

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA DE MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA



**CARACTERÍSTICAS DE LAS TAREAS MATEMÁTICAS QUE
SELECCIONAN PROFESORES DE ENSEÑANZA MEDIA, PARA
PROMOVER EL DESARROLLO DE LA ARGUMENTACIÓN EN EL
AULA.**

POR

Loida Noemí Díaz Nova

DIRECTOR DE TESIS:

Mg. Rodrigo Ulloa Sánchez

COMISIÓN INFORMANTE:

Mg. Andrés Ortiz Jiménez

Dr. Horacio Solar Bezmalinovic

Concepción, Noviembre 2018

A Paz Isabel

Agradecimientos

Desde el primer día de clases del programa de magister, hasta la entrega de este trabajo, estuvieron en el tiempo varias personas a quienes me gustaría mencionar y agradecer.

A Rodrigo Ulloa Sánchez por su dedicación y compromiso demostrado. Por sus comentarios, sugerencias y recomendaciones útiles y acertados siempre en todo el proceso de trabajo de esta investigación.

A los dos profesores participantes, por abrir las puertas de sus aulas y permitirme ver sus clases, su inmensa disposición y buena acogida hicieron este trabajo posible.

A mi madre, padre y hermanas por cuidar de mi pequeña en tantos momentos cuando debía ir a clases y ausentarme varias horas, por cobijarla, intentando hacer menor mi ausencia con amor y paciencia.

Finalmente me queda agradecer a mi compañero y amigo; Felipe, que en el último período de escritura te hiciste cargo de nuestra casa y familia, conteniendo a nuestra pequeña para tener momentos de silencio y concentración que me permitieron terminar esta labor.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN	3
1. FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	5
1.1 Antecedentes del problema.....	5
1.2 Principales interrogantes de la investigación.....	7
1.3 Fundamentación del problema.....	8
1.4 Propósito de la investigación	9
1.5 Objetivos de la investigación.....	9
1.5.1 Objetivo General	10
1.5.2 Objetivos Específicos	10
1.6 Supuestos de la investigación	10
1.7 Justificación de los supuestos	11
1.8 Definición conceptual de las categorías	12
1.9 Categorías de análisis de la investigación	13
2. MARCO TEÓRICO	14
2.1 Tarea matemática.....	14
2.1.1 Dimensiones de la tarea matemática	15
2.1.2 Tipos de tareas matemáticas.....	17
2.2 Argumentación	20
2.2.1 Definiciones de argumentación	20
2.2.2 Argumentar en el marco curricular nacional.....	22
2.2.3 Argumentación matemática.....	24
2.2.4 Modelos de argumentación	25
2.2.5 Estado del arte sobre el desarrollo de la argumentación	27

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	29
3.1 Tipo y diseño de la investigación	29
3.2 Población objetivo	30
3.3 Técnicas e instrumentos de recopilación de información.....	32
3.4 Plan de la investigación	36
3.5 Estrategia de análisis de datos	39
3.6 Criterios de calidad de la investigación.....	40
4. ANÁLISIS DE DATOS	41
4.1 Análisis de episodios argumentativos	43
4.2 Análisis de tareas matemáticas	60
4.3 Síntesis de resultados.....	66
4.3.1 Síntesis de episodios argumentativos.....	66
4.3.2 Síntesis de características de las TM.....	67
4.3.3 Síntesis de los elementos desencadenantes de la argumentación.....	67
5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	69
5.1 Discusión	69
5.2 Conclusiones.....	72
5.2.1 Conclusiones relacionadas al objetivo específico 1	72
5.2.2 Conclusiones relacionadas al objetivo específico 2	74
5.2.3 Conclusiones relacionadas al objetivo específico 3	77
5.2.4 Respondiendo a la pregunta de investigación	78
5.3 Limitaciones	79
5.4 Proyecciones	80
6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	81
7. ANEXOS	87
7.1 Consentimientos	87
7.2 Transcripciones de clases	90

7.2.1	Transcripción clase 1 (AV)	90
7.2.2	Transcripción clase 1 (CM).....	95
7.2.3	Transcripción clase 2 (AV)	102
7.2.4	Transcripción clase 2 (CM).....	109
7.3	Transcripciones de entrevistas.....	115
7.3.1	Transcripción de entrevista (CM)	115
7.3.2	Transcripción de entrevista (AV)	119
7.4	Pauta de observación	121

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Equivalencia conceptual para el contexto de una TM	17
Figura 2. Cuadrantes de clasificación de tareas	18
Figura 3. Cuadro comparativo para distintos tipos de tarea	19
Figura 4. Estructura mínima argumentativa, según Plantin (1998)	25
Figura 5. Estructura de una interacción argumentativa, según Toulmin (1958)	26
Figura 6. Condiciones para el desarrollo de la argumentación	28
Figura 7. Análisis estructural episodio 1	45
Figura 8. Análisis estructura episodio 2	49
Figura 9. Diagrama de árbol para el lanzamiento de dos monedas clase 2 AV	51
Figura 10. Opciones de lanzar dos monedas clase 2 AV.....	52
Figura 11. Análisis estructural episodio 3	54
Figura 12. Análisis estructural episodio 4	58
Figura 13. Aproximación de Antártica clase 2 CM.....	60

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.9: Resumen de categorías de investigación	13
Tabla 3.2: Resumen de características participantes	32
Tabla 3.4: Plan de trabajo	38
Tabla 4: Resumen relación episodio y TM.....	43
Tabla 4.1.1: Resumen episodio 1	44
Tabla 4.1.2: Resumen episodio 2	48
Tabla 4.1.3: Resumen episodio 3	52
Tabla 4.1.4: Resumen episodio 4	56
Tabla 4.2.1: Contexto general de TM1.....	64
Tabla 4.2.2: Contexto general de TM2.....	65
Tabla 4.2.3: Contexto general de TM3.....	65
Tabla 4.2.4: Contexto general de TM4.....	66
Tabla 4.3.1.1: Síntesis de episodios argumentativos clase 1	66
Tabla 4.3.1.2: Síntesis de episodios argumentativos clase 2.....	67
Tabla 4.3.2: Síntesis de características de las TM.....	67
Tabla 5.2.4: Caracterización de las TM por profesor	78

RESUMEN

Esta investigación busca develar el rol que cumple la Tarea Matemática (en adelante, TM) en el desarrollo de la argumentación en el aula, por lo que fue necesario analizar características de estas tareas que nos proporcionaran información respecto de promover episodios argumentativos en el aula.

Este trabajo se enmarca en un enfoque cualitativo y se utilizó un diseño de estudio de caso de tipo exploratorio, debido a la poca información que nos proporciona la literatura con respecto al tema en enseñanza media.

Se observaron y filmaron cuatro clases, dos de cada profesor participante y en ellas se analizaron las TM que se efectuaron en cada clase y que llevaron a desarrollar ciertos episodios argumentativos que fueron de interés y por tanto analizados en tres aspectos: estructural, epistémico y epistemológico.

Finalmente se concluye que una TM que sea accesible pero desafiante favorecerá el desarrollo de interacciones argumentativas en el aula, puesto que promoverá un cuestionamiento de su conocimiento de manera accesible, permitiendo que esté dentro del alcance de sus recursos, evitando así que pierda el interés por no tener el conocimiento suficiente y necesario para resolverla, esto nos lleva creer que la TM en ocasiones podría ser independiente de la gestión del docente, pues en esta investigación los docentes participantes tenían una gestión de aula muy distinta entre sí, uno con una gestión que promovía argumentación mientras que el otro participante realizó una gestión más tradicional, sin embargo, de igual modo se generaron episodio argumentativos en su clase gracias a las TM generadas.

ABSTRACT

The purpose of this research is to reveal the role of the Mathematical Tasks (MT) in the development of argumentation in the classroom, so it was necessary to analyze characteristics of these tasks that provide us with information about promoting argumentative episodes in the classroom.

This work is framed in a qualitative approach and a case research study design was used due to the little information that the literature provides regarding the subject in secondary education.

Four classes were observed and recorded, two for each participating teacher and the MTs selected for the lessons were analyzed, so it led to the development of certain argumentative episodes that were of interest. Hence, they were analyzed in three aspects: structural, epistemological and epistemological.

Finally, it is concluded that an understandable but challenging MTs will favor the development of argumentative interactions inside the classroom, due to the fact it promotes questionings of the knowledge in a way that they are within the scope of their resources, thus avoiding losing interest because they do not have sufficient and necessary information to solve it. Therefore, this leads us to believe that the MT sometimes seems that could be independent of the teacher's management, since in this research the participating teachers had a very different classroom management, one of them promoted argumentation while the other participant carried out a more traditional class. However, both teachers also generated argumentative chapters in their classes thanks to the MT.

INTRODUCCIÓN

A partir del año 2012, el currículum nacional incorporó en forma explícita cuatro habilidades matemáticas, a fin de promover en las y los estudiantes de nuestro país una comprensión de la matemática de forma más cotidiana, de modo de reconocer la relación entre esta disciplina y el mundo real por medio de la resolución, interpretación y análisis de situaciones de la vida diaria del futuro ciudadano. Una de las habilidades incluidas es la denominada *Argumentación y Comunicación*. Tal como se presentará, la argumentación descrita en el currículum busca que los estudiantes desarrollen un pensamiento crítico y reflexivo, abierto al debate. Sin embargo, esta habilidad, al igual que las demás, no se desarrolla por sí sola, requiere que los estudiantes participen en discusiones matemáticas mediadas por un profesor. Como se verá, la literatura científica ha identificado ciertas condiciones que promueven el desarrollo de la argumentación, pero las características de aquellas actividades escolares que producen mayor impacto en el desarrollo de la habilidad no han sido estudiadas. Aquí la importancia de esta investigación, al analizar las características de las tareas matemáticas que desarrollan la argumentación en el aula. En consecuencia, la problemática de este trabajo se enmarca en una faceta de la enseñanza de la matemática y tiene relación con el estudio de las características de las tareas matemáticas que selecciona el docente para promover el desarrollo de la argumentación en el aula.

De este modo, la presente investigación aborda dos dimensiones. Por un lado, está el estudio de la argumentación matemática, sus manifestaciones, y la calidad de estas. Diversas investigaciones proporcionan información sobre esta habilidad, sobre cómo desarrollarla, y la importancia que tiene en la formación de estudiantes reflexivos y críticos. Sin embargo, estos estudios han puesto el foco en la educación básica, por lo que reviste interés observar lo que ocurre en la educación media, especialmente para vincular estos resultados con la segunda dimensión del estudio: el rol de las características de la tarea matemática.

La investigación muestra que la tarea matemática es una de las condiciones para promover la argumentación, pero no se ha descrito el rol que ésta juega en relación a la argumentación, o qué tan dependiente es de la gestión del profesor. En esta investigación se analizan las tareas matemáticas diseñadas o seleccionadas por profesores de matemática para promover el desarrollo de la argumentación en el aula, entendiendo que los profesores actualmente en ejercicio no han sido formados para desarrollar este tipo de habilidades,

dada su relativamente nueva incorporación en el currículo nacional. Además, se estudian los efectos y consecuencias que la elección de dichas tareas tiene en la manifestación de interacciones argumentativas de sus estudiantes.

El marco metodológico de esta investigación lo sitúa en un diseño de estudio de casos. Debido a la naturaleza exploratoria del estudio, se estudiaron dos casos, correspondientes a profesores de matemáticas de enseñanza media de la región del Biobío.

Para poder contextualizar, describir y discutir los resultados de este estudio de casos, el documento inicia con una presentación de la problemática, en la que se argumentará la importancia de la investigación. Posteriormente, se presentarán los antecedentes teóricos que brindan sustento al trabajo investigativo. Continuando con los elementos metodológicos utilizados en este trabajo, donde cabe anticipar; la observación de clases, las que fueron filmadas para su posterior análisis y que fueron complementadas con entrevistas personales a los docentes participantes. Finalmente el análisis de los datos recolectados nos permite poder dilucidar la pregunta que guía esta investigación, lo que se discutirá en profundidad en el capítulo de conclusiones.

1. FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Antecedentes del problema

Es de conocimiento público que nuestro país participa en un conjunto de evaluaciones internacionales¹. También lo es que los resultados no han sido favorables. Los últimos resultados de la prueba TIMSS indican que el 37% de los estudiantes en Chile no alcanza el umbral mínimo asociado al nivel de desempeño *Bajo*, y en promedio el 1% de los estudiantes del país alcanza el nivel *Avanzado* (Agencia de calidad de la educación, 2015). Mientras, en la Prueba PISA 2015, Chile obtuvo una media de 490 puntos, estando 67 puntos bajo la media (Gurría, 2015). Estos resultados nos permiten concluir que los estudiantes de nuestro país no se desempeñan de forma eficiente en estas pruebas internacionales, en donde es importante destacar, que estas mediciones no tienen un foco en los contenidos, sino en las habilidades.

La literatura ha reportado que el conocimiento del profesor es central para obtener buenos resultados (Baumert et al., 2010; Krauss, Neubrand, Blum y Baumert, 2008; Krauss, Baumert y Blum, 2008; Charalambous, 2010; Escudero y Sánchez, 2007; Hill y Ball, 2005; Copur-Gencturk, 2012), pues incrementa los desempeños tanto de sus estudiantes así como mejoran ciertas prácticas de enseñanza. Una de estas prácticas es la selección de las tareas matemáticas (en adelante, TM), cuya relevancia es reconocida por la comunidad científica (Watson y Mason, 2007; Ponte, 2012).

Charalambous (2008, 2010) y Garrison (2013) determinaron independientemente relaciones explícitas entre el conocimiento del profesor y la carga cognitiva de una TM, reconociendo que aquellas tareas de carga cognitiva demandante son las de mayor provecho para los profesores, identificaron que aquellos profesores con un conocimiento relativamente desarrollado son aquellos que son capaces de fijar y sostener la carga cognitiva de la tarea. Por su parte, Copur-Gencturk (2013) ha obtenido resultados que indican que el conocimiento de un profesor correlaciona con procesos de selección de TM. Continuando con esta idea, las tareas dentro del aula son un elemento fundamental de la clase de matemática, pues es subyacente a toda actividad asociada a ella. El crear o seleccionar una tarea para la clase es un elemento importante de la labor del profesor. Según Ponte (2004, p. 12)

¹ <http://www.agenciaeducacion.cl/estudios/estudios-internacionales/timss/>

Son un elemento fundamental en la caracterización de cualquier currículo, puesto que determinan en gran medida las oportunidades de aprendizaje ofrecidas a los alumnos. Una vez propuesta, una tarea puede originar actividades muy diversas, dependiendo de la capacidad y la actitud de los alumnos y el modo de actuación del profesor.

En este sentido, Ponte extiende el alcance de la TM no solo a la gestión del profesor, sino también a lo que los alumnos hacen con ella, incluso en forma contingente o no planificada (desde la perspectiva del profesor). La forma de trabajar en el aula, la forma de negociar con los alumnos la resolución de las tareas, los papeles asumidos por el profesor y por los alumnos, todo ello ejerce una gran influencia en los aprendizajes que estos obtendrán.

Por su parte, Chapman (2013) reconoce la existencia de un *conocimiento sobre las TM*, que incluye la comprensión de la naturaleza, utilidad e intención de una tarea, la habilidad de identificar, seleccionar y crear tareas ricas en potencial, conocimiento sobre la demanda cognitiva de las tareas. Esta autora señala además que las TM no tienen vida propia, sino que son los profesores y sus estudiantes quienes les dan vida a tales tareas, siempre y cuando sean interpretadas y vivenciadas en clases. Por tanto, en ausencia de actores que experimenten tal interpretación, los resultados de la puesta en escena de una actividad pueden volverse imprevisibles.

Solar y Deulofeu (2016) describieron características para aquellas *Tareas Matemáticas* (TM) que promueven argumentación, señalando que una condición para promoverla:

Tiene relación con las características de las tareas matemáticas (...). No solo basta con una tarea matemática abierta, sino que es necesario una gestión del docente que conduzca hacia el conflicto” (p. 1108).

Goizueta y Planas (2013) reconocen que la habilidad de argumentación en la sala de clases de matemática requiere de una gestión de la práctica argumentativa del aula. Por su parte, Boero, Douek y Ferrari (2008) mencionan tres actuaciones discursivas principales del profesor de matemáticas en la gestión de la práctica argumentativa del aula, estableciendo que se puede considerar el papel del profesor: como un mediador indirecto, toda vez que selecciona y usa las producciones lingüísticas de los estudiantes, como un mediador semiótico directo, cuando proporciona a los estudiantes las expresiones lingüísticas apropiadas para adaptarse a sus procesos de pensamiento y como mediador cultural, cuando proporciona a los estudiantes modelos lingüísticos de conductas teóricas en matemáticas.

Como hemos visto, Solar y Deulofeu destacan a la TM como un elemento central de la clase que promueve argumentación, en la misma línea de lo propuesto por Chapman, pero

no señalan qué tan dependiente es el efecto de estas características de la TM, respecto de las prácticas de enseñanza del profesor, lo que ofrece una oportunidad para profundizar en estos hallazgos. En la investigación de Solar y Deulofeu, se observa que los casos presentados revisten distintos niveles de complejidad matemática. En uno de ellos, se presenta una TM inicialmente no abierta ya que no fue diseñada en particular para promover argumentación (Solar y Deulofeu, 2016; Solar, 2018), la que consistía en determinar la distancia entre dos puntos de la recta de números enteros. Frente a un error de los estudiantes, provocado por la dificultad asociada a los conceptos de inverso aditivo y de valor absoluto, la profesora gestiona el evento contingente, generando así la argumentación. Creemos que este evento muestra que la matemática escolar de cursos superiores merece una mirada bajo el enfoque de los procesos argumentativos subyacentes, más aun considerando que la investigación sobre esta habilidad en el ciclo de 7mo básico a 4to medio es escasa. Esta mayor complejidad ofrecerá la oportunidad de explorar distintas dimensiones, tanto de la tarea matemática, como de las interacciones argumentativas, considerando que el currículum de educación media busca desarrollar la habilidad en un sentido más completo que en educación básica.

1.2 Principales interrogantes de la investigación

En la presente investigación se busca indagar cómo a partir de una tarea matemática generada o seleccionada por el docente, se promueven interacciones argumentativas en el aula entre estudiantes o profesor-estudiante, es por esto que se ha propuesto como objetivo del estudio, develar el rol que tienen ciertas características de la TM que promueven el desarrollo de la argumentación en estudiantes de enseñanza media.

Para lograr el objetivo general de la investigación se debe dar respuesta a las preguntas que guían este trabajo: ¿Cuáles son las características de las tareas matemáticas que promueven el desarrollo de la argumentación en estudiantes de enseñanza media? ¿Qué rol juegan en la manifestación de episodios argumentativos? De este modo podremos indagar en profundidad cuáles son las características que debe cumplir una tarea matemática para que se desarrollen episodios argumentativos en clase y que tan independiente es esta tarea matemática de la gestión del profesor.

1.3 Fundamentación del problema

Las preguntas planteadas son de relevancia para el profesorado, por cuanto el currículum nacional vigente declara la importancia del desarrollo de ciertas habilidades matemáticas para la adquisición de nuevas destrezas incorporando desde el año 2012 la habilidad llamada “Argumentar y comunicar”, transversal a los ejes temáticos de contenido matemático, y que juega un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimiento en contextos diversos, permitiendo a las y los estudiantes desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos (MINEDUC, 2015). La argumentación y la discusión colectiva serán medios para la solución de problemas, permitiendo el escuchar y corregirse mutuamente, la estimulación a utilizar un amplio abanico de formas de comunicación de ideas, metáforas y representaciones favorece el aprendizaje matemático.

El problema también tiene importancia teórica. El desarrollo de la argumentación ha sido estudiado por varios investigadores, y en los últimos años se ha observado un creciente uso del modelo de Toulmin (1958) para tratar el tema. Gran parte de las investigaciones han abordado el desarrollo de la argumentación en el aula, pero pocos son los estudios que entreguen información respecto de los elementos que promueven o desarrollan la argumentación en el aula, entre ellos unos ya mencionado (Solar y Deulofeu, 2016). Conner, Singletary, Smith, Wagner y Francisco (2014) señalan que el profesor debe tener un cierto comportamiento para promover las discusiones en sus estudiantes; es decir, el profesor es también un agente desencadenante de la argumentación. Es así como se puede establecer que para facilitar discusiones productivas, los profesores deben tener un comportamiento que ayuda a los estudiantes a construir a partir de su propio entendimiento hacia la comprensión adecuada a las ideas matemáticas. Este proceso se inicia con la elección de tareas adecuadas, que tienen alta demanda cognitiva (Conner et al, 2014). A esto se agrega que el profesor no dispone de medios para intervenir directamente en la actividad del alumno pero puede y debe preocuparse de la formulación de las tareas, del modo de proponerlas y de dirigir su realización en el aula (Ponte, 2004).

En la literatura, son pocos los estudios que mencionen condiciones para promover la argumentación en el aula y que mencionen a la tarea matemática como una de ellas, en este campo encontramos a Solar y Deulofeu (2016), sin embargo, estos autores no independizan las características de una tarea matemática de la gestión del docente.

De acuerdo a los antecedentes anteriores surge la importancia de contar con información que permita establecer cuál es el rol de la tarea matemática en el desarrollo de la argumentación.

En el contexto anterior, los resultados de esta investigación, centrado en describir la relación entre la tarea matemática y la argumentación en el aula, constituye un aporte ya que, contextualizado en la enseñanza media, es un tema inexplorado en nuestro país.

Finalmente, este proyecto es relevante, dado que sus resultados pueden servir a los propios profesores quienes tendrán información respecto de qué manera una tarea matemática promueve el desarrollo de la argumentación en los estudiantes y qué características de ella pueden favorecer el desarrollo de episodios argumentativos y posiblemente a establecer lineamientos para la generación de tareas que apunten a abordar argumentación en el aula.

1.4 Propósito de la investigación

El propósito de la investigación es develar si hay ciertas características de tareas matemáticas que promuevan o desarrollen las interacciones argumentativas en el aula, como por ejemplo, su demanda cognitiva. En esta investigación es necesario centrarnos en tres dimensiones; la argumentación en el aula, las tareas matemáticas, y la relación entre ellas. Para la primera de estas dimensiones se pueden identificar una serie de elementos que permiten analizarla: naturaleza de la interacción comunicativa, calidad de la argumentación, entre otras, las que serán analizadas desde múltiples dimensiones. Para la dimensión de tareas matemáticas, se pueden identificar tareas que promueven discusiones sobre procedimientos, y tareas que promueven discusiones sobre ideas matemáticas, que generen un conflicto del conocimiento o no, entre otras. Con estos elementos se podrá posteriormente explorar en la relación entre argumentación en el aula y tarea matemática.

1.5 Objetivos de la investigación

A continuación se presentan los objetivos de esta investigación. En primer lugar, el objetivo general permitirá responder a las preguntas planteadas en este trabajo de investigación. Como hemos visto, las dos dimensiones del estudio se corresponden con la argumentación y las características de la tarea matemática. Respecto de la argumentación, buscamos reconocer aquellas interacciones argumentativas y distinguirlas de las no

argumentativas, a fin de poder observar el rol que la TM tiene en cada caso. Por tanto, se propondrá un primer objetivo específico que aborda como categoría de análisis a las interacciones argumentativas, ya sean de carácter intuitivo o matemático. Respecto de la TM, la identificación de sus características permitirá identificar cuál de ellas está teniendo un rol preponderante en el desencadenamiento de episodios argumentativos. En consecuencia, un segundo objetivo específico tendrá relación con el estudio de la tarea matemática, considerando como categorías distintas facetas tales como la extensión o contexto de una TM, entre otras. Finalmente, se propondrá un objetivo específico que permita configurar el escenario para responder a las preguntas de investigación, en el cual el análisis permitirá relacionar la información previa, haciendo una conexión que nos permita establecer el rol de la TM en el desarrollo de la argumentación. A continuación, se indica el objetivo general de esta investigación, y sus consecuentes objetivos específicos, de acuerdo a la estrategia recién descrita.

1.5.1 Objetivo General:

Develar el rol que tienen ciertas características de una tarea matemática que favorecen la manifestación y desarrollo de interacciones argumentativas en el aula matemática.

1.5.2 Objetivos Específicos:

1. Identificar y caracterizar episodios argumentativos en clases de matemática.
2. Analizar las características de la(s) TM asociada a estos episodios.
3. Describir el rol de las características de la TM en el aula para promover la argumentación en el aula.

1.6 Supuestos de investigación

Dada la naturaleza exploratoria de esta investigación, es que no se proponen hipótesis a ser verificadas. Sin embargo, detrás de las decisiones están presentes ciertos supuestos que serán orientadores del diseño del estudio. A continuación, se describirán algunos antecedentes y premisas consideradas para este trabajo de investigación.

Las habilidades transversales dispuestas en nuestro currículum nacional de matemática deberían estar contempladas desde la planificación de las clases de un docente para

promoverlas en el aula. Es de ese antecedente que generamos nuestro supuesto, que un profesor de enseñanza media que genere o seleccione tareas matemáticas con alta demanda cognitiva permitirá que los estudiantes desarrollen la argumentación en el aula.

Además, las condiciones que proponen Solar y Deulofeu (2016) para el desarrollo de la argumentación son basadas en enseñanza básica y por tanto otro supuesto de esta investigación es que estas condiciones son válidas también para enseñanza media.

En particular, nos interesa indagar en los elementos y características de una TM que desencadenan la argumentación en el aula, y establecer relaciones entre dichos desencadenantes con el desarrollo de esta habilidad.

1.7 Justificación de los supuestos

En la literatura podemos encontrar algunos autores que nos proporcionan información sobre cómo desarrollar la argumentación. Uno de ellos es Ponte (2004), quien establece que un profesor que genere o seleccione tareas matemáticas con alta demanda cognitiva permitirá que los estudiantes desarrollen la argumentación en el aula. Al respecto, Benedicto y Gutiérrez (2015) enfatizan la importancia de plantear actividades que requieran razonamiento avanzado, pues establecen que resolviendo este tipo de actividades los estudiantes pueden desarrollar mejor sus capacidades, lo que fundamenta nuestro primer supuesto anteriormente expuesto.

El desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior como la argumentación, que les permitan a los estudiantes potenciar un pensamiento crítico, se posibilitan según Tamayo (2012) a través del planteamiento de diferentes tipos de preguntas en el aula, tales como aquellas destinadas a: recordar, interpretar, aplicar, analizar, sintetizar y evaluar; las que deben ser generadas por los docentes. En este sentido, Solar y Deulofeu (2016) establecen dentro de las condiciones mencionadas en su investigación que promueven el desarrollo de la argumentación, la gestión del docente entre otras dos, sin embargo, dichas condiciones son basadas en enseñanza básica y por tanto es factible creer que son válidas también para enseñanza media, puesto que las tareas se pueden modificar dependiendo del nivel académico que se encuentren los estudiantes.

1.8 Definición conceptual de las categorías

En esta investigación no se establece una categoría de análisis para los tipos de interacción, sin embargo, se realizó un análisis a profundidad de los episodios argumentativos pues dentro de los objetivos específicos se establece el identificar y caracterizar estos episodios surgidos a partir de una determinada TM.

1.8.1 Naturaleza de las interacciones argumentativas: Curricularmente y en la práctica existen distintas acepciones operando en el aula matemática acerca del término argumentación, en este sentido, la naturaleza de las interacciones argumentativas hace referencia al tipo de interacciones surgidas entre hablantes que intentan convencer a otros. Krummheuer (1995) caracteriza la argumentación como un proceso principalmente social en el que los individuos que cooperan intentan ajustar sus intenciones e interpretaciones presentando verbalmente los fundamentos de sus acciones. Krummheuer señala que la participación en este aspecto negociador de la argumentación frecuentemente se considera que tiene una fuerte influencia positiva en el desarrollo conceptual de los estudiantes en matemáticas.

- Argumentación matemática: aquella donde los estudiantes puedan realizar demostraciones matemáticas de proposiciones, apoyadas de diferentes representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje natural, para llegar finalmente a un lenguaje matemático. (p. 98)
- Argumentación intuitiva: es una argumentación que se apoya en el lenguaje natural, es muy dependiente del contexto concreto en que esté situado el individuo que desarrolla la argumentación, e incluso de sus estados de ánimos. (Moreno, 2009)

1.8.2 Duración de la tarea: a partir de la clasificación que establece Ponte (2004) se han seleccionado las siguientes subcategorías:

- Corta: ejercicios de aplicación, problemas convencionales.
- Mediana: problemas no convencionales, las tareas de exploración e investigación.

1.8.3 Contexto de la tarea: a partir de la clasificación propuesta por Ponte (2004) se utilizarán las siguientes subcategorías:

- Contexto real: aquellas tareas matemáticas de enunciado verbal, que son contextualizadas en elementos propios o cercanos de la vida cotidiana del estudiante, los que juegan un rol primario en la resolución de la TM.
- Contexto equilibrado: aquellas TM de contexto real cuyos datos se presentan matematizados, de modo que ambos elementos son centrales para el desarrollo de la TM.
- Contexto matemático: aquellas tareas que sólo contienen elementos matemáticos puros, o bien, en donde el contexto no juega ningún rol para la TM.

1.8.4 Tipo de tarea: a partir de la calificación propuesta por Ponte (2004), según su estructura:

- Abierta: es la que se comporta un grado de indeterminación significativo en lo que se da, lo que se pide, o en ambas cosas.
- Cerrada: aquella en la que se expresa con claridad lo que se dé y lo que se pida.

