

## IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS MODALES EN LOSAS DE HORMIGÓN ARMADO DE UN ESTACIONAMIENTO.

*C. Salamanca Hermosilla<sup>1</sup>, C. Oyarzo Vera<sup>2</sup> y N. Maureira Carsalade<sup>3</sup>*

### RESUMEN:

El presente artículo presenta los resultados de un estudio experimental para determinar el comportamiento modal de una losa de hormigón armado de estacionamiento.

Para la identificación de estos parámetros modales se realizaron ensayos no destructivos mediante impactos con sacos de arena, los que fueron registrados por tres acelerómetros de alta precisión distribuidos en diferentes puntos de la losa, intentando abarcar la totalidad de la superficie de la misma.

Estos datos fueron procesados utilizando los métodos FDD y SSI. Ambos métodos utilizan registros de vibraciones en el tiempo para estimar las frecuencias, amortiguamiento y formas modales de un sistema.

Paralelo a ello, se realizó un modelo numérico en el software SAP2000 con la finalidad de obtener de forma numérica el comportamiento modal de la estructura y comparar estos resultados con los proporcionados por los métodos experimentales anteriormente mencionados.

Los resultados obtenidos revelaron que los métodos FDD y SSI lograron identificar exitosamente solo un modo de vibrar. Este corresponde al modo de mayor participación de masa entregado por el modelo numérico. Esto indica que ambos métodos experimentales convergen al mismo resultado, aun cuando conceptualmente son distintos (uno en el dominio del tiempo y otro en el dominio de la frecuencia), lo que además es corroborado por el modelo numérico.

**PALABRAS CLAVES:** Análisis Modal; FDD; SSI.

### ABSTRACT:

This article presents the results of an experimental study to determine the modal behavior of a reinforced concrete slab of a parking lot.

Non-destructive tests were carried out using impact with sandbags for the identification of these modal parameters. The data were recorded by three accelerometers distributed in different points of the test intend to cover the entire surface of the slab.

The data were then processed using the FDD and SSI methods. Both methods use the vibration records to estimate the frequencies, damping, and modal forms of the system.

In parallel, a numerical model was carried out using the software SAP2000, with the purpose of obtaining the theoretical modal parameters of the structure.

The results showed that the FDD and SSI methods were able to successfully identifying only one mode of vibration, which corresponds to the mode of greatest mass participation obtained by the numerical model.

The above indicated that both experimental methods converge to the same result, even when conceptually they are different (one in the time domain and the other in the frequency domain), which is further corroborated by the numerical model.

**KEYWORDS:** Modal Analysis, FDD, SSI.

---

<sup>1</sup> Estudiante de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, [csalamanca@ing.ucsc.cl](mailto:csalamanca@ing.ucsc.cl)

<sup>2</sup> Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, [coyarzo@ucsc.cl](mailto:coyarzo@ucsc.cl)

<sup>3</sup> Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE, [nmaureira@ucsc.cl](mailto:nmaureira@ucsc.cl) (Profesor Informante)

## 1. INTRODUCCIÓN

Las losas son elementos estructurales bidimensionales, en los cuales una de sus dimensiones (espesor) es mucho más pequeña que las otras dos dimensiones (ancho y largo). Estas losas trabajan bajo esfuerzos de flexión, ya que las cargas que actúan sobre estas son fundamentalmente perpendiculares al plano principal de las mismas. Estos elementos horizontales con cargas verticales, deben ser diseñados y construidos para que sean capaces de soportar todas las acciones que la puedan solicitar durante el periodo de vida útil previsto en el proyecto (Vasco, 2003).

Para analizar estos elementos estructurales, es necesario estudiar el comportamiento dinámico que ésta tiene, reconociendo parámetros tales como las frecuencias, formas y amortiguamientos modales propios de cada estructura y que dependen de la distribución de sus características de masa, rigidez y capacidad de disipar energía.

La estimación de estos parámetros por lo general se realiza en forma numérica con el apoyo de software, idealizando tanto la geometría de la estructura como las acciones y condiciones de apoyo. Mediante este análisis se predice el comportamiento dinámico que la estructura tendría, pero siempre existe la incertidumbre de si esta predicción es lo suficientemente representativa de la realidad. Es por ello que luego de construida la estructura, es necesario medir de forma experimental el comportamiento de ésta. Esto permite, entre otras cosas, controlar la calidad de la construcción, calibrar los modelos estructurales generados únicamente en base a conocimientos teóricos para permitir un análisis más exacto, o detectar daños de diversa índole que pueda sufrir la estructura a lo largo de su vida útil.

Por lo general los investigadores han utilizado técnicas de identificación modal en que los datos de entrada (excitación) y salida (respuesta) están disponibles. Esto permite identificar con precisión las principales propiedades dinámicas. Sin embargo, en muchas ocasiones, excitar una estructura con una carga conocida resulta caro o impracticable. Afortunadamente, un notable progreso tecnológico en transductores y convertidores de señal análoga en digital, han apoyado de gran manera con los estudios de este tema además de la generación de nuevos algoritmos de identificación que utilizan únicamente la señal de respuesta de la estructura (Brincker, 2001).

En este artículo se utilizaron dos métodos de identificación de parámetros modales, los cuales corresponden a Descomposición en el Dominio de la Frecuencia (FDD) e Identificación de Sub-espacio Estocástico (SSI) para tener una mayor claridad de los resultados y poder compararlos entre si. Ambos métodos utilizan únicamente la respuesta del sistema para identificar las propiedades modales, asumiendo que la excitación es una señal ergódica. Finalmente, estos datos se emplean para calibrar y mejorar un modelo numérico utilizando el software SAP2000, con el objetivo de recrear las condiciones estructurales lo más representativo de la realidad, y de esta manera, poder predecir su comportamiento ante posibles demandas de carga que pudiera sufrir en un futuro.

## 2. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURAL

El elemento estructural a ensayar corresponde a una losa de hormigón armado de un estacionamiento que pertenece a un edificio habitacional construido en el año 2013, ubicado en la Octava región del Bío Bío, Chile. Esta losa poseen dimensiones de 5 m de largo, 4.9 m de ancho y espesor de 15 cm. Sus condiciones de apoyo están limitadas por tres vigas de 50 cm de ancho por 30 cm de alto, hormigonadas monolíticamente con la losa, además de un muro de 20 cm de espesor. Las vigas están sostenidas por dos columnas de sección 30x30 cm y altura de 2.34 m.

