

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**PROGRAMAS DE POSTGRADO  
PROGRAMA MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL AULA**



**FORTALECIMIENTO DEL CONOCIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS PARA SU ENSEÑANZA**

**Alexis Juvenal Pérez Roa**

**Informe de Trabajo Final de Intervención presentado a la Dirección de Postgrado de la Universidad Católica de la Santísima Concepción para optar al grado académico de Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula**

**Director de Trabajo Final de Intervención  
Andrés Ortiz Jiménez**

**Concepción, Chile  
Abril, 2025**

## DEDICATORIA

Dedicado a Dios, de quien venimos y a quien vamos, por quien cumplimos en esta vida una misión particular, en mi caso, educar.

A Jessica Carolina, mi esposa, sin tu incondicional apoyo en todo este caminar cada uno de mis logros sería imposible; sobre todo en el cuidado de Trinidad Mailén, nuestra hija, a ti también tributo este proceso. El tiempo que he dedicado a este Magíster es sin duda tiempo que les correspondía a ustedes. Por su generoso y amoroso acompañamiento, gracias.

A Nicomedes y Marcela, mis padres, y Juliana, mi hermana. El primer apoyo de mi vida lo recibí de ustedes, impulsándome a cumplir cada uno de mis sueños. A María Gricelda y Ana María, por ese calor de madre que alienta a seguir adelante. A Juvenal y Jaime, que desde un lugar mejor deben estar alegres por esta meta alcanzada.

A Hugo, Andrea, Marta, Juan, Francisco, Daniela y Eric, sé que cada paso de esta etapa ha sido acompañado por ustedes, que este logro también sea su alegría.

El Señor es mi fuerza y mi escudo;  
mi corazón en él confía; de él recibo ayuda.

*Salmo 28*

## AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Católica de la Santísima Concepción, que, a través de cada uno de sus trabajadores y profesionales, ha sido un espacio idóneo para mi desarrollo académico. En especial, agradezco a los docentes:

Andrés Ortiz Jiménez, quien desde la primera charla de postulación demostró un interés inigualable en el desarrollo especializado de los docentes a su cargo. Como director del programa y en cada una de las asignaturas que impartió, su guía fue invaluable. Más aún, como director de este proyecto de intervención, le agradezco profundamente por su tiempo, consejos, ideas, motivación y felicitaciones. Gracias por abrir mis alas hacia nuevos horizontes académicos.

Carmen Espinoza Melo, quien, con una calidez especial, nos impulsó en incontables ocasiones a perseverar cuando el cansancio hacía mella en nuestro esfuerzo. Sus palabras de aliento fueron un pilar fundamental en este camino. Gracias por su compañía y guía.

Josefa Perdomo-Díaz, con quien tuve el privilegio de compartir un enriquecedor periodo de formación en la Universidad de La Laguna, Tenerife, España. Gracias por tus sabios consejos, que me permitieron vislumbrar con mayor claridad el camino de este proyecto de intervención. Sin saberlo, seguía tus ideas desde antes de conocerte.

Agradezco también al proyecto FOVI 230206: *Red académica internacional y multidisciplinaria para el fortalecimiento de la investigación, docencia y formación de capital humano avanzado en el desarrollo de habilidades matemáticas y pensamiento matemático*, liderado por el docente David Gómez Rojas, por brindarme la oportunidad de participar en una pasantía internacional en la Universidad de La Laguna. Su apoyo, orientación y confianza fueron muy importantes para mi crecimiento académico y profesional en este período.

A la institución educativa a la que pertenezco, a sus directivos, por el apoyo brindado en este periodo de formación, en especial a mis colegas del Departamento de Matemática, por su compromiso, gracias.

Finalmente, agradezco a ANID BECAS (*Magíster para profesionales de la educación en Chile - 2023 / 50230136*) por el respaldo brindado para el logro de este Magíster.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>DEDICATORIA .....</b>	<b>2</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>3</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDOS.....</b>	<b>4</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS .....</b>	<b>6</b>
<b>ÍNDICE DE ANEXOS .....</b>	<b>8</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>9</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO 1: ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN.....</b>	<b>11</b>
1.1. CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA Y LOS SUJETOS INTERVENIDOS.....	11
1.2. ANTECEDENTES CONTEXTUALES DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN.....	12
1.3. ÁRBOL DE PROBLEMA INICIAL .....	13
1.4. ANTECEDENTES TEÓRICOS DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN .....	14
1.5. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA EL DIAGNÓSTICO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN .....	17
1.6. DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN DEL DIAGNÓSTICO.....	18
<b>CAPÍTULO 2: APLICACIÓN Y RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO.....</b>	<b>19</b>
2.1. ANÁLISIS DEL DIAGNÓSTICO RESPECTO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN.....	19
2.2. RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO RESPECTO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA .....	25
<b>CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN .....</b>	<b>28</b>
3.1. PROBLEMA DE INTERVENCIÓN .....	28
3.2. ÁRBOL DEL PROBLEMA DEFINITIVO .....	28
3.3. OBJETIVOS DEL PROYECTO .....	30
3.4. MARCO LÓGICO DEL PROYECTO .....	30
3.5. CRONOGRAMA DE SESIONES DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN.....	33
<b>CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO PARA EL DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN .....</b>	<b>34</b>

---

4.1. ENFOQUES DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA UTILIZADOS PARA EL DISEÑO LAS ACTIVIDADES .....	34
4.2. GESTIÓN EN ACTIVIDADES DE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE.....	44
<b>CAPÍTULO 5: APLICACIÓN DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN .....</b>	<b>45</b>
5.1. DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES PROYECTO .....	45
5.2. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES IMPLEMENTADAS EN EL PROYECTO.....	52
5.2.1. CONCEPTO DE PROBLEMA MATEMÁTICO .....	52
5.2.2. HABILIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	59
5.2.3. TIPO DE TAREAS MATEMÁTICAS .....	72
5.2.4. GESTIÓN DE CLASE PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES.....	73
5.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL PROYECTO.....	81
<b>CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROYECCIONES .....</b>	<b>85</b>
6.1. CONCLUSIONES.....	85
6.2. LIMITACIONES.....	86
6.3. PROYECCIONES .....	87
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>88</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>91</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Carta Gantt de la aplicación del diagnóstico.....	18
Tabla 2. Análisis del grupo focal.....	19
Tabla 3. Características de un problema matemático descritas en el focus group .....	25
Tabla 4. Características de la resolución de problemas .....	26
Tabla 5. Características de la gestión de clases para el desarrollo de habilidades .....	26
Tabla 6. Marco lógico del proyecto de intervención .....	31
Tabla 7. Cronograma de las sesiones del proyecto de intervención .....	33
Tabla 8. Elementos de un problema matemático en la sesión 2.....	53
Tabla 9. Respuesta de los participantes a la actividad 2.4 .....	53
Tabla 10. Respuesta de los docentes participantes a la actividad 2.6.....	54
Tabla 11. Elementos de un problema matemático que reconocen los docentes (sesión 2) .....	55
Tabla 12. Respuestas de los docentes para la actividad 3.1C.....	55
Tabla 13. Elementos de un problema matemático que reconocen los docentes (sesión 5) .....	58
Tabla 14. Concepciones respecto a que es la resolución de problemas.....	63
Tabla 15. Respuesta de los participantes a la Actividad 3.1A.....	64
Tabla 16. Respuesta de los participantes a la Actividad 3.1B.....	65
Tabla 17. Respuesta de los participantes a la Actividad 3.3A.....	66
Tabla 18. Respuesta de los participantes a la Actividad 3.3B.....	67
Tabla 19. Respuesta de los participantes a la Actividad 3.3C.....	68
Tabla 20, Respuesta de los participantes a la actividad 4.2.....	70
Tabla 21. Concepciones con respecto a que es resolución de problemas (sesión 4) .....	71
Tabla 22. Respuesta de los participantes a la actividad 1.4 .....	73
Tabla 23. Respuestas de los participantes a la actividad 6.1.....	74
Tabla 24. Respuesta de los participantes a la actividad 7.1 .....	75
Tabla 25. Extractos del diálogo entre los participantes para la pregunta 7.1.....	76
Tabla 26. Respuesta de los participantes a la actividad 7.2 .....	77
Tabla 27. Diálogo generado ante la pregunta 7.2.....	78
Tabla 28. Progresión del concepto de problema matemático durante la implementación. ....	81
Tabla 29. Progresión de las concepciones acerca de que es resolución de problemas .....	82
Tabla 30. Rúbrica para evidenciar el nivel de logro del indicador R2 en la Actividad 8.....	83

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Árbol del problema inicial .....	13
Figura 2. Árbol del problema definitivo .....	29
Figura 3. Modelo del conocimiento de la resolución de problemas matemáticos para la enseñanza .....	34
Figura 4. Ejemplo de actividades diseñadas en función de los dominios del MPSKT .....	36
Figura 5. Ejemplo de actividades diseñadas en base a la definición de problema matemático .....	37
Figura 6. Tarea matemática de resolución de problemas de la Sesión 1 .....	46
Figura 7. Problema de Antonia (sesión 5) .....	47
Figura 8. Problema del hexágono (sesión 6) .....	49
Figura 9. Tarea matemática observada en el video de la sesión 7 .....	50
Figura 10. Respuesta de P1 a la Actividad 2.1 .....	52
Figura 11. Problema seleccionado por los docentes en la actividad 5.1 .....	56
Figura 12. Respuesta de los participantes a la pregunta 2 de la Actividad 5 .....	57
Figura 13. Enunciado seleccionado por los docentes para modificar .....	57
Figura 14. Problema modificado por los docentes .....	58
Figura 15. Respuesta de los participantes a la pregunta 4 de la Actividad 5 .....	58
Figura 16. Respuesta participante P1 a la pregunta 2 de la actividad 5 .....	59
Figura 17. Respuesta participante P2 a la pregunta 2 de la actividad 5 .....	59
Figura 18. Tarea matemática para la sesión 1 .....	59
Figura 19. Respuesta de participante P3 a la tarea matemática de la sesión 1 .....	60
Figura 20. Respuesta de participante P1 a la tarea matemática de la sesión 1 .....	61
Figura 21. Respuesta de participante P4 a la tarea matemática de la sesión 1 .....	62
Figura 22. Respuesta de participante P2 a la tarea matemática de la sesión 1 .....	63
Figura 23. Tarea matemática de la Actividad 4 .....	69
Figura 24. Producciones de P1 y P3 al problema de la Actividad 4 .....	69
Figura 25. Producción de P2 al problema de la Actividad 4 .....	70
Figura 26. Diseño de clase propuesto por los participantes en actividad 8 (Parte A) .....	79
Figura 27. Diseño de clase propuesto por los participantes en actividad 8 (Parte B) .....	80

**ÍNDICE DE ANEXOS**

Anexo 1. Consentimiento informado .....	92
Anexo 2. Diseño del guion temático del grupo focal.....	94
Anexo 3. Diseño de la gestión para la sesión 1 .....	95
Anexo 4. Diseño de la gestión para la sesión 2.....	96
Anexo 5. Diseño de la gestión para la sesión 3 .....	97
Anexo 6. Diseño de la gestión para la sesión 4 .....	98
Anexo 7. Diseño de la gestión para la sesión 5 .....	99
Anexo 8. Diseño de la gestión para la sesión 6 .....	100
Anexo 9. Diseño de la gestión para la sesión 7 .....	101
Anexo 10. Diseño de la gestión para la sesión 8.....	102
Anexo 11. Actividad 1 de la implementación .....	103
Anexo 12. Actividad 2 de la implementación .....	105
Anexo 13. Actividad 3 de la implementación .....	107
Anexo 14. Actividad 4 de la implementación .....	111
Anexo 15. Actividad 5 de la implementación .....	113
Anexo 16. Actividad 6 de la implementación .....	115
Anexo 17. Actividad 7 de la implementación .....	118
Anexo 18. Actividad 8 de la implementación .....	120
Anexo 19. Listas de cotejo para R1. Elementos de un problema matemático .....	122
Anexo 20. Listas de cotejo para R1. Características de la resolución de problemas.....	122
Anexo 21. Rúbrica para evaluar el logro de la actividad 5 .....	123
Anexo 22. Rúbrica para evaluar el logro de la actividad 8 .....	124

## RESUMEN

Esta investigación, tiene como propósito, mediante un proyecto de intervención, fortalecer el conocimiento didáctico-matemático de los docentes acerca de lo que es un problema matemático y cómo se debe gestionar la enseñanza para desarrollar la resolución de problemas en sus estudiantes. El proyecto está enfocado en los docentes de enseñanza media de un establecimiento particular subvencionado de la comuna de Laja. En los cuales, a partir de un diagnóstico sistematizado, se estableció una problemática centrada en que los profesores concebían los problemas matemáticos como ejercicios con enunciado, aplicados al final del proceso de enseñanza de los contenidos y que para su resolución se requieren de una serie de cuatro pasos. Para hacer la intervención, se utilizó una metodología de proyecto, con actividades, indicadores de logro y medios de verificación establecidos; se diseñaron y aplicaron ocho sesiones a cuatro docentes de matemática que permitieron aumentar los conocimientos de resolución de problemas matemáticos para su enseñanza, atendiendo a dos de las cuatro dimensiones del modelo MPSKT (Chapman, 2015) integrando elementos del Proyecto ARPA (Felmer et al., 2019) y del modelo MED (Solar et al., 2016). Los resultados, de la aplicación del proyecto de intervención, mostraron un cambio en las concepciones de los docentes sobre qué es un problema matemático y cómo se debe abordar la resolución de problemas en sus aulas.

**Palabras claves:** Problema matemático, Resolución de Problemas (RP), Diseño de clases de RP, Gestión en el aula de la RP, Preguntas Deliberadas, Anticipación de Respuestas.

## ABSTRACT

The purpose of this research, through an intervention project, is to strengthen the didactic-mathematical knowledge of teachers about what a mathematical problem is and how teaching should be managed to develop problem solving in their students. The project is focused on high school teachers of a private subsidized school in the commune of Laja. In which, from a systematized diagnosis, a problem was established centered on the fact that teachers conceived mathematical problems as exercises with a statement, applied at the end of the teaching process of the contents and that their resolution requires a series of four steps. To make the intervention, a project methodology was used, with established activities, achievement indicators and means of verification; eight sessions were designed and applied to four mathematics teachers that allowed increasing the knowledge of mathematical problem solving for their teaching, attending to two of the four dimensions of the MPSKT model (Chapman, 2015) integrating elements of the ARPA Project (Felmer et al., 2019) and the MED model (Solar et al., 2016). The results, from the application of the intervention project, showed a change in teachers' conceptions of what a mathematical problem is and how problem solving should be approached in their classrooms.

**Keywords:** Mathematical problem, Problem Solving (PS), Design of PS classes, Classroom management of PS, Deliberative questions, Anticipation of Answers.

## INTRODUCCIÓN

El desarrollo de habilidades matemáticas, especialmente la resolución de problemas, constituye un eje fundamental del pensamiento matemático (MINEDUC, 2019) y un desafío central para la enseñanza de esta disciplina (Felmer et al., 2019). Sin embargo, el diagnóstico inicial realizado en un establecimiento de enseñanza media de la comuna de Laja evidenció que los docentes presentan concepciones limitadas acerca de que es la resolución de problemas y además una gestión poco eficiente para el desarrollo de esta habilidad. Este problema se caracteriza por prácticas educativas centradas en la transmisión de contenidos, relegando la resolución de problemas (ejercicios con enunciado) a un rol complementario o final en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El presente proyecto de intervención, está fundamentado en referentes teóricos sobre resolución de problemas (Schoenfeld, 1985; Felmer et al., 2019) y también acerca de la gestión de clases (Smith y Stein, 2011; NCTM, 2015). El proyecto se orienta a fortalecer el conocimiento teórico-didáctico de los docentes sobre la resolución de problemas matemáticos. Estos enfoques destacan la importancia de diseñar y gestionar tareas que desafíen cognitivamente y creativamente a los estudiantes, permitiéndoles no solo aplicar conceptos matemáticos, sino también desarrollar otras habilidades como modelar, representar, argumentar y comunicar. Asimismo, se consideran las nociones propuestas por Ball, Thames y Phelps (2008) sobre el conocimiento matemático para la enseñanza, integradas al modelo del conocimiento de la resolución de problemas matemáticos para su enseñanza (MPSKT, por sus siglas en inglés) propuesto por Chapman (2015), quien subraya la relevancia de las competencias docentes en la enseñanza de la resolución de problemas.

La intervención, estructurada en ocho sesiones, busca que los profesores adquieran el conocimiento didáctico matemático, vinculando lo teórico con lo práctico, para identificar tareas matemáticas, diseñar y gestionar clases que permitan el desarrollo de la resolución de problemas. Este informe presenta la caracterización del problema, los resultados del diagnóstico inicial, el diseño del proyecto de intervención. Se fundamenta teóricamente la intervención, utilizando enfoques relevantes de la didáctica de la matemática. Se detalla su implementación, así como un análisis de los aprendizajes alcanzados por los docentes. Finalmente, se reflexiona sobre las implicancias de esta experiencia para la mejora de las prácticas pedagógicas y algunas proyecciones y limitaciones para su implementación.

## CAPÍTULO 1: ESTRUCTURACIÓN DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

En este primer apartado se presentan antecedentes contextuales relativos a la institución donde se realiza la intervención, y algunas características centrales del problema que inicialmente motivó la intervención, el cual es que los docentes de enseñanza media en esta institución gestionan de forma deficiente el desarrollo de la resolución de problemas, en específico, en el eje de estadística y probabilidades. Este problema se caracteriza con sus posibles causas y efectos por medio de un esquema de árbol del problema.

También se presenta una descripción detallada del proceso de planificación y ejecución del proceso de diagnóstico aplicado, para recabar evidencia que permitiera sustentar el problema antes señalado.

### 1.1. CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA Y LOS SUJETOS PARTICIPANTES

La institución educativa donde se realiza esta intervención corresponde a un liceo particular subvencionado de la comuna de Laja, región del Biobío. El establecimiento centra su educación en un enfoque científico humanista confesional católico, con una fuerte componente valórica radicada en un Proyecto Educativo Institucional (PEI) *transformador* emanado desde una congregación religiosa dedicada hace más de cien años a la educación. Sin embargo, este colegio en particular tiene solo 33 años desde su fundación.

El establecimiento cuenta con niveles educativos desde prekínder (PK) a 4° año medio (4M) y su matrícula es de aproximadamente 715 estudiantes. La distribución del alumnado se desarrolla en dos cursos por cada nivel escolar, con un promedio de 25 alumnos por sala. Cuenta con una planta de 99 funcionarios, 61 de los cuales son docentes de las distintas áreas del conocimiento y niveles educacionales. No cuenta con excelencia académica otorgada por el Ministerio de Educación (desde el año 2019).

En particular, el departamento de matemática está conformado por 9 docentes, 5 de los cuales se desempeñan en enseñanza media (7B – 4M). De ellos, se tiene una profesora de enseñanza básica con mención en matemática, una profesora de matemática y computación, un profesor de matemática y dos profesores de matemática y educación tecnológica. Los sujetos participantes del proyecto son cuatro docentes de enseñanza media, dos se encuentran en el tramo temprano del Sistema de Desarrollo Profesional Docente (SDPD), mientras que los dos restantes no han participado del proceso de evaluación.

En conversaciones sostenidas con los distintos docentes que imparten la asignatura de matemática, es posible visualizar que ellos entienden que la resolución de problemas corresponde a una aplicación real o contextual de la matemática aprendida, o bien que, para enseñar un tema matemático en particular se debiese partir por resolver problemas. En cualquier caso, no se menciona cómo se gestiona una clase con foco en la resolución de problemas. Además, surge la duda con respecto a cuál es la concepción que se tiene de un problema matemático, pues ellos sostenían que cualquier situación contextual, en que la información matemática aparezca al decodificar un texto, es un problema matemático. Esto se desprende

también de diversas conversaciones sostenidas con los docentes, en que es una postura común es asumir que en la asignatura de matemática pueden resolverse los problemas planteados por los docentes de las asignaturas de física o química, pues “es solo ordenar los datos y aplicar una fórmula”.

De la misma forma este grupo de profesores asume como una debilidad la enseñanza de la estadística y las probabilidades, tanto porque es la “última unidad” en los documentos curriculares y textos de estudio, como por considerar que individualmente no se tienen las competencias específicas para gestionar la enseñanza, más que presentar la información (definiciones, fórmulas, esquemas) y aplicar ejercicios de resolución con la información entregada.

Estas dos posturas con respecto a que es resolución de problemas y la enseñanza de la estadística y las probabilidades, evidenciadas de manera informal, motivan esta intervención en la institución educativa ya individualizada.

## **1.2. ANTECEDENTES CONTEXTUALES DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN**

Los resultados del año 2023 de la evaluación Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA), en este establecimiento educacional, dan cuenta de que el eje de estadística y probabilidades es uno de los más descendidos (junto con geometría). Históricamente la unidad de estadística y probabilidades se planifica para fines del año académico, y considerando el normal retraso en los objetivos de aprendizaje de los otros ejes de la asignatura, muchas veces no se alcanza a cubrir completamente los objetivos de aprendizaje de este eje en cada nivel. Por otro lado, surge la inquietud de si las estrategias de enseñanza utilizadas por los docentes son las apropiadas para lograr un aprendizaje profundo de los conceptos y un desarrollo apropiado de las habilidades curriculares correspondientes. Es más, no se tiene certeza de que en las aulas del centro educativo se esté propiciando la resolución de problemas, o si más bien solo se utilizan situaciones con contexto o ejercicios con enunciado. Esto pues, la misma evaluación (DIA 2023) muestra que las preguntas enfocadas en resolución de problemas (y también en modelar) tienen un bajo nivel de logro, comparado con aquellas que se centran en representar o argumentar y comunicar.

Entre los docentes que imparten la asignatura en esta institución, existe la práctica generalizada de considerar a la resolución de problemas como un “último eslabón” entre las actividades desarrolladas por los estudiantes al implementar sus clases, esto ya que existe la concepción de que los estudiantes necesitan las herramientas metodológicas, técnicas o procedimentales para luego abordar una situación problemática y darle solución. Esto también fue reportado por Meneses (2024) en un establecimiento educacional particular subvencionado, de la provincia de Concepción. Es habitual que se planifique la unidad didáctica poniendo a la resolución de problemas al final de la unidad y no al inicio o durante el transcurso de ella. Además, es difícil observar la presencia de problemas matemáticos en el eje de estadística y probabilidades, ya que en este caso las actividades de aprendizaje se centran en la aplicación de reglas, definiciones o propiedades; la completación de esquemas, el cálculo de medidas estadísticas o

probabilidades para dar respuesta a ejercicios contextuales por medio de la interpretación de los resultados obtenidos.

Surge entonces la necesidad de estudiar a profundidad el fenómeno de cómo los docentes gestionan la habilidad de resolución de problemas con sus estudiantes, en particular en el eje de estadística y probabilidades, en el establecimiento educativo ya individualizado.

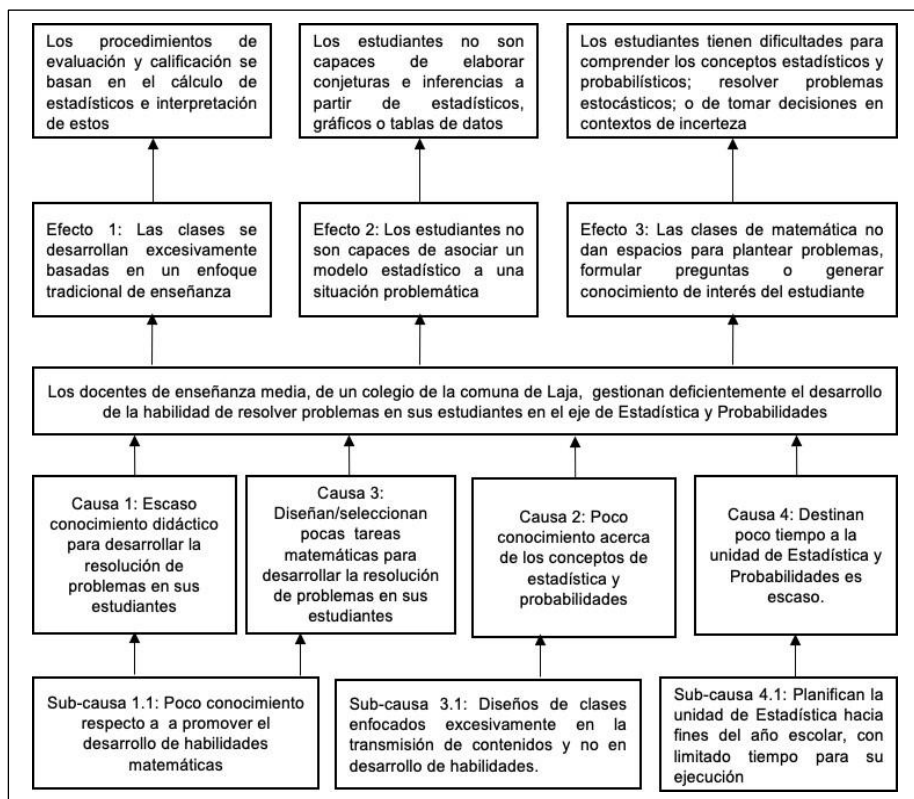
### 1.3. ÁRBOL DE PROBLEMA INICIAL

El siguiente esquema presenta el problema central de esta intervención, así como una primera propuesta de sus causas y efectos, ya que hasta el momento no se tiene evidencia para justificar el problema central y sus causas en la institución educativa, el árbol del problema es solo hipotético, pero permite organizar la siguiente fase de la intervención que es el diagnóstico.

Las causas que se proponen en este esquema van desde las competencias didácticas específicas del profesor de matemática, el conocimiento matemático, la planificación de actividades, hasta el tiempo destinado a la unidad de estadística y probabilidades. Mientras que los efectos se evidencian en la práctica de aula y las habilidades desarrolladas por el alumnado.

**Figura 1**

*Árbol del problema inicial*



#### 1.4. ANTECEDENTES TEÓRICOS DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

En el punto anterior, se explicitaron las posibles causas que darían origen al problema que será intervenido, las cuales emanaron de mi interpretación de la información entregada en conversaciones informales con los docentes a lo largo de años de experiencia en la institución educativa. Dichas causas contextuales tienen algunos antecedentes teóricos que las sustentan, los que se exponen a continuación.

##### **Antecedentes teóricos respecto a qué es resolución de problemas**

La resolución de problemas es una de las cuatro habilidades del pensamiento matemático que propone el currículum nacional (MINEDUC, 2016). Al respecto de ellas, Felmer et al. (2019) señala:

Estas habilidades están íntimamente ligadas entre sí y se puede argumentar que la resolución de problemas es central para el desarrollo de las otras tres habilidades. Ciertamente que para resolver problemas es necesario representar y modelar. La resolución de problemas también provee de excelentes oportunidades para la comunicación y el razonamiento matemático. (p. 24)

Es posible asumir que, si en las aulas no se trabaja adecuadamente la resolución de problemas, se desaprovechan oportunidades para el desarrollo de las cuatro habilidades centrales. Siguiendo al mismo autor, el establecimiento de la resolución de problemas como un foco central de la enseñanza de la matemática en las Bases Curriculares plantea un gran desafío al sistema educacional, ya que, según su apreciación, tanto la resolución de problemas como las otras habilidades “no se encuentran bien desarrolladas y no están representadas convenientemente en la práctica escolar regular” (Felmer et al., 2019, p.24).

El desempeño de los profesores en el aula está determinado por concepciones y creencias sobre los contenidos matemáticos escolares y su enseñanza (Pajares, 1992; en Piñeiro, 2019, p.57). En particular, lo que un docente cree que es un problema matemático y cómo se resuelve, tiene relación con su experiencia como estudiante y resolutor. Martínez y Ruiz (2023, p. 9) afirman que “las creencias afectan considerablemente las formas en que estudiantes y profesores abordan la resolución de problemas”. Por lo tanto, es válido pensar que el escaso conocimiento didáctico de los docentes acerca de la resolución de problemas, muchas veces influenciado por sus propias creencias de qué es un problema y cómo se resuelve, sea una causa para su inadecuado desarrollo.

Además, distintas investigaciones (Preiss et al., 2011; Alfaro y Gormaz, 2009; Felmer et al., 2015; en Felmer et al., 2019) señalan que, en las aulas de Chile, el desarrollo de la habilidad de resolver problemas está muy limitada, por no decir ausente. Más aún, Felmer et al. (2019) plantea que “esta escasez de resolución de problemas viene de la mano con poca argumentación matemática y comunicación de la matemática” (p.36)

Esto es preocupante, dado que tal como se dijo anteriormente, al no desarrollar la resolución de problemas en las aulas, se desaprovechan oportunidades de desarrollo de todas las habilidades del pensamiento matemático.

### **Antecedentes teóricos respecto a cómo se gestiona una clase de resolución de problemas**

Smith y Stein (2016) han contribuido ampliamente a sintetizar la idea de que el desarrollo de habilidades matemáticas requiere de una gestión especializada, puesto que en sus estudios han observado que “la mayor parte del trabajo escolar consiste en tareas que contienen problemas para cuya solución se les ha enseñado a los estudiantes un método preferido” (p.1) y en respuesta a ello sostienen que es erróneo suponer que los estudiantes estarán preparados para afrontar los desafíos del mundo actual si se les obliga a trabajar en fila, completar tareas de baja exigencia cognitiva e involucrarse en discusiones con respuestas prefabricadas. En esta crítica, surge la necesidad de una *forma de hacer clase* que pueda involucrar al estudiante en un trabajo cognitivamente demandante, para explotar su pensamiento matemático.

Desde los inicios del estudio de los procesos de aprendizaje y enseñanza, se ha sintetizado la idea de que “el conocimiento y las habilidades complejas se aprenden mediante la interacción social” (Vygotsky, 1978; en Smith y Stein, 2016, p.1). En particular, en la clase de matemática las discusiones de alta calidad ayudan a los estudiantes en su aprendizaje, pues éstos comunican, explican, argumentan, representan, escuchan, evalúan, entre muchas otras expresiones de pensamiento matemático. Para crear experiencias de aprendizaje significativo, los docentes deben aprender a seleccionar tareas desafiantes y cómo apoyar a sus estudiantes en la resolución de estas tareas, sin disminuir el nivel de exigencia inicial. Felmer et al. (2019) también apoyan esta idea:

La realización de actividades de resolución de problemas con los estudiantes requiere de importantes cambios en la práctica pedagógica. Es necesario cambiar costumbres y formas muy arraigadas en nuestro sistema educativo. Es aquí donde radica el mayor desafío para el docente. El primer cambio importante, es en la forma en que el docente interactúa con los estudiantes. (p. 37)

Es decir, para el adecuado desarrollo de habilidades como la resolución de problemas, los docentes deben aprender una forma de diseño y gestión especializada de su clase.

### **Antecedentes teóricos respecto a la enseñanza de la estadística.**

La enseñanza formal de la estadística durante los últimos años ha ganado un espacio importante en los currículos de matemática de la gran mayoría de los países (Vásquez y Cabrera, 2022), puesto que se le considera como un conocimiento relevante dado su impacto en el desarrollo del pensamiento crítico de la ciudadanía (Vidal-Szabó et al., 2020). Esto hace necesario que los profesores ofrezcan a sus estudiantes experiencias de aprendizaje que le permitan desarrollar una profunda comprensión estadística.

De acuerdo con Vásquez y Alsina (2023) el profesorado concibe la enseñanza de la estadística como un conocimiento relevante, cuyo principal objetivo es la comprensión del entorno, siendo considerada como una “herramienta” clave para la comprensión de problemas de diversa índole provenientes de múltiples contextos. Para Vidal-Szabó et al. (2020) un estudiante que egresa de la educación secundaria debiese contar con las competencias necesarias para visualizar, entender y decidir en situaciones reales donde la incerteza esté presente.

En cuanto al momento del año escolar en que el profesorado declara llevar a cabo la enseñanza de la estadística, se observa que en su totalidad planifican su enseñanza para la última etapa del año escolar, lo que en algunos casos implica que su enseñanza no se llega a concretar, argumentando que esto se debe a falta de tiempo. (Vásquez y Alsina, 2023, p. 98)

Los autores refieren que esta situación puede tener diversas causas, como una planificación inadecuada, falta de conocimientos disciplinares para enseñar estas temáticas, o incluso el hecho de que curricularmente se lo otorgue un menor margen de tiempo en comparación con los otros ejes temáticos. Incluso la distribución temática de los libros de texto puede impulsar a los docentes a enseñar este eje hacia fines del año escolar.

En relación con la forma de abordar la enseñanza de la estadística, Vásquez y Alsina (2023) han observado que los docentes “otorgan gran importancia a una enseñanza centrada en el análisis de datos reales, ya sean proporcionados por el profesorado o recolectados por los propios estudiantes. Esto deja entrever el predominio de un enfoque experimental en torno a la enseñanza de la estadística. Para Estrella y Vidal-Szabó (2017) la enseñanza de los conceptos estadísticos no basta centrarse en un contexto real, hay también elementos como la necesidad de los datos, la búsqueda de patrones, la diversidad de representaciones, la argumentación a partir de la observación, que deben ser considerados y explorados en situaciones de enseñanza de estadística. Otro recurso muy utilizado es el libro de texto.

Para concluir su estudio, Vásquez y Alsina (2023) señalan que “en el futuro, pues, será necesario brindar al profesorado oportunidades de desarrollo profesional que les permitan fortalecer sus conocimientos disciplinares y didácticos en torno a la enseñanza de la estadística desde edades tempranas y así avanzar hacia una enseñanza eficaz de la estadística”. (p. 98)

### 1.5. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA EL DIAGNÓSTICO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

Como se ha descrito anteriormente, existe la idea de que la habilidad de resolver problemas no es bien entendida por los profesores que imparten la asignatura de matemática en esta institución, y además no intencionan ni gestionan adecuadamente actividades de enseñanza enfocadas en su desarrollo. Para indagar esta problemática y recoger evidencia que permita sustentar las posibles causas del problema de intervención, se planifica una instancia de diagnóstico para los docentes de dicha institución.

