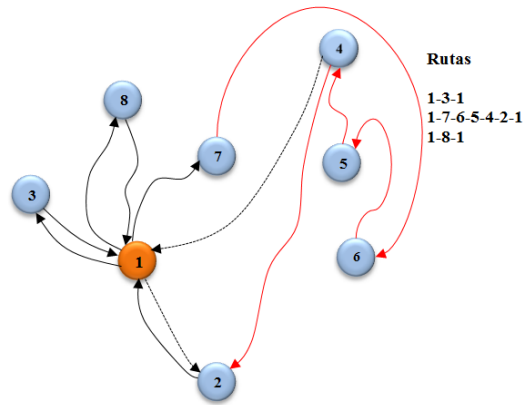
Fuente: Elaboración propia

Figura 17. Iteración 7, camión 3 ruta 4



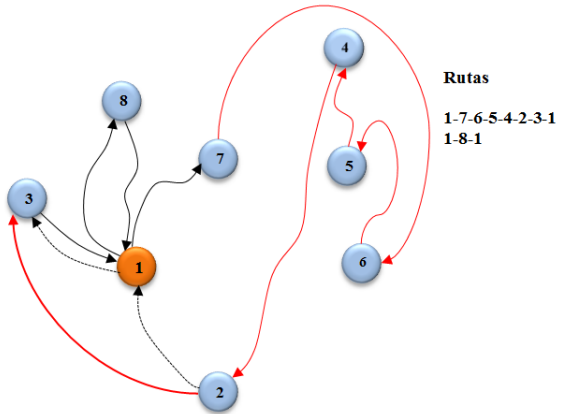
Fuente: Elaboración propia

Figura 18. Iteración 14, camión 3 ruta 4



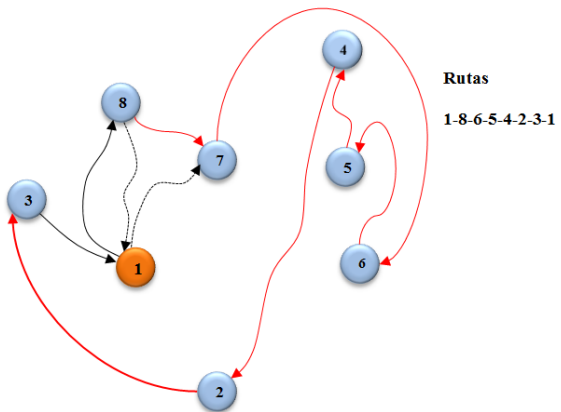
Fuente: Elaboración propia

Figura 19. Iteración 18, camión 3 ruta 4



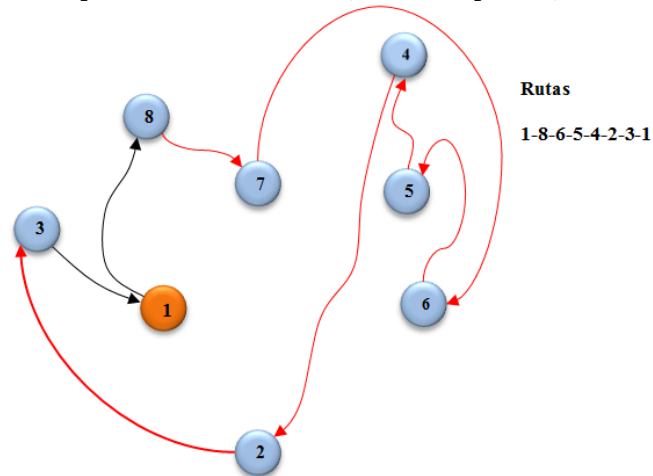
Fuente: Elaboración propia

Figura 20. Iteración 38, camión 3 ruta 4



Fuente: Elaboración propia

Figura 21. Después de la última iteración, máxima expansión, camión 3 ruta 4



Fuente: Elaboración propia

Anexo 5: Propuesta 2: Desarrollo con método del vecino más cercano con extensión de ventana de tiempo.

