UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA

COMPRENSIÓN LECTORA Y SU INFLUENCIA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA UNIDAD DE GEOMETRÍA EN ALUMNOS DE PRIMER AÑO MEDIO DEL CENTRO EDUCACIONAL EVANGELICO DE HUELPENCILLO

SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE LICENCIATURA EN EDUCACIÓN

Profesor guía:

María José Seckel Santis

Estudiantes:

Ignacio Gatica Oyarce

Raquel Sarzosa Riquelme

Romina Valdebenito Albornoz

Concepción, 2017

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por iluminarme en esta etapa de mi vida, por darme la confianza y fortaleza en los momentos de flaqueza. Le doy las gracias a mi familia ya que siempre creyeron en mí y me dieron todo el apoyo en este camino de formación. Le doy gracias a dos profesores que fueron fundamentarles para concretar este trabajo, la primera a mi profesora guía Sra. María José Seckel Santis quien me entrego herramientas para finalizar esta etapa de mi vida y por último a mi Jefe de Carrera Sr. Ricardo González Méndez quien nos apoyó y orientó en momentos complicados de este trabajo. Y por último, les doy gracias a mis compañeras Raquel y Romina por todos los momentos que pasamos y por formar parte de esta gran experiencia.

Ignacio Gatica Oyarce

Agradezco primeramente a Dios por estar siempre presente en mi vida, dándome la fuerza y la confianza para seguir adelante en este camino difícil, pero a la vez maravilloso. También quisiera agradecer a mi madre que con su inmenso amor, sabiduría y mucho sacrificio logró transmitir las mejores y más preciadas enseñanzas en mi vida, las cuales me guiaron hasta aquí y sé que ahora desde el cielo iluminará cada paso de este nuevo camino. Quiero agradecer a mi abuela, mi mami Inés, quien, con cada una de sus historias como profesora me motivaba más en seguir en esta aventura llena de sueño, miedo y sobre todo amor. Finalmente agradecer a mi profesora guía María José Seckel Santis por la orientación y la paciencia que demostró para ayudarnos a concretar este trabajo, y al profesor Sr Ricardo Gonzales Méndez que con mucha sabiduría supo asistir cada una de mis dudas y desmotivaciones y me impulsó a seguir adelante.

Raquel Sarzosa Riquelme

Agradezco primeramente a mis padres Alicia Albornoz Torres y Miguel Valdebenito Escobar, por demostrar siempre su amor y apoyo incondicional. A mis compañeros y amigos, particularmente a Bárbara Monsalves. También agradezco a la profesora María José Seckel Santis, por su paciencia, aportes y tiempo dedicados a la asesoría de esta investigación y a todos los profesores que me han formado durante estos largos años de estudios, en especial al profesor Sr. Ricardo González Méndez por su infinita disposición y compromiso.

Romina Valdebenito Albornoz

INDICE

RESUMEN

Esta investigación se centra determinar la relevancia de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos en alumnos de un Liceo Municipal de Hualpén.

El estudio que se presenta se enmarcó en el enfoque cualitativo, ya que buscamos examinar la compresión de la realidad, considerando los aspectos particulares de esta, sin embargo, se consideran algunas características del enfoque cuantitativo (metodología cuantitativa descriptiva). Esta investigación siguió un diseño de investigación-acción para lo cual se planificó una secuencia didáctica enfocada en el contenido vector en el plano cartesiano. La implementación de esta secuencia se analizó considerando los seis criterios de idoneidad didáctica, propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) el cual orienta de manera fundamentada la acción efectiva sobre la instrucción o enseñanza de la Matemática y promueve su mejora progresiva (Godino, 2011).

Para llevar a cabo este trabajo se incluyeron diversas fuentes bibliográficas para construir el marco teórico, con el fin de dar fundamento a los planteamientos establecidos en este seminario.

Finalmente, se indican los resultados obtenidos en esta investigación, los cuales señalan la importancia de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos.

ABSTRACT

This research focuses on determining the relevance of reading comprehension in solving mathematical problems in first year high school students at "Centro Educacional Evangélico de Hualpencillo" school.

This study was made under the principles of the qualitative approach, as we expected to examine and comprehend the reality considering every aspect of it, through action-research.

In order to gather the information and collect the data, we used different data collection instruments, which are related to the qualitative approach, such as observation, video recording and file analysis. Nevertheless, we also included other instruments derived from quantitative analysis, such as data analysis, from which we found complementary evaluation instruments and the problem-solving page.

To make this research, we planned a didactic sequence focused on the content "Vectors on the

Cartesian plane". This sequence was then analyzed under the six criteria of didactic appropriateness, as it is a tool from the ontosemiotic approach which orientates in a grounded way the effective action on math teaching and promotes their continuous improvement (Godino, 2011).

As a support to our research, different bibliographic references were included in order to build the theoretical framework, giving a basis to the approach stated in this research.

Finally, we indicate the results obtained in this research, which point out the importance of reading comprehension in solving mathematical problems.

INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista práctico, la habilidad que poseen los alumnos para la resolución de problemas es considerada fundamental, puesto que esta influye no sólo en su desarrollo escolar, sino que también en la forma como se desenvuelven en su vida cotidiana. Desde el enfoque matemático es una habilidad esencial que deben tener los alumnos desde el momento que inician su etapa escolar.

Otra habilidad fundamental que ayuda a los alumnos a tener un buen desempeño académico en la escuela es la comprensión lectora, en esta línea el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC, 2012) sostiene que la comprensión lectora es una habilidad transversal, pues esta les permite desenvolverse en el mundo de forma autónoma y efectiva. Es por esto que, en Matemática, se hace necesario que los alumnos adquieran, primeramente, la habilidad de comprender un problema (Polya, 1945) para luego saber qué estrategias son las adecuadas para resolver dicho problema. Por esta razón, se considera importante trabajar la comprensión de lectura como una habilidad esencial para resolver problemas matemáticos.

Este seminario ha seguido una metodología cualitativa, pues este enfoque examina la comprensión de la realidad considerada desde sus aspectos particulares, subrayando la acción de observación de las clases a través de videos, de un primero medio del Centro Educacional Evangélico de Hualpencillo, donde el contenido que se enseñó fue el de vectores en el plano cartesiano.

Las clases fueron analizadas a través de los criterios de idoneidad didáctica con el propósito de examinar si la instrucción o enseñanza de la matemática fue efectiva. Al mismo tiempo, se analiza la estrategia de Polya para resolver problemas matemáticos y a su vez, para la comprensión de lectura se analiza un instrumento de evaluación complementaria que sirvió como soporte para determinar si los alumnos comprendieron los problemas con el fin de responder a la pregunta de investigación ¿Qué relación existe entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos?

Esta investigación se organiza en seis capítulos. En el capítulo 1 se presenta el planteamiento del problema, la pregunta de investigación y la justificación del problema, además se presenta el objetivo general y los objetivos específicos del estudio. En el capítulo 2 se presenta el marco teórico de esta investigación, el cual aborda distintas estrategias para resolver problemas y de comprensión lectora. En el capítulo 3 se hace referencia al marco metodológico de esta investigación, el cual tiene un enfoque cualitativo, además de la técnica e instrumentos de recogidas de datos utilizados y los procedimientos de esta investigación. En el capítulo 4 se presenta el análisis y discusión de los resultados de esta investigación y finalmente en el capítulo 5 se plantean las conclusiones que responden a los objetivos específicos planteados en esta investigación.

CAPÍTULO 1

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema de investigación, indicando la importancia que tiene la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos. También se plantea la pregunta de investigación la cual, enlazada al objetivo general y dos objetivos específicos, pretende dar solución al problema de investigación planteado.

1.1 Planteamiento del problema de investigación

La resolución de problemas es considerada, dentro del currículo matemático, como una habilidad fundamental que deben ir adquiriendo los alumnos desde que inician la escolaridad. En Chile la resolución de problemas es el foco de la enseñanza de la Matemática, por lo que se debe buscar promover el desarrollo de formas de pensamiento y de acción que posibiliten a los estudiantes procesar información proveniente de la realidad y así profundizar su comprensión acerca de ella y de los conceptos aprendidos (MINEDUC, 2012). Por otra parte, el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o informe PISA (2012) considera a la Resolución de Problema como una área transversal del conocimiento y comprensión, es decir muchas veces nos vemos enfrentados a situaciones conflictivas donde la solución, no siempre es evidente, por eso se cree necesario tener en cuenta esta área en las escuelas para enseñar a los alumnos a pensar y ayudarlos a activar procesos cognitivos eficaces que les permita resolver situaciones concretas. Dicho esto, se considera que la habilidad de resolver problemas matemáticos es sin duda imprescindible, pues hoy en día es lo que demanda la sociedad y las necesidades propias de cada individuo activo dentro de una comunidad. Es por esto que con esta investigación buscamos entregar a los alumnos herramientas que les permitan enfrentar de manera más eficiente las interrogantes y puedan seleccionar de forma asertiva las mejores estrategias para resolver los problemas que tengan que enfrentar en la vida cotidiana. De acuerdo a las bases curriculares tenemos que:

> "La matemática es en sí misma un aspecto importante de la cultura humana: es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos. Además, aprender matemática es fundamental para la formación de ciudadanos críticos y adaptables; capaces de analizar, sintetizar, interpretar y enfrentar situaciones cada vez más complejas; dispuestos a resolver problemas de diversos tipos, ya que les permite desarrollar capacidades para darle sentido al mundo y actuar en él. La matemática les ayudará a resolver problemas cotidianos, a participar responsablemente en la dinámica social y cívica, y les suministrará una base necesaria para su formación técnica o profesional". (MINEDUC, 2012, p. 1)

En esta línea, hacer esta investigación es una oportunidad para mejorar la comprensión de enunciados de problemas matemáticos en los alumnos, puesto que está directamente relacionada con el análisis de información, la extracción de datos, el planteamiento de un modelo que represente la solución del problema y la rigurosidad del alumno al enfrentar estos desafíos. Resolver problemas da al alumno la oportunidad de enfrentar situaciones desafiantes que demandan para su resolución, variadas habilidades, destrezas y conocimientos que no siguen esquemas prefijados y, de esta forma contribuye a desarrollar confianza en las capacidades propias de aprender y enfrentar situaciones, lo que genera, además, actitudes positivas hacia el aprendizaje.

1.2 Preguntas de investigación

Esta investigación apunta a entregar nuevas herramientas a los alumnos para comprender enunciados de problemas matemáticos y así ayudar a resolverlos. Es por esto que se ha diseñado una secuencia didáctica que tiene como propósito potenciar la comprensión lectora de los alumnos y, de esta manera, mejorar los resultados de la resolución de problemas matemáticos.

De acuerdo a lo anterior, plateamos la siguiente pregunta de investigación:

- ¿Qué relación existe entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos?

1.3 Objetivo general y objetivos específicos

De acuerdo a la pregunta de investigación planteada será necesario formular un objetivo general y objetivos específicos que permitirán dar respuesta a la interrogante.

Objetivo general

Determinar la relevancia de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos en alumnos de un Liceo Municipal de Hualpén.

Objetivos específicos

1. Diseñar e implementar una secuencia didáctica en base a estrategias de comprensión lectora para enunciados matemáticos.
2. Analizar los efectos de la implementación en el aprendizaje y rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos.
3. Rediseñar la secuencia didáctica a partir de los resultados.

1.4 Justificación del problema de investigación

Este trabajo aportará a profesores de Matemática herramientas útiles a la hora de investigar dentro del aula y de sus propias prácticas. Considerando que para ir mejorando la educación es necesario hacer retroalimentación continua del trabajo que se realiza, ir actualizando las metodologías de enseñanza a las nuevas generaciones de alumnos y buscar estrategias que permitan mejorar los estándares de aprendizaje.

La principal motivación que inspiró a realizar esta investigación es entregar herramientas a los alumnos para enfrentar la resolución de problemas en matemática de manera efectiva, ya que se observó en las distintas prácticas pedagógicas que existe un denominador común en la gran mayoría de los alumnos, que es el no resolver los problemas matemáticos. Se cree que un factor influyente en esta situación se debe a la baja comprensión lectora de los alumnos. Es por esto, que se considera relevante abordar la problemática debido que el abandono de los hábitos de lectura por otras fuentes de información o de recreación, ha repercutido negativamente en la formación integral, dentro y fuera del ámbito educativo formal. Una de las causas principales de este problema es el deficiente dominio en los diferentes niveles de la lectura (literal, reorganizacional, interpretativa, inferencial, crítico-evaluativo) por parte de los alumnos, causando que no comprendan el planteamiento del problema matemático y, por tanto, no les permita avanzar en la resolución de éstos (Fernández, 2013).

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se establece las bases teóricas que permite dar fundamento a la pregunta de investigación planteada. En este se expone la importancia de la comprensión de lectura en la resolución de problemas matemáticos según distintos autores. Además, se presentan los seis criterios de idoneidad que propone el Enfoque Ontosemiótico (EOS), los cuales han sido útiles para orientar el proceso de reflexión en la investigación acción.

2.1 Resolución de problemas

La resolución de problemas es tanto un medio como un fin para lograr una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas, en lugar de simples ejercicios, cuando el alumno logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. A través de estos desafíos, los alumnos experimentan, escogen o inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, transferencia desde problemas similares ya resueltos, etc.), comparan diferentes vías de solución, y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia (MINEDUC, 2012, p. 89). En definitiva, la resolución de problemas tiene como fin poner a prueba a los alumnos en distintas problemáticas y lo llevan a comparar las diferentes estrategias a las que ellos pueden llegar.

Cuando hablamos de la aplicabilidad del contenido matemático, la resolución de problemas juega un rol fundamental, ya que contribuye a los siguientes logros personales (Hernández, 2011):

- Fomenta la autonomía y la iniciativa personal.

- Promueve la perseverancia en la búsqueda de alternativas de trabajo
- Flexibilidad para modificar puntos de vista.
- Fomenta la lectura comprensiva, la organización de la información, diseño de un plan de trabajo y su puesta en práctica.
- La interpretación y análisis de resultados.
- Habilidad para comunicar con eficacia los procesos y resultados seguidos y se conecta con otras áreas de conocimiento de forma contextualizada.

2.1.1 Resolución de problemas según distintos autores.

En la revisión bibliográfica se encuentra a distintos autores que presentan su conceptualización de resolución de problemas, de los cuales se destaca a:

- Brown, Brandsford y Ferrara (1986) suponen que estas habilidades o destrezas emergen simplemente de la adquisición de nuevo conocimiento, lo cual difiere respecto de algunas posiciones teóricas que apoyan la idea de que las capacidades lógicas han sido añadidas a las estructuras cognoscitivas del niño.
- Labarrere (1987) caracteriza el problema como aquella situación que demanda la realización de determinadas acciones (prácticas o mentales) encaminadas a transformar dicha situación.
- Orton (1996) expresa que la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva.

- Delgado (1998) menciona que la resolución de problemas es una habilidad matemática y señala que resolver: “es encontrar un método o vía de solución que conduzca a la solución de un problema”.
- Furth (1998) plantea que la resolución de un problema es un acto de conocimiento, es decir una actividad, en contraste con otras actividades como la motivación, la percepción, las operaciones sensoriales y las operaciones concretas; sin embargo, cada una de estas son indispensables para el sujeto que se enfrenta a la resolución de problemas.
- Llivina (1999), señala que la resolución de problemas matemáticos es una capacidad específica que se desarrolla a través del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar, con determinada calidad y haciendo uso de la metacognición, acciones y conocimientos que participan en la resolución de estos problemas.
- Lesh y Zawojewski (2007) definen la resolución de problemas como el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones, además de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas.

2.1.2 Estrategias didácticas para resolver problemas matemáticos.

La resolución de problemas matemáticos es una actividad que requiere de distintas habilidades cognitivas las cuales se deben construir a partir de muy temprana edad. La infinidad de variables que influyen en este proceso y las distintas etapas que éste conlleva, han generado una diversidad de estudios y teorías que apuntan a entender de mejor manera cómo funciona el proceso de aprendizaje.

Puig (1996), señala que, en los inicios de la investigación de ésta materia, los estudios se centraron en el producto de las actividades de los resolutores y en cómo era posible enseñar métodos eficaces para encontrar las soluciones. Sin embargo, el paradigma actual centra el objeto de interés principal en el sujeto que resuelve el problema, perspectiva a la que han aportado diversos autores, tanto en el ámbito de matemática, como en la psicología. Entre los considerados precursores de ésta línea de investigación destacan George Polya, Graham Wallas, John Dewey y Poincaré (citado en Isoda, Arcavi y Mena, 2007).

2.1.3 Polya y sus cuatro etapas para resolver un problema.

Polya (1945), planteaba que para la resolución de problemas de los estudiantes es imprescindible la acción del profesor. Este autor establece que el profesor tiene la oportunidad de poner a prueba la curiosidad de los alumnos y despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente. Esto se lograría, por ejemplo, a través del planteamiento de problemas matemáticos acorde a los conocimientos de los alumnos o la generación de preguntas estimulantes. Además, plantea la existencia de cuatro etapas en el proceso de resolución de problemas. A continuación, se describen:

1. Comprensión del problema: Esta etapa se subdivide a su vez en “familiarizarse” y “trabajar para una mejor comprensión”. El autor plantea que el profesor debe evitar un frecuente error, que ocurre tanto al interior como al exterior del aula, como es el planteamiento de problemas incomprensibles para los alumnos. Pero, además, el docente debe lograr la motivación de los alumnos para encontrar los resultados. Este primer paso debe ser una etapa donde se pueda determinar la incógnita, los datos, las condiciones y decidir si estas condiciones son suficientes (no redundantes ni contradictorias). Para determinar estos aspectos se deben aplicar preguntas como ¿entiendes todo lo que dice el problema?, ¿puedes replantear el problema con tus propias palabras?, ¿distingues cuáles son los datos?, ¿cuál es la incógnita?, ¿cuál es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿es insuficiente?, ¿es redundante?, ¿es contradictoria?, ¿sabes a qué quieres llegar?, etc. De esta forma, cuando el alumno se enfrente a resolver problemas y se plantee estas interrogantes, podrá generar una guía y una comprensión general del problema. Es decir, en esta etapa de Polya se infiere que la comprensión lectora es el primer paso antes de resolver un problema matemático

2. Concebir un plan: Polya propone que “Lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan”. El autor señala que el proceso entre la compresión del problema y la elaboración del plan puede ser extenso y dificultoso, por lo que la labor del docente debe apuntar a realizar preguntas y sugerencias que provoquen las ideas necesarias para encontrar la solución. Concebir un plan puede formarse luego de una “idea brillante”, quizás después de varios ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda. Las buenas ideas se basan en la experiencia pasada y en los conocimientos adquiridos

previamente, es por esta razón, que, si la buena idea no surge, el profesor deberá abordar un trabajo planteando preguntas como: ¿Conoce algún problema relacionado?, Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver algún problema relacionado con él. ¿Conocen algún problema que tenga la misma incógnita?, etc. Si el docente, después de observar atentamente la clase, no puede descubrir ningún indicio de iniciativa de sus alumnos, tiene que volver a dialogar con ellos, debe disponerse a repetir, modificando ligeramente, las preguntas a las que no hayan respondido los alumnos y afrontar muchas veces su silencio desconcertante.

3. Ejecución del plan: La palabra clave de esta etapa es la paciencia. El plan proporciona una idea general, donde deben estar analizados cada uno de los componentes del problema y es labor del profesor insistir en que el alumno verifique cada paso. En ciertos casos el docente puede recalcar la diferencia que hay entre “ver” y “demostrar”: ¿Pueden ustedes ver que el paso es correcto?, pero ¿Pueden también demostrar que es correcto?

4. Reconsideración y retrospección: Polya insiste en que no basta con que el alumno resuelva el problema y “cierre su cuaderno”, sino que el resolutor debe consolidar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver esos problemas, reexaminando el problema y analizando el camino que lo llevó a la solución. El alumno ha llevado a cabo su plan, ha redactado la solución, verificando cada paso del razonamiento, tiene buenos motivos para creer que su solución es correcta, no obstante, puede haber errores, sobre todo si el razonamiento es largo y enredado. EL profesor debe realizar preguntas como ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?, etc.

2.1.4 Dewey sus cinco fases para la resolución de problemas.

Dewey (como se citó en Gabucio et. al., 2005), plantea cinco fases para la resolución de problemas matemáticos. Estas son:

1. Aparición de sugerencias: Fase en la cual se origina el pensamiento y que de algún modo sugiere una solución, independientemente de lo difícil o desconocida que puede ser una situación, surge al menos una idea quizás incierta o poco clara, de cómo resolver la situación.
2. Intelectualización de la dificultad: Es el desarrollo de la sugerencia mediante el raciocinio. Tratar de definir la situación, intentando definir un recuerdo, eliminando algún prejuicio acerca de nuestra mirada y tratando de formular la pregunta adecuada.
3. Elaboración de hipótesis: Se busca guiar la propia observación con una idea conductora, es decir, ser consciente de lo que se espera, lo que se observa y lo que se busca para convertir nuestra idea en una hipótesis.
4. Razonamiento: Consiste en la elaboración intelectual de las hipótesis originarias y formulación de nuevas ideas.
5. Comprobación de hipótesis: Apunta a la verificación de las ideas por la aplicación práctica o por nuevas observaciones o experimentos

2.1.5 Etapas de Poincaré según el proceso de invención de un problema.

Otro de los precursores del estudio del alumno como centro de la resolución de problemas es Henri Poincaré (citado en Sorando J.M. 2012) analizó tres etapas de trabajo matemático al resolver un problema:

1. Un período de trabajo consciente: Se refiere a una etapa de análisis consciente y deliberado. Aquí la finalidad no es determinar la solución, sino construir los elementos de los cuales se pueda obtener la solución.

2. Un período de trabajo inconsciente: Poincaré plantea que esta es la etapa de "incubación" de la solución, donde se utilizan los elementos suministrados por la parte consciente. Gracias a las facultades propias del inconsciente (concentración, operación sistemática, etc.), éste es capaz de generar una "estética" del problema que permitirá su resolución, una vez que este esquema regrese al nivel consciente.

3. Un segundo período de trabajo consciente: En esta etapa aparece un momento de iluminación, donde la "estética" del problema es devuelta a la mente consciente, obteniendo la solución.

2.1.6 Graham Wallas y sus cinco etapas del proceso creador.

Menchén (2010) afirma: "Los estudios introspectivos de Henri Poincaré, matemático francés del siglo XIX, y otras investigaciones demuestran la constancia de cinco etapas a las que Graham Wallas ha dado el nombre de Preparación, incubación, iluminación, formulación y verificación" (p.14).

1. Preparación: Consiste en percibir y analizar la situación. Es un momento en el que la persona se ve impulsada a investigar, analizar, experimentar y probar diferentes posibilidades para resolver el problema.

2. Incubación: Consiste en reflexionar acerca del problema, es un proceso interno e inconsciente que busca sedimentar todo material (cognitivo, intuitivo o emocional) y

necesita tiempo para que las conexiones que se produzcan maduren y puedan aparecer otras nuevas.

3. Iluminación: En esta etapa aparece de manera súbita, una repentina idea clave para conseguir el propósito y solucionar el problema.

4. Formulación: Consiste en organizar las ideas en un sentido lógico y darle coherencia. Se elabora el nuevo diseño del tipo de trabajo en cuestión, marcando minuciosamente cada paso y se debe decidir si intuición es valiosa.

5. Verificación: En esta etapa se analiza, verifica y valida la solución adoptada. Se trata de una puesta en práctica de todo lo acontecido y constatar que la solución obtenida es verdadera. Tiene como consecuencia su abandono o su adaptación para ser perfeccionada o puesta en práctica.

Pero quizás lo más importante de todo es la interacción de las etapas y el hecho de que ninguno de ellos existe en forma aislada del resto.

Tabla 1

Propuestas de fases para resolver problemas

Modelo	Polya (1945)	Dewey(1910)	Poincaré (1908)	Wallas (1926)
Fases	Comprensión del problema	Aparición de sugerencias	Trabajo consciente	Preparación
	Concebir un plan	Intelectualización de las dificultades	Trabajo inconsciente	Incubación
	Ejecución del plan	Elaboración de hipótesis	Trabajo consciente	Iluminación
	Reconsideración y retrospección	Razonamiento		Formulación
		Comprobación de hipótesis		Verificación

Fuente: Elaboración propia.

En la fase de Comprensión del problema de Polya, aparición de sugerencias e Intelectualización de la dificultad de Dewey, Trabajo consciente e inconsciente de Poincaré y Preparación e Incubación de Wallas, comienza por el estudio cualitativo de la situación, no por la búsqueda inmediata de las fórmulas. A pesar de estas diferentes etapas que define cada autor, todos ellos aluden a organizar la información, relacionar, plantear los datos, razonar y analizar la situación de manera consciente e inconsciente; para llegar al objetivo de comprender el problema de la situación problemática, es por esta razón que la comprensión lectora es un indicador fundamental a la hora de resolver un problema.

2.2 Comprensión lectora en problemas matemáticos

La comprensión lectora es una habilidad que toda persona debería desarrollar, pues se sabe que a través de la lectura obtenemos información y, además, ampliamos nuestras capacidades cognitivas. En esta línea, Solé (1997), señala que un lector activo procesa la información en varios sentidos aportándole conocimientos experiencia, hipótesis y su capacidad de inferencia. Un lector que se mantiene alerta a lo largo del proceso construyendo una interpretación objetiva, será capaz de recopilar, resumir, ampliar la información obtenida y transferirla a nuevas situaciones de aprendizaje.

Por otra parte, el Ministerio de Educación en Chile (2011), define la comprensión lectora como una de las habilidades que más impacto tiene en el desarrollo de las personas, es decir, en el aprendizaje de los contenidos curriculares; en la adquisición de habilidades sociales, en el desarrollo del pensamiento y en el efectivo ejercicio de la ciudadanía, entre otros aspectos. Asimismo, considera que es una habilidad transversal del currículum, por lo tanto, los objetivos de aprendizajes (OA) que ella considera para los distintos niveles educativos, no están asociados sólo a la asignatura de Lenguaje y Comunicación, sino que deben abordarse desde las diferentes asignaturas, siendo su enseñanza y aprendizaje una responsabilidad de todas/os los profesores/as.