1.8.5 Grado de dificultad: considerando lo propuesto por Ponte (2004) para graduar cuestiones que se proponen a los alumnos:

- Accesible: aquellas que se pueden resolver fácilmente.
- Difícil: aquellas tareas que involucran una resolución compleja.

1.9 Categorías de análisis de la investigación

Para dar respuesta a la pregunta de investigación se han establecido ciertas categorías que derivan de las dimensiones de los objetivos específicos, que nos lleven a cumplir el objetivo general de la presente investigación.

Tabla 1.9

Resumen de categorías de investigación.

Dimensión	Categoría
Argumentación en el aula	<ul style="list-style-type: none"> • Naturaleza de las interacciones argumentativas
Tarea Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Duración • Contexto • Estructura • Grado de dificultad

2. MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se describirán los elementos teóricos que dan sustento a la investigación. El primer elemento que se definirá es tareas matemáticas, se definirá formalmente el concepto, tomando algunos autores de interés, para continuar con la definición de ciertos tipos de tareas más específicos y sus características que nos proporcionaran los fundamentos necesarios para el análisis de las tareas matemáticas mencionadas en esta investigación, para continuar con la definición formal de argumentación propuesta por algunos autores y continuar con la definición más específica de ciertos tipos de argumentación, como intuitiva, matemática y lo que expone el ministerio de educación acerca de argumentación para dar paso a la estructura de la argumentación, que utilizaremos posteriormente en el análisis de ciertos episodios además de proporcionar información respecto de lo que establece la literatura sobre el desarrollo de la argumentación en el aula.

2.1 Tarea matemática

En los últimos años ha habido un interés por estudiar de qué manera las tareas dan lugar a ciertos comportamientos dentro del aula y aprendizajes por parte de los estudiantes (Smith & Stein, 1998; Stein, Grover, & Henningsen, 1996; Tzur, Zaslavsky, & Sullivan, 2008). Es así como se ha llegado a establecer que los docentes modifican las tareas matemáticas, algunas veces reduciendo la demanda cognitiva de las mismas.

En palabras de Llinares (2000) “el aula es como una microcultura en la que los significados se generan a través de las actividades compartidas entre el profesor y los estudiantes en interacción ante una tarea matemática”. (p. 113). De este modo, una TM puede generar distintos tipos de interacciones. En particular para esta investigación, se centró en aquellas tareas que generen interacciones del tipo argumentativas.

Es posible encontrar diversas definiciones conceptuales para la tarea matemática, desde las que la consideran una actividad dentro del aula hasta definiciones bastantes más amplias, que incluso consideran el contexto del aula. Por ejemplo, según Herbst (2012), “una tarea matemática puede representar el quehacer matemático, además de hacer uso de objetos y procedimientos matemáticos. En ese sentido, una tarea es una representación de la actividad matemática, encarnada en las interacciones entre personas e instrumentos culturales”. (p. 7)

Por otro lado, Watson y Mason (2007) consideran que una tarea tiene un sentido completo, incluye la actividad que resulta de los estudiantes que se embarcan en una tarea, incluyendo cómo modifican la tarea para darle sentido, las formas en que el profesor dirige y redirige la atención del estudiante a los aspectos que surgen, y cómo se anima a los estudiantes a reflejar o de otra manera aprender de la experiencia de participar en la actividad iniciada por la tarea. En este sentido, esta definición es más abierta que la propuesta por Herbst (2012), pues incluye la actividad y lo que ocurre en el aula, se considera la situación y su implementación. Por razones de precisión y delimitación del objeto del estudio, en esta investigación se empleará la definición de Herbst (2012), la que se complementará con ciertas características que son mencionadas por Solar et al (2011. p. 14)

- las tareas tienen tanto un carácter específico relativo a un contenido como unas actuaciones del estudiante sobre un contenido matemático concreto.
- las tareas matemáticas tienen un ámbito de verificación a corto plazo.

Una tarea se considera tarea matemática entonces cuando se relaciona con algún contenido matemático del que el estudiante se sustenta para dar respuesta o resolución a esta, pero también tiene relación con lo que ocurre dentro del aula y su implementación.

2.1.1 Dimensiones de la tarea matemática.

Una tarea matemática puede ser muy diversa dependiendo de lo que se pretenda lograr, de los estudiantes, del docente, etc., al estudiarla detenidamente pueden encontrarse ciertas características como se mencionó anteriormente. Ponte (2004) propone dos dimensiones de una tarea que son necesarias mencionar: la **duración y el contexto**. Para la duración, este autor diferencia los siguientes tipos de tareas (p. 10):

- Cortas: Las tareas de corta duración tratan de una cuestión que el estudiante puede resolver fácilmente. Un ejemplo de tarea de corta duración es un ejercicio, estos sirven para que el alumno ponga en práctica los conocimientos ya adquiridos con anterioridad y le ayudan a consolidar estos conocimientos.
- Medias: Las tareas de mediana duración comportan un grado de dificultad apreciable para el estudiante. Un ejemplo de tarea de mediana duración es un problema.

- **Largas:** Las tareas de larga duración pueden ser muy ricas y permitir aprendizajes profundos e interesantes, pero comportan un elevado riesgo de que los alumnos se dispersen por el camino, se bloqueen, pierdan el tiempo con cosas irrelevantes o la abandonen a medias. Un ejemplo de una tarea de larga duración es un proyecto.

Adicionalmente, Burkhardt y Swan (2013) establece que la duración de una TM tiene relación con el tiempo de razonamiento esperado para la resolución de la TM.

Contexto: según Ponte (2004), las tareas se pueden encuadrar en dos contextos:

- en un contexto de la realidad: Situadas en la cotidianidad, o cercanas a la realidad del estudiante, son importantes para que el alumno se dé cuenta del modo como se utilizan las matemáticas en muchos contextos y para aprovechar su conocimiento de estos contextos.
- términos puramente matemáticos: Situadas en la matemática pura, sus elementos pertenecen al mundo matemático y permiten que el alumno se dé cuenta de cómo se desarrolla la actividad matemática de los matemáticos profesionales.

Algo similar aportan Garrido y Leyva (2006) en su trabajo sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas, donde mencionan que el contexto de una tarea puede considerarse en torno a la distancia entre la situación problema y el contenido matemático involucrado en ella, en este sentido los autores antes mencionados consideran dos contextos (p. 12):

- **Intra-matemático:** Si la tarea se refiere sólo a objetos matemáticos, estructuras o símbolos y se podrá aceptar como una situación de tipo científico.
- **Extra-matemático:** Influyen en la solución y en su interpretación, son preferibles como instrumentos para evaluar la competencia matemática ya que es más probable encontrar problemas de este tipo en la vida cotidiana.

Ambas clasificaciones propuestas para el contexto de una tarea matemática (realidad/puramente matemático versus intra-matemático/extra-matemático) hacen referencia a lo mismo, en ambos estudios se consideraron dos tipos de contexto para los que asignaron nombres distintos pero que en resumen se puede establecer una equivalencia conceptual:

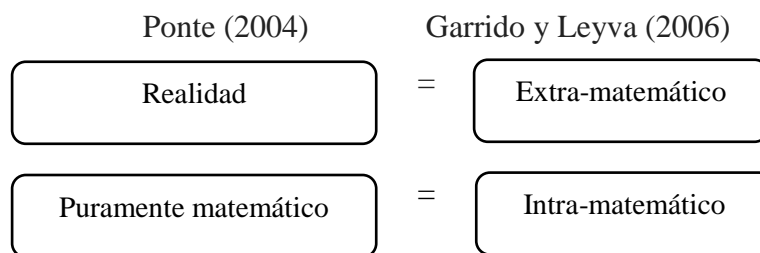


Figura 1. Equivalencia conceptual para el contexto de una TM.

Fuente: Elaboración propia.

Se identifica que en esta clasificación pueden existir problemas que no clasifiquen puramente en una categoría, si no a más de una, producto de las limitaciones de esta categorización, por lo que según los elementos del problema se clasificará en aquella categoría que tenga mayor predominancia.

2.1.2 Tipos de tareas matemáticas

Si consideramos que una tarea matemática involucra a la actividad y lo que ocurre en el aula, estaremos de acuerdo en que pueden existir variados tipos de tareas, en este sentido una tarea matemática puede tener distintos grados de dificultad, permitiendo graduar lo que se propone al estudiante, en este sentido para Burkhardt y Swan (2013) los aspectos que afectan la dificultad de una tarea está dada por varios factores, estos son: el número de variables, la variedad, la cantidad de datos y la de formas en que se representa la información. En este sentido, Ponte (2004) nos lleva a variar entre los polos “accesible” y “difícil”, siendo accesibles aquellas tareas que no provocan un conflicto del conocimiento del estudiante pues están a su alcance ya que son posibles de resolver o efectuar con el conocimiento que este tenga, mientras que las difíciles, si pone en jaque el conocimiento del estudiante, provocándole un conflicto con su conocimiento. En la misma línea, Rico (1995) plantea algo similar en relación con la dificultad de la TM que establece Ponte, y que se resume en el siguiente párrafo:

El primer lugar, la enseñanza se basa en tareas críticas que exponen las ideas, correctas y equivocadas de los alumnos. Proporcionan material para lecciones basadas en el conflicto cognitivo y la discusión. En segundo lugar, se esfuerza en basar la enseñanza directamente en tareas lo más cercanas posibles a aquellas en las que se espera que los alumnos apliquen los principios que aprenden. (p. 16).

Por otro lado, Ponte, también establece otra clasificación la que denomina grado de estructura en la que se varía en los polos “abierto” y “cerrado” las que especifica de la siguiente manera (p. 8):

Una tarea cerrada es aquella en la que se expresa con claridad lo que se da y lo que se pide y una tarea abierta es la que comporta un grado de indeterminación significativo en lo que se da, lo que se pide, o en ambas cosas.

De este modo, Ponte (2004, p. 8) reconoce tres tipos de tareas:

- Un *ejercicio* es una tarea cerrada y accesible.
- Un *problema* es una también cerrada, pero que entraña una dificultad elevada.
- Una *investigación* entraña un grado de dificultad elevado, pero es una tarea abierta

Al cruzar las dos dimensiones mencionadas por este autor (grado de dificultad y grado de estructura) es posible obtener cuatro cuadrantes en lo que se clasifican las tareas:

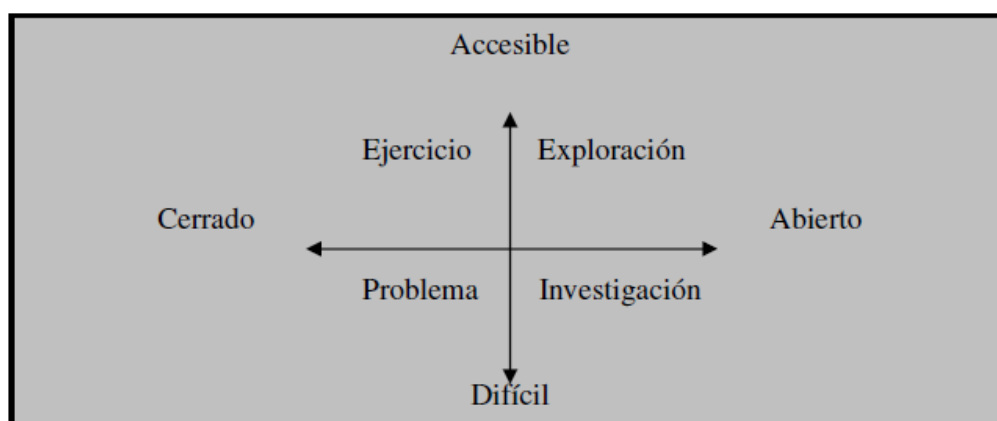


Figura 2. Cuadrantes de clasificación de tareas.

Fuente: Ponte (2004).

No todas las tareas abiertas suponen un grado de dificultad elevado, como se observa en la figura 3, el que promuevan un cuestionamiento de conocimiento del estudiante las hace desafiantes permitiendo que los estudiantes aborden distintas estrategias para su resolución sin necesidad de una mayor dificultad.

Como se ha establecido, hay diversos tipos de tarea matemática, la elección de una de ellas dependerá de lo que se pretende lograr en el aula, del contexto de los estudiantes, de lo que conocen, en este sentido Ponte (2004) nos proporciona un cuadro comparativo entre los distintos tipos de tarea:

CARACTERÍSTICAS DE LAS TAREAS	EJEMPLOS	POTENCIALIDADES
Naturaleza más cerrada	Ejercicios, problemas	Importantes para el desarrollo del raciocinio matemático del alumno, caracterizado por una relación estrecha y rigurosa entre datos y resultados.
Naturaleza más accesible	Exploraciones, ejercicios	Conceden al alumno un elevado grado de éxito y de desarrollo de la confianza en sí mismo.
Naturaleza más desafiante	Investigaciones, problemas	Indispensables para que los alumnos vivan una experiencia matemática efectiva.
Encuadradas en contextos reales	Tareas de aplicación y de modelación	Importantes para que el alumno se dé cuenta del modo como se utilizan las matemáticas en muchos contextos y para aprovechar su conocimiento de estos contextos.
Formuladas en contextos matemáticos	Investigaciones, problemas, exploraciones.	Permiten que el alumno se dé cuenta de como se desarrolla la actividad matemática de los matemáticos profesionales.

Figura 3. Cuadro comparativo para distintos tipos de tarea.

Fuente: Ponte (2004).

Todos los tipos de tarea matemática tienen al menos una potencialidad, sólo es necesario establecer el propósito de la clase para generar un tipo de tarea adecuada para ella y los estudiantes.

2.2 Argumentación

Argumentar es una acción que es propia de nuestra cotidianeidad, a nivel familiar, profesional, científico o cultural. Argumentar es también una condición para la convivencia democrática, para saber interpretar y ponderar la información que recibimos de los distintos medios de comunicación, para la participación en la construcción de un país; en fin, para la vida ciudadana. En lo que sigue, caracterizaremos la noción de argumentación, buscando distinguirla de otras voces similares que no son sinónimas.

Considerando la revisión bibliográfica realizada, se puede observar que la definición del concepto es muy cercana a lo que plantea el Diccionario de la Lengua Española de la RAE, que describe la argumentación como “la acción en la que se aduce, alega, disputa, discute o impugna una opinión ajena”². A continuación, se exponen diferentes definiciones de argumentación que nos proporciona la literatura.

Se propone una definición abierta en la que se buscará analizar distintas características de la argumentación como, por ejemplo, sus dimensiones estructurales o epistemológicas. En este sentido Crespo (2005) define la argumentación como un proceso interactivo y dinámico en el que caben diferentes formas de comunicación, inducción y modificación de mensajes discursivos. (p. 31)

2.2.1 Definiciones de argumentación

La literatura ofrece caracterizaciones que giran en torno a la definición anterior. Por ejemplo, Van Eemeren y Grootendorst (1992) presentan una noción de argumentación en la que la controversia y la discusión crítica de puntos de vista opuestos son fundamentales para su desarrollo, por otro lado, para Leitão (2000) la argumentación no está presente únicamente habiendo posiciones opuestas que intentan resolverse explícitamente formuladas, basta una justificación para que aparezca de forma implícita una posición alternativa.

Este último autor (Leitão, 2000) plantea una posición diferente de los anteriormente mencionados (Van Eemeren y Grootendorst, 1992), esto se establece ya que para el primero la argumentación es más persuasión conciliadora mientras que los segundos plantean una visión de la argumentación como persuasión un poco más autoritaria, en la

² Real Academia Española (2017). Diccionario de lengua española (23.a ed.). Consultado en <http://dle.rae.es/?id=3Y4FWGJ>

que se intenta llegar a un acuerdo, pero se desliza que una posición debe prevalecer.

Por otra parte, para Fernández (2012) la argumentación no se centra en la demostración de la validez de la conclusión sino en el convencimiento del interlocutor, según él, se trata de convencer a la otra persona que esa idea y no otra cualquier es la válida.

En otra investigación, Córdova, Velásquez y Arenas (2016) establecen que la argumentación se concibe como una práctica discursiva donde su función comunicativa es centrarse en conducir al receptor y así lograr su adhesión ante la idea que se plantea.

López (2012) por su parte, establece que el concepto de argumentación supone un medio lingüístico y tiene además un sentido retrospectivo, en el que mediante nuestras justificaciones se pretende validar nuestras afirmaciones. De este modo, se admite como argumentativa una comunicación en donde un sujeto reflexiona y razona una cadena de afirmaciones que le permiten obtener o defender una conclusión de ella, aun cuando esta comunicación no necesariamente constituya una interacción con otros.

Es así, como la argumentación permite exponer la opinión del punto de vista de una persona, que sustentará su postura mediante la utilización de argumentos, utilizando variados razonamientos.

Es posible encontrar varias investigaciones que abordan el estudio de la argumentación desde una perspectiva del estudiante. Sin embargo, en la presente investigación se pretende estudiar la argumentación desde una perspectiva de la tarea matemática seleccionada y gestionada por el profesor.

Se ha establecido en este capítulo que la argumentación tiene un propósito; el convencer a otros de una idea, afirmación o punto de vista, sin embargo, tiende a confundirse con la explicación, la que según el diccionario de lengua española RAE se define como: “(Del lat. *Explicatio*, -ōnis) propone declarar o exponer cualquier materia, doctrina o texto con palabras claras o ejemplos, con el fin de que se haga más perceptible”³.

Con el fin de aclarar estos dos términos se presenta la posición de algunos autores respecto de estos términos. Como Planas y Morera (2012) que establecen:

La argumentación y explicación comparten el esquema básico de paso de una premisa a una conclusión, pero se diferencian en las razones que validan este paso, siendo en la argumentación donde las razones comunican su fuerza a las afirmaciones, convirtiéndolas en argumentos y haciendo de la proposición final una conclusión, mientras que en la explicación las razones tienen una función descriptiva al presentar el sistema de relaciones en las que el dato a explicar se produce. (p. 7)

³ Real Academia Española (2017). Diccionario de lengua española (23.a ed.). Consultado en <http://dle.rae.es/?id=HJU0LSu>

Estos autores van más allá de la diferencia textual entre argumentación y explicación entregando un ejemplo ad hoc a la disciplina:

Una explicación sería: “Los triángulos equiláteros son distintos a los triángulos rectángulos, ya que en un triángulo equilátero los tres lados tienen la misma medida, mientras que en un triángulo rectángulo al menos uno de sus tres ángulos mide 90°”. En cambio, una argumentación sería: “Los triángulos equiláteros son distintos a los triángulos rectángulos ya que no puede haber un triángulo que sea equilátero y rectángulo a la vez, dado que en un triángulo rectángulo se cumple el Teorema de Pitágoras, que relaciona sus tres lados a , b y c según la ecuación $a^2 = b^2 + c^2$ (siendo a la hipotenusa, el lado opuesto al ángulo recto) y es imposible que esta ecuación se cumpla si $a = b = c$, salvo en el caso trivial $a = b = c = 0$ ”. (p. 7)

Como se mencionó, la explicación y la argumentación comparten un esquema básico, de premisa a conclusión, sin embargo, la argumentación presenta otros elementos que son posibles identificarlos y analizarlos a partir de una estructura aportada originalmente por Toulmin.

2.2.2 Argumentar en el marco curricular nacional

A nivel nacional, el marco curricular vigente no define argumentación, sin embargo, en documentos curriculares oficiales se caracteriza señalando que permite a las y los estudiantes desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos.

Según las bases curriculares (MINEDUC, 2015):

La habilidad de argumentar se desarrolla principalmente al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos. Es importante que las alumnas y los alumnos tengan la oportunidad de describir, explicar, argumentar y discutir colectivamente sus soluciones y sus inferencias a diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Así aprenderán a generalizar conceptos, a utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas, utilizando metáforas y representaciones.

En la educación media se apunta principalmente a que los alumnos establezcan la diferencia entre una argumentación intuitiva y una argumentación matemática, y que sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas; así podrán hacer predicciones eficaces en variadas situaciones y plantear conjeturas, hipótesis, ejemplos y afirmaciones condicionadas. Se espera que desarrollen su capacidad de verbalizar sus intuiciones y llegar a conclusiones correctamente, y que también aprendan a detectar afirmaciones erróneas, absurdas o generalizaciones abusivas. De esta manera serán capaces de realizar. De esta manera serán capaces de realizar demostraciones matemáticas de proposiciones, apoyadas de diferentes representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje natural, para llegar finalmente a un lenguaje matemático. Además al practicar estas dos habilidades, se fomenta el trabajo en equipo y la búsqueda de soluciones de forma colaborativa, por lo que también se estimula la capacidad de expresar y escuchar ideas de otros, así como la creatividad y la actitud reflexiva. (p. 98)

Además de lo anterior, MINEDUC (2016) elaboró un documento que específicamente abordando el desarrollo de la argumentación y comunicación, se establece como generar oportunidades de aprendizaje que permitan el desarrollo de la habilidad. Las oportunidades mencionadas se relacionan con: (MINEDUC, 2016, p. 12)

- Comunicar resultados con lenguaje matemático o con una expresión matemática.
- Explicar procedimientos utilizando lenguaje matemático.
- Formular y verificar conjeturas. Comunicar y fundamentar a partir de razonamientos inductivos.
- Identificar y explicar errores utilizando el lenguaje matemático.
- Comprobar reglas y propiedades. Realizar deducciones.+

A modo de ejemplo se presenta la habilidad según objetivos de aprendizajes en el programa de 7 básico, pues en ese nivel aparece la argumentación como discutir razonamientos de otros, y también como argumentar matemáticamente (MINEDUC, 2015, p. 106)

- Describir relaciones y situaciones matemática de manera verbal y usando símbolos.
(OA d)
- Explicar y fundamentar (OA e):
Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos (OA f).
- Evaluar la argumentación de otros dando razones (OA g).

La habilidad de argumentar articula con todos los ejes temáticos del currículum matemático, más específicamente en el programa de estudio de séptimo básico, como se ejemplificó anteriormente, se pueden relacionar los objetivos de la habilidad con los objetivos de los ejes temáticos y entrega sugerencia de actividades para desarrollar esta habilidad.

2.2.3 Argumentación matemática

El concepto de argumentación matemática debe interpretarse como argumentación en el contexto de las matemáticas. Ha sido objeto de varios estudios por parte de la comunidad científica, algunos de los cuales se expondrán a continuación.

Para Gamboa, Planas y Edo (2010):

En el caso de la argumentación en matemáticas, se dispone de una red bien establecida de definiciones, lemas, proposiciones y teoremas que permiten avanzar en los razonamientos mediante la regla de implicación, en la que el paso de premisa a conclusión se hace mediante un término medio que relaciona y justifica las proposiciones, haciéndose necesario un uso correcto del conocimiento matemático como término medio. En resumen, definimos la argumentación matemática como aquel tipo de argumentación que se desarrolla dentro de la actividad matemática y en la que la ley de paso se apoya en elementos del conocimiento matemático, requiriéndose la capacidad de comprender o de producir una relación de justificación entre proposiciones que sea de naturaleza deductiva y no sólo semántica. (p. 37)

Godino y Recio (2001) por su parte, plantean lo siguiente:

La argumentación matemática presenta, en los dominios científicos, connotaciones de prueba empírica. Las teorías matemáticas son consideradas verdaderas porque, independientemente de sus interrelaciones formales y deductivas, pueden ser comprobadas de forma experimental en situaciones fenomenológicas variadas. (p. 409)

Por su parte, Goizueta y Planas (2013) en su investigación, establecen que “La argumentación matemática en situaciones de enseñanza y aprendizaje es una práctica discursiva y situada, cuya comprensión requiere ubicarse a medio camino entre la práctica matemática y la práctica educativa”. (p. 156)

Se destaca entonces, que la argumentación matemática es aquella que surge y se desarrolla dentro del contexto de una actividad matemática.

En el currículum nacional, se establece que el desarrollo de la argumentación en matemática debe partir de la argumentación intuitiva hasta lograr avanzar a una argumentación matemática. Anteriormente se han entregado algunas definiciones de argumentación según varios autores, en este sentido, se ha establecido que la argumentación es un proceso discursivo donde se pretende que el receptor se convenza de una postura planteada a partir de fundamentos entregados y es en lo que se sustenta una argumentación lo que definirá la de tipo intuitiva.

En su investigación Moreno (2009) cita a Miller-Jones (1991) quien establece que la argumentación intuitiva es una argumentación que se apoya en el lenguaje natural, es muy dependiente del contexto concreto en que esté situado el individuo que desarrolla la argumentación, e incluso de sus estados de ánimos. Esta forma de argumentación permite a los estudiantes formular conjeturas y resolverlas mediante ensayo y error, sin sentido ni necesidad de validez. Como parte de su contexto y entorno, para un estudiante es una forma natural de argumentación que utiliza en la vida cotidiana, lo que explica su uso en contextos escolares.

En nuestro marco curricular se hace referencia a la argumentación intuitiva:

La que se desarrolla principalmente cuando el estudiante tiene la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que incluyen desde explicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos, y resultados de más de una manera, hasta explicar los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas; entre ellas, las relaciones lógicas” (MINEDUC, 2016b. p.38).

Al utilizar lenguaje cotidiano y contexto del estudiante, la argumentación intuitiva fluye de manera normal y en un contexto escolar donde se encuentre más de un estudiante comunicándose, sin a veces notar que están argumentando. Esta argumentación prepara el camino para la argumentación propiamente matemática, que como se estableció anteriormente requiere de fundamentos teóricos y conocimiento matemático más arraigado.

2.2.4 Modelos de argumentación

Para el análisis de los episodios argumentativos es necesario contar con un marco general que contemple los elementos del discurso argumentativo, en este sentido, es posible encontrar en la literatura algunos esquemas, como el esquema mínimo de Plantin citado por Gamboa et al., 2010, en su esquema Plantin (1998) establece que para pasar de una premisa a la conclusión es necesaria al menos una razón.

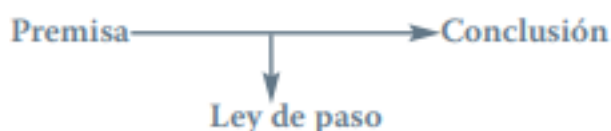


Figura 4. Estructura mínima argumentativa, según Plantin (1998).

Fuente: Gamboa, Planas y Edo (2010).

De este modo, Plantin nos proporciona un esquema básico, donde se establece una unidad mínima para el análisis, sin embargo, es necesario un esquema más complejo que contemple otros elementos del discurso argumentativo, de este modo se utiliza el esquema de Toulmin (1958) quien ofrece originalmente un modelo para las intervenciones comunicativas que buscan convencer a una audiencia, y no a las interacciones comunicativas entre sujetos que debaten. Esta segunda visión ha ido ganando fuerza en los últimos años. Así, hoy en día el modelo de Toulmin permite definir la estructura de una interacción argumentativa, tal como se observa a continuación:

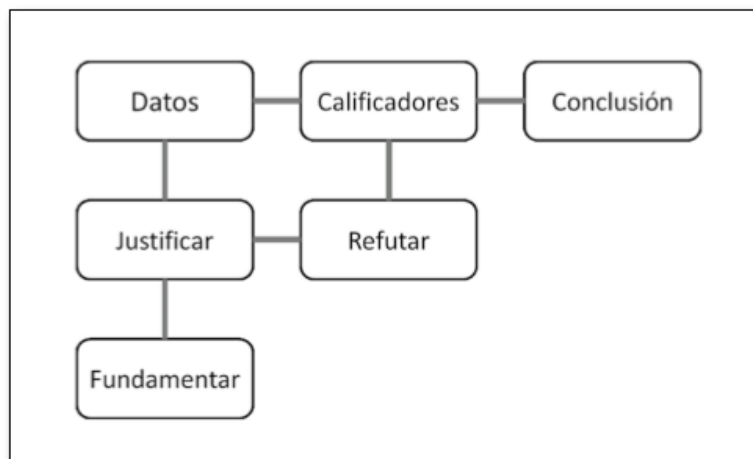


Figura 5. Estructura de una interacción argumentativa, según Toulmin (1958).

Fuente: Solar y Deulofeu (2016).

Este modelo presenta una estructura para la argumentación, cuyos componentes están definidos en Solar y Deulofeu. (2016, p. 136) de la siguiente manera:

Datos: Hechos o informaciones factuales, que se invocan para justificar y validar la afirmación.

Conclusión: La tesis que se establece.

Justificación: Son razones (reglas, principios...) que se proponen para justificar las conexiones entre los datos y la conclusión.

Fundamentos: Es el conocimiento básico que permite asegurar la justificación.

Calificadores modales: Aportan un comentario implícito de la justificación; de hecho, son la fuerza que la justificación confiere a la argumentación.

Refutadores: También aportan un comentario implícito, pero señalan las circunstancias en las que las justificaciones no son ciertas.

Estos elementos nos permitirán analizar de manera estructural los episodios argumentativos que surjan en las clases, esquematizándolos e identificando que elementos se presentan y cuáles de este modelo están ausente.

La argumentación es un elemento en sí misma de la clase matemática, puesto que los estudiantes se refutan, critican y se convencen de ideas de sus compañeros. Para Chico y Planas (2014) la participación de los estudiantes en la construcción de argumentaciones es una condición previa que posibilita el aprendizaje. La construcción de la argumentación mediante consenso colectivo fomenta la refutación, crítica, elaboración y justificación de conceptos y hechos matemáticos (p. 35). La argumentación colectiva puede ser enmarcada como una acción donde participan personas en discusiones de una manera matemática con el fin de validar aseveraciones efectuadas por otras personas.