En este proceso de diagnóstico se utilizó el grupo focal como la técnica de recolección de datos. Esta técnica, propia de las investigaciones cualitativas, que utiliza algunas características de la entrevista para su desarrollo, en la que se reúne un grupo de personas que tengan las características deseadas, y se les pregunta sus opiniones sobre una cuestión, idea o producto, con la guía de un moderador, cautelando que se expresen de manera libre y espontánea sobre una temática determinada. El interés de un grupo focal es interpretar en profundidad y detalle un fenómeno, para dar cuenta de comportamientos sociales y prácticas cotidianas de cierta comunidad (Constenla, 2018).

El instrumento que se aplicó para la técnica señalada es un guion temático (ver anexo 2) semiestructurado, el que fue aplicado en una única sesión a los docentes participantes. Con el guion temático de seis preguntas se pretende indagar acerca de las cuatro causas para el problema, propuestas en el árbol inicial (ver figura 1). Por ejemplo, para la causa 1 se plantean dos preguntas tendientes a conocer las concepciones de los docentes con respecto al aprendizaje matemático y su relación con la resolución de problemas. Para la causa 2 se les consulta explícitamente que elementos, contenidos o habilidades del eje de estadística y probabilidades les generan más inseguridad al momento de enseñar. Dado que la causa 3 implica que los docentes escasamente intencionan actividades para desarrollar la resolución de problemas, se consulta *¿qué es para usted un problema matemático?* y *¿qué rol cumple la resolución de problemas en mis clases de estadística o probabilidades?* mientras que para la causa 4 se pregunta explícitamente si cuentan con suficiente tiempo para desarrollar la unidad de estadística y probabilidades.

Se plantea solo un grupo focal, y no otras técnicas, considerando que para evidenciar las concepciones propias de cada docente (y compartidas en comunidad) es necesario conversarlo de forma directa, en cambio, en una observación de cualquier clase podría no haberse planificado actividades de resolución de problemas, en cambio, si se observa una clase anticipando al docente que se buscará evidencia de gestión de la resolución de problemas, podría modificar su práctica usual siendo una observación poco fiel a la realidad.

### 1.6. DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN DEL DIAGNÓSTICO

A continuación, se describe la aplicación del proceso de diagnóstico para indagar las causas de la problemática de este proyecto. Para comenzar, se concertó con los docentes que serían intervenidos una reunión el martes 7 de noviembre de 2023, en la cual se realizó el grupo focal, en espacio adecuado para ello, durante 35 minutos se analizaron las preguntas propuestas. Posteriormente, se realizó la transcripción del audio recogido en dicha instancia, documento que se analizó buscando evidencias que sustentaran las causas del problema propuestas en el árbol del problema inicial (figura 1), o bien evidencia que hicieran pensar en modificar dichas causas.

El siguiente esquema tipo Carta Gantt, resume la programación de todas las actividades relacionadas con el diagnóstico aplicado para este proyecto de intervención.

**Tabla 1**

*Carta Gantt de la aplicación del diagnóstico*

Actividad	Octubre 2023		Noviembre 2023			
	S.4 23-27	S.5 30-03	S.1 6-10	S.2 13-17	S.3 20-24	S.4 27-01
FASE 0: Adecuación y perfeccionamiento de elementos previos al diagnóstico.	X					
FASE 1: Confección, adecuación o perfeccionamiento del guion temático.		X				
FASE 2: Revisión del guion temático por expertos, quienes lo someterán a juicio.			X	X		
FASE 2: Entrega y recepción de consentimientos informados.			X			
FASE 3: Aplicación del grupo focal con un guion temático de soporte.				X		
FASE 4: Análisis y organización de los datos obtenidos.					X	X
FASE 5: Extracción de conclusiones a partir de los datos analizados.						X

## CAPÍTULO 2: APLICACIÓN Y RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO

En el capítulo anterior se señalaron antecedentes contextuales y teóricos que permitieron, a priori, establecer una problemática didáctico-matemática relacionada con la enseñanza de la habilidad de resolver problemas de estadística y probabilidades, esto a partir de la experiencia laboral en esta institución educativa. Tanto el problema como sus causas y efectos descritos en el apartado 1.3, fueron una primera versión (a priori) que requirió de un proceso de diagnóstico formal, para validar dicha situación con los docentes involucrados. Dicho diagnóstico se justificó y caracterizó en los apartados 1.5 y 1.6. Este segundo capítulo da cuenta del análisis detallado de los resultados del proceso de diagnóstico realizado y de sus conclusiones en función de la elaboración del árbol del problema final para esta intervención.

### 2.1. ANÁLISIS DEL DIAGNÓSTICO RESPECTO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

En el análisis del grupo focal se presentan evidencias para dar sustentabilidad a las causas a priori del problema de intervención. Para eso se realiza un análisis de contenido de la transcripción del diálogo sostenido entre los participantes, agrupando las evidencias textuales aportadas por los docentes entrevistados en 4 categorías: Escaso conocimiento didáctico de los docentes, escaso conocimiento matemático de los docentes, falta de actividades para desarrollar la resolución de problemas en las aulas y escaso tiempo para planificación y ejecución de clases del eje de estadística y probabilidades. En la Tabla 2 se exponen extractos del diálogo considerados relevantes para dar sustento (o no) a las causas del problema.

**Tabla 2**

*Análisis del grupo focal*

<i>Categoría de Análisis</i>	<i>Evidencia textual extraída del grupo focal</i>
Escaso conocimiento didáctico de los docentes	<b>A</b> P1: Yo creo que también le afecta que ellos no saben estudiar matemáticas.
	<b>B</b> P2: es el problema que tenemos no solamente en esta unidad, sino que en general, no leen, o leen y no entienden, o simplemente veo y ya pregunto qué se hace aquí porque no entiendo. Entonces uno dice, “pero lee una vez, si no entiendes de nuevo, vuelve a leer, si no entiendo vuelvo a leer y empiezo a anotar cosas”, pero eso les cuesta mucho
	<b>C</b> P1: Y al final siempre propongo que nosotros tengamos como la resolución de problemas como un cuadro común, un cuadro que aparezca en matemática, física, química, pero que sea el mismo cuadro. Dato, operatoria, después la respuesta. Y asignar un puntaje a cada uno para que ellos vean que es un proceso que es de inicio a fin.

	<b>D</b>	P2: Uno involucra más habilidades, en el ejercicio uno resuelve, se aplica [...] En el problema uno tiene que comprender el contexto, entender lo que te están entregando [...] Luego, ordenar todos esos datos, hacer la resolución [...] Y claro, también la respuesta
	<b>E</b>	P1: (La Resolución de problemas) Siempre va al final, yo siempre parto desde como del aplicar, y después lo mismo que yo les puedo contar en una historia ahora ya va escrito.
	<b>F</b>	P2: Claro, yo igual siempre normalmente lo dejo para el final, cuando ya está todo el contenido, entonces ahora tenemos que ir a la situación, a lo concreto, al problema de la vida cotidiana.
	<b>G</b>	P1: Yo creo que uno también se centra en la resolución en sí, más que en el problema. Personalmente, yo hago todo el ejercicio, todo el contenido, toda la teoría y después dejo los problemas. Quizás es un problema, dejarlos al último.
	<b>H</b>	P2: En el problema uno tiene que comprender el contexto, entender lo que te están entregando.
Escaso conocimiento matemático de los docentes.	<b>I</b>	P3: A mí, probabilidades me causan más conflictos, inseguridad
	<b>J</b>	P1: el principio multiplicativo de probabilidades, que no me cuesta el principio multiplicativo cuando está asociado a técnicas de conteo
	<b>K</b>	P2: mi debilidad es la unidad de geometría y la unidad estadística y probabilidad. Porque fueron las unidades que siempre en el colegio quedaban a medias.
	<b>L</b>	P1: yo creo que no me sé el orden en el que deberían verse las probabilidades de inicio a fin.
Falta de actividades para desarrollar la resolución de problemas en las aulas	<b>M</b>	P2: Entonces normalmente uno alcanza a ver conceptos. Y no llega a esta parte de la resolución de problemas que es lo que en realidad importa, porque en lo que es estadística lo que importa es inferir, deducir cosas.
	<b>N</b>	P3: Claro, yo igual siempre normalmente lo dejo para el final, cuando ya está todo el contenido, entonces ahora tenemos que ir a la situación, a lo concreto, al problema de la vida cotidiana.
	<b>Ñ</b>	P2: Para el problema necesita de partida muchas cosas. Al menos para mí es al final.
Escaso tiempo para planificación y ejecución de clases del eje de estadística y probabilidades.	<b>O</b>	P1: Y particularmente el tema de la estadística y la probabilidad creo que es un eje que es muy escaso de poder tocar porque siempre está el último
	<b>P</b>	P3: siempre por tiempo uno no lo alcanza a ver.
	<b>Q</b>	P3: Y lamentablemente por tiempo no lo logramos.
	<b>R</b>	P3: y es el único eje que dejamos sin cubrir porque siempre lo vemos a media, como apurado, todo apurado.

Con respecto a la primera categoría, *escaso conocimiento didáctico de los docentes* la evidencia aportada por los participantes da cuenta de una excesiva responsabilización del estudiante en el no logro de las habilidades en clases, al asumir que el estudiante debe *saber estudiar matemática* (A) y que por ello el aprendizaje no es óptimo. También en el punto B se responsabiliza la baja comprensión lectora del estudiantado.

En segundo lugar, con respecto a lo que es un problema matemático y como éstos intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los participantes asumen que los problemas sólo se pueden resolver cuando los estudiantes ya han aprendido los conceptos matemáticos correspondientes (E y F), y no lo utilizan como un medio de enseñanza para lograr el aprendizaje de habilidades. Aunque, están conscientes de que un problema matemático pone en juego más conocimiento matemático que un ejercicio de aplicación directa (D). Con esto es posible asumir que las participantes desconocen algunos aspectos teóricos de la didáctica de la matemática, por ejemplo, que el aprendizaje de la matemática se produce *por medio* de la resolución de problemas y no *para* la resolución de problemas (MINEDUC, 2016). Es preciso mencionar que se observa cierto consenso en que un problema matemático debe estar centrado en un contexto real (C y D).

Observando las evidencias aportadas en la segunda categoría, *escaso conocimiento matemático de los docentes*, los participantes no muestran un escaso conocimiento matemático, pero si afirman sentir cierta inseguridad al momento de enfrentarse a la estadística o las probabilidades; también se observa un desconocimiento curricular del eje en los distintos niveles escolares.

Con respecto a la categoría *falta de actividades para desarrollar la resolución de problemas en las aulas*, se observa un consenso en que la resolución de problemas se debe atender hacia el final del tiempo destinado a cada unidad o eje temático (E y G), y con eso, no se asegura tener el tiempo propicio para atender a situaciones problemáticas que involucran aprendizajes con niveles de procesamiento del pensamiento profundo.

Finalmente, el acuerdo generalizado es que, dado que los planes de estudio proponen al eje de estadística y probabilidades como el último en cada nivel escolar, el tiempo que se le destina es escaso, ya que se acostumbra a observar un retraso con las unidades temáticas previas; por ello *no se alcanza a ver* plenamente en cada nivel escolar (O y P).

Luego de hacer este análisis de acuerdo con las categorías definidas inicialmente, se realiza un análisis detallado con respecto a las conceptualizaciones que tienen los docentes con respecto a tres conceptos clave para este proyecto de intervención: problema matemático, resolución de problemas y gestión de clases.

El análisis de las respuestas a la pregunta *¿cómo cree usted que se aprende matemática?* refleja que los docentes tienen concepciones dispares entre sí, dando cuenta de que el aprendizaje matemático surge de

la resolución de situaciones contextualizadas y del trabajo personal del estudiante. El siguiente texto corresponde a un extracto de las respuestas de los participantes a dicha pregunta.

P1. Bueno, en mi caso, con experiencia, yo diría que para poder trabajar en lo que sea, tengo que contextualizarlo, o sea, tengo que llevarlo a un problema de alguna compra, de algún juego o de alguna situación familiar para que ellos puedan entender lo que yo les planteo. Obviamente que hay temas que dan para eso, otros temas que lamentablemente no, son mucho más abstractos.

P2. Que para aprender matemática primero yo les puedo decir miles de cosas, pero ellos son los que tienen que hacer. Y yo les digo, o sea, yo les puedo explicar esto miles de veces, pero si usted no toma su lápiz, no toma su cuaderno y empieza a intentarlo, a rayar, a hacer una y otra vez, no lo va a aprender.

P3. Yo creo que también le afecta que ellos no saben estudiar matemáticas. Porque para ellos estudiar matemáticas es como mirar el cuaderno.

Se observa que P1 expresa que el aprendizaje matemático surge de la resolución de problemas contextualizados, asumiendo que existe dificultad en contextualizar muchos de los conceptos matemáticos dado su nivel de abstracción; P2 y P3 por su parte expresan que el aprendizaje matemático surge de las acciones del estudiante, ya sea como respuesta a las actividades de clase (P2) o por medio del estudio autónomo (P3), otorgándole gran parte de la responsabilidad de su proceso de aprendizaje, desconociendo que los elementos de una apropiada gestión del aula también propician el camino hacia el aprendizaje matemático.

Con respecto a la segunda pregunta *¿qué habilidades ponen en juego mis estudiantes en clases de matemática?* los participantes también aportan ideas que difieren entre sí, como se observa en el siguiente extracto.

P2. Yo siempre en mi evaluación le coloco al final una parte que es resolución de problemas. En la unidad que sea, siempre le coloco resolución de problemas con respecto a lo que estamos viendo.

P1. Primero la comprensión lectora y la comprensión auditiva. El comunicar. [...] el argumentar, el comunicar, el inferir, como dice (P2), el resolver problemas.

P3. En el análisis, en donde se... En sacar los datos. En sacar los datos, poder extraer información, poder descartar información.

Aquí, los participantes consideran a la comprensión lectora y auditiva o el localizar información como habilidades centrales en el aula matemática (P1 y P3); el argumentar y comunicar son importantes para P1; mientras que P2 destaca la resolución de problemas entendida como aplicación real de un concepto matemático aprendido.

A partir del análisis de las dos primeras preguntas, los docentes que serán intervenidos presentan distintas concepciones respecto a las características de un problema matemático. Existe cierto consenso en que un

problema tiene única solución y que no se puede prescindir del contexto real. Lo cual es incorrecto según MINEDUC (2016) pues se señala que los problemas pueden ser intra o extramatemáticos.

Una vez analizada la concepción de los docentes acerca de que es un problema, se indagó la percepción de cada uno en torno a la habilidad de resolver problemas. Esto se hizo analizando las respuestas a la pregunta ¿Qué rol cumple la resolución de problemas en las clases de estadística o probabilidades? Los participantes responden de forma similar, indicando que para la resolución de problemas primero es necesario que el estudiante conozca el contenido matemático que se va a aplicar (P1 y P2), quedando esta como una aplicación real o concreta de la matemática aprendida, y que un problema se puede resolver siguiendo una serie de pasos o etapas, lo que queda en evidencia en el siguiente extracto de texto de las respuestas.

P1. [La resolución de problemas] siempre va al final, yo siempre parto desde como del aplicar, y después lo mismo que yo les puedo contar en una historia ahora ya va escrito.

P2. yo igual siempre normalmente lo dejo para el final, cuando ya está todo el contenido, entonces ahora tenemos que ir a la situación, a lo concreto, al problema de la vida cotidiana. [...] Personalmente, yo hago todo el ejercicio, todo el contenido, toda la teoría y después dejo los problemas. Quizás es un problema, dejarlos al último.

P2: [Para resolver] el problema uno tiene que comprender el contexto, entender lo que te están entregando.

P3: ...la información que me dan.

P2: Luego, ordenar todos esos datos, hacer la resolución.

P3: Y como es una situación problemática, tú tienes que dar una respuesta.

P2: Y claro, también la respuesta. Y que no siempre la respuesta es una respuesta directa, porque a veces la pregunta no es el resultado que te está dando, sino que la pregunta es otra...

P3: Para el problema necesita de partida muchas cosas. Al menos para mí es al final.

Con esto, es posible caracterizar, a priori, la conceptualización que tienen los docentes en relación con lo que es la habilidad de resolver problemas, lo que es una aplicación real de la matemática aprendida, y que se aplica al final del proceso de enseñanza de un concepto. También es necesario destacar que se entiende la resolución de problemas como la aplicación de una serie de pasos estructurados tales como identificar y ordenar los datos, resolver el problema y dar una respuesta.

El análisis del grupo focal también permitió evidenciar conceptualizaciones limitadas acerca de la gestión de clases para el desarrollo de habilidades. Destacan las siguientes respuestas de los docentes, a distintas preguntas:

P3: Entonces uno dice, “pero lee una vez, si no entiendes de nuevo, vuelve a leer, si no entiendo vuelvo a leer y empiezo a anotar cosas”, pero eso les cuesta mucho. [...]

P2: Entonces normalmente uno alcanza a ver conceptos. Y no llega a esta parte de la resolución de problemas que es lo que en realidad importa, porque en lo que es estadística lo que importa es inferir, deducir cosas.

P1: Claro, yo igual siempre normalmente lo dejo para el final, cuando ya está todo el contenido, entonces ahora tenemos que ir a la situación, a lo concreto, al problema de la vida cotidiana.

P3: Para el problema necesita de partida muchas cosas. Al menos para mí es al final.

En su primera intervención, P3 deja ver que no tiene más herramientas de gestión que pedirle al estudiante volver a leer el problema. Por otro lado, los tres participantes dejan entrever que intencionan actividades de resolución de problemas hacia el final de la unidad didáctica, “cuando ya está todo el contenido” (P1), estas ideas evidenciadas en el diálogo, sumado a la concepción de resolución de problemas antes mencionada hacen suponer que los docentes carecen de estrategias pedagógicas para gestionar el desarrollo de esta habilidad en sus aulas.

## 2.2. RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO RESPECTO DE LAS CAUSAS DEL PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

Considerando el análisis del diagnóstico y observando la tabla 3, se hace evidente lo heterogéneo que es el conocimiento relativo lo que es un problema matemático y que hace evidente que esto incidirá en la gestión.

**Tabla 3**

*Características de un problema matemático descritas en el Focus Group*

<b>Características de un problema matemático</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>
Contexto real	Sí	Sí	Sí
N° de soluciones	Única	Múltiple o nula	Única
N° de formas de resolver	Única	Múltiple	Múltiple
Aplicación directa de contenidos	Sí	No	N/O
Desafiante	N/O	Sí	N/O
El enunciado debe aportar información suficiente para resolverlo	Sí	Sí	Sí

*Nota.* N/O: No Observado

Por ejemplo, sólo un profesor señala que los problemas matemáticos, pueden tener múltiples soluciones o ninguna, lo cual es correcto. Así entonces, lo anterior incide pues es posible que los docentes que señalan que los problemas tienen solución única, quizás no seleccionen el siguiente problema para sus clases. Problema: *Karina vive a 7 km de su escuela y Vicente a 5 km. ¿A qué distancia viven Karina y Vicente?* Una respuesta correcta es 12 Km. si es que viven a distintos lados de la escuela en forma colineal, pero la respuesta podría también ser 2 Km. si ven al mismo lado de la escuela en forma colineal. Otras respuestas serían a partir de la no colinealidad. En resumen, es probable que los docentes P1 y P3 señalen que el problema está mal formulado.

Por otra parte, los tres docentes señalan que los problemas deben ser de contexto real y así entonces, por ejemplo *¿cuál es la cifra de la unidad de  $2^{341}$ ?* no sería un problema matemático sino un ejercicio, pues no tiene contexto real.

Del mismo modo, es posible caracterizar en la tabla 4 el conocimiento que tienen los docentes participantes acerca de la resolución de problemas como habilidad matemática.

**Tabla 4**
*Características de la resolución de problemas*

<b>Características de la resolución de problemas</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>
Temporalidad	Al final	Al final	Al final
Proceso de resolución	N/O	Serie de pasos	Serie de pasos

*Nota.* N/O: No Observado

Aquí es posible evidenciar una errónea idea, arraigada en todos los docentes participantes, acerca de que la resolución de problemas se puede aplicar al final de un período de enseñanza de cierto contenido matemático, esto va en línea con la idea de que resolver un problema implica seguir una serie de pasos sistematizados. Con esto, es probable que ninguno de los docentes intervenidos comience un proceso de enseñanza abordando un problema; del mismo modo, es posible afirmar que a lo menos los participantes P2 y P3 aplicarán problemas a sus estudiantes cuando ya enseñaron como resolverlo.

Con respecto a la gestión de clases para el desarrollo de habilidades, no se indagó directamente la conceptualización que tienen los docentes en el diagnóstico aplicado. Aun así, es posible sustentar una breve caracterización como se observa en la tabla 5.

**Tabla 5**
*Características de la gestión de clases para el desarrollo de habilidades*

<b>Características de la gestión de clases</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>
Rol del docente	Protagonista	Protagonista	Protagonista
Rol del estudiante	Receptor	Receptor	Receptor
Tipo de tareas	N/O	Con procedimiento de resolución conocido	Con procedimiento de resolución conocido
Trabajo colaborativo del estudiante	N/O	N/O	N/O

*Nota.* N/O: No Observado

Con los elementos de diagnóstico antes expuestos es posible confirmar que el foco del proyecto estará puesto en el conocimiento de los docentes acerca de lo que es aprender matemática, qué es un problema matemático y qué es gestionar la enseñanza para promover el desarrollo de esta habilidad en el aula matemática. Es así que se hace necesario describir con más detalle la conceptualización inicial que los docentes tienen de estos conocimientos profesionales. Para ello, se analizan las respuestas de los participantes a tres de las preguntas planteadas en el grupo focal: ¿cómo cree usted que se aprende matemática? ¿qué habilidades están desarrollando mis estudiantes? y ¿qué es para usted un problema matemático?

Respecto a la causa *los docentes tienen poco conocimiento acerca de los conceptos estadísticos y probabilísticos a enseñar* (causa 2, ver figura 1) por el escaso tiempo destinado a la intervención, se decide focalizar el proyecto en torno a la habilidad de resolución de problemas, ya que a través del desarrollo de esta habilidad se podrán ir fortaleciendo algunos conceptos tales como: relación entre la media y la mediana en una misma muestra, análisis de gráficos de barra, efecto de un valor extremo en el cálculo del promedio, entre otros. Respecto a la causa 4, se decidió eliminar dado que está fuera del alcance del investigador y de los docentes participantes el control acerca del *escaso tiempo para planificación y ejecución de clases del eje de estadística y probabilidades*, toda vez que esto está condicionado por el orden temporal propuesto en los planes ministeriales y los libros de texto, y por el tiempo no lectivo que realmente puede ser destinado a planificación. Dado que estas variables no pueden ser modificadas desde una intervención centrada en lo didáctico matemático, se suprime esta causa del problema.

## CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN

Luego del diagnóstico y del análisis de este, se diseñó un proyecto a través de una metodología llamada Marco Lógico, para intentar solucionar la problemática de intervención, en el contexto de los tiempos del establecimiento. En consecuencia, se plantearon los objetivos posibles de ser logrados con los tiempos de la institución, indicadores de logro cuantificables y medibles para las actividades que se diseñarán, medios de verificación para evidenciar el cumplimiento de esos indicadores.

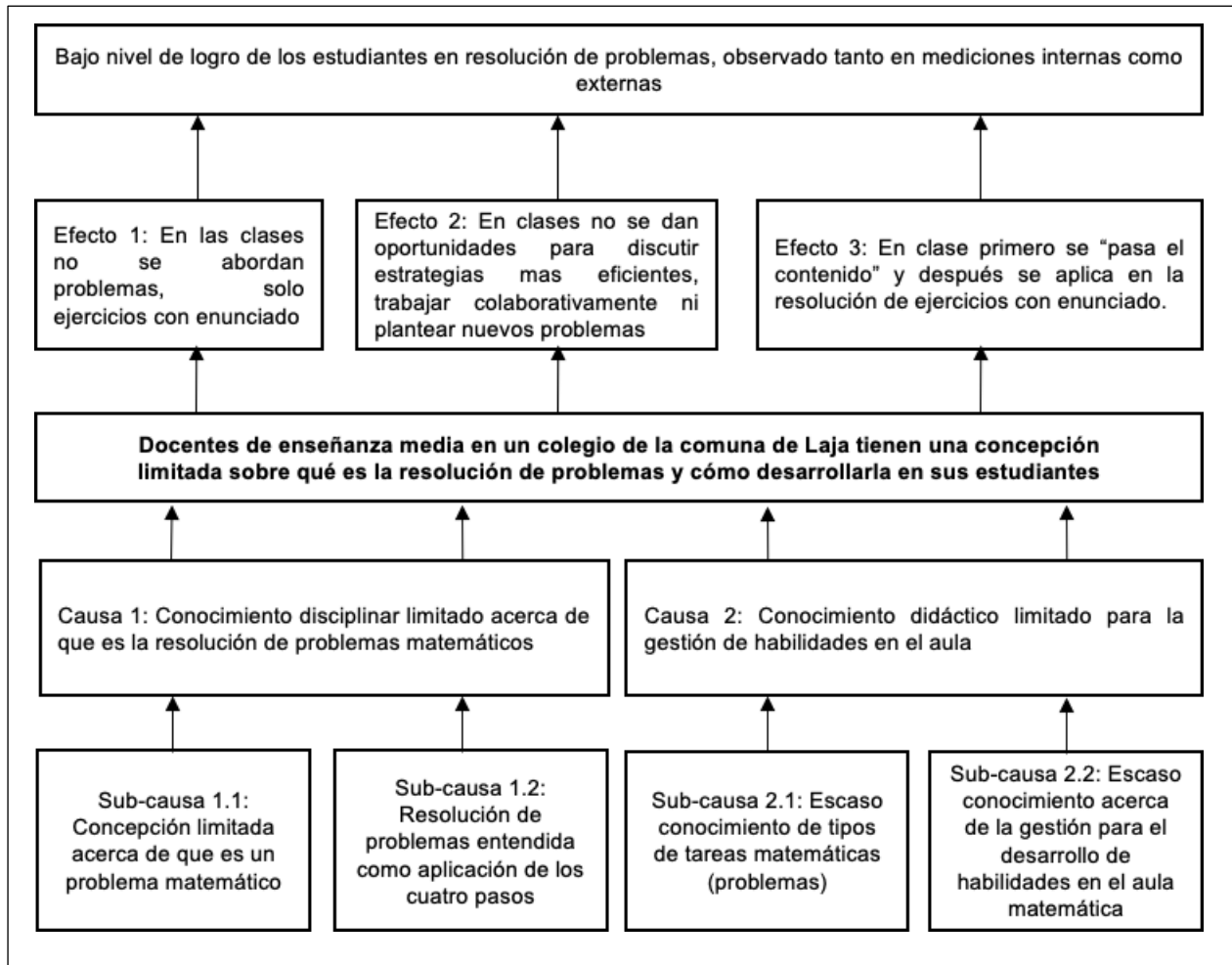
### 3.1. PROBLEMA DE INTERVENCIÓN

A partir de las continuas conversaciones con los docentes de matemática se pudo identificar como un problema (*a priori*) el hecho de que los profesores de enseñanza media gestionan deficientemente el desarrollo de la habilidad de resolver problemas en sus estudiantes, en particular, con respecto al eje de estadística y probabilidades. Para dar sustento a dicho problema, se propusieron cuatro posibles causas, relacionadas con el escaso conocimiento didáctico sobre la resolución de problemas, el escaso conocimiento estadístico, la falta de implementación de actividades pedagógicas para favorecer la resolución de problemas, y el escaso tiempo para el desarrollo de este eje temático.

Para verificar la veracidad de dichas causas se aplicó un proceso de diagnóstico, cuyo análisis (en el punto 2.2) permitió consolidar el problema de intervención en el *conocimiento limitado que tienen los docentes de enseñanza media acerca de la habilidad de resolver problemas y cómo desarrollarla en sus estudiantes*. Esto por la importancia de la habilidad de resolver problemas para el aprendizaje matemático y el desarrollo de otras habilidades, y porque el escaso tiempo de implementación no permitiría enfocarse también en la especificidad del eje de estadística y probabilidades. Dicho esto, las causas que serán atendidas por medio de esta intervención están relacionadas con el conocimiento del contenido acerca de qué es un problema matemático y qué es la resolución de problemas, además de los conocimientos pedagógicos acerca del tipo de tareas que se pueden utilizar para el desarrollo de habilidades, y la gestión que se realiza de ellas para cumplir los objetivos de aprendizaje. El nuevo árbol del problema se muestra en la figura 2.

### 3.2. ÁRBOL DEL PROBLEMA DEFINITIVO

A continuación, se presenta el árbol del problema en el que se basa esta intervención. Este esquema se lee en forma ascendente, puesto que en su base o raíz están las causas y sub-causas identificadas y evidenciadas. Dichas causas conllevan a un problema central, del cual se desprenden (a lo menos) tres efectos primarios y uno secundario.

**Figura 2**
*Árbol del problema definitivo.*


### **3.3. OBJETIVOS DEL PROYECTO**

A continuación, se presentan los objetivos planteados para llevar a cabo esta intervención didáctica, con relación al problema central detectado y sus causas.

#### **OBJETIVO GENERAL**

Implementar un proyecto, a partir de una problemática didáctico-matemática diagnosticada, que permita aumentar los conocimientos acerca de la habilidad de resolver problemas y su gestión en el aula, en profesores de enseñanza media de un colegio particular subvencionado de la comuna de Laja.

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Aplicar un proceso de diagnóstico a una situación didáctico-matemática, para determinar las causas que inciden en el problema del aula matemática de profesores de enseñanza media de un colegio particular subvencionado de la comuna de Laja.
2. Diseñar mediante la metodología de proyecto, Marco Lógico, un conjunto de actividades, indicadores y medios de verificación que permitan aumentar los conocimientos acerca de la resolución de problemas matemáticos y su gestión en los profesores participantes.
3. Analizar los resultados de las actividades del marco lógico implementadas, para verificar un cambio en la conceptualización acerca de la resolución de problemas matemáticos en los profesores intervenidos.

### **3.4. MARCO LÓGICO DEL PROYECTO**

La tabla 6 corresponde a la matriz del marco lógico de este proyecto de intervención. A saber, es un esquema que presenta en forma resumida los aspectos más importantes del proyecto: el objetivo o propósito que se persigue, los resultados esperados y actividades concretas (Ortegón et al., 2015, p. 24). Cada uno de los elementos que le constituye (propósito, resultados y actividades) tiene una breve descripción, junto con el explicitación de los indicadores de logro para cada elemento y los medios por los cuales se pretende verificar su nivel de logro. El detalle tanto de las actividades como de los medios de verificación, se encuentra en el anexo referenciado.

**Tabla 6***Marco lógico del proyecto*

	<b>Descripción</b>	<b>Indicador de Logro</b>	<b>Medios de verificación</b>
<b>Propósito</b>	Aumentar los conocimientos de profesores acerca de cómo enseñar para desarrollar la habilidad de resolver problemas.	Los 4 docentes aumentan sus conocimientos respecto a qué es un problema matemático y la gestión especializada de la resolución de problemas.	Fichas de trabajo para cada sesión (FTs). (anexos 11 al 18) Rúbrica. (anexo 20)
<b>Resultados</b>	R1: Aumentar el conocimiento de los docentes acerca de cómo enseñar a resolver problemas matemáticos.	3 de 4 docentes identifican elementos centrales de un problema matemático (desafiante, despierta el interés, no se sabe resolver a priori, cualquier contexto) y son capaces de diferenciarlo con respecto a un ejercicio con enunciado. 3 de 4 docentes reconocen características de la habilidad de resolver problemas matemáticos, tales como: se enfrenta a situaciones desconocidas, permite diversidad de estrategias, persigue la búsqueda creativa de soluciones, entre otras.	Fichas de trabajo de cada sesión. (FTs) (anexos 11 al 14) Listas de cotejo. (anexo 20)
	R2: Mejorar el conocimiento acerca del diseño de clases para desarrollar la resolución de problemas.	Los 4 docentes planifican una sesión de clase de resolución de problemas considerando una tarea matemática adecuada y elementos para su gestión como anticipación de respuesta y planteamiento de preguntas deliberadas.	Planificación de clases según modelo dado. (anexo 18) Rúbrica. (anexo 22)
<b>Actividades para R1</b>	A1: Resuelven problemas de forma colaborativa y describen una gestión que promueve la resolución de problemas.	3 de 4 docentes resuelven problemas de forma colaborativa: mostrando sus producciones, explicando sus propios procedimientos y aceptando otros puntos de vista. 3 de 4 docentes identifican al menos dos elementos claves de la gestión de clase: monitoreo, preguntas deliberadas, no validación de respuesta.	FTs 1. (anexo 11) Lista de cotejo: Características de la resolución de problemas. (anexo 21)
	A2: Identifican elementos centrales de un problema matemático, a partir del análisis de video.	3 de 4 docentes identifican cuando una situación es un problema matemático considerando al menos dos de los siguientes elementos: no se conoce a priori un método de resolución, es adecuadamente desafiante, despierta el interés, planteado en cualquier contexto.	FTs 2. (anexo 12) Lista de cotejo: Elementos de un problema matemático (anexo 20)

	Descripción	Indicador de Logro	Medios de verificación
<b>Actividades para R1</b>	A3: Describen elementos clave de la resolución de problemas a partir del análisis de documentos curriculares y teóricos.	3 de 4 docentes describen al menos tres de los siguientes elementos clave de la resolución de problemas a partir de extractos teóricos y curriculares: cualquier contexto, permite el aprendizaje matemático, no se enseña antes como resolver, no existen métodos generales para la resolución de problemas.	FTs 3. (anexo 13) Lista de cotejo: Características de la resolución de problemas. (anexo 21)
	A4: Reconocen que los cuatro pasos no son una estrategia que permita resolver problemas matemáticos (no rutinarios).	3 de 4 docentes reconocen que el método de los cuatro pasos no asegura la resolución de un problema matemático (no rutinario). 3 de 4 docentes identifican características de la resolución de problemas que no son mencionadas en los cuatro pasos: importancia del trabajo colaborativo, proceso no lineal, un problema puede tener múltiples soluciones o no tenerla.	FTs 4. (anexo 14)
	A5: Seleccionan problemas matemáticos fundamentando su elección y adaptan enunciados para transformarlos en problemas.	Los 4 docentes son capaces de seleccionar un problema desde un listado de enunciados, además son capaces de adaptar un ejercicio con enunciado para transformarlo en problema matemático, justificando en ambos casos por qué lo consideran un problema matemático.	FTs 5. (anexo 15) Rúbrica (anexo 22)
<b>Actividades para R2</b>	A6: Identifican elementos centrales de la gestión de clases para el desarrollo de habilidades matemáticas a partir del análisis de un caso.	Los 4 docentes son capaces de reconocer al menos dos de las acciones clave del docente para el desarrollo de habilidades matemáticas como: anticipación de respuesta, preguntas deliberadas y monitoreo, dentro de una clase de resolución de problemas.	FTs 6. (anexo 16) Lista de cotejo.
	A7: Describen los elementos centrales de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas en el aula a partir de un registro de clase.	Los 4 docentes describen elementos clave de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas como el monitoreo, no validación de respuesta, preguntas deliberadas, secuenciación y conexiones, a partir de un registro de clase.	FTs 7. (anexo 17) Lista de cotejo.
	A8: Diseñan colaborativamente una clase de resolución de problemas, utilizando modelo entregado.	Los 4 docentes diseñan colaborativamente una clase de resolución de problemas, considerando un tarea matemática apropiada, anticipación de respuestas, preguntas deliberadas, selección, secuenciación y conexión.	FTs 8. (anexo 18) Rúbrica. (anexo 23)

### 3.5. CRONOGRAMA DE SESIONES DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN

Al diseñar la cronología de la intervención, se evidenciaron condiciones particulares de la institución que restringieron el tiempo de implementación. Entre estas limitaciones, se destacó la escasa disponibilidad de horarios no lectivos de trabajo colaborativo docente. Además, se encontraban ya programadas diversas actividades en el calendario académico, lo que redujo aún más el tiempo disponible para la ejecución del proyecto. Estos factores, en conjunto, generaron desafíos y oportunidades que requirieron una cuidadosa consideración durante la planificación de la intervención. Por ejemplo, se decidió y permitió por parte de la dirección del establecimiento, que los docentes intervenidos no participaran de algunas actividades paralelas, favoreciendo su participación en este proyecto de intervención.

