

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA



UCSC

**ESTUDIO SOBRE LA GESTIÓN DE LA HABILIDAD DE MODELAR DE UN
PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN UN COLEGIO DE LA CIUDAD DE
CONCEPCIÓN, EN EL EJE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA, UN ESTUDIO DE
CASO.**

Seminario de Investigación para optar al Grado Académico de Licenciado en Educación

Estudiantes

PEDRO DARÍO ANDRADES BERNALES

SERGIO IGNACIO FERNÁNDEZ MUÑOZ

CONSUELO ELISA GUTIÉRREZ NANCABIL

FERNANDO ANTONIO RIOS HERRERA

Profesor guía

PROFESOR HERNÁN MORALES PAREDES

**Concepción, Chile
2019**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia por todo su apoyo durante toda mi vida, especialmente a mi madre por haberme aconsejado, cuidado y amado siempre, agradezco a mi pareja Mónica por ser un pilar de serenidad, compromiso y apoyo en estos últimos años, a mis compañeros de seminario que en conjunto logramos llevar a cabo esta investigación. En general a todos los seres queridos que creyeron en mí, que hicieron posible que este sueño de ser profesor se haga realidad.

Pedro Andrades Bernales

Agradezco a Dios por darme fuerza y vitalidad todos estos años, pero principalmente a mis padres por su apoyo incondicional en todo mi proceso educativo, familiares y amigos, por hacer que mis días fueran más agradables. Finalmente, a toda aquella experiencia adquirida durante esta etapa importante de mi vida.

Sergio Fernández Muñoz

Agradezco a mi familia por el constante apoyo académico y espiritual; a mí mejor amiga Francisca por siempre aconsejarme, a compañeros tanto amigos y cercanos como con los que sólo me crucé por algunos ramos; a los profesores por influir rotundamente en mi formación universitaria. Y finalmente agradecer a gente que por diversas razones ya no están en mi vida, toda persona deja un granito de arena que nos forma un poquito más hasta lo que somos ahora.

Consuelo Gutiérrez Nancabil

Agradezco a mi familia por enseñarme que con esfuerzo se logran grandes cosas, además de entregarme todo lo necesario y ser mi apoyo en cada momento, a mis amigos por confiar en mí y estar ahí cuando los necesite, y por todas aquellas instancias compartidas.

Fernando Ríos Herrera

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo evidenciar la gestión del docente sobre la habilidad modelar en el eje de Probabilidad y Estadística en segundo año medio del establecimiento educacional evangélico, ubicado en la comuna de Hualpén. Se comienza con lo establecido en las planificaciones, es decir, lo realizado en la sala de clases y en lo declarado en la entrevista, para así buscar una coherencia y relación entre ambas. Dado lo anterior, se efectúa una investigación documental de las principales fuentes bibliográficas en Chile, tales como la habilidad de modelamiento, procesos didácticos y conceptos matemáticos, como los textos y programas de estudio del Ministerio de Educación (MINEDUC), y así ser empleados en el análisis de las grabaciones de clases, la entrevista y las planificaciones. Con respecto a lo mencionado, se elaboran categorías y subcategorías, con la finalidad de interpretar la gestión empleada por el docente para desarrollar la habilidad modelar.

Finalmente, cabe señalar que, el profesor desarrolla la habilidad modelar de manera muy reducida y limitada, ya que desconoce el proceso de modelamiento matemático y, por ende, los estudiantes poseen una escasa promoción de esta.

Palabras claves: habilidad, modelar, matematización, didáctica, contenidos.

ABSTRACT

The purpose of this investigation is to demonstrate the management of the teaching on the modeling ability in the contents of Probability and statistics in sophomore year in the evangelical establishment, located in Hualpén. This begins with the established planifications, that means, activities in the classroom and what was stated in the interview, in order to find coherence and relationship between both. Therefore, documentary research of the main bibliographical sources in Chile is carried out, like the ability of modeling, didactic processes and mathematical concepts, such as the texts and study programs of the Ministry of Education, and thus be employed in the analysis of the class recordings, the interview, and the plans. In relation to the mentioned, categories and subcategories are elaborated with the purpose of interpreting the management used by the teacher to develop the modeling ability.

Finally, it should be noted that the teacher develops modeling skills in a very limited way, because he does not know the process of mathematical modeling and, hence, students have little promotion of it.

Keywords: ability, modeling, mathematization, didactic, contents.