Tabla 1: Camión 1 ruta 2

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	4	13,3	13,3	57,9
2	4	3	0,24	13,54	87,62
3	3	5	1,2	14,74	121,22
4	5	6	0,65	15,39	126,17
5	6	7	2,3	17,69	137,07
6	7	8	2,1	19,79	146,37
7	8	9	3,2	22,99	157,97
8	9	10	0,45	23,44	163,32
9	10	12	2,6	26,04	177,12
10	12	11	2,8	28,84	188,52
11	11	14	5,3	34,14	212,42
12	14	13	4,1	38,24	240,72
13	13	2	17	55,24	295,72
14	2	15	17,3	72,54	365,62
15	15	1	20,4	92,94	426,82
16	15	0	6,6	99,54	385,42

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2: Camión 1 ruta 3

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	7	1,2	1,2	9,6
2	7	8	1	2,2	28,6
3	8	9	1,2	3,4	36,2
4	9	10	0,8	4,2	42,45
5	10	5	3,3	7,5	54,35
6	5	6	2,6	10,1	64,15
7	6	11	11,2	21,3	99,75
8	11	2	8,6	29,9	152,55
9	2	4	2,5	32,4	163,05
10	4	3	5,2	37,6	180,65
11	3	12	17,2	54,8	233,25
12	12	1	17,4	72,2	285,45
13	12	0	3,5	58,3	243,75

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3: Camión 1 ruta 4

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	8	16,2	16,2	62,6
2	8	2	6	22,2	90,6
3	2	3	2,7	24,9	102,7
4	3	4	0,25	25,2	107,45
5	4	5	1,6	26,8	121,25
6	5	6	2,3	29,1	132,15
7	6	7	2,2	31,3	144,75
8	7	14	13,2	44,5	198,35
9	14	13	2,8	47,3	242,75
10	13	9	1,4	48,7	248,95
11	9	10	0,5	49,2	260,45
12	10	12	1,2	50,4	267,05
13	12	11	0,4	50,8	288,25
14	11	1	19,2	70	345,85
15	11	0	5,3	56,1	304,15

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4: Camión 1 ruta 5

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	4	3,2	3,2	27,6
2	4	3	10,7	13,9	72,7
3	3	23	3,3	17,2	88,6
4	23	22	3,6	20,8	103,4
5	22	21	3	23,8	115,4
6	21	20	0,7	24,5	121,5
7	20	19	1	25,5	145,5
8	19	18	0,55	26,05	157,15
9	18	16	0,5	26,55	161,15
10	16	10	0,65	27,2	166,1
11	10	11	0,7	27,9	174,2
12	11	12	1	28,9	181,2
13	12	17	0,24	29,14	186,92
14	17	13	0,9	30,04	193,62
15	13	15	1	31,04	200,62
16	15	14	0,35	31,39	206,67
17	14	8	2,6	33,99	217,47
18	8	9	0,75	34,74	225,72
19	9	7	0,3	35,04	231,62
20	7	6	0,6	35,64	239,42
21	6	5	0,6	36,24	245,22
22	5	2	6,7	42,94	295,32
23	2	1	16,5	59,44	344,82
24	2	0	5,4	48,34	311,52

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5: Camión 1 ruta 6

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	2	13,6	13,6	54,8
2	2	9	6	19,6	82,8
3	9	3	1,6	21,2	94,6
4	3	4	1,4	22,6	120,8
5	4	5	4,5	27,1	139,3
6	5	6	11,4	38,5	193,5
7	6	8	3,5	42	212
8	8	7	0,55	42,55	217,65
Nodo 1	7	1	29,7	72,25	306,75
Nodo 0	7	0	15	57,55	262,65

Fuente: Elaboración propia

Tabla 6: Camión 2 ruta 2

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	11	0,85	0,85	7,55
2	11	9	0,65	1,5	14,5
3	9	10	0,35	1,85	19,55
4	10	12	1,6	3,45	27,35
5	12	13	11,5	14,95	74,85
6	13	14	2	16,95	94,85
7	14	2	1	17,95	118,85
8	2	7	1,2	19,15	126,45
9	7	8	0,5	19,65	133,95
10	8	6	1,9	21,55	152,65
11	6	15	1,1	22,65	203,95
12	15	16	1,1	23,75	212,25
13	16	4	1,2	24,95	219,85
14	4	5	0,3	25,25	223,75
15	5	3	3,2	28,45	238,35
16	3	1	14,3	42,75	281,25
17	3	0	1,1	29,55	241,65