Dado a lo anterior vemos que es necesario abordar la comprensión lectora como una herramienta útil para poder resolver problemas en Matemática y en general comprender lo que se lee en todo ámbito. Sin embargo, para dominar esta herramienta es necesario seguir ciertas estrategias que permitirán lograr un buen entendimiento de lo que se está leyendo.

2.3 Estrategias de comprensión lectora en problemas matemáticos

El profesor debe conocer qué estrategias pone en juego al lector para construir significado y ser un motivador y un colaborador con los alumnos para que estos internalicen estas estrategias y sean ellos los artífices en el proceso de construcción de significados a partir de ellas. El uso de estrategias de comprensión permite a los lectores ser autónomos y los hace capaces de enfrentarse a distintos tipos de textos (Solé, 1997).

García (1996), Solé (2000) y Goñi (2008), sugieren que, para incrementar las posibilidades de comprensión en la lectura, tanto de textos generales como los que son del área de matemática, es necesario implementar otras acciones que permitan la construcción del significado del material de estudio. Es decir, si se promueve que los estudiantes hablen, escriban, dibujen y comuniquen lo que leen en un texto matemático, se ampliará el repertorio de acciones que ayudará al alumno a tomar buenas decisiones, discutir y razonar sobre las cuestiones de naturaleza matemática.

2.3.1 Estrategias de Morán.

Morán (2012) plantea dos estrategias para lograr alcanzar la comprensión lectora en matemática y así abordar la lectura como contenido técnico matemático y la lectura como texto narrativo cuyo contenido se refiere a la matemática. Las estrategias de lectura propuestas son:

a) Producción de esquemas y/o dibujos. Los estudiantes interpretan lo que leen a partir de dibujos y/o esquemas, los cuales relacionan con contenidos matemáticos.

b) Elaboración de un guion para presentar el texto frente a un grupo de compañeros. En esta etapa a los estudiantes se les permite hacer una reflexión sobre lo que leen, de esta manera logran recordar y expresan las ideas relacionadas con cuestiones matemáticas.

2.3.2 Estrategias de Frade.

Frade (2009) propone las siguientes estrategias de lectura para la resolución de problemas:

a) La lectura constante para la resolución de problemas: casos, diseño de proyectos, etc. como insumo a la elaboración de los mismos. Es decir, que para poder resolverlos se debe leer mucho en diferentes materiales y recursos. En estas situaciones se debe impulsar a los alumnos a la búsqueda y obtención de dichos insumos, aconsejando sobre dónde y cómo utilizar la información que emerja.

b) La lectura recreativa debe ser parte de los procesos de enseñanza aprendizaje en todas las asignaturas, no es sólo una tarea de la clase de lenguaje o de taller de lectura y redacción, es la base del aprendizaje para todas las demás materias. Es por eso que debe estar incluida para la resolución de problemas, incluyendo como actividad los intereses de los estudiantes.

c) Cada una de las lecturas debe ser una herramienta para la resolución de problemas y se deben generar actividades pre, durante y post lectura, entre ellas: explicar de qué se va a tratar, comentar sobre el interés que se despierte, opinar sobre las reacciones que produce durante el proceso, vislumbrar posibles finales, etcétera.

d) Permitir la libre expresión de las opiniones que surjan de los textos leídos, de manera que se cree un ambiente que permita la crítica, pero al mismo tiempo el gusto por leer.

2.3.3 Estrategias propuestas por Fundación Chile y el Ministerio de Educación de Chile a través de Educar Chile.

Siguiendo en la línea de encontrar estrategias para una mejor comprensión lectora se propone las siguientes actividades (EducarChile, 2012)

a) Actividades antes de la lectura

En esta etapa, lo importante es activar los conocimientos previos y formular los propósitos del texto que nos presentan.

- ¿Qué es activar los conocimientos previos?

Es entregar información que ya se conoce sobre un tema.

- ¿Qué es formular propósitos?

Es señalar lo que esperas del texto.

En definitiva, en esta etapa de la comprensión lectora, debieras responder a las siguientes preguntas:

- ¿Qué sé de este tema?
- ¿Qué quiero aprender?

b) Actividades durante la lectura

En esta etapa el lector se está enfrentando al texto y comienza a ver si lo señalado en las actividades de la etapa anterior concuerda con la lectura. Así, comprueba si la información entregada a partir de la activación de los conocimientos previos coincide con lo que le está entregando el texto.

También es de gran utilidad contar en voz alta lo que se ha leído para ver qué se ha comprendido en el momento. La realización de preguntas sobre el contenido del texto ayuda mucho para ir entendiendo mucho mejor los hechos o sucesos que van ocurriendo.

c) Actividades después de la lectura

En esta etapa, se trata organizar de manera lógica la información contenida del texto leído e identificar las ideas principales, es decir las más importantes, y las secundarias, aquellas que aportan información.

Para esto, se puede organizar la información realizando las siguientes actividades:

- Hacer resúmenes: ordena y reduce la información del texto leído, de manera tal que dejes sólo aquello esencial.
- Realizar síntesis: al igual que el resumen reduce la información de un texto, pero utilizando palabras propias.
- Construir esquemas: convierte la información en listas de acciones agrupadas según lo sucedido.
- Elaborar mapas conceptuales: ordenar las ideas principales en cuadros que se relacionarán por medio de flechas con las ideas secundarias encontradas.

De acuerdo a las perspectivas de los autores antes mencionados, el enfoque que servirá de base para la elaboración de la secuencia didáctica, tendrá como principal autor a Polya, debido a que es el que más influencia arroja respecto a la comprensión del problema, foco principal que permitirá dar cumplimiento a los objetivos propuestos en esta investigación.

Otro factor importante que influirá en esta investigación para dar homogeneidad a cada secuencia didáctica es el EOS, ya que este nos permitirá las clases bajo un mismo modelo, el cual se subdivide en seis subprocesos llamados criterios de idoneidad didáctica.

2.4 Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS)

Establecer una fecha de nacimiento, aunque sea aproximada, para la didáctica de la matemática, es una tarea sin éxito seguro, como sucede con cualquier otra disciplina. No obstante, se cree que muchos estarán de acuerdo en establecer que la didáctica surgió en los años setenta, desde ahí, la investigación didáctica se ha centrado, y continúa centrada en gran medida, en estudios descriptivos sobre aspectos cognitivos del aprendizaje, pensamiento del profesor, etc., y en ciertos casos, proporcionando explicaciones de las dificultades y factores condicionantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje (D' Amore y Godino, 2007). Sin embargo, se considera necesario abordar de manera sistemática la cuestión tecnológica del diseño, desarrollo y evaluación de propuestas de intervención en el aula. La Didáctica de la Matemática debería aportar conocimientos para el análisis de:

- La adaptación y pertinencia de los contenidos matemáticos a un determinado proyecto educativo.
- Los medios tecnológicos y temporales adecuados para la puesta en marcha de un proceso de estudio matemático.
- El tipo de interacción entre profesor y alumnos que permita identificar y resolver las dificultades y conflictos en los procesos de estudio matemático.

- La adaptación entre los objetivos formativos y las capacidades y competencias previas de los alumnos, así como a sus intereses, afectividad y motivaciones.
- La pertinencia de los significados pretendidos (e implementados), de los medios usados y de los patrones de interacción al proyecto educativo de la escuela y el contexto social en que se desarrolla el proceso de estudio.

El objetivo de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas está en la base de cualquier esfuerzo de investigación e innovación; pero la complejidad de tales procesos nos lleva a ser extremadamente precavidos en la proposición de normas y reglas para la intervención en los sistemas didácticos. En esta línea el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática aporta una categorización de los elementos intervinientes en cada una de las dimensiones involucradas en un proceso de enseñanza y aprendizaje, a saber, *epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica*, estructurándolos en configuraciones de procesos, objetos y relaciones. Esta categorización y estructuración permiten explicar algunos fenómenos didácticos en términos de la complejidad ontosemiótica implicada.

2.5 Noción de idoneidad didáctica

La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones, criterios, y un desglose operativo de dicha noción, ha sido introducida en el EOS (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007) como herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva/explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula. Consideramos que esta noción puede servir de punto de partida para una teoría de diseño instruccional (Teoría de la Idoneidad Didáctica) que tenga en cuenta, de manera sistémica, las dimensiones epistémicas – ecológica, cognitiva – emocional, interaccional – mediacional implicadas en los procesos de estudio de las áreas curriculares específicas.

2.5.1 Idoneidad epistémica.

Es el grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos (respecto de un significado de referencia) y de "riqueza" matemática. Valorar si las matemáticas que se enseñan son unas "buenas matemáticas", ¿Se han enseñado unas matemáticas de calidad? En la tabla 2 se presentan los componentes y algunos indicadores relevantes que permiten hacer operativa dicha noción.

Tabla 2
Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)

COMPONENTE:	DESCRIPTORES:
Errores	• No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	• No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos claros y correctos enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	• La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.)
Representatividad	• Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo. • Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. • Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbales, gráfico,

	simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

En el marco del Enfoque Ontosemiótico se atribuye a las situaciones problemas un papel central, ya que se asume una concepción antropológica de la matemática, de modo que los objetos matemáticos emergen de las prácticas de los sujetos al enfrentarse a determinados problemas. Esta posición es concordante con la "Teoría de situaciones didácticas" (Brousseu, 1997) y también con la "Educación matemática realista" (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005), basada en la fenomenología didáctica de Freudenthal (1983; 1991). En estas teorías, y en diversas propuestas curriculares, se propone el uso de situaciones problemas como medio de contextualizar las ideas matemáticas y generarlas a partir de la actividad de resolución, comunicación y generalización de las soluciones. "La resolución de problemas no es sólo un objetivo del aprendizaje de las matemáticas, es una parte integral de las matemáticas. Los alumnos necesitan tener oportunidades frecuentes para formular, enfrentar y resolver problemas complejos que requieren mucho esfuerzo" (NCTM, 2000, p. 51).

Los principios de actividad y de realidad de la Educación matemática realista apoyan la consideración de los indicadores recogidos en la Tabla 2 como indicadores de idoneidad epistémica. Para Freudenthal (1991) las matemáticas son una actividad humana. "No hay matemáticas sin matematización" (Freudenthal, 1973, p.134), actividad que puede ser de aplicación a resolver problemas del entorno, o problemas de reorganización del propio conocimiento matemático. Un punto central para el logro de una alta idoneidad epistémica será, por tanto, la selección y adaptación de situaciones-problemas o tareas ricas. Sin embargo, aunque las situaciones problemas constituyen un elemento central, el logro de una idoneidad epistémica alta requiere también atención, como propone el Enfoque Ontosemiótico, a las diversas representaciones o medios de expresión, las definiciones, procedimientos, proposiciones, así como las justificaciones de las mismas. Tales tareas deben proporcionar a los alumnos diversas maneras de abordarlas, implicar diversas representaciones, y requerir que los estudiantes conjeturen, interpreten y justifiquen las soluciones.

2.5.2 Idoneidad cognitiva.

Expresa el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

Tabla 3
Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva (matemática)

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica)	• Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se ha estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). • Lo significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	• Se incluyen actividades de ampliaciones y refuerzo.
Aprendizaje	• Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementadas.

En el marco del Enfoque Ontosemiótico se asume que el aprendizaje implica la apropiación de los significados institucionales pretendidos por parte de los alumnos, mediante la participación en la comunidad de prácticas generada en la clase. Supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales iniciales de los alumnos y los significados institucionales planificados. Los significados son entendidos en términos de prácticas operativas y discursivas y supone además el reconocimiento e interrelación de los objetos que intervienen en dichas prácticas.

Tres de los seis principios formulados por el NCTM (2000) sobre la enseñanza de las matemáticas tienen relación con la idoneidad cognitiva. El principio de igualdad indica, “La excelencia en la educación matemática requiere igualdad, grandes expectativas y un fuerte apoyo para todos los alumnos”. Se exige que se hagan adaptaciones razonables y apropiadas, y que sean incluidos contenidos motivadores para promover el acceso y el logro de todos los alumnos. El principio de aprendizaje requiere que “Los alumnos deben aprender las matemáticas entendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de sus experiencias y conocimientos previos”. Así mismo, el principio de evaluación afirma que, “La evaluación debe apoyar el aprendizaje de matemáticas relevantes y proveer de información útil tanto a profesores como a los alumnos”.

2.5.3 Idoneidad interaccional.

Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas. Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

En la tabla 4 se incluyen algunos indicadores de idoneidad referidos a las interacciones entre el profesor y los alumnos y entre los propios alumnos. Teniendo en cuenta principios de aprendizaje socio-constructivista ampliamente asumidos se valora positivamente la presencia de momentos en que los estudiantes asumen la responsabilidad del aprendizaje. La aceptación de este principio de autonomía en el aprendizaje es un rasgo esencial de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1997), en la que las situaciones de acción, comunicación y validación se conciben como momentos adidácticos de los procesos de estudio, esto es, situaciones en las que los alumnos son protagonistas en la construcción de los conocimientos pretendidos.

La toma de decisiones sobre la progresión del estudio, tanto por parte del profesor como de los alumnos, requiere la puesta en práctica de procedimientos de observación y encuesta para una evaluación formativa de los aprendizajes.

Tabla 4
Componentes e indicadores de idoneidad interaccional (matemática)

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Interacción docente-discente	• El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) • Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuadas, etc.) • Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento. • Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. • Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión
Interacción entre discentes	• Se favorece el dialogo y comunicación entre los alumnos. • Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	• Se contemplan momentos en los que los alumnos asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).
Evaluación formativa	• Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

2.5.4 Idoneidad Mediacional.

Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. En la tabla 5 incluimos algunos componentes e indicadores de idoneidad en el uso de recursos tecnológicos, incluyendo artefactos manipulativos. También se debe considerar como factor determinante de la idoneidad mediacional las condiciones ambientales de la clase, la relación profesor/alumnos y el tiempo asignado a la enseñanza y el aprendizaje.

Tabla 5
Componentes e indicadores de idoneidad mediacional (matemática)

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadora, ordenadores)	• Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. • Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	• El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. • El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparte todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva / tutorización; tiempo de aprendizaje)	• Adecuación de los significados pretendidos / implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). • Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. • Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

2.5.5 Idoneidad emocional.

Grado de implicación (interés, motivación, …) de los alumnos en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

Tabla 6
Componentes e indicadores de idoneidad emocional (matemática)

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Intereses y necesidades	• Selección de tareas de interés para los alumnos. • Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	• Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. • Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad: el argumento se valora en sí mismo y no por quien lo dice.
Emociones	• Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. • Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

La resolución de cualquier problema matemático lleva asociada una situación afectiva para el sujeto implicado, quien pone en juego no solamente prácticas operativas y discursivas para dar una respuesta al problema, sino también moviliza creencias, actitudes, emociones o valores que condicionan en mayor o menor grado y diferente sentido la respuesta cognitiva requerida.

Los objetos y procesos afectivos son usualmente considerados como entidades psicológicas, que refieren a estados o rasgos mentales más o menos estables, o a disposiciones para la acción de los sujetos individuales. Pero desde el punto de vista educativo el logro de unos estados afectivos que interaccionen positivamente con el dominio cognitivo tienen que ser objeto de consideración por parte de las instituciones educativas, y, en particular, por el profesor. El dominio afectivo conlleva, por tanto, una faceta institucional y se concreta en normas de índole afectivo que condicionan el trabajo del profesor.

2.5.6 Idoneidad ecológica.

Se refiere al grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla, por entorno entendemos todo lo que está fuera del aula, condicionando la actividad que se desarrolla en la misma. Así, nos podemos referir a todo lo que viene en general determinado por la sociedad, la escuela, la pedagogía, la didáctica de las matemáticas. El proceso de estudio tiene lugar en un contexto educativo que fija unos fines y valores para la educación de los ciudadanos y profesionales que se deben respetar. Dichos fines y valores son interpretados y especificados dentro del proyecto educativo del centro o departamento que coordina la acción de los distintos profesores implicados. El profesor forma parte de una comunidad de estudio e indagación que aporta conocimientos útiles sobre prácticas matemáticas y didácticas idóneas que se deberán conocer y aplicar.

Otros componentes e indicadores de idoneidad ecológica se incluyen en la tabla 7, en particular las conexiones del contenido matemático con otras áreas curriculares, y entre distintas áreas temáticas dentro de la propia matemática.

Tabla 7
Componentes e indicadores de idoneidad ecológica (matemática)

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Adaptación al currículo	• Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Conexiones intra e interdisciplinares	• Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares.
Utilidad socio-laboral	• Los contenidos son útiles para la inserción socio-laboral.

En la figura 1 se muestran de manera gráfica, a través de un hexágono regular, los componentes de la idoneidad didáctica, el cual será la guía para el análisis de las clases realizadas.

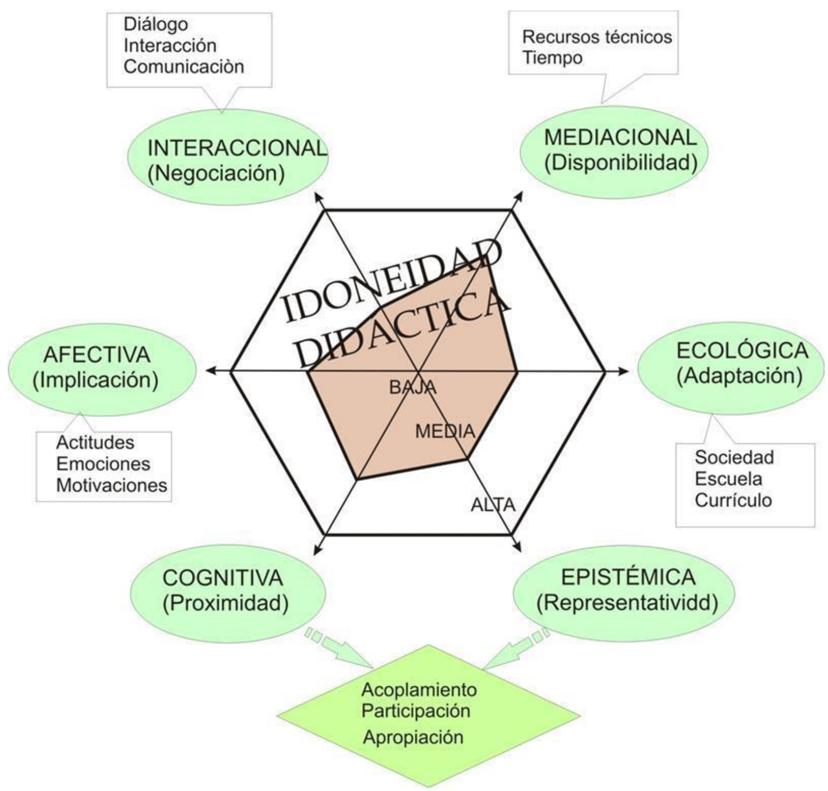


Figura 1: Componentes de la Idoneidad Didáctica

Fuente: Godino (2009)

Se representa mediante un hexágono regular la idoneidad correspondiente a un proceso de estudio pretendido o planificado, donde a priori se supone un grado máximo de las idoneidades parciales. El hexágono irregular interno correspondería a las idoneidades efectivamente logradas en la realización de un proceso de estudio implementado. Situamos en la base las idoneidades epistémica y cognitiva al considerar que el proceso de estudio gira alrededor del desarrollo de unos conocimientos específicos. “Diferentes tipos de cosas que deben ser aprendidas requieren diferentes tipos de apoyos para su aprendizaje (Spector, 2001, p. 391).

CAPÍTULO 3

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se expone el paradigma y método que se utilizó como guía para el desarrollo de esta investigación. Además, se comentan los instrumentos y técnicas que permitieron recoger y analizar la información.

3.1 Enfoque y método de investigación

Esta investigación ha seguido una metodología cualitativa, pues este enfoque examina la comprensión de la realidad considerada desde sus aspectos particulares, subrayando las acciones de observación, razonamiento inductivo y el razonamiento de nuevos conceptos (Quintana, 1996). Además, dado a las características de nuestra problemática, hemos trabajado a través de una investigación acción. Desde el punto de vista de la práctica, la Investigación Acción constituye una forma distinta de investigación educativa que en palabras de Elliott (1990) establece otras maneras de reflexión sobre la práctica y que según Carr y Kemmis (1988) es una indagación autorreflexiva de sus participantes para mejorar las prácticas sociales o educativas y comprender aquellas prácticas en relación a su contexto.

Para Elliott (1990) la investigación acción se caracteriza principalmente por relacionar los problemas prácticos y cotidianos de los docentes más que los problemas teóricos; por tanto, su propósito es profundizar la comprensión del profesor de su problema explicando lo que sucede y éste se hace evidente al relacionarlo con los significados de los sujetos. De esta manera, la práctica reflexiva y autorreflexiva es una herramienta potente para unir la teoría con la práctica y viceversa.

Finalmente, la investigación acción proporciona la libertad y flexibilidad de ir reparando diversos percances que aparezcan en el proceso, permitiendo ir aprendiendo y mejorando cada vez más, características adecuadas para esta investigación considerando que los procesos de enseñanza y aprendizaje son complejos y las estrategias que se propongan para la mejora no están exentas de aquellas incertidumbres.

3.2 Fases del diseño de la investigación

Para efectos de esta investigación, el método que se utilizará son los espirales o bucles de cambio autorreflexivos formados por ciclos sucesivos de planificación, acción, observación y reflexión proporcionados por Kemmis (1989) al aplicarlo a la enseñanza inspirada en el modelo matriz de Lewin (ver figura 2).

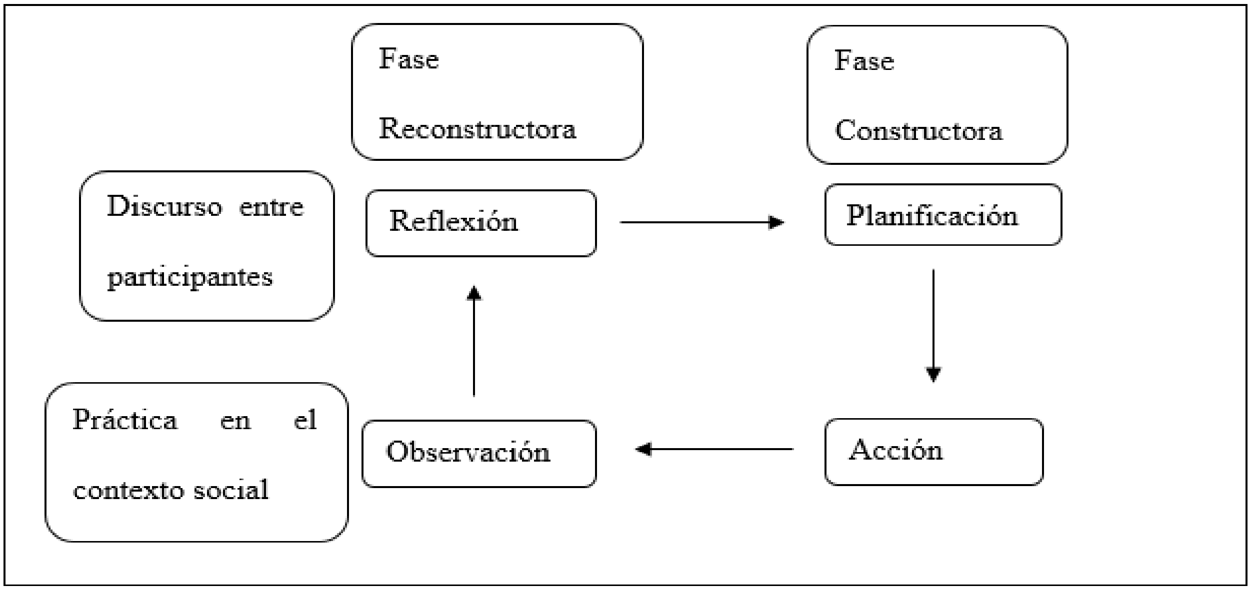


Figura 2: Matriz de Lewin
Fuente: Kemmis, 1989 citado en Latorre (2003)

Es importante destacar que estos cuatro ciclos se dan de manera interrelacionada y sincrónica entre sí, puesto que el pensamiento reflexivo se da a lo largo de todo el proceso y la acción y la observación se desarrollan simultáneamente en función de la planificación.

De acuerdo a lo que se observa en la figura 2, en la primera fase de planificación se desarrolló el plan de acción, en este caso se elabora una secuencia didáctica sobre vectores en el plano cartesiano. En la siguiente etapa, de acción, se implementó un curso de primer año medio en el cual se llevó a ejecución la planificación. Posteriormente, se observó las acciones realizadas mediante registro audiovisual, las evidencias recogidas se evaluaron y analizaron mediante una pauta de valoración de idoneidad didáctica (ver anexo 13). Finalmente, se reflexiona sobre las acciones registrada durante la observación, lo cual conduce a la fase de reconstrucción, donde se proporciona la base para una nueva planificación.

3.3 Contexto de investigación y la acción

El proceso de investigación se inició con una evaluación diagnóstica que permitió conocer en profundidad los conocimientos previos de nuestros alumnos. A partir del análisis de estos resultados y las orientaciones de nuestro marco teórico, hemos diseñado una secuencia didáctica que se ha implementado analizado y rediseñado (ver anexos 1-10)

3.4 Rol de los investigadores

Para desarrollar el proceso de investigación fue necesario definir el rol de cada investigador y las responsabilidades de cada uno en dicho proceso (ver tabla 8).

Tabla 8
Rol y responsabilidades de los investigadores

Investigador	Rol	Responsabilidades
1	Diseñar, Implementar y observar el progreso de una unidad didáctica	Negociar el acceso al campo de estudio, analizar las filmaciones las clases implementadas, rediseñar la unidad didáctica.
2	Diseñar y observar el progreso de una unidad didáctica	Filmar y analizar las filmaciones las clases implementadas, rediseñar la unidad didáctica.
3	Diseñar y observar el progreso de una unidad didáctica	Filmar y analizar las filmaciones las clases implementadas, rediseñar la unidad didáctica.