Las interacciones son fundamentales para dar vida a la argumentación colectiva, Chico y Planas (2014) citan a Krummheuer (1995) quien adapta el modelo de Toulmin, esta adaptación de cuatro elementos permite caracterizar la argumentación colectiva en clase de matemática, el que distingue (p. 36):

- 1) Conclusión: cuya validez está en duda.
- 2) Datos, en los que se basa la conclusión.
- 3) Garantías y respaldos, que aportan razones para legitimar la inferencia aplicada de los datos a la conclusión.

Esto permite caracterizar los elementos presentes en el desarrollo colectivo de argumentos dándole una mirada racional al proceso.

En resumen, se entiende la argumentación colectiva como un proceso social. En el contexto de aula, los estudiantes mediante justificaciones verbales intentan modificar comentarios, afirmaciones o interpretaciones de sus compañeros aplicando conocimientos matemáticos. Conner, Singletary, Smith, Wagner y Francisco (2014) establecen que el propósito de definir tan ampliamente la argumentación colectiva responde a incluir cualquier instancia donde los estudiantes y el profesor realizan una afirmación matemática, sustentándola en conocimientos matemáticos.

2.2.5 Estado del arte sobre el desarrollo de la argumentación

Existe un interés por indagar en las acciones del estudiante que le permiten o promueven el asimilar conocimientos, hábitos y habilidades que le lleven adoptar formas de conducta y

tipos específicos de actividad para el logro de un objetivo determinado, según Ferrer (2010):

Las habilidades se forman con la sistematización de las acciones subordinadas a un fin consciente y se desarrollan sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que posee; pero los conocimientos se manifiestan o expresan concretamente en las habilidades, en la posibilidad de operar con ellos, de ahí que se les denomine como instrumentación consciente en la manifestación ejecutora de la actuación de la persona en un contexto dado. (p. 22)

Cómo se desarrollan las habilidades matemáticas, en particular, la argumentación es un tema amplio, pues puede tener distintas perspectivas de estudio, una investigación de interés para nuestro trabajo es el de Solar y Deulofeu (2016) quienes establecieron tres condiciones para el desarrollo de la argumentación en el aula, las que se tienen relación con las estrategias comunicativas del profesor, la tarea matemática de la clase, y el plan de clase, cada una de ellas especifica ciertas características:

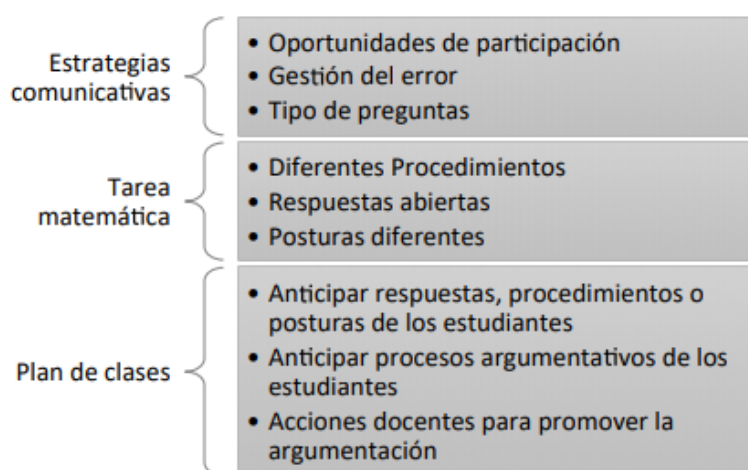


Figura 6. Condiciones para el desarrollo de la argumentación.

Fuente: Solar y Deulofeu (2016).

Estas estrategias nos proporcionan un indicio de cómo desarrollar argumentación en el aula, sin embargo, son pocas las investigaciones que nos entregan información respecto del tema, considerando que los docentes en ejercicio no se encuentran preparados para gestionar una clase argumentativa debido a su formación universitaria.

3. METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación se describe la metodología a usar en esta investigación, iniciando con el enfoque a utilizar, para continuar con la descripción de los informantes claves, seguidos por las categorías de estudio, la descripción del plan de análisis de datos y finalizando con los elementos que nos permitirán otorgar confianza y validez al presente trabajo.

3.1 Tipo y diseño de la investigación

Como se ha descrito anteriormente, en esta investigación se estudiaron las características de algunas TMs que promovieron la aparición de interacciones argumentativas en el aula. En este sentido, es necesario investigar lo que ocurre dentro del aula de clases de forma cotidiana y sin intervenciones por parte del investigador, además de estudiar lo que ocurre en el proceso de la clase, las interacciones entre los estudiantes, y las interacciones profesor – estudiante. Por lo anteriormente descrito se justifica el uso de un enfoque cualitativo, pues siguiendo a Mayan (2001):

La indagación cualitativa explora las experiencias de la gente en su vida cotidiana. El investigador no intenta manipular el escenario de la investigación al controlar influencias externas o al diseñar experimentos. Se trata de hacer sentido de la vida cotidiana tal cual se despliega, sin interrupciones. (p. 5)

Los datos cualitativos provienen de una mirada muy profunda a un fenómeno. Los investigadores cualitativos usan la definición amplia de un fenómeno e incluyen casi cualquier evento que una persona experimenta.

Por lo general, una investigación cualitativa a menudo se hace (Mayan, 2001, p. 6):

- para describir un fenómeno acerca del cual se sabe poco.
- para capturar significados.
- para describir un proceso y no un producto.

Por su parte, Flick (2007) establece los rasgos esenciales de la investigación cualitativa que pueden dar sustento y estructura a la presente investigación, los cuales son (p.19-20):

- Conveniencia de métodos y teorías: los objetos no se reducen a variables individuales, sino que se estudian en su complejidad y totalidad. Prácticas e interacciones de los sujetos en su vida cotidiana.

- Perspectivas de los participantes y su diversidad: los puntos de vista y las prácticas en el campo son diferentes a causa de las distintas perspectivas subjetivas y los ambientes sociales relacionados con ellas.
- Capacidad de reflexión del investigador y la investigación: la comunicación del investigador con el campo y sus miembros son una parte explícita de la producción de conocimiento, las reflexiones de los investigadores sobre sus acciones y observaciones en el campo se convierten en datos de propio derecho.
- Variedad de los enfoques y los métodos en la investigación cualitativa: diversos enfoques y métodos caracterizan la investigación; puntos de vista subjetivos, causa y curso de las interacciones, reconstrucción de la estructura del campo social y el significado de las prácticas, todas ellas evolucionan de forma paralela y secuencial.

La presente investigación, es un estudio de tipo exploratorio puesto que la problemática en cuestión ha sido poco estudiada por lo que la literatura existente presenta pocos antecedentes.

De acuerdo con el objetivo general declarado en esta investigación, a su carácter exploratorio, y a la gestión de recursos disponibles (de tiempo, humanos, económicos) es que se ha optado por el desarrollo de un estudio de caso. Siguiendo a Moreira (2002, p. 10), esto permitirá una “descripción intensiva, holística y un análisis profundo de una entidad singular, un fenómeno o unidad social”, en este caso, sobre un reducido grupo de 2 profesores, a fin de poder obtener una mirada profunda del fenómeno. Otros autores también establecen la conveniencia de esta estrategia metodológica. Es así como Martínez (2006) cita en su trabajo a Chetty (1996) quien menciona que el método de estudio de caso permite que los datos sean obtenidos desde una variedad de fuentes; esto es, documentos, registros de archivos, entrevistas directas, observación directa, observación de los participantes e instalaciones u objetos físicos (p. 167). En el contexto de nuestra investigación, se utilizó el método de observación directa, y entrevistas a los profesores participantes de la investigación.

3.2 Población objetivo

En este trabajo de investigación de enfoque cualitativo, el muestreo es de carácter intencional y se centra en personas que puedan entregar mayor cantidad y mejor información acerca del tema (Mayan, 2001). En este sentido, los informantes se escogen

porque cumplen ciertas características que, en el mismo contexto, no cumplen otros. Entonces, se seleccionan individuos y contextos desde los cuales puede obtenerse información de calidad del tema en cuestión.

En esta investigación, donde se analizaron las tareas diseñadas por dos profesores que buscan promover ciertas interacciones argumentativas de los estudiantes en el aula de clases, los informantes debieron cumplir con los siguientes criterios de selección:

- Ser profesor de enseñanza media en matemática en ejercicio.
- Ejercer en algún nivel de enseñanza media.
- Ofrecer disposición y facilidades para observar y filmar sus clases.
- Curso con alumnos y apoderados dispuestos a consentir su participación la investigación.

En este sentido, en lo que respecta a la selección de los participantes, se seleccionaron por la conveniencia, siendo un muestreo intencionado, pues nos permitieron filmar sus clases, y gestionar las autorizaciones de apoderados y directivos para poder participar en la investigación, informándoles mediante cartas y consentimientos el objetivo y actividades que la investigación implicaba, asegurándoles confidencialidad en su participación. Adicionalmente, los profesores ejercían en su momento en el mismo nivel académico, por lo que los contenidos a revisar durante el periodo eran similares, además de estar dentro de un establecimiento particular subvencionado en ambos casos, lo que nos permitía asegurarnos que los docentes eran regidos por las mismas bases curriculares, contenidos mínimos obligatorios y habilidades dispuestos por el ministerio de educación. En efecto, los docentes participantes de este trabajo son dos, con una formación inicial similar, experiencia laboral entre 1 y 2 años, de edades similares, pero con la diferencia, que uno de ellos posee conocimiento sobre argumentación y posibles estrategias para desarrollarla y el otro docente no. Todo lo mencionado anteriormente, se resume en la tabla 3.2 en donde se han individualizado a los profesores por una sigla, a fin de garantizar su confidencialidad:

Tabla 3.2
Resumen de características participantes.

	Docente 1 (AV)	Docente 2 (CM)
Edad	20 - 30	20 - 30
Profesión	Pedagogía en Educación media en matemáticas	Pedagogía en Educación media en matemáticas
Experiencia laboral	1 – 5 años	1 – 5 años
Clases grabadas	2	2
Posee conocimiento relativo a argumentación	SI	NO
Dependencia	Particular subvencionado	Particular subvencionado

3.3 Técnicas e instrumentos de recopilación de información

A continuación, se describirá el proceso de recolección de datos de la presente investigación, iniciando con las técnicas e instrumentos empleados y con su respectivo sustento teórico, que permitieron una recolección de datos objetiva y concluyente para el presente trabajo.

Como se ha mencionado anteriormente, los datos de interés provienen de las interacciones que se generen dentro del aula, es decir, de los argumentos que surjan de estas interacciones, dichas interacciones se buscaron en la socialización entre los estudiantes, interacciones donde se presentara discusión, dos o más posturas y/o fundamentación. Estos datos fueron recogidos a través de observaciones no participantes conjuntamente con grabaciones que nos permiten tener un registro visual permanente de las clases, con un rol genérico del investigador de completo observador (Valles, 2000). Esta técnica de recolección de datos basadas en la observación y participación efectuadas en entornos convencionales según Orellana y Sánchez (2006):

Consisten en la observación que realiza el investigador de la situación social en estudio, procurando para ello un análisis de forma directa, entera y en el momento en que dicha situación se lleva a cabo, y en donde su participación varía según el propósito y el diseño de investigación previstos. (p. 211)

Las observaciones de aula que se efectuaron para este trabajo fueron sin participación del observador, con el motivo, de no interferir el transcurso natural de la clase. Peña (2006, p. 67) propone una serie de acciones para una observación no participante:

- a) Caracterizar las condiciones del entorno físico y social.
- b) describir las interacciones entre los actores.
- c) identificar las estrategias y tácticas de interacción social.
- d) identificar las consecuencias de los diversos comportamientos sociales observados.

El foco de interés es analizar las interacciones dentro de la sala de clases, y observar cómo estas interacciones aparecen motivadas o mediadas por el desarrollo de la actividad matemática asociada a la tarea asignada, lo que se efectuará con el registro de las filmaciones, que se analizará más de una vez, debido a los distintos análisis planeados, tal como se describirá posteriormente en este capítulo. Además se pretende observar el rol que toma la TM en los procesos interactivos, en cuanto a objetos seleccionados y gestionados por el profesor y su agenda, lo que justifica que la filmación se realice de forma no participante. Además, se debe señalar que se grabará y observará la clase completa y no sobre segmentos de ella, en búsqueda de episodios argumentativos.

Las observaciones fueron complementadas con filmaciones de manera que en el momento de la clase se lograra observar todo lo que ocurriera en el aula de manera absoluta y sin interrupciones, atendiendo a lo señalado por Orellana y Sánchez (2006) quienes señalan que en la investigación cualitativa, el observador es el instrumento de mayor importancia para la recolección de datos (p. 212).

Cabe señalar que se grabaron dos clases con cada uno de los docentes participantes, las que fueron efectuadas luego de recopilar los consentimientos y autorizaciones correspondientes en cada establecimiento, en acuerdo con los docentes en cuanto a las fechas de modo que estas no interfirieran con su calendario evaluativo o alguna actividad escolar. En el momento de la grabación, la cámara fue ubicada en la parte posterior de la sala intentando lograr una visión panorámica de la sala de clases y poder de este modo capturar todo acontecimiento sucedido en el aula al mismo tiempo que se procuraba no interferir la actividad normal de los estudiantes y los docentes, manteniéndome al margen durante la clase.

En este sentido, esta técnica permitió prestar atención completa a todo suceso ocurrido en el aula, permitiendo llevar registro mediante notas de campo de toda interacción o instrucción que pareciera interesante y de aporte para la investigación, pudiendo volver a revisar estos episodios mediante las grabaciones efectuadas en cada una de las clases observadas, facilitando el proceso de visar y revisar con detenimiento cada episodio argumentativo para su posterior análisis.

Si bien, las grabaciones nos permiten tener un registro visual permanente de todo lo sucedido en las clases, no permite establecer por qué surgen las instancias de interacción comunicativa, acciones del profesor adicionales a la tarea que promovieron la argumentación, por lo que fue necesario agregar técnicas conversacionales para obtener información desde la perspectiva de los docentes participantes. Según Orellana y Sánchez (2006):

Las técnicas de conversación practicadas en entornos convencionales tienen su principal elemento generador en la palabra hablada. Las técnicas de conversación suelen auxiliarse de materiales documentales y de observaciones. Es de imaginar que la naturaleza y concepción de las técnicas conversacionales sufran modificaciones al ser aplicadas en entornos diferenciados a los entornos para las cuales fueron pensadas, alterando de este modo algunas ventajas y limitaciones que ostentan en su entorno natural. (p. 214)

En un estudio de caso como en esta investigación, es posible la recolección de datos a partir de uso de variadas técnicas e instrumentos como se ha mencionado. En este sentido, uno de los instrumentos utilizados fue la entrevista, que en palabras de Blasto y Otero (2008): “resulta complejo presentar un único concepto de entrevista cualitativa, ya que, tanto su conceptualización, como la práctica de la entrevista van a estar determinadas por las diferentes perspectivas y posturas paradigmáticas que se adopten respecto de la investigación cualitativa”. (p. 2)

Como lo menciona el autor anterior, la entrevista se ajustará a los requerimientos de la investigación y lo que se pretende recabar, pudiendo ser muy amplia esa definición, por lo que en función de delimitar las entrevistas efectuadas para los fines de esta investigación, se define la entrevista estructurada que se ajustó al objetivo. De este modo, Blasto y Otero (2008) define la entrevista estructurada de la siguiente manera:

Consiste en proporcionar cuestionarios estructurados, en los cuales las preguntas están predeterminadas tanto en su secuencia como en su formulación. Es decir, el entrevistador formula -en la mayoría de los casos- un número fijo de preguntas de forma estándar y en el mismo orden. Las respuestas también están prefijadas de antemano. (p. 3)

La misma idea conceptual presenta López y Sandoval (2006, p. 12) de una entrevista estructurada, pero además agrega que:

Se caracteriza por estar rígidamente estandarizada, se plantean idénticas preguntas y en el mismo orden a cada uno de los participantes.

Para orientar mejor la entrevista se elabora un cuestionario, que contiene todas las preguntas. Sin embargo, al utilizar este tipo de entrevista el investigador tiene limitada libertad para formular preguntas independientes generadas por la interacción personal. Entre las ventajas que tiene este tipo de ventajas, se menciona:

- La información es más fácil de procesar, simplificando el análisis comparativo.
- El entrevistador no necesita estar entrenado arduamente en la técnica
- Hay uniformidad en la información obtenida.

De este modo, las preguntas efectuadas en las entrevistas a los docentes participantes, fueron planteadas con antelación, permitiendo recabar la mayor información posible desde la perspectiva del entrevistado pero con el interés de la investigación además de apoyar y contrastar los datos obtenidos a través de las observaciones de clases.

En efecto la técnica empleada para ese propósito fue la entrevista estructurada, donde el foco de esta fue precisar eventos de la clase, como por ejemplo, las razones detrás de las decisiones de gestión de aula, conocer la conformidad de los docentes respecto a la aparición de episodios argumentativos y su calidad, por lo que las preguntas abordan la dimensión de la TM y de la argumentación tratadas en esta investigación.

Las preguntas de la entrevista a los docentes fueron las siguientes:

1. ¿Esperaba que se presentaran más episodios argumentativos en las clases, o considera que fueron los suficientes? Si cree que no fueron los suficientes ¿a qué lo atribuye?
2. ¿Considera que los episodios argumentativos que se presentaron en las clases fueron de calidad (con fundamentos que defendieran las diferentes posturas)?
3. Al momento de generar una tarea que promueva la argumentación ¿Cuáles son los elementos a considerar?
4. La argumentación está declarada como una habilidad matemática para la vida
 - a) ¿No crees que las actividades que promuevan discusiones matemáticas debieran ser más largos, de 30 o 50 minutos?
 - b) Por otro lado, ¿no debieran utilizar más contextos de la vida?

Adicionalmente se utilizó una pauta de observación, que permitió llevar un registro de la tarea matemática asociada a la clase y sus respectivas características como contexto y duración e identificar episodios argumentativos y el minuto de ocurrencia, para posteriormente revisarlos más detenidamente en la grabación.

De este modo la entrevista es justificada debido a limitaciones de la observación no participante. Estas entrevistas fueron realizadas de forma posterior a las observaciones y filmaciones de clases de manera que responden más bien a la naturaleza del estudio de caso, y por tanto es una operación propia del tipo de investigación. Cabe mencionar que estas entrevistas se encuentran disponibles en la sección de Anexos (7.3 Transcripción de entrevistas).

3.4 Plan de la investigación

El análisis en la investigación cualitativa es un modelo sistemático de recolección-análisis-recolección-análisis de datos. En la presente investigación se utiliza el análisis de contenido latente. Según Mayan (2001), este método consiste en un proceso de identificar, codificar y categorizar patrones primarios en los datos, buscando el significado de pasajes específicos en el contexto de todos los datos y determinar una categoría apropiada. En este sentido, la investigación se utiliza inicialmente categorías apriorísticas que derivan de los objetivos de investigación.

En relación al análisis de datos, Quecedo y Castaño (2002) citan a Spradley (1980) quien define el análisis como:

Un proceso de pensamiento que implica el examen sistemático de algo para determinar sus partes, las relaciones entre las partes, y sus relaciones con el todo. La finalidad del análisis es una mayor comprensión de la realidad analizada sobre la que podría llegarse a elaborar algún tipo de modelo explicativo. (p. 25)

Estos autores establecen que los procesos de recolección de datos y análisis de estos se influyen mutuamente, puesto que “la progresiva construcción de la teoría determina la recogida de datos, de manera que a medida que avanza la investigación se determinan nuevos conceptos para su análisis” (p. 25).

El proceso general de análisis de datos viene dado por los mismos autores antes mencionados, quienes nos proporcionan un modelo adaptado de Miles y Huberman (1984) el que establece tres etapas: reducción de datos, disposición de datos y obtención y verificación de conclusiones, que se caracterizan a continuación a partir de lo establecido por los mismo autores mencionados (p. 29 - 33):

Reducción de datos: implica una serie de operaciones, supone separar segmentos o unidades que conforman un conjunto de datos objeto de análisis. Esta segmentación de los datos en unidades relevantes y significativas, es una de las prácticas más características de los estudios cualitativos.

Esta tarea se llevó a cabo en la simplificación de los datos mediante la utilización de las categorías dispuestas en esta investigación.

Disposición de datos: Supone organizar la información de forma tal que permite extraer conclusiones. Presentarlos en algún otro lenguaje y forma. Las formas por

las que a veces son analizados los datos cualitativos textuales, pueden excluir el uso de índices numéricos o frecuencias y recurrir a procedimientos verbales o gráficos. Lo anteriormente descrito se realizó a partir de la reorganización de los datos con el propósito de facilitar el análisis de estos, para esto se realizaron esquemas de los episodios argumentativos y caracterización de las tareas matemáticas.

Obtención y verificación de conclusiones: Implica ensamblar de nuevo los elementos diferenciados en el proceso analítico para reconstruir un todo estructurado y significativo. Esta etapa se lleva a cabo en la medida que se avanza de los datos dispuestos a procesos de comprensión, donde se confirma que los significados e interpretaciones de los participantes corresponden a la realidad.

A continuación se presenta el plan de trabajo elaborado para la presente investigación, según los objetivos específicos y las actividades asociadas a ellos.

Tabla 3.4
Plan de trabajo Año 2017 – 2018

Objetivos Específicos	Actividades	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul
Identificar y caracterizar episodios argumentativos en clases de matemática	Recolección de datos	X	X	X									
	Transcripción		X	X	X								
	Análisis de datos				X	X	X	X	X				
	Elaboración de informe									X	X	X	X
Analizar las características de la(s) TM asociada a estos episodios	Análisis de datos					X	X	X	X				
	Elaboración de informe									X	X	X	X
Describir el rol de las características de la TM en el aula para promover la argumentación en el aula.	Análisis de datos					X	X	X	X				
	Elaboración de informe									X	X	X	X

3.5 Estrategia de análisis de datos

La presente investigación cuenta con dos dimensiones, por un lado los episodios argumentativos surgidos en clases los que serán analizados en tres aspectos, las técnicas utilizadas están principalmente basadas en otras empleadas por proyectos con resultados ya publicados:

- **Análisis estructural:** Se busca dar una evaluación sobre la calidad estructural de las interacciones argumentativas observadas durante la clase. Para ello, se identificarán los elementos del modelo de Toulmin según Goizueta y Planas (2013, p. 63): El modelo de Toulmin fundamenta la dimensión estructural del análisis, que es especialmente útil en el diseño de un instrumento de recogida de datos que incluya ejemplos de argumentaciones completas e incompletas según sean o no explícitos todos los elementos de dicho modelo. Siguiendo la técnica de descripción de argumentación colectiva de Conner et al (2014). Estas técnicas han sido exitosamente aplicadas en investigación en la región por Solar y Deulofeu (2016).
- **Análisis epistémico:** Este análisis pretende describir la calidad de los sujetos que participan de la interacción, por medio de la identificación del argumentador efectivo quien, de acuerdo con las definiciones de argumentación, es aquel que convence a otros de una conclusión, independiente del valor de verdad de esta última. Para ello, se empleará un análisis del discurso explícito, pues asumiremos que el acto de ser convencido requiere la condición de ser comunicado.
- **Análisis epistemológico:** en el que se pretende dar a conocer aquellas afirmaciones matemáticamente correctas e incorrectas donde se aplicó el conocimiento matemático que poseían los estudiantes al momento de las grabaciones, comparando afirmaciones de los estudiantes con el conocimiento matemático. Haciendo de este modo, referencia al marco curricular vigente, donde se establece que: argumentar se desarrolla al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos, llegar a conclusiones correctamente, y que los estudiantes aprendan a detectar afirmaciones erróneas, absurdas o generalizaciones absurdas. (MINEDUC, 2015, p. 98)

Esta estrategia de análisis nos permite obtener una visión completa de los episodios argumentativos, pues los estudiamos a partir de tres aspectos distintos que se complementan. Según Martínez (2006) esta etapa de la investigación cualitativa:

Finalizará cuando se haya recogido y descrito un buen conjunto de material protocolar, en entrevistas, observaciones, grabaciones y anotaciones, que se considere suficiente para emprender una sólida categorización o clasificación que, a su vez, pueda nutrir un buen análisis, interpretación y teorización y conducir a resultados valiosos. (p. 140)

Otra dimensión de la presente investigación tiene relación con las tareas matemáticas asociadas a los episodios argumentativos las que se analizarán respecto de sus características y como están promueven el desarrollo de estos episodios argumentativos, para lo que debió analizarse características que tienen relación con tipos de tarea:

- Contexto: lo que hace referencia a establecer si la tarea se relaciona con la cotidianidad del estudiante, es decir, realidad o ambientado sólo a un ámbito matemático.
- Duración: tiene relación con cómo los estudiantes resuelven las tareas, si el estudiante puede resolver fácilmente la tarea, lo que se dirá corta duración o comportan un elevado riesgo de que los alumnos se dispersen por el camino, se bloqueen, pierdan el tiempo con cosas irrelevantes o la abandonen a medias, lo que será una tarea de larga duración.
- Dificultad: tiene relación con establecer si la TM provoca o no un conflicto del conocimiento del estudiante, haciendo que varíe de accesible a difícil.
- Grado de apertura: hace referencia a lo que pretende la TM, si se expresa con claridad lo que se da y lo que se pide (cerrada) o presenta cierto grado de indeterminación significativo (abierta).

De manera de develar cuáles de estas características permiten que se promuevan episodios argumentativos en clase, permitiendo concluir y dar respuesta a la pregunta que guía esta investigación y cumplimiento al objetivo general de la misma.

3.6 Criterios de calidad de la investigación

Existe consenso en investigación acerca de tener criterios de calidad, particularmente desde lo cualitativo. No obstante, es posible encontrar en la literatura diversas las formas respecto a cómo asegurar el rigor y la calidad de una investigación. Según Cornejo y Salas (2011):

Los criterios de calidad, dicen relación con la rigurosidad con que una investigación fue realizada. Por tanto, se definirá rigor como el establecimiento de parámetros que permitan acceder y asegurar la credibilidad, autenticidad, confianza e integridad de los resultados propuestos en una investigación. (p. 14)

De modo, de asegurar la calidad en la presente investigación, se han establecido algunos parámetros mínimos para resguardar el proceso investigativo y lograr confianza e integridad en los resultados y conclusiones obtenidos (Yin, 2009, p. 41):

Validez de constructo: identificar las medidas operativas correctas para los conceptos estudiados, para esto, se recogieron datos a través de observaciones, notas de campo, y entrevistas logrando cubrir distintas fuentes de evidencia, permitiendo establecer una cadena de evidencia lo que se efectuó a través de la reducción de datos y la preparación de estos para su posterior análisis.

Validez interna: se trata de establecer una relación ocasional, en la que se cree que ciertas condiciones conducen a otras condiciones.

Hacer concordancia de patrones, abordar explicaciones rivales, modelos lógicos de uso, hacer la construcción de la explicación. Estas tácticas se aplicaron en el análisis de datos, al considerar en esta investigación distintas categorías de análisis tanto para los episodios argumentativos que fueron analizados desde lo estructural, epistémico y epistemológico, y por otro lado el análisis por categorías de las TM estudiadas para generar la construcción de la explicación y conclusiones.

Validez externa: definir el dominio al que se pueden generalizar los hallazgos de un estudio.

En este sentido, esta investigación no es de carácter representativo por ser un estudio de caso siendo el propósito de este comprender los casos en su contexto sin interferir ni modificarlo, sin embargo, puede proporcionar pautas a los docentes de manera que puedan generar o seleccionar tareas matemáticas que desarrollen la argumentación en sus estudiantes.

4. ANALISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos del análisis de cuatro episodios argumentativos obtenidos de las grabaciones efectuadas a clases de dos profesores. Estos resultados se presentarán por episodio, con los datos ya reducidos. La transcripción del episodio está disponible en la sección Anexo (7.2 Transcripciones).

El análisis de estos episodios comienza con una descripción general de la clase y las instrucciones que entrega el docente a los estudiantes, provenientes de la observación y grabación de cada una de las clases, para continuar con un análisis más detallado que se divide en las tres secciones descritas en el marco metodológico:

- Estructural, en la que se identificaron elementos de la estructura de Toulmin que se pudieron observar en cada episodio.
- Epistémico, que apunta al argumentador efectivo, quien convence o valida alguna conclusión
- Epistemológico, en el que se pretende dar a conocer aquellas afirmaciones matemáticamente correctas e incorrectas donde se aplicó el conocimiento matemático que poseían los estudiantes al momento de las grabaciones.

La segunda parte de este capítulo tiene relación con el análisis de las tareas matemáticas involucradas en los episodios antes mencionados, en la que se identifican características de cada una de estas tareas que nos permitieron obtener ciertas conclusiones.

A continuación, se presenta una tabla con la relación de episodios argumentativos y su respectiva TM asociada.