Este elemento, por sus dimensiones, posee capacidad para dos espacios de estacionamiento como se pueden ver en la Figura 1 demarcados por franjas amarillas.



Figura 1: Losa de hormigón armado

## 3. ANÁLISIS EXPERIMENTAL

### 3.1 Instrumentación y campaña experimental

Para la extracción de datos se instalaron acelerómetros en la cara inferior de la losa adosados a placas de acero (Figura 3). Dado que solo hay tres acelerómetros disponibles, estos se distribuyeron en tres filas de tres acelerómetros cada una (Figura 2), intentando abarcar toda la superficie de la losa.

Los acelerómetros son básicamente un dispositivo cuya parte activa produce una señal eléctrica proporcional a la aceleración en una banda de frecuencia inferior a la frecuencia de resonancia del transductor (Ramos, 2007).

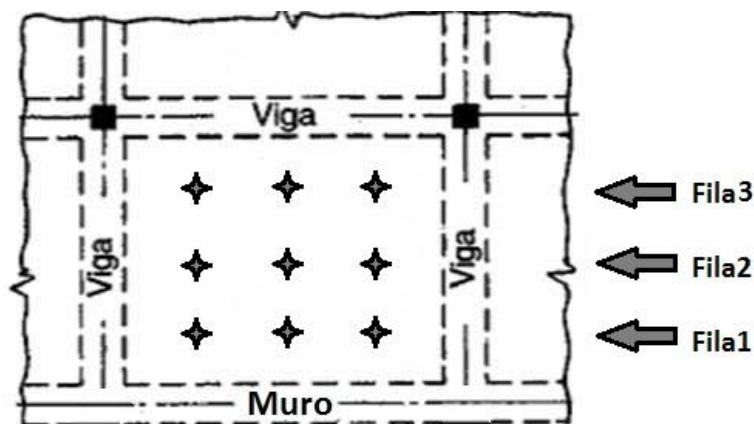


Figura 2: Distribución de acelerómetros.

La información medida por los acelerómetros es recogida y almacenada por un sistema de adquisición de datos compuesto por un módulo NI 9234 acoplado a un chasis cDAQ-9174. Los sensores se conectaron al sistema de adquisición por medio de cables blindados que impiden la entrada de señales externas que pudiesen contaminar los registros. Los datos se almacenaron en un notebook por medio de una rutina programada en una plataforma LabView.



**Figura 3:** Instalación de equipos de medición.

La losa fue excitada mediante impactos con sacos de arena, de peso aproximado 35 kg, los que fueron levantados y dejados caer desde una altura de 1,5 m (Figura 4). Esta excitación se repitió de manera uniforme con 3 golpes en cada fila, en la misma ubicación que se encuentran los acelerómetros en la cara inferior (Figura 2), finalizando con una data de 27 golpes en total (Tabla 1).

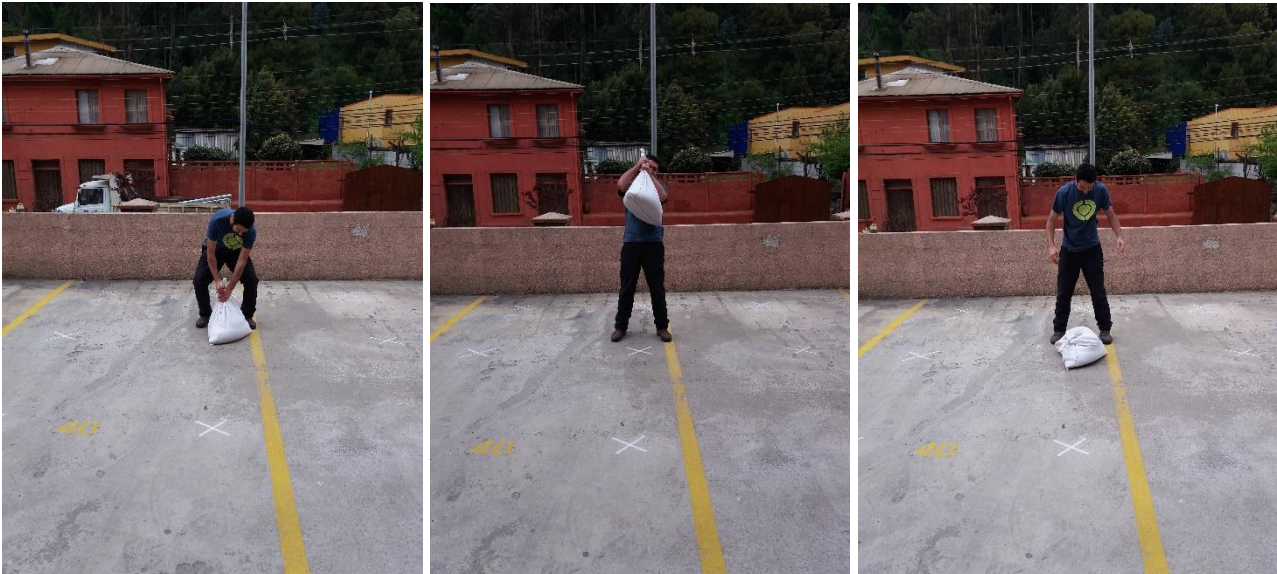
**Tabla 1:** Distribución de golpes por fila.

<b>Fila 1</b>	Acelerómetro 1	Acelerómetro 2	Acelerómetro 3
fila 1	Golpe1	Golpe2	Golpe3
fila2	Golpe1	Golpe2	Golpe3
fila3	Golpe1	Golpe2	Golpe3
<b>Fila 2</b>	Acelerómetro 1	Acelerómetro 2	Acelerómetro 3
fila 1	Golpe1	Golpe2	Golpe3
fila2	Golpe1	Golpe2	Golpe3
fila3	Golpe1	Golpe2	Golpe3
<b>Fila 3</b>	Acelerómetro 1	Acelerómetro 2	Acelerómetro 3
fila 1	Golpe1	Golpe2	Golpe3
fila2	Golpe1	Golpe2	Golpe3
fila3	Golpe1	Golpe2	Golpe3

En cada set de mediciones se registró un golpe, dejando 5 min antes del siguiente golpe para la estabilización de la señal por voltaje, y luego 1 min después de aplicada la excitación, lo que en total suma 6 min de medición por cada set de datos. Estos fueron nombrados según la siguiente nomenclatura: A\_B\_C,

Donde:

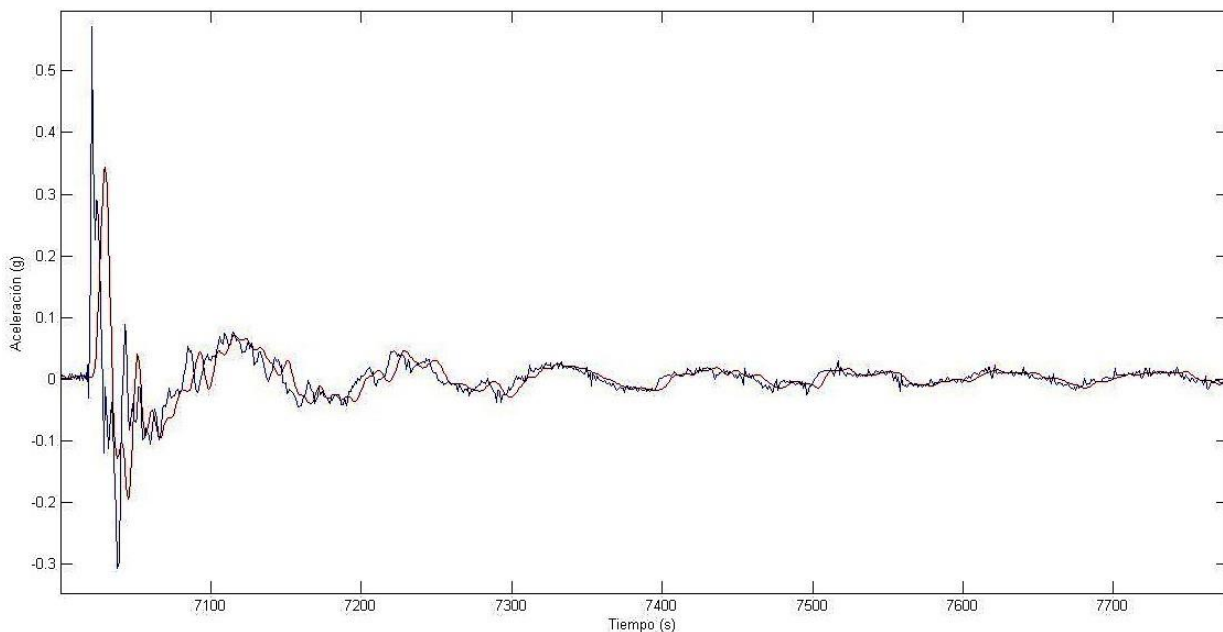
- A: N° de fila en cara inferior donde se instalaran los acelerómetros
- B: N° de fila en cara superior donde se aplica cada golpe
- C: N° de golpe aplicado en B.



**Figura 4:** Excitación de losa mediante golpes con sacos de arena.

Obtenida la información, fue necesario limpiar los datos de posible contaminación que puede ser de origen electromagnético o, en otros casos, corresponde a vibraciones reales las cuales no son de interés para el estudio realizado. Este proceso se llevó a cabo mediante funciones que eliminan todas las frecuencias que estén fuera del rango de interés. Estas funciones son llamadas filtros (Oyarzo, 2012).

Para nuestro análisis, se aplicó un filtro de pasa baja con una frecuencia de corte de 200 Hz (Figura 5). Esto con la finalidad de limpiar la señal de posibles contaminaciones ambientales de baja intensidad, que genera un ruido de alta frecuencia. Esto ayudó a mejorar considerablemente los resultados posteriores.



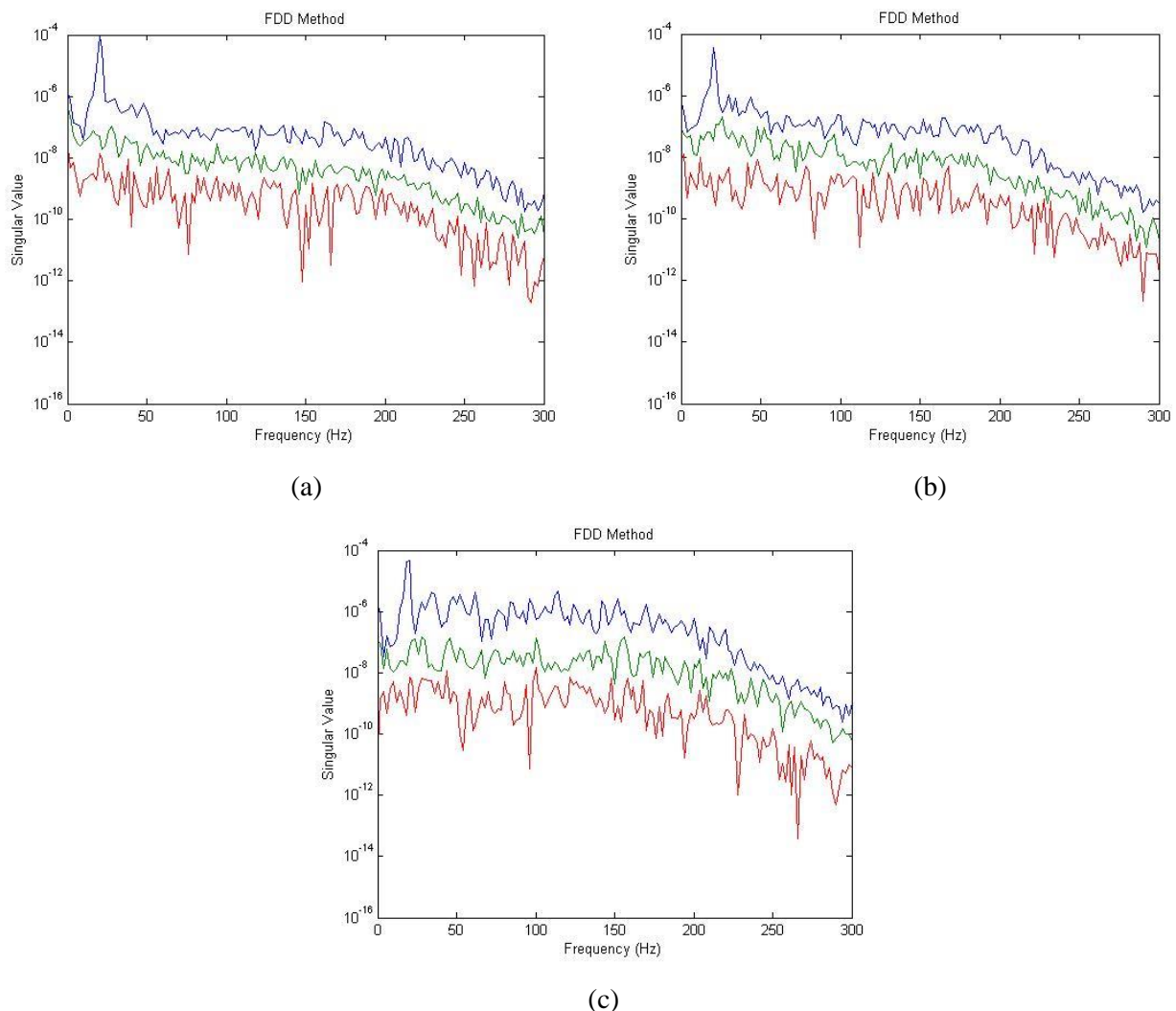
**Figura 5:** Registro de golpes sin filtro (curva azul) vs con filtro de corte de 200 Hz (curva roja).