Índice

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I.....	2
PROBLEMATIZACIÓN	2
OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN	7
1. Objetivo general	7
2. Objetivos específicos.....	7
CATEGORÍAS DE INVESTIGACIÓN	8
1. Modelar	8
2. Matematización	8
3. Orientaciones Didáctica	8
4. Procesos didácticos	10
5. Conceptual.....	10
CAPÍTULO II	11
MARCO TEÓRICO	11
1. Habilidad en el ámbito de la educación media.....	12
2. Habilidad modelar	13
3. Ciclo de la matematización	16
4. Vínculo entre modelación y matematización	19
5. Procesos didácticos y planificación de clases	20
5.1 Contrato didáctico	21
5.2 Planificación.....	23
6. Explicación conceptual de los contenidos de datos y azar	24
7. Orientaciones didácticas nacionales.....	28
8. Unidad Probabilidad y Estadística Programa Matemática Segundo Medio 2016.....	33
8.1 Objetivos de aprendizaje	33
8.2 Conocimientos.....	34
8.3 Habilidades.....	34
CAPÍTULO III.....	35
MARCO METODOLÓGICO	35
1. Tipo de investigación enfoque	36
2. Diseño de la investigación.....	36
3. Participantes	37
4. Supuestos.....	38
5. Categorías de análisis	38

6. Técnicas e Instrumentos de recopilación de datos	39
6.1 Pauta de observación	39
6.2 Grabación de una clase.....	39
6.3 Categorías y subcategorías de análisis	40
CAPÍTULO IV	42
RESULTADOS Y ANÁLISIS	42
1. Registro de las observaciones de las clases filmadas del profesor	43
2. Análisis interpretativo de las clases.....	64
2.1 Habilidad modelar	64
2.2 Matemización	66
2.3 Orientaciones didácticas.....	67
2.4 Procesos didácticos y planificación de clases	69
2.5 Conceptual.....	70
3. Análisis entrevista	71
4. Análisis de planificaciones.....	73
CAPÍTULO V	74
CONCLUSIONES	74
CAPÍTULO VI.....	77
LIMITACIONES Y PROYECCIONES	77
1. Limitaciones	78
2. Proyecciones	78
BIBLIOGRAFÍA.....	79
1. Enlace videos de clase.....	84
2. Transcripciones de clases	84
Clase 1	84
Clase 2.....	94
Clase 3.....	107
3. Pauta observación.....	116
4. Entrevista al docente	118
5. Autorización.....	120
6. Planificación entregada por el docente.....	121

Índice de tablas

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Textos escolares.....	25
Tabla 2: Textos universitarios y/o académicos.....	27
Tabla 3: Pauta de observación de clase.....	116
Tabla 4: Categorías y subcategorías.....	40
Tabla 5: Análisis del registro de clases.....	43

INTRODUCCIÓN

En el transcurso de los años se ha señalado que los contenidos de Probabilidad y Estadística han sido considerados como una de las ramas de las matemáticas de menos dominio conceptual por parte de los docentes, y se consideran razones como la demanda de tiempo, recursos, clima de trabajo entre otros. Sin embargo, durante este último tiempo se han realizado cambios significativos en el currículum chileno, siendo esta unidad una de las más trascendentes en la asignatura de matemática. Paralelamente se han incluido las denominadas habilidades matemáticas entre las cuales se encuentran resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar, las cuales el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) promueve para desarrollar las competencias matemáticas descritas por “Programme for International Student Assessment” (PISA), y es el docente el encargado de promover distintas habilidades para los estudiantes con el fin de una mejor comprensión del contenido.

Para propósitos de esta investigación se ha considerado la habilidad de modelamiento matemático ya que, de acuerdo con lo que hemos observado como estudiantes, es una de las menos consideradas por los docentes al momento de desarrollar los contenidos matemáticos dispuestos por el currículum. Además, con las características que cumple esta habilidad, permite desarrollar un aprendizaje significativo en el estudiante a través de diversas metodologías, es por ello por lo que nace el objetivo de esta investigación, el cual busca identificar y describir las prácticas en el aula empleadas por los docentes, para promover el desarrollo de la habilidad modelar en la enseñanza media.

El enfoque metodológico utilizado en esta investigación es de carácter cualitativo exploratorio y descriptivo, el cual busca identificar las prácticas de los docentes respecto a la habilidad de modelar del contenido Estadística.