Tabla 4
Resumen relación episodio y TM

Profesor (iniciales)	Clase	Objetivo de la clase	TM y código	Código de episodio argumentativo	Nombre de archivo
AV	1	Deducir perímetro de la circunferencia	Medir el contorno de la mesa con un trozo de lana – TM 1	AV1EP1	S1050002
AV	2	Reconocer de manera intuitiva la probabilidad simple.	¿Cuántas opciones se tienen al lanzar dos monedas? – TM 2	AV2EP1	S1080002
CM	1	Resolver problemas que involucren perímetro y área de circunferencia y círculo.	¿Qué figura tiene mayor perímetro; una semicircunferencia de radio 8 cm o una circunferencia de radio 4 cm? – TM 3	CM1EP1	S1060002
CM	2	Calcular un valor aproximado del área de la Antártida utilizando polígonos.	¿Cuánto mide el área de la Antártida? – TM 4	CM2EP1	S1090002

4.1 Análisis de episodios argumentativos

Tabla 4.1.1
Resumen episodio 1

Código	AV1EP1
Minuto	10:30
Curso	7 °
Objetivo de la clase	Deducir perímetro de la circunferencia
Clase	1

Descripción General: la profesora lleva a la clase trozos de lana, y hace la aclaración que estos trozos son de distintos tamaños y entrega uno por pareja de estudiantes. Luego les solicita medir el contorno de sus mesas con el trozo de lana debiendo contar cuantos trozos necesitan para rodear la mesa. Los estudiantes realizan lo solicitado y la profesora comienza a preguntar algunos resultados. Posteriormente, ella mide su propio trozo de lana con una [regla]⁷ y les solicita a los estudiantes que hagan lo mismo y con esa medida calculen cuánto miden sus mesas. Al cabo de unos minutos solicita algunos resultados que quedan registrados en la parte superior de la pizarra, enseguida la profesora les solicita que vuelvan a medir el contorno de sus mesas, pero en esta oportunidad deben hacerlo con la [regla] y no con las lanas, posteriormente y luego de unos minutos de trabajo de los estudiantes, solicita algunos resultados y los escribe bajo los primeros resultados obtenidos a partir de la medición con los trozos de lana. La profesora pregunta entonces: “¿Por qué resultados tan variados si las mesas miden lo mismo?”. La respuesta de algunos estudiantes es que se debe a los distintos tamaños de los trozos de lana, sin embargo, hay estudiantes que no creen esto, puesto que afirman que las mesas deben medir lo mismo pues son iguales.

⁷ En el archivo original se usa la regla del transportador para medir longitudes, sin embargo, la profesora y estudiantes la nombran como “transportador”, lo que puede ser confuso para el lector del análisis. Por tanto, decidimos cambiar el término para favorecer la comprensión de la interacción.

Análisis epistémico:

Se observa en la figura 7 que ocurre un episodio argumentativo, ya que se presentan distintas conclusiones y una refutación. Se observa además que las posturas presentadas inicialmente como diferentes se reconocen como complementarias. El episodio está así dividido en dos partes. La primera, de discusión sobre las conclusiones. La segunda, de conciliación y expresión de las garantías que soportan las conclusiones

Al analizar el discurso explícito de los sujetos, no se observa evidencia de que los sujetos hayan sido convencidos por los estudiantes que intervienen, ni por la profesora. Se debe considerar que conclusión 1 y conclusión 2 con complementarias, no se contraponen, sólo intentan explicar por qué la diferencia de medidas. No hay signos evidentes de paralenguaje que adviertan sobre un posible convencimiento; por el contrario, hasta que la docente dicta un nuevo problema que la lleva al objetivo de la clase (deducir perímetro de la circunferencia), ambas partes continuaban defendiendo su postura dejando la discusión inconclusa, ya que la docente interrumpe sin realizar una conclusión sobre la argumentación. Tampoco cierra para zanjar la respuesta e imponer un consenso vía su autoridad, ni tampoco cierra declarado que no hay acuerdo y como resultado de la discusión quedan dos posturas posibles. Esto último no es necesariamente negativo, en la medida que en los momentos posteriores la profesora retome esta discusión pendiente. Para efectos de este análisis local, se señala que el episodio muestra estructura argumentativa e intención de adherencia a unas conclusiones, pero no se logra observar que esta intención haya logrado efecto.

Al término del episodio la profesora solicita que observen los dos resultados obtenidos a partir de los trozos de lana y a través de la [regla], y les pregunta a los estudiantes “¿a qué se debe la diferencia?”, tratando de concluir. Las respuestas de los estudiantes evidencian que sigue inconclusa la discusión, pues las respuestas de los estudiantes aducen a que se debe a que los trozos son de distinto tamaño y las [reglas] tenían todas la misma medida.

Profesora: *Primero vamos a analizar las que están arriba, ¿qué pasa con ellas?*

Estudiantes: *Están todas diferentes*

Profesora: *¿y las de abajo?*

Estudiantes: También

Profesora: ¿Qué conclusión podemos sacar?

Paula: en la de abajo que se midieron con transportador hay menos diferencia entre las cantidades que nos dieron, hay mucha menos diferencia como la anterior, quedan más cerca los resultados no tienen tanta diferencia

Profesora: ¿qué opinan los demás?

Joaquín: los primeros dan distintos resultados, unos más otros menos, porque las lanas eran de distinto tamaño y eso hace que nos den distintos resultados y en los segundos resultados como lo hicimos todos con la misma medida nos dio algo parecido

Profesora: ¿Qué opinan de lo que dijo Joaquín? ¿Estará bien? ¿Escucharon lo que dijo Joaquín?

Profesora: dijo, que la primera medida se había tomado con la lana, como las lanas son de distinto tamaño era como más aproximado.

Análisis epistemológico:

En el este episodio es posible encontrar afirmaciones ligadas a contenidos matemáticos que son empleados de forma correcta por los estudiantes. Este es el caso del refutador, quien tiene el conocimiento que, en dos figuras iguales, sus perímetros también lo son y lo utiliza en su afirmación para defender su postura:

“Si las mesas son iguales deberían medir lo mismo, no debería depender de la lana”.

Por otro lado, la postura del estudiante 2 (garantía) no relaciona ese conocimiento con la situación en cuestión pues no logra conectar la idea que “figuras congruentes tienen el mismo perímetro”. Sin embargo, entiende el concepto de contorno como perímetro, pero no la asocia a la idea matemática anteriormente expuesta relativa a perímetros iguales:

“Si, todas las mesas miden lo mismo, pero estamos midiendo con la lana y a todos nos van a dar distintos resultados porque todas las lanas son distintas”.

Como se evidencia, hay estudiantes que utilizan en sus argumentos, conocimientos matemáticos correctos para defender su postura (refutador). Si bien la argumentación es más bien inductiva, es posible encontrar en la discusión afirmaciones que son matemáticamente correctas, lo que nos puede indicar una buena calidad que viene del proceso de producir garantías y respaldos, considerando el nivel de los estudiantes (7 básico).

Tabla 4.1.2
Resumen episodio 2

Código	AV2EP1
Minuto	24:20
Curso	7 °
Objetivo de la clase	Reconocer de manera intuitiva la probabilidad simple.
Clase	2

Descripción General: la clase inicia con un pequeño juego. La profesora saca una moneda de su bolsillo y les comenta a los estudiantes que van a realizar un juego, antes de iniciarlo pregunta a los estudiantes “¿*Qué características tiene una moneda?*” cuando obtiene algunas respuestas de los estudiantes, la profesora los motiva para que realicen apuestas sobre el resultado que creen se obtendrá al lanzar la moneda y escribe dichas apuestas en la pizarra, a continuación con participación de estudiantes quienes lanzan la moneda al aire, comienza a registrar los resultados obtenidos en la pizarra, finalmente cuentan los resultados y se da por ganador aquella opción que posee mayor cantidad de veces obtenida. El juego continúa pero con la variante de lanzar dos monedas juntas en vez de sólo una, antes de iniciar el nuevo juego la docente pregunta a los estudiantes “¿*Cuántas opciones se tienen al lanzar dos monedas?*”, los estudiantes dan variadas respuestas con sus opciones que son registradas en la pizarra por la profesora, es ese momento en que los estudiantes hacen comentarios para defender sus opciones, las que consideran el orden de las monedas y aquellos que no lo consideran, habiendo algunas de estas opciones que se contraponen entre sí. La discusión es zanjada por la profesora quien realiza un diagrama de árbol con las opciones que entrega el lanzamiento de dos monedas.

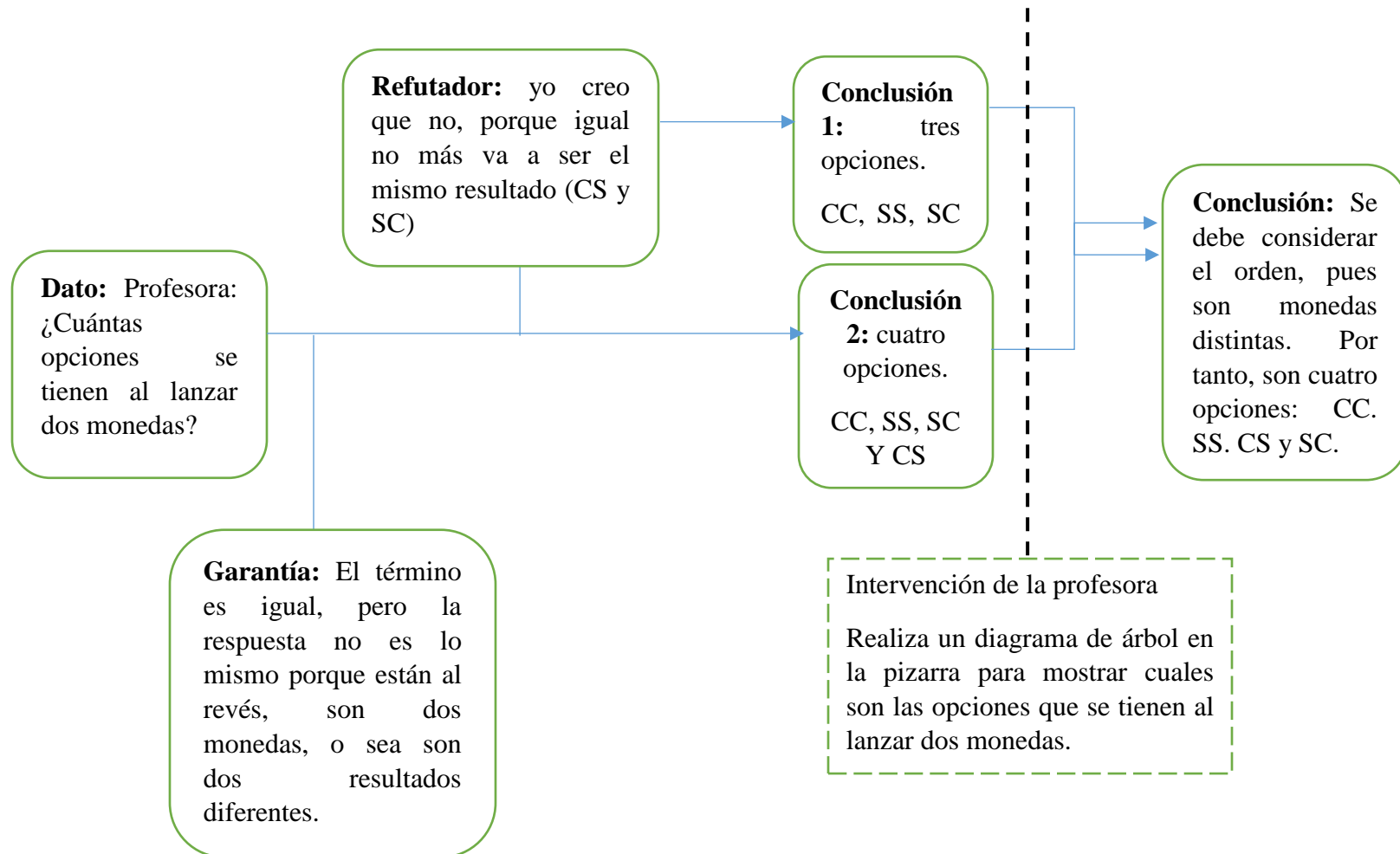


Figura 8. Análisis estructural episodio 2

Fuente: Elaboración propia.

Análisis epistémico:

En este episodio, las conclusiones que se obtienen por parte de los estudiantes son opuestas. Por un lado, hay estudiantes que afirman que al lanzar dos monedas las opciones SC y CS son lo mismo pues no consideran que son distintas monedas y por tanto no les asignan un orden a las opciones.

Profesora: cara o sello, ya ¿Cuántas posibilidades voy a tener entonces?

Benjamín: 3

Estudiante: 2

Profesora: ¿Cuáles son esas 2?

Benjamín: no, 3 pueden ser

Profesora: 3, ¿Por qué?

Benjamín: porque pueden ser cara o sello, sello sello o cara cara

Profesora: ya, dice Benjamín que pueden ser, cc, cs, sc. ¿Cuántas posibilidades voy a tener?

Benjamín: 3

Estudiante: 4

Profesora: ¿hay otra? ¿Me alcanza otra?

Estudiante: sello sello

Estudiante: es que profesora, la segunda es igual a la tercera

Por otro lado, hay estudiantes que afirman que SC y CS son distintas opciones pues consideran que son distintas monedas y por tanto si importa el orden de las opciones.

Profesora: Quien piensa distinto ¿Tamara?

Tamara: El término es igual, pero la respuesta no es lo mismo, que sello cara y cara sello es lo mismo pero la respuesta no es igual porque están al revés, son dos monedas, ósea son resultados diferentes

Sin embargo, ninguna de las dos posturas logra el convencimiento de los estudiantes y no hay consenso entre ellos respecto de esas dos opciones.

Paula: en la 4, estamos hablando de diferentes monedas, por eso digo que cs y sc, porque son distintas monedas no sería lo mismo, al no ser la misma no podemos decir que es lo mismo.

Estudiante: yo no opino lo mismo, porque van a ser iguales no más, van a tener el mismo resultado, aunque le cambiemos la posición igual no más va a dar lo mismo, por ejemplo, si sale s y c va a ser lo mismo que c y s.

Finalmente es la docente quien valida una de las posturas, mediante un diagrama de árbol, donde se confirma la conclusión CS y SC como distintas. Sin embargo, hasta antes de este momento, se escuchan estudiantes con la postura de que SC es lo mismo a CS, sólo se convencen cuando la profesora asocia las opciones de lanzar una moneda con las opciones que se obtienen al lanzar dos monedas.

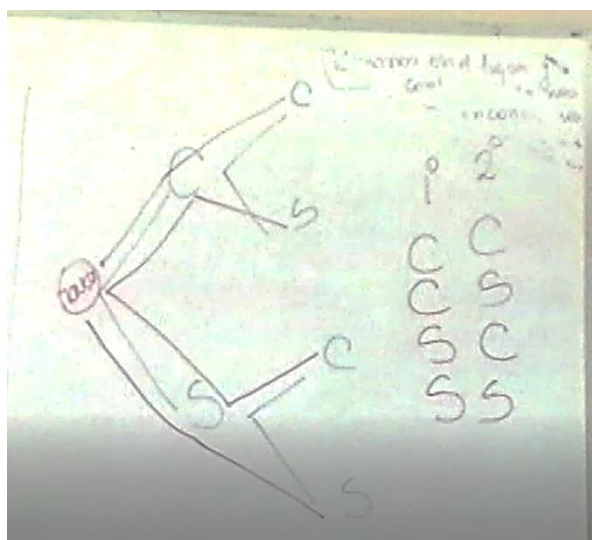


Figura 9. Diagrama de árbol para el lanzamiento de dos monedas clase 2 (AV)

Fuente: Grabación de clase 2 (AV).

Análisis epistemológico:

La afirmación “*porque son distintas monedas, por eso digo que CS y SC no es lo mismo*” es correcta, lo que da fundamento a la postura de que se tienen cuatro opciones al lanzar dos monedas.

Mientras que la estudiante que refuta no considera el orden es que aparece cara y sello en una moneda y en otra.

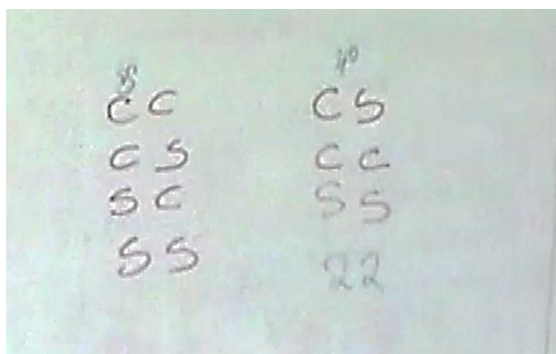


Figura 10. Opciones de lanzar dos monedas clase 2 (AV)

Fuente: Grabación de clase 2 (AV)

Tabla 4.1.3
Resumen episodio 3

Código	CM1EP1
Minuto	12:50
Curso	7 °
Objetivo de la clase	Resolver problemas que involucren perímetro y área de circunferencia y círculo.
Clase	1

Descripción General: La clase comienza con la pregunta “*¿Qué figura tiene mayor perímetro, una circunferencia de radio 4 centímetros o una semicircunferencia de radio 8 centímetros?*” se escuchan algunos comentarios iniciales de los estudiantes, afirmando que son iguales, entonces el profesor les solicita que calculen los perímetros de ambas figuras y luego comentarán con los resultados cuál de las dos figuras tiene mayor perímetro y por qué.

Cuando los estudiantes han obtenido los resultados de lo solicitado, el profesor pregunta nuevamente “¿*Qué figura tiene mayor perímetro?*”, algunos estudiantes responden que los perímetros son iguales y explican que obtuvieron el perímetro de la circunferencia completa y luego lo dividieron en dos, para obtener el perímetro de la semicircunferencia por tanto ambos perímetros son iguales, mientras que otro estudiante afirma que no los perímetros son distintos ya que no están bien obtenidos los resultados, explicando que debe agregarse el diámetro a la semicircunferencia, por lo que los perímetros son distintos, este estudiante explica su razonamiento ante el curso y el procedimiento que utilizó para obtener los perímetros de ambas figuras, finalmente el profesor valida su procedimiento y explicación, zanjando la discusión.

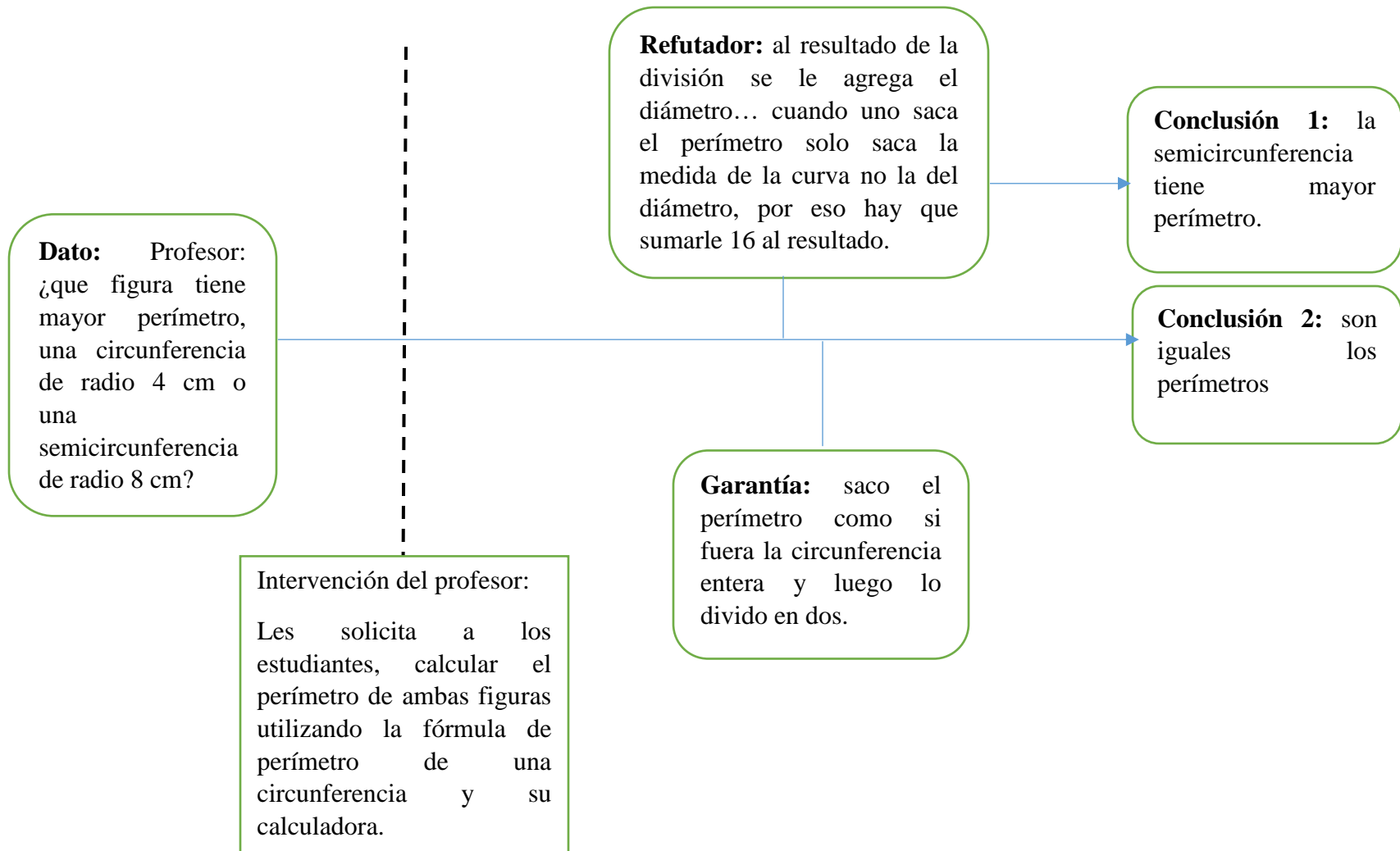


Figura 11. Análisis estructural episodio 3

Fuente: elaboración propia.

Análisis epistémico:

En el episodio se observa que la conclusión 1 y conclusión 2 son opuestas. Los estudiantes son convencidos de que la conclusión que afirma que ambas figuras tienen igual perímetro es errónea por un compañero (refutador), quien explica su razonamiento mediante el cálculo del perímetro, el que considera el diámetro de la semicircunferencia:

José T: *el resultado de la división, se le agrega el diámetro.*

Profesor: *pongan atención, José dilo más fuerte.*

José T: *después de dividir por dos el resultado, se le agrega 16 por el diámetro que tiene abajo la semicircunferencia.*

El profesor valida esta conclusión, explicando en la pizarra la forma correcta de calcular el perímetro de la semicircunferencia de radio 8 centímetros:

Profesor: *Pregunta ¿Qué figura tiene mayor perímetro?, ¿la semicircunferencia?*

Neil: *la semicircunferencia*

Profesor: *sí, porque si yo mido el perímetro de la circunferencia entera de radio 4, ese valor va a ser el mismo que el arco de radio 8, pero después vamos a tener que sumarle si o si el diámetro porque el diámetro no está considerado dentro de la operatoria de cuando uno divide por dos, como les decía. Porque cuando se divide en dos el perímetro sólo queda el arco.*

La TM de este episodio por diseño, es altamente esperable que aparezcan las dos respuestas, justamente porque permite múltiples posturas desde su enunciado.

Análisis epistemológico:

En este episodio hay afirmaciones matemáticas correctas usadas por los estudiantes, una de ellas es la afirmación: “cuando se divide en dos el perímetro de la circunferencia, lo que se obtiene es la curva y no el diámetro, por eso hay que sumarle 16 al resultado” (que

corresponde al diámetro), en esta frase el refutador utiliza el concepto de figura geométrica, para su argumento, establece que debe ser cerrada. Sin embargo, es razonable el argumento incorrecto que utilizan otros estudiantes quienes establecen que se divide por dos el perímetro de la circunferencia y se obtiene el resultado, puesto que literalmente “semi” significa mitad, algunas afirmaciones son:

“Fernanda: La circunferencia entera, tiene dos veces lo que sería la semicircunferencia”

“José D: míster, es que yo lo divido por dos, pero cuando es una semicircunferencia le saco el radio y esas cosas como si fuera una circunferencia entera y luego lo divido en dos”

Como se puede observar, el conflicto está en lo que para los estudiantes es una figura geométrica, pues los que afirman que se debe dividir en dos el perímetro de la circunferencia para obtener el de la semicircunferencia, no consideran el concepto de figura geométrica, como cerrada, sólo el prefijo “semi” como mitad de algo y de ahí su razonamiento, mientras que los que estudiantes que afirman que a ese resultado se le debe agregar el diámetro, si consideran que la línea debe ser cerrada para que se considere una figura geométrica.

Tabla 4.1.4
Resumen episodio 4

Código	CM2EP1
Minuto	19:02
Curso	7 °
Objetivo de la clase	Calcular un valor aproximado del área de la Antártida utilizando polígonos.
Clase	2

Descripción General: el profesor entrega a los estudiantes una imagen de la Antártica con una pequeña escala en el borde inferior de la hoja, y les comenta que es una actividad grupal y que el objetivo de esta es estimar el área del continente.

Para realizarlo el profesor les instruye que pueden utilizar figuras geométricas conocidas, como el triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo, pues los estudiantes saben calcular el área de dichas figuras y aplicando la escala que se les da a conocer en la hoja, lograr estimar el área solicitada.

El docente les comenta que es probable que se obtengan variados resultados, pero que lo que importa es como se llega a ello, por lo que cada grupo deberá pasar a exponer su procedimiento en la pizarra y explicarlo al curso, es así como un grupo de estudiantes pasa a exponer su procedimiento. El grupo decidió utilizar un cuadrado y un círculo inscrito dentro del cuadrado, calcularon el área de ambas figuras y luego las restaron para llegar a su resultado. Un compañero refuta esta explicación, fundamentando que, al hacer la resta de las áreas, lo que están obteniendo es el área de las esquinas y no el área solicitada, lo que finalmente es validado por el profesor, que utiliza una hoja para ejemplificarlo.

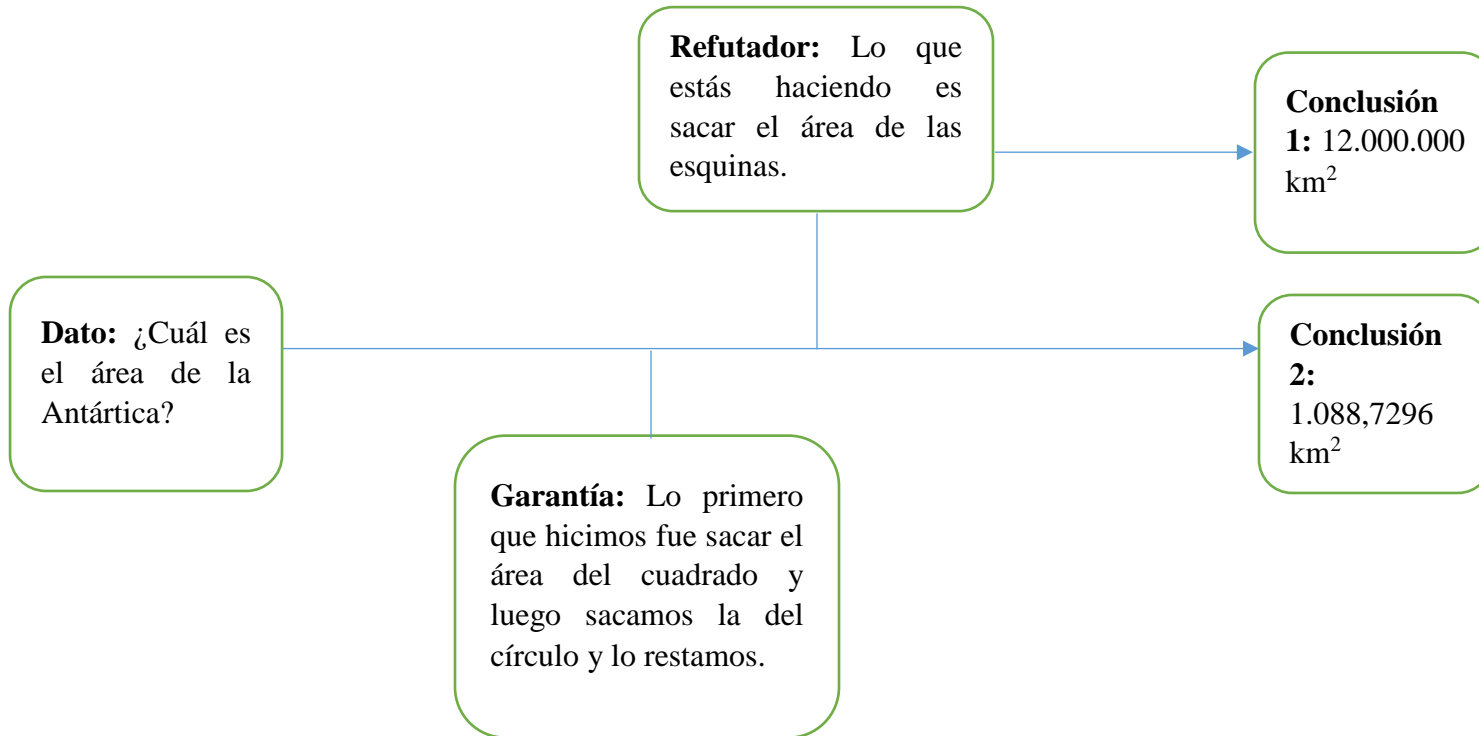


Figura 12. Análisis estructural episodios 4

Fuente: Elaboración propia.