En la tabla 7 se presenta el cronograma de las 8 sesiones planificadas en este proyecto de intervención, considerando que cada sesión de trabajo tendrá una duración de 2 horas cronológicas, en las fechas acordadas por todas las partes intervinientes.

**Tabla 7**

*Cronograma de las sesiones del proyecto de intervención*

<b>N° SESIÓN</b>	<b>N° de Horas</b>	<b>Fecha de Aplicación</b>	<b>N° de la(s) Actividad(es)</b>	<b>Causas y sub-causas Involucradas</b>
Sesión 1	2	24/10/24	Actividad 1	Causa 1, sub-causa 1.1
Sesión 2	2	05/11/24	Actividad 2	Causa 1, sub-causa 1.1
Sesión 3	2	13/11/24	Actividad 3	Causa 1, sub-causa 1.2
Sesión 4	2	20/11/24	Actividad 4	Causa 1, sub-causa 1.2
Sesión 5	2	21/11/24	Actividad 5	Causa 2, sub-causa 2.1
Sesión 6	2	26/11/24	Actividad 6	Causa 2, sub-causa 2.2
Sesión 7	2	03/12/24	Actividad 7	Causa 2, sub-causa 2.2
Sesión 8	2	11/12/24	Actividad 8	Causa 2, sub-causa 2.1 y 2.2

## CAPÍTULO 4: MARCO TEÓRICO PARA EL DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN

En el capítulo anterior se estableció el problema de intervención definitivo, el cual tuvo modificaciones desde una versión a priori mostrada al inicio de este informe. Además, se presentaron los objetivos tanto general como específicos y se indican las actividades con sus respectivos indicadores de logro, que se realizaron en el proyecto.

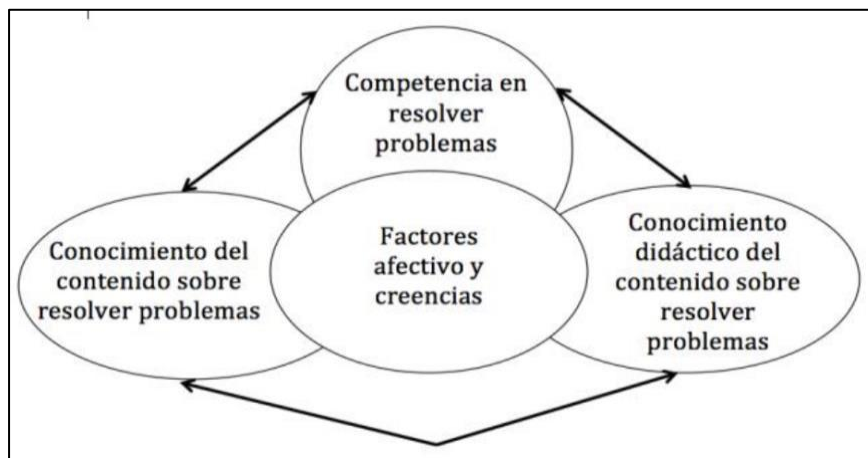
Es importante destacar que el diseño de estas actividades es el resultado de la combinación de varios enfoques de la didáctica relacionados, los cuales proporcionan el sustento teórico necesario al proyecto de intervención y serán abordados en este capítulo.

### 4.1. ENFOQUES DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA UTILIZADOS PARA EL DISEÑO LAS ACTIVIDADES

El Marco de este proyecto de intervención se estructura considerando el modelo que Chapman (2015) denominó *Mathematical Problem-Solving Knowledge for Teaching* (Conocimiento de la resolución de problemas matemáticos para la enseñanza, en adelante, MPSKT), el cual se esquematiza en la figura 3.

#### Figura 3

*Modelo sobre el conocimiento de la resolución de problemas matemáticos para la enseñanza.*



Fuente: Chapman (2015)

Este modelo caracteriza el conocimiento del profesor de matemática en cuatro dominios de base: (i) competencia en resolver problemas, (ii) conocimiento del contenido sobre resolver problemas y (iii) conocimiento didáctico del contenido sobre resolver problemas. Estos tres dominios están íntimamente ligados con una cuarta dimensión: (iv) los factores afectivos y creencias del sujeto.

Para Chapman (2015) un docente que tenga desarrollada la competencia en resolver problemas quiere decir que es capaz de enfrentar situaciones problemáticas de forma exitosa, vale decir, hallando su

resultado. Para lograrlo, según Schoenfeld (1985) el resolutor debe estar equipado de distintos recursos (conocimientos, procedimientos, etc.) y saber utilizarlos de forma apropiada, heurísticas (estrategias, métodos rutinarios para situaciones prototípicas), debe contar con estrategias de control o autorregulación, y una serie de creencias adecuadas (motivación, confianza).

Observando el segundo dominio, *conocimiento del contenido sobre resolver problemas*, Chapman (2015) se refiere a que los docentes deben ser competentes en la selección y el diseño de problemas matemáticos para apoyar el aprendizaje de la resolución de problemas en sus estudiantes, lo que requiere una comprensión de la naturaleza de los problemas, en concreto, entender que un problema es una tarea matemática para la cual el alumno no tiene una forma obvia de resolverlo.

El *conocimiento didáctico del contenido sobre resolver problemas*, hace referencia a los conocimientos necesario del docente para articular la enseñanza de la resolución de problemas. Chapman (2015) es enfática en señalar que los docentes, además de ser buenos resolutores de problemas, deben contar con la capacidad de diseñar y gestionar clases específicamente centradas en la resolución de problemas. Estas capacidades engloban comprender cómo y qué significa ayudar a los estudiantes a convertirse en mejores resolutores de problemas, por ejemplo: técnicas de instrucción para ciertas heurísticas, metacognición, uso de la tecnología, evaluación del progreso de los estudiantes, cómo interpretar las soluciones inusuales de los estudiantes, cuándo y cómo intervenir durante la resolución de problemas de los estudiantes, entre otros.

Finalmente, para Chapman (2015) los *factores afectivos y creencias del sujeto*, hacen referencia a los conocimientos acerca de ciertos elementos involucrados en la resolución de problemas, pero que son propios del sujeto como la motivación, el interés, la confianza en uno mismo, la ansiedad, la perseverancia, el estrés, la presión, la tolerancia a la ambigüedad, entre otros. De acuerdo con Goldin (1998) “los sistemas de creencias de los estudiantes se identifican como importantes y poderosos facilitadores del éxito en la resolución de problemas, o bien como obstáculo para ello” (p.138).

Siguiendo este planteamiento, el presente proyecto de intervención aborda la competencia de los docentes involucrados como resolutores de problemas (actividades 1, 4, 6 y 8); sus conocimientos acerca de problemas matemáticos (actividad 2), de resolución de problemas (actividades 3 y 4), de diseño y gestión de clases para la enseñanza de la resolución de problemas (actividades 6, 7 y 8) y algunos elementos afectivos o relacionados con las creencias (actividades 1 y 2).

**Figura 4**
*Ejemplo de actividades diseñadas en función de los dominios del MPSKT.*

<b>Actividad 1 – Activando la resolución de problemas</b>
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____ <b>Objetivo:</b> Resolver problemas estadísticos colaborativamente.  Representa en un gráfico de barras el desempeño del equipo FC Santa Cruz en los partidos del torneo local jugados hasta el momento, si se sabe que en promedio han marcado 4 goles por partido y que la mediana es 6 goles.
<b>Actividad 6 – Gestión de la actividad matemática en el aula.</b>
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____ <b>Objetivo:</b> Analizar una clase de resolución de problemas, reconociendo los elementos centrales de la gestión del docente.  <div style="border: 1px solid black; background-color: #e0e0e0; padding: 10px; text-align: center;">           Divide un hexágono regular en dos piezas iguales. Muestra tantas formas diferentes como puedas.         </div>
<b>Evaluación Actividad 1</b>
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____ <b>Objetivo:</b> Identificar elementos centrales de un problema matemático.  ¿Qué emociones tenías al iniciar la sesión? ¿y al iniciar la resolución? ¿y al tenerlo resuelto?  _____ _____

La secuenciación de actividades de este proyecto, sigue el esquema que ha planteado Perdomo-Díaz et al. (2018) para la iniciativa Activando la Resolución de Problemas en las Aulas (en adelante, ARPA) en cuanto a que un taller que busca movilizar la concepción que los participantes tienen acerca de sí mismos como resolutores de problemas, las creencias acerca de la matemática, su enseñanza y las expectativas sobre sus estudiantes, debe estar centrado en el *hacer y reflexionar*, de tal forma que 5 de las 8 sesiones comienzan con la resolución de un problema matemático, desde el cual se analiza el proceso de resolución y se reflexiona en torno a distintos elementos del mismo.

### Concepto de problema matemático

En Chile, las bases curriculares (MINEDUC, 2016, p. 97) tienen una somera definición de problema matemático: “se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando la o el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir”. Aquí el énfasis está en dos elementos, un problema puede estar contextualizado (en la realidad) o no, y principalmente se entiende que una situación es un problema cuando el resolutor no conoce una estrategia inmediata que le permita resolverla.

También autores como Perdomo-Díaz, Rojas y Felmer (2018) han aportado definiciones acerca de lo que es un problema matemático. En ese sentido, en el marco de este proyecto se entiende que un problema matemático es:

Cualquier actividad matemática que suponga un desafío para la persona que lo enfrenta, de manera que le genere un interés para resolverlo, no conozca un procedimiento directo que le lleve a la solución, pero sí se sienta capaz de abordarlo, sin importar el contexto en que esté planteado. (Perdomo-Díaz et al., 2018, p. 104)

En esta definición se aplica a la construcción de las tareas matemáticas de las actividades 1, 4 y 5 (ver anexos 11, 14 y 15), y se discute en profundidad con los docentes intervenidos en la actividad 2 (ver anexo 12). Pues allí se espera que los docentes sean capaces de identificar los elementos centrales o clave de un problema matemático, contrastando la definición con sus conocimientos previos.

### Figura 5

*Ejemplo de actividades diseñadas en base a la definición de problema matemático.*

Actividad 2 – ¿Qué es y qué no es un problema matemático?	
Nombre: _____	Fecha: _____
<b>Objetivo:</b> Identificar elementos centrales de un problema matemático.	
1. ¿Qué es para ti un problema matemático? ¿Qué elementos clave debe contener? Explica	
_____	
_____	
2. Fundamenta por qué el enunciado seleccionado es un problema matemático.	
_____	
_____	

---

## Resolución de problemas

El currículum nacional chileno establece que la habilidad central de resolver problemas implica más que un amplio conjunto de otras habilidades, sino también poner en juego la creatividad necesaria para buscar y probar nuevas soluciones (MINEDUC, 2016). Se espera lograr que los estudiantes descubran la utilidad real de las matemáticas, y que además puedan realizar conexiones con otras áreas del saber. Se destaca que al establecer la habilidad de resolver problemas no persigue únicamente el fin de encontrar soluciones, sino que implementar procesos de búsqueda creativa de soluciones.

Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando la o el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. Para ello, necesita usar estrategias, comprobar y comunicar: los alumnos y las alumnas experimentan, escogen o inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, usar metáforas o algún tipo de representación, modelar, simulación, transferencia desde problemas similares ya resueltos, por descomposición, etc.), comparan diferentes vías de solución y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia (MINEDUC, 2016, p. 97).

También en la propuesta de actualización de las bases curriculares de 1° básico a 2° medio publicadas recientemente, se explicita la resolución de problemas como una de las cuatro habilidades del pensamiento matemático. En particular, MINEDUC (2024) señala:

[...]En la asignatura se espera contribuir al desarrollo de un actuar crítico y autónomo por medio de las habilidades de resolución de problemas en contextos cotidianos y sociales, y la modelación de situaciones y fenómenos utilizando tecnologías digitales, lo que intrínsecamente requieren de un trabajo colaborativo, el que involucra un proceso dialógico participativo, que considere y respete todos los puntos de vista y valore el error como una oportunidad de aprendizaje (p. 54).

De acuerdo con esta definición curricular, aprender a resolver problemas no es solamente un fin en sí mismo, sino que interesa el proceso de resolución en que las estrategias usadas por los estudiantes dan cuenta del desarrollo de otras habilidades y la comprensión de conocimientos matemáticos propios, afines o ajenos, pero relacionados al tema en cuestión. Esta definición de la habilidad de resolver problemas fue utilizada en el desarrollo de este proyecto de intervención en la actividad 3, donde los docentes analizan detalladamente las disposiciones curriculares acerca de esta habilidad, desglosando y comentando algunas frases específicas.

Desde una perspectiva histórica, de acuerdo con May-Cen (2016) en didáctica de la matemática uno de los principales autores acerca de la resolución de problemas es George Pólya, matemático húngaro reconocido por sus aportes a la resolución de problemas y a la enseñanza de las matemáticas. En su principal trabajo titulado *cómo plantear y resolver problemas* (Pólya, 1945) el autor recaba parte de su experiencia como matemático profesional y como profesor, con el objetivo de entregar algunas recomendaciones a estudiantes y profesores de matemática.

En el planteamiento de Pólya se aprende matemáticas al resolver problemas, y durante este proceso se transita por cuatro fases o etapas: (i) comprender el enunciado de la tarea, (ii) concebir un plan, (iii) ejecutar el plan y (iv) examinar de forma retrospectiva la solución obtenida. (Barrera-Mora et al., 2021, p. 11)

Esta descripción de etapas o fases que transita un resolutor cuando ya ha resuelto un problema se han entendido como *pasos o pauta para resolver problemas*. Para refutar esta confusión se diseñó la actividad 4 (ver anexo 14), donde se les propone a los participantes resolver un problema matemático *siguiendo la estructura de los cuatro pasos*, y posteriormente se les pide argumentar que elementos de la estructura de cuatro pasos les ayudaron (o no) a resolverlo, y que establezcan una reflexión crítica a los cuatro pasos comentando que elementos de su propio proceso de resolución no están establecidos en esa serie de pasos.

Para Pólya (1945), *comprender el problema* implica leer cuidadosamente el enunciado y entender las condiciones e interrogantes. La *elaboración de un plan* requiere buscar y establecer conexiones entre el problema planteado y otros resueltos anteriormente, para luego definir las estrategias o métodos que podrían aplicarse. Aquí se recomiendan algunas técnicas comunes como hacer dibujos o esquemas, simplificar el problema, usar analogías o buscar patrones, entre otros. En la *ejecución del plan* se desarrollan las ideas establecidas como plan de resolución, de forma organizada y sistemática, se realizan los cálculos, pruebas y se exploran los diferentes enfoques necesarios. Finalmente *examinar la solución* implica verificar si la solución obtenida es razonable o se ajusta a las condiciones del problema.

Para Schoenfeld las etapas de la resolución de problemas propuestas por Pólya tienen el inconveniente de requerir que el estudiante necesita saber una gran cantidad de heurísticas (o procedimientos) para los diversos tipos de problemas que se le pueden presentar. Schoenfeld (1985) basa su trabajo en el estudio de campo de situaciones de resolución de problemas y logra entregar una caracterización de cuatro dimensiones esenciales (Schoenfeld, 1985; en Barrantes, 2006).

- Recursos: corresponde a los conocimientos previos que tiene el individuo, los que pueden ser de carácter conceptual, fórmulas, algoritmos, es decir, todo lo que se deba saber para enfrentarse a determinado problema. Es importante que el docente maneje un inventario de recursos de sus estudiantes, es decir, cuáles son los conocimientos que tiene y como accede a ellos. También hay que considerar que dentro del inventario puede encontrar recursos defectuosos, es decir, conocimientos erróneos o procedimientos mal implementados.
- Heurísticas: son estrategias o métodos de resolución de problemas que los estudiantes utilizan de manera consciente o intuitiva para enfrentar situaciones matemáticas difíciles o desafiantes. Schoenfeld ha investigado extensamente cómo los estudiantes emplean estas heurísticas y cómo pueden ser enseñadas de manera efectiva para mejorar la capacidad de resolución de problemas matemáticos.

- Control: esta dimensión aglutina el conjunto de procesos o procedimientos con que un estudiante controla su trabajo. Por ejemplo, si se detiene y cambia de estrategia cuando encuentra una dificultad o persiste en su estrategia inicial, aunque no produzca la solución del problema. Además, se incluye aquí a la habilidad para monitorear y evaluar su proceso de resolución, es decir, el individuo debe conocer qué es capaz de hacer, con que herramientas (o recursos) cuenta para resolver el problema.
- Sistema de creencias: Finalmente, las creencias que tiene un sujeto sobre las matemáticas, inciden de forma notable en la forma en que un resolutor (estudiante o docente) resuelve un problema. Por ejemplo, si un sujeto cree que todos los problemas se resuelven en solo 5 minutos, no dedicará más tiempo que eso a resolverlo.

De acuerdo con Barrantes (2006) estas cuatro dimensiones se interrelacionan en un proceso de resolución de problemas, por ello los docentes que quieran incluir el desarrollo de esta habilidad en sus estudiantes, deberían considerar las cuatro dimensiones para el diseño y gestión de su clase.

En este proyecto de intervención el análisis de las dimensiones de la resolución de problemas aportadas por Shoenfeld (1985) se incluye en la actividad 3 (ver anexo 13), donde los docentes tuvieron la oportunidad de comparar cada dimensión con elementos de la definición de esta habilidad en las bases curriculares (MINEDUC, 2016) para darle validez teórica a las disposiciones curriculares.

### **Tareas matemáticas**

Es necesario decir que el problema es el elemento central en una clase de resolución de problemas. Para Chapman (2015) los profesores deben ser competentes en la selección y diseño de problemas matemáticos, más aún:

El planteamiento de problemas, como la generación de nuevos problemas y la reformulación de problemas dados, es un componente importante de la resolución de problemas, que puede tener un impacto positivo en el pensamiento matemático de los estudiantes y mejorar la capacidad de resolver problemas de los estudiantes, promover un pensamiento diverso y flexible, y mejorar las actitudes y la confianza de los estudiantes en la resolución de problemas. (p. 26)

Pero surge la inquietud ¿cómo proponer un problema a todos los estudiantes de un curso, para que este sea abordable y desafiante para todos? De acuerdo con Felmer et al. (2019) dada la diversidad de estudiantes que tiene un curso, la misma situación puede resultar en un problema para algunos, mientras que para otros un simple ejercicio; puede resultar desafiante para algunos, mientras que para otros no.

La clave para afrontar esta situación está en la adaptación dinámica de los problemas a distintos niveles de dificultad, partiendo por versiones simples que se van complicando a medida que los alumnos las van resolviendo. Esto, junto a una estrategia de trabajo en grupo, entrega posibilidades de éxito a los docentes, al enfrentar a un problema a todos los niños y niñas,

manteniendo el carácter de problema desafiante, logrando así que la mayoría de los alumnos disfrute del gusto por resolver problemas (p. 32).

El hecho de poder adaptar los problemas en distintos niveles de dificultad es validado por el NCTM (2015) dado que se argumenta que un docente eficaz (en la enseñanza de las matemáticas) proporciona a sus estudiantes retos que sean apropiados.

Por otro lado, la dimensión del trabajo en grupo busca brindar oportunidades para planificar, ejecutar, monitorear, evaluar y finalmente aprender, de acuerdo con Chandía et al. (2022). “Al interactuar entre ellos, los individuos autorregulan su aprendizaje al aclarar y elaborar sus propios planteamientos y propuestas, o al tratar de comprender/desarrollar el pensamiento planteado por sus pares”.

El problema es la actividad matemática que realizarán los estudiantes, por lo tanto, debe ser analizado en detalle por el docente, previendo sus dificultades y potencialidades (Felmer et al., 2019). En una clase de resolución de problemas exitosa, todos los estudiantes deben resolverlo, ya sea la versión original, una simplificación o una extensión de este.

Considerando todos estos elementos con respecto a la tarea matemática que deben realizar los docentes participantes para promover la resolución de problemas se planteó la actividad 5 (ver anexo 15) que tiene como propósito que los docentes puedan seleccionar y adaptar enunciados, argumentando por qué corresponden a problemas matemáticos. En dicha actividad, los docentes en forma colaborativa deben seleccionar desde un listado de enunciados, uno particular que consideren como problema. Para dicha selección deben dar un argumento común. Además, deben seleccionar otro enunciado, (que no consideran problema) y hacer las modificaciones que sean necesarias para que se considere problema matemático, argumentando dichas modificaciones. También la adecuada selección de tareas matemáticas se incluye en la actividad 8 (ver anexo 18), donde los docentes deben diseñar una clase de RP.

### **Gestión de clases para el desarrollo de habilidades**

En el marco de este proyecto se considera que una adecuada gestión de clases para el desarrollo de habilidades matemáticas se basa en cinco elementos clave, enunciados por Smith y Stein (2016), ellos son: anticipar, monitorear, seleccionar, secuenciar y conectar. A continuación, se describe con más detalle lo que se refiere a cada una de estas cinco prácticas.

Anticipar las posibles respuestas del estudiante a las tareas matemáticas desafiantes. Esto es prever las formas (correctas e incorrectas) en que los estudiantes pudieran responder a la tarea matemática, es decir, desarrollar las posibles estrategias que utilizarían los estudiantes y cómo estas estrategias se pueden relacionar con el objetivo o meta de la clase. Anticipando las posibles respuestas, el docente puede preparar su forma de responder a lo que los estudiantes podrían preguntarle en el desarrollo de la actividad, es decir, puede preparar las preguntas deliberadas.

Monitorear las respuestas reales de los estudiantes a las tareas (cuando las resuelven en parejas o en pequeños grupos). Esto involucra poner especial atención al pensamiento matemático y las estrategias que utilizan los estudiantes, esto facilita decidir en qué o quienes enfocarse para la discusión posterior.

Seleccionar a determinados estudiantes, de acuerdo con sus producciones durante el trabajo grupal (o individual) para que presenten su trabajo matemático al resto del curso, a fin de profundizar en los conceptos matemáticos que se están trabajando. La selección de los estudiantes ofrece al docente mayor control sobre la discusión posterior (Lampert, 2001; en Smith y Stein, 2016).

Secuenciar la forma en que los estudiantes ya seleccionados presentarán sus respuestas en un orden específico. Esta decisión tributa en función del objetivo de la clase y le otorga al docente mayores oportunidades de lograr discusiones productivas. Finalmente es labor del docente ayudar a los estudiantes a establecer conexiones entre las distintas respuestas presentadas y vincularlas con ideas matemáticas clave.

El objetivo de estas cinco prácticas consiste en brindar a los docentes un mayor control en la pedagogía centrada en el estudiante. Lo cual se lleva cabo permitiendo al maestro gestionar el contenido que se analizará y la forma en que esto se efectuará. Mediante una cuidadosa planificación, el grado de improvisación que el docente requiera “en el preciso momento” se mantiene al mínimo. En consecuencia, los profesores quedan en libertad para escuchar y dar sentido a las estrategias que afloran y para planificar a conciencia las conexiones entre los diferentes modos de resolver problemas. Todo lo anterior da como resultado discusiones más coherentes, y aun así centradas en el estudiante (Smith y Stein, 2016, p. 12).

Las actividades 6 y 7 (ver anexos 16 y 17) fueron planificadas para que los docentes participantes evidenciaran en una situación real la aplicación de cada una de las cinco prácticas. En concreto, en la actividad 6 los docentes debían resolver un problema, poniendo atención en la gestión que realizaba el monitor a cargo de la sesión, aquí era posible evidenciar la anticipación de respuestas y el monitoreo sin validación de respuesta, mientras que en la actividad 7, el análisis de un extracto de video de clase permitía evidenciar la selección, secuenciación y conexiones que realiza la docente.

Siguiendo lo postulado por Felmer et al. (2019), director de la iniciativa ARPA en el monitoreo que realiza el docente en una actividad de resolución de problemas de sus estudiantes, es vital que sus intervenciones estén centradas en devolver al estudiante al trabajo matemático, esto con preguntas anteriormente planificadas.

Se trata de que haga preguntas cada vez que es requerido por información, ya sea para entender el problema, para buscar una estrategia o para saber si el problema está bien resuelto. El docente hace preguntas que estimulan el pensamiento de los estudiantes (p.37).

Es decir, ante una pregunta el docente debe contra preguntar, con el propósito de (i) devolver la responsabilidad a los estudiantes frente a una duda o un error, (ii) orientar el trabajo del grupo y (iii) comprobar que todos los miembros del grupo han comprendido el problema (Perdomo-Díaz y Felmer, 2017, 433). Esto va de la mano con lo que indica el NCTM (2015) con respecto a los elementos clave para garantizar el éxito matemático en las aulas. En particular, este ente señala que:

La enseñanza eficaz de las matemáticas se apoya en plantear preguntas que estimulen a los estudiantes a explicar y reflexionar sobre su propio pensamiento, lo cual representa un componente esencial del discurso matemático significativo. Las preguntas deliberadas permiten a los docentes discernir lo que los estudiantes saben a fin de adaptar las lecciones para alcanzar diversos niveles de comprensión; asimismo, ayudan a los estudiantes a efectuar conexiones matemáticas importantes y los apoyan para que planteen sus propias preguntas. (p.37)

Con esto se quiere decir que, en el diseño de su clase, el docente debiese preparar las preguntas clave que realizará a los estudiantes (o grupos) en atención a las producciones que estén realizando. Esto es apoyado por Felmer et al. (2019) ya que recomienda minimizar la improvisación, realizando una buena planificación de la sesión, previendo las situaciones que pueden emerger y así preparar su forma de responder a cada una de ellas.

El planteamiento de preguntas deliberadas se aplicó en la actividad 8 (ver anexo 18), en que los docentes debían diseñar una clase de resolución de problemas considerando una tarea matemática apropiada, plantear a lo menos tres anticipaciones de respuesta, comentar elementos de la gestión de clase y en particular crear preguntas deliberadas para cada una de las anticipaciones reportadas. Esta actividad final vincula todos los elementos de la gestión de clases analizados en este proyecto de intervención.

## 4.2. GESTIÓN EN ACTIVIDADES DE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

Considerando los resultados esperados planteados en el marco lógico del proyecto, se organizó la gestión de las sesiones de intervención de la siguiente forma: Cuatro sesiones de trabajo centradas en aumentar el conocimiento docente acerca de qué es un problema matemático y qué es la resolución de problemas.

El diseño de esta primera fase coloca a los docentes intervenidos como resolutores de problemas matemáticos, con el objetivo de contrastar la experiencia vivida con las actividades que regularmente gestionan con sus estudiantes. Luego de la resolución individual o colaborativa de problemas y plenario, se plantean preguntas que guían la reflexión en relación con las creencias que tienen acerca de cómo se enseña y aprende matemática, que es resolución de problemas, las estrategias o métodos que utilizan (como los cuatro pasos) para enseñar la resolución de problemas. Se finaliza con un plenario aunando criterios en torno a la reflexión sobre las disposiciones curriculares o los elementos teóricos que sustentan la intervención.

Este planteamiento va en línea con lo que sugieren Perdomo-Díaz et al. (2018) en torno a que una implementación que busque movilizar la concepción que los participantes tienen de sí mismos como resolutores de problemas, además de otros elementos de la resolución de problemas, debe estar centrada en el *hacer y reflexionar*, con espacios donde los profesores resuelven problemas en un escenario donde la relación monitor-docente-matemática modela la relación docente-estudiante-matemática; y seguidamente reflexionan sobre los elementos principales del modelo y planifican actividades de resolución de problemas. Queda fuera del alcance de este proyecto la etapa de implementación y análisis de la actividad planificada (sugerida por los autores), puesto que se implementa con un tiempo limitado.

Una segunda fase, que tiene como objetivo mejorar el conocimiento de los docentes acerca de cómo diseñar la gestión de clase para la RP, también se segmentó en cuatro sesiones. En esta etapa, se siguen algunos elementos del modelo de Mejoramiento de la Experiencia Docente (MED) de Solar et al. (2016), en el cual establece que un proceso de formación continua de profesores que permite a los docentes apropiarse de un conocimiento pedagógico del contenido (CPC) de forma adecuada puede desarrollarse en un ciclo que considera las fases de (1) análisis de la práctica de otros, (2) análisis de las propias prácticas, (3) diseño e implementación de clases, y finalmente (4) evaluación de la implementación. En este proyecto, el CPC es resolución de problemas y las fases que se contemplaron son:

- Fase 1 El análisis de la práctica de otros: Por medio del análisis de clases de RP en video, o participando como resolutores (actividades 1, 4 y 6).
- Fase 3: Diseño colaborativo de clases considerando elementos de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas.

El diseño para la gestión de cada una de las sesiones de intervención se encuentra entre los anexos 3 y 10 de este documento.

## **CAPÍTULO 5: APLICACIÓN DEL PROYECTO DE INTERVENCIÓN**

En capítulos anteriores, se ha resaltado la importancia de fortalecer la enseñanza de la resolución de problemas en las aulas de matemáticas, y para ello es necesario fortalecer los conocimientos didáctico-matemáticos de los docentes con respecto a la resolución de problemas, y respecto al diseño y la gestión de clases para el desarrollo de esta habilidad. Para ello, se han diseñado actividades específicas en base a referentes teóricos que buscan ampliar los conocimientos de los docentes intervenidos. Además, se han establecido dos modelos teóricos que sustentan las sesiones de desarrollo profesional docente, lo que implica que la ejecución de esta intervención se llevó a cabo siguiendo un modelo de planificación específico y un sistema de desarrollo profesional docente conocido como MED; mientras que el diseño de las tareas matemáticas seguía los postulados de la iniciativa ARPA. Este enfoque integral busca no solo mejorar la enseñanza de las matemáticas, sino también fortalecer las habilidades pedagógicas y profesionales de los docentes, asegurando así una implementación efectiva y sostenible de las prácticas educativas propuestas.

En este capítulo se detalla un análisis de las actividades implementadas, relacionándolas con los indicadores determinados en el marco lógico del proyecto. Para concluir, se argumenta el nivel de logro de los resultados esperados en el marco lógico, en base a la evidencia analizada.

### **5.1. DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES PROYECTO**

Como se indicó en el Marco Lógico y más explícitamente en el apartado 3.5, esta implementación se desarrolló en ocho sesiones, de dos horas cronológicas de duración cada una. Siete de ellas de forma presencial, mientras que la última fue telemática, entre el 24 de octubre y 11 de diciembre de 2024. Para todas las sesiones se recogió el material de trabajo utilizado. A su vez, para las siete sesiones presenciales se realizó una grabación (y posterior transcripción) del audio, lo que permitió levantar más evidencia que en ocasiones no quedó de forma escrita.

A continuación, se ofrece una descripción detallada de la gestión de cada una de las sesiones realizadas a cabo durante la intervención:

#### **SESIÓN 1: ACTIVANDO LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

En esta primera sesión, el objetivo es que los docentes resuelvan un problema matemático de forma colaborativa. Para ello se les pidió abordar la situación inicial (ver figura 6) de forma individual en un tiempo de 5 minutos, para posteriormente agruparse para exponer sus avances o estrategias hasta el momento y abordar una resolución colaborativa común. Se monitorea el trabajo tanto individual como grupal, sin validar respuestas y contrapreguntando cada vez que es solicitado para fortalecer el trabajo matemático.

**Figura 6**

*Tarea matemática de resolución de problemas de la Sesión 1.*

Representa en un gráfico de barras el desempeño del equipo FC Santa Cruz en los partidos del torneo local jugados hasta el momento, si se sabe que en promedio han marcado 4 goles por partido y que la mediana es 6 goles.

Si no hay una respuesta correcta de forma individual, se les pide intentar de forma colaborativa dar solución al problema; si la hay, se les entregará la extensión del problema, para resolver de forma individual y posteriormente analizar de forma colaborativa. Por otro lado, si tanto de forma individual como colaborativa no se encuentra una solución óptima al problema, se es entregará una simplificación (ver anexo 11). En cualquiera de las situaciones anteriores, el rol del monitor es el mismo, recurrir a los llamados de los participantes con nuevas preguntas o invitándolos a comentar con sus pares. El final matemático de la actividad consiste en que sean capaces de mostrar su respuesta y mencionar si es posible hallar más respuestas y verbalizar las estrategias que pudieron surgir. La actividad concluye con un plenario donde los participantes comentan los aspectos novedosos del problema trabajado, de la experiencia como resolutores, los elementos que puedan destacar de la gestión del monitor a cargo y también con respecto a las emociones movilizadas en el proceso de resolución, todo esto con una pauta que se encuentra en el anexo 12.