### 3.2 Identificación de parámetros modales

Para la identificación de parámetros modales en la losa se utilizaron dos métodos: Descomposición en el Dominio de la Frecuencia (FDD) e Identificación de Sub-espacio Estocástico (SSI).

El método FDD es una extensión del clásico método de peak picking (Brincker 2000). El algoritmo FDD asume que la excitación aplicada sobre la estructura tiene una naturaleza aleatoria y puede ser descrita como un ruido blanco. Por lo tanto, la función de densidad espectral de potencia de excitación (PSD) se convierte en una constante y, en consecuencia, los picos de la FRF pueden identificarse directamente a partir de los picos de la función PSD de respuesta. Estos picos en la función PSD se asumen como frecuencias de resonancia y las formas de modo pueden determinarse aplicando procedimientos de Descomposición de Valor Singular (Oyarzo 2012).

Las curvas PSD obtenidas para este estudio se presentan en la Figuras 6, donde se puede ver claramente que para la frecuencia de aproximadamente 20 Hz se registra el peak de mayor energía.



**Figura 6:** Diagramas PSD para (a) fila 1, (b) fila 2, (c) fila 3





Los resultados de ambos métodos se ven resumidos en la Tabla 2 que muestra las frecuencias encontradas en cada ensayo. Como se puede observar, se logró identificar un total de 5 frecuencias distintas en ambos casos, siendo predominante la frecuencia de 20 Hz como se había determinado anteriormente de forma gráfica.

**Tabla 2:** Frecuencias modales experimentales con métodos FDD y SSI

<b>FDD</b>	Test	f1	f2	f3	f4	f5	<b>SSI</b>	Test	f1	f2	f3	f4	f5
1	Test 1_1_1	20			94		1	Test 1_1_1	20,89		79,04		
2	Test 1_1_2	20					2	Test 1_1_2	20,44		78,49		
3	Test 1_1_3	20	48		94		3	Test 1_1_3	20,51	49,50		94,45	101,68
4	Test 1_2_1	20		80	94	104	4	Test 1_2_1	20,89		78,99		
5	Test 1_2_2	20		80			5	Test 1_2_2	20,41		78,45		
6	Test 1_2_3	20					6	Test 1_2_3	20,50	49,53		94,49	101,70
7	Test 1_3_1	20	48		94	102	7	Test 1_3_1	20,82		79,14		
8	Test 1_3_2	20		80		100	8	Test 1_3_2	20,42		78,45		
9	Test 1_3_3	20				102	9	Test 1_3_3	20,48	49,49		94,42	101,70
10	Test 2_1_1	20		80	94		10	Test 2_1_1	20,63			94,54	
11	Test 2_1_2	20	48				11	Test 2_1_2	20,32	48,44			
12	Test 2_1_3	20	48				12	Test 2_1_3	20,28	48,28		94,65	
13	Test 2_2_1	20		80	94	102	13	Test 2_2_1	20,63			94,47	
14	Test 2_2_2	20		80		102	14	Test 2_2_2	20,32	48,39			
15	Test 2_2_3	20	48	80			15	Test 2_2_3	20,26	48,28		94,56	
16	Test 2_3_1	20	48	80	94	102	16	Test 2_3_1	20,67			94,56	
17	Test 2_3_2	20	48	80		104	17	Test 2_3_2	20,32	48,42			
18	Test 2_3_3	20	48			100	18	Test 2_3_3	20,27	48,38		94,51	
19	Test 3_1_1	20				102	19	Test 3_1_1	20,22		78,21	94,74	
20	Test 3_1_2	20	48	80	94	102	20	Test 3_1_2	20,23				100,77
21	Test 3_1_3	20		80	94	102	21	Test 3_1_3	20,28	49,03	79,53		101,39
22	Test 3_2_1	20		80		102	22	Test 3_2_1	20,20		78,11	94,75	
23	Test 3_2_2	20		80	94	102	23	Test 3_2_2	20,27				100,88
24	Test 3_2_3	20		80	94	102	24	Test 3_2_3	20,31	49,08	79,58		101,50
25	Test 3_3_1	20					25	Test 3_3_1			78,12	94,63	104,55
26	Test 3_3_2	20				100	26	Test 3_3_2	20,23				100,88
27	Test 3_3_3	20		80	94	102	27	Test 3_3_3	20,30	49,10	79,54		101,41
	Promedio	20	48	80	94	101,9		Promedio	20,4	48,8	78,8	94,6	101,6
	Desv. Estand	0	0	0	0	1,111		Desv. Estand	0,21	0,51	0,57	0,11	1,082
	%Desv. Estand	0%	0%	0%	0%	1,1%		%Desv. Estand	1,0%	1,0%	0,7%	0,1%	1,1%
	Total	<b>27</b>	<b>9</b>	<b>15</b>	<b>12</b>	<b>17</b>		Total	<b>26</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>10</b>

El criterio de aseguramiento modal (MAC) se utiliza para comparar las formas modales experimentales obtenidas en las diferentes pruebas y las determinadas por diferentes métodos. MAC es un indicador que se basa en las propiedades de ortogonalidad de los modos y representa el grado de similitud entre dos formas modales determinando la desviación cuadrática mínima (Ec. 1). Los valores cercanos a la unidad indican una alta similitud entre esos dos modos, y los valores cercanos a cero indican falta de similitud entre los modos

$$MAC(\phi_i, \phi_j) = \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_j^T \phi_j)} \quad (1)$$

Donde

$\phi_i$  = vector de identificación modal para la prueba  $i$   
 $\phi_j$  = vector de identificación modal para la prueba  $j$ .