Análisis epistémico:

El grupo de estudiantes que pasan a exponer su desarrollo del ejercicio solicitado, no presentan un sustento para mantener firme su explicación, más bien, comentan que lo hicieron de ese modo, por ejercicios anteriores que habían resuelto con ese método:

“Catalina: primero calculamos el área del círculo y luego la del cuadrado, el resultado lo restamos y nos dio eso 1.088,7296”

Un grupo de estudiantes no entienden el uso de este método, pues afirman que no está siendo aplicado para calcular el área solicitada, sino más bien para calcular los sectores restantes de las esquinas del cuadrado. Usando esa afirmación un estudiante convence al grupo expositor que la conclusión es errónea pues les comenta que al hacer la resta de las áreas de ambas figuras trazadas no se obtiene lo correcto:

Catalina: ¿te acuerdas cuando sacábamos el área ennegrecida? Hicimos eso, sacamos el área del cuadrado primero y después sacamos la del círculo y después la restamos.

Matías: pero entonces sacaron el área de las esquinas, y ustedes necesitan el área de la Antártida.

Catalina: pero si eso hicimos.

Análisis epistemológico:

En este episodio, las estudiantes que presentan sus razonamientos asocian el ejercicio con ejercicios que habían trabajado en clases anteriores, donde obtenían áreas achuradas, sin percatarse, que en este caso no era lo solicitado, pero justificando la resta, pues hay zonas dentro del círculo trazado que no son parte del continente y que por tanto no necesitaban.

“Catalina: es que teníamos el círculo, pero teníamos todo esto (partes que no eran necesarias)”

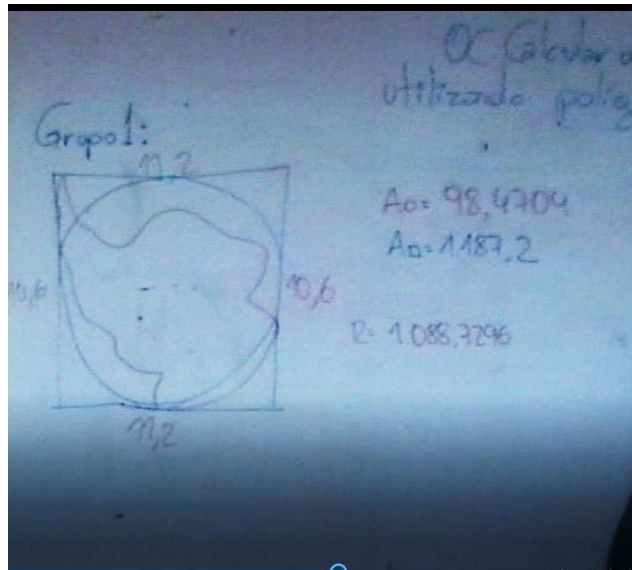


Figura 13. Aproximación de Antártica clase 2 (CM)

Fuente: Grabación de clase 2 (CM)

Por el contrario, los refutadores notaron que el procedimiento utilizado era para calcular el área achurada que habían aplicado en clases anteriores y que no era el caso del problema planteado para la clase:

Matías: entonces, en ese caso, una de las figuras es innecesaria

José D: sí, porque cuando se restan las dos áreas, que da solo el área sombreada que supuestamente eran los ejercicios que hacíamos antes.

4.2 Análisis de tareas matemáticas asociadas a episodios argumentativos.

¿Qué característica de la TM promovió la aparición de las estructuras argumentativas observadas?

La tarea relativa a medir el contorno de la mesa con un trozo de lana (TM 1) desde su planificación está diseñada para entregar resultados distintos, pues en el inicio se les entregan a los estudiantes trozos de lana de distintos tamaños y es eso lo que les da fundamento a ciertas afirmaciones y lo que permite que se generen discusiones y se puedan observar episodios argumentativos antes de que la docente interfiera.

Esta TM además es inductiva, pues los chicos miden utilizando medidas no estándar y buscan datos de forma empírica para levantar conclusiones. En síntesis, la condición de

disponer trozos de lana de distintos tamaños fue la que promovió la aparición de las estructuras argumentativas observadas.

La tarea en donde se pregunta ¿Cuántas opciones se tienen al lanzar dos monedas? (TM 2) es poco desafiante, pues es de conocimiento de los estudiantes las opciones que se tienen al lanzar una moneda lo que aplican para dar respuesta al lanzamiento de dos, sin embargo, esta tarea genera la confusión de ideas al establecer o no un orden en los elementos, en consecuencia, permite una confrontación entre estas.

Esta TM exige relacionar el suceso de lanzar una moneda con el lanzamiento de dos monedas, esto se observa en las primeras afirmaciones, pues los estudiantes utilizan el hecho de que en una moneda hay dos opciones por tanto al lanzar dos monedas también habrá esas opciones, sin embargo, también tiene una parte inductiva en el momento en que los estudiantes experimentan al lanzar monedas para poder observar los resultados obtenidos y obtener así conclusiones. En síntesis, se observa que el contenido matemático subyacente (la relevancia del orden para cuantificar combinaciones) ofrece un obstáculo que promueve la manifestación de las estructuras argumentativas observadas.

La tarea: ¿Qué figura tiene mayor perímetro; una semicircunferencia de radio 8 cm o una circunferencia de radio 4 cm? (TM 3) es una tarea desafiante pues está diseñada para que exista una única respuesta y generar confusión con la palabra “*semi*” pues por su definición, los estudiantes la asociaron a “*mitad*” lo que permitió generar afirmaciones fundamentadas en ello. Esta tarea implicó la aplicación de una fórmula conocida y previamente empleada por los estudiantes en clases anteriores a la observada, por lo que contaban con los conocimientos previos para su realización. En síntesis, el prefijo (semi) proporcionó instancias para la aparición de estructuras argumentativas.

La tarea: ¿Cuánto mide el área de la Antártica? (TM 4) es una tarea desafiante, pues permite a los estudiantes generar una estrategia para la resolución, y como se les instruye utilizar figuras geométricas conocidas, notan de inmediato que por la irregularidad del continente no hay figura que se enmarque exactamente en el territorio, lo que les obligó a pensar detenidamente para seleccionar alguna figura geométrica.

Esta tarea implicó que los estudiantes aplicaran fórmulas de áreas en las figuras geométricas utilizadas, por lo que contaban con el conocimiento previo necesario para su

realización. En síntesis, la irregularidad de la región presentada fue la permitió la manifestación de estructuras argumentativas.

¿Qué características de la TM permitieron al argumentador efectivo convencer al resto?

La característica de la TM 1 es que permitió a los estudiantes buscar datos de forma empírica para levantar conclusiones por lo que es una tarea inductiva., además los estudiantes midieron utilizando trozos de lana de distintos tamaños lo que permitió obtener resultados distintos en cuanto a las veces que debían utilizar el trozo para rodear la mesa. Estos resultados otorgaron la garantía a una de las conclusiones levantadas.

La característica de la TM2 es que el problema es compuesto por dos tareas sencillas (lanzar una moneda y lanzar dos monedas).

Como se mencionó en la pregunta anterior es de carácter inductiva, primero permite ir en busca datos empíricos para lograr la conclusión, por otro lado, en la explicación de las afirmaciones es posible observar que el análisis de los resultados de una moneda permite extenderlo para el lanzamiento de dos monedas.

La característica de la TM 3 es que los estudiantes debieron calcular utilizando la fórmula de perímetro de una circunferencia, y los datos del problema (circunferencia de radio 8 cm y semicircunferencia de radio 4 cm) permitieron la interpretación por parte de los estudiantes para realizar un procedimiento en particular que era la división de un perímetro en dos, lo que dio lugar a la discusión y a la generación de afirmaciones argumentativas.

La característica de la TM 4 es la irregularidad del territorio con el que los estudiantes debían trabajar para estimar su área, generando dudas y un pensamiento más elaborado de la elección de la o las figura(s) geométrica(s) que debían utilizar y el procedimiento a desarrollar, permitiendo que aparecieran variados métodos de resolución dando cabida a comentarios y que pudiera generarse una discusión a partir de cierto procedimiento presentado y explicado en la pizarra por un grupo de estudiantes.

¿Qué características de la TM permitieron que se pusiera en juego el conocimiento matemático (correcto o incorrecto) subyacente al problema y a las respuestas de los estudiantes?

En la TM 1 se pone en juego el concepto de medida, considerando una medida arbitraria. Obliga a los estudiantes a utilizar el concepto de medida y trabajar con medidas no estándar pues estaban familiarizados con medidas arbitrarias. Esto permitió generar afirmaciones

matemáticamente incorrectas, como aquella que una estudiante utilizó para explicar el porqué de los resultados obtenidos: *“porque las lanas son de distinto tamaño”* donde no se consideró el concepto de perímetro, sin embargo, también surgieron afirmaciones matemáticamente correctas a la pregunta realizada por la docente, como *“si las mesas son iguales deberían medir lo mismo, no debería depender de las lanas”* esta estudiante si relacionó figuras iguales, por tanto sus perímetros también deben ser iguales.

En la TM 2 la característica que permite que se ponga en juego el conocimiento matemático es el hecho de que hay dos monedas y por tanto debe considerarse el orden en que se obtienen los resultados del lanzamiento de estas, como por ejemplo *“estamos hablando de diferentes monedas, por eso digo que CS y SC, porque son distintas monedas no sería lo mismo, al no ser la misma no podemos decir que es lo mismo”* en la afirmación se observa que el estudiante consideró el orden de los resultados, mientras que para otros estudiantes, ambos resultados en cuestión significaron lo mismo, así quedó en evidencia en afirmaciones como *“profesora es que son las mismas pero en diferente orden no más”* donde el conocimiento matemático es incorrecto.

En la TM 3 la característica que permitió obtener afirmaciones matemáticas correctas o incorrectas fue el concepto de figura geométrica que poseían los estudiantes y el hecho de calcular el perímetro de una semicircunferencia, debido a que por definición la palabra “semi” significa mitad, lo que llevó a pensar que había que dividir en dos el perímetro de una circunferencia como lo evidencian algunas afirmaciones matemáticamente incorrectas como *“es una semicircunferencia hay que sacar el resultado y dividirlo por dos porque es una semicircunferencia, da lo mismo”*, sin embargo, surgieron afirmaciones correctas desde el concepto de figura geométrica que se utilizó, como por ejemplo: *“cuando uno divide el perímetro, uno solo*

saca esto de aquí (arco), y no la línea que está abajo (diámetro)” donde se evidencia el uso correcto del concepto de figura.

En la TM 4 la característica que permitió poner en juego el conocimiento matemático fue que no hay figura geométrica tradicional que cubra en su totalidad al continente solicitado y por tanto algunos estudiantes utilizaron más de una figura geométrica intentando cubrir la mayor parte de la Antártida, sin considerar el objetivo final de la actividad como se puede observar en la explicación que dieron algunos integrantes de un grupo, “*calculamos el área del círculo y luego la del cuadrado, el resultado lo restamos*”, no hay un fundamento matemático correcto para el procedimiento realizado y lo que se estaba solicitando, sin embargo, otros estudiantes, notaron lo incorrecto e hicieron la aclaración, “*pero ahí estarían sacando el área de las esquinas*” aclarando que no correspondía el desarrollo con la actividad.

A continuación, se expone un análisis descriptivo de las TM en tres aspectos, de contexto en el ámbito de motivar a los estudiantes, si promovían o no una cultura argumentativa y por último si promovieron un cuestionamiento del conocimiento existente en los estudiantes.

Tabla 4.2.1
Contexto general de TM1

Contexto (Motivación)	¿Promueve una cultura argumentativa?	¿Promueve un cuestionamiento del conocimiento?
TM no conecta con el contexto del estudiante, “¿Cuántas veces la lana rodea la mesa?”, no es interesante para ellos, no se relaciona con la realidad cotidiana, no utiliza contexto cercano al estudiante.	Se establecen dos posturas luego de que la docente pregunta ¿Por qué hay resultados distintos, si las mesas son iguales?, la mayoría de los estudiantes defiende la postura de que se debe a la diferencia en la medida de las lanas, pero hay dos estudiantes que defienden la postura que a pesar de eso las mesas deben medir lo mismo, sin embargo, esta TM no promueve una cultura argumentativa por diseño, sino que generó posiciones diferentes.	Rodear la mesa con un trozo de lana para medir su contorno no es una TM desafiante para los estudiantes, por lo que no promovió un cuestionamiento de su conocimiento, solo contar cuantos trozos se necesitaban para medir el contorno de la mesa, no les generó ninguna dificultad realizándolo en breves momentos.

Tabla 4.2.2
Contexto general de TM2

Contexto (Motivación)	¿Promueve una cultura argumentativa?	¿Promueve un cuestionamiento del conocimiento?
Esta TM involucra elementos que son cercanos para los estudiantes, pues las manipulan a diario, sin embargo, no suelen lanzarlas para preguntarse por las posibilidades que tienen al hacerlo, por lo que no es una TM que conecte al estudiante con su contexto.	En esta TM no se establecen posturas claras desde el inicio, estas van apareciendo a medida que la docente lanza las monedas y aparecen los resultados, por los que los argumentos van surgiendo a medida que avanza la clase y se muestran resultados en la pizarra, y no directamente a partir de la TM, sino más bien a partir de la gestión de la docente.	Los estudiantes conocen las posibilidades que tienen al lanzar una moneda, de ahí pueden deducir cuantas opciones tendrán al lanzar dos monedas o llegar a encontrar la respuesta mediante una sola moneda, por lo que esta TM no permite un cuestionamiento del conocimiento de los estudiantes, no es una TM desafiante para ellos.

Tabla 4.2.3
Contexto general de TM3

Contexto (Motivación)	¿Promueve una cultura argumentativa?	¿Promueve un cuestionamiento del conocimiento?
TM con un contexto puramente matemático, por lo que no hay una conexión con el contexto del estudiante, la discusión se basa en perímetros de dos figuras por lo que es alejado de los estudiantes y por tanto poco motivante.	En esta TM no se establecen las posturas inicialmente, si no a partir de los cálculos que realizan los estudiantes por petición del docente, sin embargo, por diseño, es esperable que aparezcan dos respuestas (igual y distinto perímetro), puesto que promueve un cuestionamiento del conocimiento, por lo que genera una cultura argumentativa dentro del aula.	Esta TM provoca que entre en cuestionamiento si los estudiantes conocen que es una figura geométrica o no, pues se les instruye a calcular los perímetros de circunferencia y semicircunferencia, lo que no les resulta complicado, pues anteriormente habían utilizado la fórmula correspondiente, sin embargo, resulta ser desafiante puesto que ocurre el error de no agregar el diámetro en el caso de la semicircunferencia lo que provoca que solo obtenga la longitud del arco, generando dudas.

Tabla 4.2.4
Contexto general de TM4

Contexto (Motivación)	¿Promueve una cultura argumentativa?	¿Promueve un cuestionamiento del conocimiento?
Aproximar el área de la Antártida, utilizando figuras geométricas, es un contexto matemático muy lejano al contexto de los estudiantes, y también lejana a las actividades que realizan cotidianamente en clases, por lo que también se aleja del contexto académico cercano a los estudiantes.	TM no genera dos posturas claramente establecidas inicialmente, estas surgen a partir de los cálculos realizados por los estudiantes y la presentación de uno de ellos que genera un episodio argumentativo, pero la TM propiamente tal no genera una cultura argumentativa.	Para realizar la TM los estudiantes si cuentan con los conocimientos necesarios, pues a pesar de que el área a calcular es irregular, pueden aproximarla con figuras conocidas, sin embargo, es una actividad que no habían realizado anteriormente, por lo que les lleva bastante tiempo encontrar una estrategia y por tanto la TM promueve un cuestionamiento del conocimiento que tienen.

4.3 Síntesis de resultados

4.3.1 Síntesis de episodios argumentativos.

En la tabla 4.3.1, se presenta una síntesis del análisis estructural, epistémico y epistemológico de los episodios argumentativos.

Tabla 4.3.1.1
Síntesis de episodios argumentativos clase 1

	Profesor AV	Profesor CM
Clase 1	El episodio argumentativo es bastante completo en cuanto a estructura, pues presenta varios elementos del esquema de Toulmin. No se observa un argumentador efectivo que convenza al resto. Las afirmaciones que efectúan los estudiantes en general son correctas.	El episodio del punto de vista estructural presente varios elementos del esquema de Toulmin. El argumentador efectivo es un estudiante (refutador). Las afirmaciones realizadas por los estudiantes son correctas, en cuanto a contenido matemático.

Tabla 4.3.1.2
Síntesis de episodios argumentativos clase 2

	Profesor AV	Profesor CM
Clase 2	El episodio presenta gran parte de los elementos del esquema de Toulmin. El argumentador efectivo es la profesora, quien valida una postura. En las afirmaciones efectuadas por los estudiantes es posible encontrar correctas (consideran orden de los elementos) e incorrectas (no consideran orden)	El episodio presenta los mismos elementos del esquema de Toulmin que los anteriores (dato, garantía, refutador y conclusión). El argumentador efectivo es un estudiante (refutador). Las afirmaciones resultantes del procedimiento presentado son incorrectas hasta que aparece el refutador quien realiza una afirmación correcta respecto del tema en cuestión.

4.3.2 Síntesis de características de las TM.

La tabla siguiente sintetiza las características de las TM seleccionadas por los docentes participantes en esta investigación, según las categorías expuestas en el marco teórico.

Tabla 4.3.2
Síntesis de características de las TM

Tarea matemática	Código	Contexto	Duración	Estructura	Dificultad
Medir el contorno de la mesa con un trozo de lana.	TM 1	matemático	corta	cerrada	Accesible
¿Cuántas opciones se tienen al lanzar dos monedas?	TM 2	matemático	corta	cerrada	Accesible
¿Qué figura tiene mayor perímetro; una semicircunferencia de radio 8 cm o una circunferencia de radio 4 cm?	TM 3	matemático	mediana	cerrada	Accesible
¿Cuánto mide el área de la Antártida?	TM 4	real	mediana	cerrada	Accesible

4.3.3 Síntesis de los elementos desencadenantes de la argumentación.

En la clase 1 del profesor AV, la TM estaba diseñada para entregar distintos resultados, adicionalmente la gestión docente fue activa, pues buscaba la aparición de interacciones argumentativas en los estudiantes.

En la clase 2 del profesor AV, la TM permitía múltiples resultados si se consideraba el orden o no de los elementos participantes y la gestión de la docente también fue activa.

En la clase 1 del profesor CM, la TM permitió múltiples posturas, pues surgían del mismo enunciado y la gestión del docente fue reactiva, puesto que no buscaba argumentación, sin embargo, la permitió una vez que esta surgió.

En la clase 2 del profesor CM, el contexto de la TM tiene un rol central en la aparición de argumentación y una gestión docente que si bien no busca la aparición de interacciones argumentativas cuando estas aparecen las permite, por lo que al igual que en la clase anterior su gestión fue reactiva.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

A continuación, se discutirá y concluirá los resultados del presente estudio acerca de las características de la tarea matemática que profesores de enseñanza media seleccionan para promover el desarrollo de la argumentación en el aula, por lo que se inicia con algunas discusiones de la investigación para continuar con las conclusiones del estudio que dan cuenta de los objetivos específicos, finalizando con las limitaciones y proyecciones.

En esta investigación, se recabó y procesó información para poder establecer ciertas características de la tarea matemática que promueven el desarrollo de la argumentación en el aula, y poder dar respuesta a la interrogante que guio el estudio: ¿Cuáles son las características de las tareas matemáticas que promueven el desarrollo de la argumentación en estudiantes de enseñanza media?

Para lo que se establecieron objetivos específicos, los cuales que direccionaran la investigación. Para el logro del primer objetivo, se identificaron los episodios argumentativos que se produjeron en cada clase grabada y se caracterizaron mediante una descripción general, de forma epistémica, epistemológica y estructural.

5.1 DISCUSIÓN

Del análisis de los episodios argumentativos que se observaron en las clases, en su totalidad, la argumentación presente en ellos fue de tipo intuitiva, puesto que carecen de una red bien establecida de definiciones, lemas, proposiciones y teoremas que permiten avanzar en los razonamientos como establecen Gamboa, Planas y Edo (2010) más bien, los estudiantes se apoyaron en su lenguaje natural para verbalizar sus razonamientos.

Por ejemplo:

En el episodio argumentativo 1: el refutador expone su opinión de la siguiente forma:

“Si las mesas son iguales deberían medir lo mismo, no debería depender de la lana. Si tenemos una lana que mida 8 cm y empezamos a medir nos va a dar un resultado, y una que mida 10 cm va a pasar los mismo, al final tenemos que llegar al mismo resultado”.

Ambos profesores generaron tareas accesibles a los estudiantes, de manera que estos no se sintieron sobrepasados con la actividad, previniendo que contaran con los conocimientos

previos y necesarios para la resolución de la TM evitando de este modo que los alumnos desistieran rápidamente por resultarles demasiado difícil como menciona Ponte (2004).

En este sentido, la TM1 involucró medir utilizando trozos de lana y una regla, la TM2 implicó establecer el espacio muestral del lanzamiento de dos monedas, la TM3 involucró calcular perímetro de una semicircunferencia y una circunferencia y la TM4 implicó calcular el área de figuras geométricas.

Para cada una de las TM los estudiantes contaban con los conocimientos previos necesarios para lograr la resolución.

Se observó además, que todas las TM eran cerradas, por lo que las argumentaciones observadas buscaban lograr que una de las posiciones prevaleciera, en el sentido declarado por Van Eemeren y Grootendorst (1992) del requerimiento de puntos de vista opuestos para el desarrollo de la habilidad. En este sentido, todas las TM involucradas en la investigación tenían una única respuesta correcta, por lo que de las distintas posiciones que surgieron, debió prevalecer aquella que era correcta.

Lo realizado por la docente AV es consistente con lo propuesto por Solar y Deulofeu (2016) pues ellos admiten que la tarea no puede gestionar por sí sola argumentación si no hay gestión, y en esta investigación los datos de la profesora AV así lo sugieren, pues se observó que su gestión buscaba la argumentación, pero sus TM eran pocos desafiantes. Sin embargo, el docente CM no tuvo una gestión que promoviera la argumentación, pero sus TM eran desafiantes. Una de ellas entregaba múltiples posturas desde el enunciado, por tanto la TM era argumentativa por diseño, mientras que en la otra TM de contexto real permitió la argumentación, puesto que los estudiantes debieron trabajar con territorio y asociarlo a una figura geométrica sin que ninguna de ellas lograra abarcar la totalidad del territorio, por tanto el contexto de esta TM jugó un rol central en la aparición de interacciones argumentativas.

Aquellas TM desafiantes que promovieron un cuestionamiento de conocimiento en los estudiantes llevaron a producir discusiones productivas favoreciendo la aparición de interacciones argumentativas. Esto es consistente con lo establecido por Conner et al (2014), por sobre la gestión del docente, puesto que en las clases del docente que generó TM desafiantes pero cuya gestión de aula fue tradicional, de igual modo surgieron interacciones argumentativas entre los estudiantes.

Por otro lado, ambos docente participantes, reconocieron que uno de los elementos que consideraron para generar las TM que promovieran argumentación fue el error típico y la

gestión de éste, considerado un elemento de las estrategias comunicativas establecidas dentro de las condiciones para promover esta habilidad según Solar y Deulofeu (2016).

Desde el punto de vista estructural, los episodios argumentativos analizados presentan varios elementos (garantía, refutador, conclusión) del esquema de Toulmin, presentado en el capítulo de marco teórico.

Era altamente esperable que aquella docente que generó una tarea diseñada para entregar variados resultados por parte de los estudiantes y además su gestión de aula promovía la argumentación, desarrollara esta habilidad en el aula, cumpliéndose así el segundo supuesto planteado en esta investigación y que surge a partir de las condiciones que promueven la argumentación propuestas por Solar y Deulofeu (2016), sin embargo, el docente cuya gestión de aula fue tradicional, los estudiantes no estaban familiarizados con esta habilidad ni con el tipo de tareas y en momento suponía una gestión apuesta al desarrollo de la argumentación. De igual modo, generó tareas altamente desafiantes, pero siempre accesibles a los estudiantes de manera que estos no se sintieran sobrepasados con la actividad, pero motivados al desafío que presentaba la resolución logrando promover un cuestionamiento del conocimiento existente, permitiendo el desarrollo de interacciones argumentativas, cumpliendo así el primer supuesto planteado en este trabajo que tiene relación con el planteamiento de tareas con alto nivel cognitivo y el desarrollo de la argumentación en el aula (Ponte, 2004), debido a lo anteriormente expuesto, pareciera que la tarea matemática puede ser independiente de la gestión del docente.

Por otro lado, de ambos docentes participantes, sólo uno de ellos (AV) afirmó en su entrevista promover frecuentemente la interacciones argumentativas en sus clases, por lo que los estudiantes estaban familiarizados con la habilidad y ocurrían interacciones argumentativas incluso antes de la intervención de la docente, además la docente menciona que al momento de generar una TM que promueva la argumentación se debe considerar la gestión del error, la gestión de lo que pueda decir y en qué momento se va a intervenir. Mientras que el otro docente (CM) reconoció no trabajar en clases la argumentación por lo que para ese grupo de estudiantes fue más difícil generar discusiones entre ellos, pues estaban acostumbrados a una gestión más tradicional por parte del profesor, sin embargo, fue éste docente el que generó tareas más desafiantes, en este sentido, el docente comentó que para generar la TM consideró los errores típicos cometidos por los estudiantes, que fuera fácil equivocarse, que tuvieran la certeza de una respuesta errónea y que tomara un contenido que se haya visto hace poco, de manera que el contenido matemático no fuera un obstáculo para la aparición de interacciones.

5.2 CONCLUSIONES

5.2.1 Conclusiones relacionadas al objetivo específico 1: Identificar y caracterizar episodios argumentativos en clases de matemática

Las categorías propuestas para las interacciones argumentativas que se desarrollaron en las clases observadas, tienen relación con la naturaleza de la interacción, esto es; intuitiva o matemática.

En las cuatro clases observadas, dos en cada caso de cada profesor participante, se desarrollaron episodios argumentativos, las interacciones en estos episodios fueron del tipo intuitiva, pues los estudiantes utilizaron lenguaje natural para apoyar sus argumentos además de situarse en un contexto cotidiano al momento de hacer afirmaciones, utilizando en algunos casos el error para justificar.

En el caso del episodio 1, que surge de una tarea relacionada con la medición del contorno de mesas, se evidencia la argumentación intuitiva, los estudiantes hacen referencia a la medida y las vueltas que da el trozo de lana a la mesa, sin embargo, no se realizan afirmaciones en las que se utilice lenguaje matemático refiriéndose a perímetro o alguna explicación más formal en relación a teoría matemática.

Del análisis epistemológico se evidencia conocimiento matemático en la estudiante que hace referencia a la igualdad de formas y por tanto igualdad en medida, refiriéndose a relación de perímetros de figuras congruentes, sin embargo, a pesar de tener el conocimiento matemático se utiliza el lenguaje natural para expresarlo. Desde el punto de vista estructural, este episodio se considera de calidad, pues presenta varios elementos del esquema de Toulmin entre ellos, aparecen afirmaciones que se establecen como garantía y refutación, que permiten obtener una estructura casi completa del esquema adaptado por Solar y Deulofeu (2016). En relación al análisis epistémico del episodio, se concluye que no hay un convencimiento de ninguna de las partes participantes en la interacción, esto se ve reflejado en que se establecen dos conclusiones y la discusión queda abierta al momento de terminar la clase.

El episodio 2, surge a partir de una tarea que tiene relación con probabilidad simple (opciones que se tienen al lanzar dos monedas), las afirmaciones que dan los estudiantes sobre los posibles resultados dan cuenta de una argumentación intuitiva, puesto que no utilizan lenguaje formal, tampoco realizan alguna demostración de sus afirmaciones, y en el vocabulario utilizado no hay registro de conceptos matemáticos o teóricos.

Del análisis estructural del episodio, se aprecia que en él están presentes los elementos; garantía y refutación que se propone en el esquema de Toulmin, las afirmaciones de los estudiantes que hacen que estos elementos estén presentes permitiendo darle una estructura al episodio nos sugiere que estructuralmente es un episodio de calidad, por otro lado, desde el punto de vista epistemológico se evidencia que algunos estudiantes aplican el conocimiento matemático de manera correcta, pues hacen la relación de orden entre los resultados, dándole distinto significado a s_c y c_s , considerando las dos monedas como elementos distintos. En relación al análisis epistémico, se establecen dos conclusiones que apuestan a posturas contrarias, con sus respectivos fundamentos entregados por los estudiantes, sin embargo, esta discusión no queda abierta puesto que la profesora quien a través de una explicación cierra el tema haciendo uso de su autoridad.

El episodio 3 surge a partir de una tarea matemática relacionada con la comparación de perímetros de dos figuras geométricas. En este episodio, se involucra una fórmula debido al requerimiento de obtener perímetros, sin embargo, a pesar de la utilización de una forma teórica las afirmaciones dadas por los estudiantes son más bien intuitivas, por lo que al igual que en los episodios anteriores, la naturaleza de las interacciones es intuitiva, puesto que no hay una demostración matemática de dichas afirmaciones sino más bien, para estas se recurre al lenguaje natural de los estudiantes y del contexto de la clase.