Fuente: elaboración propia

3.5 Técnicas de recogida de la información y análisis de los resultados

Para recopilar información se utilizaron diferentes técnicas de información. La mayoría de ellas estaban vinculadas al paradigma cualitativo, aunque también se incluyen otras derivadas de la investigación cuantitativa.

3.6 Técnicas de información cualitativa

3.6.1 La observación.

Cohen (1990) distingue entre dos tipos de observaciones, la observación no participante y la observación participante.

a) Observación no participante: El observador asume el papel externo y ajeno al grupo de estudio, manteniéndose al margen y adopta las técnicas para observar las cosas tal y como suceden, con la menos interferencia posible de su presencia. En el caso del profesor difícilmente puede adoptar esta función salvo que esté realizando la observación a otro compañero. En este caso dos de los participantes de esta investigación cumplen este rol, pues la función es recopilar información a través de la observación de las clases grabadas en videos.

b) Observación participante: Cuando el investigador se encuentra integrado en el grupo objeto de estudio. Este tipo de observación es apropiada para recoger información acerca de la estructura específica de los hechos que ocurren en un contexto determinado, las respuestas a las preguntas acerca de: ¿qué está sucediendo?, ¿qué significa?, ¿cómo están organizados?, ¿cómo se relacionan?... tan necesarias para la investigación educativa desde una perspectiva interpretativa.

De esta manera en nuestra investigación el investigador numero 1 será el observador participante y los investigadores 2 y 3 serán observadores no participantes.

3.6.2 Las grabaciones en video.

La grabación en video sirve como soporte a otras técnicas y métodos, aporta un material muy valioso a la hora de recoger información, permite observar muchas facetas de la realidad y así disponer de la información que se precise para el diagnóstico y matizaciones de situaciones que se dan en la realidad. Se filmaron las 5 clases en las que se realizó la intervención y así se analizó cada una de estas mediante los criterios de idoneidad didáctica propuestos en el EOS. Los análisis se realizaron por separado, es decir, cada integrante analizó las 5 intervenciones de manera individual, para luego realizar una triangulación de los análisis individuales.

3.6.3 Las grabaciones en video.

La grabación en video sirve como soporte a otras técnicas y métodos, aporta un material muy valioso a la hora de recoger información, permite observar muchas facetas de la realidad y así disponer de la información que se precise para el diagnóstico y matizaciones de situaciones que se dan en la realidad. Se filmaron las 5 clases en las que se realizó la intervención y así se analizó cada una de estas mediante los criterios de idoneidad didáctica propuestos en el EOS. Los análisis se realizaron por separado, es decir, cada integrante analizó las 5 intervenciones de manera individual, para luego realizar una triangulación de los análisis individuales.

3.6.4 Análisis de documentos.

El análisis de documentos consiste en analizar la información registrada en materiales duraderos que se denominan documentos. Se consideran dos tipos básicos de documentos: escritos y visuales. Entre los documentos escritos se pueden considerar: programas de cursos, horarios, materiales, actas, periódicos, discursos, leyes y decretos; y entre los documentos visuales se pueden considerar: películas, fotografías y dibujos (Vásquez et al., 2006).

De esta manera en nuestra investigación se utilizó como documentos escritos el libro de clases, el cual aporta la información de notas correspondientes a la asignatura, además se utilizó el registro de las actividades realizadas durante las clases a través de una hoja de resolución y un instrumento de evaluación complementaria. También se consideraron como documentos visuales los videos realizados de las clases.

3.7 Técnicas de información cuantitativa

Las técnicas de información cuantitativa que utilizamos en nuestra investigación son:

3.7.1 Evaluación final.

Es aquella que se realiza al terminar un proceso de enseñanza-aprendizaje, aunque este sea parcial (Casanova, 1998). Al realizar la evaluación final, se incluyen ejercicios realizados en clases y un enunciado con dos interrogantes, para nuestra investigación, solo analizaremos las respuestas al problema propuesto, considerando las respuestas correctas, incorrectas y omitidas. Por medio de la intervención ya aplicada podremos reconocer el cambio que se produjo por medio de la unidad didáctica realizada y así ver si los alumnos lograron mejorar sus habilidades de comprensión lectora, considerando que en esta oportunidad no hubo intervención de la profesora.

3.8 Análisis de datos

3.8.1 Análisis de datos cualitativos

Previamente se hizo una ordenación sistemática de las observaciones, con el propósito de examinar las técnicas de evaluación complementarias, junto con la hoja de resolución de problemas. Posteriormente se analizó con una pauta de análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica (Ver anexo 13) de un proceso de instrucción a las grabaciones en video de las cinco sesiones con el fin de examinar la práctica de una futura profesora.

3.8.2 Análisis de datos cuantitativo

En nuestro estudio, valoramos el análisis cuantitativo descriptivo como fundamental, pues en esta etapa las variables analizadas es el instrumento de evaluación complementaria (Ver anexo 12) y la hoja de resolución que se aplicó a un curso de 43 alumnos de un primero medio en el Centro de Educación Evangélica de Hualpencillo.

El instrumento de evaluación complementaria consiste en que los alumnos declaren de manera escrita lo que entienden y comprenden del problema planteado, a través de unas preguntas abiertas y cerradas que se les presentan. Esto es con el objetivo de analizar el porcentaje de alumnos que dicen comprender los problemas planteados para luego compararlos con lo que responden en las hojas de resolución de los problemas presentados en cada clase.

La hoja de resolución es en donde los alumnos deben manifestar sus respuestas correspondientes a los problemas presentados.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los datos obtenidos en esta investigación. Tal como hemos señalado en nuestro marco metodológico (ver detalles en el capítulo III), el objetivo general de este estudio es determinar la influencia de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos. Para alcanzar dicho objetivo general fue necesario seguir tres objetivos específicos:

1. Diseñar e implementar una secuencia didáctica en base a estrategias de comprensión lectora de enunciados matemáticos.
2. Analizar los efectos de la implementación en el aprendizaje y rendimiento en la resolución de problemas matemáticos.
3. Rediseñar la secuencia didáctica a partir de los resultados.

Para analizar los efectos de los criterios de idoneidad, dado a las características del instrumento que hemos utilizado, se realiza un análisis mixto, ya que por una parte se requiere de un análisis cuantitativo descriptivo y por otra parte de un análisis cualitativo.

A partir de los tres objetivos específicos, enunciados en esta investigación se analizaron los datos y a partir de dichas conclusiones, analizando cada clase considerando los criterios de idoneidad didáctica propuestos por (Godino, 2012). Para ello nos hemos focalizado en los aspectos que, al triangular las valoraciones individuales de los autores, consideramos que requieren propuestas de mejora en una nueva implementación.

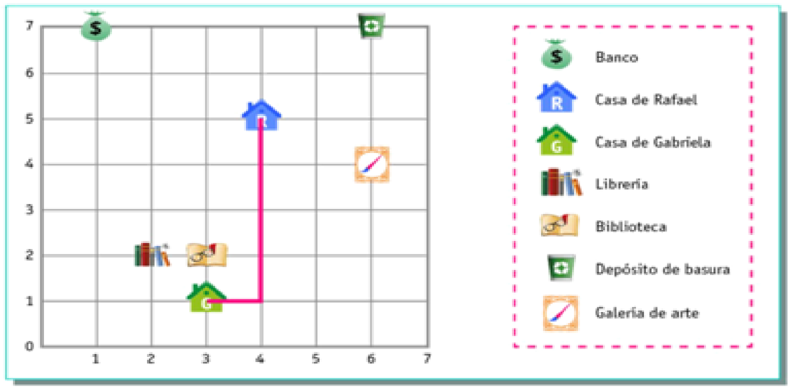
4.1 Análisis de la estrategia utilizada para la comprensión de problemas matemáticos

En este apartado se detalla los porcentajes obtenidos en la hoja resolución y el instrumento de evaluación complementaria (Ver anexo 12) para el análisis de la comprensión lectora de los alumnos. Para considerar un resultado óptimo en la comprensión de lectura de los alumnos se utilizará el parámetro del 50 %, es decir, si la mayoría de los alumnos señala comprender el problema se hablará de que superan el 50%, por el contrario, si la mayoría de los alumnos manifiesta no entender el problema se entonces se dirá q los alumnos no superan el 50% en comprender el problema.

4.1.1 Análisis de la Clase 1.

En esta primera clase, de los 43 alumnos que forman parte del curso en el que se implementó la unidad didáctica, estuvieron presente 39 alumnos, a quienes se les presentó el problema matemático (ver figura 3) relacionado con el objetivo de la clase “ubicar puntos en el plano cartesiano”.

Gabriela invitó a su fiesta de cumpleaños a Rafael. La fiesta será en casa de Gabriela y ella le envió un plano esquemático del barrio donde viven para facilitarle la llegada a la fiesta.



Responde:

1. Escribe el par ordenado que indica la casa de Rafael y la casa de Gabriela.
2. Si el cuadriculado indica las calles y Rafael camina siguiéndolo para ir desde su casa a la casa de Gabriela. ¿Cuántas cuadras camina?
3. A Gabriela se le olvidó ubicar el correo y el supermercado que están en los siguientes lugares:

Supermercado (4,1) Correo (1,4)

¿Quién está más cerca del supermercado? ¿Cómo lo sabes?

4. Escribe el par ordenado que indica el banco, la librería, la biblioteca, el depósito de basura y la galería de arte.
5. ¿Cuántas cuadras de distancia hay entre el banco y la galería de arte?

Figura 3: Problema presentado en la clase 1
Fuente: MINEDUC (curriculum en línea)

4.1.1.1 Resultados ***arrojados en la hoja de resolución***.

En relación a la actividad 1 “Escribe el par ordenado que indica la casa de Rafael y la casa de Gabriela”, tenemos que un 79,5% de los alumnos respondieron acertadamente, un 18% muestra resultados erróneos y 2,5% no respondió. Con respecto a la actividad 2 “Si el cuadriculado indica las calles y Rafael lo sigue para ir desde su casa a la casa de Gabriela. ¿Cuántas cuadras camina?”, tenemos que un 74,5% de los alumnos respondieron acertadamente, un 15,3% muestra resultados erróneos y 10,2% no respondió. En cuanto a la actividad 3 “A Gabriela se le olvidó ubicar el correo y el supermercado, están en los siguientes lugares: Supermercado (4,1) Correo (1,4)”, tenemos que un 84,7% de los alumnos respondieron acertadamente, un 12,8% muestra resultados erróneos y 2,5% no respondió. En el caso de la actividad 4 “Escriba el par ordenado que indique el banco, la librería, la biblioteca, el depósito de basura y la galería de arte”, tenemos que un 92,4% de los alumnos respondió acertadamente, un 2,5% muestra resultados erróneos y 5,1% no respondió. Finalmente, en la actividad 5 “¿Cuántas cuadras de distancia hay entre el banco y la galería de arte?”, tenemos que un 74,2% de los alumnos respondieron acertadamente, un 15,4% muestra resultados erróneos y 10,3% no respondió.

4.1.1.2 *Resultados arrojados en el instrumento de evaluación complementaria.*

A partir del problema presentado en la figura 3, los alumnos respondieron el instrumento de evaluación complementaria a la hoja de resolución, la que entregó los siguientes datos en el apartado de preguntas cerradas (ver tabla 9).

Tabla 9

Resumen de los datos obtenidos en el problema matemático de la clase 1

Preguntas relacionadas con el problema	Nada	Poco	Bastante	Todo
¿Entiendes lo que dice el problema?	0	5	17	17
¿Entiendes cuáles son los datos?	0	6	13	20
¿Entiendes lo que se pide?	0	5	15	19
¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?	0	11	20	8

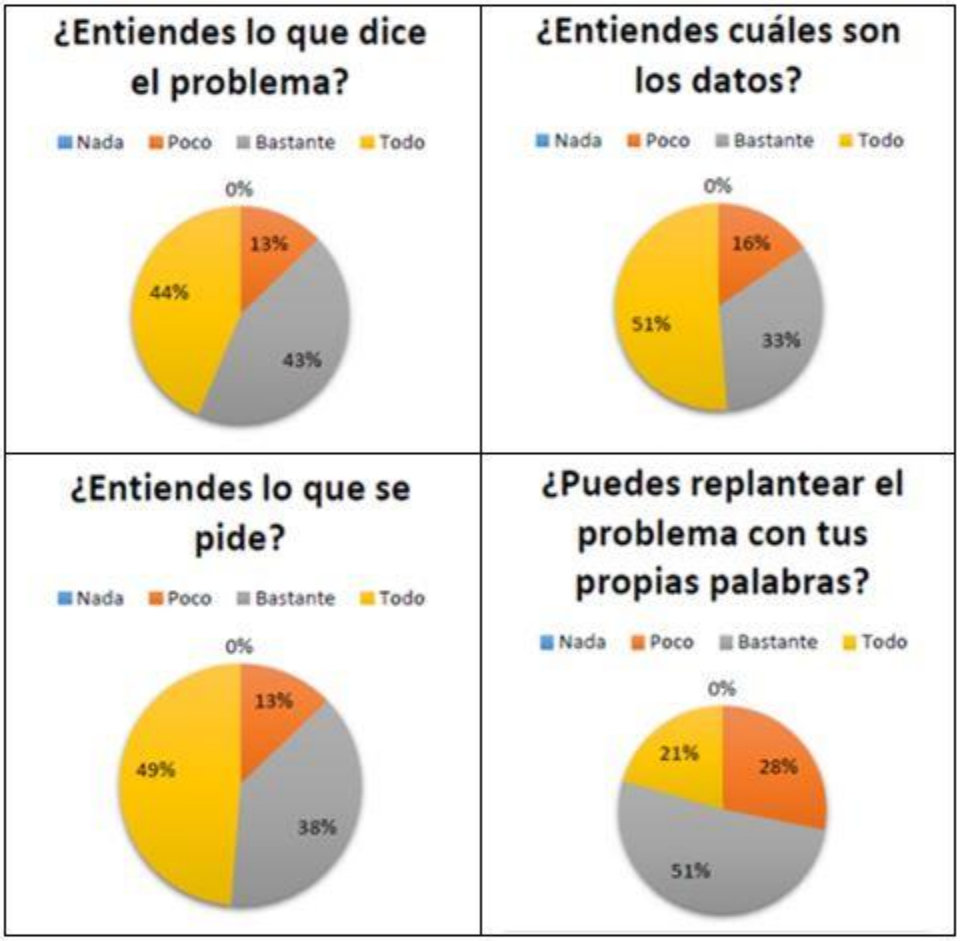


Figura 4: Comprensión del problema matemático de la clase 1
Fuente: Elaboración propia (2016)

Esta información nos indica que el 87% de los alumnos que participaron en esta clase, de un total de 39 alumnos presentes, entienden entre bastante y todo *lo que dice el problema*, sin embargo, el 13% respondió que entiende poco el problema. El 84% de los alumnos, entiende entre bastante y todo *cuáles son los datos* que le entrega el problema, no obstante, el 16% dice entender poco *cuáles son los datos* del problema. El 87% de los alumnos, entiende entre bastante y todo *lo que se pide* en el problema, en cambio, un 13% entiende poco *lo que se pide* en el problema.

Asimismo, un 72% de los alumnos asegura entre bastante y todo que puede *replantear el problema con sus propias palabras*, mientras que, el 28% asegura que le dificultaría *replantear el problema con sus propias palabras.*

Ahora bien, en la tabla 10 se muestran las respuestas que entregaron los alumnos en el apartado de preguntas abiertas del instrumento de evaluación complementaria.

Tabla 10
Respuestas de los alumnos a las preguntas abiertas de la clase 1

Pregunta	Respuestas de los estudiantes
¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?	- Esquemático (1 alumno) - Cuadras (1 alumno)
¿Qué datos entrega el problema?	- Que Gabriela le entrega un plano a Rafael para que sepa dónde queda su casa. (6 alumnos) - Donde vive Gabriela y Rafael, Cada local que hay en la ciudad. (2 alumnos) - Muestra el plano esquemático del barrio donde vive Gabriela y como llegar a ella. (1 alumno) - Como llegar a casa de Gabriela, Las coordenadas que se dice, coordenadas del barrio. (1 alumno) - La ubicación de las casas respectivamente. (2 alumnos) - Un plano donde se ve una dirección para llegar a una casa. (1 alumno) - Que Gabriela le envía un plano para llegar a su casa. (3 alumnos) - El mapa con el camino para llegar a la casa. (2 alumnos)

¿Qué hay que encontrar?	- La casa de Gabriela para que Rafael pueda ir a su fiesta. (2 alumnos) - Como llegar a la casa de Gabriela. (2 alumnos) - Los puntos en el plano cartesiano. (3 alumnos) - La casa de Gabriela. (9 alumnos) - Las coordenadas de la casa de Gabriela y Rafael. (2 alumnos) - Rafael debe encontrar la casa de Gabriela. (1 alumno) - Las ubicaciones. (1 alumno) - El correo y el supermercado. (2 alumnos) - Las coordenadas. (1 alumno) - El objetivo es facilitarle la llegada a Rafael a la casa de Gabriela. (2 alumnos) - Hay que encontrar las coordenadas.(2 alumnos)

Por medio de esta información se da a conocer que en la pregunta ¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?, la mayoría, un 94,8% de los alumnos respondió que entendían todas las palabras, sin embargo, se encontró dos palabras que no fueron entendidas, "*esquemáticas*" y "*cuadras*". Por otra parte, en la pregunta ¿Qué datos entrega el problema?, sólo un 46,2% de los alumnos sabe los datos que entrega el problema, pues responden correctamente a esta pregunta. Por último, en relación a la pregunta ¿Qué hay que encontrar?, un 69,2% de los alumnos señala saber lo que hay que encontrar.

4.1.1.3 *Relación entre los resultados arrojados en la hoja de resolución y en el instrumento de evaluación complementaria.*

A continuación, se presenta sintéticamente un análisis de discrepancia y similitud de los resultados obtenidos en la hoja de resolución y los arrojados en el instrumento de evaluación complementaria (clase 1).

Con el análisis realizado en los apartados anteriores nos damos cuenta que, en el caso de las preguntas cerradas, se observa que los alumnos superan el 50% al manifestar que entienden bastante y todas las siguientes preguntas: ¿Entiendes lo que dice el problema?, ¿Entiendes cuáles son los datos? y ¿Entiendes lo que se pide? y a la vez mas del 50% de los alumnos señala que podría replantear el problema con tus propias palabras. En cuanto a las preguntas abiertas, vemos que un 94,8% de los alumnos señala no tener dificultad en el conocimiento de las palabras, un 46,2% manifiesta saber los datos que entrega el problema y un 69,2% señala que sabe lo que hay que encontrar. Dichos resultados podrían hacernos pensar que al menos el 50% de los alumnos obtendrían buenos resultados al resolver el problema, en efecto, el 81,1% de los alumnos resolvieron correctamente el problema. Esto puede deberse, según los datos analizados, los alumnos comprendieron el problema.

4.1.2 Análisis de la clase 2.

En esta clase, de los 43 alumnos que forman parte del curso, estuvieron presente 40, a quienes se les presentó el siguiente problema matemático (ver figura 5) relacionado con el objetivo de la clase “Representar vectores en el plano cartesiano”

Pablo estaba observando una mosca cuyo movimiento lo imaginó representado en el plano cartesiano ¿Cómo podría representar geométricamente el desplazamiento?

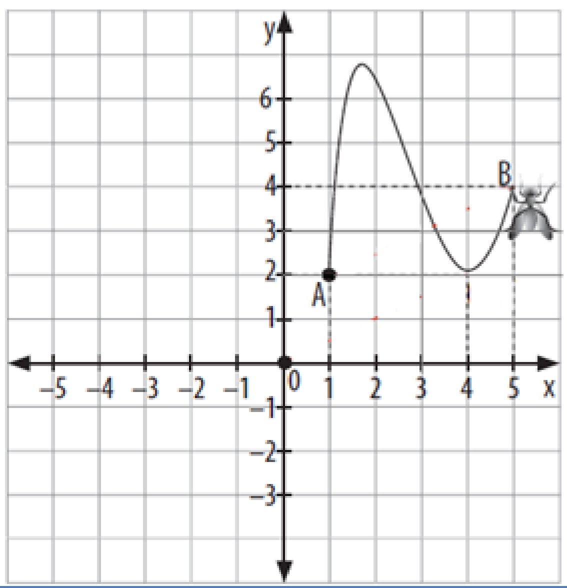


Figura 5: Problema presentado en la clase 2
Fuente: Texto Matemática (SM, 2014)

4.1.2.1 *Resultados arrojados en la hoja de resolución.*

En relación al problema propuesto en la clase 2 “¿Cómo podría representar geométricamente el desplazamiento?”, tenemos que un 55% de los alumnos respondieron acertadamente, un 30% muestra resultados erróneos y 15% no respondió.

4.1.2.2 *Resultados arrojados en el instrumento de evaluación complementaria.*

A partir del problema presentado en la figura 5, los alumnos respondieron el instrumento de evaluación complementaria a la hoja de resolución, la que entregó los siguientes datos en el apartado de preguntas cerradas (ver tabla 11).

Tabla 11
Resumen de los datos obtenidos en el problema matemático de la clase 2

Preguntas relacionadas con el problema	Nada	Poco	Bastante	Todo
¿Entiendes lo que dice el problema?	0	13	8	19
¿Entiendes cuáles son los datos?	0	9	9	22
¿Entiendes lo que se pide?	0	15	9	16
¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?	0	12	7	21

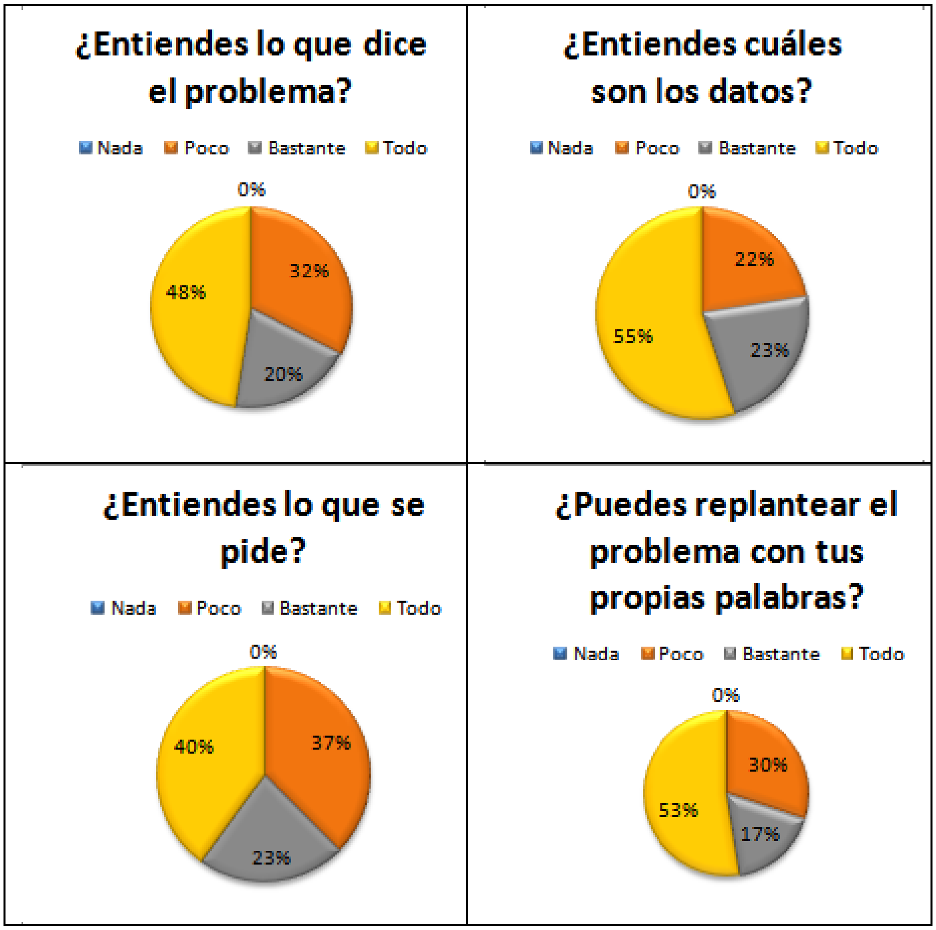


Figura 6: Comprensión del problema matemático de la clase 2
Fuente: Elaboración propia (2016)

Esta información nos indica que el 68% de los alumnos que participaron en esta clase, de un total de 40 alumnos presentes, entienden entre bastante y todo lo que dice el problema, sin embargo, el 32% respondió que entiende poco el problema. El 78% de los alumnos entiende cuales son los datos que le entrega el problema, pero el 22% dice entender poco cuáles son los datos del problema. El 63% de los alumnos, entiende entre bastante y todo lo que se pide en el problema, en cambio, un 37% entiende poco lo que se pide en el problema. Finalmente, un 70% de los alumnos asegura entre bastante y todo que puede replantear todo el problema con sus propias palabras, mientras que, el 30% asegura que le dificultaría replantear el problema con sus propias palabras.

Ahora bien, respecto a las preguntas abiertas del instrumento de evaluación complementaria (ver tabla 12), los datos arrojaron los siguientes resultados:

Tabla 12
Respuestas de los alumnos a las preguntas abiertas de la clase 2

Pregunta	Respuestas de los estudiantes
¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?	- Geométricamente (3 alumnos) - Desplazamiento. (1 alumno)
¿Qué datos entrega el problema?	- Que Pablo observa el movimiento de una mosca. (9 alumnos) - Como se mueve la mosca en el plano cartesiano de A a B. (8 alumnos) - Pablo se imagina el movimiento de una mosca en el plano cartesiano. (13 alumnos)
¿Qué hay que encontrar?	- Cómo representar geométricamente el desplazamiento de la mosca (30 alumnos) - Representar el movimiento de una mosca (5 alumnos) - Un vector.(1 alumno)

Por medio de esta información se da a conocer que en la pregunta ¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?, la gran mayoría, un 90% de los alumnos respondió que entendían todas las palabras, sin embargo, se encontró dos palabras que no fueron entendidas. Por otra parte, en la pregunta ¿Qué datos entrega el problema? un 75% de los alumnos dice saber que datos entrega el problema. Por último, en relación a la pregunta ¿Qué hay que encontrar?, un 90% de los alumnos sabe lo que hay que encontrar.