Se realizó esta prueba de similitud entre modos para cada frecuencia encontrada en la Tablas 2, siendo la frecuencia de 20 Hz la que más repetitividad y buena compatibilidad obtuvo en ambos métodos. También se realizó la verificación para las demás frecuencias encontradas (48, 80, 94 y 102 Hz), pero estas obtuvieron valores de MAC inferiores a 0,5 lo que significaba una mala relación o similitud entre modos, siendo descartados del análisis.

Cabe mencionar que si bien la frecuencia de 20 Hz fue detectada por todo los ensayos, hubo algunos que no presentaban buena compatibilidad, por lo que también fueron descartados del análisis dejando un total de 19 ensayos finales a estudiar, los que se muestran en las Tablas 3 y 4.

En tablas 3 y 4 se muestra los resultados del análisis descrito anteriormente en donde la mayoría de los valores MAC son cercanos a 1 demostrando un alto grado de similitud en las formas modales.

**Tablas 3:** Valores de MAC para frecuencia de 20,4 Hz (SSI).

SSI	1	2	3	5	6	7	8	10	11	13	14	15	17	18	20	22	23	24	26	
Frec=20,4hz	1_1_1	1_1_2	1_1_3	1_2_2	1_2_3	1_3_1	1_3_2	2_1_1	2_1_2	2_2_1	2_2_2	2_2_3	2_3_2	2_3_3	3_1_2	3_2_1	3_2_2	3_2_3	3_3_2	
1_1_1	1,000	0,987	0,996	0,998	1,000	0,915	0,996	0,991	0,991	0,988	0,956	0,987	0,990	0,973	0,966	0,961	0,977	0,969	0,961	
1_1_2		1,000	0,968	0,983	0,989	0,968	0,997	0,991	0,989	0,987	0,938	0,993	0,982	0,947	0,961	0,956	0,967	0,975	0,970	
1_1_3			1,000	0,995	0,994	0,876	0,984	0,979	0,979	0,976	0,951	0,971	0,981	0,974	0,955	0,949	0,969	0,951	0,943	
1_2_2				1,000	0,999	0,909	0,992	0,995	0,995	0,993	0,971	0,990	0,996	0,985	0,978	0,974	0,987	0,978	0,972	
1_2_3					1,000	0,922	0,997	0,994	0,994	0,992	0,961	0,991	0,993	0,976	0,972	0,967	0,982	0,975	0,968	
1_3_1						1,000	0,946	0,939	0,935	0,935	0,866	0,952	0,920	0,861	0,906	0,902	0,902	0,937	0,934	
1_3_2							1,000	0,992	0,990	0,988	0,943	0,991	0,986	0,958	0,961	0,956	0,970	0,971	0,964	
2_1_1								1,000	1,000	1,000	0,976	0,999	0,999	0,981	0,989	0,986	0,992	0,993	0,989	
2_1_2									1,000	1,000	0,979	0,999	0,999	0,984	0,990	0,987	0,994	0,993	0,990	
2_2_1										1,000	0,981	0,999	0,999	0,984	0,992	0,990	0,995	0,995	0,992	
2_2_2											1,000	0,971	0,985	0,995	0,996	0,997	0,996	0,986	0,986	
2_2_3												1,000	0,996	0,974	0,987	0,983	0,989	0,994	0,990	
2_3_2													1,000	0,990	0,993	0,990	0,997	0,993	0,989	
2_3_3														1,000	0,990	0,989	0,995	0,979	0,977	
3_1_2																1,000	1,000	0,999	0,997	
3_2_1																	1,000	0,997	0,996	
3_2_2																		1,000	0,994	
3_2_3																			1,000	
3_3_2																				1,000



**Tablas 4:** Valores de MAC para frecuencia de 20 Hz (FDD).

FDD	1	2	3	5	6	7	8	10	11	13	14	15	17	18	20	22	23	24	26
Frec=20hz	1_1_1	1_1_2	1_1_3	1_2_2	1_2_3	1_3_1	1_3_2	2_1_1	2_1_2	2_2_1	2_2_2	2_2_3	2_3_2	2_3_3	3_1_2	3_2_1	3_2_2	3_2_3	3_3_2
1_1_1	1,000	1,000	0,988	0,999	1,000	0,998	0,990	0,993	0,999	0,993	0,992	0,981	0,992	0,978	0,969	0,969	0,976	0,976	0,967
1_1_2		1,000	0,984	0,998	0,999	0,997	0,988	0,989	0,998	0,989	0,987	0,975	0,988	0,976	0,961	0,961	0,969	0,970	0,959
1_1_3			1,000	0,994	0,991	0,994	0,996	0,993	0,993	0,993	0,993	0,998	0,993	0,954	0,989	0,988	0,987	0,986	0,987
1_2_2				1,000	1,000	0,999	0,994	0,995	0,998	0,995	0,995	0,988	0,995	0,974	0,977	0,977	0,982	0,982	0,975
1_2_3					1,000	0,999	0,992	0,994	1,000	0,994	0,993	0,984	0,993	0,976	0,972	0,972	0,978	0,978	0,970
1_3_1						1,000	0,997	0,991	0,999	0,991	0,991	0,986	0,991	0,986	0,972	0,972	0,975	0,975	0,969
1_3_2							1,000	0,984	0,994	0,983	0,984	0,988	0,984	0,943	0,970	0,970	0,969	0,968	0,968
2_1_1								1,000	0,995	0,991	0,995	0,994	0,992	0,982	0,998	0,991	0,995	0,995	0,990
2_1_2									1,000	0,995	0,994	0,987	0,994	0,974	0,976	0,975	0,980	0,980	0,973
2_2_1										1,000	1,000	0,993	1,000	0,983	0,990	0,990	0,995	0,995	0,989
2_2_2											1,000	0,994	0,992	0,981	0,992	0,992	0,996	0,996	0,991
2_2_3												1,000	0,994	0,954	0,996	0,996	0,993	0,992	0,995
2_3_2													1,000	0,981	0,992	0,992	0,996	0,996	0,991
2_3_3														1,000	0,958	0,958	0,973	0,976	0,957
3_1_2															1,000	0,997	0,998	0,997	1,000
3_2_1																1,000	0,998	0,998	0,972
3_2_2																	1,000	1,000	0,998
3_2_3																		1,000	0,997
3_3_2																			1,000

Determinados los valores de MAC para cada método, se confirma de manera teórica la clara identificación de la frecuencia de 20 Hz en los ensayos realizados. Finalmente, se realizó la prueba de similitud entre ambos métodos (FDD vs SSI). Esto se muestra en la Tabla 5, donde se puede ver que ambos métodos presentan buena similitud con valores de MAC cercanos a 1, lo que confirma la convergencia de los resultados.