En este episodio, al igual que en los anteriores, es posible identificar elementos de la estructura de Toulmin, y que en su análisis estructural nos permite asociar ciertas afirmaciones con una garantía y refutación, al percibirse una estructura bien definida del esquema propuesto se concluye que el episodio argumentativo es de calidad. Del análisis epistemológico se desprende que hay presencia de afirmaciones matemáticamente, es decir, los estudiantes expresan conocimiento matemático de manera correcta, como se evidencia en la afirmación que establece que al dividir en dos el perímetro de una circunferencia solo se obtiene el arco sin considerar el diámetro para formar la semicircunferencia que es finalmente lo solicitado, en cuanto al análisis epistémico, hay registro de dos posiciones claramente establecidas, que dan lugar a dos conclusiones que son opuestas entre sí, lo que finalmente se aclara por la afirmación del refutador, siendo el docente el que valida esta posición y no el que logra el convencimiento.

El episodio 4 surge a partir de una tarea matemática relacionada con el cálculo de área de una región irregular, los estudiantes debieron aplicar fórmulas matemáticas, sin embargo, sus afirmaciones respecto de la pregunta realizada, fueron en un contexto cotidiano, y aplicando lenguaje natural, no se registró el uso de fundamentos matemáticos apoyados en

teorías, proposiciones, axiomas o alguna demostración matemática de lo realizado, por lo que se considera la argumentación surgida en este episodio de tipo intuitiva.

Al realizar el análisis del episodio, es posible establecer elementos estructurales de esquema de Toulmin, así se identificaron afirmaciones que se posicionan en la garantía y otras en refutación, de este modo es posible esquematizar el episodio y permitiendo ser considerado un episodio argumentativo de calidad. Por otro lado, en lo referido al análisis epistemológico, también en este episodio se realizan afirmaciones que demuestran un conocimiento matemático del quien las emite, esto se evidencia, en el momento en que se corrige una afirmación previamente efectuada con el fundamento que al restar dos áreas (cuadrado y círculo) lo que se está obteniendo es el área queda entre ambas (esquinas) y no la solicitada. En cuanto al análisis epistémico, si se registra convencimiento de los estudiantes, por medio de la afirmación del refutador, invalidando la conclusión previamente establecida, finalmente es el docente quien valida la conclusión del refutador dejando zanjada la discusión.

En los cuatro episodios argumentativos identificados, no se reportó argumentación de tipo matemático, esto puede explicarse al nivel académico de los estudiantes, a la poca teoría conocida y al vocabulario que contengan los estudiantes.

5.2.2 Conclusiones relacionadas al objetivo específico 2: Analizar las características de la(s) TM asociada a estos episodios.

En esta investigación se analizan cuatro tareas matemáticas que debieron seleccionar los docentes participantes, para el desarrollo de este objetivo específico, se establecieron ciertas categorías relativas a las tareas matemáticas, estas son; duración (corta o mediana), contexto (realidad o matemática), estructura (abierta o cerrada) y grado de dificultad (accesible o difícil).

La primera TM, consistió en medir el contorno de las mesas de la sala, para eso la docente le entregó a los estudiantes trozos de lana de distintos tamaños, luego del trabajo la docente preguntó a los estudiantes: *¿Por qué son todas las medidas distintas, si las mesas miden lo mismo?*

- **Duración:** producto que los estudiantes sólo debieron medir su respectiva mesa con el trozo de lana otorgado y luego volver a realizar la operación utilizando una

regla, estos procedimientos se realizaron en unos cuantos minutos iniciales de la clase, por lo que se considera una tarea de tipo corta.

- **Contexto:** el contexto en que se enmarca esta tarea es de tipo matemático, en ella no se evidencia un intento de contextualizar la realidad ni se conecta al contexto del estudiante en términos de generar motivación puesto que discutir cuantos trozos de lana rodean la mesa es un labor alejada del contexto del estudiante, es una labor totalmente relaciona con la asignatura.
- **Estructura:** el hecho de que los trozos de lana entregados a los estudiantes tuviesen distintas medidas, provocó que los resultados fueses variados, por tanto esta tarea desde su origen permite entregar distintas respuestas.

A pesar de estar diseñada para entregar distintos resultados, es una tarea cerrada, pues esta tarea admitía sólo un resultado correcto, debido a que las mesas eran iguales por la longitud debía ser igual en todas.

- **Grado de dificultad:** rodear una mesa con un trozo de lana y luego con una regla, no es una tarea difícil para los estudiantes lo que afecta una posible motivación para enfrentar argumentativamente a otros debido a que contar cuantas veces es necesario mover la lana para rodear la mesa no promueve un conflicto del conocimiento por tanto esta tarea es considerada accesible y poco desafiante.

La segunda TM observada, corresponde a obtener las opciones de resultados al lanzar dos monedas, para esto, se hace el ejercicio de lanzar las monedas, luego la docente pregunta: *¿Cuántas opciones se tienen al lanzar dos monedas?*

- **Duración:** la tarea propuesta para la clase, era saber cuántas opciones se obtienen al lanzar dos monedas, para lo que se lanzaron algunas monedas de manera de realizar un experimento, este procedimiento fue en el inicio de la clase, esta tarea se considera de corta duración.
- **Contexto:** la tarea matemática a pesar de involucrar en ella un objeto cercano a los estudiantes que en este caso es una moneda, se sitúa en un contexto matemático puesto que se les pregunta a los estudiantes opciones al lanzar dos monedas, no es una pregunta que analicen o intenten responder diariamente, por lo que es una actividad alejada de su contexto cotidiano, lo que afecta la motivación para iniciar o mantener una discusión argumentativa.

- **Estructura:** el grado de apertura de esta tarea matemática, es cerrada, esto se explica a las posibles respuestas, para la pregunta efectuada, la cantidad de respuestas correctas es sólo una; hay cuatro posibles opciones al lanzar dos monedas, además los procedimientos de resolución aplicados en clases no fueron variados y la instrucción era precisa sobre los requerimientos.
- **Grado de dificultad:** no provoca un conflicto de conocimiento, los estudiantes tienen el conocimiento necesario para resolver la pregunta inicial, que se relaciona con saber las posibilidades al lanzar una moneda, por tanto, sólo debían extrapolar ese conocimiento al hecho de tener dos monedas, de manera que esta tarea es completamente accesible a su conocimiento y poco desafiante.

La TM 3, corresponde a un problema matemático que inicia con una pregunta que el docente hace a los estudiantes: *¿que figura tiene mayor perímetro, una circunferencia de radio 4 cm o una semicircunferencia de radio 8 cm?*

- **Duración:** esta tarea se clasifica como mediana duración, debido a que además de calcular ciertos perímetros los estudiantes deben comparar resultados para dar respuesta a la pregunta planteada.
- **Contexto:** no hay indicio de ningún elemento cotidiano o de realidad en el problema propuesto lo que podría afectar la motivación para enfrentar argumentativamente a otros, por el contrario, el problema plantea la comparación de perímetros de dos figuras geométricas por tanto es evidente que el contexto de la tarea propuesta es matemático.
- **Estructura:** es una tarea cerrada, sin embargo, es altamente esperable que aparezcan dos respuestas a la pregunta, debido al conflicto de conceptos matemáticos que se ponen en jaque, la tarea está diseñada para generar conflicto, por tanto promueve una discusión respecto de las respuestas.
- **Grado de dificultad:** esta tarea no provoca un conflicto con su conocimiento, puesto que los estudiantes contaban con los conocimientos previos necesarios para su realización, por lo que se considera una tarea accesible pero desafiante.

La TM 4, consiste en estimar el área de la Antártida utilizando figuras geométricas a elección y según conocimientos de los estudiantes, la instrucción que hace el docente es vaga respecto del procedimiento a utilizar.

- **Duración:** la tarea propuesta en este caso se clasifica de duración mediana, esto se explica que para su resolución los estudiantes deben planear una estrategia de resolución, puesto que no se les entrega un método en particular ni una fórmula que aplicar por tanto los estudiantes debieron explorar técnicas que les fueran útiles.
- **Contexto:** el problema propuesto plantea la necesidad de estimar un área y en su instrucción se les solicita aplicar figuras geométricas por lo que es evidente que su contexto asociado es de tipo matemático, alejado completamente del contexto de los estudiantes y de su realidad, lo que afecta la motivación para enfrentar una discusión argumentativa.
- **Estructura:** es una tarea cerrada, debido a que los distintos grupos de estudiantes estimaron el área de un mismo territorio, por lo que las estimaciones efectuadas debieron ser similares entre ellas, admitiendo que por ser estimaciones, éstas no serían totalmente iguales.
- **Grado de dificultad:** la vaga instrucción del docente, en relación al procedimiento y las figuras a elección provoca que los estudiantes deban tomar decisiones dentro del procedimiento de solución, lo que determina que esta tarea sea desafiante, sin embargo es accesible puesto que en su solución aplican conocimientos previamente aplicados.

Las categorías correspondientes a estructura abierta, contexto de realidad y dificultad difícil no se reportaron en esta investigación, aun cuando los docentes estuvieron de acuerdo en que una tarea contextualizada a la realidad facilitaría el desarrollo de la argumentación pero generarlas demandaría mucho más tiempo.

5.2.3 Conclusiones relacionadas al objetivo específico 3: Describir el rol de las características de la TM en el aula para promover la argumentación en el aula.

Las tareas matemáticas seleccionadas por los profesores participantes fueron pensadas para promover la argumentación en el aula.

Las TM 1 y 2 fueron generadas por una docente que poseía conocimientos relativos a argumentación, en consecuencia, esta docente es quien genera una mejor gestión argumentativa, sin embargo sus tareas son poco desafiantes para los estudiantes lo que afecta su motivación para argumentar a otros y mantener la discusión, además sus tareas no generan un cuestionamiento de conocimientos en sus alumnos, debido a que son bastante

sencillas, además son ambas alejadas al contexto de los estudiantes por lo que afecta la generación de motivación para argumentar.

Las TM 3 y 4 corresponden a tareas generadas por el docente sin conocimiento respecto a argumentación, por lo que este docente presenta en sus clases una gestión más tradicional, sin embargo, sus tareas son mucho más desafiantes que las anteriores, logrando que se genere un cuestionamiento del conocimiento en los estudiantes que está dentro del alcance de los recursos de estos, en consecuencia, promueven una cultura de argumentación, permitiendo el desarrollo de interacciones argumentativas en el aula.

Por tanto, no solo basta una buena gestión argumentativa para promover la argumentación, es necesaria una tarea desafiante, que promueva un cuestionamiento del conocimiento en los estudiantes.

En conclusión, en las cuatro TM se puede observar que los profesores no generan argumentación, no son ellos los que promueven una cultura argumentativa, sin embargo, es posible, encontrar discusiones entre estudiantes, más aún, instantes en que es posible observar elementos de la estructura de Toulmin antes de la intervención de los profesores y que son atribuibles al diseño la de TM, sin embargo, en la mayoría de los casos el argumentador efectivo es el profesor, debido a que éste es quien mediante su autoridad explica utilizando conocimiento matemáticos más teóricos y entrega la conclusión correcta o validando alguna de las conclusiones surgidas a partir de las discusiones de los estudiantes.

5.2.4 Respondiendo a la pregunta de investigación: ¿Cuáles son las características de las tareas matemáticas que promueven el desarrollo de la argumentación en estudiantes de enseñanza media?

Tabla 5.2.4
Caracterización de las TM por profesor.

Profesor AV	Profesor CM
TM1: cerrada, accesible, poco desafiante y entrega múltiples resultados.	TM3: cerrada, accesible, desafiante y de múltiples posturas desde su enunciado lo que la hace argumentativa.
TM2: cerrada, accesible, poco desafiante y entrega múltiples resultados.	TM4: cerrada, accesible, desafiante y de contexto real.

Las TM de la profesora AV eran cerradas y poco desafiantes, no provocaban interacciones argumentativas por sí solas, sin embargo, en sus clases surgieron de igual modo estas

interacciones debido a la gestión activa que buscaba la aparición de esta habilidad, por tanto en este caso, la habilidad se dio por la gestión docente más que por las TM. Por otro lado, las TM del profesor CM también fueron cerradas pero desafiantes. Adicionalmente, una de ellas estaba situada en un contexto real, el que jugó un rol central en la aparición de interacciones argumentativas, puesto que los estudiantes notaron de inmediato que por la irregularidad del continente antártico no hay figura geométrica que se enmarque exactamente en el territorio, lo que promovió la argumentación a pesar de la gestión reactiva de este docente. La otra TM de este mismo docente era argumentativa por diseño, pues permitía múltiples posturas desde el enunciado, por lo que las TM que este docente propuso fueron las desencadenantes de la habilidad por si solas más que por la gestión.

5.3 Limitaciones

Debido al tema de la investigación que involucra desarrollar argumentación en el aula y que como docentes no estamos capacitados para desarrollar por la reciente incorporación de habilidades en el curriculum, es que una dificultad fue encontrar docentes que accedieran a ser participantes de la investigación y además permitir filmar sus clases fue complejo, luego de superar esa dificultad, surge una nueva a partir del carácter del trabajo investigativo, puesto que al ser exploratorio escasea el material empírico en el que apoyarse, si bien, es posible encontrar material relacionado, este es contextualizado en mayor cantidad en enseñanza básica, sin embargo, fue de utilidad para el planteamiento de uno de los supuestos que se propone en la investigación.

El enfoque cualitativo de la investigación también plantea dificultades, debido a la diversidad de técnicas de recogida de datos y en consecuencia el análisis de datos cualitativos es complejo, pues es necesario establecer claramente las técnicas de análisis coherentes con los objetivos, la cantidad de datos recolectados demandó bastante tiempo, debido a que se observaron y filmaron 4 clases de 90 minutos cada una, lo que implicó transcripciones extensas y detenidas para posteriormente identificar episodios argumentativos.

Respecto de los episodios argumentativos y las tareas matemáticas, la dificultad se situó en establecer que las interacciones surgieron a partir de la tarea y no por la gestión del docente, esto se vio reflejado, debido a que uno de los docentes no gestionó la argumentación en el aula, de igual modo esta surgió a partir de la tarea planteada.

5.4 Proyecciones

En relación a los resultados de esta investigación, estos pueden contribuir a nuevas investigaciones que aborden a la planificación de tareas matemáticas que sean diseñadas para promover la argumentación.

No se observaron TM abiertas en las elecciones de los casos, y podemos levantar aquí dos conjeturas interesantes de ser estudiadas. La primera de ellas: la elección de TM abiertas permite la manifestación de argumentaciones más flexibles, en el sentido propuesto por Leitão (2000), quien propone la argumentación como un medio para alcanzar posiciones alternativas. La segunda conjetura es que los profesores estudiados no tienen una cultura o una formación que les permita considerar una argumentación conciliadora como parte de la educación matemática, y es posible que esta sea una creencia extendida en el profesorado, lo que constituye una condición muy preocupante.

Preparar a los docentes en ejercicio que por los años de estudio no incorporaron en su formación inicial las habilidades transversales propuestas por el ministerio, estrategias para generar o seleccionar tareas matemáticas adecuadas que favorezcan el desarrollo de habilidades en la sala de clases, incorporar también en la formación inicial actual metodologías o estrategias que les permitan a los docentes de matemática ser capaces de generar tareas adecuadas para el desarrollo de la argumentación.

En relación a la muestra, los resultados de esta investigación podrían haber sido mucho más significativos si la cantidad de clases filmadas o la cantidad de docentes participantes hubiese sido mayor.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agencia de Calidad de la Educación. (2015). *Informe Nacional Resultados TIMSS Chile 2015*. Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias, Santiago, República de Chile.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, E., Krauss, S., Neubrand, M., y Tsai, Y. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133- 180.
- Benedicto, C., Jaime, A., & Gutiérrez, Á. (2015). *Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos*. En Fernández, Ceneida; Molina, Marta; Planas, Núria (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 153-162). Alicante, España: Universidad de Alicante.
- Blasco, T., & Otero, L. (2008). Técnicas conversacionales para la recogida de datos en investigación cualitativa: La entrevista (I). *Nure Investigación*, (33).
- Boero, P., Douek, N., & Ferrari, P. (2008). Developing mastery of natural language. *Handbook of international research in mathematics education*, 262-295.
- Burkhardt, H., & Swan, M. (2013). *Task design for systemic improvement: Principles and frameworks*. En Margolinas (Ed.) *Task design in mathematics education: Proceedings of ICMI Study 22*, 431-439.
- Caraballo, R., Rico, L., & Lupiáñez, J. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 17(2), 225-241.
- Charalambous, C. (2010). Mathematical Knowledge for Teaching and Task Unfolding: An Exploratory Study. *The Elementary School Journal*, 110(3), 247-278.
- Chico, J., & Planas, N. (2014). *Impacto de la interacción en grupo en la construcción de argumentación colectiva en clase de matemáticas* (Tesis de doctorado inédito), Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España.
- Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P., & Francisco, R. (2014). Identifying Kinds of Reasoning in Collective Argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 181-200.
- Copur-Gencturk, Y. (2012). *Teachers' Mathematical knowledge for teaching, instructional practices, and student outcomes*. Tesis doctoral, University of Illinois. Recuperado de <http://hdl.handle.net/2142/31173>

- Cornejo, M., & Salas, N. (2011). Rigor y calidad metodológicos: un reto a la investigación social cualitativa. *Psicoperspectivas*, 10(2), 12-34.
- Córdova, A., Velásquez, M., & Arenas, L. (2016). El rol de la argumentación en el pensamiento crítico y en la escritura epistémica en Biología e Historia: aproximación a partir de las representaciones sociales de los docentes. *Alpha (Osorno)*, (43), 39-55.
- Crespo, C. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Premisa (Revista de la sociedad argentina de educación matemática)*, 24, 23-29.
- Crespo, C., Márquez, R., & Andalón, J. (2005). *El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo* (Doctoral dissertation, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, México). Recuperado de http://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/crespo_2005.pdf.
- Escudero, I. y Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *Journal of Mathematical Behavior*, 2007, 312-327.
- Fernández, J. (2012). Argumentación: Hacia Un Esquema Conceptual. *Logos: Revista de Lingüística, Filosofía y Literatura*, 22(1), 47-73.
- Ferrer, M. (2010) "*La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana*", Edición electrónica gratuita. Texto completo en www.eumed.net/tesis/2010/mfv/
- Flick, U. (2012). *Introducción a la investigación cualitativa* (No. 303.442).
- Gamboa, G., Planas, N., & Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (64), 35-44.
- Garrido, Y., & Leyva, L. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. *Revista iberoamericana de educación*, 41(1), 1-15.
- Garrison, A. (2013). *Understanding teacher and contextual factors that influence the enactment of cognitively demanding mathematics tasks*. Tesis doctoral, Vanderbilt University. Recuperada desde <http://etd.library.vanderbilt.edu/available/etd-06072013-080515/>
- Gil, D., Martínez-Torregrosa, J., Ramírez, L., Dumas-Carre, A., GOFFARD, M., & Pessoa de Carvalho, A. (1992). La didáctica de la resolución de problemas en cuestión: elaboración de un modelo alternativo. *Didáctica de las ciencias experimentales y sociales*, 6, 73-85.

- Godino, J., & Recio, Á. (2001). Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(3), 405-414.
- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(1), 0061-78.
- Gurría, Á. (2015). PISA 2015: Resultados Clave. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *Avances de investigación en educación matemática*, (1), 1-22.
- Hill, H., Rowan, B. y Ball, D.L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*. 42(2), 371 406.
- Krauss, S., Baumert, J. y Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs, *ZDM*, 40(5), 873-892
- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W. y Baumert, J (2008). En D.L. Ball (presidenta). *The professional knowledge of German secondary mathematics teachers: Investigation in the context of the COACTIV project*. Documento de discusión presentado en TSG-27 ICME11, México. Recuperado de <http://tsg.icme11.org/tsg/show/30#innerdocuments>
- Krummheuer. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (ed.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Larraín, A., Freire, P., & Olivos, T. (2014). Habilidades de argumentación escrita: Una propuesta de medición para estudiantes de quinto básico. *Psicoperspectivas*, 13(1), 94-107.
- Leitão, S. (2000). The potential of argument in knowledge building. *Human development*, 43(6), 332-360.
- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. P da Ponte y L. Serrazina (coord.) (2000) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*. (pp. 109-132). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação: Lisboa, Portugal

- López, F. (2012). Las huellas pragmatistas en " Los usos de la argumentación". *Cogency: Journal of reasoning and argumentation*, 4(1), 25-51.
- López, N., & Sandoval, I. (2006). Métodos y técnicas de investigación cuantitativa y cualitativa. Documento de trabajo, Sistema de Universidad virtual, Universidad de Guadalajara.
- Manuel, G., & Núria, P. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), 155-170.
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & gestión*, (20).
- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de investigación en psicología*, 9(1), 123-146.
- Mayan, M., & Introdutoria, N. (2001). Una introducción a los métodos cualitativos. *Módulo de entrenamiento para estudiantes y profesionales. Alberta: International Institute for Qualitative Methodology*, 34.
- MINEDUC. (2015). Bases curriculares, Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, República de Chile. ISBN 978-956-292-581-5.
- MINEDUC. (2016). Desarrollo de habilidades: Aprender a pensar matemáticamente. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, República de Chile. ISBN 978-956-292-547-1.
- MINEDUC. (2016b). Programa de estudio séptimo básico. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, República de Chile. ISBN 978-956-292-578-5.
- Moreira, M. (2002). Investigación en educación en ciencias: métodos cualitativos. *Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias. Texto de apoyo*, (14).
- Moreno, M. (2009). Investigación en educación matemática. *Colección Digital Eudoxus*, (16).
- Orellana, D., & Sánchez, M. (2006). Técnicas de recolección de datos en entornos virtuales más usadas en la investigación cualitativa. *Revista de investigación educativa*, 24(1).
- Peña, A. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. *Psicología: Tópicos de actualidad*, 47-84.
- Pla, M. (1999). El rigor en la investigación cualitativa. *Aten primaria*, 24(5), 295-300.

- Planas, N., & Morera, L. (2012). La argumentación en la matemática escolar: dos ejemplos para la formación del profesorado. *El desarrollo de competencias en las clases deficiencias y matemáticas*, 275-300.
- Ponte, J. (2012). Mathematics teacher education programs: practice and research. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(1), 343-346.
- Ponte, J. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. *La actividad matemática en el aula*, 25-34.
- Quecedo, R., & Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de psicodidáctica*, (14).
- Ramos, A., Herrera, J., & Ramírez, M. (2010). Desarrollo de habilidades cognitivas con aprendizaje móvil: un estudio de casos. *Comunicar*, 17(34).
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. En Kilpatrick, J.; Rico, L.; Gómez, P. (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 69-108).
- Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: from research to practise. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350.
- Solar, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, 74, 155-176.
- Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas/Conditions to Promote the Development of Argumentation Competence in the Mathematics Classroom. *Bolema*, 30(56), 1092.
- Solar, H., Espinoza, L., Rojas, F., Ortiz, A., González, E., & Ulloa, R. (2011). Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM). *Proyecto FONIDE*, (511091).
- Stein M., Grover B., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: an analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Tamayo, O. (2012). La argumentación como constituyente del pensamiento crítico en niños. *Hallazgos*, 9(17), 211-233.
- Taylor, S., & Bogdan, R. (2008). La entrevista en profundidad. *MÉTODOS CUANTITATIVOS APLICADOS 2*, 194.

- Tzur, R., Zaslavsky, O., & Sullivan, P. (2008). Examining teachers' use of (non-routine) mathematical tasks in classrooms from three complementary perspectives: teacher, teacher educator, researcher. *Proceedings of the 32nd PME and 30th PME-NA Annual Meeting 1*, 121-123.
- Valles, M. (2000). *Técnicas cualitativas de investigación social*. Madrid: Síntesis Editorial.
- Van Eemeren, F. H., & Grootendorst, R. (1992). Argumentation, communication, and fallacies: A pragma-dialectical approach.
- Watson, A., & Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4), 205-215.
- Yin, R. (2009). Case study research: Design and methods (applied social research methods). *London and Singapore: Sage*.

7. ANEXOS

7.1 Consentimientos

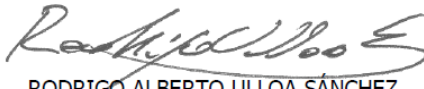
INVITACIÓN A PARTICIPACIÓN EN PROYECTO

Estimada/do apoderada/do.

Junto con saludarle, quisiera invitar a su pupilo a participar en un trabajo de investigación, titulado “*Características de la tarea matemática que seleccionan profesores de enseñanza media, para promover el desarrollo de la argumentación en el aula*”. Esta investigación, enmarcada en un proyecto de tesis de postgrado de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, es un estudio focalizado en el diseño de Tareas Matemáticas que fomenten el desarrollo de la habilidad de argumentar en estudiantes de 7° básico.

El proyecto de investigación incluye grabaciones en video a clases de matemática del curso en el que su pupila/o pertenece. **Las grabaciones serán exclusivamente para el trabajo investigativo y académico**, por lo cual no contará con riesgos para usted ni para los estudiantes, ya que la actividad se ha diseñado para no afectar de ninguna manera la participación de su pupila/o en sus clases. Además, todo documento, diálogo y actividad, será tratado de manera confidencial con fines investigativos, y la filmación no será entregada al establecimiento. Su participación es voluntaria, y puede suspenderla en el momento que usted desee. En caso de cualquier interrogante, usted podrá dirigirse al profesor responsable de la investigación, profesor Rodrigo Ulloa Sánchez (F: 90842612; E: rulloa@ucsc.cl). En caso que lo desee, también puede comunicarse con Noemi Díaz Nova (F: 72166221; E: ldiaz@magister.ucsc.cl) docente investigador.

Agradeciendo de antemano su gentileza, se despide muy cordialmente:


RODRIGO ALBERTO ULLOA SÁNCHEZ
13.486.795-7

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo _____ (nombre completo),

Apoderado(a) de _____ (nombre completo),

Estoy de acuerdo en participar del estudio titulado: “*Características de la tarea matemática que seleccionan profesores de enseñanza media, para promover el desarrollo de la argumentación en el aula*”. El propósito y naturaleza del estudio me ha sido descrito por los responsables de la investigación. Yo comprendo lo que se me solicita y también sé que puedo hacer las consultas que estime pertinentes. Sé que puedo contactarme con los participantes de la investigación en cualquier momento. También comprendo que puedo suspender mi participación en cualquier momento.

AUTORIZO _____

NO AUTORIZO _____

Firma: _____

Fecha: ____/____/____/

Solicitud de autorización para participación en proyecto de tesis

Concepción, 03 de octubre de 2017

Sr Nombre Profesor

Nombre Colegio

Presente

Estimado Profesor:

Junto con saludarle muy cordialmente, me dirijo a usted para solicitar autorización para poder realizar en su curso actividades asociadas a la tesis de postgrado “Características de la tarea matemática que seleccionan profesores de enseñanza media, para promover el desarrollo de la argumentación en el aula”.

El proyecto tiene como propósito indagar el efecto de una tarea matemática sobre las interacciones argumentativas que se producen en el aula escolar. El proyecto considera la realización de grabaciones en video a clases de matemática como procedimiento de recolección de datos.

Es necesario señalar que la tesista Noemí Díaz Nova deberá estar presente en el aula, en calidad de observador no participante. Las grabaciones serán exclusivamente para el trabajo investigativo, por lo cual no contará con riesgos para usted ni para los participantes. Todos los datos serán tratados de manera confidencial. Para llevar a cabo esta investigación es necesario que usted esté de acuerdo con lo solicitado y nos brinde su autorización para realizar las grabaciones de clases de matemática en el curso 7° A.

Cabe señalar, que se realizarán solicitudes de permiso para la participación de los estudiantes y de los apoderados, pues al ser menores de edad, los apoderados deben hacernos llegar su autorización por escrito, la cual será entregada una vez que sea autorizada la grabación de las clases. De contar con vuestra autorización, se iniciará un proceso de información y solicitud de firma de consentimiento informado a Directivos, Apoderados y Estudiantes del curso en cuestión.

Las clases serían grabadas en el mes de octubre, de modo de no alterar en ninguna forma su planificación y por aquello necesitamos su autorización. Para más información, no dude en comunicarse conmigo, y de ser necesario, puedo viajar a su escuela para atender todas sus inquietudes respecto de esta importante actividad.

Sin ningún otro particular, y esperando una respuesta positiva de su parte, se despide cordialmente:



RODRIGO ALBERTO ULLOA SÁNCHEZ

Prof. Guía Seminario de Grado

Facultad de Educación, UCSC

Contacto

Correo electrónico: rulloa@ucsc.cl

Teléfono: **90842612**

Concepción, 11 de Octubre de 2017

CARTA DE ASENTIMIENTO

Los alumnos del _____, estamos de acuerdo en participar en las actividades realizadas por Noemí Díaz Nova, estudiante de magister de la UCSC, y la _____, referentes a la investigación titulada **“Características de las tareas matemáticas que realizan profesores de enseñanza media para promover el desarrollo de la argumentación en el aula”**.

Estamos enterados que la clase de matemática será analizada y grabada en video, teniendo como objetivo el observar las interacciones argumentativas que se producen a partir de alguna tarea matemática diseñada para la clase. Sabemos que no seremos individualizados, y que las grabaciones y nuestra información personal serán tratadas confidencialmente.