**SESIÓN 2: ¿QUÉ ES Y QUÉ NO ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO?**

Esta sesión tiene como objetivo identificar elementos centrales de un problema matemático, para ello en primer lugar se recogen sus conocimientos previos con las preguntas *¿Qué es para ti un problema matemático? ¿Qué elementos clave debe contener?* y *De acuerdo con tu experiencia escolar y profesional ¿Cómo se resuelve un problema matemático?* (ver anexo 12). Se otorga un tiempo de 5 minutos para responder de forma escrita a las preguntas, para luego comentar de forma plenaria las respuestas, acuerdos y desacuerdos en torno a la definición de problema y su resolución.

Posteriormente se analiza un video, del año 2017, en donde Patricio Felmer (Director del Proyecto ARPA) explica detalladamente la definición que utiliza la iniciativa ARPA de problema matemático. A partir de dicho video, se comentan en forma conjunta los principales elementos que debe contener un problema matemático. Concluida esta conversación se les pide a los participantes dejar por escrito que elemento cambiarían de su definición inicial, además de hacer una caracterización de los conceptos de problema matemático y ejercicio con enunciado.

### SESIÓN 3: ¿QUÉ ES Y QUÉ NO ES LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS?

El propósito de la sesión 3 es describir elementos clave de la resolución de problemas a partir del análisis de documentos curriculares y teóricos, para ello se le entrega a cada participante un extracto de las Bases Curriculares (2016) acerca de la resolución de problemas, al cual se le da lectura y análisis conjunto (ver anexo 13). Los participantes comentan los aspectos que más llamaron su atención. Luego, explican de forma escrita y oral, el significado de cuatro frases extraídas del documento aportado:

- *Es tanto un medio como un fin*
- *Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios)*
- *Una situación problemática dada, contextualizada o no*
- *Sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir*

En el análisis de estas frases se busca aunar criterios con respecto a la finalidad de la resolución de problemas en el aula matemática y su desarrollo.

Para finalizar, argumentan de forma oral y escrita, su grado de acuerdo o desacuerdo con tres afirmaciones acerca de la resolución de problemas:

- El aprendizaje matemático es previo a la resolución de problemas.
- La resolución de problemas es una actividad netamente individual.
- Existen métodos que aseguran la resolución exitosa de problemas matemáticos.

Esta última actividad permite cerrar la concepción con respecto al aprendizaje matemático mediado por la resolución de problemas, y a su vez permite abrir el debate posterior con respecto a la existencia de un método para resolver problemas.

### SESIÓN 4: ¿LOS CUATRO PASOS GARANTIZAN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?

En esta sesión se busca reconocer que *los cuatro pasos* no son una estrategia que permita resolver problemas matemáticos (no rutinarios). Para ello, se solicitó a los participantes resolver de forma individual el problema de Antonia (ver figura 7) siguiendo *los cuatro pasos* (ver anexo 14).

#### Figura 7

*Problema de Antonia (sesión 4, actividad 1)*

Antonia está calculando el promedio de sus notas con miras hacia el término del período escolar. Con sus actuales notas ha calculado que su promedio es 5,0, y estima que, si en la última evaluación su calificación es un 7,0, su promedio podría llegar a 5,5; en cambio, si no rinde ese instrumento y le califican con un 1,0 su promedio podría llegar a ser 4,0. ¿Cuántas notas tiene hasta el momento? ¿Cuáles pueden ser?

Se presenta la actividad, la cual es trabajada de forma individual por un periodo de 5 minutos. El docente monitorea el trabajo individual, sin validar respuestas y contrapreguntando cada vez que es solicitado para fortalecer el trabajo individual. Para este problema se determinaron cuatro anticipaciones de respuesta:

Ant.1 A: Prueban valores aleatorios hasta determinar valores para las calificaciones y cantidad de ellas que resuelvan el problema.

Ant.1 B: Prueban cantidades ordenadas de valores aleatorios comenzando por 5,0 y comprueban que, agregando una última nota, en las condiciones dadas, se cumple la consigna. De tal forma se determina que actualmente tiene 3 notas y que cualquier terna que sume 15,0 puede ser una solución a la segunda pregunta.

Ant.1 C: Formulan un sistema de ecuaciones para determinar las cantidades de notas y sus posibles valores.

Ant.1 D: Formulan un sistema de ecuaciones para determinar las cantidades de notas, considerando que las notas que tiene hasta ahora son todas 5,0.

Posteriormente, se invita a los participantes a exponer sus avances y/o decisiones, argumentando la validez de las producciones dadas. Si no hay una respuesta correcta, se les pide intentar de forma colaborativa dar solución al problema; si la hay, se continúa con el análisis del proceso de resolución.

En el análisis de la resolución individual (o grupal) es preciso identificar los resolutores con respecto a si utilizaron el método de los cuatro pasos o no, y si lograron hallar una respuesta correcta al problema. Para quienes utilizaron el método y hallaron una solución correcta, se les pide explicar cómo el método ayuda en la resolución. Para los demás participantes se les pide mencionar que elementos de su proceso de resolución no están presentes o son ajenos a los cuatro pasos.

Finalmente, se les solicita argumentar acerca de la pregunta *¿el método de los cuatro pasos es una metodología que permite “enseñar a resolver problemas matemáticos”?*

## **SESIÓN 5: TAREAS MATEMÁTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

El propósito de la quinta sesión es seleccionar y adaptar problemas, argumentando por qué corresponden a problemas matemáticos. Para ello, se les propone a los participantes analizar un listado de 14 enunciados (ver anexo 15) y de forma colaborativa seleccionar uno de ellos, argumentando por qué es un problema matemático. La segunda parte de la actividad consiste en seleccionar desde el mismo listado de enunciados, uno que no consideren que es un problema, pero que le hagan las modificaciones necesarias para que sea un problema matemático, argumentando las decisiones que tomen en conjunto. El trabajo de forma colaborativa es crucial en esta actividad, pues el diálogo enriquece las decisiones tomadas y los argumentos aportados.

## SESIÓN 6: GESTIÓN DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN EL AULA

La sesión 6 tiene como objetivo analizar una clase de resolución de problemas, reconociendo los elementos centrales de la gestión de la actividad matemática realizada por el docente. La tarea matemática para esta sesión es el problema del hexágono (ver figura 8).

### Figura 8

*Problema del hexágono. Sesión 6.*

Divide un hexágono regular en dos piezas iguales. Muestra tantas formas diferentes como puedas.<sup>1</sup>

*Nota.* Problema obtenido de una charla en UCSC dictada por Prof. Josefa Perdomo (2024); quien a su vez lo extrajo de Resolución de problemas de final abierto en clases de matemática, de Paulina Araya y María Leonor Varas.

Para este problema se identificaron tres anticipaciones de respuesta:

Ant. 1 A: División del hexágono sólo con segmentos rectos (diagonales y apotemas colineales)

Ant. 1 B: Además de Ant. 1 A, incluye divisiones con más de un segmento recto.

Ant. 1 C: Además de Ant. 1 A, incluye divisiones con arcos de circunferencia.

La tarea matemática se trabajó de forma individual (inicialmente) para luego abrir la discusión a todos los participantes, también se les pidió a los participantes poner atención a todo lo que realice el monitor en el transcurso de la clase. Yo como investigador, monitoreé el trabajo de los participantes, evidenciando el surgimiento de las anticipaciones reportadas, devolviendo preguntas con contra preguntas, sin corregir respuestas, registrando en una bitácora a quienes desarrollan cada una de las anticipaciones.

El monitoreo del docente busca evidenciar que surgen las anticipaciones reportadas y que se desarrollen nuevas alternativas de resolución al problema planteado, por medio de la no validación de respuestas/procedimientos y el planteamiento de preguntas deliberadas, como, por ejemplo:

Para los participantes que sigan la Ant. 1, se les puede preguntar ¿Sólo se puede con segmentos rectos? ¿No pueden ser curvas? ¿Pueden ser segmentos rectos, pero no colineales? ¿Qué estrategia pueden usar para asegurar que encontraron todas las posibilidades de piezas siguiendo esa idea?

Mientras que a quienes sigan la Ant. 2 se les pregunta ¿Se puede con cualquier cantidad de segmentos rectos: 2, 3, 4, 5, todos? ¿Sólo se puede con segmentos rectos? ¿No pueden ser curvas? ¿Qué característica esencial deben cumplir esos segmentos para asegurar que ambas piezas son iguales? ¿Qué estrategia pueden usar para asegurar que encontraron todas las posibilidades de piezas siguiendo esa idea?

Para quienes sigan la Ant. 3, se pensaron las preguntas ¿Se puede con cualquier cantidad de arcos? ¿2, 3, 4... resulta siempre? ¿Qué característica esencial deben cumplir esos arcos para asegurar que ambas piezas son iguales? ¿Qué estrategia pueden usar para asegurar que encontraron todas las posibilidades de piezas siguiendo esa idea?

De acuerdo con las anticipaciones surgidas en el trabajo individual, se selecciona y secuencia para abrir el plenario a los participantes que tengan Ant. 1 A, Ant. 1 B y Ant. 1 C, en ese orden.

Luego de realizar el plenario de la actividad matemática, se comentan los elementos llamativos de la gestión del docente. Se espera que surjan las nociones de monitoreo sin validación de respuesta, preguntas deliberadas y anticipación de respuesta. El monitor conduce el diálogo entregando los términos técnicos que corresponden a estas nociones.

## SESIÓN 7: GESTIÓN PARA EL DESARROLLO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El foco de la sesión 7 está en describir los elementos centrales de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas en el aula de matemática. Para ello, se analiza el video de un extracto de clase de resolución de problemas donde es posible evidenciar la selección, secuenciación y conexiones. En dicho video es posible apreciar el momento de plenario realizado en una clase de matemática de séptimo básico para la unidad de porcentajes. La profesora Catherine (protagonista del video) ha promovido en clases anteriores que las y los estudiantes calculen porcentajes. En el video, ella presenta como objetivo “resolver situaciones de modelamiento y describir los procedimientos utilizados”. Para ello, les presenta una actividad a sus estudiantes donde deben escoger una opción que resulte la más conveniente. La actividad del inicio de la clase se presenta en la figura 9.

### Figura 9

*Tarea matemática observada en el video de la sesión 7.*

La Srta Catherine premió a su sobrino Sebastián por obtener buen rendimiento el primer semestre y le dio a escoger las siguientes opciones:  
Opción 1: El triple de \$28.530 aumentado en  $\frac{1}{2}$  de \$ 50.000.  
Opción 2: El 25% de \$448.250 disminuido en \$2.000.  
Opción 3: \$2 duplicando su valor por día, durante las vacaciones

*Nota.* Utilizado con autorización de los autores. Fuente: Problema y video, forman parte del Registro de Propiedad Intelectual 268931 DIBAM. Elaborados por Solar H., Ortiz A., Ulloa R.

En el episodio de la clase mostrada en el video, se presenta la puesta en común de los procedimientos que utilizaron algunos alumnos para la Opción 2.

Luego de observar el video, se les pide a los participantes de la sesión responder a las siguientes preguntas, primero de forma escrita y luego de forma oral para comentar.

- ¿Qué acciones de la docente en el extracto de video son clave para el desarrollo de la habilidad de Resolución de Problemas? ¿Por qué?
- ¿Qué decisiones crees que tomó la docente (o que acciones realizó) antes de lo observado en extracto de video para llegar a ese momento de “puesta en común”? Explica brevemente.

Aquí se espera que los participantes observen nociones de la selección de participantes, secuenciación de la puesta en común de las producciones y conexión entre las producciones mostradas. El monitor conduce el diálogo entregando los términos técnicos que corresponden a estas nociones. Para luego completar de forma individual un esquema resumen de las *5 prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas* (ver anexo 17).

#### **SESIÓN 8: DISEÑO DE LA GESTIÓN PARA EL DESARROLLO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

La última sesión de esta intervención tiene por objetivo diseñar una clase de resolución de problemas, considerando anticipación de respuesta y elementos centrales de la gestión. Para ello se les pide a los participantes seleccionar (en conjunto) uno de los problemas revisados en la actividad 5, y a partir de él generar tres anticipaciones, vale decir, tres posibles respuestas, desarrollos o procedimientos que podrían mostrar los estudiantes. Luego, se les pide mencionar algunos elementos centrales de la gestión de la actividad matemática y también algunos elementos de la gestión especializada para la resolución de problemas. Todo esto en un esquema de diseño de clase que es posible encontrar en el anexo 18.

## 5.2. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES IMPLEMENTADAS EN EL PROYECTO

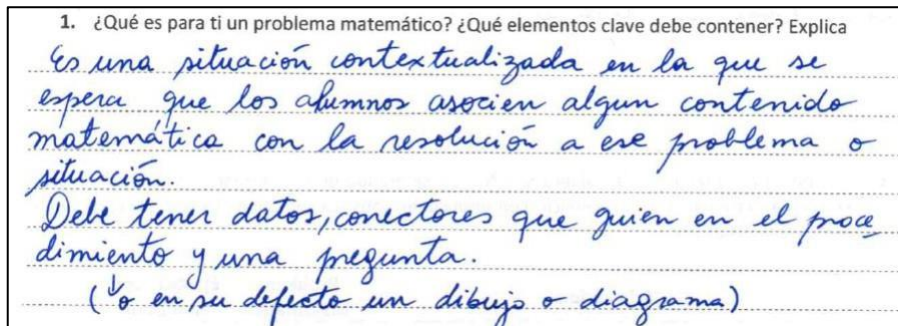
A continuación, se hace un análisis detallado de las actividades implementadas en el proyecto, en función de las causas establecidas en el árbol del problema. Además, se presentarán las evidencias más relevantes del logro o no logro del resultado esperado según los indicadores de logro establecidos en el Marco Lógico.

### 5.2.1. CONCEPTO DE PROBLEMA MATEMÁTICO

En relación con la concepción que los docentes tienen sobre qué es un problema, el análisis de la pregunta 1 de la actividad 2 de la propuesta de intervención, muestra que para P1 un problema matemático se orienta a la aplicación de algún concepto en específico (figura 10):

#### Figura 10

Respuesta de P1 a la Actividad 2.1



Nota. Evidencia sesión 2.

Mientras que para P2 un problema matemático es siempre una situación contextualizada, que es punto de partida para el conocimiento de un concepto matemático. Por su parte, P3 comenta que puede haber distintas formas de abordarlo, como se observa en la siguiente transcripción de la conversación en la sesión.

P2. Que a mí en la [universidad] se me hablaba mucho de la situación en contexto. O sea, que para partir cualquier tema yo debía darles un problema a ellos. Y luego que ellos fueran descubriendo que ese problema iba a tener solución si yo aplicaba un teorema, si yo aplicaba una fórmula, pero con un contexto que, típicamente, la pregunta es ¿para qué me sirve esto?

P3. Yo creo que tiene que ser una situación, evento o suceso que presente información relevante para dar solución al problema. [...] Porque a lo mejor los niños pueden decir, ah, ¿qué hice? Lo sumé. Otros dicen, no, ¿qué hice? Eso lo sumé y multipliqué todo. Entonces, al final, es como que todos [los caminos] van a converger en el mismo... En una solución. Sí.

Los tres docentes participantes coinciden en que un problema es una situación contextualizada que debe dar información clave para su resolución, lo que la didáctica de la matemática llama problema rutinario o ejercicio con enunciado.

Dicho esto, se resume la concepción que cada uno de los docentes participantes en la actividad 2 tienen de un problema matemático, desglosando la definición que se usa en esta intervención. Se destaca que los tres participantes consideran que un problema matemático debe estar basado en un contexto real (o cotidiano) y que debe aportar suficiente información para su resolución. Mientras que dos de los tres docentes consideran que un PM debe tener una única solución; también dos de los tres docentes asumen que puede haber múltiples estrategias para hallar esa solución. Solo un docente menciona la importancia del desafío que debe generar el problema. En la tabla 8 es posible observar diferencias en las respuestas de los docentes al conceptualizar el problema como una aplicación directa de los contenidos matemáticos.

**Tabla 8**
*Elementos de un problema matemático en la sesión 2.*

Elementos de un problema matemático	P1	P2	P3
Contexto real	Sí	Sí	Sí
N° de soluciones	Única	Múltiple o nula	Única
N° de formas de resolver	Única	Múltiple	Múltiple
Aplicación directa de contenidos	Sí	No	N/O
Desafiante	N/O	Sí	N/O
Aporta información suficiente	Sí	Sí	Sí

*Nota.* N/O: No Observado

Posteriormente, se observan dos momentos clave durante la intervención en que los docentes participantes modifican sus percepciones iniciales. El primero de ellos es luego de la sesión 2 (ver anexo 12). Donde ya es posible apreciar un cambio de postura en las concepciones de los docentes con respecto a lo que es un problema matemático. Es preciso mencionar que en la actividad 2, los docentes participantes confrontaron sus posturas iniciales con la definición usada y expuesta por Patricio Felmer en un video (2017). En la tabla 9 se muestran producciones de los docentes que evidencian un cambio de postura.

**Tabla 9**
*Respuesta de los participantes a la actividad 2.4.*

Luego de ver el video ¿Qué cambiarías de tu definición de problema matemático?	Elementos centrales
P1 <ul style="list-style-type: none"> <li>• No necesariamente se necesita un contexto</li> <li>• No necesariamente utiliza conocimiento matemático</li> <li>• Debe tener un desafío</li> </ul>	No necesita contexto real No es <i>aplicación</i> de un conocimiento matemático Debe ser desafiante
P2 <p>Agregaría el enfoque de interés que debe generar en el estudiante.</p>	Un problema debe despertar el interés

<b>P3</b> - Que el desafío o problema matemático debe tener despertar el interés / motivación de la persona que lo resuelve.	Un problema debe despertar el interés
--	---------------------------------------

Aquí se observa el surgimiento de nuevos elementos para conceptualizar un problema matemático, por ejemplo, no necesariamente debe estar asociado a un contexto real, que sus soluciones pueden ser múltiples (o no tener solución), que no corresponde a una aplicación directa de un contenido matemático (en esto hacen la diferencia con respecto a un ejercicio con enunciado), y que debe ser adecuadamente desafiante. Además, surgen otros elementos, no evidenciados en el diagnóstico, como el hecho de que un problema matemático debe despertar el interés del resolutor (dos de tres participantes) y que inicialmente no se debe saber cómo resolver (uno de tres participantes).

En la misma sesión, donde se introdujo el concepto de ejercicio con enunciado en contraposición al de problema matemático, se les pidió distinguir que características diferencian un problema matemático de un ejercicio con enunciado. En la tabla 10 se expresan las respuestas de los participantes.

**Tabla 10**

Respuesta de los docentes participantes a la actividad 2.6

¿Cuál es la diferencia entre un ejercicio con enunciado y un problema matemático?	Elementos centrales
<b>P1</b> El ejercicio con enunciado es un ejercicio que lleva un texto asociado pero se resuelve aplicando, mientras que un problema podría no tener un texto o información previa, debe ser desafiante y se puede presentar en cualquier momento del contenido.	Contextualizado o no Debe ser desafiante Puede ser aplicado en cualquier momento de la unidad didáctica
<b>P2</b> Un problema matemático puede convertirse en ejercicio con enunciado luego de resolverlo. Por ende, la principal diferencia es que no debe resolverse fácilmente con un algoritmo o procedimiento y debe ser una situación nueva.	No se resuelve fácilmente con aplicación directa de algún conocimiento previo Debe ser novedoso
<b>P3</b> El ejercicio con enunciado no necesariamente requiere un desafío a resolver por aporte información que se puede desarrollar sin realizar tanto algoritmo, en cambio un problema matemático puede no presentar un enunciado y que si generara interés y motivación a la persona que lo resuelve, presentará una o más soluciones para el problema matemático.	Debe ser desafiante Debe despertar el interés del resolutor Puede tener múltiples soluciones

Esta evidencia da cuenta de una ampliación en el concepto de problema matemático, pues los docentes son capaces de identificar algunas características clave y de diferenciarlo con respecto a otros tipos de tareas matemáticas. Estas concepciones se resumen en la tabla 11, y se evidencian más adelante con los medios de verificación recogidos.

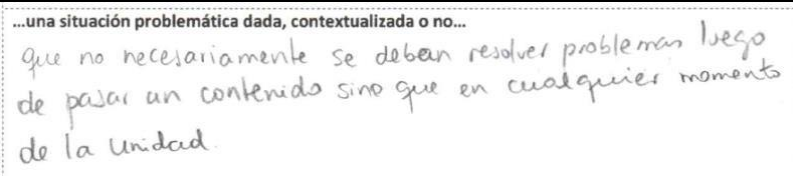
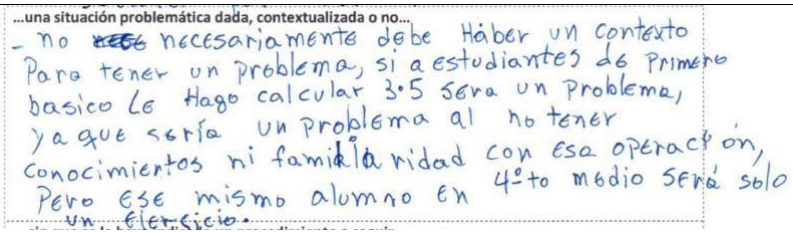
**Tabla 11**
*Elementos de un problema matemático que reconocen los docentes (sesión 2).*

Elementos de un problema matemático	P1	P2	P3
Contexto real	N/Nec	N/Nec	N/Nec
Nº de soluciones	Múltiple o nula	Múltiple o nula	Múltiple o nula
Nº de formas de resolver	Única	Múltiple	Múltiple
Aplicación directa de contenidos	No	No	No
Desafiante	Sí	Sí	Sí
Despierta el interés	N/O	Sí	Sí
No se sabe cómo resolver	N/O	Sí	N/O
Aporta información suficiente	N/O	Sí	N/O

*Nota.* N/O: No Observado. N/Nec: No necesariamente

En la sesión 3 se les pide a los docentes expresar su percepción para algunas frases extraídas de las bases curriculares con respecto a la resolución de problemas, en particular la frase “una situación problemática dada, contextualizada o no” levanta evidencia para justificar un cambio en la perspectiva inicial acerca de que es un problema matemático. Las respuestas de los participantes a dicha actividad se encuentran en la tabla 12.

**Tabla 12**
*Respuestas de los docentes para la actividad 3.1C.*

Evidencia en las producciones de los docentes para la frase “una situación problemática dada, contextualizada o no”	Elementos centrales
<b>P1</b> ...una situación problemática dada, contextualizada o no... 	No necesariamente se aplica después de que el estudiante conoce el contenido matemático
<b>P2</b> ...una situación problemática dada, contextualizada o no... 	No necesariamente es contextualizado Si una situación es PM depende de la experiencia (recursos) del resolutor.

<b>P3</b>	<p>...una situación problemática dada, contextualizada o no...</p> <p><i>Es una situación problema que no <del>es</del> necesariamente tenga un contexto ni pasos a seguir, sino se que determine una o varias vías de solución de forma creativa, reflexiva y crítica</i></p>	<p>No necesariamente es contextualizado</p> <p>No tiene “pasos a seguir”</p> <p>Para resolverlo se pueden utilizar diversas estrategias</p>
<b>P4</b>	<p>...una situación problemática dada, contextualizada o no...</p> <p><i>significa que de esta situación se puede dar en la abstracción y va a tener el mismo <math>R^2</math> y de lo estable que en la realidad.</i></p> <p><i>Boca ≠ No Necesarias. hay y contextualizar en el Resol. de Problema.</i></p>	<p>Puede no tener un contexto real</p>

En esto se observa que los participantes coinciden en que un problema matemático no necesariamente debe estar centrado en un contexto real. Para P1 un problema matemático no necesariamente se aplica después de que el estudiante conoce el contenido matemático, lo que es un cambio con respecto a su postura inicial. Para P2 el hecho de que una situación sea problema o no, depende de la experiencia del resolutor, lo que es también respaldado por Felmer et al. (2019). P3 señala que un problema matemático no debe tener “pasos a seguir”, dejando entender que para que la situación sea efectivamente un problema, el resolutor no debe saber “a priori” como se resuelve, de tal forma que encuentre por diversas vías de exploración la solución. Solo P4 hace explícito el hecho de que un problema matemático también puede darse en la matemática abstracta.

Luego de la sesión 5 (ver anexo 15), la concepción manifestada por los docentes acerca de que es un problema matemático se puede apreciar tanto en el diálogo transcrito a continuación, como las respuestas escritas, desde donde se desprende que los cuatro docentes coinciden en la definición de problema matemático trabajada. Es preciso mencionar que esta actividad se trabajó de forma colaborativa entre los cuatro docentes participantes.

### Figura 11

*Problema seleccionado por los docentes en la actividad 5.1*

**H. Médicos y abogados.** La media aritmética de un grupo de médicos y abogados es de 40 años. La media aritmética de las edades de los médicos es de 35 años y la de los abogados es 50 años. ¿Cuántos médicos y abogados puede haber en este grupo?

*Nota:* Extraído de “Problemas para activar la Resolución de Problemas en las aulas”. Felmer et al (2029, p. 194)

La siguiente transcripción corresponde al diálogo surgido entre los docentes para responder a la pregunta 2 de la actividad 5: fundamenta por qué el enunciado seleccionado es un problema matemático. Es preciso señalar que debaten la justificación para el enunciado que seleccionaron en la pregunta 1 (figura 11), mostrado a continuación.

P3: puede haber más de una respuesta. Puedes ir jugando con el número de médicos y el de abogados. También es un problema por eso. [...]

P1: Primer punto ¿Qué tenía que tener un problema?

P2 y P3: Desafiante

P2: Tiene que... No ser resuelto con una ecuación o algoritmo directo o...

P1: No tiene un solo método de resolución.

P2: Claro.

P2: Debe tener una respuesta, o debe requerir una respuesta. Que si no es solo información.

P3: Despierta el interés

P4: No tenga respuesta inmediata y me sienta capaz de resolverlo.

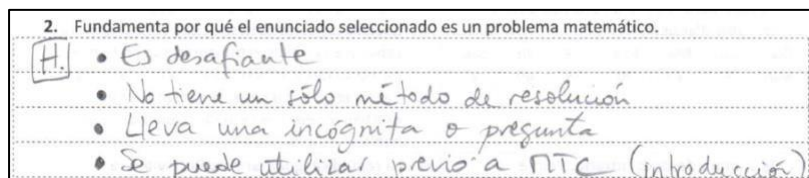
P2: Claro, claro.

P1: [El problema] se puede utilizar antes de medida de tendencia central.

En este diálogo es posible apreciar algunos de los elementos de la definición de problema trabajada en esta intervención, a saber, un problema matemático es cualquier actividad matemática que suponga un desafío para el resolutor (P2 y P3), de forma que despierta su interés (P3) pues se siente capaz de resolverlo (P4), a pesar de que no conozca un procedimiento directo que le permita llegar a la solución (P1), sin importar el contexto en el cual está planteado. La evidencia escrita (figura 12) sintetiza los elementos antes destacados del diálogo.

### Figura 12

*Respuesta de los participantes a la pregunta 2 de la Actividad 5.*



*Nota.* Evidencia sesión 5.

Las actividades 3 y 4 refuerzan esta nueva concepción, puesto que se les pedía (pregunta 3) seleccionar un enunciado que no consideraran problema y modificarlo para que respondiera a lo que ahora entienden como problema matemático, y justificar por que con la modificación realizada si lo consideran problema (pregunta 4). El enunciado seleccionado, la versión modificada y la justificación dan cuenta de un cambio de concepción con respecto a la definición de problema matemático.

### Figura 13

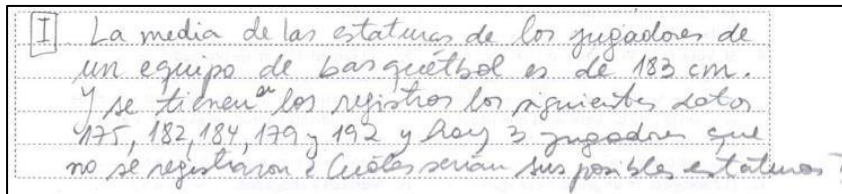
*Enunciado seleccionado por los docentes para modificar.*

**En básquetbol** Encuentre la estatura media de los jugadores de un equipo de basquetbol que miden 175, 182, 184, 179, 192, 185 y 183 cm.

Evidentemente para los docentes el enunciado “en básquetbol” (figura 13) correspondía a un ejercicio con enunciado. Luego, para problematizarlo pensaron en cambiar la información que se entrega y la que se solicita, de tal forma que entregan la estatura promedio del grupo, y solicitan al resolutor decidir que estaturas pueden tener tres jugadores que no se registraron (figura 14).

#### Figura 14

*Problema modificado por los docentes.*

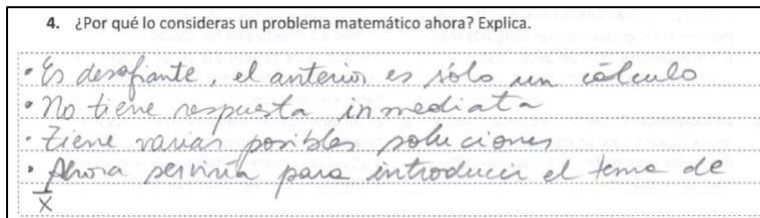


*Nota.* Evidencia sesión 5.

Para ellos, la nueva versión si corresponde a un problema matemático y lo justifican en la respuesta a la pregunta 4 (figura 15).

#### Figura 15

*Respuesta de los participantes a la pregunta 4 de la Actividad 5*



*Nota.* Evidencia sesión 5.

Así, es posible caracterizar la concepción que los participantes tienen acerca de que es un problema, lo que se resume en la tabla 13 para los cuatro docentes, puesto que trabajaron de forma colaborativa.

**Tabla 13**

*Elementos de un problema matemático que reconocen los docentes (sesión 5).*

Elementos de un problema matemático	Participantes
Contexto real	N/O
N° de soluciones	Múltiple
N° de formas de resolver	Múltiple
Aplicación directa de contenidos	N/O
Desafiante	Sí
Despierta el interés	Sí
No se sabe cómo resolver	Sí

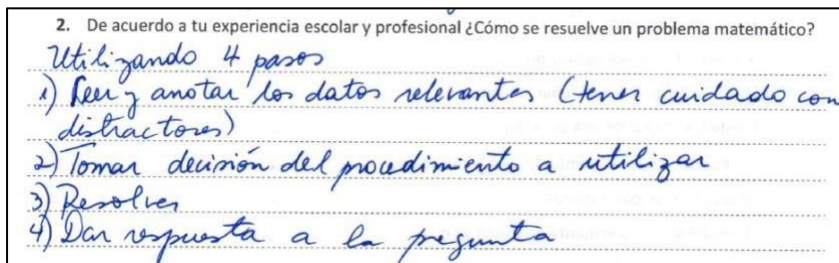
*Nota.* N/O: No Observado

### 5.2.2. HABILIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La segunda pregunta de la actividad 2 de la implementación *de acuerdo a tu experiencia escolar y profesional ¿Cómo se resuelve un problema matemático?* las respuestas de los tres participantes de esta sesión coinciden, pues hacen alusión (directa o indirecta) al *método* de los cuatro pasos atribuido (erróneamente) al matemático húngaro George Pólya, pero que ha sido comúnmente difundido en las escuelas chilenas como *el método para resolver problemas matemáticos* (figuras 16 y 17).

**Figura 16**

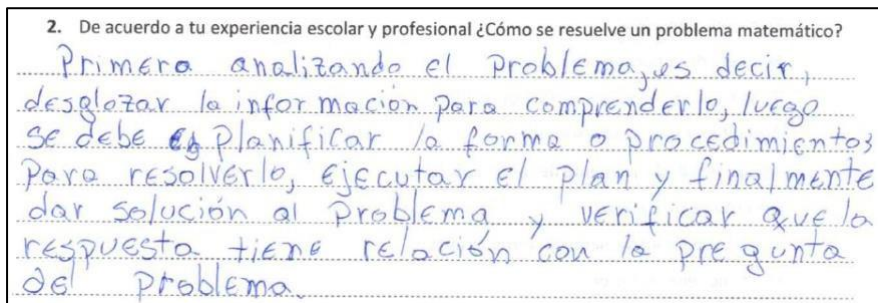
Respuesta participante P1 a la pregunta 2 de la actividad 5.



Nota. Evidencia sesión 5.

**Figura 17**

Respuesta participante P2 a la pregunta 2 de la actividad 5.

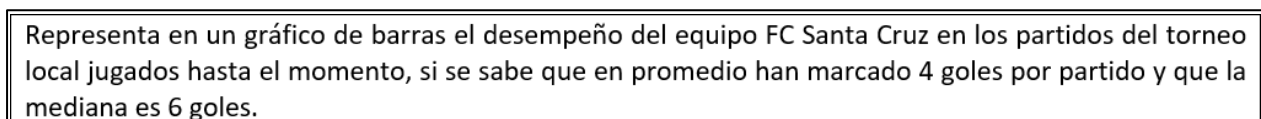


Nota. Evidencia sesión 5.

Otro de los instrumentos que aporta evidencia en relación con cómo los docentes participantes resuelven un problema matemático es la Actividad 1 de la implementación, donde se pedía a los participantes resolver un problema matemático (figura 18).

**Figura 18**

Tarea matemática para la sesión 1.