**Tablas 5:** Valores de MAC para frecuencia de 20,4 y 20 Hz (SSI vs FDD).

FDD	1	2	3	5	6	7	8	10	11	13	14	15	17	18	20	22	23	24	26
SSI Frec=20hz	1_1_1	1_1_2	1_1_3	1_2_2	1_2_3	1_3_1	1_3_2	2_1_1	2_1_2	2_2_1	2_2_2	2_2_3	2_3_2	2_3_3	3_1_2	3_2_1	3_2_2	3_2_3	3_3_2
1_1_1_1	0,996	0,995	0,993	0,997	0,997	1,000	0,998	0,987	0,998	0,987	0,986	0,985	0,987	0,956	0,968	0,967	0,970	0,969	0,965
2_1_1_2	0,972	0,967	0,994	0,980	0,976	0,984	0,994	0,974	0,980	0,973	0,975	0,990	0,974	0,917	0,974	0,973	0,967	0,964	0,972
3_1_1_3	0,997	0,999	0,981	0,995	0,997	0,996	0,990	0,981	0,995	0,981	0,980	0,969	0,980	0,964	0,950	0,950	0,957	0,958	0,947
5_1_2_2	0,999	0,997	0,995	1,000	0,999	1,000	0,996	0,995	1,000	0,994	0,994	0,989	0,994	0,970	0,977	0,977	0,980	0,980	0,975
6_1_2_3	0,996	0,994	0,996	0,998	0,997	0,999	0,999	0,990	0,998	0,990	0,990	0,989	0,990	0,958	0,974	0,974	0,975	0,975	0,972
7_1_3_1	0,886	0,876	0,943	0,903	0,893	0,909	0,935	0,906	0,902	0,903	0,908	0,947	0,907	0,813	0,935	0,934	0,914	0,909	0,934
8_1_3_2	0,985	0,982	0,995	0,989	0,987	0,993	0,999	0,980	0,990	0,979	0,980	0,988	0,980	0,933	0,969	0,969	0,966	0,964	0,967
10_2_1_1	0,988	0,984	1,000	0,994	0,991	0,993	0,993	0,996	0,993	0,995	0,996	0,999	0,996	0,960	0,992	0,992	0,991	0,990	0,991
11_2_1_2	0,989	0,984	0,999	0,994	0,991	0,993	0,992	0,997	0,994	0,996	0,997	0,999	0,997	0,963	0,993	0,993	0,993	0,992	0,992
13_2_2_1	0,987	0,982	0,998	0,993	0,990	0,990	0,989	0,997	0,992	0,997	0,997	0,999	0,997	0,964	0,995	0,995	0,995	0,994	0,994
14_2_2_2	0,971	0,966	0,970	0,974	0,972	0,964	0,950	0,990	0,972	0,991	0,990	0,977	0,991	0,989	0,986	0,987	0,994	0,995	0,986
15_2_2_3	0,981	0,976	0,999	0,988	0,985	0,988	0,991	0,992	0,988	0,991	0,992	1,000	0,992	0,949	0,993	0,993	0,990	0,988	0,992
17_2_3_2	0,992	0,988	0,997	0,996	0,994	0,993	0,989	0,999	0,995	0,999	0,999	0,997	0,999	0,974	0,992	0,992	0,995	0,994	0,991
18_2_3_3	0,988	0,985	0,977	0,988	0,987	0,980	0,965	0,995	0,987	0,995	0,994	0,978	0,995	0,996	0,979	0,980	0,989	0,991	0,979
20_3_1_2	0,974	0,967	0,984	0,980	0,976	0,972	0,965	0,994	0,978	0,994	0,995	0,991	0,995	0,976	0,997	0,997	1,000	1,000	0,997
22_3_2_1	0,970	0,963	0,980	0,976	0,972	0,968	0,959	0,992	0,974	0,992	0,993	0,988	0,993	0,975	0,996	0,997	0,999	1,000	0,997
23_3_2_2	0,985	0,980	0,988	0,989	0,986	0,983	0,974	0,998	0,988	0,999	0,999	0,992	0,999	0,982	0,994	0,995	0,999	0,999	0,994
24_3_2_3	0,970	0,962	0,989	0,978	0,973	0,973	0,972	0,991	0,976	0,991	0,992	0,996	0,992	0,957	0,996	0,997	0,998	0,997	1,000
26_3_3_2	0,963	0,955	0,985	0,972	0,967	0,966	0,964	0,988	0,970	0,987	0,989	0,994	0,989	0,955	1,000	1,000	0,998	0,997	1,000