Nuestra decisión es completamente voluntaria, y entendemos que no habrá ninguna consecuencia que dañe a nuestra persona, que no realizaremos ningún gasto y que no recibiremos ningún pago por nuestra participación. Entendemos también que podemos dejar nuestra participación en el momento que queramos, y que ello no significa ningún tipo de sanción o consecuencia para nosotros.

Nombre y firma de los alumnos que asienten participar:

Nombre	Firma
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	

14.	
15.	
16.	
17.	
18.	
19.	
20.	
21.	
22.	
23.	
24.	
25.	
26.	
27.	
28.	
29.	
30.	

Nombre y firma del profesor

7.2 Transcripciones de clases

7.2.1 Transcripción Clase 1, Código: AV1EP1

Profesora: cada pareja se va encargar de observar su lanita, ¿la podremos medir o no?, yo digo que aproximadamente esto mide unos 20 cms, miren lo que voy hacer, con los 20 cm que tengo voy a medir el borde de la pizarra ¿Qué van hacer ustedes?, van a medir la mesa, cuanto rodea la mesa. Vamos a comenzar...

(Trabajo de estudiantes)

Profesora: ¿Cuánto mide la mesa?

Estudiantes: 110

Profesora: con la lanita, aproximadamente. Jóvenes, tengo que pensar ¿cuantas veces mi lana, rodea la mesa?

Estudiantes: ahhh! (Comprenden la instrucción)

(Trabajo de estudiantes)

Profesora: ¿Cuántas veces mi lanita rodea la mesa? Vamos hacer medidas aproximadas

Profesora: Francisca, ¿Cuántas veces midió su mesa?

Francisca: 8

Profesora: Fernanda ¿cuantas veces midió su mesa?

Fernanda: 8 veces

Profesora: Eduardo ¿Cuánto midió su mesa?

Eduardo: 7

Profesora: Eric midió 7, Nicolás 8

Profesora: ahora, van a medir exactamente, cuanta distancia hay entre cada extremo de la lana y medir la mesa con la lana... no todas las lanas miden lo mismo, ojo

Trabajo de estudiantes

Profesora: ¿Cuánto le da?.. Florencia dice que le da 255, ¿a quién le da algo distinto?..

Estudiante 1: 200

Estudiante 2: 150

Estudiante 3: 290

Estudiante 4: 112

Estudiante 5: 215

Profesora: ¿Cuánto mide el contorno de la mesa?, ya, vamos a ir anotando las medidas, vamos a sacar dos por fila.

Catalina: 200 cm

Danita: 160 cm

Paula: 297 cm

Eduardo: 112 cm

Andrés: 123 cm

Karina: 319 cm

Camila: 151 cm

Estudiante: 255 cm

Profesora: jóvenes, una pregunta ¿Por qué son todas las medidas distintas?

Estudiantes: por las lanas son distintas

Estudiante: Por que las cortó mal

Profesora: ... si las mesas miden lo mismo

Estudiantes: ahhhh (exclamación)

Estudiante (Millaray): porque las lanas son de distinto tamaño

Profesora: ... porque las lanas son de distinto tamaño

María Francisca: no debería importar el resultado de las lanas, todas deberían medir lo mismo, llegar al mismo resultado

Estudiante 1 (Fernanda): pero cambia la medida de la lana

Estudiante 2 (Paula): yo estoy de acuerdo con ella (maría francisca) porque si las mesas son iguales deberían medir lo mismo, no debería depender de las lanas

Estudiante 1: si, todas las mesas miden lo mismo, pero estamos midiendo con la lana y a cada uno nos van a dar distintos resultados, ya que las lanas son distintas

Estudiante 2: Si las mesas son iguales deberían medir lo mismo, no debería depender de la lana. Si tenemos una lana que mida 8 cm y empezamos a medir nos va a dar un resultado, y una que mida 10 cm va a pasar los mismo, al final tenemos que llegar al mismo resultado.

Estudiante 3: yo creo que es distinto, porque son de distinto porte las lanas, vamos a tener distinta cantidad de vueltas y van a ser distintos números entonces ahí nos va a dar distintos resultados.

Profesora: ¿quién más podría opinar algo?, tengo serios cuestionamientos

Estudiante 4: si tenemos una lana larguísima y si es larga, va a dar como 3 vueltas a la mesa obviamente va a dar un número más bajo pero si es más corta va a dar más vueltas, yo creo que si es diferente

Estudiante 5. La medida de la lana implica

Estudiante 6: no, yo creo que no

Estudiante 7: profesora ¿Cuánto mide la mesa?

Profesora: vamos hacer un pequeño experimento, con el transportador que tiene medidas, van a medir el contorno de su mesa.

Trabajo de estudiantes

Profesora: ya, fila 4

Vicente: 276

Profesora: Por allá 270

Profesora: Fila 3

Samuel 338

Profesora: Por allá 265

Karina: 298

Nicolás: 310

Florencia: 293

Fernanda: 296

Profesora: Primero vamos analizar las que están arriba, ¿qué pasa con ellas?

Estudiantes: Están todas diferentes

Profesora: ¿y las de abajo?

Estudiantes: También

Profesora: ¿Qué conclusión podemos sacar?

Estudiante 2 (Paula): en la de abajo que se midieron con transportador hay menos diferencia entre las cantidades que nos dieron, hay mucha menos diferencia como la anterior, quedan más cerca los resultados no tienen tanta diferencia

Profesora: ¿qué opinan los demás?

Estudiante (Joaquín): los primeros dan distintos resultados, unos más otros menos, porque las lanas eran de distinto tamaño y eso hace que nos den distintos resultados y en los segundos resultados como lo hicimos todos con la misma medida nos dio algo parecido

Profesora: ¿Qué opinan de lo que dijo Joaquín? ¿Estará bien? ¿Escucharon lo que dijo Joaquín?

Profesora: dijo, que la primera medida se había tomado con la lana, como las lanas son de distinto tamaño era como más aproximado

Profesora. María Francisca dice que la lana tomamos una medida estimada ¿eso estará bien?

Estudiante 9: yo opino que tienen que dar todo lo mismo.

Profesora: ¿Por qué son tan diversas las medidas? ¿Qué pasa?

Estudiante (Fernanda): midieron mal

Profesora: escuchen a Sara, dice: será que las mesas miden distinto

Estudiante (Sebastián): cuando uno mide la medida de la mesa, con el transportador, en las esquinas unos redondea y yo por ejemplo, subí, en vez de 24 lo pasaba a 25

Profesora: En las esquinas la mesa es redondeada, ¿tomaron esos centímetros? Queridos jóvenes, van a tomar su lana y vamos a resolver con esta lanita un pequeño problema...

7.2.2 Transcripción Clase 1, Código: CM1EP1

Profesor: probablemente los ejercicios que vayamos a hacer hoy día no sean los típicos que están acostumbrados, y esa es la idea, que salgan un poquito de su zona de confort, ustedes tienen los conocimientos necesarios y si es que no tienen los conocimientos deberían tenerlos en el cuadernos para hacer cada uno de los problemas que están acá, así que eviten decir profe explíquelo porque no lo entiendo, intenten hacerlo primero, no se dispongan antes de tiempo a pensar que no pueden hacerlo, vamos con el problema 1, este problema es de perímetro, dice. ¿Qué figura tiene mayor perímetro, una figura de radio 4 cm o una semicircunferencia de radio cm?, para los que no saben lo que es una semicircunferencia, todo esto es una circunferencia y la mitad es la semicircunferencia, entonces, vamos calculando, la idea es que ustedes me van diciendo y yo voy anotando, así es que si alguien se le ocurre alguna cosa me dice y yo anoto, ya vamos trabajando, calculen. ¿Quién sabe cómo se calcula el perímetro?

Alumno: dos veces el radio

j. tiznado: pi por r cuadrado

Profesor: ¿está seguro?

Alumno: no

Profesor: a ver ¿Qué dice Álvaro?

Álvaro: 2 pi por r

Profesor: ¿pi por r cuadrado o dos pi por r?

Carrasco: dos pi por r

Profesor: ya tienen todo lo necesario para calcular, vamos calculando ahora, ¿hay alguien que tenga alguna idea? Vamos a ver quién tiene mayor perímetro, una circunferencia de radio 4 o una semicircunferencia de radio 8

Estudiante: míster, es lo mismo eso

Estudiante Javiera: míster, ya se

Profesor: lo que pasa aquí, es que tienen dos casos. Una circunferencia de radio 4 y el otro es una semicircunferencia de radio 8, tienen que ver los dos.

José Díaz: mister, es lo mismo

Profesor: a ver, dijimos que íbamos a decir después.

Trabajo de estudiantes

Profesor: ya, vamos a ver las posibles respuestas. Ya, Matías, ¿qué opinas tú, de lo que pasa este problema? Hay que ver quien tiene mayor perímetro, respóndeme esta pregunta

Matías: los dos

Profesor: ¿cómo los dos?

Matías: sí

Profesor: según Matías el perímetro de los dos es el mismo

José Díaz: así es

Profesor: ¿hay alguien? ¿Por qué es el mismo?

Matías: en la semicircunferencia se aumenta 4 números de radio, o sea se suman 4 al radio, si es una circunferencia de radio 4 y después se le suma porque ahora es una semicircunferencia hay que sacar el resultado y dividirlo por dos porque es una semicircunferencia, da lo mismo

Profesor: el compañero, básicamente lo que dice es que, se le agrega al radio, pero como es una semicircunferencia va tener que dividirlo por dos, ¿no es cierto? ¿Hay alguien que opine distinto? ¿O que quiera apoyar?

Fernanda: que al ser una semicircunferencia, va a tener que dividir el resultado porque es menor a la circunferencia

Profesor: pero me estás diciendo en otras palabras que... ¿todos conocen el concepto de perímetro?

Seba: el perímetro, es lo que hay dentro de un círculo

Profesor: ¿José?

José: el contorno de la circunferencia

Profesor: es el contorno, lo que rodea a la circunferencia, fíjense aquí, lo que me están diciendo es lo siguiente, ojo aquí adelante, el perímetro o sea, toda esta línea de acá, mide lo mismo que toda esta línea, eso me están diciendo. ¿Están todos de acuerdo?

Fernanda: La circunferencia entera, tiene dos veces lo que sería la semicircunferencia

Profesor: en primer lugar tenemos que tener dos cositas que son bien importantes. Veamos, el caso de la circunferencia. Cuando yo calculo el perímetro como me lo dijeron ustedes, me dijeron que como esto es una semicircunferencia basta con dividir el perímetro de la circunferencia entera y puedo obtener inmediatamente el perímetro de la semicircunferencia, ahora ¿Qué significa dividir por dos el perímetro de una circunferencia entera? Piensen eso y vean si pueden aplicarlo al problema.

José D: míster, es que yo lo divido por dos, pero cuando es una semicircunferencia le saco el radio y esas cosas como si fuera una circunferencia entera y luego lo divido en dos

Profesor: por eso te pregunto, ¿Por qué lo divides en dos?

José D: porque la semicircunferencia es solo la mitad, saco el perímetro como si fuera la circunferencia entera y luego lo divido en dos

Diego: no es así, porque ahí no dice de una circunferencia, dice que la semicircunferencia es de 8 cm

Profesor: ya

José tizado: el resultado de la división, se le agrega el diámetro

Profesor: pongan atención, José dilo más fuerte

Tizado: después de dividir por dos el resultado, se le agrega 16 por el diámetro que tiene abajo la semicircunferencia

Profesor: tú estarías diciendo que esto no es verdad

Carrasco: no miden lo mismo

Fernanda: para calcular el perímetro de la semicircunferencia, hay que ver toda la circunferencia y entonces hay que dividir en dos.

Profesor: ya, bien, José, pasa adelante

José t: cuando uno divide el perímetro, uno solo saca esto de aquí (arco), y no la línea que está abajo (diámetro), y esa línea es dos veces el radio, así que hay que sumarle 16 al resultado.

Profesor: tenemos dos puntos de vista ahora, José tizado dice que después de dividir por dos, estaría faltando un paso ¿Cuál era el paso?

José t: sumarle la línea de abajo

Profesor: pero todavía no está listo el problema, tenemos dos opiniones, los que nos dicen que el perímetro de las dos figuras es el mismo, y los que dicen que no es el mismo ¿Javiera que dices tú?

Javiera: es el mismo

Profesor: porque es el mismo

Javiera: pro que se divide en dos

Profesor: ¿pero has puesto atención?

Profesor: aquí tenemos una pregunta muy buena, fíjense lo que preguntó el compañero, él dice, si esto es una circunferencia, la mitad de una circunferencia sería esto, ¿esto es una figura geométrica?

Estudiante. No

Profesor: esto es una línea no más, para ser una figura geométrica tiene que estar cerrada, esto es una semicircunferencia, ¿pero qué es esto?... un arco

Matías: pero eso igual tiene perímetro

Profesor: tiene longitud

Profesor: yo quiero que ustedes mismo se pregunten, ¿Qué significa dividir el perímetro de una figura por dos? si yo tengo que el perímetro de esto (circunferencia), es la medida de toda esta cuerda, si yo divido esta cuerda por dos ¿Qué es lo que yo obtendría?

Tiznado: la línea curva

José t: un arco

Profesor: una semicircunferencia ¿es un arco?

José t: no

Profesor: ya, ahora hagan el problema y me respondan

Matías: algunos no entienden, porque a esto (semicircunferencia) se le suma 16 y la explicación es simple, el radio de la semicircunferencia es 8 y 8×2 es 16 que es la línea que está por debajo de la semicircunferencia, y al hacer la suma de eso da el resultado

Estudiante: no entendí

Matías: lo que nosotros calculamos de radio 8 es una circunferencia, pero lo que nos piden es una semicircunferencia, pero no puede ser una semicircunferencia así, tiene que tener la línea de abajo para sea una figura, y el radio de esta figura es 8 (semicircunferencia), y 8×2 que sea toda esta línea es 16, al calcular el arco más el diámetro da 41,12 cm

Profesor: en base a esto, ¿Quién cree aún, que el perímetro es el mismo?

José d: yo

Profesor: ¿Por qué? ¿Quieres explicar porque? ¿O es simplemente porque no entiendes lo que hicieron?

José d: no, es que yo creo que es el mismo

Profesor: ¿lo calculaste?

José d: si lo calcule, con la formula y después lo divide en dos

Estudiante: te falta sacar la otra parte

Profesor: ¿escuchaste al compañero?, la idea es que se confundan, si ustedes piensan que es lo mismo ya están confundidos, aquí voy a dar luces de la respuesta correcta, miren, cuando yo calculo el perímetro de una figura, como una circunferencia, lo que yo calculo es la medida de todo esto (curva) ustedes dicen que es lo mismo, y la técnica que utilizaron, fue dividir por dos el perímetro ¿Qué es lo que obtengo al dividir por dos? Obtengo esto (arco), le quito la mitad ¿eso es una semicircunferencia? No, le falta algo, le falta eso (diámetro) o sea, cuando yo divido el perímetro por dos, lo único que obtengo es el valor de este arco, falta el valor de esto (diámetro), pero esto esta explicado aquí, dice que el radio vale 8, pero ya todos sabemos que es la mitad del diámetro, por tanto el diámetro vale 16, por lo tanto al calcular el arco después si o si tenemos que sumarle 16.

Pregunta ¿Qué figura tiene mayor perímetro?, ¿la semicircunferencia?

Neil: la semicircunferencia

Profesor: sí, porque si yo mido el perímetro de la circunferencia entera de radio 4, ese valor va a ser el mismo que el arco de radio 8, pero después vamos a tener que sumarle si o si el diámetro porque el diámetro no está considerado dentro de la operatoria de cuando uno divide por dos, como les decía. Porque cuando se divide en dos el perímetro solo queda el arco.

Santiago: es que míster, no entiendo mucho

Profesor: teníamos, la circunferencia de radio 4 y la semicircunferencia de radio 8, y la formula perímetro, lo que lógicamente se nos vendría a la cabeza es decir que son lo mismo, porque si yo reemplazo en la formula el radio que es 4, quedaría... y luego el radio que es 8 quedaría...pero como es una semicircunferencia nosotros dividimos por dos, lógicamente porque estamos calculando la mitad, esto es la mitad de una circunferencia por lo tanto su fórmula también va a ser la mitad, ese es el razonamiento que usamos, esto pareciera ser lo mismo, porque si divido 8 por dos que daría lo mismo que la circunferencia pareciera ser lo mismo pero no, los compañeros recién explicaban, que cuando divides la formula por dos, en sí, tú tienes que saber que el perímetro es una unidad

de medida, estas midiendo el tamaño de esta línea, si divides esa línea por dos, lo que obtienes es esto (arco) y ¿Qué pasa con la parte de abajo? No está considerada, entonces para saber bien, cual es el perímetro de la semicircunferencia, nos faltaba sumar este lado (diámetro), eso es.

Respuesta, vamos a responder, no podemos responder si no tenemos un argumento bueno, ¿Cuál es el perímetro de la circunferencia?, el perímetro de una circunferencia de radio 4 cm, es 25,12, ustedes lo calcularon. Y el perímetro de la semicircunferencia es 41,12

Entonces, en conclusión el de la semicircunferencia es más grande.

7.2.3 Transcripción Clase 2, Código: AV2EP1

Profesora: Vamos hacer un pequeño juego, miren lo que tengo aquí

Estudiantes: Una moneda

Profesora: ¿Cuál es la característica que tiene una moneda?

Estudiante 1: tiene cara y sello

Estudiante 2: es redonda

Estudiante 3: representa una cantidad monetaria

Estudiante 4: es una cosa

Profesora: tengo estas dos moneditas y vamos hacer un pequeño juego, miren acá, con la mano derecha la voy a lanzar y ustedes me van a decir si sale cara o sello, quiero que levanten la mano los que apuestan por cara... apuestas... ¿Cuántas caras?...18 y sellos, el resto, si somos 40 ¿Cuántos sellos deben haber?, ya ahora vamos a jugar, vamos hacer varios lanzamientos, vamos hacer 6 lanzamientos, Felipe lanza la moneda.

Primer lanzamiento: cara

Segundo lanzamiento: sello

Tercer lanzamiento: sello

Cuarto lanzamiento: cara

Quinto lanzamiento: sello

Sexto lanzamiento: sello

Por esta vez ganaron los sellos, ahora vamos a lanzar a la vez dos monedas ¿Cuántas opciones vamos a tener ahí?

Estudiante: 2

Estudiante: 12

Profesora: 2?, 12?, ¿cuántas?, voy a tener ahora dos monedas, entonces, ¿en el primer lanzamiento que me puede salir?

Estudiantes: cara y sello

Profesora: entonces me puede salir cara o sello ¿y en el segundo lanzamiento?

Estudiante: sello y sello

Estudiante: cara o sello

Estudiante: sello y cara

Profesora: cara o sello, ya ¿Cuántas posibilidades voy a tener entonces?

Estudiante: infinitas

Estudiante (Benjamín): 3

Estudiante: 2

Profesora: ¿Cuáles son esas 2?

Estudiante (Benjamín): no, 3 pueden ser

Profesora: 3, ¿Por qué?

Estudiante (Benjamín): porque pueden ser cara o sello, sello sello o cara cara

Profesora: ya, dice Benjamín que pueden ser, cc, cs, sc. ¿Cuántas posibilidades voy a tener?

Estudiante (Benjamín): 3

Estudiante: 4

Profesora: ¿hay otra? ¿Me alcanza otra?

Estudiante: sello sello

Estudiante: es que profesora, la segunda es igual a la tercera

Profesora: la segunda es igual a la tercera ¿Qué opina el resto?

Estudiante (Benjamín): si, es verdad

Estudiante: no!

Estudiante (Benjamín): si, es la misma

Estudiante: pero tú lo dijiste

Benjamín, si,, pero yo no dije eso, dije ss, no dos veces cs

Profesora: cs, sc

Benjamín: borre la tercera

Profesora: él dice que son iguales, ¿Qué puedo hacer yo? ¿Cuántas posibilidades tengo entonces?

Benjamín: 3 no más

Estudiante: solo 3

Benjamín: profesora, yo le dije 3 no mas

(Pasan dos estudiantes a la pizarra)

Profesora: escriban ustedes las posibilidades que creen son las correctas, si alguien tiene alguna otra opción, bienvenido sea.

Estudiantes escriben en la pizarra

Profesora: acá tenemos algunas opciones ¿Quién tiene otra opción?

Estudiante: Yo digo que son dos diferentes

Estudiante: son iguales

Profesora: chiquillos, tenemos acá tres opciones, que salga, cara y después cara, que salga cara y después sello, que salga sello y después sello, veamos cuales son las opciones lanzando las monedas, vamos a lanzar dos monedas, moneda 1, vamos a ponerle número.

Quien tiene la moneda 1, láncela ¿Qué salió?, cara, moneda 2: sello, pásela hacia al lado, vamos a lanzar varias veces, lance la moneda 1, moneda 1: cara, moneda 2: cara

Ya, tercer lanzamiento: moneda 1: sello, moneda 2: cara. Hacia atrás, moneda 1: cara, moneda 2: cara, sigamos, moneda 1: sello, moneda 2: sello, pásenla a otro lado, moneda 1: cara, moneda 2: cara, ya una más, moneda 1: cara, moneda 2: sello, ya veamos ahora ¿Qué opciones tenemos? Veamos las opciones que son distintas.

Ya, miremos acá, lo primero que nos salió fue cs, lo segundo cc, después sc, después cc, después ss, después, cc, cs ya ¿cuantas opciones diferentes tenemos ahí?

Estudiante (Paula): 4

Profesora: ¿Cuáles son?, ¿puede marcarlas ahí?, miren lo que dice Paula, hay cuatro opciones ahí ¿Qué dicen los demás?

Estudiante: está mala

Profesora: Felipe, ¿que estaba diciendo?

Felipe: ah yo estaba diciendo que el último no debía estar ahí, son iguales y no debería estar ahí

Profesora: haber, ¿Cuáles dice usted que son los correctos?

Felipe marca en la pizarra sus opciones

Profesora: marque todos los que usted piensa que son iguales, no borre lo otro, márkuelos con azul, ¿Quién piensa otra cosa? ¿Quién opina igual que Paula? ¿Quién opina igual que Felipe? ¿Cuántas opciones vamos a tener si lanzamos dos monedas?

Estudiante: 4

Profesora: ¿Cuáles van a ser? ¿Benjamín?

Benjamín: cc, cs, sc y ss

Profesora: opciones, tenemos 3 opciones, las que dice paula son cs, cc, sc y ss, las opciones que dice Felipe son cs y cs, las opciones que dice benjamín, cc, cs, sc, ss, Fernanda dice que son tres ¿Cuáles son las opciones Fernanda?

Fernanda: cs, cc y ss

Profesora: vamos hacer votación, le vamos a colocar número para identificar las opciones, ¿Quién vota por la opción 1? Cuanta 5

Benjamín: profesora es que son las mismas pero en diferente orden no más (opción 1 y 2)

Profesora: ¿quién vota por la opción 2? Cuenta 1 ¿Quién vota por la opción 3? ¿Quién vota por la opción 4? Cuenta 22. Ahora ¿será la opción 4 la correcta?

Estudiante (paula): en la 4, estamos hablando de diferentes monedas, por eso digo que cs y sc, porque son distintas monedas no sería lo mismo, al no ser la misma no podemos decir que es lo mismo.

Estudiante: yo no opino lo mismo, porque van a ser iguales no más, van a tener el mismo resultado aunque le cambiemos la posición igual no más va a dar lo mismo, por ejemplo si sale s y c va a ser lo mismo que c y s.

Profesora: ¿Rodrigo que opina usted? ¿Catalina que opina usted?

Profesora: jóvenes, vamos a continuar, esta opción tiene más votos, pero sólo una persona la ha defendido que es Fernanda, esta opción tiene cinco votos y solo la ha defendido Paula, ya María Francisca ¿Qué decía usted?

Estudiante (María Francisca): después de todo el término sigue siendo el mismo

Profesora: Quien piensa distinto ¿Tamara?

Estudiante (Tamara): El término es igual pero la respuesta no es lo mismo, que sello cara y cara y sello es lo mismo pero la respuesta no es igual porque están al revés, son dos monedas, ósea son resultados diferentes

Profesora: ¿Qué opinan los demás?

Estudiante (Nicolás): está malo, porque es lo mismo

Profesora: ahora vamos a ver, jóvenes ¿Al lanzar una moneda ¿Cuántas opciones tengo?

Estudiante: 2

Estudiante: 4

Profesora: ¿al lanzar una? ¿Cuáles son las opciones?, cara y sello, entonces van a ser dos opciones ¿y si lanzo dos monedas, cuantas opciones voy a tener?

Estudiante (Paula): 4, de cada monedas tiene dos opciones

Estudiante (María Francisca): no, 2 solamente, porque igual son la misma.

Profesora: ¿Voy a tener 4 opciones o 3 opciones?

Estudiante: yo digo que son dos, porque cara y sello

Estudiante: yo digo que son 3

Profesora: si lanzo dos monedas puedo tener dos opciones de resultados ¿verdad? Ya, para no confundirnos vamos hacer un pequeño arbolito. Miren acá, voy a construir un árbol que va a comenzar a doblarse un poquito, porque voy hacer un pequeño experimento.

Tengo una moneda que voy a dibujar, eso es una moneda. Si la lanzo una vez ¿voy a tener cuantas opciones?

Estudiante: 2

Profesora: ¿Cuáles son?

Estudiante: Cara o sello

Profesora: si la lanzo una segunda vez ¿Qué voy a obtener?, en la primera que me da cara, después ¿cuántas opciones voy a tener si lanzo la segunda moneda? Si la primera me da cara ¿la segunda que me puede dar?

Estudiante: cara o sello

Profesora: y si la moneda me dio sello, la primera ¿Qué me puede dar la segunda?

Estudiante: cara o sello

Profesora: entonces ¿cuántas opciones voy a tener? Vamos a observar lo siguiente, síganlo porque no es complejo pero tienen que poner atención, miren acá, vamos a seguir el camino del árbol. Lo primero, tenemos que pasar si o si por todos los datos, vamos avanzar desde la moneda, el primer lanzamiento me da cara y el segundo me da cara, entonces ¿cuál es esa opción? que el primer lanzamiento me de cara y el segundo me de cara

Vamos a seguir el camino del árbol, si lanzo la moneda me puede dar cara y ahora me puede salir sello, entonces en el primer lanzamiento me va a dar cara y en el segundo sello

Ahora ¿me puede salir cara en el primero?

Estudiante: No, sello

Profesora: Ya utilice las dos veces cara, ¿utilice todos los caminos de arriba? Si, ya no hay opciones en la parte de arriba, voy a la parte de abajo entonces

¿Cuál me va a dar en el primer lanzamiento? Sello y en el segundo cara, la opción es sello y cara

Y en el cuarto lanzamiento ¿Qué va a dar?. Sigamos el camino del árbol, sello y sello

Tamara ¿cuántas opciones son entonces?

Tamara: 4

Profesora: son 4, tenía razón al decir que si es lo mismo decir cara o sello y sello o cara, pero depende del orden de las monedas, el orden de los factores no altera el producto en la multiplicación, acá tampoco lo altera pero estamos hablando de lanzamiento de monedas, es diferente, entonces ¿Cuántas opciones vamos a tener?...vamos a tener 4

Objetivo de la clase entonces, reconocer de manera intuitiva la probabilidad simple.

7.2.4 Transcripción Clase 2, Código: CM2EP1

Profesor: no van haber respuestas que estén mejores que otras, ni que estén malas, lógicamente si se equivocan multiplicando si van a estar malas, es que matemáticamente los procedimientos están correctos, no deberían haber respuestas malas, pero si van haber procedimientos distintos. La idea después de esto, es que podamos compartir los procedimientos que utilizamos porque lo más probable es que sean distintos a los de nuestros compañeros, el trabajo de hoy día lo vamos a hacer en grupos de cuatro.

La idea es que los grupos van a explicar como hicieron la actividad y el resultado que les dio, les voy a pedir que se agrupen y cuando estén listo les entrego la actividad para que la hagan.

(Los estudiantes toman tiempo para agruparse)

Profesor: la actividad es la siguiente; yo les voy a entregar a ustedes una imagen de la Antártida, la idea es que esta imagen, ustedes van a calcular el área, lo más probable es que no les dé exacta, van a tener que aproximar utilizando lo que saben de geometría, de área, la fórmula o figura que a usted se le ocurra la va a utilizar para calcular el área de la Antártida, se pueden usar círculo, cuadrados, triángulos, lo que usted quiera.

Lo que vamos a hacer es aproximar, como les decía, no es necesario que les dé el valor exacto, solamente un aproximado, ustedes van a ver más o menos cual va a ser el área de la Antártida al ojo, aquí abajo aparece una unidad de medida, que está en kilómetros, por lo tanto ustedes pueden replicar esa distancia para los lados y que a ustedes se les ocurra todo, quiero ver su creatividad aquí y los valores que les dé.

Entonces, el objetivo de la clase va a ser

Mientras ustedes trabajan, yo voy a ir supervisando grupo por grupo.

(Tiempo de trabajo de estudiantes)

Profesor: ahí está la instrucción, es muy simple calcular el valor aproximado del continente antártico utilizando figuras geométricas, que hemos visto en clases, aquí no aparecen las medidas pero aparece una pequeña reglita donde aparece la medida de 1000 km, todo este espacio representa 1000 km, ustedes pueden ir viendo cuantas veces se repite esa medida e ir calculando bajo su propio criterio, la idea es que ustedes puedan sacar un valor, a mí no me interesa tanto la respuesta que les dé me interesa saber cómo lo hicieron, lógicamente no les va a dar exacto pero si les puede dar un aproximado muy bueno.