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7: Camión 2 ruta 4

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	4	46,7	46,7	176,1
2	4	3	16,2	62,9	254,7
3	3	7	42,2	105,1	410,3
4	7	6	0,29	105,39	432,17
5	6	5	8,3	113,69	474,07
6	5	8	27,3	140,99	664,17
7	8	9	13	153,99	712,17
8	9	10	1,3	155,29	727,02
9	10	11	0,65	155,94	720,07
10	11	21	4,7	160,64	727,02
11	21	20	11,7	172,34	798,22
12	20	2	2,4	174,74	852,42
13	2	18	1,9	176,64	861,12
14	18	17	0,35	176,99	869,17
15	17	16	1,1	178,09	877,47
16	16	15	0,7	178,79	888,57
17	15	14	0,2	178,99	894,17
18	14	19	0,16	179,15	905,65
19	19	13	0,5	179,65	914,15
20	13	12	1,9	181,55	933,85
21	12	1	4,9	186,45	948,55
22	12	0	17,4	198,95	986,05

Fuente: Elaboración propia

Tabla 8: Camión 2 ruta 5

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	10	1,3	1,3	7,9
2	10	13	4,1	5,4	26,2
3	13	12	5,2	10,6	49,8
4	12	11	1	11,6	57,8
5	11	14	15,4	27	110
6	14	15	1,8	28,8	167,4
7	15	8	25,3	54,1	248,3
8	8	7	0,2	54,3	255,9
9	7	6	2,4	56,7	271,1
10	6	9	4,6	61,3	323,9
11	9	2	2,1	63,4	379,2
12	2	5	2,7	66,1	393,3
13	5	4	2,9	69	411
14	4	3	1,2	70,2	435,6
15	3	1	41,9	112,1	561,3
16	3	0	30,9	101,1	654

Fuente: Elaboración propia

Tabla 9: Camión 2 ruta 6

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	2	15,7	15,7	52,1
2	2	10	8,6	24,3	106,9
3	10	11	1,2	25,5	221,5
4	11	3	16,2	41,7	280,1
5	3	4	12,8	54,5	369,5
6	4	5	0,03	54,53	406,59
7	5	9	0,95	55,48	434,44
8	9	6	2,4	57,88	448,64
9	6	8	2,6	60,48	515,44
10	8	7	2,5	62,98	532,94
11	7	1	53,6	116,58	693,74
12	7	0	35,3	98,28	638,84

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10: Camión 3 ruta 1

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	2	12,6	12,6	41,8
2	2	3	1,4	14	56
3	3	7	1,1	15,1	76,3
4	7	4	4,6	19,7	118,1
5	4	6	47	66,7	185,5
6	6	5	41,8	108,5	260,66
7	5	1	90	198,5	368,66
8	5	0	69,8	178,3	344,42

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11: Camión 3 ruta 2

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	2	12,6	12,6	41,8
2	2	8	8,2	20,8	71,4
3	8	3	70,3	91,1	172,7174
4	3	4	18,5	109,6	210,5904
5	4	5	0,5	110,1	224,0904
6	5	7	66,7	176,8	303,319
7	7	6	0,45	177,25	307,669
8	6	1	124	301,25	414,061
9	6	0	106	283,25	398,617

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12: Camión 3 ruta 5

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	3	138	138	156,404
2	3	9	8,8	146,8	186,804
3	9	10	0,55	147,35	194,454
4	10	8	0,7	148,05	204,554
5	8	6	1,2	149,25	215,154
6	6	7	0,4	149,65	224,354
7	7	4	2,6	152,25	271,154
8	4	5	1,1	153,35	280,454
9	5	12	0,45	153,8	301,804
10	12	11	4,8	158,6	320,204
11	11	2	60,8	219,4	382,3704
12	2	1	155	374,4	515,3604
13	2	0	145	364,4	506,7804

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13: Camión 3 ruta 6

Iteración	Nodo origen	Nodo adyacente más cercano	Distancia mínima a nodo anterior	Distancia acumulada nodo anterior (Km)	Tiempo acumulado (MIN)
1	1	3	15,5	15,5	58,5
2	3	4	2,2	17,7	72,1
3	4	2	43,1	45,3	117,0798
4	2	1	61,5	106,8	169,8468
5	2	0	44,3	89,6	155,0892