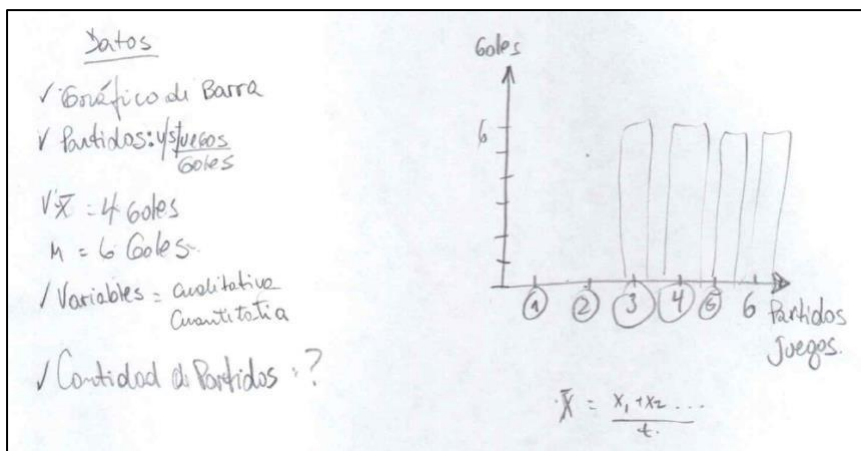


Para dicha tarea matemática, se analizan las producciones de los docentes participantes y extractos de la conversación surgida en la intervención. En este análisis se entenderá que en una resolución se aplicó el “método de los cuatro pasos” si: 1) Ordena los datos del problema, 2) hay un desarrollo matemático y 3) existe una respuesta al problema, de forma ordenada o secuencial.

En la fase individual de resolución, ninguno de los participantes logró resolver el problema, y es entonces donde surge la inquietud, si la estrategia hasta aquí conocida y compartida por los docentes es el “método de los cuatro pasos” ¿Por qué no está dando resultados (P3, figura 19) o no es aplicada (P1, figura 20)?

### Figura 19

Respuesta de participante P3 a la tarea matemática de la sesión 1



Nota. Evidencia sesión 1.

La siguiente transcripción del comentario del participante P3 acerca de cómo desarrolló la actividad 1 da cuenta de un cierto orden esquemático para resolver el problema, se observa que con *yo primero anoté todos los datos* se orienta al primer paso del *método de los cuatro pasos*. Sin embargo, se encuentra con un obstáculo al olvidar el concepto de mediana y su cálculo. Por ende, no avanza en la resolución del problema.

P3: Yo primero anoté todos los datos. Datos que me daban. Primero el gráfico de barra. Luego los partidos. Eran los juegos versus los goles. Promedio de los cuatro goles, la mediana de los seis goles. Variables, cuantitativas y cualitativas obviamente ya lo teníamos porque eran los juegos versus los goles. Entonces ahí teníamos que ordenarlo en el eje X y el eje Y. ¿Cierto? Y después era la cantidad de partidos que no nos decían. Y ahí quedé *pegada* porque me acordaba de cómo calculaba el promedio y no me acordaba de cómo calculaba la mediana.

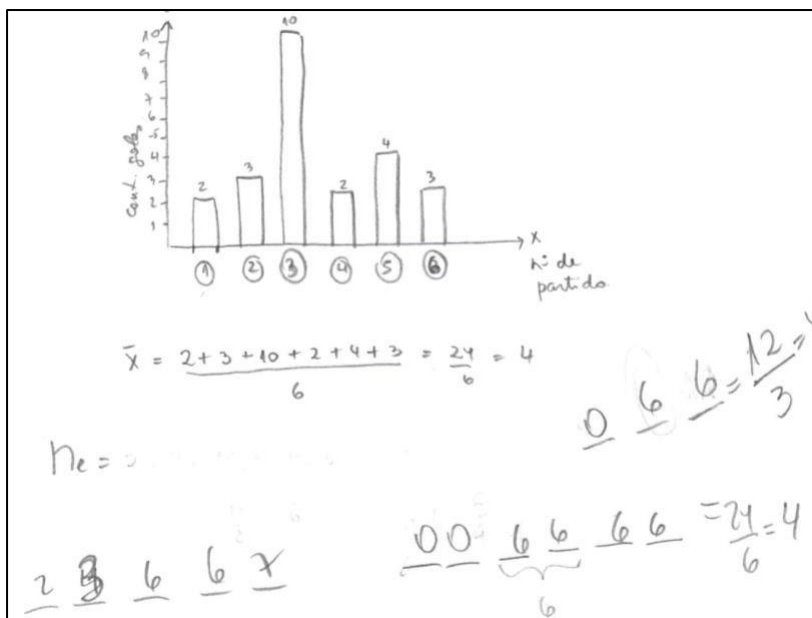
Se puede considerar de esta resolución, que la participante entiende que para resolver un problema es necesario aplicar directamente un concepto matemático. Entonces, al olvidar el concepto de mediana, no fue capaz de asumir otras alternativas como preguntar o buscar en la web, es preciso señalar que contaban con libertad para hacerlo.

La siguiente transcripción del comentario del participante P1 acerca de cómo desarrolló la actividad 1:

P1: Bueno, para empezar, me di cuenta que no teníamos el total de partidos. Fue todo ficticio. Yo creé seis partidos. Aquí están mis seis partidos. De tal manera de que... Para que estuviera dividido en seis, me diera el promedio cuatro, le fui dando cantidad de goles. Pero después cuando me dice que la mediana tenía que ser seis y yo me di una cantidad par de partidos, entonces modifiqué los datos. Eran los mismos datos, solo que los cambié de orden para que aquí me diera la mediana... Diez más dos, doce, dividido en dos, seis. Entonces yo me di [señala su gráfico]... Dos goles, tres goles, diez, dos, cuatro y tres. Ya. Gráfico de barra. [...] En el eje X coloqué el número de partidos jugados y en el eje Y coloqué la cantidad de goles. Entonces ahí logré que calzara el promedio de cuatro goles por partido. [...] Y eso, así logré que... Pero creando que hubieron seis partidos que se jugaron.

**Figura 20**

*Respuesta de participante P1 a la tarea matemática de la sesión 1*



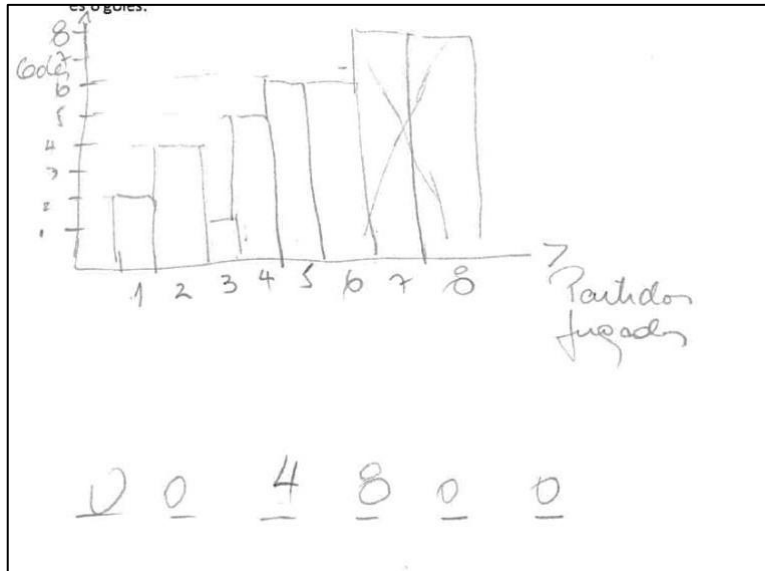
*Nota. Evidencia sesión 1.*

En la descripción de P1 de su procedimiento individual no es posible apreciar directamente la consideración del método de los cuatro pasos, tampoco esto se hace evidente en su producción (figura 20); a pesar de que la docente asumía claramente de forma verbal que un problema matemático se resuelve aplicando los cuatro pasos, en su producción real esto no es evidentemente aplicado.

El docente P4 sigue una resolución mas bien intuitiva o exploratoria, buscando (por ensayo y error) algunos valores que pudieran cumplir con la consigna (figura 21).

**Figura 21**

Respuesta de participante P4 a la tarea matemática de la sesión 1.



Nota. Evidencia sesión 1.

La siguiente transcripción del comentario del participante P4 acerca de cómo desarrolló la actividad 1:

P4: Yo había hecho hasta el seis. Hasta el partido seis. Y... Todos sumaban 24 goles. O sea, por lo tanto, lo dividí por seis y me dio cuatro. Pero de medianas no. Así que me subí. Me subí por ahí [indica los valores altos de su gráfico] y ya me cambiaba el promedio. Así que... Hasta ahí iba bien. Después ya no... Así que esto no va [tacha las columnas del partido 7 y 8].

P1: ¿Pero te da la mediana? ¿No?

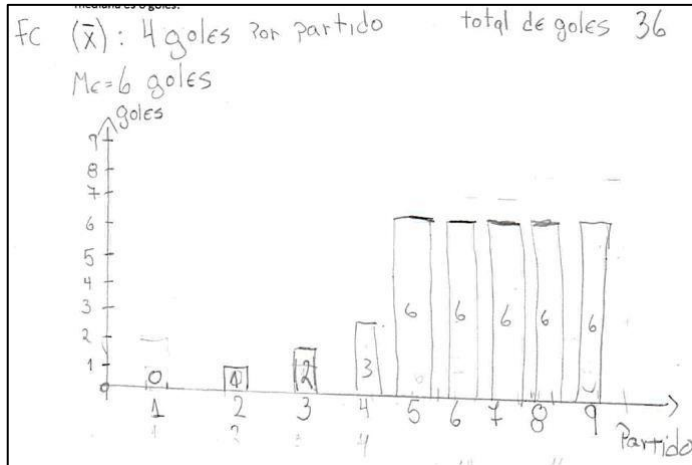
P4: No, no, no. Porque no calculé aquí la mediana. Si no, aquí lo que calculé fue el promedio. Me subí por el promedio y lo que me faltó fue esto.

Para P4, no es posible evidenciar la aplicación de los cuatro pasos en su desarrollo, más bien, prueba con valores para cumplir con una de las consignas, pero se da cuenta que, al agregar valores para cumplir con la mediana, modifica el valor del promedio. Este proceso de ensayo y error no parece estar estructurado, así que se considera más bien un proceso natural de resolución de problemas.

El desarrollo de la actividad 1 para P2 fue distinto, ya que no participó de la sesión 1, aun así, se le dio la oportunidad de desarrollarlo, puesto que era un elemento importante para las sesiones consecutivas. Por lo tanto, no se tiene mayor registro o evidencia de su proceso de resolución que la producción observada en la figura 22.

**Figura 22**

Respuesta de participante P2 a la tarea matemática de la sesión 1



Nota. Evidencia sesión 1.

Aquí se asume que se aplicó el *método de cuatro pasos* puesto que se destacan los datos (en la parte superior), se observa un trabajo matemático de ensayo y error, al evidenciarse borrões sobre el gráfico que a su vez es la respuesta al problema planteado.

El análisis anterior de todas las producciones de los docentes intervenidos se resume en la tabla 14, para comparar las concepciones que fue posible evidenciar en las producciones y diálogos de todos los participantes, es preciso señalar que se evidencia una dicotomía entre lo que los docentes dicen y hacen con respecto a la resolución de problemas, por ello se estructuran los descriptores en ambos sentidos.

**Tabla 14**

Concepciones respecto a que es la resolución de problemas

Concepciones con respecto a que es resolución de problemas	P1	P2	P3	P4
En el discurso, la RP es aplicación concreta de la matemática aprendida	Sí	Sí	Sí	N/O
En el discurso, la resolución de problemas es en cuatro pasos	Sí	Sí	Sí	N/O
Resuelve problemas aplicando los cuatro pasos	No	Sí	Sí	No
Resuelve problemas como aplicación de la matemática aprendida	No	N/O	Sí	N/O

Nota. N/O: No Observado

Para evidenciar el cambio de concepción que los docentes participantes tienen de la habilidad de resolver problemas a medida que avanza la propuesta de intervención, se analizan las respuestas y diálogos

surgidos para las actividades 3 y 4. En una primera parte de la actividad 3 (anexo 13) se les pide a los docentes expresar que entienden ellos para algunas frases extraídas de las bases curriculares con respecto a la habilidad de resolver problemas. La tabla 15 muestra la respuesta de cada docente y los elementos centrales identificados en dichas respuestas, relacionados con su concepción de la resolución de problemas.

**Tabla 15**
*Respuesta de los participantes a la Actividad 3.1A.*

Evidencia en las producciones de los docentes para la frase "es tanto un medio como un fin"	Elementos centrales de la resolución de problemas
<p><b>P1</b> ... es tanto un medio como un fin...</p> <p>Que la resolución de problemas se puede trabajar con dos puntos de vista</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Como un medio para desarrollar la habilidad o bien</li> <li>• como un fin, donde se espera llegar a un resultado</li> </ul>	<p>Es un medio para el desarrollo de otras habilidades</p> <p>Persigue llegar a un resultado</p>
<p><b>P2</b> ... es tanto un medio como un fin...</p> <p>Por una parte, es un "medio" ya que a lo largo de la vida de <u>todas</u> las personas tendrán que enfrentarse a problemas de distinta naturaleza, y la resolución de problemas es la habilidad que los ayudará a enfrentar estas situaciones. A su vez es un "fin" ya que esta habilidad es una de las más complejas, ya que necesita de otras habilidades para desarrollarse. Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios)... llorarse.</p>	<p>Es una habilidad importante para la vida cotidiana.</p> <p>Es una habilidad compleja de desarrollarse</p>
<p><b>P3</b> ... es tanto un medio como un fin...</p> <p>Para resolver un problema matemático se pueden utilizar distintos medios matemáticos de resolución para obtener una solución a <u>no</u> a nuestra situación problema.</p> <p>"La matemática se comprende resolviendo problemas"</p>	<p>Busca lograr un resultado</p> <p>La matemática se aprende resolviendo problemas</p> <p>Para resolver un problema matemático se pueden utilizar diversas estrategias</p>
<p><b>P4</b> 1. ¿Qué significa para ti cada una de las frases o conceptos que se han destacado?</p> <p>... es tanto un medio como un fin...</p> <p>Se refiere a que lo resuelve en sí, involucra el proceso cognitivo para llegar a un resultado y por lo tanto, todos son válidos.</p> <p>Medios - o habilidades.</p> <p>A la matemática no lo es capaz de aprenderse a través de la resol. de problemas.</p>	<p>Para resolver un problema matemático se pueden utilizar diversas estrategias</p> <p>La matemática se aprende resolviendo problemas</p>

Aquí se pueden evidenciar elementos que no surgían en el diagnóstico, como, por ejemplo, que la resolución de problemas permite el aprendizaje de conceptos matemáticos, o que permite el desarrollo de otras habilidades. Esto se ve complementado con la explicación que entregan los docentes para la frase "sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir".

**Tabla 16**
*Respuesta de los participantes a la Actividad 3.1B.*

Evidencia en las producciones de los docentes para la frase "sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir"	Elementos centrales
<b>P1</b> Que la resolución de problemas no tiene un procedimiento único, o una única respuesta	Para resolver un PM se pueden utilizar diversas estrategias
<b>P2</b> Para resolver los problemas pueden realizar distintos análisis o procedimientos con el fin de encontrar su solución.	Para resolver un PM se pueden utilizar diversas estrategias
<b>P3</b> Que la persona que se enfrenta a una situación problemática debe determinar los vías más efectivas de solución indicando sus propios pasos de resolución de manera autónoma, reflexiva y crítica de los decisiones tomados	Para resolver un PM se pueden utilizar diversas estrategias El resolutor puede distinguir la estrategia óptima
<b>P4</b> ... sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. <i>(Ideal) (do se am ce (loven de Problemas) Construye (Conductiva) Significa que pienso q el estudiante, Su aprendizaje adecuadamente, es importante la creatividad, que fomen decisiones y no se ten Conductista.</i>	El aprendizaje matemático surge de la resolución creativa de problemas

Es posible destacar como idea central en tres de los cuatro relatos que para resolver un problema matemático se pueden utilizar diversas estrategias, mientras que P4 destaca que la resolución creativa de problemas propicia el aprendizaje matemático. Pero ninguno de ellos hace referencia explícitamente a que para desarrollar la resolución de problemas se debe enfrentar al estudiante a situaciones que desconoce (a priori) el cómo se resuelve, o que no se le debe enseñar a resolverlo antes de que el estudiante lo enfrente, que sería la idea central de la frase, aun así las respuestas entregadas son significativas.

En la conversación posterior si surgen ideas relativas al foco del interés en la afirmación analizada. En particular para P3, al resolver un problema hay una búsqueda creativa o autónoma de estrategias (como también lo menciona en la tabla 16), asumiendo implícitamente que el estudiante no sabe, a priori, como resolverlo. En cambio, P2 reconoce que, al aplicar problemas hacia finales de la unidad didáctica, sería indicador de que el estudiante ya sabe cómo se resuelven.

P3. En cambio, la resolución de problemas necesita que tú estés pendiente, concentrado, pensando cómo puedo hacer, si tomo este camino, a lo mejor puede que no llegue, o si bien tomo este otro, ¿voy a llegar a una solución? Tratar de como ingeniárselo para poder encontrar la solución.

P2. Entonces, si yo pongo los problemas al final [de la unidad didáctica], es porque ya le indiqué más o menos cómo se resolvía.

Posteriormente se les pidió a los participantes argumentar a favor o en contra de tres afirmaciones:

- El aprendizaje matemático es previo a la resolución de problemas,
- La resolución de problemas es una actividad netamente individual y,
- Existen métodos que aseguran la resolución exitosa de problemas matemáticos.

Para la primera afirmación, tanto P2 y P4, asumen que el aprendizaje matemático surge de la resolución de problemas. Por su parte, P1 y P3 asumen que la resolución de problemas se puede trabajar antes, durante o después de aprender un concepto matemático, tal como se puede observar en la Tabla 17.

**Tabla 17**

*Respuesta de los participantes a la Actividad 3.3A.*


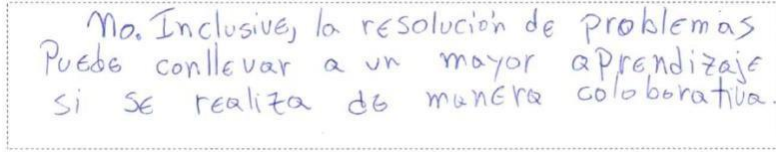

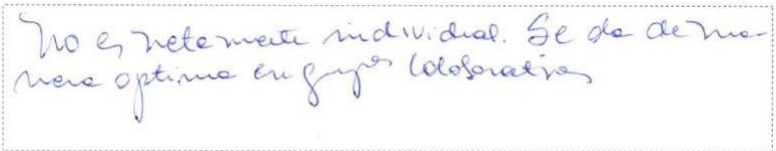
<b>Argumentos para la afirmación “El aprendizaje matemático es previo a la resolución de problemas”</b>	<b>Elementos centrales</b>
<b>P1</b> <i>Puede ser al inicio o después ya que se puede plantear el problema y luego mostrarle el procedimiento que le permitirá resolverlo.</i>	La resolución de problemas se puede trabajar antes, durante o después de aprender un concepto
<b>P2</b> <i>No, ya que gracias al problema el estudiante contextualiza los contenidos y le dará significado.</i>	El aprendizaje matemático significativo surge de la resolución de problemas
<b>P3</b> <i>No necesariamente el aprendizaje matemático es previo a la resolución, se puede trabajar previamente o durante la resolución de problemas.</i>	La resolución de problemas se puede trabajar antes, durante o después de aprender un concepto
<b>P4</b> <i>No siempre es previo, el ideal es que a través de resolución de problemas se logre aprendizaje.</i>	El aprendizaje matemático significativo surge de la resolución de problemas

Con esto es posible evidenciar un cambio en la perspectiva inicialmente evidenciada, donde la resolución de problemas cumplía el rol de ser una aplicación real o contextual de la matemática aprendida, a ser una habilidad que permite la adquisición de conocimientos matemáticos, y que por ende se puede incluir en cualquier momento de la unidad didáctica.

En análisis de la segunda afirmación (ver tabla 18), se observa que todos los docentes participantes reconocen que la resolución de problemas no es una actividad netamente individual; es más tanto P2 como P4 reconocen que se ve favorecida por el trabajo colaborativo.

**Tabla 18**


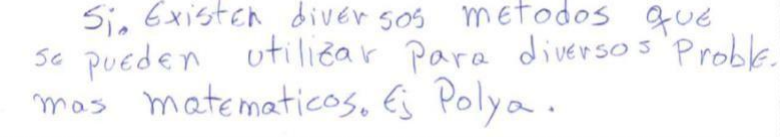

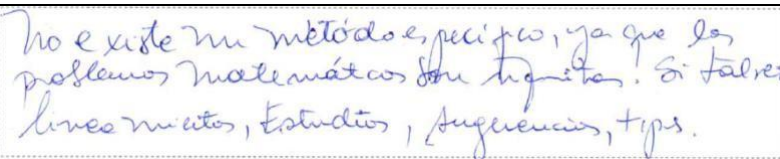
*Respuesta de los participantes a la Actividad 3.3B*

Argumentos para la afirmación “La resolución de problemas es una actividad netamente individual”	Elementos centrales
P1 	La resolución de problemas no es individual, pero no argumenta.
P2 	La resolución de problemas no es individual. Además, se ve favorecida por el trabajo colaborativo
P3 	La resolución de problemas no es individual, pero no argumenta.
P4 	La resolución de problemas no es individual. Además, se ve favorecida por el trabajo colaborativo

Con esto, se observa una ampliación de la concepción inicial acerca de que es RP, incluyendo la componente del trabajo colaborativo como un elemento a considerar para desarrollar esta habilidad.

Mientras que, para la tercera afirmación (ver tabla 19), solo P2 la considera como verdadera, poniendo como ejemplo el “método de los cuatro pasos”. P1 y P3 la consideran falsa, pero no argumentan. Sólo P4 argumenta que no existe un método general, dada la inmensa amplitud de tipos de los problemas matemáticos, sin embargo, sería posible considerar “lineamientos, estudios, sugerencias o tips” haciendo alusión seguramente a lo que Shoenfeld denomina heurísticas, para aquellos problemas prototípicos.

**Tabla 19**
*Respuesta de los participantes a la Actividad 3.3C*

Argumentos para la afirmación “Existen métodos que aseguran la resolución exitosa de problemas matemáticos”	Elementos centrales
P1 	Considera falso, pero no argumenta.
P2 	Los “cuatro pasos” permiten asegurar la resolución exitosa de problemas matemáticos
P3 	Considera falso, pero no argumenta.
P4 	No hay métodos específicos para asegurar la resolución de un problema matemático Puede haber lineamientos generales o sugerencias

Con esto es posible evidenciar una modificación a la concepción inicial de los docentes con respecto a los métodos para resolver un problema matemático, ya que en el diagnóstico se mostró que P1, P2 y P3 consideraban (implícita o explícitamente) el método de los cuatro pasos, luego de la actividad 3 sólo P2 persiste en el método. No se tiene evidencia de las concepciones iniciales de P4, pero su comentario va en la línea de los objetivos de esta intervención.

Las evidencias obtenidas a partir de la actividad 3 (anexo 13) de la propuesta de intervención permiten observar un cambio en la percepción de los docentes participantes con respecto a que es resolver problemas matemáticos, pasando de una perspectiva de la resolución de problemas como aplicación contextual de la matemática aprendida, a una visión de ella como una búsqueda creativa de soluciones que puede permitir el aprendizaje de conceptos matemáticos.

Posteriormente, en la Actividad 4 (anexo 14) de la intervención, se les pidió resolver un problema (figura 23) siguiendo el esquema de cuatro pasos y reflexionar.

**Figura 23**

*Tarea matemática de la Actividad 4.*

Antonia está calculando el promedio de sus notas con miras hacia el término del período escolar. Con sus actuales notas ha calculado que su promedio es 5,0, y estima que, si en la última evaluación su calificación es un 7,0, su promedio podría llegar a 5,5; en cambio, si no rinde ese instrumento y le califican con un 1,0 su promedio podría llegar a ser 4,0. ¿Cuántas notas tiene hasta el momento? ¿Cuáles pueden ser?

Para P1 y P3, no fue posible ajustar el método que conocían y enseñaban a sus estudiantes (los cuatro pasos), a la tarea matemática propuesta, y no lograron darle solución (figura 24). Posteriormente, en colaboración, idearon estrategias para poder resolverla: plantear y resolver un sistema de ecuaciones o probar distintos valores y distintas cantidades de notas. Pero por una cuestión de tiempo, no lo ejecutaron.

**Figura 24**

*Producciones de P1 y P3 al problema de la Actividad 4.*

Comprende el problema	Concibe un plan	Ejecuta el plan	Examina la solución
<p>50 50</p> <p>50 50</p>			

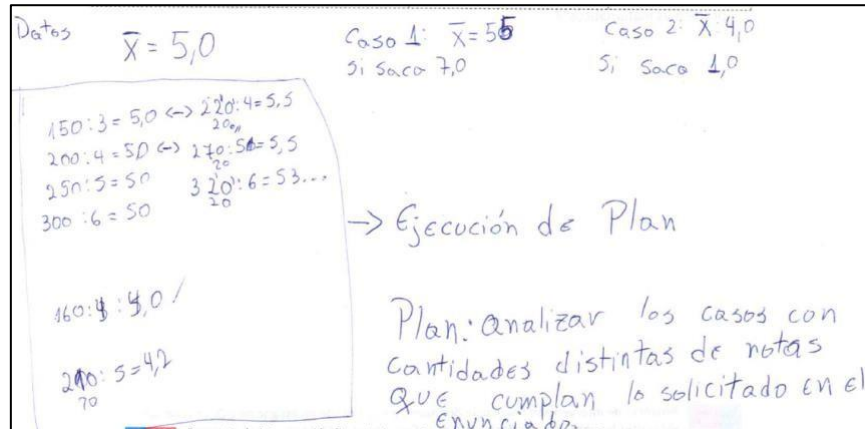
  

Comprende el problema	Concibe un plan	Ejecuta el plan	Examina la solución
$\bar{x} = 5,0 + 7,0 = 5,5$ $\bar{x} = 5,0 + 1,0 = 4,0$			50

En cambio, el docente P2 rápidamente se dispuso a resolverlo. Comenzó por registrar los datos (comprender el problema), concibió un plan (aunque posteriormente lo dejó por escrito), y se dispuso a ejecutarlo (figura 25). A saber, si el promedio debía ser 50 (forma más fácil de abordar para él, el valor de 5,0), la suma de las  $n$  notas debía resultar en un múltiplo de 50 y al sumarle 70 y dividir por  $(n+1)$  debía resultar 55; de la misma forma al sumar 10 y dividir por  $(n+1)$  debía resultar 40. Explorando para distintos valores de  $n$  determinó que Antonia podía tener hasta el momento 3 notas, entregando de forma oral algunas posibilidades (todas 5 o 4, 5 y 6).

**Figura 25**

Producción de P2 al problema de la Actividad 4.



Datos  $\bar{x} = 5,0$       Caso 1:  $\bar{x} = 5,5$       Caso 2:  $\bar{x} = 4,0$   
 Si saca 7,0      Si saca 4,0

$150 : 3 = 5,0 \leftrightarrow 220 : 4 = 5,5$   
 $200 : 4 = 5,0 \leftrightarrow 270 : 5 = 5,4$   
 $250 : 5 = 5,0$        $320 : 6 = 5,3...$   
 $300 : 6 = 5,0$

$460 : 4 = 4,0$   
 $240 : 5 = 4,8$

→ Ejecución de Plan

Plan: analizar los casos con cantidades distintas de notas que cumplan lo solicitado en el enunciado.

Esto queda reflejado en las respuestas de los participantes a la pregunta 2 de esta sesión, expuestas en la tabla 20, donde P1 y P3 reconocen que el “método de los cuatro pasos”, tal como se entiende, no les permitió dar solución al problema, aunque “saltándose pasos” según indica P1, no logra resolverlo. Por su parte, P2 asume que el método fue útil para organizar su resolución. Pero, posteriormente él mismo reflexiona que “quizás me salió tan fácil porque me resultaba conocido, entonces para mí no era un problema, era un ejercicio nomás” Esta reflexión da cuenta de una ampliación en su concepción acerca de que es la resolución de problemas, dado que, como a él le resultaba familiar, no era más que un ejercicio contextualizado.

**Tabla 20**

Respuesta de los participantes a la actividad 4.2

¿Este método (los cuatro pasos) te ayudó a dar respuesta al problema? Explica cómo te ayudó el método.	Elementos centrales
P1 <i>No, ya que me salte varios pasos y aún así no logré llegar al resultado</i>	El método no ayuda.
P2 <i>Sí. Primero analice los datos y luego gracias al plan di respuesta al problema.</i>	El método si ayudó. Permite ordenar.
P3 <i>No, sirve, falló, no resultó,</i>	El método no ayudó. No argumenta

En conclusión, es posible establecer un cambio a la percepción inicialmente evidenciada en todos los docentes, dado que ahora la resolución de problemas no se considera como una aplicación concreta de la matemática aprendida y solamente P2 persiste con el supuesto que el método de los cuatro pasos permite resolver problemas, haciendo ver que “quizás a él le funcionaba porque no era un problema”. Además, se hacen explícitos otros elementos, como la posibilidad de usar diversas estrategias, o que la resolución de problemas permite el aprendizaje de conceptos matemáticos o el desarrollo de otras habilidades. Todo esto se resume en la tabla 21.

**Tabla 21**

*Concepciones con respecto a que es resolución de problemas (sesión 4).*

<b>Concepciones con respecto a que es resolución de problemas</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>
Aplicación concreta de la matemática aprendida	N/O	N/O	N/O	N/O
Resolución mediante cuatro pasos	No Útil	Sí	No Útil	N/O
Posibilidad de usar diversas estrategias	Sí	Sí	Sí	Sí
La resolución de problemas permite el aprendizaje matemático	Sí	Sí	Sí	Sí
La resolución de problemas permite el desarrollo de otras habilidades	Sí	Sí	Sí	N/O
La resolución de problemas persigue la búsqueda creativa de soluciones	Sí	Sí	Sí	N/O

*Nota.* N/O: No Observado

Este cambio a la postura inicial da cuenta del logro del resultado esperado en ese sentido, lo que se explica con más detalle en el punto 5.3.

### 5.2.3. TIPO DE TAREAS MATEMÁTICAS

Otra de las sub-causas del problema que se vio modificada con la intervención son las concepciones acerca del tipo de tareas matemáticas que permiten el desarrollo de la resolución de problemas. Evidencia de esta modificación ya se mencionó en el punto 5.2.1. Por lo tanto, en esta parte sólo se hará mención a elementos del diálogo entre los docentes surgidos en las actividades 5 y 8.

La siguiente transcripción corresponde a un extracto del diálogo emanado de la Actividad 5.1 (ver anexo 15), donde queda de manifiesto que, a raíz de la intervención, los docentes son más capaces que antes de decidir cuándo un enunciado es un problema o no. Lo anterior se puede observar en el siguiente diálogo de la sesión 5, pregunta 2:

Monitor: Hasta antes de estas conversaciones que hemos tenido nosotros. ¿Todos [estos enunciados] hubiesen sido un problema?

P1. Ahá.

P3. Si

Monitor: Entonces ¿cambiamos nuestra definición?

P3. Cambiamos nuestro concepto

P1. Sí, porque lo más probable es que estas preguntas yo las hubiese agregado en mi prueba como resolución del problema.

P2. Y no todos son resolución de problemas.

P3. Si.

Mostrando con esto un cambio en la concepción del tipo de tareas que se pueden llevar al estudiante para el desarrollo de la resolución de problemas.

En la misma sesión 5 con la actividad 4, surge el siguiente diálogo, al consultar ¿Por qué [con la modificación realizada] ahora sí es un problema matemático?

P3. Porque me faltan estaturas, me faltan datos.

P1. Porque es desafiante. Porque puede haber más respuestas.

M. ¿Ahora es más desafiante que antes?

P1. Sí, porque antes no tenía nada que hacer. Era solo un cálculo.

P2. Ahora puede ser un rango de solución. O las soluciones están en un rango. Son terms. Son terms distintas.

P1. Ahora sirve para introducir un tema. Antes no introducía nada. Simplemente era llegar y calcular.

Aquí es posible emergen elementos como la cantidad de soluciones (P2) o el mayor desafío (P1 y P3) posibles estrategias de resolución (P1), haciendo una distinción implícita entre problema matemático y ejercicio con enunciado.

Esto también se observa en la actividad 8, al seleccionar una tarea matemática (del listado de enunciados de la actividad 5) para trabajar la resolución de problemas, surge el siguiente diálogo:

- P1. El N igual, el M.
- P2. El M no, porque era más fácil.
- P3. El E, siempre y cuando omitiéramos información.

De tal forma que los docentes participantes tienen una concepción más amplia de las tareas matemáticas que pueden aplicar en sus clases, con el objetivo de desarrollar la resolución de problemas, dado que M y N son problemas matemáticos sin contexto real, lo que anteriormente los participantes consideraban un ejercicio de aplicación.

#### 5.2.4. GESTIÓN DE CLASE PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES

Para cambiar las concepciones limitadas que tienen los docentes intervenidos para la gestión de clases con foco en el desarrollo de habilidades se usaron dos tipos de actividades: que participaran de una clase de resolución de problemas y que analizaran un extracto de video.

Para la primera de estas actividades, se les pidió evaluar su experiencia como resolutores, en el sentido de poder rescatar algunos elementos de la gestión del docente que llamaron su atención en el proceso de resolución del problema. En ello, los participantes pudieron evidenciar los elementos centrales que se destacan en la tabla 22.

**Tabla 22**

*Respuesta de los participantes a la actividad 1.4*

¿Qué te llamó la atención de la gestión de la sesión?	Elementos centrales
<b>P1</b> <i>La calidad para invitar a resolver un problema, mostrando interés por saber mi respuesta. Preguntas claves.</i>	Preguntas clave Interés por la resolución
<b>P3</b> <i>Que a medida que te aportaban mayor información se podían lograr otros formas de resolución del mismo problema.</i>	Aporte de mayor información Extensión o simplificación
<b>P4</b> <i>La forma de cerrar el acuerdo, jamás dijo está TAC.</i>	No validación de respuesta

En esto, los participantes hacen alusión, sin usar los conceptos teóricos correspondientes, a que en la sesión hubo preguntas clave (deliberadas), interés por su resolución (anticipación), presencia de extensiones o simplificaciones y no validación de respuesta.