(Tiempo de trabajo de estudiantes)

Profesor: silencio! Chicos, los grupos que han terminado, les voy a pedir que se queden en silencio, vamos a dar unos dos minutos más para que los grupos que no han hecho nada se pongan al día, porque vamos a revisar, solamente vamos a ver los métodos y después de eso vamos a sacar algunas opiniones y conclusiones de eso, así que vamos trabajando en silencio, no quiero más boche, quiero que se concentren, porque van a tener que hablar ustedes.

(Tiempo de trabajo de estudiantes)

Profesor: listo, tiempo. A continuación lo que van hacer, es que cada grupo va a pasar a mostrar el método que hicieron. La mayor parte de los grupos ya lograron hacer alguna cosa. ¿Hay algún grupo que quiera pasar?

Estudiante (catalina): primero hicimos un cuadrado, después hicimos un círculo (inscrito al cuadrado), después medimos esto (lado del cuadrado) y después sacamos el aré del cuadrado y del círculo y los restamos, como sacábamos el área ennegrecida

Profesor: tengo una duda, aquí aparecen los valores en unidades de 1000 kilómetros ¿Qué representaría el 11,2?

Estudiante (catalina): de aquí hasta aquí (diámetro del círculo dibujado)

Profesor: las compañeras les van a explicar

Catalina: primero calculamos el área del círculo y luego la del cuadrado, el resultado lo restamos y nos dio eso 1.088,7296

Matías: ¿porque lo restaron?

José D: ¿porque hay que sacar el área del cuadrado parece o no?

Matías: no entendí

Catalina: ¿te acuerdas cuando sacábamos el área ennegrecida? Hicimos eso, sacamos el área del cuadrado primero y después sacamos la del círculo y después la restamos

Matías: pero entonces sacaron el área del as esquinas, y ustedes necesitan el área de la Antártica

Catalina: pero si eso hicimos

José t: ¿al final lo restaron?

Catalina: si

José t: pero ahí estarían sacando el área de las esquinas

Matías: lo mismo les dije yo

José t: al restar el cuadrado y el círculo

José d: a sipo, es el área de las esquinas

Catalina: es que teníamos el círculo pero teníamos todo esto (partes que no eran necesarias)

Matías: entonces, en ese caso, una de las figuras es innecesaria

José d: si porque cuando se restan las dos áreas, que da solo el área sombreada que supuestamente eran los ejercicios que hacíamos antes.

Profesor: tenemos dos opiniones, las chiquillas dices, que calcularon el área del cuadrado y el de la circunferencia y restaron ambas, los compañeros se contraponen a lo que dicen ellas, porque dicen al hacer esto se obtienen solamente el área de las esquinas pero yo quiero saber más opiniones.

Profesor: las chiquillas reconocer entonces, que están equivocadas y lo que estaban sacando eran las esquinas.

Josefa: yo creo que está bien lo que hicieron las chiquillas, porque sacaron el área ennegrecida.

Profesor: con el área ennegrecida ¿a qué te refieres? Porque no veo una área ennegrecida

Josefa: lo que está adentro

Estudiante: está bien lo que dijo el José, porque sacaron las esquinas

Profesor: o sea, si yo al cuadrado le quito la circunferencia, si tuviera una hoja y le corto una circunferencia ¿Qué me quedaría? Las esquinas, no lo que está adentro.

Profesor: ¿Quién puede pasar ahora?

María Elisa: Nosotros hicimos una aproximación de 1500, lo multiplicamos por pi al cuadrado y nos dio 706000000

Profesor: explíquenlo de nuevo por favor

María Elisa: hicimos una aproximación a 1500, y al cuadrado lo multiplicamos por pi

Profesor: o sea multiplicaron el 1500 por pi

Matías: es que el resultado es muy grande

José d: porque está al cuadrado

García: multiplicaron pi o 3,14, porque no hubiera dado tanto con 3,14

José D: hay algo que no me cuadra, porque la aproximación de 1500 que hicieron es muy poco

Profesor: ya, pero eso es una aproximación, depende del criterio de ellas, lo que estamos viendo es la metodología

Profesor: ¿por qué usaron pi?

García: hay un error, porque yo lo acabo de sacar, y le agregaron un 0, da 7 millones

Profesor: ya, pero fijémonos en el desarrollo

José t: ¿ahí usaron el pi para la circunferencia?

Profesor: la catalina dice que el pi se utiliza para sacar el área de la circunferencia

Profesor: con respecto de las opiniones de sus compañeros y de lo que ustedes hicieron ¿Qué opinan del método?, yo no siento que estén mal, pero quías se equivocaron en la figura que eligieron, porque yo veo ahí un cuadrilátero y los cuadriláteros no utilizan pi, eso es de las circunferencias, entonces en vez de esa figura hubieran dibujado una circunferencia.

Catalina: es que sacamos una circunferencia

Profesor: entonces usaron el cuadrado para sacar el valor del diámetro, eso es distinto, ya vayan a sentarse.

Matías: lo que hice yo, según lo que nos entregaba la imagen, fue que 2,5 cm son 1000 kilómetros, entonces lo que hice fue calcular aproximadamente el centro, y luego el radio,

que aproximadamente me dio 2000 kilómetros y dibujé una circunferencia, entonces lo que hice fue calcular π por 2000 al cuadrado y me dio 12560000

Profesor: ¿que hizo el compañero?

Catalina: sacó el radio

Profesor: ¿Qué significa sacar el radio?, podemos ver que el compañero no calculó el área de todo el continente, porque le faltó esa puntita, esa es la idea que sea aproximado, podemos ver que también calculó área que no está en el continente

José d: es entendible, pero a mí me dio algo más grande, pero fue porque lo aproxime a algo más grande.

Profesor: en honor al tiempo, la idea de esto es que se pudieran dar cuenta que para resolver un único problema, no siempre vamos a tener el paso a paso claro, muchas veces vamos a tener que inventarnos una forma de solucionar el problema y esa es la idea de la matemática, no es que nos entregue un manual paso a paso para resolver un problema, sino que nos entrega las herramientas para resolver cualquier problema que nos aparezca, en segundo lugar pudieron darse cuenta que para solucionar un solo problema, ¿cuántas formas pueden haber? Sebastián ¿Cómo lo hicieron ustedes?

Sebastián: primero, sumamos todos los kilómetros que parecía aquí y nos dio 3000 y lo multiplicamos por 1000 porque creímos que era muy poco y nos dio 3 millones entonces hicimos un cuadrado con 3 millones en cada lado y eso lo multiplicamos por 4 y nos dio 12 millones.

Profesor: los compañeros usaron lo mismo pero en vez de utilizar circunferencia usaron cuadrados. José ¿Cómo lo hiciste tú?

José t: hice dos cuadrados y luego le saqué el área.

Profesor: José hizo otro método, el compañero, tomó el continente antártico y lo que hizo fue dividir la Antártida en dos cuadrados, es otro método de hacerlo. La pregunta es la siguiente ¿de qué forma creen ustedes que podemos hacer una aproximación más parecida?

José t: simplificando, por ejemplo dividir el cuadrado a la mitad y poner figuras más abajo, porque en ese cuadrado está tomando partes del agua. Dividir cuadrados por cuadrados más pequeños

Profesor: entonces, tú estarías diciendo que mientras más pequeños los cuadrados que utilices más aproximada sería la figura ¿Qué opina el resto?

Profesor: si ustedes se fijan, al calcular con los métodos que tenemos acá, nadie de ustedes no calcularon esta parte o calcularon también partes que no forman parte de la Antártida que están fuera, ante eso como dijo José lo mejor es usar figuras pequeñas, lógicamente va a ocupar más tiempo. Ahí aparece otro conflicto, sacamos valores menos precisos o sacamos valores más precisos pero ocupamos más tiempo.

7.3 Transcripciones de entrevistas

7.3.1 Transcripción de entrevista a profesor 1 (CM)

1. ¿Esperaba que se presentaran más episodios argumentativos en las clases, o considera que fueron los suficientes? Si cree que no fueron los suficientes ¿a qué lo atribuye?

Yo esperaba que fueran más, pero bueno, hay hartos factores que pudieron haber influido, entre ellos puede ser el tema de la base que tienen los chiquillos no es la misma que tienen todos, pasaba que quizás el que tiene más autoridad con respecto al conocimiento teórico de un contenido decía algo y el resto lo seguía y en vez de quizás defender sus posturas terminaban accediendo al tiro, no se daba tanto diálogo como yo esperaba que se diera, también lo atribuyo a la gestión lógicamente, uno no está acostumbrado a hacer clases enfocadas en el tema de la argumentación, entonces la falta de experiencia probablemente o de puesta en marcha de actividades de este tipo a veces juega en contra y uno no lo gestiona de la forma en que quizás debería hacerlo... no se quizás de repente no haber dado el tiempo suficiente o diciendo más cosas de la cuenta de las que debería haber dicho para poder gestionar la actividad y que resulte bien y no se tal vez el tema de muchas veces el factor del orden dentro de la sala, las grabaciones fueron hechas en su mayoría en horas después de almuerzo donde los chiquillos estaban un poquito más dispersos, entonces de repente era un poco complicado captar la atención de todos y si no se tiene la atención de ellos es muy difícil lograr que algunos argumenten.

2. ¿Considera que los episodios argumentativos que se presentaron en las clases fueron de calidad (con fundamentos que defendieran las diferentes posturas)?

Eh, ahí tengo que ser un poquito más específico quizás para cada uno de los momentos, porque si bien yo esperaba que los chiquillos argumenten, lo esperaba de una forma quizás un poco más básica, hubieron varios niños que me sorprendieron a la hora de decirme los fundamentos o las justificaciones de sus ideas, quizás ellos no eran tan claros para poder decir sus ideas pero es más que nada porque ellos no están acostumbrados a muchas veces comunicar sus pensamientos, sus procedimientos matemáticos, no están acostumbrados entonces de repente decían como una idea vana quizás de lo que ellos realmente estaban haciendo y al momento de buscar en el cuaderno ellos entendían lo que querían explicar y debo reconocer que en varios momentos de la clase, me sentí igual entusiasmado porque en varias instancias hartos chiquillos que pensé que quizás no iban a participar, iba a costar un poquito más eh lograron dar con explicaciones súper buenas, lo hicieron mejor de lo que yo pensaba. Ahora en otras ocasiones también se daba lo que decía delante, que ellos tenían una noción y simplemente comunicaban la noción pero quizás en el fundamento matemático faltó un poquito de rigurosidad, aun así considero que igual para el nivel y para la costumbre que quizás los chiquillos presentan de este tipo de actividades por lo menos a mí me, en cierto modo me sorprendieron un poquito los chiquillos que participaron, lo hicieron mejor de lo que yo esperaba.

¿Te acuerdas la clase, o que se estaba conversando en los momentos que tú dices que si hubo argumentación que se pueda destacar?

Sí, bueno hubo uno que a mí me dejó como bien, después de un buen rato de conversar del tema con los chiquillos, cuando viendo la actividad de los perímetros de la circunferencia, hubo uno de ellos que fue súper claro para explicar, que de hecho estaban todos ya seguros que tenían la respuesta correcta cuando me decían que era la mitad y uno de ellos saltó y me dijo “pero profe” igual ahí fue un poco complicado para mí gestionarlo porque uno ese tipo de cosas tiene que gestionarlo en base a puras preguntas no puede decir nada entonces cuando vi que el alumno levanto la mano y dijo eso y lo dijo clarito y varios de ellos de los chiquillos que estaban hablando de que ya estaba lista la actividad dieron “oye si po, tiene razón” y ahí de a poquito se fueron convenciendo, entonces en ese momento yo creo que hubo un buen momento de argumentación, porque incluso después yo le pregunté a

algunos más que opinaban al respecto y todavía se veía un poquito esa dualidad de respuestas de decir que estaba bien antes, o que estaba bien ahora, los que se habían cambiado de respuesta por decirlo de alguna forma también trataron de explicarle a los compañeros que todavía estaban con la respuesta errónea. En la actividad que había que calcular el área igual hubo buena argumentación me acuerdo cuando los chiquillos, paso un grupo de niñas a mostrar cómo habían calculado el área y habían hecho un procedimiento erróneo, habían dibujado un cuadrado y dentro una circunferencia y lo borraron y ahí varios compañeros dijeron que lo que estaban haciendo era calcular el área de las esquinas, entonces ahí también, después las chiquillas reconocieron el error y dijeron “si po, nos equivocamos”.

3. Al momento de generar una tarea que promueva la argumentación ¿Cuáles son los elementos a considerar?

Yo me fijé en los errores típicos, traté de pensar una actividad que pudiera tener en primer lugar varias respuestas, pero donde fuera fácil equivocarse donde quizás los chiquillos tuvieran la certeza de una respuesta errónea y quizás muchas veces para inventar esa actividad lo que pensé fue, los chiquillos saben que la semicircunferencia es la mitad de una circunferencia, por lo general cuando uno habla de mitad divide por dos no más, entonces trate de fijarte, trate de pensar en los errores que podrían cometer y trate de irme por ese lado, lógicamente una cosa que tenga una respuesta un poco ambigua o que quizás no hayamos vistos en clases tanto, si hay algo que hayamos visto en clases igual es un poco difícil que argumenten en clases por que las respuestas son un poco más concisas todos saben la materia entonces es un poco más difícil que ellos argumenten, traté de buscar algo que en clases no hayamos hecho para que así ellos piensen y lo más importante es que también sean cosas que ellos puedan hacer con sus conocimientos previos y que hayamos vistos hace poco también, si es que hubiese sido más tiempo que ellos lo hubiesen vistos quizás ni se hubieran acordado, entonces haber hecho antes un repaso o haber visto el contenido hace poco tiempo antes ayuda harto.

4. La argumentación está declarada como una habilidad matemática para la vida
 - a) ¿No crees que las actividades que promuevan discusiones matemáticas debieran ser más largos, de 30 o 50 minutos?

Yo creo que sí, de hecho la mayor parte de las actividades que me toco hacer en la clase ocuparon mucho más tiempo del que yo esperaban, pienso que si uno va hacer una actividad de argumentación, no puedo hacer una cortita porque la idea es que los chiquillos piensen, cuando esas actividad salen cortas es porque hay demasiadas guías dentro de la actividad, está demasiada manoseada quizás por el docente, la idea es que sean ellos los que vayan creando y uno vaya haciendo las pregunta nada más entonces uno tiene que, de cierto modo dar un tiempo más o menos largo, porque puede que lleguen a la respuesta rápido pero además de que lleguen a la respuesta tienen que generar la seguridad y la explicación para esa respuesta y eso si requiere un poco más de tiempo, pienso que si se va a fomentar la argumentación deberían ser actividades un poquito más largas.

b) Por otro lado, ¿no debieran utilizar más contextos de la vida?

Yo creo que si lógicamente, es necesario usar el contexto de la vida cotidiana, pero tampoco se puede dejar de lado el contexto matemático porque así estamos generando razonamiento matemático para la vida entonces el razonamiento matemático también debe estar ahí, por ejemplo, la actividad de los perímetros no tenía contexto de la vida cotidiana pero yo siento que también es una actividad útil por el hecho de que igual ayuda al razonamiento de los chiquillos que es lo que hay que generar en primera instancia. Esa misma actividad con un poco más de tiempo y quizás con un poco más de preparación y experiencia podía haberla hecho con contexto también, quizás haber dibujado alguna figurita que ellos si utilicen en la vida cotidiana y después cortarla por la mitad y haber creado en base al mismo problema con contexto matemático haber creado un problema de la vida cotidiana, quías podría haberla hecho así y creado un plus por la motivación de los chiquillos de estar haciendo algo que ellos sienten que si les va a servir para la vida cotidiana y que al momento de utilizarlo en la vida cotidiana se les haga más fácil hacer la conexión porque si yo les hago contextualizar, o sea argumentar todo el rato en contexto matemático todo el rato igual después yo creo que les cuesta traspasarlo a la vida cotidiana porque eso es un paso hay que ir desde ahora poniendo eso sobre la palestra en clases.

7.3.2 Transcripción de entrevista profesor 2 (AV)

1. ¿Esperaba que se presentaran más episodios argumentativos en las clases, o considera que fueron los suficientes? Si cree que no fueron los suficientes ¿a qué lo atribuye?

Yo esperaba que se presentara esa cantidad, porque los niños están acostumbrados a argumentar pero confunden muchas veces argumentar con explicar entonces, durante todo el año hemos trabajado clases que son de tipo expositivas, donde ellos trabajan en sus clases, en sus explicaciones, en sus argumentaciones pero no lo hacen más allá de lo que se vio en clases, creo que fue una clase normal y no interfirió el que hubiera una cámara detrás, ellos actuaron de la misma manera que actúan siempre en clases.

2. ¿Considera que los episodios argumentativos que se presentaron en las clases fueron de calidad (con fundamentos que defendieran las diferentes posturas)?

Sí, creo que ellos argumentaron bien, pero no argumentaron mucho de manera teórica sino más bien se basaban en sus ideas y en sus conocimientos previos, si bien no fueron muy teóricas pudieron haber sido mejores, lo hicieron de buena manera, a mí por lo menos me dejó satisfecha su tipo de argumentación.

3. Al momento de generar una tarea que promueva la argumentación ¿Cuáles son los elementos a considerar?

Primero considerar la tarea matemática que se plantea, porque no podemos llegar e improvisar esa clase hay que ver la tarea matemática que queremos que ellos desarrollen para que podamos así gestionar el error por ejemplo, gestionar las cosas que ellos pueda decir y ver donde se puede ubicar un episodio para que ellos puedan argumentar, porque no se puede hacer siempre pero hay que generar instancias para lograr eso y con las tareas matemáticas eso se desarrolla, preparando desde antes para conocer lo que pueden hacer los niños o lo que podrían llegar a hacer y donde uno va a intervenir.

4. La argumentación está declarada como una habilidad matemática para la vida
- a) ¿No crees que las actividades que promuevan discusiones matemáticas debieran ser más largas, de 30 o 50 minutos?

Sí, deberían ser más largas pero es complicado dentro de una misma clase porque son solamente 45 minutos o 90 minutos depende de la clase que corresponda, pero el tiempo que se genera ahora para hacer una clase no da tiempo para hacer una discusiones tan largas como de 50 minutos, los niños sí podrían generar esa capacidad para argumentar pero no tienen el tiempo suficiente porque nos iríamos solo en argumentación, aprenderían quizás de manera fundamental pero no se lograría abarcar el currículo completo que se te exige en el año si fueran las argumentaciones tan largas.

- b) Por otro lado, ¿no debieran utilizar más contextos de la vida?

Sí, debería ser. De hecho es transversal en matemática, pero no es transversal en todas las asignaturas, si bien se generan debates y cosas así la habilidad de argumentar es una habilidad que sirve para toda la vida pero deberían generarse más instancias en los colegios y dentro de todas las asignaturas para poder desarrollar esta habilidad, porque no es así, no se genera en todas las asignaturas, en matemática tampoco, solamente en algunas clases puede funcionar pero debería gestionarse por ejemplo algún curso de debates o tener alguna asignatura aparte. En las horas libres que quedan en los colegios introducen hartos talleres y uno de esos talleres podría ser la capacidad de argumentación o el desarrollo de la argumentación que sería fundamental para el desarrollo de esa habilidad en los niños.

7.4 PAUTA DE OBSERVACIÓN DE CLASES (ARGUMENTACIÓN Y TAREA MATEMÁTICA)

PROFESOR: _____ **ESCUELA:** _____
CURSO: _____ **Nº SESIÓN :** _____ **FECHA:** _____

OBJETIVO APRENDIZAJE: _____

ESTUDIANTE (EST) : el indicador se manifiesta por iniciativa del estudiante, motivado por la TM
PROFESOR (PROF) : el indicador se manifiesta producto de la gestión del profesor.
TIEMPO (TIEMPO) : la hora y la cantidad de minutos que ha transcurrido.

Id	INDICADORES DE ARGUMENTACIÓN	EST	PR	TIEM
A1	Se observan estudiantes buscan hacerse entender, cuya intervención emplea al menos una estructura básica de argumentación: Dato-Explicación-			
A2	Se observan momentos en el que alumnas y alumnos exponen diferentes puntos de vista.			
A3	Se observan discusiones en las que las y los estudiantes contraponen sus ideas.			
A4	Se observan estudiantes que al menos intentar fundamentar sus respuestas.			

Id	INDICADORES DE TAREA MATEMATICA		
B1	Contexto de la(s) TM(s) que se presenta(n) en clase	<i>Puramente matemática</i>	<i>Semi-realidad</i>
B2	Demanda cognitiva de la(s) TM(s) que se presenta(n) en clase (alta: producción o procedimientos con conexión. Baja: memorización o procedimientos sin conexión)	<i>Alta demanda cognitiva</i>	<i>Baja demanda cognitiva</i>
B3	Duración de la(s) TM(s) que se presenta(n) en clase	<i>Corta</i>	<i>Mediana</i>

Comentarios de interés (respuesta de estudiantes, gestión del profesor, tipo de argumentación predominante en la clase. etc.)



PAUTA EVALUACIÓN TESIS DE MAGÍSTER (Tipo Académico)

Título de la Tesis: Características de las tareas matemáticas que seleccionan profesores de enseñanza media, para promover el desarrollo de la argumentación en el aula.

Autor(a)	Loida Noemí Díaz Nova
Director de Tesis	Mg. Rodrigo Ulloa Sánchez
Programa	Magíster Didáctica de la Matemática
Nombre del Evaluador	Andrés Ortiz Jiménez

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

Aspectos Formales (10%)

Indicadores	Nota
1. Presentación de la Tesis de acuerdo a formato oficial	7.0
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	7.0
3. Resumen (en español e inglés)	7.0
4. Correcto uso de ortografía	6.8
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	6.5
6. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 6ª Edición	6.5
Promedio	6.8

Formulación del Problema (20%)

Indicadores	Nota
7. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes contextuales, teóricos y empíricos	6.5
8. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio	6.5
9. Formulación de la interrogante de investigación	7.0
10. Relevancia del problema de investigación en el contexto de la disciplina	7.0
11. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	7.0
Promedio	6.8

Marco Teórico (20%)

Indicadores	Nota
12. Antecedentes teóricos : presentación ordenada y coherente de los capítulos, apartados y sub apartados teóricos que sustentan la investigación	6.3
13. Aproximación al estado de arte de la problemática de investigación	6.5
14. Pertinencia, relevancia y actualización de las fuentes de referencia para la investigación	6.5
Promedio	6.4



Marco Metodológico (20%)

Indicadores	Nota
15. Paradigma y Enfoque de la investigación	7.0
16. Diseño de la investigación: operacionalización de la investigación en fases	6.8
17. Muestra o Participantes	7.0
18. Estrategias, técnicas e instrumentos de recogida de datos	7.0
19. Estrategias de análisis de datos	6.8
20. Criterios de rigor científico	7.0
Promedio	6.9

De los Resultados (20%)

Indicadores	Nota
21. Presentación de resultados de forma clara y sintética	7.0
22. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	7.0
23. Tablas, figuras o gráficos bien construidos	6.8
Promedio	6.9

Conclusiones, Discusión y Proyecciones (10%)

Indicadores	Nota
24. Conclusiones respecto de los objetivos propuestos	7.0
25. Discusión de resultados, según el marco teórico referencial y el estado del arte	7.0
26. Limitaciones y proyecciones del estudio	7.0
Promedio	7.0

Calificación Final

	Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)	Porcentaje	Ponderación
Aspectos Formales	6.8	10%	0.68
Formulación del Problema	6.8	20%	1.36
Marco Teórico	6.4	20%	1.28
Marco Metodológico	6.9	20%	1.38
Resultados	6.9	20%	1.38
Conclusiones y Discusión	7.0	10%	0.70
Calificación Final			6.8



Observaciones y/o Comentarios:

La investigación es relevante, bien fundamentada y los análisis de datos están claramente evidenciados. Por consiguiente, hay muy buenos datos y eso permitió una discusión y conclusiones, de una calidad sobresaliente. No obstante lo anterior, es importante hacerse cargo de los siguientes puntos:

DE LOS ASPECTOS FORMALES

- Mejorar aspectos como separación de párrafos, uso de formato APA para citas.

DE LA FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

- En la elaboración del relato escrito, relevar primero la tareas matemática y después la argumentación.

DEL MARCO TEÓRICO

- Cautelar que en el relato escrito de este apartado, quede muy claro cuál es la noción de argumentación que se utilizarán en esta investigación, haciendo una contrastación con las diferentes definiciones, y con ello justificando porqué se adscribe a ella.

DEL MARCO METODOLÓGICO

- Señalar de forma más explícita como fueron identificados los episodios argumentativos.

DE LOS RESULTADOS

- Mejorar la presentación de las tablas y figuras.

Andrés Ortiz Jiménez
Departamento de Didáctica
Facultad de Educación
Universidad Católica de la Ssma. Concepción

Fecha: 29 de Diciembre del 2018

**PAUTA EVALUACIÓN TESIS DE MAGÍSTER (Tipo Académico)**

Título de la Tesis: Características de las tareas matemáticas que seleccionan profesores de enseñanza media, para promover el desarrollo de la argumentación en el aula

Autor(a)	Loida Noemí Díaz Nova
Director de Tesis	Rodrigo Ulloa Sánchez
Programa	Magíster Didáctica de la Matemática
Nombre del Evaluador	Horacio Solar Bezmalinovic

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

Aspectos Formales (10%)

Indicadores	Nota
1. Presentación de la Tesis de acuerdo a formato oficial	7
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	7
3. Resumen (en español e inglés)	7
4. Correcto uso de ortografía	6
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	6,5
6. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 6ª Edición	5
Promedio	6,4

Formulación del Problema (20%)

Indicadores	Nota
7. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes contextuales, teóricos y empíricos	7
8. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio	7
9. Formulación de la interrogante de investigación	7
10. Relevancia del problema de investigación en el contexto de la disciplina	7
11. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	7

Marco Teórico (20%)

Indicadores	Nota
12. Antecedentes teóricos : presentación ordenada y coherente de los capítulos, apartados y sub apartados teóricos que sustentan la investigación	7
13. Aproximación al estado de arte de la problemática de investigación	6,5
14. Pertinencia, relevancia y actualización de las fuentes de referencia para la investigación	7
Promedio	6,8

Marco Metodológico (20%)

Indicadores	Nota
15. Paradigma y Enfoque de la investigación	7
16. Diseño de la investigación: operacionalización de la investigación en fases	7
17. Muestra o Participantes	7
18. Estrategias, técnicas e instrumentos de recogida de datos	6
19. Estrategias de análisis de datos	6
20. Criterios de rigor científico	6
Promedio	6,5

De los Resultados (20%)

Indicadores	Nota
21. Presentación de resultados de forma clara y sintética	6
22. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	6,5
23. Tablas, figuras o gráficos bien contruidos	7
Promedio	6,5

Conclusiones, Discusión y Proyecciones (10%)

Indicadores	Nota
24. Conclusiones respecto de los objetivos propuestos	6
25. Discusión de resultados, según el marco teórico referencial y el estado del arte	7
26. Limitaciones y proyecciones del estudio	6,5
Promedio	6,5

Calificación Final

	Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)	Porcentaje	Ponderación
Aspectos Formales		10%	6,4
Formulación del Problema		20%	7
Marco Teórico		20%	6,8
Marco Metodológico		20%	6,5
Resultados		20%	6,5
Conclusiones y Discusión		10%	6,5
Calificación Final			6,7

Observaciones y/o Comentarios:

Problemática y marco teórico:

Muy buena problemática: de manera clara se expone la problemática desde antecedentes contextuales y empiricos. Buena exposición de los objetivos, dado que se explican cada uno de estos, mostrando una



preocupación por justificar su descripción. Sugiero la definición de argumentación de (Krummheuer, 1995), que la puede encontrar en (Dede, 2018), que se asocia a la noción que se describe en la tesis presentada.

Pag 13. recomienda reemplazar la definición conceptual de argumentación desde un autor específico y no de un marco normativo como son las Bases Curriculares.

Metodología:

Se presenta una descripción detallada del diseño metodológico y se justifica los criterios de selección de casos y estrategias de análisis. Ahora bien, no se presenta claramente las preguntas de la entrevista así como las dimensiones que aborda (las transcripciones de las entrevistas están disponible en anexos), así como tampoco se especifica cual es la diferencia con el análisis de las interacciones en el aula y la entrevista.

-Estrategia de análisis: ¿De que autores proviene la organización de análisis estructural,epistémico y epistemológico? Es muy interesante ese tipo de análisis pero dado que estructura es el criterio central del análisis es conveniente justificar mejor de donde proviene.

Resultados:

-La estructura de análisis (estructural,epistémico y epistemológico) permite mostrar resultados interesantes.

- No es claro la distinción de datos entre el análisis de la interacción de clase y la entrevista.


Discusión y Conclusiones:

-La discusión logra contrastar los resultados con el marco teórico.

- Las conclusiones tienen estructura de resultados pues se presenta una sistematización de estos para cada caso. Las conclusiones deberían dar respuesta a los objetivos relacionando todos los casos ya descritos

En la presentación se sugiere ahondar en las relaciones entre los casos

Revisar APA en las referencias



Horacio Solar Bezmalinovic
Facultad de Educación, PUC