4.1.2.3 *Relación entre los resultados arrojados en la hoja de resolución y en el instrumento de evaluación complementaria.*

A continuación, se presenta sintéticamente un análisis de discrepancia y similitud de los resultados obtenidos en la hoja de resolución y los arrojados en el instrumento de evaluación complementaria (clase 2).

Con el análisis realizado en los apartados anteriores nos damos cuenta que, en el caso de las preguntas cerradas, se observa que los alumnos superan el 50% al manifestar que entienden bastante y todas las siguientes preguntas: ¿Entiendes lo que dice el problema?, ¿Entiendes cuáles son los datos? y ¿Entiendes lo que se pide? y a la vez mas del 50% de los alumnos señala que podría replantear el problema con tus propias palabras.

En cuanto a las preguntas abiertas, vemos que un 90% de los alumnos señala no tener dificultad en el conocimiento de las palabras, un 75% sabe los datos que entrega el problema y un 90% sabe lo que hay que encontrar. Dichos resultados podrían hacernos pensar que al menos el 50% de los estudiantes obtendrían buenos resultados al resolver el problema, en efecto el 55% de los alumnos resolvieron el problema propuesto, esto puede deberse a que, según los datos analizados, los alumnos comprendieron el problema.

4.1.3 Análisis de la clase 3.

En esta clase, de los 43 alumnos que forman parte del curso en el que se implementó la unidad didáctica, estuvieron presente 39, a quienes se les presentó un problema matemático (ver figura 7) relacionado con el objetivo de la clase “Representar vectores en el plano cartesiano”.

Lautaro Montaña, quiso cambiarse de ciudad, pero quería llevarse la casa con él hacia el norte, así que programó una minga para trasladar la casa. Uno de los problemas que se le presentó a Lautaro fue el río, el cual tenía una corriente de 4 kilómetros por hora de oeste a este, mientras que el bote tenía una velocidad de 6 kilómetros por hora.

¿Dónde llegó la casa de Lautaro en una hora?

¿Dónde llegó la casa de Lautaro en dos hora?

Figura 7: Problema presentado en la clase 3
Fuente: Texto de matemática (McGraw-Hill, 2009)

4.1.3.1 *Resultados arrojados en la hoja de resolución.*

En relación a la actividad 1 “¿Dónde llegó la casa de Lautaro en una hora?”, tenemos que un 35,8% de los alumnos respondieron acertadamente, un 18,1% muestra resultados erróneos y 46,1% no respondió. Finalmente, en la actividad 2 “¿Dónde llegó la casa de Lautaro en dos horas?”, tenemos que un 30,9% de los alumnos respondieron acertadamente, un 17,9% muestra resultados erróneos y 51,2% no respondió.

4.1.3.2 *Resultados arrojados en el instrumento de evaluación complementaria.*

A partir del problema presentado en la figura 7, los alumnos respondieron el instrumento de evaluación complementaria a la hoja de resolución, la que entregó los siguientes datos en el apartado de preguntas cerradas (ver tabla 13)

Tabla 13

Resumen de los datos obtenidos en el problema matemático de la clase 3

Preguntas relacionadas con el problema	Nada	Poco	Bastante	Todo
¿Entiendes lo que dice el problema?	3	15	17	4
¿Entiendes cuáles son los datos?	1	12	18	8
¿Entiendes lo que se pide?	4	12	16	7
¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?	7	19	8	5

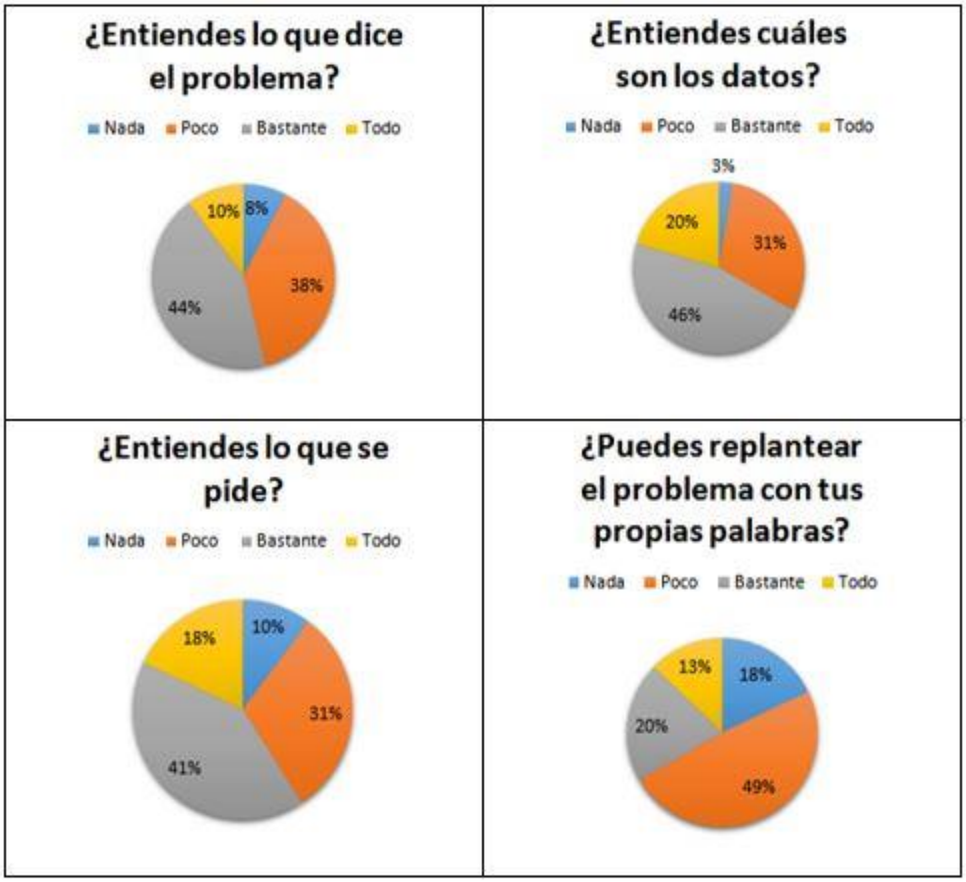


Figura 8: Comprensión del problema matemático de la clase 3
Fuente: Elaboración propia (2016)

Esta información nos indica que el 54% de los alumnos que participaron en esta clase, de un total de 39 alumnos presentes, entienden entre bastante y todo *lo que dice el problema*, sin embargo, el 46% respondió que entiende entre nada y poco *lo que dice el problema*. El 66% de los alumnos, entiende *cuales son los datos* que le entrega el problema, no obstante, el 34% dice entender entre nada y poco *cuales son los datos* del problema. El 59% de los alumnos, entiende entre bastante y todo *lo que se pide* en el problema, en cambio, un 41% entiende entre nada y poco *lo que se pide* en el problema. Un 33% de los alumnos asegura entre bastante y todo que *puede* *replantear el problema con sus propias palabras*, mientras que, el 67% asegura que puede entre poco y nada *replantear el problema con sus propias palabras*.

Ahora bien, respecto a las preguntas abiertas del instrumento de evaluación complementaria (ver tabla 14), los datos arrojaron los siguientes resultados:

Tabla 14
Respuestas de los alumnos a las preguntas abiertas de la clase 3

Pregunta	Respuestas de los estudiantes
¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?	- Minga.(5 alumnos)
¿Qué datos entrega el problema?	- La velocidad del río y de la casa. (1 alumno) - Corriente de 4Km/h y el bote con velocidad de 6Km/h. (15 alumnos) - Que el río se desplaza de oeste a este y la casa hacia adelante (norte). (3 alumnos) - Kilómetros por hora del bote y del río, en qué dirección van. (1 alumno) - Plantea el dilema de Lautaro y entrega la velocidad y dirección. (1 alumno) - Que Lautaro quiere mover su casa.(1 alumno)
¿Qué hay que encontrar?	- Hay que encontrar donde llega la casa de Lautaro en una hora y en dos horas. (25 alumnos) - El lugar en donde se encuentran. (1 alumno) - La ubicación de la casa mientras atraviesa el rio. (1 alumno) - Donde llega en cierto tiempo.(2 alumnos)

Por medio de esta información se da a conocer que en la pregunta ¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?, un 87,2% de los alumnos respondió que entienden todas las palabras. Por otra parte, un 56,4% de los alumnos sabe que datos entrega el problema, Por último, en la pregunta ¿Qué hay que encontrar?, hubo un 74,4% de los alumnos responde correctamente lo que hay que encontrar.

4.1.3.3 ***Relación entre los resultados arrojados en la hoja de resolución y en el instrumento de evaluación complementaria.***

A continuación, se presenta sintéticamente un análisis de discrepancia y similitud de los resultados obtenidos en la hoja de resolución y los arrojados en el instrumento de evaluación complementaria (clase 3).

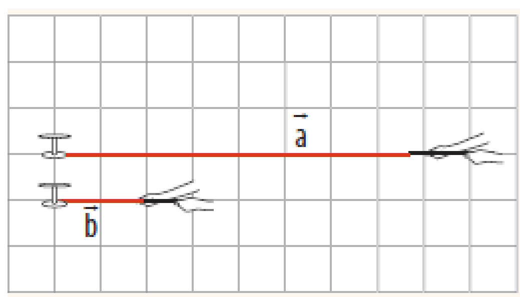
Con el análisis realizado en los apartados anteriores nos damos cuenta que, en el caso de las preguntas cerradas, se observa que los alumnos superan el 50% al manifestar que entienden bastante y todas las siguientes preguntas: ¿Entiendes lo que dice el problema?, ¿Entiendes cuáles son los datos? y ¿Entiendes lo que se pide?, sin embargo, los alumnos no superan el 50% en la pregunta ¿Podría replantear el problema con tus propias palabras?

En cuanto a las preguntas abiertas, vemos que un 87,2% de los alumnos señala no tener dificultad en el conocimiento de las palabras, un 56,4% sabe los datos que entrega el problema y un 74,4% sabe lo que hay que encontrar. Dichos resultados podrían hacernos pensar que al menos el 50% de los estudiantes obtendrían buenos resultados al resolver el problema, sin embargo, en ninguna de las dos actividades planteadas en el problema, los alumnos superaron el 50% en resolver acertadamente. Una posible explicación es que los alumnos comprendieron el problema, pero no tenían claro cómo resolverlo.

4.1.4 Análisis de la clase 4.

En esta clase, de los 43 alumnos que forman parte del curso en el que se implementó la unidad didáctica, estuvieron presente 39 alumnos, a quienes se les presentó el siguiente problema matemático (ver figura 9) relacionado con el objetivo de la clase “representar la multiplicación de un vector por un escalar”.

Gabriela está corriendo una mesa aplicando una fuerza como la que representan los vectores en la imagen.



- ¿Cuántas veces es mayor la fuerza que aplica Gabriela en $\vec{a}$ comparada con la de $\vec{b}$?
- Si quisiera mover la mesa, pero en sentido contrario, aplicando el quíntuplo de la fuerza según $\vec{b}$, ¿por cuánto debiera multiplicar este vector?

Figura 9: Problema presentado en la clase 4
Fuente: Texto Matemática (SM, 2014)

4.1.4.1 *Resultados arrojados en la hoja de resolución*.

En relación a la actividad 1 "¿Cuántas veces es mayor la fuerza que aplica Gabriela en $\vec{a}$ comparada con la de $\vec{b}$?", tenemos que un 89,8% de los alumnos respondieron acertadamente y 10,2% no respondió. Finalmente en la actividad 2 "Si quisiera mover la mesa, pero en sentido contrario, aplicando el quíntuplo de la fuerza según $\vec{b}$, ¿Por cuánto debería multiplicarse este vector?", tenemos que un 51,4% de los alumnos respondieron acertadamente, un 43,5% muestra resultados erróneos y 5,1% no respondió.

4.1.4.2 *Resultados arrojados en el instrumento de evaluación complementaria.*

A partir del problema presentado en la figura 9, los alumnos respondieron el instrumento de evaluación complementaria a la hoja de resolución, la que entregó los siguientes datos en el apartado de preguntas cerradas (ver tabla 15).

Tabla 15
Resumen de los datos obtenidos en el problema matemático de la clase 4

Preguntas relacionadas con el problema	Nada	Poco	Bastante	Todo
¿Entiendes lo que dice el problema?	1	13	15	10
¿Entiendes cuáles son los datos?	0	13	16	10
¿Entiendes lo que se pide?	1	13	14	11

¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?	6	20	11	2

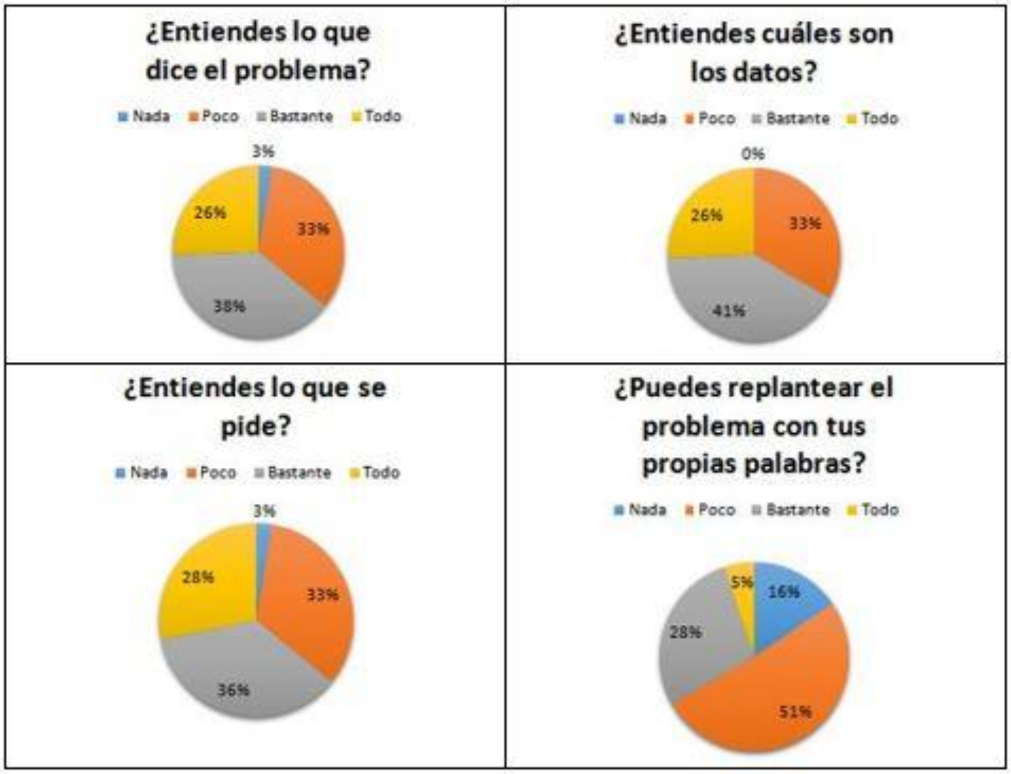


Figura 10: Comprensión del problema matemático de la clase 4
Fuente: Elaboración propia (2016)

Esta información nos indica que el 64% de los alumnos que participaron en esta clase, de un total de 39 alumnos presentes, entienden entre bastante y todo lo que dice el problema, sin embargo, el 36% respondió que entiende entre poco y nada lo que dice el problema. El 67% de los alumnos, entienden entre bastante y todos los datos que le entrega el problema, no obstante, el 33% dice entender poco cuáles son los datos del problema. El 64% de los alumnos, entiende lo que se pide en el problema, en cambio, un 36% entiende entre poco y nada lo que se pide en el problema. A la vez, solo un 33% de los alumnos aseguran poder replantear todo el problema con sus propias palabras, mientras que el 67% asegura que no podría replantear el problema con sus propias palabras

Ahora bien, respecto a las preguntas abiertas del instrumento de evaluación complementaria (ver tabla 16), los datos arrojaron los siguientes resultados:

Tabla 16
Respuestas de los alumnos a las preguntas abiertas de la clase 4

Pregunta	Respuestas de los estudiantes
¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?	- Quíntuple. (4 alumnos)
¿Qué datos entrega el problema?	- Que se mueven dos mesas. (1 alumno) - Gabriela corre una mesa a 3 veces más lejos que una mesa b. (1 alumno) - La dirección, el modulo y sentido en que Gabriela mueve la mesa. (1 alumno) - Que Gabriela está corriendo la mesa. (2 alumnos) - La fuerza que aplica Gabriela en A y la fuerza de Gabriela en B. (4 alumnos) - A donde corre la mesa. (1 alumno) - Hasta donde corre la mesa Gabriela. (2 alumnos)
¿Qué hay que encontrar?	- Cuantas veces es mayor la fuerza que aplica Gabriela. (3 alumnos)

	- La distancia de cuanto es mayor la mesa a que la b, y cuanta fuerza se necesita para moverla en sentido contrario. (4 alumnos) - Cuantas veces se debe repetir la fuerza b para obtener a y por cuanto se debe multiplicar b para mover la mesa hacia el sentido contrario. (2 alumnos) - La fuerza y cuanto se mueve. (1 alumno) - La cantidad de veces que se amplía el vector. (1 alumno) - Hay que encontrar cuanto avanza según la dirección.(1 alumno)

Por medio de esta información se da a conocer que en la pregunta ¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?, un 89,7% de los alumnos respondió que entendían todas las palabras, sin embargo, se encontró que un 10,3% no sabían la palabra "quíntuple". Por otra parte, en la pregunta ¿Qué datos entrega el problema? un 30,8% de los alumnos sabe los datos que entrega el problema. Por último, en relación a la pregunta ¿Qué hay que encontrar? nuevamente hay un 30,8% de alumnos que saben lo que hay que encontrar.

4.1.4.3 *Relación entre los resultados arrojados en la hoja de resolución y en el instrumento de evaluación complementaria.*

A continuación, se presenta sintéticamente un análisis de discrepancia y similitud de los resultados obtenidos en la hoja de resolución y los arrojados en el instrumento de evaluación complementaria (clase 4).

Con el análisis realizado en los apartados anteriores nos damos cuenta que, en el caso de las preguntas cerradas, se observa que los alumnos superan el 50% al manifestar que entienden entre bastante y todas las siguientes preguntas: ¿Entiendes lo que dice el problema?, ¿Entiendes cuáles son los datos? y ¿Entiendes lo que se pide?, sin embargo, los alumnos no superan el 50% en la pregunta ¿Podrías replantear el problema con tus propias palabras?

En cuanto a las preguntas abiertas, vemos que un 89,7% de los alumnos señala no tener dificultad en el conocimiento de las palabras, un 30,8% sabe los datos que entrega el problema y un 30,8% sabe lo que hay que encontrar. Superando el 50% sólo la primera pregunta que nos indica que los alumnos conocen todas las palabras del problema. Con dichos resultados no podemos predecir si los alumnos responderían correctamente el problema, ya que existe una discrepancia en lo manifestado por los alumnos en el instrumento de evaluación complementaria, por ejemplo, la pregunta cerrada ¿entiendes cuáles son los datos? y la pregunta abierta ¿qué datos entrega el problema?, ambas preguntas aluden a lo mismo, sin embargo, las respuestas fueron contradictorias.

Ahora bien, en ambas actividades planteadas en el problema, más del 50% de los alumnos respondieron correctamente las preguntas.

4.1.5 Análisis de la clase 5.

En esta clase, de los 43 alumnos que forman parte del curso, estuvieron presente 40 alumnos, a quienes se les presentó el siguiente problema matemático (ver figura 11) relacionado con el objetivo de la clase “suma y resta de vectores por el método del paralelogramo”.

- Lautaro Montaña, quiso cambiarse de cuidad, pero quería llevarse la casa con él hacia el norte, así que programó una minga para trasladar la casa. Uno de los problemas que se le presentó a Lautaro fue el río, el cual tenía una corriente de 4 kilómetros por hora de oeste a este, mientras que el bote tenía una velocidad de 6 kilómetros por hora.

- Identifica los vectores que plantea el problema
- Determina el vector desplazamiento de la casa.
- ¿Qué relación existe entre los 3 vectores?

Figura 11: Problema presentado en la clase 5
Fuente: Texto de matemática (McGraw-Hill, 2009)

4.1.5.1 *Resultados arrojados en la hoja de resolución.*

En relación a la actividad 1 “Identifica los vectores que plantea el problema”, tenemos que un 76,3% de los alumnos respondieron acertadamente, un 13,1% muestra resultados erróneos y 10,6% no respondió. En la actividad 2 “Determina el vector desplazamiento de la casa”, tenemos que un 47,3% de los alumnos respondieron acertadamente, un 28,9% muestra resultados erróneos y 23,8% no respondió. Finalmente, en la actividad 3 "¿Qué relación existe entre los 3 vectores?" tenemos que un 5,2% de los alumnos respondieron acertadamente, un 21,2% muestra resultados erróneos y 73,6% no respondió.

4.1.5.2 *Resultados arrojados en el instrumento de evaluación complementaria*.

A partir del problema presentado en la figura 11, los alumnos respondieron el instrumento de evaluación complementaria a la hoja de resolución, la que entregó los siguientes datos en el apartado de preguntas cerradas (ver tabla 17).

Tabla 17
Resumen de los datos obtenidos en el problema matemático de la clase 5

Preguntas relacionadas con el problema	**Nada**	**Poco**	**Bastante**	**Todo**
¿Entiendes lo que dice el problema?	5	10	14	11
¿Entiendes cuáles son los datos?	2	12	18	8
¿Entiendes lo que se pide?	7	15	10	8
¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?	9	17	10	4

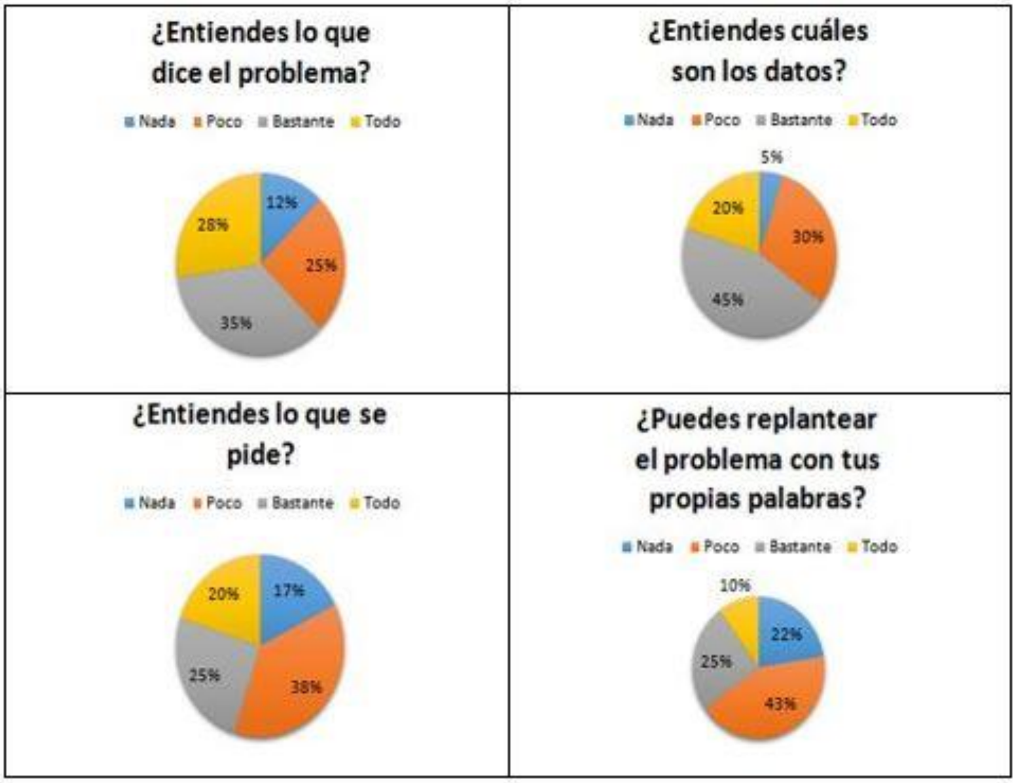


Figura 12: Comprensión del problema matemático de la clase 5
Fuente: elaboración propia

Esta información nos indica que el 63% de los alumnos que participaron en esta clase, de un total de 40 alumnos presentes, entienden entre bastante o todo lo que dice el problema, en efecto, el 37% respondió que no entiende o entiende poco lo que dice el problema. Por otra parte, el 65% de los alumnos, manifiesta entender bastante o todos los datos que le entrega el problema, por lo tanto, el 35% dice entender poco o nada cuales son los datos del problema. Solo el 45% de los alumnos, señala que entiende bastante o todo lo que se pide en el problema, entonces, un 55% considera que entiende poco o nada lo que se pide en el problema. Finalmente, solo un 35% de los alumnos asegura que puede, entre bastante o todo, replantear el problema con sus propias palabras, mientras que, el 65% asegura, entre poco o nada, volver a replantear el problema con sus propias palabras.