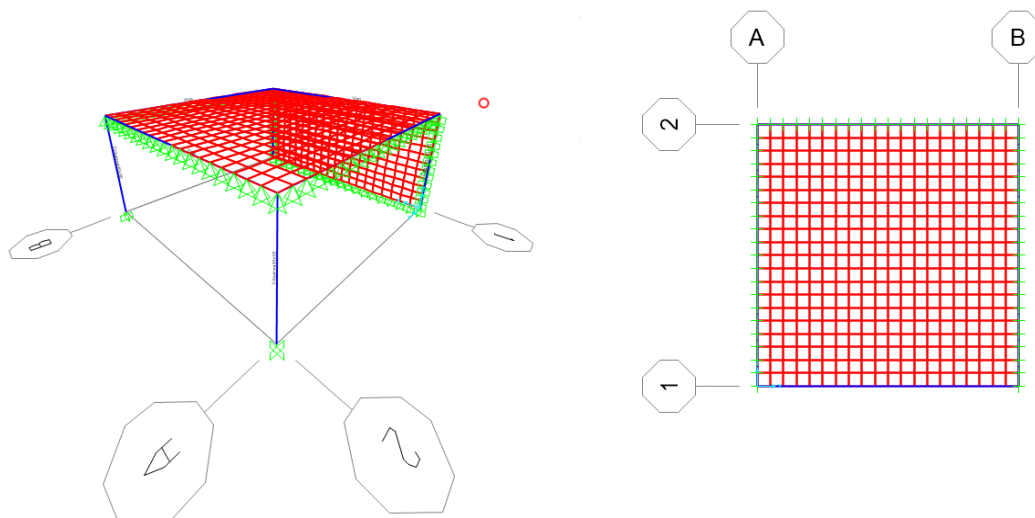
## 4. MODELO NUMÉRICO

### 4.1 Descripción del Modelo

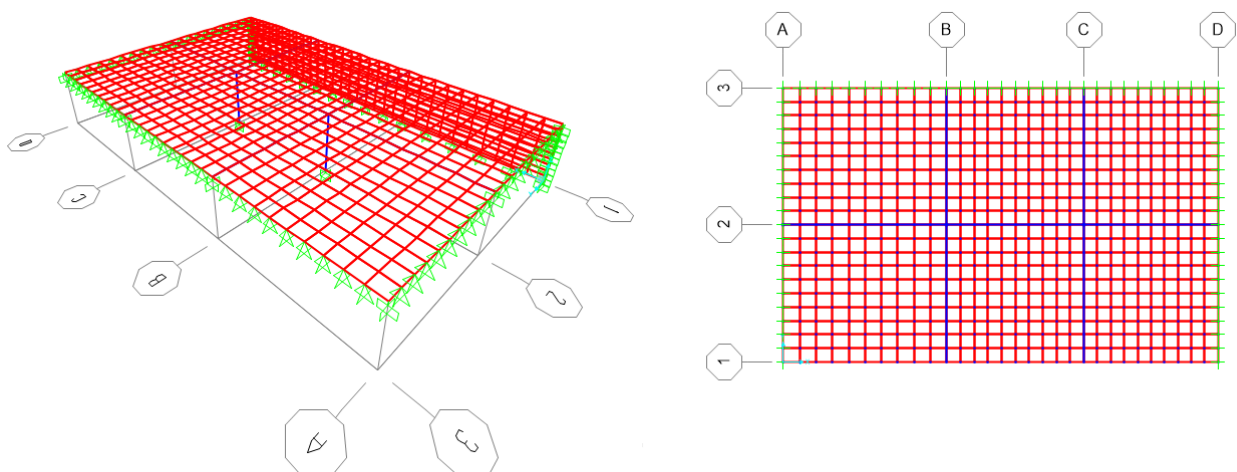
Se generó un primer modelo del elemento estructural a estudiar utilizando el software de elementos finitos SAP2000 (Figura 8). Este caracteriza solo el elemento a ensayar, el cual está apoyado sobre tres vigas, dos columnas y un muro, con las dimensiones especificadas anteriormente.

Un segundo modelo se creó para representar de mejor forma las condiciones reales de la losa ensayada, la cual se encuentra unida a un campo de losas alrededor, además de las condiciones del primer modelo (Figura 9).

El material utilizado para ambos modelos fue hormigón armado H-25 con las propiedades que se indican en Tabla 6.



**Figura 8:** Primer modelo de losa ensayada aislada mediante apoyos fijos, SAP2000.



**Figura 9:** Segundo modelo de losa ensayada unida a un campo de losas, SAP2000.

**Tabla 6:** Propiedades del material constructivo.

Hormigón	H-25
Densidad por unidad de volumen	2400 Kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Elasticidad (E)	$2,1 \cdot 10^9$ Kg/cm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,2
Resistencia específica a la compresión del concreto ( $f_c'$ )	200 Kg/cm <sup>2</sup>

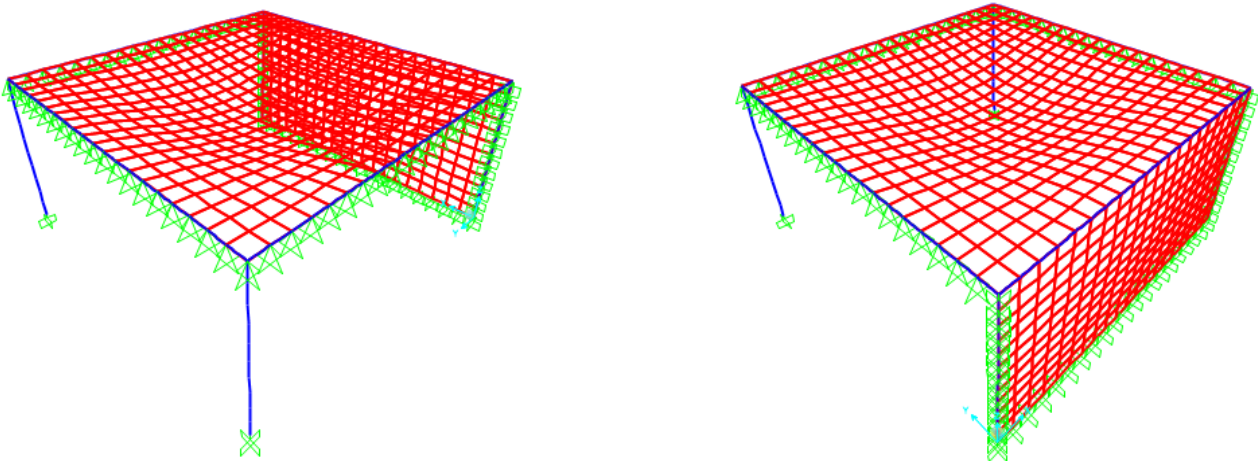
## 4.2 Resultados del Modelo.

Luego de generar los modelos numéricos de la estructura, se realizó un análisis modal de éstas, con el objetivo de identificar los parámetros modales de la estructura (Tabla 7 y 8) y compararlos con resultados experimentales mostrados anteriormente.

El primer modelo logra identificar la frecuencia de 23,7 Hz en el primer modo (Figura 9) con una participación de masa del 35% lo que representa es una buena aproximación a los resultados experimentales.