Una idea similar se replica en la Actividad 6 (anexo 16), para el cual se les pide explícitamente que, junto con resolver el problema, estén atentos a las intervenciones del docente a cargo, para identificar las acciones clave de la gestión. Se destacan en la tabla 23 las observaciones de los participantes.

**Tabla 23**

*Respuestas de los participantes a la actividad 6.1*

¿Qué te llamó la atención de la gestión de la sesión?		Elementos centrales
P1	Desarrollo <i>Preguntas que motivaban a reflexionar y plantearnos más posibilidades</i> • Retroalimentación - feedback • Permitió la autonomía en el trabajo • Guiaste el diálogo entre el grupo	Preguntas deliberadas de profundización Monitoreo Favorecer autonomía Favorecer diálogo
P2	Desarrollo <i>Realiza preguntas que motivaban a pensar en otras alternativas</i> • Monitoreo constante en distintos estudiantes	Preguntas deliberadas Monitoreo
P3	<i>El docente nos motiva a realizarnos más preguntas desafiantes que motivan a reflexionar que si se pueden realizar más opciones de trabajo para quién el desempeño de la actividad es el</i>	Preguntas deliberadas de profundización
P4	Inicio <i>Preguntas desafiantes, que nos lleva a plantear nuevas formas de resolver los problemas, permitiendo la creatividad, metacognición, reflexión</i>	Preguntas deliberadas permiten reflexionar y creatividad

Todos los participantes hacen alusión a la existencia de preguntas que motivan la exploración, reflexión, profundización y creatividad, P1 y P2 destacan el monitoreo sobre la actividad que estaban realizando y P1 profundiza en que las intervenciones del docente favorecen tanto la autonomía como el diálogo.

Estas ideas centrales también se ven reflejadas en la siguiente transcripción del audio de la sesión 6, al preguntarles *¿Qué acciones clave pudiste observar de la gestión del docente en cada momento de la clase?*

P3. Preguntas que eran guiadas, o sea, preguntas que nos llevaban a hacernos más problemas nosotros

P1. Claro. Más desafiantes. O sea, yo solo le respondo a tus preguntas.

P4. Eran preguntas guiadas. Preguntas que motivaban a reflexionar y plantearnos más posibilidades.

P2. Lo otro es que yo estaba como “pegado”, y tú te acercaste dijiste tu que... ¡Ah, pero tú puedes seguir! Que había otras posibilidades. ¿Cómo se dice? ¿Cómo se dice eso?

P1. El feedback. ¿El monitoreo? Monitoreo, feedback.

P2. Feedback. De que nadie esté centrado en nada.

P1. Preguntas que motivaban a reflexionar y plantearnos más posibilidades.

P1. [...] Yo lo otro es que permitiste la autonomía en el trabajo. No me dijiste no recortes, no me dijiste no hagas esto. ¡Al contrario! Pero está bien, permitiste la autonomía en el trabajo.

P3. Permitiste, guiaste el diálogo del grupo. Quizás diciendo, compruébalo. Si tenías una idea, hazlo.

Es posible apreciar que las preguntas intencionadas por el monitor impactan fuertemente en el proceso de resolución, dado que todos los participantes las destacan como una acción clave de la gestión, permitiendo profundizar la problemática, reflexionar, visibilizar otras alternativas de exploración. Además, en el monitoreo se destaca el hecho de favorecer la autonomía (P1) y la comprobación de las propias ideas (P2 y P3).

Posteriormente, la actividad 7 (anexo 17) tiene como objetivo describir los elementos centrales de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas y para ello se utiliza el análisis de un extracto de clase en video, donde era posible apreciar el momento de puesta en común de los procedimientos que utilizaron estudiantes al resolver un problema matemático. En concreto, a los docentes participantes se les pregunta:

- ¿Qué acciones de la docente en el extracto de video son clave para el desarrollo de la habilidad de Resolución de Problemas? ¿Por qué?
- ¿Qué decisiones crees que tomó la docente (o que acciones realizó) antes de lo observado en extracto de video para llegar a ese momento de “puesta en común”? Explica brevemente.

La respuesta de los docentes a la primera pregunta se muestra en la tabla 24, allí es posible apreciar que distinguen algunos elementos de la gestión de clase para el desarrollo de habilidades que anteriormente no habían surgido en las experiencias realizadas en la implementación.

**Tabla 24**

*Respuesta de los participantes a la actividad 7.1*

¿Qué acciones de la docente en el extracto de video son clave para el desarrollo de la habilidad de Resolución de Problemas? ¿Por qué?	Elementos centrales
<b>P2</b> 1: Brindar la libertad de usar el procedimiento que prefieran. 2: Preguntas clave para explicar el procedimiento. 3: Realizar comparativas para ver la forma más práctica.	Libertad de procedimiento Preguntas clave Comparar procedimientos
<b>P3</b> - Dar espacio para la reflexión, argumentación y la comunicación entre pares sobre la ejecución en la resolución de problemas	Dar espacio para reflexionar y argumentar Comparar procedimientos

Aquí surgen nuevos elementos de la gestión, que en las actividades de resolución de problemas (1 y 6) anteriores no fue posible visibilizar, a saber, la posibilidad que tienen los estudiantes de utilizar cualquier procedimiento y que luego éstos sean comparados para obtener la estrategia más óptima o la formalización del contenido matemático; el planteamiento de preguntas clave y dar el espacio para la reflexión y argumentación de los estudiantes, ya que al resolver problemas interesa saber el por qué se elige una estrategia de resolución u otra, y no solo el resultado. Esto también se evidencia en el diálogo surgido del análisis de las respuestas a esa pregunta (ver tabla 25).

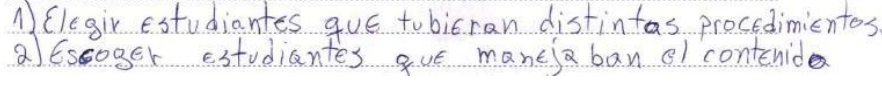
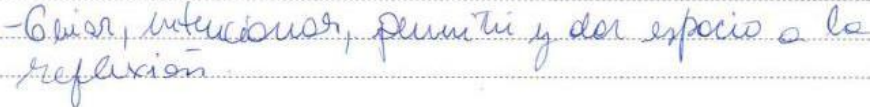
**Tabla 25**

*Extractos del diálogo entre los participantes para la pregunta 7.1.*

¿Qué acciones de la docente en el extracto de video son clave para el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas? ¿Por qué?	Elementos centrales
<b>P2</b> [...] que aquí se nota que [la docente] dio la oportunidad de que lo desarrollaran con libertad, que ahora igual finalmente se hace. [...] No hay lineamientos fijos para la resolución de los problemas.	Libertad de usar sus propias estrategias
<b>P3</b> Da el espacio también para la comunicación, la argumentación. De que el otro también exponga sus puntos de vista. Sí, porque le da el espacio para que el niño reflexione, para que piense. De cómo poder explicárselo también a otra persona, que los compañeros entiendan. De que a lo mejor su resolución también es correcta, pero también lo del otro compañero, que también estaba bien. Pero explíqueme cómo lo hizo, cómo lo entendió. Al otro le pidió fundamentar más.	Permite (da espacio/tiempo) para comunicar y argumentar  Comparar procedimientos Solicita argumentar
<b>P2</b> Y al final igual la comparativa, de decirle cuál es el procedimiento quizá el más factible para todos, o el que todos pensaron que ocuparía el mejor (más eficiente). Como que siento que ese cierre igual fue bueno.	Comparar procedimientos Selección de procedimiento más eficiente
<b>P3</b> Sí, porque independiente de cómo tú lo desarrollas, todo llega al mismo resultado.	Características de la RP
<b>P1</b> También involucrar a los demás estudiantes que quizá no lo habían terminado, o que si lo estaban terminando, para que vieran qué opción ellos estaban realizando, o cuál también es la más efectiva para posteriores problemas quizás.	Comparar procedimientos Selección de procedimiento más eficiente

Estos elementos visibles de la gestión fueron complementados con la respuesta a la segunda pregunta, donde se intentaba situarse en el lugar de la docente del video y descubrir que decisiones debió haber tomado en el proceso de resolución con sus estudiantes, que desencadenaron en el momento de puesta en común evidenciado en el video (ver tabla 26).

**Tabla 26**
*Respuesta de los participantes a la actividad 7.2*

¿Qué decisiones crees que tomó la docente (o que acciones realizó) antes de lo observado en extracto de video para llegar a ese momento de “puesta en común”? Explica brevemente	Elementos centrales
<b>P2</b> 	Selección de estudiantes con diferentes procedimientos Selección de estudiantes que pueden explicar
<b>P3</b> 	Guiar e intencionar la reflexión Permitir y dar espacio para la reflexión

Los participantes P1 y P4 no lograron dejar por escrito su respuesta, pues se retiraron anticipadamente de la sesión, pero si comentaron a grandes rasgos las posibles decisiones previas de la docente. En la siguiente transcripción de la conversación se puede identificar elementos como la Selección y Monitoreo.

P1: La *profe* debió mirar bien antes el trabajo de sus alumnos. No los eligió al azar, yo creo que caminando se dio cuenta bien de quienes le podían servir para pasar a la pizarra y explicar.

P4: Claro. Ella hizo un monitoreo bien acucioso. Eligió a sus alumnos *con pinza*.

Como era de esperar, surgen elementos de la gestión como la selección de estudiantes específicos, que tengan estrategias distintas, pero que sean capaces de mostrarlos a sus pares, permitir o dar espacio a la respuesta reflexiva de los estudiantes.

En la tabla 27 es posible apreciar que emergen ideas centrales acerca de la gestión para la resolución de problemas como la selección y secuenciación de las producciones de los estudiantes, y las conexiones que se pueden realizar entre dichas producciones.

**Tabla 27**
*Diálogo generado ante la pregunta 7.2.*

	¿Qué decisiones crees que tomó la docente (o que acciones realizó) antes de lo observado en extracto de video para llegar a ese momento de “puesta en común”? Explica brevemente	Elementos centrales
<b>P2</b>	Primero vio que estudiantes tenían las respuestas correctas. Quizás revisó antes, porque eran varios estudiantes y solo hay tres ahí, y cada uno tenía un método distinto.	Selección
<b>M</b>	<i>O sea, a ver, ella les dijo ¿Ya quién quiere pasar? ¿Y le dio la palabra a los tres primeros?</i>	
<b>P1</b>	<i>No, no</i>	
<b>P2</b>	<i>Ella los vio, los seleccionó</i>	Selección
<b>P1</b>	Lo dejó trabajar colaborativamente, y después se fue paseando viendo que tenía cada uno.	Trabajo colaborativo Monitoreo
<b>P2</b>	<i>Y quizás también vio porque, por ejemplo, a veces pasa que [...] lo resuelven pero después no saben explicarlo, estos niños sabían claramente cómo lo desarrollaron.</i>	Selección
<b>P1</b>	[...] Tendrá alguna estrategia ¿Por qué ese orden?	Secuenciación
<b>P3</b>	<i>Pero al final llegaron a lo mismo, claro, aunque lo hayan tomado de distintas formas su procedimiento, llegaron a lo mismo. Entonces yo creo que ella lo hizo con su intencionalidad [...] yo creo que lo hizo más por favorecer la reflexión. De que ellos pudieran reflexionar ¿qué camino tomaron? ¿qué vía fue la que les resultó más fácil? ¿cuál era el mejor camino?</i>	Secuenciación Conexiones

Finalmente, la actividad 8 (anexo 18) también da cuenta del surgimiento de elementos antes desconocidos para la gestión de habilidades como la resolución de problemas en el aula. A saber, en dicha actividad los participantes debían escoger una tarea matemática para trabajar la resolución de problemas, anticipar posibles respuestas de los estudiantes, mencionar algunos elementos para la gestión de la clase y otros para la gestión especializada en la resolución de problemas.

Es preciso mencionar que esta actividad se trabajó de forma colaborativa, entre los cuatro docentes participantes y de forma sincrónica por medio de herramientas digitales (videoconferencia) ya que el monitor no se encontraba presente en el momento de realizarla. Solo el formato del diseño de clase fue entregado por el monitor, todos los elementos del diseño (figura 26 y 27) fueron elaborados y consensuados por los participantes.

**Figura 26**
*Diseño de clase propuesto por los participantes en actividad 8A.*

**Objetivo:** Diseñar una clase de resolución de problemas, considerando anticipación de respuesta y elementos centrales de la gestión.

Selecciona uno de los problemas revisados en la actividad 5, a partir de él genera tres anticipaciones, vale decir, tres posibles respuestas, desarrollos o procedimientos que podrían mostrar los estudiantes.

Tarea Matemática	Anticipación respuestas/procedimientos																																																									
<p><b>¿Cuánto es x?</b> En la siguiente suma, incógnitas iguales representan dígitos iguales e incógnitas distintas representan dígitos distintos ¿Cuál es el dígito que está representado por X?</p> $\begin{array}{r} \phantom{+} X \\ \phantom{+} X \\ + Y Y \\ \hline Z Z Z \end{array}$	<p><b>ANT. 1.</b> Ya que <math>x+x+y = z</math> (adicionando las unidades), <math>y=z</math> (adicionando las decenas), <math>z=0</math> (adicionando las centenas), se tiene además que <math>y=0</math>, <math>x=0</math>.</p> <p><b>ANT. 2.</b> Asumir que <math>x+x+y = z+10r</math>, con r reserva además <math>r+y = z+10d</math>, con d reserva, por tanto <math>d=z</math></p> <p>Ya que <math>r+y = z+10d</math>, con <math>d=z</math> queda:  <math>r+y = z+10z</math>  <math>r+y=11z</math>, de donde <math>r=11z-y</math></p> <p>Lo que se sustituye en la primera igualdad, quedando:  <math>x+x+y = z+10r</math>  <math>2x+y = z+10(11z-y)</math>  <math>2x+y = z+110z - 10y</math>  <math>2x = 111z - 11y</math></p> <p>Expresión para la cual se le dan valores a z e y, comprobando que para <math>z=1</math> e <math>y=9</math>, se obtiene para x el valor entero de 6                      Siendo esta la respuesta a la situación problemática</p> <p><b>ANT. 3.</b> Probar valores observando si se logra cumplir la consigna, por ejemplo:</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> <th>zzz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>24</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>35</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>46</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td><td>57</td></tr> <tr><td>1</td><td>6</td><td>68</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>79</td></tr> <tr><td>1</td><td>8</td><td>90</td></tr> <tr><td>1</td><td>9</td><td>101</td></tr> </tbody> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <thead> <tr> <th>-</th> <th>-</th> <th>--</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>9</td><td>101</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>15</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>37</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>48</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>59</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>70</td></tr> <tr><td>2</td><td>7</td><td>81</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td><td>92</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td><td>103</td></tr> </tbody> </table>	x	y	zzz	1	2	24	1	3	35	1	4	46	1	5	57	1	6	68	1	7	79	1	8	90	1	9	101	-	-	--	1	9	101	2	1	15	2	3	37	2	4	48	2	5	59	2	6	70	2	7	81	2	8	92	2	9	103
x	y	zzz																																																								
1	2	24																																																								
1	3	35																																																								
1	4	46																																																								
1	5	57																																																								
1	6	68																																																								
1	7	79																																																								
1	8	90																																																								
1	9	101																																																								
-	-	--																																																								
1	9	101																																																								
2	1	15																																																								
2	3	37																																																								
2	4	48																																																								
2	5	59																																																								
2	6	70																																																								
2	7	81																																																								
2	8	92																																																								
2	9	103																																																								

*Nota.* Evidencia sesión 8, elaborada por los participantes de forma sincrónica.

**Figura 27**
*Diseño de clase propuesto por los participantes en actividad 8B.*

Gestión de la Tarea Matemática (actividad)
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se comienza la sesión preguntando cuales son las operaciones matemáticas que más dominan, se invita a resolver un problema con foco en la adición.</li> <li>- Se distribuyen los estudiantes en grupos de forma aleatoria según dinámica en que a cada estudiante ese le asigna un dígito, y se reúnen los dígitos iguales.</li> <li>- Se plantea la tarea matemática, con un tiempo máximo de 45 minutos para la fase grupal y poder dar lugar a un plenario de 30 minutos al finalizar.</li> <li>- El/la docente monitorea el trabajo grupal de los estudiantes, no validando las respuestas obtenidas, contra preguntando para favorecer el trabajo de resolución del grupo, observando que aparezcan las respuestas anticipadas.</li> <li>- Para el plenario, se seleccionarán estudiantes que respondan a las distintas anticipaciones realizadas u otros procedimientos que pudieran surgir. Y se presentarán en el siguiente orden: Ant. 1, Ant. 3 y Ant. 2.</li> </ul>
Gestión Especializada de la Resolución de Problemas
<p>Preguntas deliberadas para las anticipaciones reportadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ant 1. Su resultado ¿Corresponde con la consigna del problema?</li> <li>- Ant 2. Si asumen que <math>x+x+y = z+r</math>, donde <math>r</math> es la reserva, el docente pregunta ¿Si <math>x+x+y=16</math>, a qué corresponden <math>z</math> y <math>r</math>? Si asumen que <math>x+x+y = z+10r</math>, y encontraron como solución <math>z=9</math>, <math>y=1</math>, <math>x=6</math>. ¿Esa respuesta es la única combinación posible? ¿Cómo justificas que es la única?</li> <li>- Ant 3. ¿Esa respuesta es la única combinación posible? ¿Puede ser <math>z=2</math>?</li> </ul> <p>En la fase de plenario, pasarán de a uno a la pizarra mostrando su procedimiento y explicándolo. Para finalizar se discutirá cuál es la estrategia más eficiente para resolver problemas de este tipo y que dificultades emergieron en el desarrollo.</p>

*Nota.* Evidencia sesión 8, elaborada por los participantes de forma sincrónica.

Con este medio de verificación es posible evidenciar el surgimiento de concepciones o elementos relativos a la gestión de clases para el desarrollo de habilidades, por ejemplo, fueron capaces de seleccionar una tarea matemática de alta demanda cognitiva. Para ella, plantear tres anticipaciones de respuesta o procedimientos de los estudiantes, y con respecto a esas posturas, fueron capaces de plantear algunas preguntas deliberadas para permitir al estudiante profundizar en la resolución del problema cuando encuentran una respuesta correcta; o de enmendar el camino cuando sus respuestas son equivocadas. Además, en la gestión de la actividad intencionan un trabajo colaborativo de los estudiantes, monitoreo sin validación de respuestas, selección y secuenciación de estudiantes para el plenario de cierre.

Con esto es posible asumir que los docentes participantes cuentan con nuevas herramientas pedagógicas para gestionar el desarrollo de habilidades en sus aulas.

### 5.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL PROYECTO

Para el primer resultado del presente proyecto, a saber, aumentar el conocimiento de los docentes acerca de cómo enseñar a resolver problemas matemáticos, y observando los indicadores de logro definidos en el marco lógico (3.4), con los medios de verificación antes analizados y resumidos en la tabla 28, en relación a qué es un problema matemático se considera que este resultado está logrado, pues, al finalizar la intervención todos los docentes identifican elementos centrales de un problema matemático y son capaces de diferenciarlo con respecto a un ejercicio con enunciado.

**Tabla 28**

*Progresión del concepto de problema matemático durante la implementación.*

Elementos de un problema matemático	Diagnóstico			Sesión 2			Sesión 5 Todos
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	
Contexto real	Sí	Sí	Sí	N/Nec	N/Nec	N/Nec.	N/O
N° de soluciones	Única	Múltiple o nula	Única	Múltiple o nula	Múltiple o nula	Múltiple o nula	Múltiple
N° de formas de resolver	Única	Múltiple	Múltiple	Única	Múltiple	Múltiple	Múltiple
Aplicación directa de contenidos	Sí	No	N/O	No	No	No	N/O
Desafiante	N/O	Sí	N/O	Sí	Sí	Sí	Sí
Despierta el interés	N/O	N/O	N/O	N/O	Sí	Sí	Sí
No se sabe cómo resolver	N/O	N/O	N/O	N/O	Sí	N/O	Sí
Aporta información suficiente	Sí	Sí	Sí	N/O	Sí	N/O	N/O

*Nota.* N/O: No Observado. N/Nec: No necesariamente

También la tabla 29, que resume el análisis de los medios de verificación para las concepciones acerca de que es resolver problemas, tres de los cuatro docentes reconocen que el aprendizaje matemático se ve favorecido por la resolución de problemas.

**Tabla 29**
*Progresión de las concepciones acerca de que es resolución de problemas.*

Características de resolver problemas	Diagnóstico			Sesión 3				Sesión4				
	P1	P2	P3	P1	P2	P3	P4	P1	P2	P3	P4	
Aplicación concreta de la matemática aprendida	Sí	Sí	Sí	N/O	N/O	N/O	N/O	N/O	N/O	N/O	N/O	N/O
Resolución mediante cuatro pasos	Sí	Sí	Sí	N/O	N/O	N/O	N/O	No Útil	Sí	No Útil	N/O	N/O
Posibilidad de usar diversas estrategias	N/O	N/O	N/O	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
La resolución de problemas permite el aprendizaje matemático	N/O	N/O	N/O	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
La resolución de problemas permite el desarrollo de otras habilidades	N/O	N/O	N/O	Sí	Sí	Sí	N/O	Sí	Sí	Sí	N/O	N/O
La resolución de problemas persigue la búsqueda creativa de soluciones	N/O	N/O	N/O	Sí	Sí	Sí	N/O	Sí	Sí	Sí	N/O	N/O

*Nota.* N/O: No Observado

Con todo esto, es posible apreciar un cambio en la percepción que los docentes participantes tienen de un problema matemático y de su resolución, desde la concepción evidenciada en el diagnóstico.

Para el segundo resultado esperado, a saber, *mejorar el conocimiento acerca del diseño de clases para desarrollar la resolución de problemas*. Se tiene como indicador de logro que los cuatro docentes planifican una sesión de clase de resolución de problemas considerando una tarea matemática adecuada y elementos para su gestión como anticipación de respuesta y planteamiento de preguntas deliberadas. Con eso, se formula la siguiente rúbrica (tabla 30), como medio de verificación para el indicador de logro.

**Tabla 30**
*Rúbrica para evidenciar el nivel de logro del indicador R2 en la Actividad 8.*

<b>Rúbrica Actividad 8</b>				
<b>Indicadores</b> En la planificación de clase...	<b>No observado</b>	<b>No logrado</b>	<b>Parcialmente logrado</b>	<b>Logrado</b>
Se plantea un problema matemático de acuerdo con la definición trabajada.	La tarea matemática es un ejercicio con enunciado	La tarea matemática es un problema no desafiante (o demasiado)	La tarea matemática es desafiante, pero no despierta el interés	La tarea matemática es un problema desafiante y despierta el interés
Se observan anticipaciones de respuesta/procedimiento para el problema matemático planteado	No hay anticipaciones de respuesta o procedimiento	Hay solo 1 anticipación de respuesta o procedimiento	Hay 2 anticipaciones de respuesta o procedimiento	Hay 3 anticipaciones de respuesta o procedimiento
El diseño de la gestión de la clase señala algunas de las siguientes acciones docentes: no validar respuestas de los estudiantes; circular por la sala sin corregir respuestas, devolver las preguntas al grupo con contra preguntas, seleccionar estudiantes específicos, secuenciar la presentación de los estudiantes, plenario al cierre de la clase.	No se evidencia ninguno de los elementos	Se observa solo uno o dos de los elementos	Se observan tres o cuatro de los elementos	Se observan cinco o seis de los elementos
El diseño de la gestión incluye preguntas intencionadas (deliberadas) que apuntan a promover que los estudiantes expliquen/refuten/argumenten/contrasten las respuestas, posturas o procedimientos del problema planteado.	No se incluyen preguntas deliberadas	Se incluyen preguntas para algunas de las anticipaciones	Se incluye una pregunta para cada anticipación	Se incluye más de una pregunta para cada anticipación
La gestión de la tarea matemática promueve que los estudiantes, refuten, debatan y discutan entre ellos sobre la eficacia de sus procedimientos, respuestas iniciales y/o respuestas erradas.	No se evidencian elementos que propicien el diálogo y la discusión entre pares	Se evidencian pocos elementos que propicien el diálogo y la discusión entre pares	Se evidencia diálogo entre alguno de los estudiantes de acuerdo con las anticipaciones planteadas	Se evidencia diálogo entre todos los estudiantes de acuerdo con las anticipaciones planteadas

El diseño de la gestión incluye la formalización del contenido matemático en el momento de cierre de la clase.	No se incluye la formalización del contenido matemático	Se incluye la formalización del contenido matemático en cualquier momento	Se incluye la formalización del contenido matemático en el cierre de la clase	Se incluye la formalización del CM, en relación con las resoluciones de los estudiantes y sus conexiones
--	---	---	---	--

Así que, es posible asumir el logro del resultado esperado 2, es decir, se evidencia una mejora en el conocimiento acerca del diseño de clases para desarrollar la resolución de problemas.

Con todo esto, es posible asumir que se cumple el propósito del proyecto de intervención, que es aumentar los conocimientos de profesores acerca de cómo enseñar para desarrollar la habilidad de resolver problemas. Puesto que, los cuatro docentes participantes son capaces de distinguir problemas matemáticos de ejercicios con enunciado, reconocer características de la habilidad de resolver problemas (tablas 28 y 29) y describir elementos de la gestión especializada de la resolución de problemas en el aula (tabla 30).

## **CAPÍTULO 6: CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROYECCIONES**

A continuación, se exponen las principales conclusiones surgidas luego de la implementación y el análisis de resultados, las limitaciones que se observan para un mayor impacto del proyecto de intervención, así como algunas proyecciones de la implementación o similares.

### **6.1. CONCLUSIONES**

El presente proyecto de intervención se enfocó en aumentar los conocimientos de los profesores acerca de cómo enseñar para desarrollar la habilidad de resolver problemas. Esto atendiendo a los conocimientos disciplinares acerca de que se entiende por problemas matemáticos y su resolución; como los conocimientos pedagógicos necesarios para el diseño de clases.

En relación con el primer objetivo específico, que se refiere a aplicar un proceso de diagnóstico a una situación didáctico-matemática, para determinar las causas que inciden en el problema del aula matemática de profesores de enseñanza media de un colegio particular subvencionado de la comuna de Laja, se concluye que la aplicación de dicho diagnóstico da cuenta de la existencia del problema inicialmente detectado, y de cuatro elementos clave que lo sustentan: un concepto limitado acerca de que es un problema matemático, la resolución de problemas entendida como la aplicación de los cuatro pasos, un escaso conocimiento del tipo de tareas matemáticas y escaso conocimiento para la gestión de clase centradas en el desarrollo de habilidades. Estos elementos se engloban en dos causas basales: el limitado conocimiento disciplinar sobre resolver problemas y limitado conocimiento didáctico sobre resolver problemas. Esto va en línea con lo reportado por Chapman (2015) en cuanto a que el conocimiento de la resolución de problemas matemáticos para la enseñanza se puede dividir en 4 dominios. En esta intervención se consideran los dos antes mencionados y no los factores afectivos, ni la competencia en resolución de problemas de los docentes, puesto que ello requeriría un mayor tiempo de intervención.

Con respecto al segundo objetivo específico, relacionado con el diseño mediante la metodología de proyecto, Marco Lógico, un conjunto de actividades, indicadores y medios de verificación que permitan aumentar los conocimientos acerca de la resolución de problemas matemáticos y su gestión en los profesores participantes, se concluye que tanto el diseño de las actividades del proyecto, como los indicadores de logro y los medios de verificación que los sustentan, cumplen con el objetivo de aumentar los conocimientos disciplinares y pedagógicos de los docentes participantes con respecto a la resolución de problemas matemáticos y su gestión, esto pues las listas de cotejo (sesiones 2, 3 y 4) y rúbricas (sesiones 5 y 8) elaboradas y aplicadas, dan cuenta de un cambio de postura, mostrando al finalizar la intervención un conocimiento más amplio en los docentes participantes con respecto a que es un problema matemático, que es resolver problemas, como se diseña y gestiona una clase de resolución de problemas.

Esto se relaciona con los resultados de Perdomo, Rojas y Felmer (2018) dado que un programa de desarrollo profesional docente debe provocar que el profesor se cuestione aspectos relacionados con su profesión; y que tal programa basado en la resolución de problemas provoca tensiones relacionadas con

las expectativas que los profesores tienen hacia sus estudiantes, sus creencias acerca de la enseñanza y el aprendizaje y sus modelos de enseñanza de la matemática.

En cuanto al tercer objetivo específico, referido a analizar los resultados de las actividades del Marco Lógico implementadas, para verificar un cambio en la conceptualización acerca de la resolución de problemas matemáticos en los profesores intervenidos, se concluye que los docentes participantes tuvieron un cambio en sus concepciones. Lo anterior quedó en evidencia dado que en la sesión 5 los docentes identifican elementos centrales de un problema matemático y son capaces de diferenciarlo de un ejercicio con enunciado; o en la sesión 8, puesto que los docentes planifican una clase considerando un problema matemático apropiado. Esto va en concordancia con lo referido por Chapman (2015) asumiendo que tanto “el planteamiento de problemas, como la generación de nuevos problemas y la reformulación de problemas dados, es un componente importante de la resolución de problemas, que puede tener un impacto positivo en el pensamiento matemático de los estudiantes” (p. 26). Además, se evidencia que los participantes son capaces de identificar (e incorporar) prácticas enfocadas en el desarrollo de la resolución de problemas como la anticipación de respuesta, preguntas deliberadas y monitoreo sin validación de respuesta a un diseño de clase. Esto está en concordancia con lo expuesto por Felmer et al. (2019) para quien el docente debe tener un cambio de actitud o rol, pasando desde ser el que responde las preguntas de los estudiantes, al que hace preguntas que estimulan el pensamiento de los estudiantes.

Con respecto al objetivo general, el que hace referencia a la implementación de un proyecto de intervención, a partir de una problemática didáctica matemática diagnosticada, que permita aumentar los conocimientos acerca de la habilidad de resolver problemas y su gestión en profesores de secundaria de un colegio particular subvencionado de la comuna de Laja, y observando los medios de verificación que permiten validar los indicadores de logro del marco lógico, se concluye que las actividades diseñadas e implementadas efectivamente contribuyeron al aumento del conocimiento para la enseñanza de la resolución de problemas de los docentes participantes en el proyecto de intervención. Pues el indicador de logro del propósito, referido a que los cuatro docentes participantes aumentan sus conocimientos respecto a qué es un problema matemático y la gestión especializada de la resolución de problemas se considera logrado. Por consiguiente, es posible afirmar que los docentes de enseñanza media que participaron en este proyecto de intervención lograron aumentar su conocimiento acerca de cómo enseñar para desarrollar la habilidad de resolver problemas. Este logro evidencia un avance significativo hacia el propósito del presente proyecto de intervención.

## **6.2. LIMITACIONES**

Una limitación importante es el hecho de no haber podido observar a los profesores participantes implementando una clase de resolución de problemas en aula, esto dado que los tiempos de la institución educativa no lo permitieron.

Otra limitación para que el proyecto tenga una incidencia en la institución educativa es la cantidad de profesores intervenidos, se dejó a la mitad de los profesores fuera de esta implementación, porque se

prefirió centrar en aquellos que realizan clases en cursos desde 7° básico hasta 4° año medio. Esto se considera una limitación ya que los cambios de concepciones de los docentes no tendrán incidencia en la oportunidad de desarrollar esta habilidad con los estudiantes de cursos de 1B a 6B. Pero, a la vez de ser una limitación se convierte en una proyección que es posible de implementar.

### **6.3. PROYECCIONES**

Son varias las proyecciones que se pueden describir a partir de este proyecto. La primera de ellas sería ampliar el campo de acción e intervenir a todos los docentes que realizan la asignatura de matemática en la unidad educativa. Y junto con ello, podría ser muy positivo incluir a profesores diferenciales dado que, en aula, comparten la co-docencia, entonces es lógico pensar que tanto profesor/a de matemática como profesor/a diferencial debiesen tener una concepción amplia de la resolución de problemas y la gestión de clases para su desarrollo.

Otra proyección es incluir alguno de los ejes específicos de la asignatura como foco de la resolución de problemas. Cada eje temático tiene herramientas y dificultades propias, y muchas de ellas se pueden atender desde la resolución de problemas.

Una proyección muy valiosa sería aplicar la clase diseñada en la actividad 8 y luego dar un análisis didáctico tendiendo a la mejora de la ejecución, e implementar dicha práctica como una estrategia constante en la unidad educativa, es decir, que regularmente se planifiquen, ejecuten y analicen clases de forma colaborativa entre los docentes, siguiendo un esquema similar a lo que proponen Solar, Ortiz y Ulloa (2016) como modelo de formación continua de profesores de matemática, basada en la experiencia (MED).

Una proyección al tener en cuenta al momento de querer implementar este trabajo (o uno similar) es la disposición de los docentes a revisar sus propias prácticas con una visión crítica en base a las concepciones limitadas que se tienen de que es un problema matemático, la resolución de problemas, los tipos de tareas o la gestión para el desarrollo de habilidades. El hecho de que un docente pueda reconocer debilidades en su propia práctica y quiera modificar o mejorar algunos aspectos no es algo fácil y seguramente es algo necesario para el óptimo desarrollo de una implementación similar.

Los hallazgos del proyecto de intervención subrayan la importancia de integrar la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas desde el inicio de las unidades temáticas, así como la necesidad de formación continua para los docentes en la comprensión de las habilidades matemáticas, como en estrategias didácticas que promuevan un aprendizaje activo y significativo en sus estudiantes.