Ahora bien, respecto a las preguntas abiertas del instrumento de evaluación complementaria, los datos arrojaron los siguientes resultados:

Tabla 18
Respuestas de los alumnos a las preguntas abiertas de la clase 5

Pregunta	Respuestas de los estudiantes
¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?	Minga. (2 alumnos)
¿Qué datos entrega el problema?	- La velocidad del río y de la casa. (12 alumnos) - Corriente de 4Km/h y el bote con velocidad de 6Km/h. (16 alumnos) - Dilema de Lautaro y entrega la velocidad y dirección. (2 alumnos) - Que Lautaro quiere mover su casa.(5 alumnos)
¿Qué hay que encontrar?	- Los vectores y la relación entre ellos. (2 alumnos) - Identificar los vectores, determinar el vector desplazamiento y la relación que existe entre los tres. (18 alumnos) - Identificar vectores. (3 alumnos) - La relación entre tres vectores. (4 alumnos)

	- Identificar los vectores y el desplazamiento de la casa.(6 alumnos)

Por medio de esta información se da a conocer que en la pregunta ¿Hay palabras que no entiendes? ¿Cuáles?, un 95% de los alumnos respondió que entendían todas las palabras, sin embargo, se encontró que un 5% de los alumnos no sabían la palabra "Minga". Por otra parte, un 87,5% de los alumnos sabe los datos que entrega el problema. Por último, un 82,5% de los alumnos dice que sabe lo que hay que encontrar,

4.1.5.3 *Relación entre los resultados arrojados en la hoja de resolución y en el instrumento de evaluación complementaria.*

A continuación, se presenta sintéticamente un análisis de discrepancia y similitud de los resultados obtenidos en la hoja de resolución y los arrojados en el instrumento de evaluación complementaria (clase 5),

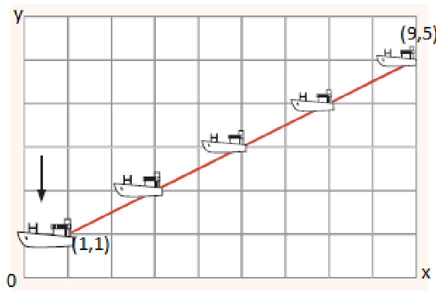
Con el análisis realizado en los apartados anteriores nos damos cuenta que, en el caso de las preguntas cerradas sólo dos superan el 50%, es decir, la mayoría de los alumnos entienden lo que dice el problema, cuáles son los datos, sin embargo, señalan que no entienden lo que se pide, por lo que indican que no podrían replantear el problema con sus propias palabras. En cuanto a las preguntas abiertas, vemos que un 95% de los alumnos señala no tener dificultad en el conocimiento de las palabras, un 87,5% sabe los datos que entrega el problema y un 82,5% sabe lo que hay que encontrar. Dicho esto, podríamos pensar que al menos el 50% de los estudiantes obtendrían buenos resultados al resolver el problema, ya que en las preguntas abiertas observamos que la mayoría de los alumnos identificaron acertadamente los datos. Luego tenemos que 76,3% responde correctamente la primera actividad del problema, el 47,3% responde correctamente la segunda actividad del problema, y el 5,2% responde correctamente la tercera actividad del problema. En efecto esto indica que hay una contradicción en lo que los alumnos declaran en el instrumento de evaluación complementaria y la hoja de resolución. Una posible explicación puede deberse a que, un 10,6% de los alumnos no respondió la primera pregunta del problema, el 23,8% no respondió la segunda pregunta del problema y un 73,6% no respondió la tercera pregunta del problema.

4.2 Análisis de resultados del problema en la evaluación final.

A continuación, se presentarán los resultados de 43 alumnos que rindieron la evaluación final. (Ver figura 13)

III. Resuelve el siguiente problema.

1. Un barco va a la deriva y el radar que lo detectó observó las siguientes señales de su desplazamiento, comenzando desde el barco que indica la flecha.



a) ¿Cuál es la componente del vector desplazamiento de cada instante?
(3 puntos)(Habilidad de comprensión)

b) ¿Cuál sería el vector que traslada directamente al barco desde el inicio hasta el fin de la imagen? (3 puntos)(Habilidad de comprensión)

Figura 13: Problema presentado en la evaluación final.
Fuente: Texto de matemática (McGraw-Hill, 2009)

4.2.1 Resultados arrojados en la Evaluación Sumativa.

En relación a la actividad 1 “¿Cuál es la componente del vector desplazamiento de cada instante?”, tenemos que un 58,1% de los alumnos respondieron acertadamente, un 30,2% muestra resultados erróneos y 11,6% no respondió. Finalmente, en la actividad 2 “¿Cuál sería el vector que traslada directamente el barco desde el inicio hasta el final de la imagen?”, tenemos que un 51,2% de los alumnos respondieron acertadamente, un 30,2% muestra resultados erróneos y 18,6% no respondió.

Esta información nos indica que, en ambas preguntas, más del 50% los alumnos respondieron acertadamente. Según lo que ocurrió en las clases anteriores, para que los alumnos resolvieran el problema, primero era necesario comprenderlo, (a excepción de la clase 4, donde fue necesario la intervención de la profesora), es por esto que, esta información nos indica que los alumnos al responder correctamente el problema, antes lo comprendieron, ya que, en esta oportunidad, al ser una evaluación sumativa, la profesora no tuvo ninguna incidencia en el trabajo de los alumnos.

4.3 Análisis de la idoneidad didáctica de la intervención

Una vez analizado los resultados de los estudiantes, procedemos a analizar la práctica de la futura profesora. Cabe recordar, tal como lo mencionamos en el capítulo del marco metodológico (capitulo 3), que este análisis es realizado por todos los autores de esta investigación, para lo cual, ha sido necesario triangular el análisis de clases de los tres autores, quienes vieron las videograbaciones de cada clase. Por esta razón, lo que se expone a continuación son los resultados de la triangulación.

4.3.1 Análisis de la idoneidad didáctica de la clase 1.

Epistémica

Al inicio de la clase se presentan dos ejemplos contextualizados para introducir el plano cartesiano. Se sugiere presentar sólo uno de los dos problemas, en este caso el mapamundi, dado que contiene mayor información visual para introducir la temática del plano cartesiano, trabajando el concepto de cuadrante y coordenadas.

Los ejemplos eran la clave para llevar a los alumnos a generar una discusión y hacer que ellos descubrieran el objetivo de la clase, por este motivo, si la profesora trabaja solo con un problema y profundiza el análisis de éste, puede lograr que los estudiantes expresen sus ideas y puedan argumentarlas.

Cognitiva

Al analizar la clase nos damos cuenta que no se consideraron actividades de refuerzo para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE). En respuesta a esto, por ejemplo, se podría haber considerado contemplar el primer problema (presentado al inicio de la clase) como una actividad de refuerzo.

Mediacional

La distribución de los alumnos era muy desordenada y el espacio de la sala era reducido para los cuarenta y tres alumnos, al estar tan cercas unos de otros, daba la posibilidad de que se desconcentraran conversando temas que no estaban relacionados con la clase, lo que afecta la participación y el aprendizaje.

Emocional

Dado a que la profesora validaba inmediatamente las respuestas, consideramos necesario mejorar los espacios de comunicación y argumentación dando a entender a los alumnos que el argumento se valora en sí mismo y no por quien lo dice, por lo tanto, es valioso escuchar sus puntos de vista, incluso si su respuesta es errónea.

Interaccional

No se evidencia interacción entre los compañeros, no hubo discusión entre ellos, se debe dar un espacio en que los estudiantes compartan y discutan sus opiniones y respuestas. En este espacio el profesor debe ser el que gestiona el trabajo de los alumnos, debe supervisar el trabajo individual de cada uno sin ayudar, para luego hacer las preguntas adecuadas para generar el debate entre ellos.

Ecológica

Se valora bien este ámbito, ya que los contenidos tratados en esta clase fueron pertinentes al curriculum de matemática de primero medio. También se relacionan con otras disciplinas, como en el área de geografía al presentar el globo terráqueo.

En la figura 13, se presenta de manera gráfica la valoración final que realizamos de la clase 1.

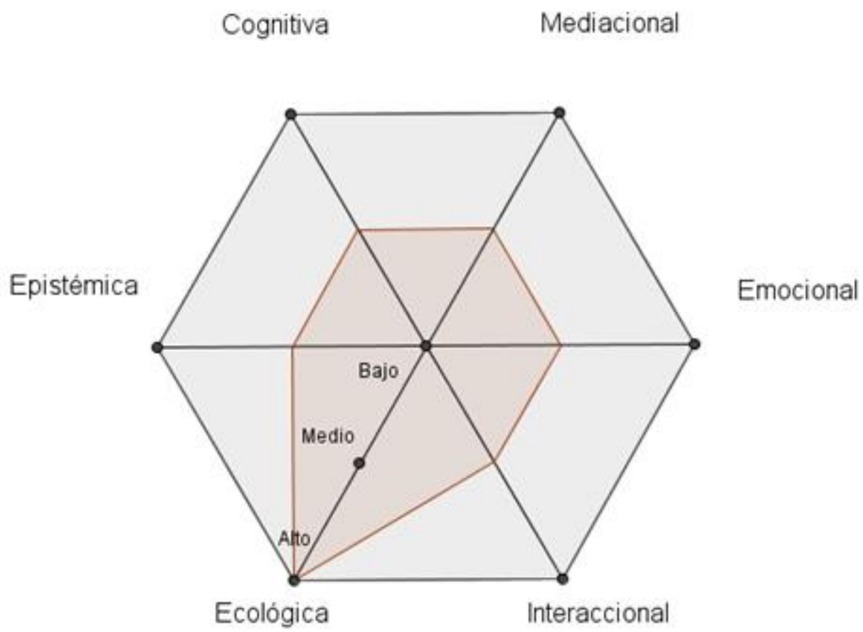


Figura 14: Valoración de la idoneidad didáctica de la clase 1
Fuente: Elaboración propia (2016)

En la figura podemos ver que la faceta o criterio mejor valorado es el ecológico, puesto que consideramos que en la clase se cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. Es decir, los contenidos enseñados o pretendidos se enmarcan en el curriculum del nivel, se ha realizado relaciones intra e interdisciplinariamente con dicho contenido y, a la vez, estos son útiles para la inserción social de los estudiantes. Por su parte, la idoneidad mediacional, epistémica, cognitiva, emocional y interaccional, fueron valoradas medianamente, esto se debe a que, en el caso de la idoneidad epistémica, la selección de dos problemas al inicio de la clase no permitió profundizar cada uno de ellos, limitando el uso de diferentes modos de expresión por parte de los estudiantes, sin embargo, no se detectaron prácticas erróneas o ambigüedades por parte de la profesora. En cuanto a la idoneidad mediacional, se valora medianamente dado que no se consideró el número de estudiantes y el espacio de la sala a la hora de proponer la modalidad de trabajo, provocando desconcentración por parte de los estudiantes. La idoneidad cognitiva, se valora medianamente debido a que no se consideran actividades de refuerzo para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), sin embargo, se cumple de buena forma los conocimientos previos y el aprendizaje en los estudiantes. Considerando la idoneidad emocional, se valora medianamente ya que las actitudes que se presentan son erróneas ya que no se percibe la comunicación y argumentación de los estudiantes, sin embargo, se cumplen muy bien los intereses y las emociones en la clase. Por último, la idoneidad interaccional, se valora medianamente ya que no se presenta interacción entre discentes, lo cual provoca la no comunicación y el dialogo entre ellos.

4.3.2 Análisis de la idoneidad didáctica de la clase 2.

Epistémica

Consideramos necesario mejorar la secuencia de tareas, pues la organización de la clase fue tradicional, es decir, primero se entregaron definiciones (magnitudes vectoriales, dirección, sentido y módulo de un vector), luego se dieron ejemplos y, posteriormente, se entregaron ejercicios para ser resueltos de manera individual por los alumnos. Se sugiere que el problema que se utilizó como ejemplo se proponga como problema inicial (Ver anexo 3) y, que, a partir de él, se construya el conocimiento matemático esperado.

Cognitivo

Incluir actividades de refuerzo para estudiantes con NEE. Es decir, entregar a los alumnos guías de aprendizaje con menor grado de dificultad y menos extensas.

Mediacional

En esta oportunidad, por problemas técnicos del establecimiento se retrasó el inicio de la clase, lo que significó que el tiempo fuese insuficiente para finalizar la clase según lo planificado. Dado esta experiencia, consideramos oportuno prever la instalación de los recursos tecnológicos que dispone el establecimiento, o bien, respaldar la presentación de la actividad a través de una guía de trabajo ya que, al menos en esta clase, la información que se proyectó perfectamente podría haber sido presentada en una guía.

Emocional

No todos los estudiantes lograron implicarse en las actividades presentadas, por lo que consideramos importante que el profesor recalque el valor de la perseverancia y responsabilidad en el trabajo individual, haciéndoles ver que en algún minuto de la clase existirá un momento en el que ellos o cualquiera de sus compañeros aportará con la construcción de conocimiento.

Interaccional

No se evidencia la argumentación para dar consenso a un problema propuesto por la profesora, ya que es ella la que lo resuelve no dando espacio a la participación de los alumnos. Creemos que se debe mejorar la interacción entre docente-discentes.

Ecológica

Se valora bien este ámbito, pues el ejemplo tratado en esta clase se relaciona con la vida cotidiana y además se adapta a los contenidos de primero medio.

En la figura 15, se presenta de manera gráfica la valoración final que realizamos de clase 2.

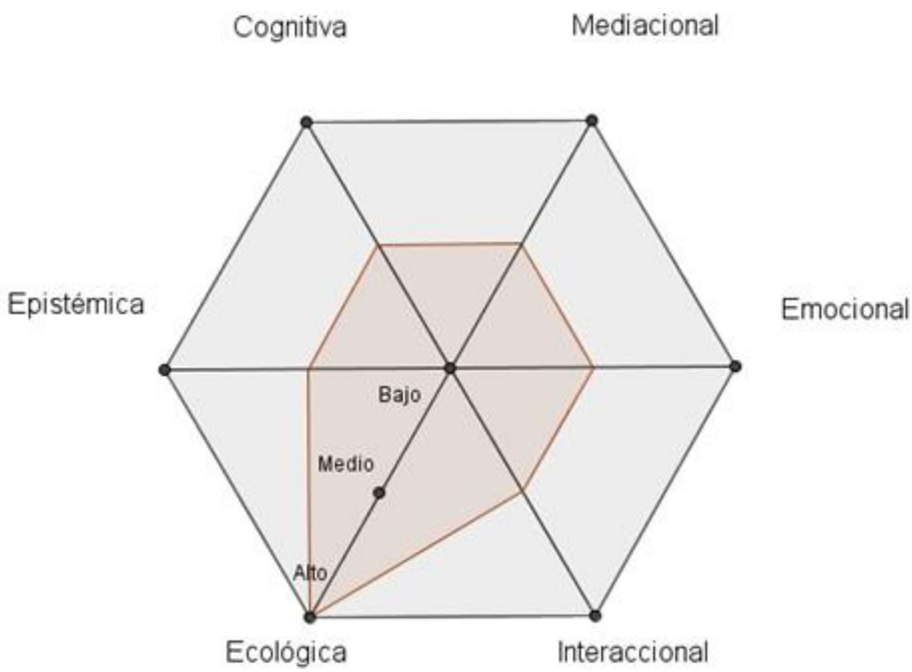


Figura 15: Valoración de la idoneidad didáctica de la clase 2
Fuente: Elaboración propia (2016)

En la figura podemos ver que la faceta o criterio mejor valorado es el ecológico, puesto que consideramos que en la clase se cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. Es decir, los contenidos enseñados o pretendidos se enmarcan en el curriculum del nivel, se ha realizado relaciones intra e interdisciplinariamente con dicho contenido y, a la vez, estos son útiles para la inserción social de los estudiantes. Por su parte, la idoneidad mediacional, epistémica, cognitiva, emocional y interaccional, fueron valoradas medianamente, esto se debe a que, en el caso de la idoneidad epistémica, la clase fue tradicional con la secuencia de definiciones, ejemplos y problemas lo cual no hace que se construya el conocimiento por parte de los estudiantes, sin embargo, no se detectaron prácticas erróneas o ambigüedades por parte de la profesora. En cuanto a la idoneidad mediacional, se valora medianamente dado que, en esta oportunidad, por problemas técnicos del establecimiento se retrasó el inicio de la clase, lo que significó que el tiempo fuese insuficiente para finalizar la clase según lo planificado. La idoneidad cognitiva, se valora medianamente debido a que no se consideran actividades de refuerzo para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), sin embargo, se cumple de buena forma los conocimientos previos y el aprendizaje en los estudiantes. Considerando la idoneidad emocional, se valora medianamente debido a que no todos los estudiantes lograron implicarse en las actividades presentadas lo cual provoca la falta de perseverancia y responsabilidad en el trabajo. Por último, la idoneidad interaccional, se valora medianamente ya que se presenta la falta de interacción docente- discente, ya que no hay argumentación por parte de los estudiantes.

4.3.3 Análisis de la idoneidad didáctica de la clase 3.

Epistémico

Se valora bien este ámbito, porque no se observaron errores, ni ambigüedades matemáticas. Se aprecia bien la riqueza de procesos, ya que la secuencia de tareas conllevó a mayor participación de los alumnos. Además, se representa a través de un mapa conceptual los contenidos para resumir y esclarecer algunos conceptos y definiciones más relevantes de vectores.

Cognitivo

Incluir actividades de refuerzos, ya que para todos los alumnos las actividades fueron las mismas y no se consideraron a los alumnos con NEE.

Mediacional

Para optimizar de mejor manera el tiempo se sugiere utilizar un proyector para mostrar las actividades.

Emocional

Se valora bien este ámbito, pues se notó gran interés por participar en la construcción del mapa conceptual. Además, el ejemplo de la Minga fue asertivo, ya que fue motivador y además generó discusión e incentivo por resolverlo.

Interaccional

No se favorece el diálogo entre los estudiantes y a la vez no se refleja autonomía por parte de ellos. Se debe promover el debate entre los alumnos para llegar a un consenso.

Ecológico

Se valora bien este ámbito, ya que el problema al final de la clase, se relaciona con una tradición del sur del país.

En la figura 15, se presenta de manera gráfica la valoración final que realizamos de la clase 3.

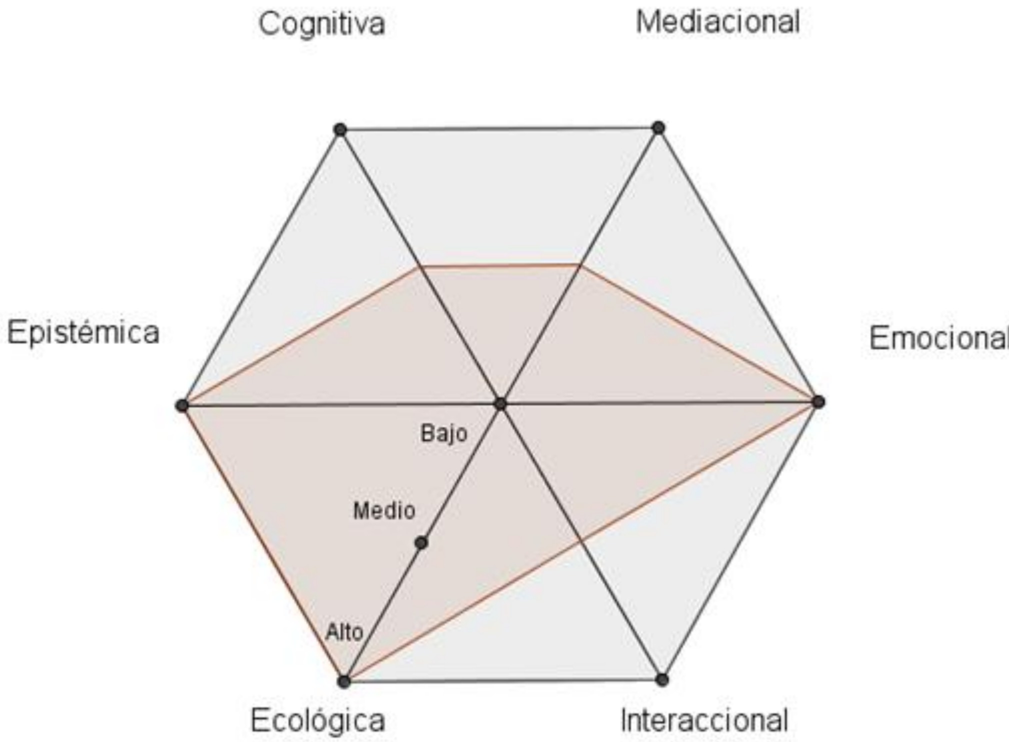


Figura 16: Valoración de la idoneidad didáctica de la clase 3
Fuente: Elaboración propia (2016)

En la figura podemos ver que las facetas o criterios mejor valorados son el ecológico, epistémica y emocional, puesto que en el criterio de idoneidad ecológico consideramos que en la clase se cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. Es decir, los contenidos enseñados o pretendidos se enmarcan en el curriculum del nivel, se ha realizado relaciones intra e interdisciplinariamente con dicho contenido y, a la vez, estos son útiles para la inserción social de los estudiantes. Por otra parte, en el criterio epistémico se cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. Es decir, no se observan errores y ambigüedades por parte de la profesora, se presentan riquezas de procesos en las actividades propuestas por la profesora. El criterio de idoneidad emocional cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. En otras palabras, existen tareas motivadoras para los estudiantes y se favorece la argumentación por parte de los estudiantes. Por su parte, la idoneidad cognitiva, mediacional e interaccional fueron valoradas medianamente, esto se debe a que, el criterio cognitivo se valora medianamente debido a que no se consideran actividades de refuerzo para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), sin embargo, se cumple de buena forma los conocimientos previos y el aprendizaje en los estudiantes. El criterio mediacional se valora medianamente debido a la falta de optimización del tiempo de la clase, sin embargo, se cumple satisfactoriamente con los recursos materiales utilizados por la profesora. Por último, el criterio interaccional se valora medianamente porque no existe interacción entre discentes, esto quiere decir que el diálogo o comunicación matemática que se da entre estudiantes es nulo.

4.3.4 Análisis de la idoneidad didáctica de la clase 4.

Epistémico

No queda claro el objetivo de la clase, es decir, se debió especificar que el tema de la clase era multiplicar vectores por un escalar. También se debe definir lo que es un escalar, lo cual no se hizo.

Se debe verificar algebraicamente que el módulo de un vector cambia cuando es multiplicado por un escalar distinto a uno, es decir, los alumnos tenían que haber calculado el módulo del primer vector y luego calcular el modulo del vector multiplicado por el escalar para así comprobar la afirmación de la profesora.

No queda clara la explicación que da la profesora respecto a la dirección del vector (ángulo).

Cognitivo

Incluir actividades de refuerzo para los alumnos con NEE, ya que en esta clase no se consideró a las diferencias cognitivas de los alumnos. Por lo tanto, se hace necesarios elaborar guías de aprendizajes menos extensas y de menor dificultad.

Mediacional

La planificación para la clase supera el tiempo establecido, pues no se alcanza a concluir la clase.

Emocional

Se valora bien este ámbito, porque, a pesar de que no todos los alumnos tuvieron respuestas asertivas, se motivaron a seguir participando.

Interaccional

Se mejora este ámbito, pero aun así es necesario que los alumnos discutan más entre ellos. Se debe gestionar la interacción entre discentes, pues se evidencia claramente la iniciativa de los alumnos en querer ser partícipes de la clase. Hace falta captar la atención de los alumnos utilizando más recursos retóricos.

Ecológica

Se valora bien este ámbito, ya que las actividades se adaptan al curriculum y el ejemplo se relaciona con una acción de la vida cotidiana.

En la figura 16, se presenta de manera gráfica la valoración final que realizamos de la clase 4.

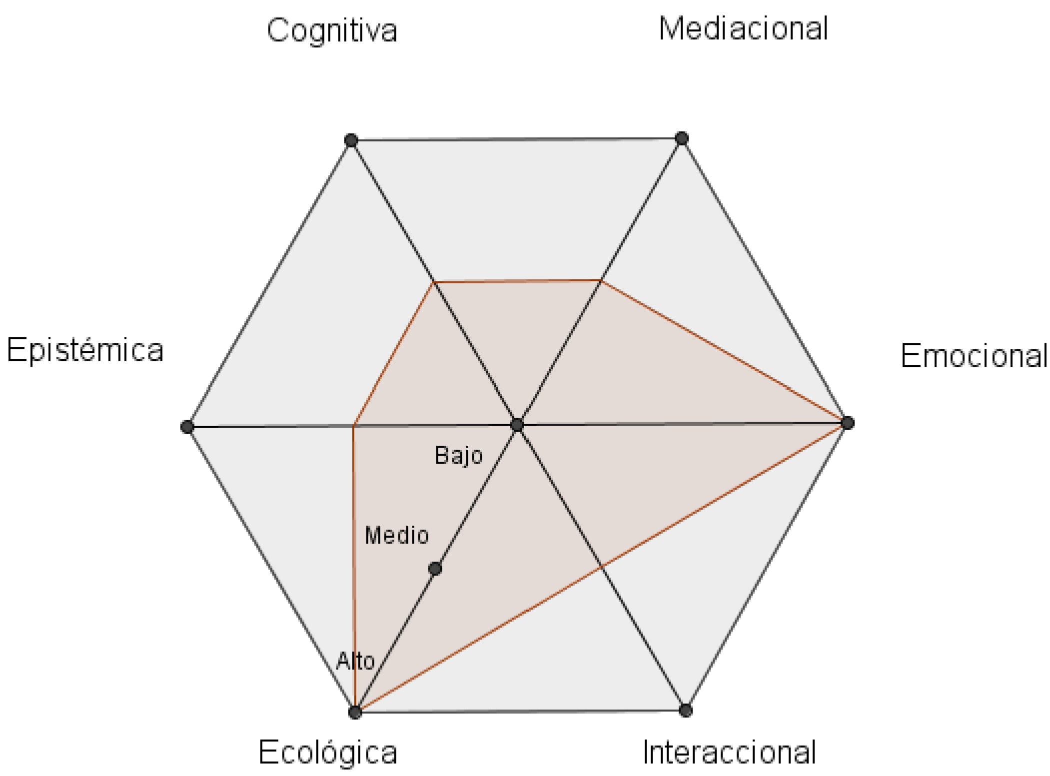


Figura 17: Valoración de la idoneidad didáctica de la clase 4
Fuente: Elaboración propia (2016)

En la figura podemos ver que la faceta o criterio mejor valorado es el ecológico y el emocional, puesto que consideramos que en la clase se cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. Es decir, en el criterio ecológico, los contenidos enseñados o pretendidos se enmarcan en el curriculum del nivel, se ha realizado relaciones intra e interdisciplinariamente con dicho contenido y, a la vez, estos son útiles para la inserción social de los estudiantes. Así también, el criterio emocional cumple con los componentes y descriptores que hemos considerados para su valoración. En otras palabras, se valora bien el grado de implicación, interés y motivación por parte del estudiantado. Por otra parte, la idoneidad mediacional, epistémica, cognitiva e interaccional, fueron valoradas medianamente, esto se debe a que, en el caso de la idoneidad epistémica, existe ambigüedad en la explicación de la dirección de un vector, puesto que se entregan dos definiciones, una es, como la recta que contiene a ambos vectores, y la otra es, el ángulo que forma el vector con respecto al eje x, pero no se explica la relación que existen entre ellas. En este mismo ámbito, también consideramos que no se entregó la definición de un escalar, sino que solo se menciona una vez, sin darle la importancia que amerita.