**Tabla 7:** Periodos, frecuencias modales y participación de masa modal (UZ).

Modo	Periodo (Seg)	Frecuencia (Hz)	UZ
<b>1</b>	<b>0,0421</b>	<b>23,72</b>	<b>35%</b>
2	0,0199	50,34	< 1%
3	0,0194	51,50	< 1%
4	0,0123	81,14	< 1%
<b>5</b>	<b>0,0113</b>	<b>88,68</b>	<b>4%</b>
6	0,0109	92,04	4%
7	0,0098	101,63	3%
8	0,0081	122,80	< 1%
9	0,0080	124,48	< 1%
10	0,0074	135,13	< 1%
11	0,0067	148,83	< 1%
12	0,0066	150,46	< 1%

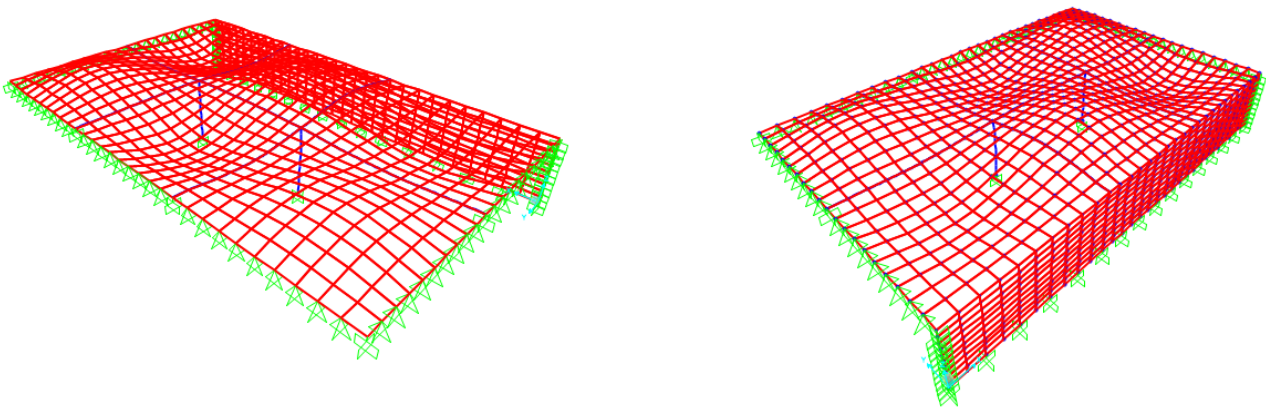


**Figura 9:** Forma modal de mayor participación de masa, primer modelo (Modo 1).

En cuanto al segundo modelo se puede observar que existe una coincidencia entre el modo identificado de manera experimental y el modo con mayor participación de masa, correspondiente al quinto modo de vibrar (Figura 9) que entrega el modelo computacional.

**Tabla 8:** Periodos, frecuencias modales y participación de masa modal (UZ), SAP2000.

Modo	Periodo (Seg)	Frecuencia (Hz)	UZ
1	0,0710	14,09	11%
2	0,0630	15,86	1%
3	0,0581	17,21	9%
4	0,0566	17,66	6%
<b>5</b>	<b>0,0487</b>	<b>20,52</b>	<b>35%</b>
6	0,0422	23,69	1%
7	0,0394	25,39	< 1%
8	0,0361	27,70	< 1%
9	0,0357	28,00	< 1%
10	0,0333	30,02	< 1%
11	0,0307	32,56	< 1%
12	0,0302	33,11	< 1%



**Figura 9:** Forma modal de mayor participación de masa, segundo modelo (Modo 5).

Los resultados teóricos de ambos modelos fueron comparadas con los resultados experimentales mediante las ecuaciones de error (Ec. 2) y error ponderado (Ec. 3), con la finalidad de obtener el modelo numérico que mejor representara el comportamiento de la losa ensayada.

$$Error_i = \frac{f_{exp.} - f_{num.}}{f_{exp.}} \quad (2)$$

$$Error\_ponderado = Error\_i * \% \text{ masa} \quad (3)$$

Dónde:

$f_{exp.}$ : Frecuencia experimental

$f_{num.}$ : Frecuencia numérica

Los resultados de ambas comparaciones se muestran en las tablas 9 y 10, los que revelan que el segundo modelo obtiene un menor error ponderado, siendo este de un 0,2%, por lo que se puede decir que este último es el que representa de mejor forma la estructura ensayada.

**Tabla 9:** Primer modelo, losa aislada

Frec. Exp.	Frec.Num.	Masa (%)	Error_i	Error_ponde.
20,4	23,727	35%	16%	5,7%

**Tabla 10:** Segundo modelo, campo de losas

Frec. Exp.	Frec.Num.	Masa (%)	Error_i	Error_ponde.
20,4	20,529	35%	1%	0,2%

## 5. Conclusiones

Se realizó un análisis modal experimental en una losa de hormigón armado de un estacionamiento. Para realizar este análisis se generaron vibraciones en la losa mediante golpes con sacos de arena de aproximadamente 35 kg en diferentes puntos de ésta. Se procesaron los datos con métodos FDD y SSI logrando obtener parámetros modales como lo es la frecuencia y modos de vibrar. Se logró identificar exitosamente un solo modo de vibrar, siendo de una frecuencia promedio de 20,4 Hz (SSI). Esta frecuencia fue encontrada por 27 de 27 ensayos en el método FDD y 26 de 27 ensayos en el método SSI. Si bien ambos métodos reconocieron más modos de vibrar, estos no obtuvieron buena similitud al aplicarles la prueba MAC, lo que obligo a descartar la información. Esto se pudo deber a que la excitación del elemento aplicada no fue lo suficiente para activar de buena manera los demás modos.

La calibración del modelo se realizó mediante dos modelos, siendo el segundo el que obtuvo mejores resultados según la comparación de frecuencias experimental y numérica, ya que además este representa de mejor forma las condiciones reales de la losa ensayada, la cual se encuentra alrededor de un campo de losas. Los resultados del segundo modelo numérico demuestran que el modo identificado exitosamente por los métodos experimentales, corresponde al 5° modo que además corresponde al modo de mayor masa traslacional, con una participación de 35%. Los resultados de ambas técnicas de identificación del sistema fueron coincidentes. Aun cuando ambas técnicas son completamente independientes y se basan en diferentes enfoques numéricos. Los resultados coincidentes confirman que los modos identificados correspondían a modos de vibración reales.

## 6. Referencias

- Vasco, P.** (2003). Guía para análisis y diseño de edificios estructurales de hormigón armado. UTA.
- R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen** "Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition", *Smart materials and structures*, 10, pp. 441-445, 2001.
- Ramos, L. F.** (2007). "Damage Identification on Masonry Structures Based on Vibration Signatures." PhD Thesis, Universidade do Minho, Portugal.
- Oyarzo, C.** (2012). Damage identification of unreinforced masonry structures based on vibration response. New Zealand.