---

## BIBLIOGRAFÍA

- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching, What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 389-407.
- Barrantes, H. (2006). Resolución de Problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1-9.
- Barrera-Mora, F., Reyes-Rodríguez, A., Campos-Nava, M., y Rodríguez-Álvarez, C. (2021). Resolución de problemas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. *Pädi Boletín científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 10-17.
- Berkeley University of California. (2024). *Biography of Alan H. Schoenfeld*. Obtenido de Berkeley School of Education: <https://bse.berkeley.edu/alan-h-schoenfeld>
- Chandía, E., Huencho, A., Pérez, C., Ortiz, A., y Cerda, G. (2022). Habilidades cognitivas y sociales en la resolución de problemas matemáticos de forma colaborativa. *Uniciencia*, 36(1), 1-26.
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching. *LUMAT*, 19-36.
- Estrella, S., y Vidal-Szabó, P. (2017). Alfabetización estadística a través del estudio de clase. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*(78), 12-17.
- Felmer, P. (30 de mayo de 2017). Seminario ARPA RP Patricio Felmer 25 05 2017. Chile. Obtenido de
- Felmer, P., Perdomo-Díaz, J., Quiroz, C., Ruiz, B., y Turkieltaub, A. (2019). *Problemas para activar la resolución de problemas en las aulas*. Santiago de Chile: LOM Ediciones.
- Martínez Hernández, L. J., y Ruiz Ortega, F. J. (2023). Aportes, alcances y limitaciones de los enfoques de resolución de problemas de George Pólya, Alan H. Schoenfeld y Frederick Reif en el aprendizaje de las matemáticas. *Zona Próxima*, 39, 128-146.
- Mason, J. (2015). When Is a Problem? Contribution in Honour of Jeremy Kilpatrick. En C. Keitel, y E. A. Silver, *Pursuing Excellence in Mathematics Education* (págs. 55-69). Springer Cham.
- May-Cen, I. d. (2016). Comentario del libro Cómo plantear y resolver problemas (George Pólya, 1965) . *Entreteciencias: diálogos en la sociedad del conocimiento*, 419-420.
- Meneses , A.. (2024). *Fortalecimiento del conocimiento de los profesores de segundo básico de un colegio particular subvencionado, para preparar e implementar la enseñanza de la habilidad de argumentar en el aula matemática*. Informe de Trabajo Final de Intervención para optar al grado

académico de Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción.

MINEDUC. (2016). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Santiago: Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación.

MINEDUC. (2019). *Bases curriculares 3° y 4° medio*. Santiago: Unidad de Curriculum y Evaluación del Ministerio de Educación de Chile.

MINEDUC. (2024). *Bases curriculares 1° básico a 2° medio. Propuesta de actualización para consulta pública 2024*. Santiago de Chile.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2015). *De los principios a la acción: para garantizar el éxito matemático para todos*. National Council of Teachers of Mathematics.

Perdomo-Díaz, J., y Felmer, P. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemática centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador. *Revista Educación Matemática*, 29(1), 201-217.

Perdomo-Díaz, J., Rojas, C., y Felmer, P. L. (2018). La resolución de problemas como estrategia de desarrollo profesional docente: tensiones que se generan en el profesor. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 101-122.

Piñeiro, J. L., Castro, E. y Castro-Rodríguez, E. (2016). Conocimiento profesional para la enseñanza de la resolución de problemas en primaria: una perspectiva curricular. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 427-436). Málaga: SEIEM.

Piñeiro, J. L. (2019). *Conocimiento profesional de maestros en formación inicial sobre resolución de problemas en matemáticas*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Smith, M. S., y Stein, M. K. (2016). *5 prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas*. (D. G. Guerrero, Trad.) México: National Council of Teachers of Mathematics.


---

Solar, H., Ortiz, A., y Ulloa, R. (2016). MED: Modelo de formación continua para profesores de matemática, basada en la experiencia. *Estudios Pedagógicos*, XLII(4), 281-298.

Vidal-Szabó, P., Kuzniak, A., Estrella, S., y Montoya, E. (2020). Análisis cualitativo de un aprendizaje estadístico temprano con la mirada de los espacios de trabajo matemático orientado por el ciclo investigativo. *Educación Matemática*, Vol. 32, Núm. 2, 217-246.

## ANEXOS

### Anexo 1. Consentimiento informado para los docentes intervenidos

 <b>UCSC</b> Universidad Católica de la Santísima Concepción Facultad de Educación Magíster en didáctica de la matemática en el aula
<b>CONSENTIMIENTO INFORMADO</b>
<b>1. Contexto del proyecto de intervención</b>
<p>El presente proyecto de intervención, titulado <i>capacitación docente en la habilidad de resolución de problemas en el eje de estadística y probabilidades a docentes de un liceo particular subvencionado de Laja</i> es desarrollada por el estudiante Alexis Pérez Roa, en el marco de su proceso para optar al grado de Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula, en la Universidad Católica de la Santísima Concepción.</p>
<b>2. Objetivo de la intervención</b>
<p>El objetivo de esta intervención es fortalecer las competencias didáctico-matemáticas de los docentes, por medio de una capacitación especializada a docentes que imparten la asignatura de matemática a estudiantes desde 7° año básico a 4° año medio, específicamente en la habilidad de resolver problemas asociado al eje de estadística y probabilidades. Puntualmente, en esta fase de diagnóstico se quiere conocer el nivel de desarrollo que se le otorga a la habilidad de resolución de problemas en el eje de estadística y probabilidades.</p>
<b>3. Descripción del proyecto</b>
<p>La propuesta busca reforzar los conocimientos de la didáctica de la matemática para promover la habilidad resolver problemas de los docentes, para así mejorar las prácticas y por ende los aprendizajes de los estudiantes en el eje de Estadística y Probabilidades.</p>
<b>4. Metodología</b>
<p>Para este proyecto, se realizará un grupo focal con los profesores intervenidos, a modo de conocer su percepción con respecto a la Resolución de Problemas y su desarrollo en el aula matemática. Del mismo modo, se realizará un análisis documental de Instrumentos de Evaluación que los docentes han aplicado a sus estudiantes en el eje de Estadística y Probabilidades.</p>
<b>5. Solicitud de participación</b>
<p>La participación solicitada considera la respuesta a las preguntas propuestas en el grupo focal que se realizará en dependencias del liceo en fecha a convenir, además de la entrega de los instrumentos de evaluación aplicados durante los años 2022 y 2023 en cuanto al eje de Estadística y Probabilidades.</p>



La información obtenida en este proceso será de uso estrictamente académico acorde a los fines del presente proyecto de intervención. Se subraya, asimismo, el carácter **“voluntario”** de su participación y colaboración en esta investigación, pudiendo retirarse de la misma en el momento que Ud. estime conveniente, no acarreándole ninguna responsabilidad posterior o consecuencia negativa.

#### 6. Confidencialidad

La participación será confidencial, garantizándole que su nombre no será identificado a menos que Ud. indique lo contrario. Igualmente, la información obtenida será administrada con absoluta reserva, teniendo acceso a ella, el investigador responsable y el personal técnico especializado que llevará a cabo las transcripciones.

#### 7. Acceso a los resultados de la investigación

El participante podrá consultar los resultados finales de la investigación, de modo de poder hacer rectificaciones o cambios en torno a la información proporcionada.

#### 8. Contacto

Si Ud. tiene preguntas, reclamos o dudas acerca de su participación en esta investigación, por favor contáctese con Alexis Pérez Roa: [aperezr@magister.ucsc.cl](mailto:aperezr@magister.ucsc.cl) o Andrés Ortiz: [aortiz@ucsc.cl](mailto:aortiz@ucsc.cl)

Nombre del participante: \_\_\_\_\_

RUT: \_\_\_\_\_

Tel. / Cel.: \_\_\_\_\_

Email: \_\_\_\_\_

Declaro estar en conocimiento de los objetivos y características de mi participación en el proyecto de intervención y acepto participar en el.

\_\_\_\_\_  
Firma- fecha

## Anexo 2. Diseño del guion temático para el grupo focal

A continuación, se presenta el guion temático del grupo focal, indicando las causas del árbol del problema inicial con el cual se relaciona cada pregunta desarrollada.

Causas abordada	Pregunta implementada
Causa 1. Los docentes tienen escaso conocimiento didáctico para desarrollar la Resolución de Problemas en sus estudiantes.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Cómo cree usted se aprende matemática? En particular ¿cómo cree usted que se aprenden la estadística y las probabilidades?</li> <li>2. ¿Qué habilidades ponen en juego los estudiantes en mis clases de matemática? ¿Dónde se evidencia eso?</li> </ol>
Causa 2. Los docentes tienen poco conocimiento acerca de los conceptos estadísticos y probabilísticos a enseñar.	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. ¿Qué elementos, contenidos o habilidades del eje de Estadística y Probabilidades me generan más inseguridad al momento de enseñar? Mencione algunos</li> </ol>
Causa 3. Los docentes escasamente intencionan actividades para desarrollar la Resolución de Problemas	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. ¿Qué es para usted un problema matemático?</li> <li>5. ¿Qué rol cumple la Resolución de Problemas en mis clases de Estadística o Probabilidades? Comente</li> </ol>
Causa 4. El tiempo destinado a la Unidad de Estadística y Probabilidades es escaso, por ende, los docentes se enfocan en enseñar contenidos.	<ol style="list-style-type: none"> <li>6. ¿Existe tiempo suficiente para desarrollar la unidad de Estadística y Probabilidades? ¿Por qué?</li> </ol>

**Anexo 3. Diseño de la gestión para la sesión 1.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
24/10/2024	2 horas	Resolver problemas estadísticos colaborativamente	Actividad 1 (Anexo 11)
Actividades		Anticipación de respuestas o procedimientos	
Representa en un gráfico de barras el desempeño del equipo FC Santa Cruz en los partidos del torneo local jugados hasta el momento, si se sabe que en promedio han marcado 4 goles por partido y que la mediana es 6 goles.		Ant.1 Exploran con valores aleatorios para cumplir con ambas consignas, luego grafican. Ant.2 Exploran valores comenzando con 4 goles en algunos partidos y varían otros valores para obtener mediana 6, luego grafican. Ant.3 Grafican valores aleatorios, para luego modificarlos hasta cumplir con las dos consignas.	
Gestión de la actividad			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se presenta la actividad, la cual es trabajada de forma individual por un periodo de 5 minutos. El docente monitorea el trabajo individual, sin validar respuestas y contrapreguntando cada vez que es solicitado para fortalecer el trabajo individual.</li> <li>- Posteriormente, se invita a los participantes a exponer sus avances, argumentando o contrargumentando la validez de las producciones dadas.</li> <li>- Si no hay una respuesta correcta, se les pide intentar de forma colaborativa dar solución al problema; si la hay, se les entregará la extensión del problema, para resolver de forma colaborativa.</li> <li>- Si transcurridos 10 minutos no hay una respuesta correcta, se les entregará la simplificación del problema.</li> <li>- Para finalizar, se entrega y comenta la evaluación de la actividad que tiene relación con las emociones que surgen al resolver problemas matemáticos.</li> </ul>			

**Anexo 4. Diseño de la gestión para la sesión 2.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
05/11/2024	2 horas	Identificar elementos centrales de un problema matemático	Actividad 2 (Anexo 12)
Actividades		Anticipación de respuestas o procedimientos	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Qué es para ti un problema matemático? ¿Qué elementos clave debe contener? Explica</li> <li>2. De acuerdo a tu experiencia escolar y profesional ¿Cómo se resuelve un problema matemático?</li> <li>3. Observa el siguiente video, desde el minuto 7:00</li> <li>4. Luego de ver el video ¿Qué cambiarías de tu respuesta a la pregunta 1? Explica</li> <li>5. Escribe en cada recuadro la palabra Si o No, considerando que la afirmación corresponde a un Problema matemático o un ejercicio con enunciado.</li> <li>6. ¿Cuál es la diferencia entre un ejercicio con enunciado y un problema matemático?</li> </ol>		<p>Ant.1 Situación contextualizada en la realidad que se puede resolver con la aplicación de un conocimiento matemático.</p> <p>Ant.2 Con la aplicación de los 4 pasos: comprender el problema, elaborar un plan, ejecutar el plan, evaluar la solución.</p> <p>Ant.4 Situación es problemática independiente del contexto en el que se plantea; debe despertar el interés; no se sabe un procedimiento de resolución.</p> <p>Ant.6 El ejercicio con enunciado es aplicación directa de un conocimiento matemático, mientras que para el problema no se sabe inicialmente como se resuelve.</p>	
Gestión de la actividad			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se otorga un tiempo de 5 minutos para responder a las preguntas 1 y 2, para luego comentar de forma plenaria las respuestas, acuerdos y desacuerdos en torno a la definición de problema y su resolución.</li> <li>- Se proyecta el video de Patricio Felmer, para luego comentar en plenario los principales elementos de un problema matemático. Posteriormente, responden a la pregunta 4 y explican que elemento de la definición inicial cambiaron.</li> <li>- Finalmente, se responden y comentan las actividades 5 y 6, para comparar y diferenciar un problema matemático de un ejercicio con enunciado.</li> </ul>			

**Anexo 5. Diseño de la gestión para la sesión 3.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
13/11/2024	2 horas	Describir elementos clave de la resolución de problemas a partir del análisis de documentos curriculares y teóricos.	Actividad 3 (Anexo 13)
<b>Actividades</b>			
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Qué significa para ti cada una de las frases o conceptos que se han destacado?           <ul style="list-style-type: none"> <li>- Es tanto un medio como un fin</li> <li>- Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios)</li> <li>- Una situación problemática dada, contextualizada o no</li> <li>- Sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir</li> </ul> </li> <li>2. ¿Qué elementos de la Resolución de Problemas según Schoenfeld están presentes en las bases curriculares?</li> <li>3. ¿Qué tan de acuerdo estás con las siguientes afirmaciones? Argumenta.           <ul style="list-style-type: none"> <li>- El aprendizaje matemático es previo a la resolución de problemas.</li> <li>- La resolución de problemas es una actividad netamente individual.</li> <li>- Existen métodos que aseguran la resolución exitosa de problemas matemáticos.</li> </ul> </li> </ol>			
<b>Gestión de la actividad</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- En primer lugar, se da lectura y análisis conjunto de las disposiciones curriculares acerca de la resolución de problemas. Los participantes comentan los aspectos que más llamaron su atención.</li> <li>- Luego, explican de forma escrita y oral, el significado de 4 frases extraídas del documento aportado (pregunta 1)</li> <li>- En una segunda parte, analizan algunos elementos teóricos de la resolución de problemas según Schoenfeld, para extraer las similitudes entre las disposiciones curriculares y estos aportes teóricos.</li> <li>- Para finalizar, argumentan de forma escrita, y luego oral, su grado de acuerdo/desacuerdo con tres afirmaciones acerca de la resolución de problemas.</li> </ul>			

**Anexo 6. Diseño de la gestión para la sesión 4.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
20/11/2024	2 horas	Reconocer que los cuatro pasos no son una estrategia que permita resolver problemas matemáticos (no rutinarios).	Actividad 4 (Anexo 14)
Actividades		Anticipación de respuestas o procedimientos	
<p>1. Resuelve la siguiente situación problemática.            Antonia está calculando el promedio de sus notas con miras hacia el término del período escolar. Con sus actuales notas ha calculado que su promedio es 5,0, y estima que, si en la última evaluación su calificación es un 7,0, su promedio podría llegar a 5,5; en cambio, si no rinde ese instrumento y le califican con un 1,0 su promedio podría llegar a ser 4,0. ¿Cuántas notas tiene hasta el momento? ¿Cuáles pueden ser?</p> <p>2. ¿Este método te ayudo a dar respuesta a las preguntas del problema? Explica cómo te ayudó el método.</p> <p>3. ¿Qué elementos de tu proceso de resolución no están reflejados en los cuatro pasos?</p> <p>4. ¿El método de los 4 pasos de Polya es una metodología que permite “enseñar a resolver problemas matemáticos”?</p>		<p><b>Ant.1A</b> Prueban valores aleatorios hasta determinar valores para las calificaciones y cantidad de ellas que resuelvan el problema.</p> <p><b>Ant.1B:</b> Prueban cantidades ordenadas de valores aleatorios comenzando por 5,0 y comprueban que, agregando una última nota, en las condiciones dadas, se cumple la consigna. De tal forma se determina que actualmente tiene 3 notas y que cualquier terna que sume 15,0 puede ser una solución a la segunda pregunta.</p> <p><b>Ant.1C:</b> Formulan un sistema de ecuaciones para determinar las cantidades de notas y sus posibles valores.</p> <p><b>Ant.1D:</b> Formulan un sistema de ecuaciones para determinar las cantidades de notas, considerando que las notas que tiene hasta ahora son todas 5,0.</p> <p><b>Ant.2A</b> El método no ayudó, hay elementos que están fuera de él.</p> <p><b>Ant.2B</b> El método si ayudó, para ordenar el proceso de resolución.</p> <p><b>Ant.3</b> Tomar decisiones acerca de algunas variables, importancia del trabajo colaborativo.</p> <p><b>Ant.4A</b> No es un método que permita resolver problemas matemáticos, si ejercicios con enunciado.</p> <p><b>Ant.4B</b> Permite ordenar la resolución.</p>	
Gestión de la actividad			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se presenta la actividad, la cual es trabajada de forma individual por un periodo de 5 minutos. El docente monitorea el trabajo individual, sin validar respuestas y contrapreguntando cada vez que es solicitado para fortalecer el trabajo individual.</li> <li>- Posteriormente, se invita a los participantes a exponer sus avances y/o decisiones, argumentando la validez de las producciones dadas.</li> <li>- Si no hay una respuesta correcta, se les pide intentar de forma colaborativa dar solución al problema; si la hay, se continúa con el análisis del proceso de resolución.</li> <li>- Se da tiempo para responder de forma escrita e individual a las preguntas 2, 3 y 4, para luego dar paso a la discusión plenaria de sus respuestas.</li> </ul>			

**Anexo 7. Diseño de la gestión para la sesión 5.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
21/11/2024	2 horas	Seleccionar y adaptar problemas, argumentando por qué corresponden a problemas matemáticos.	Actividad 5 (Anexo 15)
<b>Actividades</b>			
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. De los siguientes enunciados, selecciona alguno que consideres que es un Problema Matemático.</li> <li>2. Fundamenta por qué el enunciado seleccionado es un problema matemático</li> <li>3. Selecciona otro de los enunciados del punto 1, para que haciendo las adaptaciones que consideres necesarias, sea un problema matemático.</li> <li>4. ¿Por qué lo consideras un problema matemático ahora? Explica.</li> </ol>			
<b>Gestión de la actividad</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se entrega la actividad, dando la libertad para que los participantes, de forma colaborativa, seleccionen uno de los enunciados que consideren un problema.</li> <li>- Luego, se les pide argumentar de forma oral y escrita por qué seleccionaron dicho enunciado.</li> <li>- De la misma forma, se da la libertad para que los participantes, de forma colaborativa, seleccionen uno de los enunciados que consideren que no es un problema y decidan que modificaciones harán para considerarlo un problema. Finalmente, se les pide argumentar el porqué de dichas modificaciones.</li> </ul>			

**Anexo 8. Diseño de la gestión para la sesión 6.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
26/12/2024	2 horas	Analizar una clase de resolución de problemas, reconociendo los elementos centrales de la gestión del docente.	Actividad 6 (Anexo 16)
<b>Tarea Matemática</b>		<b>Anticipación respuestas/procedimientos</b>	
Divide un hexágono regular en dos piezas iguales. Muestra tantas formas diferentes como puedas.		<b>ANT. 1.</b> División del hexágono sólo con segmentos rectos (diagonales y apotemas colineales) <b>ANT. 2.</b> Además de Ant. 1, incluye divisiones con más de un segmento recto. <b>ANT. 3.</b> Además de Ant. 1, incluye divisiones con arcos de circunferencia.	
<b>Gestión de la Tarea Matemática (actividad)</b>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se comienza la clase preguntando si los participantes conocen el hexágono, ¿Dónde lo han visto en la realidad cotidiana? ¿Cómo es un hexágono regular?</li> <li>- Luego, se plantea la Tarea Matemática diciendo ¿De cuántas formas distintas se puede dividir un hexágono regular en dos piezas iguales?</li> <li>- La tarea se trabajará de forma individual (inicialmente) para luego abrir la discusión a todos los participantes.</li> <li>- El docente monitorea el trabajo de los estudiantes, evidenciando las anticipaciones reportadas, devolviendo preguntas con contrapreguntas, sin corregir respuestas, registrando en una bitácora a quienes desarrollan cada una de las anticipaciones.</li> </ul>			
<b>Gestión Especializada de la Resolución de Problemas</b>			
<p>El monitoreo del docente busca evidenciar que surgen las anticipaciones reportadas y que se desarrollen nuevas alternativas de resolución al problema planteado, por medio de la no validación de respuestas/procedimientos y el planteamiento de preguntas deliberadas, como, por ejemplo:</p> <p><b>Ant. 1.</b> ¿Sólo se puede con segmentos rectos? ¿No pueden ser curvas? ¿Pueden ser segmentos rectos, pero no colineales? ¿Qué estrategia pueden usar para asegurar que encontraron todas las posibilidades de piezas siguiendo esa idea?</p> <p><b>Ant. 2.</b> ¿Se puede con cualquier cantidad de segmentos rectos: 2, 3, 4, 5, todos? ¿Sólo se puede con segmentos rectos? ¿No pueden ser curvas? ¿Qué característica esencial deben cumplir esos segmentos para asegurar que ambas piezas son iguales? ¿Qué estrategia pueden usar para asegurar que encontraron todas las posibilidades de piezas siguiendo esa idea?</p> <p><b>Ant. 3.</b> ¿Se puede con cualquier cantidad de arcos? ¿2, 3, 4... resulta siempre? ¿Qué característica esencial deben cumplir esos arcos para asegurar que ambas piezas son iguales? ¿Qué estrategia pueden usar para asegurar que encontraron todas las posibilidades de piezas siguiendo esa idea?</p> <p>De acuerdo a las anticipaciones surgidas en el trabajo individual, selecciona y secuencia para abrir el plenario a los estudiantes que tengan Ant. 1, Ant. 2 y Ant. 3, en ese orden.</p>			


**Anexo 9. Diseño de la gestión para la sesión 7.**

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos
03/12/2024	2 horas	Describir los elementos centrales de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas en el aula de matemática.	Actividad 7 (Anexo 17)
Actividades		Anticipación de respuestas o procedimientos	
1. Observar extracto de video de clase 2. ¿Qué acciones de la docente en el extracto de video son clave para el desarrollo de la habilidad de Resolución de Problemas? ¿Por qué? 3. ¿Qué decisiones crees que tomó la docente (o que acciones realizó) antes de lo observado en extracto de video para llegar a ese momento de “puesta en común”? Explica brevemente. 4. Completa el esquema como síntesis de la discusión anterior, basada en las “Cinco prácticas para orquestar discusiones productivas en matemática”		<b>Ant.2</b> Muestra interés por las respuestas de sus estudiantes; pregunta permitiendo que los alumnos argumenten; permitió que los estudiantes escribieran en paralelo, para posteriormente otorgar tiempo a cada uno para su argumentación; hizo conexiones matemáticas entre las producciones de sus estudiantes. <b>Ant.3</b> Permitted diversidad de estrategias de resolución; observó detalladamente que hizo cada alumno o grupo, en su puesto; decidió que estudiantes mostrarían sus producciones, de acuerdo al proceso que siguieron y que pudieran explicarlo; decidió que orden daría a las presentaciones de los estudiantes.	
Gestión de la actividad			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se proyecta el video para observar los elementos de la gestión de la clase que realiza la profesora.</li> <li>- Se responde la pregunta 2 en forma oral, a modo de plenario, comentando que acciones observó cada uno y que son clave para el desarrollo de la resolución de problemas.</li> <li>- Luego, se responde la pregunta 3 en forma oral, a modo de plenario, comentando que decisiones creen que tomó o que acciones creen que realizó la docente antes de ese momento de puesta en común.</li> <li>- Se entrega extracto de las cinco prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas de Smith y Stein (2016, p. 7-12) para relacionarlas con la experiencia de la actividad 6 y el video de la actividad 7. Se hace lectura conjunta del mismo, comentando aspectos relevantes.</li> <li>- Se da un tiempo para completar y discutir el esquema resumen de las cinco prácticas.</li> </ul>			


**Anexo 10.** Diseño de la gestión para la sesión 8.

Fecha	Duración	Objetivo	Recursos														
11/12/2024	2 horas	Diseñar de una clase de resolución de problemas, considerando anticipación de respuesta y elementos centrales de la gestión.	Actividad 8 (Anexo 18)														
<b>Actividades</b>																	
Selecciona uno de los problemas revisados en la actividad 5, a partir de él genera tres anticipaciones, vale decir, tres posibles respuestas, desarrollos o procedimientos que podrían mostrar los estudiantes.																	
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th data-bbox="477 596 821 617" style="width: 50%;">Tarea Matemática</th> <th data-bbox="821 596 1149 617" style="width: 50%;">Anticipación respuestas/procedimientos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="477 617 821 785" rowspan="3"></td> <td data-bbox="821 617 1149 659">ANT. 1.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="821 659 1149 701">ANT. 2.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="821 701 1149 743">ANT. 3.</td> </tr> <tr> <td colspan="2" data-bbox="477 785 1149 816" style="text-align: center;">Gestión de la Tarea Matemática (actividad)</td> </tr> <tr> <td colspan="2" data-bbox="477 816 1149 974"></td> </tr> <tr> <td colspan="2" data-bbox="477 974 1149 1005" style="text-align: center;">Gestión Especializada de la Resolución de Problemas</td> </tr> <tr> <td colspan="2" data-bbox="477 1005 1149 1184"></td> </tr> </tbody> </table>				Tarea Matemática	Anticipación respuestas/procedimientos		ANT. 1.	ANT. 2.	ANT. 3.	Gestión de la Tarea Matemática (actividad)				Gestión Especializada de la Resolución de Problemas			
Tarea Matemática	Anticipación respuestas/procedimientos																
	ANT. 1.																
	ANT. 2.																
	ANT. 3.																
Gestión de la Tarea Matemática (actividad)																	
Gestión Especializada de la Resolución de Problemas																	
<b>Gestión de la actividad</b>																	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se les pide a los docentes trabajar esta actividad de forma colaborativa. En un primer momento seleccionando un enunciado de la Actividad 5 que consideren que es un problema.</li> <li>- Posteriormente se les pide crear algunas anticipaciones de las respuestas o procedimientos de los estudiantes, para ello, se les pide resolver el problema.</li> <li>- De dicha resolución individual, pero a la vez colaborativa, surgen anticipaciones que serán utilizadas al planificar la gestión.</li> <li>- Se les pide mencionar algunos elementos centrales de la gestión de la actividad matemática y también algunos elementos de la gestión para la resolución de problemas.</li> </ul>																	


**Anexo 11.** Actividad 1 de la implementación.

 <p>UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula</p>
<b>Actividad 1 – Activando la resolución de problemas</b>
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____
<b>Objetivo:</b> Resolver problemas estadísticos colaborativamente.
Representa en un gráfico de barras el desempeño del equipo FC Santa Cruz en los partidos del torneo local jugados hasta el momento, si se sabe que en promedio han marcado 4 goles por partido y que la mediana es 6 goles.

**Extensión de la Actividad 1**

 <p>UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula</p>
<b>Taller 1 – Activando la resolución de problemas Extensión</b>
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____
<b>Objetivo:</b> Resolver problemas estadísticos de forma colaborativa.
Representa en un gráfico de barras el desempeño del equipo FC Santa Cruz en los 9 partidos del torneo local jugados hasta el momento, si se sabe que en promedio han marcado 4 goles por partido y que la mediana es 6 goles.

**Simplificación de la Actividad 1**

 <p>UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula</p>
<b>Actividad 1 – Activando la resolución de problemas Simplificación</b>
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____
<b>Objetivo:</b> Resolver problemas estadísticos de forma colaborativa.
Representa en un gráfico de barras el desempeño del equipo FC Santa Cruz en los partidos del torneo local jugados hasta el momento, si se sabe que en promedio han marcado 5 goles por partido y que la moda es 6 goles.



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

**Evaluación Actividad 1**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Objetivo:** Identificar elementos centrales de un problema matemático.

¿Qué emociones tenías al iniciar la sesión? ¿y al iniciar la resolución? ¿y al tenerlo resuelto?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

¿Qué llamó tu atención del problema trabajado?

.....  
.....  
.....  
.....

Matemáticamente ¿Qué aprendizaje crees haber adquirido hoy?

.....  
.....  
.....  
.....

¿Qué te llamó la atención de la gestión de la sesión?

.....  
.....  
.....  
.....

**Anexo 12.** Actividad 2 de la implementación.UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula**Actividad 2 – ¿Qué es y qué no es un problema matemático?****Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_**Objetivo:** Identificar elementos centrales de un problema matemático.

1. ¿Qué es para ti un problema matemático? ¿Qué elementos clave debe contener? Explica

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. De acuerdo a tu experiencia escolar y profesional ¿Cómo se resuelve un problema matemático?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Observa el siguiente video, desde el minuto 7:00

<https://www.youtube.com/watch?v=5kURIIMfRu0>





UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

4. Luego de ver el video ¿Qué cambiarías de tu respuesta a la pregunta 1? Explica

.....  
.....  
.....


5. Escribe en cada recuadro la palabra Si o No, considerando que la afirmación corresponde a un Problema matemático o un ejercicio con enunciado. (obs: La selección si/no es independiente entre las alternativas)

Afirmación	Problema Matemático	Ejercicio con enunciado
Tiene solución única.		
Requiere de conocimientos previos.		
Se aplica después de enseñar el contenido.		
Puede tener más de una solución.		
Se resuelve exclusivamente de forma individual.		
Necesita de un contexto real.		
Se resuelve exclusivamente de forma grupal.		
Puede no tener solución.		
Va al inicio de la unidad didáctica.		
Va al final de la unidad didáctica.		
Debo sentir que lo puedo resolver fácilmente.		
Debo sentirme desafiado a resolverlo.		

6. ¿Cuál es la diferencia entre un ejercicio con enunciado y un problema matemático?

.....  
.....  
.....  
.....

**Anexo 13.** Actividad 3 de la implementación.

	UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula
<b>Actividad 3 – ¿Qué es y qué no es la resolución de problemas?</b>	
Nombre: _____ Fecha: _____	
<b>Objetivo:</b> Describir elementos clave de la resolución de problemas a partir del análisis de documentos curriculares y teóricos..	
<b>Resolver problemas (Bases Curriculares, 2015)</b>	
<p>Aprender a resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando la o el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. Para ello, necesita usar estrategias, comprobar y comunicar: los alumnos y las alumnas experimentan, escogen o inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, usar metáforas o algún tipo de representación, modelar, simulación, transferencia desde problemas similares ya resueltos, por descomposición, etc.), comparan diferentes vías de solución y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia. De este modo, se fomenta el pensamiento reflexivo, crítico y creativo. Cabe destacar que la importancia de la habilidad de resolver problemas debe ser desarrollada y aplicada frecuentemente en problemas tanto rutinarios como no rutinarios.</p>	<p>En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de las y los estudiantes no es la solución de un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones.</p> <p>También es importante que las y los estudiantes desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer preguntas. Esto lleva a comprender la clase como un lugar donde se entrelazan la creatividad y la curiosidad, donde se pueden formular nuevas preguntas y generar situaciones de interés personal en el marco de proyectos. Específicamente, se espera que el o la estudiante logre plantearse nuevos problemas y resolverlos, utilizando conocimientos previos e investigando sobre lo que desconoce, pero que es necesario para llegar a la resolución.</p> <p style="text-align: right;">(MINEDUC, 2015)</p>
<b>Propósito formativo de la asignatura (Propuesta de bases curriculares del MINEDUC, 2024)</b>	
[...]En la asignatura se espera contribuir al desarrollo de un actuar crítico y autónomo por medio de las habilidades de resolución de problemas en contextos cotidianos y sociales, y la modelación de situaciones y fenómenos utilizando tecnologías digitales, lo que intrínsecamente requieren de un trabajo colaborativo, el que involucra un proceso dialógico participativo, que considere y respete todos los puntos de vista y valore el error como una oportunidad de aprendizaje.	



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

Es así como se espera **potenciar la autonomía, reflexión y resiliencia de las y los estudiantes frente a la búsqueda de soluciones**, en el ejercicio de prácticas matemáticas en su propio proceso de aprendizaje, contribuyendo a una autoestima positiva en la asignatura.

**1. ¿Qué significa para ti cada una de las frases o conceptos que se han destacado?**

... es tanto un medio como un fin...

Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios)...

...una situación problemática dada, contextualizada o no...

... sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir.

**Resolución de problemas según Alan Schoenfeld**

Este autor comienza sus publicaciones criticando el sistema escolar que nunca en sus etapas primaria o secundaria le ofreció la oportunidad de resolver problemas, sino es que sólo hasta sus estudios universitarios se ve enfrentado a ellos. De acuerdo a sus estudios de campo con estudiantes y profesores logra caracterizar algunos elementos centrales en la resolución de problemas.

**Recursos:** corresponde a los conocimientos previos que tiene el individuo, los que pueden ser de carácter conceptual, fórmulas, algoritmos, es decir, todo lo que se deba saber para enfrentarse a determinado problema. Es importante que el docente maneje un inventario de recursos de sus estudiantes, es decir, cuáles son los conocimientos que tiene y como accede a ellos. También considerar que dentro del inventario puede encontrar recursos defectuosos, es decir, conocimientos erróneos o procedimientos mal implementados.

**Heurísticas:** son estrategias o métodos de resolución de problemas que los estudiantes utilizan de manera consciente o intuitiva para enfrentar situaciones matemáticas difíciles o desafiantes. Schoenfeld ha investigado extensamente cómo los estudiantes emplean estas heurísticas y cómo pueden ser enseñadas de manera efectiva para mejorar la capacidad de resolución de problemas matemáticos.

**Control:** esta dimensión aglutina el conjunto de procesos o procedimientos con que un estudiante controla su trabajo. Por ejemplo, si se detiene y cambia de estrategia cuando encuentra una dificultad o persiste en su estrategia inicial, aunque no produzca la solución del problema. Además, se incluye aquí a la habilidad para monitorear y evaluar su proceso de resolución, es decir, el individuo debe conocer qué es capaz de hacer, con que herramientas (o recursos) cuenta para resolver el problema.