En cuanto a la idoneidad mediacional, se valora medianamente dado que no se consideró el número de estudiantes y el espacio de la sala a la hora de proponer la modalidad de trabajo, provocando desconcentración por parte de los estudiantes. La idoneidad cognitiva, se valora medianamente debido a que no se consideran actividades de refuerzo para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), sin embargo, se cumple de buena forma los conocimientos previos y el aprendizaje en los estudiantes.

4.3.5 Análisis de la idoneidad didáctica de la clase 5.

Epistémico

Se produce un error geométrico en la representación de la resta de dos vectores en el gráfico. Se sugiere siempre contar con una pauta con los problemas resueltos y comprobados para evitar prácticas incorrectas.

Cognitivo

No se incluyen actividades de refuerzo.

Mediacional

Al ser reducido el espacio en la sala de clase se genera mala distribución de los estudiantes, por lo tanto, hay que mantenerlos ocupados constantemente con actividades motivantes y de interés, pues en momentos se produce desorden y distracciones por parte de los alumnos, por lo tanto, cuesta llevar a cabo la enseñanza pretendida. En esta clase, una medida práctica para aprovechar la mala distribución de los alumnos es que los alumnos trabajen el problema en equipos, para luego seleccionar a un integrante de cada equipo para exponer sus respuestas en el pizarrón.

Emocional

La profesora valida inmediatamente la respuesta del primer alumno, por lo que creemos que se debe dar la oportunidad de que sean los compañeros los que se encarguen de discutir las respuestas y sean capaces de concluir, pues finalmente los argumentos se valoran por sí mismo y no por quien los dice.

Interaccional

Participan siempre los mismos estudiantes, los cuales interactúan sólo con la profesora, no entre sus pares. Se debe hacer participar a todos los estudiantes, como, por ejemplo, haciendo que levanten la mano los que tienen las mismas respuestas o quienes tienen otras y luego preguntar el porqué de sus respuestas.

Se debe tener una visión general de lo que los alumnos están trabajando (monitoreo), para posteriormente hacer participar a los alumnos que tienen la respuesta correcta como a los que no, esto permite valorar el error como una instancia de aprendizaje.

Ecológica

Se valora bien este ámbito, pues se adaptó el ejemplo de la clase 3 para un nuevo contenido.

En la figura 17, se presenta de manera gráfica la valoración final que realizamos de la clase 5.

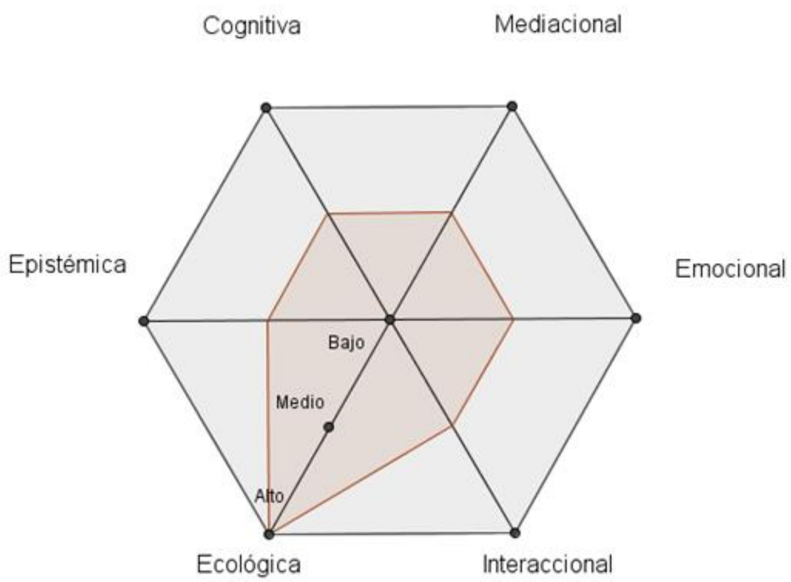


Figura 18: Valoración de la idoneidad didáctica de la clase 5
Fuente: Elaboración propia (2016)

En la figura podemos ver que la faceta o criterio mejor valorado es el ecológico, puesto que consideramos que en la clase se cumple con los componentes y descriptores que hemos considerado para su valoración. Es decir, los contenidos enseñados o pretendidos se enmarcan en el curriculum del nivel, se ha realizado relaciones intra e interdisciplinariamente con dicho contenido y, a la vez, estos son útiles para la inserción social de los estudiantes. Por su parte, la idoneidad epistémica, mediacional, cognitiva, emocional e interaccional, fueron valoradas medianamente, esto se debe a que, en el caso de la idoneidad epistémica, se cometió un error en la representación del vector suma de dos vectores, construyendo un conocimiento erróneo en los estudiantes. En cuanto a la idoneidad mediacional, se valora medianamente dado que no se consideró el número de estudiantes y el espacio de la sala a la hora de proponer la modalidad de trabajo, provocando desconcentración por parte de los estudiantes. La idoneidad cognitiva, se valora medianamente debido a que no se consideran actividades de refuerzo para estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), sin embargo, se cumple de buena forma los conocimientos previos y el aprendizaje en los estudiantes. Considerando la idoneidad emocional, se valora medianamente ya que las actitudes que se presentan son erróneas ya que no se percibe la comunicación y argumentación de los estudiantes, sin embargo, se cumplen muy bien los intereses y las emociones en la clase. Por último, la idoneidad interaccional, se valora medianamente ya que no se presenta interacción entre discentes, lo cual no provoca la comunicación y el dialogo entre ellos. También se observa la participación de los mismos alumnos en todas actividades dejando de lado a los demás compañeros.

CAPÍTULO 5

CONCLUSION

La problemática de esta investigación se enfocó en analizar la importancia de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos. Es por esto, que, a partir de la pregunta de investigación y el objetivo general planteados en este seminario, se describe las conclusiones derivadas los resultados de este estudio.

En relación con la pregunta de investigación: ¿Qué relación existe entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos? Destacamos las siguientes conclusiones:

1. Hemos evidenciado que sí existe relación entre la comprensión de lectura y la resolución de problemas matemáticos. Sin embargo, en una ocasión se necesitó de la intervención de la profesora, como ocurrió en la clase 4 donde no se observó una buena comprensión del problema al presentar discrepancia en las preguntas abiertas y cerradas en el instrumento de evaluación complementaria, aun así, los alumnos reflejaron buenos resultados al resolver el problema. Creemos que esto puede deberse a que la profesora utilizó la segunda fase de Polya (Concebir un plan) donde el autor propone que el profesor ayude a los alumnos realizando preguntas y sugerencias que provoque las ideas necesarias para guiar a los alumnos a la solución.
2. Reconocemos que es importante la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos, como señala Solé (1997), la comprensión lectora es una habilidad que toda persona debería desarrollar, además indica que un lector activo procesa la información en varios sentidos y será capaz de recopilar, resumir, ampliar la información obtenida y

transferirlas a nuevas situaciones. Esto coincide con lo que plantea Polya en su primera etapa en la "comprensión del problema" para luego continuar con la segunda etapa de "concebir un plan".

En relación a los objetivos de esta investigación, llegamos a las siguientes conclusiones:

Para el objetivo general: *Determinar la relevancia de la comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos en alumnos de un Liceo Municipal de Hualpén,* destacamos que:

1. Para trabajar la comprensión lectora en los alumnos, utilizamos las estrategias propuesta por Polya en su primera etapa y Educar Chile, resumidas a través del instrumento de evaluación complementaria (ver anexo 12), el cual sirvió como guía para que los alumnos analizaran la información del problema. De acuerdo a esto, analizamos que los alumnos manifestaron tener una buena comprensión de los problemas en la mayoría de clases, excepto en la clase 4 donde se encontraron contradicciones en sus respuestas.
2. Al implementar las estrategias de comprensión lectora (Polya, 1945; EducarChile, 2012)) con los alumnos nos dimos cuenta que la gran mayoría manifestaba comprender los enunciados de problemas matemáticos, sin embargo, no todos resolvían correctamente las actividades de los problemas, una posible explicación puede ser que los alumnos sabían lo que se pedía en los problemas y sabían cuáles eran los datos, pero no sabían cómo resolverlos. En este sentido, de acuerdo al análisis realizado a partir de los criterios de idoneidad didáctica, consideramos que lo planteado anteriormente se debe a que no hubo espacios para que los alumnos pudiesen argumentar, es decir, no expusieron libremente sus ideas, no hubo opiniones, no hubo interacción entre ellos. Asimismo, es posible que los

alumnos no manejasen suficientemente el contenido matemático, ya que la profesora hacía preguntas al inicio de la clase, con el fin de activar los conocimientos previos y siempre contestaban los mismos alumnos.

3. En cuanto a los resultados obtenidos en la prueba final, se tiene que los alumnos lograron en gran medida el objetivo propuesto, ya que más del 50% los alumnos contestaron correctamente las actividades propuestas en el problema. Esto nos sirve como indicador en la mejora de las habilidades de comprensión lectora de los alumnos, pues, en esta oportunidad ellos, por si solos, utilizaron las estrategias consciente o inconscientemente para comprender el problema y así lograr su resolución.
4. Al obtener los resultados de la implementación, consideramos necesario hacer un rediseño de la secuencia didáctica, principalmente porque no todos los ejemplos trabajados en las clases fueron motivantes o desafiantes para los alumnos, pues se observó la baja participación por parte de ellos, tanto en la clase como en las actividades a realizar. Por lo tanto, se realiza este rediseño de la secuencia didáctica con el fin de mejorar las clases, y así ver de manera clara, la relación entre comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos, sin que este análisis se vea alterado, como, por ejemplo, por la baja participación y motivación de los alumnos.

Respecto a los criterios de idoneidad didáctica en esta investigación, creemos que cumplieron un rol fundamental en el momento de analizar las clases realizadas, además de ser muy útiles en el proceso de instrucción matemática, porque la pauta de observación (ver anexo 13) de clase basada en los criterios de idoneidad del EOS (epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica), permitieron analizar y dieron pie a la emisión de valoraciones respecto a las clases observadas. Además, consideramos que dicha pauta posibilita la reflexión a priori acerca de los diferentes usos de vectores en la vida cotidiana, permitiéndonos diseñar una secuencia didáctica anticipándonos a los posibles errores y dificultades que se pueden presentar en el aula.

Dado el tiempo y las posibilidades de estudio de campo, queda pendiente para una investigación futura la implementación de la secuencia didáctica que surge luego del análisis minucioso del primer ciclo de acción, es decir, queda pendiente la implementación de un segundo ciclo de acción que corresponde al rediseño de la secuencia didáctica en base a los resultados obtenidos.

Finalmente, observamos la importancia de la teoría (del conocimiento) que debe tener un profesor sobre los objetos matemáticos, en este caso vectores en el plano cartesiano para poder enseñar a sus alumnos y ser capaces de diseñar tareas o una secuencia didáctica.

CAPITULO 6

LIMITACIONES Y PROYECCIONES

6.1 Limitaciones

Durante el desarrollo de esta investigación se evidenciaron diversas limitaciones, las cuales son:

- Existió un bajo compromiso por parte de la docente que dictaba la asignatura de matemática en el curso donde se realizarían las intervenciones.
- Debido a lo anterior, se tuvo que reducir la unidad de aprendizaje con la cual se pretendía intervenir, ya que el tiempo limitaba la aplicación de esta.
- El tiempo con el que se contaba para llevar a cabo la investigación acción no permitió desarrollar un segundo ciclo de acción.

6.2 Proyecciones

Algunas proyecciones que se pueden dar a partir de esta investigación son:

- En base a la experiencia consideramos oportuno llevar a cabo la investigación en un contexto que permita desarrollar al menos dos ciclos de acción y analizar su impacto en el aprendizaje de los alumnos respecto a la resolución de problemas matemáticos.
- Finalmente, con esta investigación se pretende entregar herramientas a profesores del área de matemática para una mayor articulación en estrategias de comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos.

REFERENCIAS

Brousseau, B. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer A. P.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (Dilma Fregona, trad.). Buenos Aires, Argentina: Zorzal. (Obra original publicada en 1997).

Brown, A., Bransford, J. y Ferrara, R. (1986). *Teaching thinking and problem solving*. En American Psychologist, USA.

Caño, A y Luna, F (2011), *Pisa: Comprensión lectora. I. Marco y análisis de los ítems.* Bilbao, España: ISEI.IVEI. Recuperado en: http://www.isei-ivei.net/cast/pub/itemsliberados/lectura2011/lectura_PISA2009completo.pdf

Casanova A. (1998), *La evaluación educativa*, México, Biblioteca para la Actualización del Maestro, SEP-Muralla.

Carr, W. y Kemmis, S. (1988). *Teoría critica de la enseñanza: La investigación-acción en la formación del profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca.

D` Amore, B. y Godino, J. (2007). *El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

Delgado, R. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: dos aspectos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración del contenido y el desarrollo de habilidades generales matemáticas*. (Tesis doctoral. Universidad de La Laguna, La Habana, Cuba). Recuperado de http://karin.fq.uh.cu/~vladimar/cursos/%23Did%E1cticarrrr/Tesis%20Defendidas/Did%E

1ctica/Juan%20Ra%FAl%20Delgado%20Rub%ED/Juan%20Ra%FAl%20Delgado%20Rub%ED.pdf

Elliott, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. Madrid, España: Morata

EducarChile. (2012). *Comprensión lectora.* Recuperado en: http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=212966

Fernández, M. (2013). Importancia de la comprensión lectora en el abordaje de la primera etapa de resolución de problemas matemáticos con un enfoque crítico. Congreso llevado a cabo en I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe. Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado en: http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/447-543-1-DR-C.pdf

Frade, L. (2009). *Desarrollo de las competencias lectoras y los obstáculos que se presentan.* México, D.F., México: Inteligencia educativa.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht. The Netherlands: Reidel Publishing Company,

Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education. (China lectures). Kluwer A.P.

Furth, H. (1971). *Las ideas de Piaget*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Kapeluz.

Gabucio, F., Domingo, J., Lichtenstein F., Limón, M., Minervino, R., Santos, M., Sala, E. (2005). *La teoría del pensamiento*. Barcelona, España: UOC. (p. 32-35).

García, J. (1994). Resolución de problemas: de Piaget a otros autores. *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 32(77), 131-138. Recuperado de http://www.inif.ucr.ac.cr/recursos/docs/Revista%20de%20Filosof%C3%ADa%20UCR/Vol.%20XXXII/No%2077/Resolucion%20de%20problemas%20.pdf

Godino J., Bencomo D., Font V., Wilhelmi M. (2004), *Análisis y Valoración de la idoneidad de procesos de estudio de las matemáticas*. Ministerio de ciencias y tecnología Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica. Madrid

Godino J., (2011). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.* Universidad de Granada, España.

Godino J., (2012). *Idoneidad didáctica como herramienta de análisis y reflexión sobre la práctica del profesor de matemáticas*. Universidad de Granada, España

Godino, J., Artiaga, P., Estepa A. y Rivas H. (2012). Desafíos de la enseñanza de la estadística basada en proyectos. Probabilidad Condicionada. *Revista de didáctica de la Estadística, 2(1), 173.*

Goñi, Zabala. (2008). El desarrollo de la competencia matemática. *Educatio Siglo XXI*, 27(1), 259-264. Recuperado de https://www.google.cl/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#

Hernández, H. (2011). *Estrategia metodológica para desarrollar la habilidad resolver problemas en los profesores en formación* (Tesis de Maestría). Universidad de la Laguna, La Habana.

NCTM (2005). *Principios y estándares para la educación matemática.* (Manuel Fernández, trad.) Sevilla, España: SAEM Thales. (Obra original publicada en 2000).

Spector, J. M. (2001). Philosophical implications for the design of instruction. Instructional Science 29, 381–402.

Wallas, G. (1926). Etapas del proceso creativo [Mensaje en un blog]. Recuperado en http://cafedelibro.blogspot.cl/2012/06/etapas-del-proceso-creativo-gragam.html

Isoda, M., Arcavi, A. y Mena, A. (2007). *El estudio de Clases Japonés en Matemáticas.* Valparaíso. Chile: Ediciones universitarias de Valparaíso.

Labarrere, A. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria.* La Habana. Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. Lester, Jr. (Ed.). The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. (pp. 763-804). National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Llivina, M. (1999). *Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos* (Tesis doctoral), Universidad Pedagógica Enrique José Varona, La Habana, Cuba.

Menchén, F. (2010). *La Creatividad y las nuevas tecnologías en las organizaciones modernas.* Buenos Aires, Argentina: Díaz de Santos.

MINEDUC (2011). *Manual de Orientaciones Técnicas para la Elaboración de Planes de Mejoramiento Educativo en Educación Media.* Santiago de Chile: Ministerio de Educación.

MINEDUC (2012). *Bases curriculares 2012. Matemática de educación Básica.* Santiago de Chile: Ministerio de Educación. Recuperado de https://www.google.cl/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#

Morán, H. (2012). Leer para aprender en ciencias. *Estrategias de lectura para la comprensión de textos matemáticos en educación secundaria.* Memoria del IV Congreso Iberoamericano de las Lenguas en la Educación y en la Cultura. Salamanca.

Orton, A. (1996). *Didáctica de las Matemáticas.* Madrid, España: Editorial Morata.

OCDE (2012). *PISA Resolución de Problemas en la vida real. Resultados de Matemática y Lectura por ordenador*. España. Recuperado de http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012-resolucionproblemas/pisa2012cba-1-4-2014-web.pdf?documentId=0901e72b8190478c

Polya, G. (1945). *Cómo Plantear y resolver Problemas,* México: Trillas.

Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas,* Granada: Comares.

Quintana, A. (1996). *Un Modelo de aproximación empírica a la investigación en psicología y ciencias humanas.* Revista Peruana de Psicología.

Quintana, A. y Montgomery, W. (2006). *Psicología: Tópicos de actualización*. Lima, Perú: UNMSM.

Schoenfeld, A. (1996). *"La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas", en: Currículum y Cognición, pp. 141-170. Buenos Aires: Ed. Aique.*

Solé, I. (1997). De la lectura al aprendizaje. *Revista Signos Teoría y práctica de la educación, 20, 16-23.*

Solé, I. (1998). *Estrategias de lectura.* Barcelona, España: Graó.

Sorando, J.M., (2012*). Matemáticas en tu mundo. España: Centro Aragonés de Tecnologías para la educación. Recuperado en: http://catedu.es/matematicas_mundo/PROBLEMAS/problemas_subconsciente.htm*

Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Wijers, M. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(4), 287-307.

Vásquez M., Ferreira M., Mogollón A., Fernández M., Delgado M., Vargas I. (2006*). Introducción de las técnicas cualitativas de investigación aplicadas en salud.* Barcelona, España: Servei de Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona.

ANEXOS

ANEXO 1: Descripción clase ejecutada Nº1

Asignatura: Matemática	**Curso: 1ºA**	**Profesor: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase: 90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría			
Aprendizajes Esperados:	Identificar y representar puntos y coordenadas de figuras geométricas en el plano cartesiano, manualmente o usando un procesador geométrico.			
Habilidades a desarrollar:	Caracterizar el plano cartesiano.			
Objetivo de la Clase	Ubicar puntos en el plano cartesiano			
Actitudes:	› Mostrar un método para realizar las tareas propuestas. › Terminar los trabajos iniciados. › Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.	**Recursos:** - **Guía de aprendizaje** - **Power point**		

<table>
<tr><th>Etapas de la Clase</th><th>Actividades a desarrollar</th><th>Estrategias evaluativas</th></tr>
<tr><td>Inicio</td><td>

Se presenta la siguiente imagen de una sala de cine, donde se muestra dos asientos que un cliente quiere comprar.

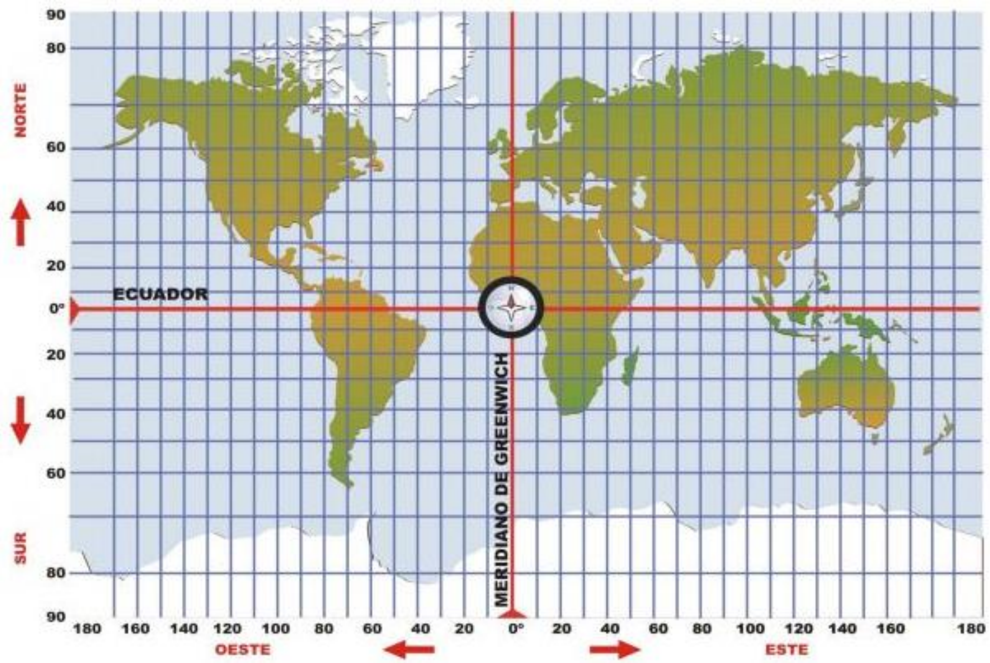
El propósito de esta imagen es que los alumnos relacionen un hecho cotidiano con el plano cartesiano. Para esto se les hace preguntas como: ¿Dónde están ubicados los asientos que quiere comprar el cliente?

¿Solo se necesita conocer la letra del asiento para saber sonde ubicarse?

La idea es que los alumnos se den cuenta que se necesita, en este caso dos variables, el número y la letra del asiento.

Luego se presenta otro ejemplo, un mapamundi.

</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>

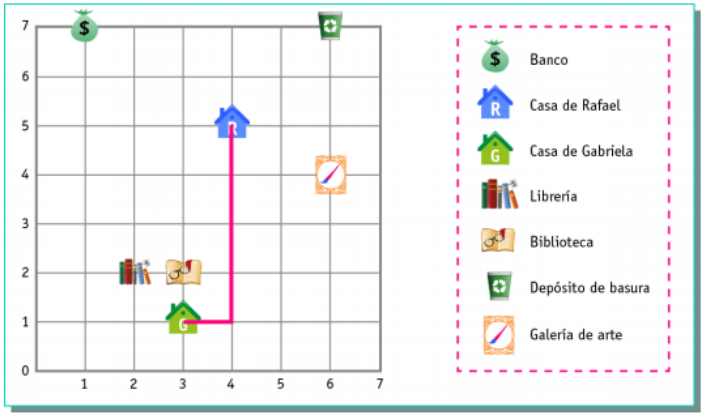
Con esta imagen los alumnos deben identificar las características del plano cartesiano como los cuadrantes, los ejes y coordenadas. Para esto se les pregunta ¿cuál es la relación de esta imagen con la anterior?</td><td></td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Se les entregan las definiciones formales de los siguientes conceptos:</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Conceptos importantes
Ejes cartesianos: Son rectas perpendiculares que se cortan.
Cuadrante: Cualquiera de las 4 áreas iguales que se logran al dividir un plano por los ejes "X" e "Y".
Eje X o de abscisas: Es el eje horizontal y se enumera de forma que los valores aumentan hacia la derecha.
Eje Y o de las ordenadas: Es el eje vertical y se enumera de forma que los valores aumentan hacia arriba.
Origen: Punto donde se interceptan los ejes X e Y.
Coordenadas: Al estar ambos ejes enumerados, podemos referirnos a un punto cualquiera mediante dos números: por la medida horizontal y la medida vertical que lo separan del Origen. Estos números se llaman "coordenadas" y se escriben entre paréntesis, separados por una coma, así: (x, y).
Coordenada X: Es el valor horizontal de un par de coordenadas.
Coordenada Y: Es el valor vertical en un par de coordenadas.

Después de anotar las definiciones, se le entrega un guía de aprendizaje para resolver en clases.</td><td></td></tr>
<tr><td>Cierre</td><td>Se revisa el primer problema de la guía.</td><td></td></tr>
</table>

Problema:

Gabriela invitó a su fiesta de cumpleaños a Rafael. La fiesta será en casa de Gabriela y ella le envió un plano esquemático del barrio donde viven para facilitarle la llegada a la fiesta.