Fuente: Elaboración propia

Anexo 6: Velocidad de camiones

Tabla 1: Velocidad de camiones

Día	Velocidad (km/h)	Camión 1	Camión 2	Camión 3
1	0-20	93,68%	94,94%	82,41%
	20-40	2,10%	2,39%	4,74%
	40-60	1,71%	1,57%	5,71%
	60-80	1,66%	0,75%	4,74%
	80-100	0,81%	0,34%	1,87%
	>100	0,03%	0,00%	0,52%
2	0-20	88,38%	91,21%	76,94%
	20-40	5,47%	4,10%	7,24%
	40-60	3,28%	2,92%	4,56%
	60-80	2,23%	0,90%	5,95%
	80-100	0,63%	0,73%	3,98%
	>100	0,00%	0,14%	1,33%
3	0-20	97,01%	88,63%	84,00%
	20-40	1,50%	5,29%	2,09%
	40-60	0,83%	3,60%	4,05%
	60-80	0,39%	1,63%	5,16%
	80-100	0,25%	0,79%	2,74%
	>100	0,00%	0,06%	1,96%
4	0-20	96,62%	83,27%	74,00%
	20-40	1,58%	4,69%	6,22%
	40-60	0,75%	4,08%	7,98%
	60-80	0,54%	3,81%	8,42%
	80-100	0,48%	3,50%	3,26%
	>100	0,00%	0,65%	0,11%
5	0-20	91,86%	86,57%	72,35%
	20-40	3,70%	4,60%	6,20%
	40-60	1,99%	3,50%	6,37%
	60-80	1,62%	3,09%	9,59%
	80-100	0,72%	1,72%	4,17%
	>100	0,10%	0,52%	1,32%
6	0-20	90,26%	89,85%	89,27%
	20-40	4,33%	3,45%	2,82%
	40-60	2,72%	2,84%	4,16%
	60-80	1,66%	2,56%	3,51%
	80-100	0,95%	1,30%	0,24%
	>100	0,08%	0,00%	0,00%

Fuente: Elaboración propia

Anexo 7: Elementos estadísticos

Llamada *Estadística No Paramétrica* por no tener supuestos de normalidad en sus poblaciones ni restringir un tamaño exacto de muestra “n” (Ato et al, 1990), se desarrolla en muestras de cualquier tamaño donde no se cumplan las reglas de las pruebas paramétricas y su principal característica es la búsqueda de la distribución de la población a la cual fue extraída la muestra (Álvarez, 2007). Las pruebas para el contraste es lo que se denomina *Pruebas de Bondad de Ajuste*, que compara la distribución de un conjunto de datos con una distribución dada teórica.

Una de las pruebas más utilizadas para probar la normalidad de una población es la prueba de *Kolmogorov-Smirnov* la que al ser aplicada compara la hipótesis nula, H_0 , de que un conjunto de datos de distribución empírica muestral tiene una distribución teórica normal, se rechaza hipótesis nula de normalidad cuando el valor experimental del estadístico D , es significativamente grande (Álvarez, 2007).

El *valor P*, es una prueba de significación que valora la evidencia en contra de una hipótesis nula, si el estadístico de contraste se sitúa lejos del valor para la aceptación de la hipótesis nula pero en el área de la hipótesis alternativa, H_1 , esto se transforma en una evidencia sustentable en contra de H_0 (Lévy & Varela, 2006).

En algunos casos para rechazar H_0 se compara el *valor P*, ya estimado, con un valor fijo, denominado *nivel de significación*, α , es decir, se considera cuál debe ser la evidencia en contra de H_0 (Moore, 2005).

La *media* también llamada “promedio” es la suma de n números dividida por n (Freud & Simon, 1994).

En un conjunto de datos la gran parte de estos se concentran cerca de la *mediana*, número que está justo en medio de una serie. Cuando la media y la mediana están a la izquierda de la *moda*, número que más se repite en una serie, se dice que los datos tienen un sesgo negativo, cuando la media, la mediana y la moda son iguales los datos tienen sesgo cero y

cuando la media y la mediana están a la derecha de la moda, los datos tienen sesgo positivo (Triola, 2009). En el momento en que se presenta el sesgo extremo, sin una tendencia clara en una serie de números, la *desviación estándar*, ayuda a comprender cómo se distribuyen los datos por encima y debajo de la media, y a visualizar variaciones inusuales (Berenson & Lavine, 1996).

La *prueba t de student para muestras relacionadas*, contrasta H_0 de la no-existencia de diferencias significativas entre dos variables X e Y con distribución normal. La hipótesis es la existencia de diferencias significativas entre las variables. Si valor P, asociado al estadístico de contraste, es mayor que α se aceptará H_0 y si es menor se aceptará H_1 (Sábado, 2009).