**Trabajo colaborativo:** La colaboración fomenta la interacción entre los estudiantes, lo que les permite compartir diferentes enfoques y estrategias para resolver problemas. Esta interacción social es crucial, ya que los estudiantes pueden aprender unos de otros y desarrollar habilidades de comunicación matemática. Este autor sostiene que trabajar en grupo ayuda a los estudiantes a desarrollar y refinar sus estrategias de resolución de problemas. Al discutir y debatir sus ideas, los estudiantes pueden identificar errores, ajustar sus enfoques y construir un conocimiento más robusto.

**Sistema de creencias:** Finalmente, las creencias que tiene un sujeto sobre las matemáticas, inciden de forma notable en la forma en que un resolutor (estudiante o docente) resuelve un problema. Por ejemplo, si un sujeto cree que todos los problemas se resuelven en solo 5 minutos, no dedicará más tiempo que eso a resolverlo.



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

2. ¿Qué elementos de la Resolución de Problemas según Schoenfeld están presentes en las bases curriculares?

Bases curriculares	Aportes de Schoenfeld


3. ¿Qué tan de acuerdo estás con las siguientes afirmaciones? Argumenta.

a. El aprendizaje matemático es previo a la resolución de problemas.


b. La resolución de problemas es una actividad netamente individual.


c. Existen métodos que aseguran la resolución exitosa de problemas matemáticos.


**Anexo 14.** Actividad 4 de la implementación.

	UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula																																				
<b>Actividad 4 – ¿Son reales los cuatro pasos para la resolución de problemas matemáticos?</b>																																					
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____																																					
<b>Objetivo:</b> Reconocer que los cuatro pasos no son una estrategia que permita resolver problemas matemáticos (no rutinarios).																																					
<b>1.</b> Resuelve la siguiente situación problemática.																																					
<p>Antonia está calculando el promedio de sus notas con miras hacia el término del período escolar. Con sus actuales notas ha calculado que su promedio es 5,0, y estima que, si en la última evaluación su calificación es un 7,0, su promedio podría llegar a 5,5; en cambio, si no rinde ese instrumento y le califican con un 1,0 su promedio podría llegar a ser 4,0. ¿Cuántas notas tiene hasta el momento? ¿Cuáles pueden ser?</p>																																					
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">Comprende el problema</th> <th style="width: 25%;">Concibe un plan</th> <th style="width: 25%;">Ejecuta el plan</th> <th style="width: 25%;">Examina la solución</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>		Comprende el problema	Concibe un plan	Ejecuta el plan	Examina la solución																																
Comprende el problema	Concibe un plan	Ejecuta el plan	Examina la solución																																		




UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

2. ¿Este método te ayudo a dar respuesta a las preguntas del problema? Explica cómo te ayudó el método.


3. ¿Qué elementos de tu proceso de resolución no están reflejados en los cuatro pasos?


4. ¿El método de los 4 pasos de Polya es una metodología que permite “enseñar a resolver problemas matemáticos”?


**Anexo 15. Actividad 5 de la implementación.**

	UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula														
<b>Actividad 5 – Tareas Matemáticas para la Resolución de Problemas</b>															
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____															
<b>Objetivo:</b> Seleccionar y adaptar problemas, argumentando por qué corresponden a problemas matemáticos.															
<b>1.</b> De los siguientes enunciados, selecciona alguno que consideres que es un Problema Matemático.															
<b>A. Ingrid y el piano.</b> En la tabla adjunta se muestra el número de minutos diarios durante los cuales Ingrid practicó en el piano. ¿Cuántos días debe practicar el día sábado para llegar a un promedio de 40 minutos diarios?	<b>B. ¿Quién miente?</b> La profesora preguntó a cinco de sus alumnos, ¿cuántos de los cinco habían realizado la tarea? Álvaro dijo que ninguno, Berta dijo que sólo una, Camilo dijo exactamente dos, Daniela dijo que tres y Eugenia dijo exactamente cuatro. La profesora sabía que aquellos estudiantes que no habían hecho su tarea, no estaban diciendo la verdad; mientras que quienes sí la habían hecho, estaban diciendo la verdad. ¿Quién o quienes habían hecho la tarea?														
<table border="1" style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Días</th> <th style="padding: 2px;">Lun</th> <th style="padding: 2px;">Mar</th> <th style="padding: 2px;">Mié</th> <th style="padding: 2px;">Jue</th> <th style="padding: 2px;">Vie</th> <th style="padding: 2px;">Sáb</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">Min</td> <td style="padding: 2px;">50</td> <td style="padding: 2px;">40</td> <td style="padding: 2px;">30</td> <td style="padding: 2px;">35</td> <td style="padding: 2px;">40</td> <td style="padding: 2px;">x</td> </tr> </tbody> </table>	Días	Lun	Mar	Mié	Jue	Vie	Sáb	Min	50	40	30	35	40	x	<b>D. La república igualitaria de Pottsville.</b> La mediana de ingreso anual en Pottsville, una ciudad de 50.000 habitantes, es de 77.500 zeds (moneda local) y la media es de 94.140 zeds. Cada uno de los 100 habitantes con mayores ingresos le entrega 5000 zeds a uno de los 100 habitantes con menores ingresos. ¿Qué sucederá con la media? ¿Qué sucederá con la mediana?
Días	Lun	Mar	Mié	Jue	Vie	Sáb									
Min	50	40	30	35	40	x									
<b>C. El alumno desconcentrado.</b> Veinte estudiantes de una clase rindieron un examen que tenía como máximo 100 puntos y en donde cada puntaje obtenido es un número entero. El promedio de los estudiantes es de 75 puntos y diecinueve de ellos obtuvieron un puntaje total por encima de la media. ¿Cuál es el puntaje más alto posible que puede obtener el alumno restante?	<b>F. El Examen.</b> El puntaje promedio de los estudiantes que rindieron un examen de matemática fue de 6. Exactamente el 60% de los estudiantes aprobó el examen, y ellos tuvieron un promedio de 8. ¿Cuál es el puntaje promedio de los estudiantes que reprobaron?														
<b>E. Sr. Vela.</b> El Sr. Vela compró 100 velas, él enciende una vela cada día hasta que se quema, el Sr. Vela siempre hace una nueva vela con la cera de siete velas quemadas. ¿Durante cuántos días el Sr. Vela encenderá una vela completa?	<b>H. Médicos y abogados.</b> La media aritmética de un grupo de médicos y abogados es de 40 años. La media aritmética de las edades de los médicos es de 35 años y la de los abogados es 50 años. ¿Cuántos médicos y abogados puede haber en este grupo?														
<b>G. El Zoológico.</b> En un grupo de canguros, los dos canguros más livianos pesan el 25% del peso total del grupo. Los tres canguros más pesados pesan el 60% del peso total. ¿Cuántos canguros están en el grupo?															



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

<b>I. En básquetbol</b> Encuentre la estatura media de los jugadores de un equipo de basquetbol que miden 175, 182, 184, 179, 192, 185 y 183 cm.	<b>J. ¿Y mi auto?</b> La cantidad de automóviles por casa en un condominio es 1, 2, 1, 2, 2, 0, 0, 1, 3, 1. ¿Cuál es la moda, la mediana, y la media aritmética? ¿Qué significa cada uno?												
<b>K. ¿Cómo duermes?</b> A un grupo de estudiantes universitarios se les preguntó cuántas horas durmieron la noche anterior. Sus respuestas fueron 5, 6, 6, 8, 7, 7, 9, 5, 4, 8, 11, 6, 7, 7 y 8. ¿Qué significa la mediana de este conjunto de datos?	<b>L. ¿Cómo duermes II?</b> A un grupo de estudiantes universitarios se les preguntó cuántas horas durmieron la noche anterior. Sus respuestas fueron 5, 6, 6, 8, 7, 7, 9, 5, 4, 8, 11, 6, 7, 7 y 8. ¿Qué significa la moda de este conjunto de datos?												
<b>M. El último dígito</b> ¿Cuál es el último dígito de $8^{2025}$ ?	<b>N. ¿Cuánto es x?</b> En la siguiente suma, incógnitas iguales representan dígitos iguales e incógnitas distintas representan dígitos distintos ¿Cuál es el dígito que está representado por X? <table style="margin-left: auto; margin-right: 0;"><tr><td></td><td></td><td>X</td></tr><tr><td></td><td></td><td>X</td></tr><tr><td></td><td>+</td><td>Y Y</td></tr><tr><td></td><td>Z</td><td>Z Z</td></tr></table>			X			X		+	Y Y		Z	Z Z
		X											
		X											
	+	Y Y											
	Z	Z Z											

2. Fundamenta por qué el enunciado seleccionado es un problema matemático.

3. Selecciona otro de los enunciados del punto 1, para que haciendo las adaptaciones que consideres necesarias, sea un problema matemático.

4. ¿Por qué lo consideras un problema matemático ahora? Explica.

**Anexo 16.** Actividad 6 de la implementación.

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

**Actividad 6 – Gestión de la actividad matemática en el aula.**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**Objetivo:** Analizar una clase de resolución de problemas, reconociendo los elementos centrales de la gestión del docente.

Divide un hexágono regular en dos piezas iguales. Muestra tantas formas diferentes como puedas.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Extraído del libro Resolución de problemas de final abierto en clases de matemática, publicado por el Centro de Investigación Avanzada en Educación, bajo la coordinación de Paulina Araya y María Leonor Varas.



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

1. ¿Qué acciones clave pudiste observar de la gestión del docente en cada momento de la clase?  
Explica.

Inicio

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Desarrollo

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Cierre

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---


 UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
 FACULTAD DE EDUCACIÓN  
 Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

En la clase que has participado, se observa que él o la docente...	¿Observado? Si/No
Plantea un situación de aprendizaje para producir conflicto cognitivo	
Hace preguntas/intervenciones para que los estudiantes comparen sus distintos procedimientos	
Mientras los estudiantes trabajan en una situación, no valida respuestas y las deriva con una contrapregunta o las socializa al curso.	
Hace preguntas/intervenciones para que los estudiantes expliquen sus procedimientos y/o resultados	
Gestiona para que los estudiantes circulen por la sala en busca de información para resolver las situaciones planteadas o discutir las respuestas	
Hace preguntas para que los estudiantes traten de convencerse unos a otros respecto de alguna respuesta o procedimiento matemático	
Promueve que se validen distintas estrategias para dar respuesta a la situación problemática planteada	
Hace preguntas para que los estudiantes comprendan el error matemático o el conocimiento matemático que están utilizando	
Plantea el nuevo conocimiento matemático en el cierre de la clase	
Plantea nuevos problemas/ejercicios a partir del nuevo conocimiento matemático	
La gestión de la clase se evidencia la intención de promover alguna de las habilidades curriculares+	

**Anexo 17.** Actividad 7 de la implementación.UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula**Actividad 7 – Gestión para el desarrollo de la Resolución de problemas****Nombre:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_**Objetivo:** Describir los elementos centrales de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas en el aula de matemática.

**CONTEXTO** En un curso de séptimo básico se está estudiando la unidad de porcentajes. La profesora, Catherine, ha promovido en clases anteriores que las y los estudiantes calculen porcentajes. En el video, ella presenta como objetivo “resolver situaciones de modelamiento y describir los procedimientos utilizados”. Para ello, les presenta una actividad a sus estudiantes donde deben escoger una opción que resulte la más conveniente. La actividad del inicio de la clase es la siguiente:

**Tarea matemática observada en el video**

La Srta Catherine premió a su sobrino Sebastián por obtener buen rendimiento el primer semestre y le dio a escoger las siguientes opciones:

Opción 1: El triple de \$28.530 aumentado en  $1/2$  de \$ 50.000.

Opción 2: El 25% de \$448.250 disminuido en \$2.000.

Opción 3: \$2 duplicando su valor por día, durante las vacaciones

En el episodio de la clase que se muestra a continuación en el video, se presenta la puesta en común de los procedimientos que utilizaron algunos alumnos de la clase de Catherine para la Opción 2.

1. ¿Qué acciones de la docente en el extracto de video son clave para el desarrollo de la habilidad de Resolución de Problemas? ¿Por qué?

---

---

---

---

---

2. ¿Qué decisiones crees que tomó la docente (o que acciones realizó) antes de lo observado en extracto de video para llegar a ese momento de “puesta en común”? Explica brevemente.

---

---

---

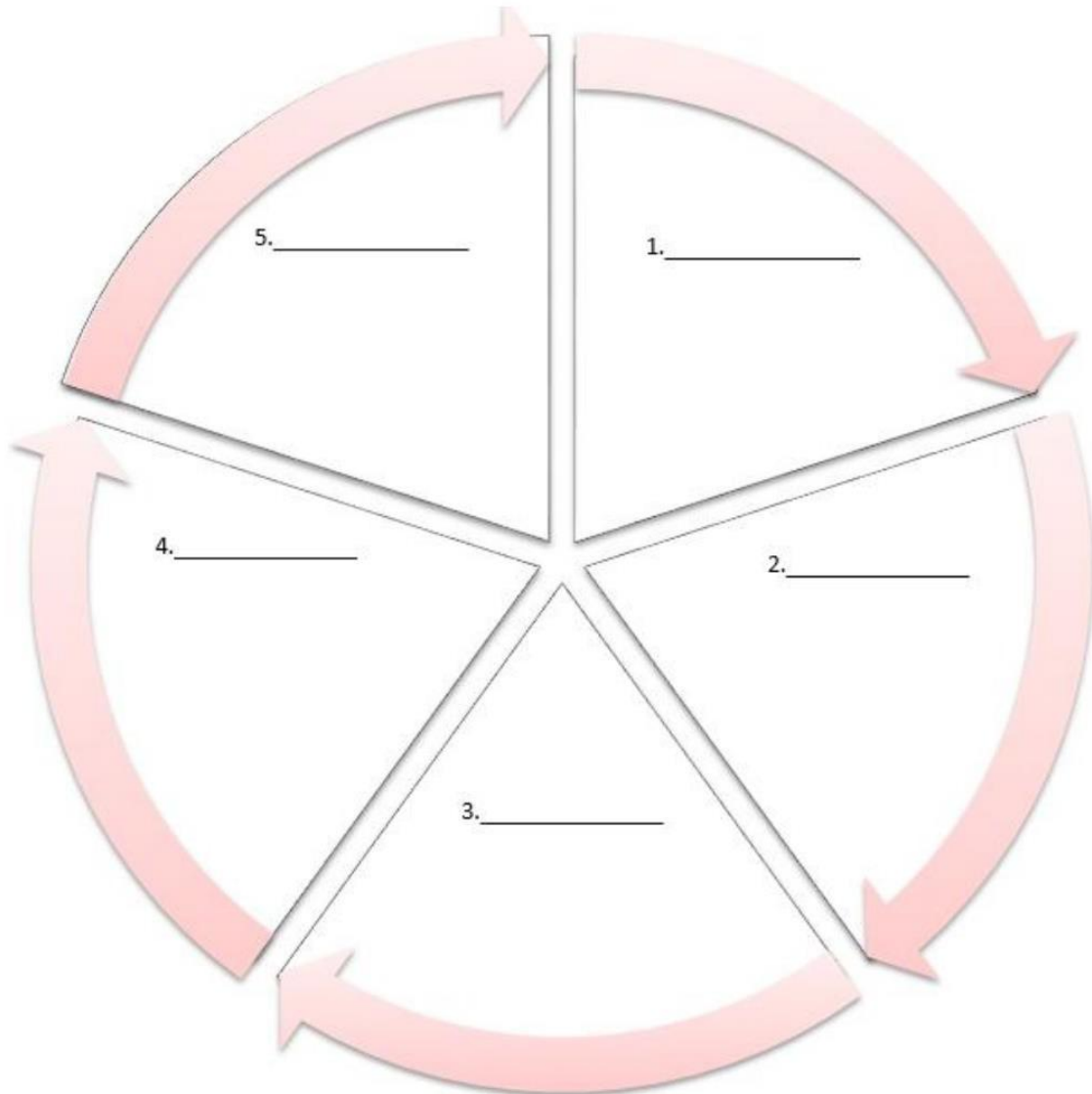
---

---




UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula

3. Completa el siguiente esquema como síntesis de la discusión anterior, basada en las “Cinco prácticas para orquestar discusiones productivas en matemática”.



**Anexo 18.** Actividad 8 de la implementación.

	UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SSMA CONCEPCIÓN FACULTAD DE EDUCACIÓN Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula
<b>Actividad 8 – Diseño de la gestión para el desarrollo de la resolución de problemas</b>	
<b>Nombre:</b> _____ <b>Fecha:</b> _____	
<b>Objetivo:</b> Diseñar de una clase de resolución de problemas, considerando anticipación de respuesta y elementos centrales de la gestión.	
1. Selecciona uno de los problemas revisados en la actividad 5, a partir de él genera tres anticipaciones, vale decir, tres posibles respuestas, desarrollos o procedimientos que podrían mostrar los estudiantes.	
Tarea Matemática	Anticipación respuestas/procedimientos
	<b>ANT. 1.</b>  <b>ANT. 2.</b>  <b>ANT. 3.</b>
Gestión de la Tarea Matemática (actividad)	
Gestión Especializada de la Resolución de Problemas	

**Anexo 19.** Listas de cotejo para R1. Elementos de un problema matemático.

Elementos de un problema matemático	Diagnóstico				Sesión 2				Sesión 5 Todos
	P1	P2	P3	P4	P1	P2	P3	P4	
Contexto real									
N° de soluciones									
N° de formas de resolver									
Aplicación directa de contenidos									
Desafiante									
Despierta el interés									
No se sabe cómo resolver									
Aporta información suficiente									

**Anexo 20.** Listas de cotejo para R1. Características de la resolución de problemas.

Características de resolver problemas	Diagnóstico				Sesión 3				Sesión4			
	P1	P2	P3	P4	P1	P2	P3	P4	P1	P2	P3	P4
Aplicación concreta de la matemática aprendida												
Resolución mediante cuatro pasos												
Posibilidad de usar diversas estrategias												
La resolución de problemas permite el aprendizaje matemático												
La resolución de problemas permite el desarrollo de otras habilidades												
La resolución de problemas persigue la búsqueda creativa de soluciones												

**Anexo 21. Rúbrica para evaluar el logro de la actividad 5**

<b>Rúbrica - Actividad 5</b>				
<b>Indicadores</b>	<b>No observado</b>	<b>No logrado</b>	<b>Parcialmente logrado</b>	<b>Logrado</b>
Nivel de desafío y/o interés que genera la tarea matemática	La tarea seleccionada es un ejercicio con enunciado	La tarea es un problema no desafiante (o demasiado)	La tarea es desafiante, pero que no despierta el interés	La tarea es un problema desafiante y despierta el interés
Existencia o dominio de las estrategias de resolución de la tarea matemática	La tarea seleccionada es un ejercicio con enunciado. Ya se enseñó cómo resolverla	La tarea es de evidente resolución. Se explicita la forma de resolver	La tarea matemática es de fácil resolución	No se sabe con certeza una forma segura de resolver la tarea de forma inmediata
Justificación del problema seleccionado	No argumentan la selección del problema	Argumentan en base a sus creencias acerca de lo que es un PM	Argumentan en base a su experiencia como resolutores	Argumentan en base a la definición de PM trabajada
<b>Para el enunciado que se debe modificar para transformarlo en problema matemático</b>				
Selección del enunciado	No seleccionan un enunciado para modificar	Seleccionan un enunciado de forma aleatoria	Seleccionan un enunciado en base a sus creencias acerca de lo que es un PM	Seleccionan un enunciado dado que consideran que no cumple con la definición de PM
Modificaciones realizadas	No modifican algún enunciado de los propuestos	Las modificaciones no son concordantes con la definición de PM	Las modificaciones no son suficientes para considerarlo un PM	Las modificaciones son concordantes con la definición de PM
Justificación de las modificaciones	No argumentan las modificaciones al enunciado	Argumentan en base a sus creencias acerca de lo que es un PM	Argumentan en base a su experiencia como resolutores	Argumentan en base a la definición de PM trabajada

**Anexo 22. Rúbrica para evaluar el logro de la actividad 8**

<b>Rúbrica Actividad 8</b>				
<b>Indicadores</b> En la planificación de clase...	<b>No observado</b>	<b>No logrado</b>	<b>Parcialmente logrado</b>	<b>Logrado</b>
Se plantea un problema matemático de acuerdo a la definición trabajada.	La tarea matemática es un ejercicio con enunciado	La tarea matemática es un problema no desafiante (o demasiado)	La tarea matemática es desafiante, pero no despierta el interés	La tarea matemática es un problema desafiante y despierta el interés
Se observan anticipaciones de respuesta/procedimiento para el problema matemático planteado	No hay anticipaciones de respuesta o procedimiento	Hay solo 1 anticipación de respuesta o procedimiento	Hay 2 anticipaciones de respuesta o procedimiento	Hay 3 anticipaciones de respuesta o procedimiento
El diseño de la gestión de la clase señala algunas de las siguientes acciones docentes: no validar respuestas de los estudiantes; circular por la sala sin corregir respuestas, devolver las preguntas al grupo con contra preguntas, seleccionar estudiantes específicos, secuenciar la presentación de los estudiantes, plenario al cierre de la clase.	No se evidencia ninguno de los elementos	Se observa solo uno o dos de los elementos	Se observan tres o cuatro de los elementos	Se observan cinco o seis de los elementos
El diseño de la gestión incluye preguntas intencionadas (deliberadas) que apuntan a promover que los estudiantes expliquen/refuten/argumenten/conjeturen las respuestas, posturas o procedimientos del problema planteado.	No se incluyen preguntas deliberadas	Se incluyen preguntas para algunas de las anticipaciones	Se incluye una pregunta para cada anticipación	Se incluye más de una pregunta para cada anticipación
La gestión de la tarea matemática promueve que los estudiantes, refuten, debatan y	No se evidencian elementos que	Se evidencian pocos elementos que	Se evidencia diálogo entre alguno de los	Se evidencia diálogo entre todos los

discutan entre ellos sobre la eficacia de sus procedimientos, respuestas iniciales y/o respuestas erradas.	propicien el diálogo y la discusión entre pares	propicien el diálogo y la discusión entre pares	estudiantes de acuerdo a las anticipaciones planteadas	estudiantes de acuerdo a las anticipaciones planteadas
El diseño de la gestión incluye la formalización del contenido matemático en el momento de cierre de la clase.	No se incluye la formalización del contenido matemático	Se incluye la formalización del contenido matemático en cualquier momento	Se incluye la formalización del contenido matemático en el cierre de la clase	Se incluye la formalización del CM, en relación a las resoluciones de los estudiantes y sus conexiones

## PAUTA DE EVALUACIÓN

### Informe de Trabajo Final de Intervención

Título del Proyecto de Intervención	FORTALECIMIENTO DEL CONOCIMIENTO DE LA RESOLUCIÓN PROBLEMAS MATEMÁTICOS PARA SU ENSEÑANZA
Estudiante	Alexis Juvenal Pérez Roa
Director(a) del Trabajo Final de Intervención	Andrés Ortiz Jiménez
Nombre del Evaluador	Ricardo González Méndez

**Nota:** Califique de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

#### Aspectos Formales (5%)

Indicadores	Nota
1. Presentación del Informe Escrito de acuerdo a formato oficial	6.3
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	6.0
3. Resumen (en español e inglés)	6.5
4. Correcto uso de ortografía	5.0
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	6.2
6. Tablas, figuras o gráficos bien contruidos	5.0
7. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 7ª Edición.	6.0
<b>Promedio</b>	5.9

#### CAPÍTULO 1: Estructuración del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
8. Caracterización de la institución educativa donde se realizará el proyecto y el(los) actor(es) que serán intervenidos	6.4
9. Antecedentes contextuales, que permiten caracterizar causas y efectos la situación problemática didáctico matemática	6.6
10. Antecedentes teóricos de investigaciones, que permiten caracterizar causas y efectos la situación problemática didáctico matemática	6.4
11. El árbol de problema presenta los elementos necesarios y suficientes para describir a priori la situación problemática	6.5
12. Estrategia de recolección de datos del diagnóstico vinculando con las causas que desea indagar	6.5
13. Técnicas e instrumento pertinentes para la recolección de los datos del diagnóstico	6.4
<b>Promedio</b>	6.5

#### CAPÍTULO 2: Aplicación del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
14. Descripción de la aplicación del diagnóstico y su relación con el estudio de las causas propuestas a priori	6.4
15. Presentación de los resultados del diagnóstico en forma clara y sintética	6.6
16. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	6.5
<b>Promedio</b>	6.5

**CAPÍTULO 3: Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto (10%)**

Indicadores	Nota
17. Presentación ordenada y coherente de los apartados y sub apartados teóricos que sustentan el diseño e implementación del Proyecto	6.6
18. Apartados teóricos pertinentes y relevantes para el diseño e implementación del Proyecto	6.4
19. Antecedentes teóricos actualizados	6.0
<b>Promedio</b>	6.3

**CAPÍTULO 4: Diseño del Proyecto de Desarrollo (25%)**

Indicadores	Nota
20. Problema de intervención claramente formulado de acuerdo a los resultados del diagnóstico	6.6
21. Los objetivos del Proyecto son claros y pertinentes	6.5
22. Árbol de Objetivos pertinente con la problemática	6.5
23. Árbol de Soluciones pertinente con los objetivos	6.5
24. Los indicadores del Marco Lógico respecto al propósito, resultados y actividades son claros y cuantificables	6.5
25. Los medios de verificación del Marco Lógico respecto a propósito, resultados y actividades son pertinentes	6.5
26. Las actividades diseñadas son coherentes con el marco teórico y pertinentes con la situación problemática	6.3
<b>Promedio</b>	6.5

**CAPÍTULO 5: Resultados: Aplicación del Proyecto (20%)**

Indicadores	Nota
27. Descripción de la aplicación del Proyecto en forma clara y coherente con la problemática	6.4
28. Presentación de los resultados de la aplicación del Proyecto en forma clara y sintética	6.5
29. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados en relación a los indicadores del marco lógico	6.2
30. Evaluación de la aplicación del Proyecto relacionando los indicadores y medios de verificación del marco lógico	6.2
<b>Promedio</b>	6.3

**CAPÍTULO 6: Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones (10%)**

Indicadores	Nota
31. Establece conclusiones que relacionen los resultados de la aplicación del Proyecto con los marcos teóricos que sustentan la intervención	6.6
32. Descripción de las limitaciones que se dieron en el contexto del Proyecto y que obstaculizaron el plan de intervención	6.4
33. Sugerencias y proyecciones que derivan del Proyecto realizado.	6.4
<b>Promedio</b>	6.5

**Calificación Final**

	Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)	Porcentaje	Ponderación
<b>Aspectos Formales</b>	5.9	5%	0.30
<b>Estructuración del Diagnóstico</b>	6.5	15%	0.98
<b>Aplicación del Diagnóstico</b>	6.5	15%	0.98
<b>Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto</b>	6.3	10%	0.63
<b>Diseño del Proyecto de Desarrollo</b>	6.5	25%	1.63
<b>Resultados: Aplicación del Proyecto</b>	6.3	20%	1.26
<b>Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones</b>	6.5	10%	0.65
<b>Calificación Final</b>		6.4	

Pauta sancionada por Comité Académico del MDMA, el 05 de abril de 2022

Observaciones: El trabajo da cuenta de una interesante intervención, a su vez en una temática de actual vigencia y relevancia. Las evidencias le dan un valor importante a los hallazgos y consecuentes acciones para revertir las causas de la problemática abordada.

Por otra parte, respecto de la forma, debe hacer una revisión importante en las tablas y figuras, de modo de ajustarse a normas APA 7ma edición. A su vez, revisar y corregir la ortografía en los vocablos sí y si del escrito, especialmente en las tablas. Revisar la secuencia numérica de tablas y figuras, las que no coinciden con el relato de los párrafos que las mencionan.

Finalmente, respecto de las referencias y citas, se sugiere actualizarlas y respecto de las citas, acotar el uso de citas textuales principalmente por su excesiva extensión y presencia, recomendando el parafraseo.



**Ricardo González Méndez**  
 Departamento de Currículum, Evaluación y Tecnologías en Educación  
 Facultades de Educación - UCSC

Fecha: 28 de abril del 2025



## PAUTA DE EVALUACIÓN Informe de Trabajo Final de Intervención

Título del Proyecto de Intervención	Fortalecimiento del conocimiento de la Resolución Problemas matemáticos para su enseñanza.
Estudiante	Alexis Pérez Roza
Director(a) del Trabajo Final de Intervención	Andrés Ortíz Jiménez
Nombre del Evaluador	Dr. Erich Leighton Vallejos

**Nota: Califique de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.**

### Aspectos Formales (5%)

Indicadores	Nota
1. Presentación del Informe Escrito de acuerdo a formato oficial	7
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	7
3. Resumen (en español e inglés)	7
4. Correcto uso de ortografía	6,5
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	7
6. Tablas, figuras o gráficos de acuerdo a Norma APA 7	7
7. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA 7	7
<b>Promedio</b>	<b>6,9</b>

### CAPÍTULO 1: Estructuración del Problema de Intervención (15%)

Indicadores	Nota
8. La caracterización de los sujetos intervenidos y la institución, permite tener un contexto de la situación problemática que se intervendrá	7
9. Los antecedentes contextuales (escuela, curso) permiten comprender el problema de intervención	7
10. El árbol de problema inicial presenta los elementos necesarios y suficientes para describir a priori la situación problemática	7
11. Los antecedentes teóricos permiten respaldar la pertinencia de problema de intervención y sus causas	7
12. Las técnicas e instrumentos presentados son pertinentes para la recolección de los datos del diagnóstico	7
13. La descripción de la aplicación del diagnóstico es clara respecto a las decisiones adoptadas y los tiempos involucrados	7
14. El diagnóstico está centrado en indagar si las causas establecidas a priori se manifiestan en los sujetos intervenidos	7
<b>Promedio</b>	<b>7</b>

### CAPÍTULO 2: Aplicación del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
15. Se realiza un procesamiento, análisis e interpretación de los datos para obtener resultados respecto a la presencia de las causas establecidas a priori	7
16. La presentación de los resultados del diagnóstico se realiza forma clara y sintética en relación con las causas indagadas	7



**UCSC**

Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula  
Facultad de Educación

---

17. Los resultados del diagnóstico señalan y explican las causas que se mantienen y las que se eliminan del problema de intervención	7
<b>Promedio</b>	7



### CAPÍTULO 3: Diseño del Proyecto de Intervención (25%)

Indicadores	Nota
18. El Problema de Intervención está formulado de acuerdo a los resultados del diagnóstico y los tiempos de la institución educativa	7
19. El árbol de problema definitivo, es coherente con las causas que se intervendrán en el Proyecto	7
20. Los objetivos del Proyecto son claros y pertinentes	7
21. Los Resultados del Marco Lógico son coherentes con el Propósito y logrables en el tiempo previsto para la ejecución de la intervención	7
22. Las Actividades diseñadas son pertinentes al Resultado respectivo	7
23. Los Indicadores del Marco Lógico respecto al Propósito, Resultados y Actividades son claros y cuantificables	7
24. Los Medios de Verificación del Marco Lógico respecto a Propósito, Resultados y Actividades son pertinentes	7
25. Todas las Actividades utilizadas están presentes en los anexos	7
26. Todos los Medios de Verificación utilizados están presentes en los anexos	7
27. El cronograma de sesiones es realizable según la cantidad de causas involucradas por sesión y los tiempos asignados	7
<b>Promedio</b>	7

### CAPÍTULO 4: Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto de Intervención (10%)

Indicadores	Nota
28. Los apartados teóricos de la didáctica de la matemática justifican las actividades diseñadas en el Proyecto	7
29. La caracterización del contenido y/o habilidad matemática involucrada en el problema a intervenir, está abordada exhaustivamente	7
30. Los apartados teóricos respecto a la implementación (gestión) con los sujetos intervenidos son pertinentes y coherentes con enseñar centrado en el aprendizaje	7
31. Las Actividades (Marco Lógico) presentadas son coherentes con el marco teórico tanto en el diseño como en su implementación	7
<b>Promedio</b>	7

### CAPÍTULO 5: Aplicación del Proyecto de Intervención (20%)

Indicadores	Nota
32. La descripción de la aplicación del Proyecto permite tener claridad respecto a su implementación	7
33. El análisis de las Actividades (Marco Lógico) implementadas, se presenta en relación a sus indicadores de logro	7
34. El análisis de las Actividades (Marco Lógico) implementadas presenta evidencias extraídas de los medios de verificación	7
35. El análisis de los Resultados (Marco Lógico), se presenta en relación a sus indicadores de logro	7
36. El análisis de los Resultados (Marco Lógico) presenta evidencias extraídas de los medios de verificación	7
37. Se presenta una evaluación del Proyecto contextualizada a los sujetos intervenidos y sin generalizar	7
38. La evaluación del Proyecto se relaciona con el Propósito (Marco Lógico), sus indicadores y medio de verificación	7
<b>Promedio</b>	7



### CAPÍTULO 6: Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones (10%)

Indicadores	Nota
39. Establece conclusiones que relacionen los resultados de la intervención con los marcos teóricos que sustentan la intervención	7
40. Establece conclusiones, apoyadas en marco teórico, respecto a los objetivos del proyecto	7
41. Descripción de las limitaciones que se dieron en la implementación del Proyecto y que obstaculizaron los resultados esperados	7
42. Proyecciones que derivan del Proyecto realizado.	7
<b>Promedio</b>	<b>7</b>

### Calificación Final

	Promedio	%	Ponderación
<b>Aspectos Formales</b>	6,9	5%	0,345
<b>C1: Estructuración del Problema de Intervención</b>	7	15%	1,05
<b>C2: Aplicación y Resultados del Diagnóstico</b>	7	15%	1,05
<b>C3: Diseño del Proyecto de Intervención</b>	7	25%	1,75
<b>C4: Marco Teórico de Referencia para el Diseño e Implementación del Proyecto de Intervención</b>	7	10%	0,7
<b>C5: Aplicación del Proyecto de Intervención</b>	7	20%	1,4
<b>C6: Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones</b>	7	10%	0,7
<b>Calificación Final</b>			<b>6,995</b>

Pauta sancionada por Comité Académico del MDMA

Observaciones:

Muy bien trabajo.

Corregir algunas faltas de ortografía que se detallaron en el documento.

**Dr. Erich Leighton Vallejos**  
Facultad de Educación  
Universidad San Sebastián

Fecha: 24 de marzo del 2025