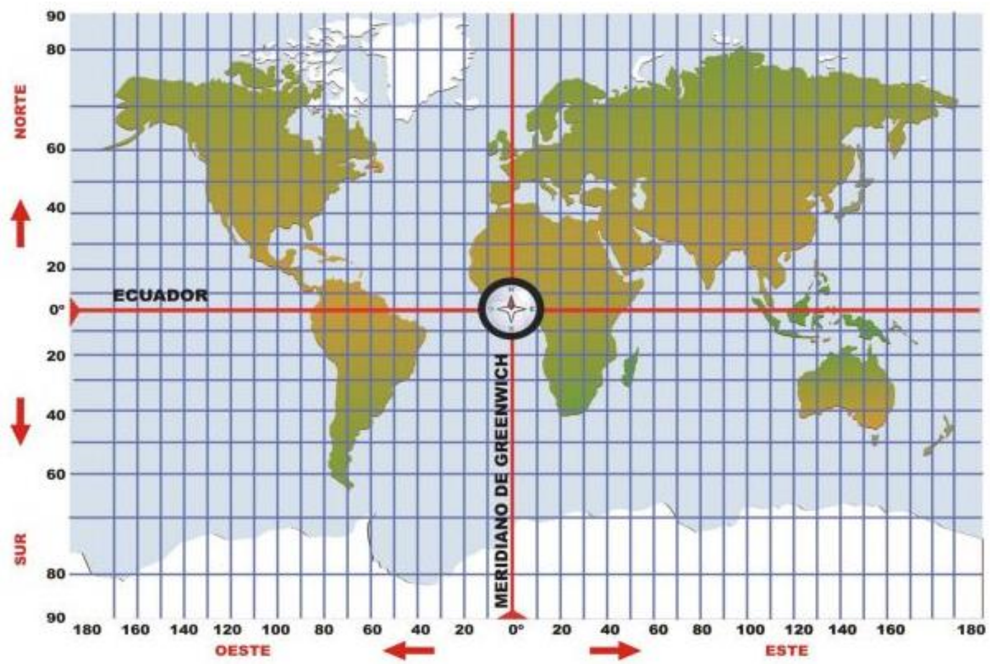


1) Escribe el par ordenado que indica la casa de Rafael y la casa de Gabriela.
2) Si el cuadriculado indica las calles y él camina siguiéndolo para ir dese su casa a la de ella. ¿cuántas cuadras camina?
3) A Gabriela se le olvidó ubicar el correo y el supermercado que están en los siguientes lugares: Supermercado (4,1) y Correo (1,4) ¿Quién está más cerca del supermercado? ¿Cómo lo sabes?
4) Escribe el par ordenado que indica el banco, la librería, la biblioteca, el depósito de basura y la galería de arte.
5) ¿Cuántas cuadras de distancia hay entre el banco y la galería de arte?

ANEXO 2: Descripción clase mejorada Nº1

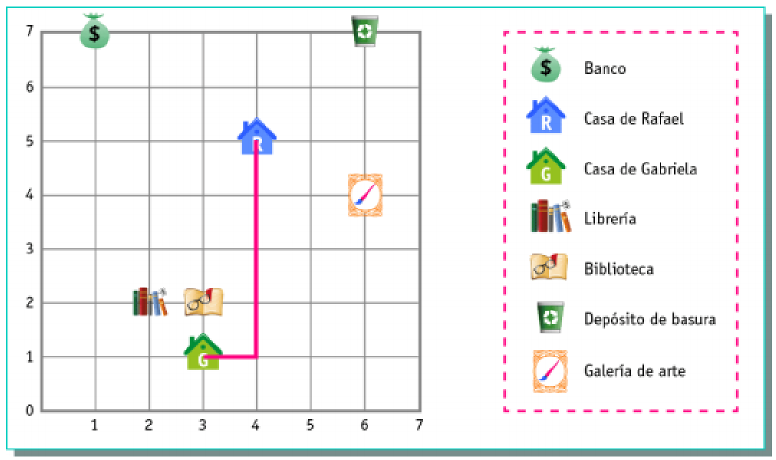
<table>
<tr><td>Asignatura: Matemática</td><td>Curso: 1ºA</td><td colspan="2">Profesor: Romina Valdebenito</td><td colspan="2">Fecha de Clase:</td><td>Tiempo de la Clase: 90 minutos</td></tr>
<tr><td>Unidad o Contenido:</td><td colspan="6">Geometría</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes Esperados:</td><td colspan="6">Identificar y representar puntos y coordenadas de figuras geométricas en el plano cartesiano, manualmente o usando un procesador geométrico.</td></tr>
<tr><td>Habilidades a desarrollar:</td><td colspan="6">Caracterizar el plano cartesiano.</td></tr>
<tr><td>Objetivo de la Clase</td><td colspan="6">Ubicar puntos en el plano cartesiano</td></tr>
<tr><td>Actitudes:</td><td colspan="2">› Mostrar un método para realizar las tareas propuestas.
› Terminar los trabajos iniciados.
› Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.</td><td colspan="4">Recursos:
- Guía de aprendizaje
- Power point</td></tr>
<tr><td>Etapas de la Clase</td><td colspan="5">Actividades a desarrollar</td><td>Estrategias evaluativas</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Inicio</td>
<td>Se presenta el siguiente ejemplo mapamundi.



Con esta imagen los alumnos deben relacionar el mapa con el plano cartesiano e identificar las características de éste como los cuadrantes, los ejes y coordenadas. Para eso, se les hace preguntas relacionadas con el mapa, por ejemplo: ¿Dónde está ubicado Chile? ¿Con qué asignatura está relacionado este mapamundi? ¿Se puede relacionar con la matemática? ¿Cómo?</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>El objetivo de hacer preguntas es que los alumnos discutan sus respuestas, el profesor sólo debe gestionar la discusión y guiarla a las respuestas correctas.</td><td></td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Se les entregan las definiciones formales de los siguientes conceptos:
Conceptos importantes
Ejes cartesianos: Son rectas perpendiculares que se cortan.
Cuadrante: Cualquiera de las 4 áreas iguales que se logran al dividir un plano por los ejes "X" e "Y".
Eje X o de abscisas: Es el eje horizontal y se enumera de forma que los valores aumentan hacia la derecha.
Eje Y o de las ordenadas: Es el eje vertical y se enumera de forma que los valores aumentan hacia arriba.
Origen: Punto donde se interceptan los ejes X e Y.
Coordenadas: Al estar ambos ejes enumerados, podemos referirnos a un punto cualquiera mediante dos números: por la medida horizontal y la medida vertical que lo separan del Origen. Estos números se llaman "coordenadas" y se escriben entre paréntesis, separados por una coma, así: (x, y).
Coordenada X: Es el valor horizontal de un par de coordenadas.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td> Coordenada Y: Es el valor vertical en un par de coordenadas.
Después de anotar las definiciones, se le entrega un guía de aprendizaje para resolver en clases. </td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Cierre</td>
<td> Se revisa el primer problema de la guía.
Problema:
Gabriela invitó a su fiesta de cumpleaños a Rafael. La fiesta será en casa de Gabriela y ella le envió un plano esquemático del barrio donde viven para facilitarle la llegada a la fiesta.


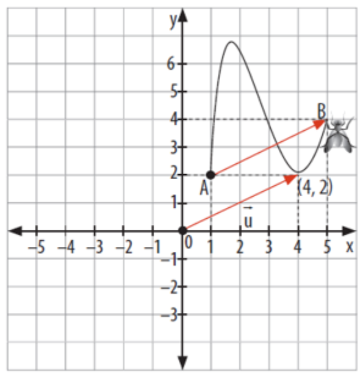
<ol start="6">
Escribe el par ordenado que indica la casa de Rafael y la casa de Gabriela.
Si el cuadriculado indica las cuadras y Rafael camina para ir dese su casa a la de Gabriela. ¿cuántas cuadras camina?
A Gabriela se le olvidó ubicar el correo y el supermercado que están en los siguientes lugares: Supermercado (4,1) y Correo (1,4) ¿Quién está más cerca del supermercado? ¿Cómo lo sabes?
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	9) Escribe el par ordenado que indica el banco, la librería, la biblioteca, el depósito de basura y la galería de arte. 10) ¿Cuántas cuadras de distancia hay entre el banco y la galería de arte? Este Problema se resuelve en conjunto, cada pregunta debe ser discutida.	

ANEXO 3: Descripción clase ejecutada Nº2

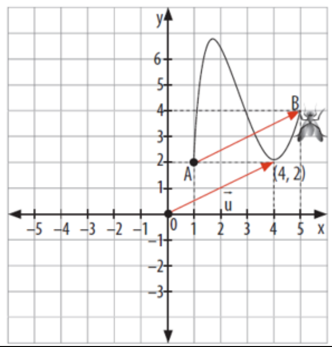
Asignatura: Matemática	**Curso: 1ºA**	**Profesor: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase:** **90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría			
Aprendizajes Esperados:	Representar vectores en el plano cartesiano.			
Habilidades a desarrollar:	• Caracterizar el plano cartesiano. • Utilizar el concepto de vectores en la resolución de problemas.			
Objetivo de la Clase				
Actitudes:	• Terminar los trabajos iniciados.	**Recursos:**		

	• Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal. • Proponer alternativas de solución a problemas propuestos en actividades grupales.	- **Guía de aprendizaje** - **Power point**
Etapas de la Clase	**Actividades a desarrollar**	**Estrategias evaluativas**
Inicio	En primera instancia se definen algunos conceptos de vectores. Como los componentes de un vector, magnitud, dirección y sentido. ¿Qué es un vector? Un vector es un segmento de recta dirigido que se caracteriza por tener: - Magnitud o modulo - Dirección - Sentido La magnitud y modulo es la longitud del vector, es decir, la distancia entre el (origen de la flecha) y el termino (punta de la flecha) y se denota de la forma: $\|\overline{AB}\|$ Con respecto a la magnitud se les debe preguntar a los alumnos si alguna vez esta es negativa.	

Desarrollo	De acuerdo a las definiciones anteriores los alumnos deben ser capaces de representar los vectores en el plano cartesiano. Luego se resuelve el siguiente problema, como ejemplo, en conjunto con la profesora. Pablo estaba observando una mosca cuyo movimiento lo imaginó representado en el plano cartesiano ¿Cómo podría representar geométricamente el desplazamiento? Pablo podría representar el desplazamiento de la mosca a través de un vector AB que se denomina vector de desplazamiento. Para ello puede seguir los pasos:  Los alumnos resuelven una guía de aprendizaje.	
Cierre	Se resuelve un problema de la guía para aclarar las dudas. La idea es que los alumnos lleguen a la respuesta correcta con la guía de la profesora.	

ANEXO 4: Descripción clase mejorada Nº2

Asignatura: Matemática	**Curso: 1ºA**	**Profesor: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase:** **90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría			
Aprendizajes Esperados:	Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicaciones de un vector por un escalar.			
Habilidades a desarrollar:	• Caracterizar el plano cartesiano. • Utilizar el concepto de vectores en la resolución de problemas.			
Objetivo de la Clase	Representar vectores en el plano cartesiano dados sus componentes.			
Actitudes:	• Terminar los trabajos iniciados. • Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal. • Proponer alternativas de solución a problemas propuestos en actividades grupales.	**Recursos:** - **Guía de aprendizaje** - **PowerPoint**		
Etapas de la Clase	**Actividades a desarrollar**		**Estrategias evaluativas**	
Inicio	Se presenta el siguiente problema:			

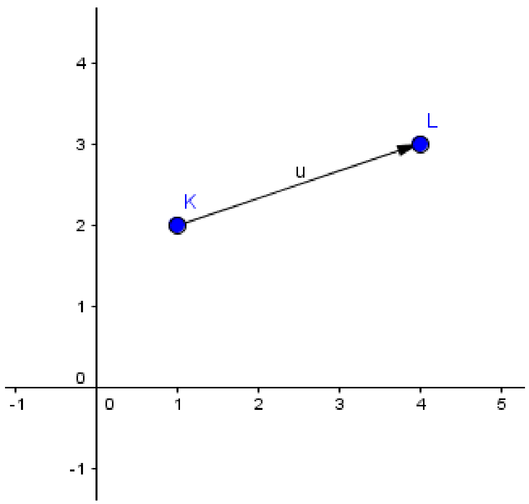
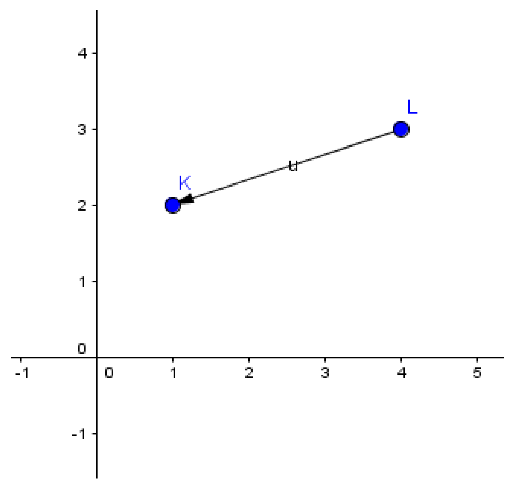
	Pablo estaba observando una mosca cuyo movimiento lo imaginó representado en el plano cartesiano ¿Cómo podría representar geométricamente el desplazamiento? Pablo podría representar el desplazamiento de la mosca a través de un vector AB que se denomina vector de desplazamiento.  Se presenta el problema sin mostrar los vectores, sólo podrán ver el desplazamiento de la mosca en el plano cartesiano. Se les pide a los alumnos que pasen al pizarrón a mostrar las representaciones que ellos hicieron y luego se comentan en conjunto.	
Desarrollo	Después se les pide que calculen individualmente la distancia del vector (para esto es necesario guiarlos para que utilicen el teorema de Pitágoras). Se les da un tiempo de cinco minutos para que intenten resolverlo. Luego se les pide que expongan sus ideas en el pizarrón que se van comentando a medida que salgan las respuestas (se sugiere que la profesora gestione el trabajo de los alumnos antes de hacerlos pasar a la pizarra para que el que tenga la respuesta correcta quede para	

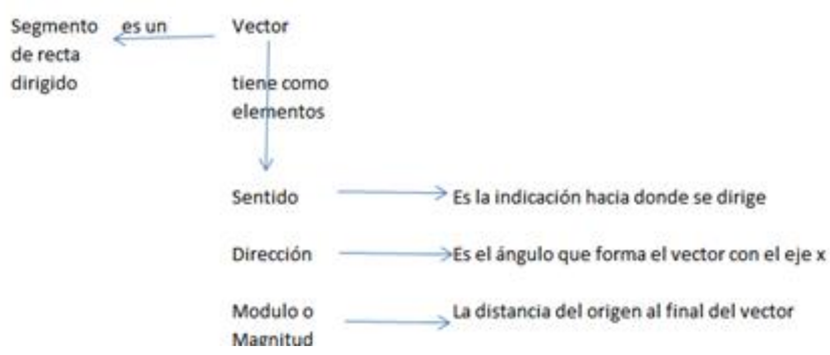
	el final, así de esta manera se genere una discusión previa antes de exponer la respuesta correcta) Cuando los alumnos lleguen a la respuesta correcta se le presentan las definiciones de vector y sus características. • Un vector es un segmento de recta dirigido. Se caracteriza por tener: • Dirección: La dirección es la orientación o el ángulo que forma la recta horizontal que contiene al vector (eje x o paralelo al eje x). • Sentido: El sentido está indicado por la punta flecha del vector e indica hacia donde se dirige. • Magnitud o módulo: La magnitud es la longitud del vector, es decir, la distancia entre el inicio y el término (punta de flecha) y se denota de la forma: $$\left\lvert \overrightarrow{AB} \right\rvert$$ En general, si un vector u tiene componentes (u_1, u_2) su magnitud o módulo se calcula como: $$\left\lvert \vec{u} \right\rvert = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}\,.$$ Los alumnos resuelven una guía de aprendizaje.	

Cierre	Se resuelve un problema de la guía para aclarar las dudas.	

ANEXO 5: Descripción clase ejecutada Nº3

Asignatura: Matemática	**Curso: 1ºA**	**Profesor: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase: 90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría			
Aprendizajes Esperados:	Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicación de un vector por un escalar.			
Habilidades a desarrollar:	Caracterizar el plano cartesiano.			
Objetivo de la Clase	Determinar componentes de un vector			
Actitudes:	› Mostrar un método para realizar las tareas propuestas. › Terminar los trabajos iniciados. › Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.	**Recursos:** - **Guía de aprendizaje** - **PowerPoint**		

Etapas de la Clase	**Actividades a desarrollar**	**Estrategias evaluativas**
Inicio	Se presentará el siguiente problema en el proyector: Sea K=(1,2) y L=(4,3) Determinar las componentes del vector $\overrightarrow{KL}$ y $\overrightarrow{LK}$ El propósito de este problema es recordar lo visto en las clases anteriores. Para esto se les hace preguntas como: ¿Dónde estaría ubicado K? ¿Qué sentido tiene el vector $\overrightarrow{KL}$? Se les da tiempo para que dialoguen entre alumnos para llegar a una respuesta en conjuntos Se les presenta en el proyector dos planos cartesianos para su mayor comprensión  	

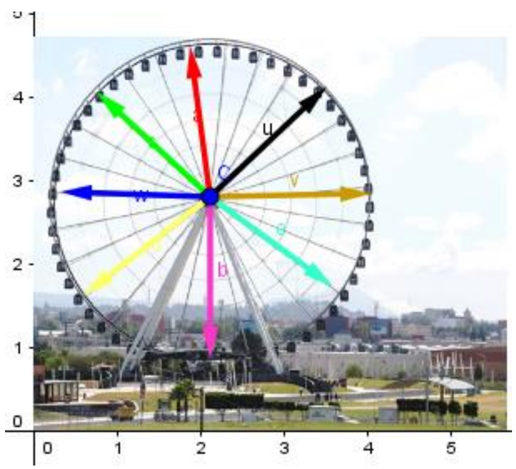
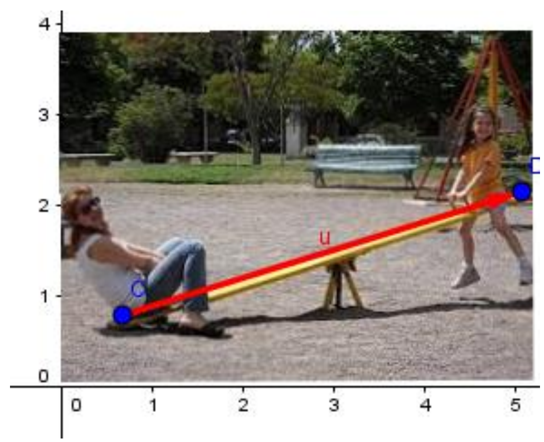
	Antes de responder se les pregunta ¿Qué es un vector? Con intención que los alumnos propongan que tiene magnitud, sentido y dirección, y a la vez que ellos puedan determinar las componentes de cada vector. .	
Desarrollo	Se les propone los siguientes problemas: Calcula la magnitud de los vectores a) $\vec{u} = (4, -2)$ b) $\vec{d} = (-6, -8)$ Se les da tiempo para tener una buen dialogo entre compañeros para tener un consenso de las respuestas del problema y se revisa en conjunto con los alumnos. Luego, se realiza un resumen (mapa conceptual) para evaluar el manejo de conceptos y contenidos por medio de las opiniones y consensos finales por parte de los alumnos  	

Cierre	Se presenta el siguiente problema Lautaro Montaña, quiso cambiarse de cuidad, pero quería llevarse la casa con él hacia el norte, así que programó una minga para trasladar la casa. Uno de los problemas que se le presentó a Lautaro fue el río, el cual tenía una corriente de 4 kilómetros por hora de oeste a este, mientras que el bote tenía una velocidad de 6 kilómetros por hora. De este problema se les hará las siguientes preguntas: • ¿Dónde llegó la casa de Lautaro en una hora? • ¿Cómo podrías representar la situación? Se lee en conjunto el problema y se esperan los argumentos de los alumnos para llegar al resultado esperado.	

ANEXO 6: Descripción clase mejorada Nº 3

Asignatura: Matemática	**Curso: 1ºA**	**Profesor: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase: 90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría			

<table>
<tr><td>Aprendizajes Esperados:</td><td colspan="3">Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicación de un vector por un escalar.</td></tr>
<tr><td>Habilidades a desarrollar:</td><td colspan="3">Caracterizar el plano cartesiano.</td></tr>
<tr><td>Objetivo de la Clase</td><td colspan="3">Determinar componentes de un vector</td></tr>
<tr><td>Actitudes:</td><td>› Mostrar un método para realizar las tareas propuestas.
› Terminar los trabajos iniciados.
› Tomar iniciativa en actividades de carácter grupal.</td><td colspan="2">Recursos:
- Guía de aprendizaje
- PowerPoint</td></tr>
<tr><td>Etapas de la Clase</td><td colspan="2">Actividades a desarrollar</td><td>Estrategias evaluativas</td></tr>
<tr><td>Inicio</td><td colspan="2">Se presentan las siguientes imágenes en donde los alumnos deberán identificar vectores y al mismo tiempo ubicar sus puntos de origen y final.</td><td></td></tr>
</table>

	 	
Desarrollo	Luego que los alumnos ya hayan identificado los vectores con sus respectivos puntos de origen y final, se muestra nuevamente las imágenes, pero esta vez dentro de un plano cartesiano, en el cual los alumnos deberán trasladar cada uno de los vectores al origen de sus respectivos planos cartesianos.  	

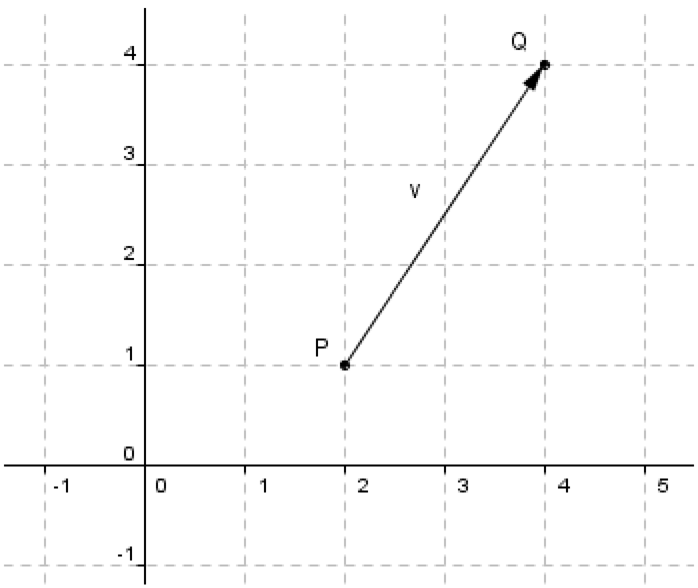
Una vez realizada la actividad se les pregunta a los alumnos cómo realizaron el traslado del vector, se discute y compara las distintas respuestas, con la finalidad de validar la que más se acerque a la definición que viene a continuación

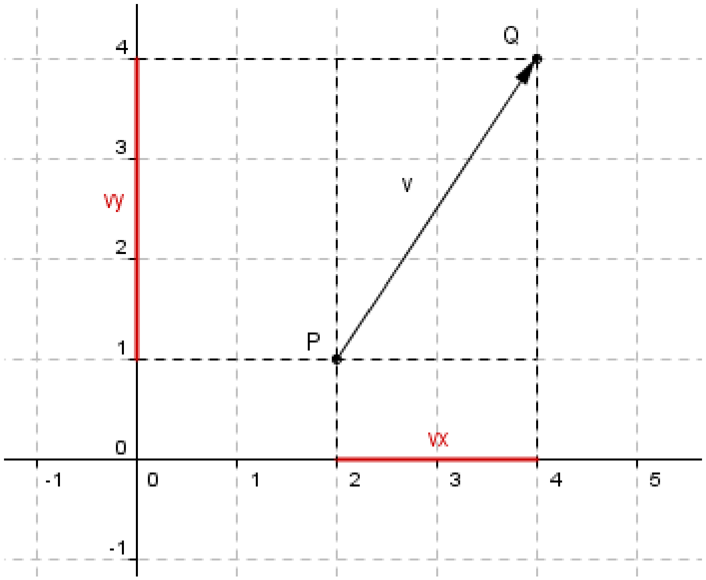
Título de la clase: componentes del vector

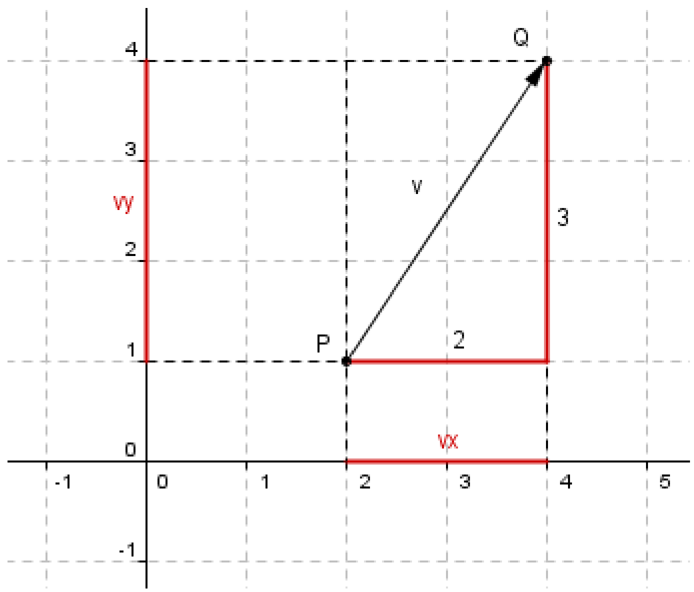
Definición de componentes del vector: Desplazamiento que hay que realizar para moverse desde el origen del vector hasta su extremo (punto final del vector)

Ejemplo;

Tenemos el siguiente vector



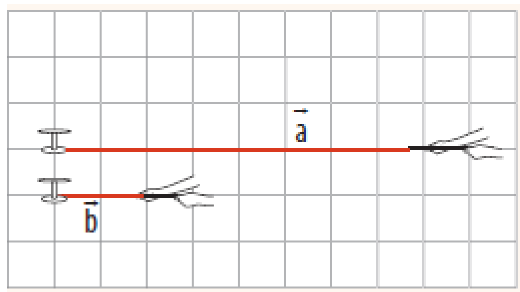
	Luego analizamos el desplazamiento desde su origen (2,1) hasta su extremo (4,4)  En el gráfico vemos que vx y vy son las proyecciones del vector sobre los ejes.	

	 Así, las componentes del vector son (vx;vy) = (2, 3).	
Cierre	Para finalizar la clase se presenta el siguiente problema contextualizado. Lautaro Montaña, quiso cambiarse de cuidad, pero quería llevarse la casa con él hacia el norte, así que programó una minga para trasladar la casa. Uno de los problemas que se le presentó a Lautaro fue el río, el cual tenía una corriente de 4 kilómetros por hora de oeste a este, mientras que el bote tenía una velocidad de 6 kilómetros por hora. De este problema se les hará las siguientes preguntas: • ¿Dónde llegó la casa de Lautaro en una hora?	

	• ¿Cómo podrías representar la situación? • ¿cuáles son los componentes del vector traslado?	

ANEXO 7: Descripción clase ejecutada Nº4

<table>
<tr><td>Asignatura: Matemática</td><td>Curso: 1ºA</td><td>Profesor: Romina Valdebenito</td><td>Fecha de Clase:</td><td>Tiempo de la Clase: 90 minutos</td></tr>
<tr><td>Unidad o Contenido:</td><td colspan="4">Geometría</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes Esperados:</td><td colspan="4">Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicaciones de un vector por un escalar</td></tr>
<tr><td>Habilidades a desarrollar:</td><td colspan="4">Caracterizar el plano cartesiano.</td></tr>
<tr><td>Objetivo de la Clase</td><td colspan="4">Representar la multiplicación de un vector por un escalar</td></tr>
<tr><td>Actitudes:</td><td colspan="2">› Perseverancia, rigor al resolver problemas matemáticos</td><td colspan="2">Recursos:
- Guía de aprendizaje</td></tr>
</table>

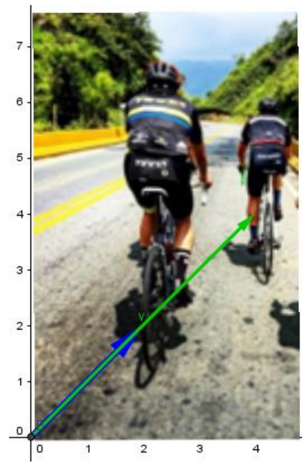
		- **Power point**
Etapas de la Clase	**Actividades a desarrollar**	**Estrategias evaluativas**
Inicio	Contrato didáctico Se les presenta el siguiente problema Gabriela está corriendo una mesa aplicando una fuerza como la que representan los vectores en la imagen.  - ¿Cuántas veces es mayor la fuerza que aplica Gabriela en $\vec{a}$ comparada con la de $\vec{b}$? - Si quisiera mover la mesa, pero en sentido contrario, aplicando el quíntuplo de la fuerza según $\vec{b}$, ¿por cuánto debiera multiplicar este vector? Se les pide a los alumnos que lo comenten, para luego en conjunto revisar a las conclusiones y respuestas a las que llegaron. Después de comentar las respuestas se les menciona lo que significa este ejercicio.	Evaluación sumativa. Observación grupal.

Desarrollo	Título: Multiplicación de un vector por un escalar Luego de ver el problema de los barcos ahora se presenta la siguiente actividad. Identifica los cambios que se producen en el vector $\vec{w} = (3,2)$ al multiplicarse por los siguientes escalares y represéntelos en el plano cartesiano a) 2 b) -3 c) -1/2 d) 3/4 Después de darle un tiempo para resolver los problemas se hace pasar a algunos alumnos al azar y puedan justificar su respuesta frente a sus compañeros. Finalmente se resuelven dudas de la clase y de hace algunas preguntas para terminar la clase. ¿Qué es un escalar? ¿Cómo se representa un vector multiplicado con un escalar?	
Cierre	Se les entrega una guía de aprendizaje y se revisa en conjunto.	

ANEXO 8: Descripción clase mejorada Nº4

Asignatura: Matemática	**Curso: 1ºA**	**Profesor: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase: 90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría			

Aprendizajes Esperados:	Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicaciones de un vector por un escalar		
Habilidades a desarrollar:	Caracterizar en el plano cartesiano		
Objetivo de la Clase	Representar la multiplicación de un vector por un escalar		
Actitudes:	› Perseverancia, rigor al resolver problemas matemáticos	**Recursos:** - **Guía de ejercicios**	
Etapas de la Clase	**Actividades a desarrollar**		**Estrategias evaluativas**
Inicio	Se les presenta la siguiente imagen donde los alumnos deben mencionar todo lo que ven. 		Evaluación sumativa. Observación grupal.

	Luego se les pregunta si pueden visualizar vectores y que los representen en la imagen.	
Desarrollo	Luego se les presenta la siguiente imagen  Donde el primer ciclista representa el vector (2,2) y el segundo ciclista representa el vector (4,4) Se les pregunta a los alumnos ¿Qué se puede concluir con respecto a los vectores que representan a cada ciclista que se muestran en la imagen? El objetivo es que los alumnos se den cuenta que las componentes del segundo vector son el doble de las componentes del primer vector.	

	Por lo tanto, el segundo vector también se puede escribir de la siguiente forma 2(2,2) Luego, se define el concepto de vector por un escalar El producto de un escalar por un vector da por resultado otro vector, con la misma dirección que el primero. Al hacer la multiplicación, el escalar cambia el módulo del vector (gráficamente el largo) y en caso de ser negativo cambia también el sentido. La dirección del vector resultado es siempre la misma que la del vector original. Matemáticamente se realiza multiplicando al escalar por cada una de las componentes del vector. Se presenta el siguiente problema Matilde y Esteban están jugando a saltar sobre el diseño de un plano cartesiano. Esteban se ubica en el punto (0,0) y salta hasta el punto (6,3). Matilde realiza el mismo procedimiento y salta hasta el punto (2,1). Esteban le dice a Matilde que su salto es el triple de largo que el de ella. ¿Es cierto lo que dice Esteban?	
Cierre	Finalmente se les entrega una guía de aprendizaje y se revisa en conjunto.	

ANEXO 9: Descripción clase ejecutada Nº5

<table>
<tr><td>Asignatura: Matemática</td><td>Curso:1ºA</td><td>Profesora: Romina Valdebenito</td><td>Fecha de Clase:</td><td>Tiempo de la Clase: 90 minutos</td></tr>
<tr><td>Unidad o Contenido:</td><td colspan="4">Geometría

Vectores</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes Esperados:</td><td colspan="4">Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicaciones de un vector por un escalar</td></tr>
<tr><td>Habilidades a desarrollar:</td><td colspan="4">Caracterizar en el plano cartesiano</td></tr>
<tr><td>Objetivo de la Clase</td><td colspan="4">Sumar y restar vectores</td></tr>
<tr><td>Actitudes:</td><td colspan="2">Perseverancia, rigor
al
resolver
problemas matemáticos</td><td colspan="2">Recursos:

PowerPoint

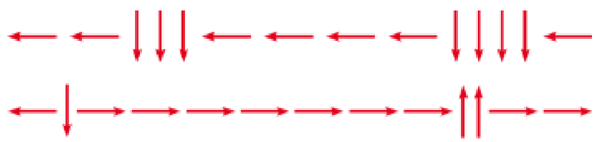
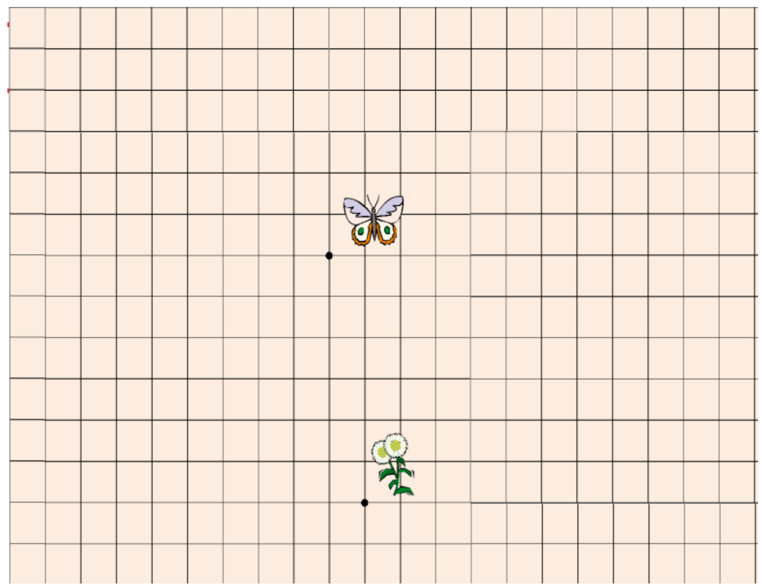
Guía de trabajo</td></tr>
<tr><td>Etapas de la Clase</td><td colspan="3">Actividades a desarrollar</td><td>Estrategias evaluativas</td></tr>
<tr><td>Inicio</td><td colspan="3">Se les presenta nuevamente la situación:

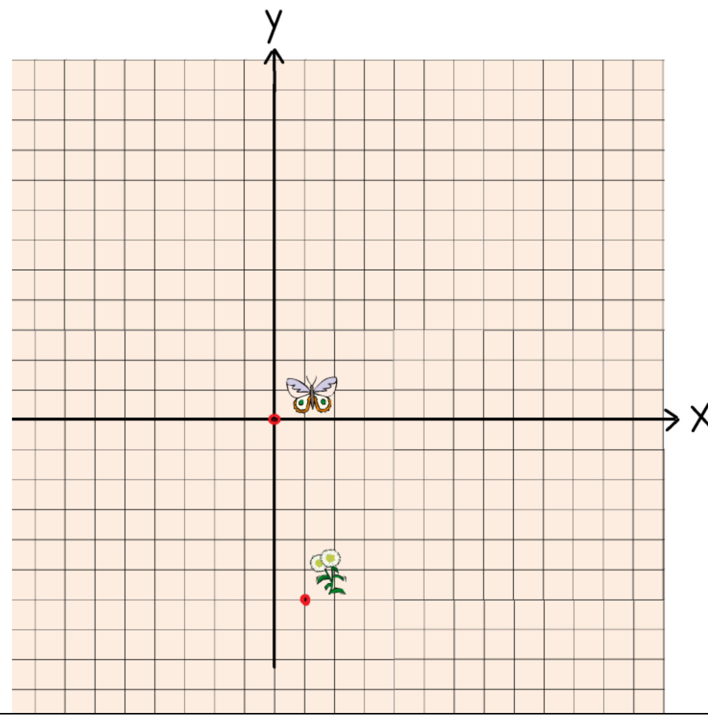
Lautaro Montaña, quiso cambiarse de cuidad, pero quería llevarse la casa con él hacia el norte, así que programó una minga para trasladar la casa. Uno de los problemas que se le presentó a Lautaro fue el río, el cual tenía una corriente de</td><td>Observación y revisión de resultados.</td></tr>
</table>

	4 kilómetros por hora de oeste a este, mientras que el bote tenía una velocidad de 6 kilómetros por hora. Se les pregunta: Si ubicamos la casa el punto (0,0) de un plano cartesiano. ¿Cuáles serían las coordenadas que avanzaría la casa en una hora si el río no tuviera corriente? ¿Cuáles serían las coordenadas que avanzaría la casa en una hora si el bote no tuviera motor? De modo que identifiquen el vector 1= (0,6) y el vector 2= (4,0) y que relacionen al vector de llegada (4,6) como el resultado de la suma los vectores 1 y 2. Luego se da a conocer la suma de vectores por el método del polígono.	
Desarrollo	A continuación, se les entrega la guía de ejercicios para que desarrollen el ítem de suma de vectores. - Se revisa la guía en conjunto y se presenta una resta de vectores. en la cual ellos deberán inferir que se resuelve de la misma forma pero restando y continúan trabajando la guía.	
Cierre	Se revisan los ejercicios	

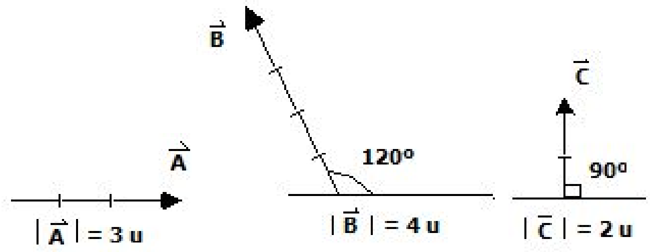
ANEXO 10: Descripción clase mejorada Nº 5

Asignatura: Matemática	**Curso:1°A**	**Profesora: Romina Valdebenito**	**Fecha de Clase:**	**Tiempo de la Clase: 90 minutos**
Unidad o Contenido:	Geometría Vectores			
Aprendizajes Esperados:	Representar en el plano adiciones, sustracciones de vectores y multiplicaciones de un vector por un escalar			
Habilidades a desarrollar:	Caracterizar en el plano cartesiano			
Objetivo de la Clase	Sumar y restar vectores			
Actitudes:	Perseverancia, rigor al resolver problemas matemáticos	**Recursos:** PowerPoint Guía de trabajo		
Etapas de la Clase	**Actividades a desarrollar**	**Estrategias evaluativas**		
Inicio	Se les entrega una guía de aprendizaje y se les muestra en la siguiente actividad: Actividad de inicio: ¡Construye el camino! Utiliza todas las flechas para que la mariposa llegue a la flor. Considera que cada flecha tiene la misma medida de cada cuadrado.	Observación y revisión de resultados.		

	  ¿Qué representan las flechas? ¿Encontraste otro camino para que la mariposa llegue a la flor? Ahora, comienza a construir el camino comenzando de la flor hasta la mariposa, ¿Cuál es la diferencia? Dibuja la distancia que hay entre la mariposa y la flor. ¿Qué relación existe entre la distancia y el camino recorrido entre la mariposa y la flor?	

	Se comentan las respuestas y se concluye que los caminos descritos son la trayectoria y la distancia que existe entre la mariposa y la flor es el desplazamiento. Se espera que los alumnos relacionen que el desplazamiento es la suma de todos los caminos (vectores) que formaron el camino.	
Desarrollo	Actividad: En el plano cartesiano, ubica las coordenadas de cada vector y determina sus componentes. ¿Cuál es la componente del desplazamiento de la mariposa? ¿Cómo lo relacionarías con las componentes de los vectores? 	

	Se comentan las respuestas con el objetivo de que los alumnos discutan sus respuestas, el profesor sólo debe gestionar la discusión y guiarla para que concluyan, en este caso, a sumar las componentes de los vectores, resultando el vector (1,-6) que coincide con el vector desplazamiento de la mariposa. Y se les plantea la siguiente pregunta: ¿Qué representa el vector (1,-6)? ¿Qué ocurre si le cambias el sentido a cada flecha? ¿Para donde se desplazará la mariposa? Título de la clase: Suma de vectores por el método del polígono. Se les entregan las definiciones y propiedades. El método polígono: Consiste en colocar en secuencia los vectores manteniendo su magnitud, dirección y sentido; es decir, se coloca un vector a partir de la punta flecha del anterior. El vector resultante está dado por el segmento de recta que une el origen o *la cola* del primer vector y la punta flecha del último vector. Vector resultante: Vector que tiene origen coincidente con el primer vector y que finaliza con el extremo del vector ubicado en el último lugar.	

	Se realiza el siguiente ejemplo: Encontrar los vectores $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$  Cuando dos vectores se restan, el procedimiento anterior es el mismo, lo único que cambia es el *sentido* del vector que le sigue al signo menos. Por ejemplo, al restar el vector $\vec{A}$ del vector $\vec{B}$ se tiene: $\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+\ (\overrightarrow{-B})$	
Cierre	Se revisa el problema de la guía de aprendizaje de la siguiente situación: Lautaro Montaña, quiso cambiarse de cuidad, pero quería llevarse la casa con él hacia el norte, así que programó una minga para trasladar la casa. Uno de los problemas que se le presentó a Lautaro fue el río, el cual tenía una corriente de 4 kilómetros por hora de oeste a este, mientras que el bote tenía una velocidad de 6 kilómetros por hora. Se les pregunta: Si ubicamos la casa el punto (0,0) de un plano cartesiano.	

	¿Cuáles serían las coordenadas que avanzaría la casa en una hora si el río no tuviera corriente? ¿Cuáles serían las coordenadas que avanzaría la casa en una hora si el bote no tuviera motor? De modo que identifiquen el vector 1= (0,6) y el vector 2= (4,0) y que relacionen al vector de llegada (4,6) como el resultado de la suma los vectores 1 y 2. ¿Cómo representarías el desplazamiento por el método del polígono? ¿Cuál es el vector resultante y que significa dicho vector?	

ANEXO 11: Evaluación final realizada a los alumnos de primero medio

E V A L U A C I Ó N

Nota:

Subsector de Aprendizaje: Matemática — Nivel: **NM1**

Profesora: Romina Valdebenito

Unidad: Transformaciones Isométricas — **Pje obtenido**:______ **Pje.**

Total: 38 puntos

Contenidos: Plano cartesiano
Componentes de Vectores
Multiplicación y suma de vectores

Estudiante :_______________________________________ **Curso**:_____________ **Fecha** :____________

Instrucciones generales

- Esta prueba de está constituida por:
  1. 7 ítems de alternativa múltiple. En cada caso encierra en un **círculo** la alternativa correcta con lápiz de **pasta azul o negro.**
  2. 4 ítems de desarrollo, los que deberás resolver en los espacios asignados.
- Cada pregunta debe tener su **desarrollo** escrito en la prueba, excepto aquellas que sean de respuesta directa (habilidad de conocimiento).
- **No** se acepta borrar con corrector.
- **No** se acepta desarrollos de ejercicios con lápiz de pasta o se le descontará 2 décimas.

I. Alternativa múltiple. Encierre en un círculo la alternativa correcta.

1. Dado un vector $\overrightarrow{AB}$, ¿Cuál de las siguientes opciones es afirmativa?

(2 puntos) (Habilidad de Conocimiento)

a) El punto B es el origen del vector $\overrightarrow{AB}$
b) El punto A es el origen del vector $\overrightarrow{AB}$
c) El vector $\overrightarrow{AB}$ es el mismo que el vector $\overrightarrow{BA}$
d) Todas las anteriores
e) Ninguna de las anteriores

2. Un vector se caracteriza por tener: (2 puntos)(Habilidad de Conocimiento)

I) Módulo II) Dirección III) Sentido

De éstas, son correctas:

a) Sólo I
b) Sólo I y II
c) Sólo I y III
d) Sólo II Y III
e) I, II y III

3. La punta de la flecha de un vector indica: (2 puntos)(Habilidad de Conocimiento)

a) Módulo
b) Dirección
c) Sentido
d) Magnitud
e) Ninguna de las anteriores

4. Al multiplicar un vector $\vec{v}$ por un escalar mayor que uno, cambia: (3puntos)(Habilidad de Comprensión)

a) El sentido
b) El módulo
c) La dirección
d) Módulo y dirección
e) Todas las anteriores

5. ¿En qué cuadrantes está ubicado el par ordenado (2,-3) del plano cartesiano? (3 puntos)(Habilidad de Comprensión)

a) I cuadrante
b) III cuadrante
c) IV cuadrante
d) II cuadrante
e) cuadrantes I y II

6. La magnitud o módulo del siguiente vector $\overrightarrow{CF} = (4, -2)$ es:

(4 puntos cada uno)(Habilidad de Aplicación)

a) $\sqrt{20}$
b) $\sqrt{12}$
c) $-\sqrt{20}$
d) $-\sqrt{12}$
e) $\sqrt{-20}$

7. Al sumar los vectores $\vec{v}$ (-2, 3) y $\vec{u}$ (5, -1) da como resultado el vector:

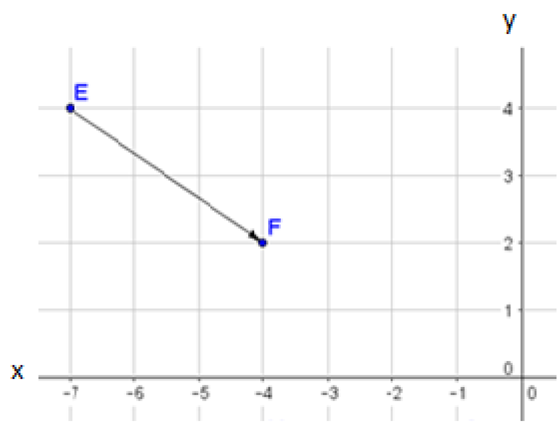
(3 puntos)(Habilidad de Comprensión)

a) = (3, 2)
b) = (7, 4)
c) = (-3, 2)
d) = (-3, 2)
e) = (-7, -4)

II. Desarrollo

1. Determina las componentes o coordenadas del vector $\overrightarrow{EF}$.

(4 puntos)(Habilidad de Aplicación)



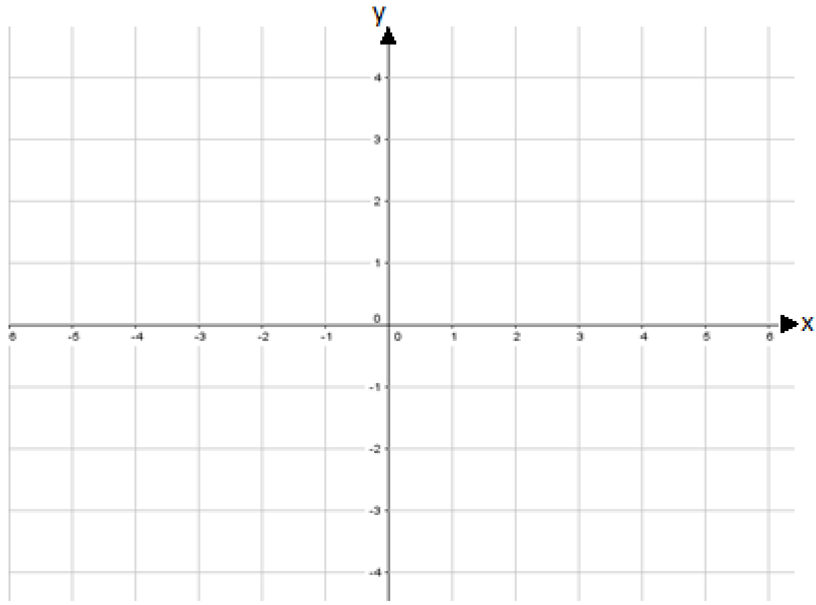
Dados los vectores $\vec{u} = (3, -2)$ y $\vec{v} = (1, 1)$, calcular y graficar:

(3 puntos c/u)(Habilidad de Aplicación)

a) $\vec{u}+\vec{v}$

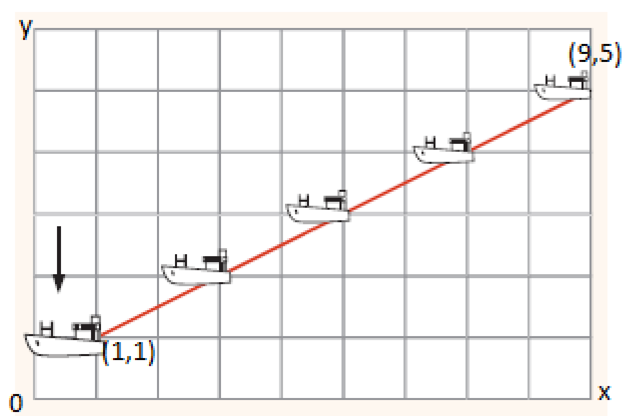
b) $\vec{u}-\vec{v}$

c) $2\vec{u}$



III. Resuelve el siguiente problema.

1. Un barco va a la deriva y el radar que lo detectó observó las siguientes señales de su desplazamiento, comenzando desde el barco que indica la flecha.



a) ¿Cuál es la componente del vector desplazamiento de cada instante?
(3 puntos)(Habilidad de comprensión)

b) ¿Cuál sería el vector que traslada directamente al barco desde el inicio hasta el fin de la imagen? (3 puntos)(Habilidad de comprensión)

ANEXO 12: Instrumento de evaluación complementaria

Nombre: Curso:

Responda con respecto al problema.

I. Marque con una X la opción que lo identifique.

	Nada	Poco	Bastante	Mucho
¿Entiendes lo que dice el problema?				
¿Entiendes cuáles son los datos?				
¿Entiendes lo que se pide?				
¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras?				

II. Responda de forma breve las siguientes preguntas

1. ¿Hay palabras que no entiende? ¿Cuáles?

2. ¿Qué datos entrega el problema?

3. ¿Qué hay que encontrar?

ANEXO 13: Pautas de análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de un proceso de instrucción

1. Idoneidad epistémica

COMPONENTE:	DESCRIPTORES:
Errores	• No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	• No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos claros y correctos enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	• La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.)
Representatividad	• Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo. • Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. • Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. • Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbales, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

2. Idoneidad cognitiva

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Conocimientos previos (Componentes similares a la dimensión epistémica)	• Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se ha estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). • Lo significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	• Se incluyen actividades de ampliaciones y refuerzo.
Aprendizaje	• Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementadas.

3. Idoneidad mediacional

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadora, ordenadores)	• Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. • Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	• El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. • El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparte todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva / tutorización; tiempo de aprendizaje)	• Adecuación de los significados pretendidos / implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). • Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. • Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

4. Idoneidad emocional

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Intereses y necesidades	• Selección de tareas de interés para los alumnos. • Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	• Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. • Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad: el argumento se valora en sí mismo y no por quien lo dice.
Emociones	• Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. • Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

5. Idoneidad interaccional

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Interacción docente-discente	• El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) • Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuadas, etc.) • Se busca llegar a concesos con base al mejor argumento. • Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. • Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión
Interacción entre discentes	• Se favorece el dialogo y comunicación entre los alumnos. • Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	• Se contemplan momentos en los que los alumnos asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).
Evaluación formativa	• Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

6. Idoneidad ecológica: Grado de adaptación curricular, socio-profesional y conexiones intra e interdisciplinares.

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Adaptación al currículo	• Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Conexiones intra e interdisciplinares	• Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares.
Utilidad socio-laboral	• Los contenidos son útiles para la inserción socio-laboral.