CAPÍTULO I
PROBLEMATIZACIÓN

CAPÍTULO I

PROBLEMATIZACIÓN

La unidad de Probabilidad y Estadística ha sido considerada como una de las ramas de las matemáticas de menos dominio conceptual y didáctico por los docentes del sistema de educación secundario, es decir que, en los planes y programas de estudios propuestos por el MINEDUC el eje Datos y Azar se encuentra en último lugar. El currículo que se presenta antes, con las unidades de Números, Álgebra y Geometría, presentan una mayor cobertura temporal, esto queda en evidencia al observar las horas pedagógicas destinadas por el programa de estudio de matemáticas 2012, asignando 55 horas pedagógicas a la unidad de Datos y Azar de un total de 275, esto es decir solo un 20%. Mientras que la unidad de Números posee un 28.36%, Geometría un 22.54% y Álgebra un 29.09% del total. A su vez, las otras unidades de estudio se priorizan por poseer características y propiedades de algoritmos clásicos de la matemática, como son los métodos matemáticos y el costo en tiempo que los docentes destinan para ello. Entonces, la unidad de Probabilidad y Estadística se ha visto desplazada hasta llegar al punto de desentenderse de ella, en el caso de no alcanzar a enseñarse. Sin embargo, recientemente, se han realizado reformas significativas en el currículum chileno, siendo la unidad ya mencionada una de las más beneficiadas en la asignatura de matemática, tal es la magnitud que el programa de estudio para segundo medio que toma vigencia el año 2018, destinó a la unidad de Probabilidad y Estadística 71 horas pedagógicas de un total de 266 horas, a los colegios que se encuentren adscritos al régimen de jornada escolar completa diurna correspondiente a un 26.69% del total de horas de matemática. También se puede observar en los últimos dos años por el protagonismo en la Prueba de Selección Universitaria (PSU), y esto sugiere que los docentes se han visto impulsados a incluir dicha unidad en sus clases. Sin embargo, debido a los años de vacío e irrelevancia, los docentes se han visto desactualizados sobre las nuevas estrategias didácticas propuestas para el aprendizaje de este eje, entonces se debiera proporcionar un refuerzo a la estructura conceptual de Probabilidad y Estadística considerando e incluyendo la habilidad modelar, siendo esta una de las más complejas de abordar por los docentes ya que existe un déficit referente a esta habilidad.

Dentro de lo anterior y dado el grado de dificultad que posee el modelamiento matemático procedemos a dar la importancia de la unidad propuesta. En este sentido

podemos establecer el uso de la probabilidad y estadística en el contexto de la vida cotidiana como por ejemplo el uso de los datos en el contexto económico y su impacto social en nuestro país como el cálculo del Índice de Precios al Consumidor (IPC), Unidad Tributaria Mensual (UTM), Unidad de Fomento (UF), entre otras. Como también en las predicciones de estos indicadores a futuro y el cambio de la bolsa de valores, todo lo anterior sustenta la economía y prosperidad nacional.

También en el área de la salud, al recopilar datos y realizar estadísticas que sustentan una base de éxito en cirugías y recuperación de pacientes, las cuales permiten optimizar la toma de decisiones al momento de actuar y del consentimiento informado de ellos. Dentro del mismo ámbito de la salud los datos permiten además promover a conciencia la prevención de enfermedades para poblaciones de riesgo, de igual forma los promedios de recuperación sobre lesiones en los deportes y dentro de este mismo factor social las estadísticas permiten, además, realizar predicciones sobre resultados por medio de la probabilidad y el rendimiento que poseen los deportistas.

La Estadística es una ciencia que ha venido construyendo métodos y procedimientos para dar respuesta a diferentes problemas suscitados por otras Ciencias. En particular, las Ciencias de la Salud plantean un escenario y sujetos de trabajo particulares (la salud del ser humano). Así, las funciones asistenciales y de gestión, tanto en su vertiente clínica como comunitaria, requieren herramientas básicas para manejar información generada en los puestos de trabajo (manejo e interpretación de la información de uno o varios sujetos, organización de datos, comprensión de información cuantitativa, redacción básica de informes...), y para el acceso a información procedente de fuentes secundarias (lectura de artículos científicos, libros, informes, guías clínicas...).

(Nolasco y Moncho, 2016, p.2)

Otro uso está en los juegos de azar, donde es muy recurrente y de uso reiterado por los profesores en esta unidad, por ejemplo, el uso de dados en la sala de clases es una manera concreta de observar las probabilidades al lanzarlos, acertar al apostar de manera seguida a la ruleta apostando el doble cada vez y siempre a un mismo color, es una manera fácil de comprender las probabilidades y el uso de la modelización de estas al contexto real.

Estos aspectos mencionados son solo algunos de los contenidos inherentes a la Probabilidad y Estadística en el mundo real. Es por esto que la presentamos como un pilar fundamental en la educación que todo ciudadano debe poseer, aún sin estar implicado directamente en él. Con todo aquello mencionado anteriormente, tener conocimientos de los Datos y Azar permite una entrada a los ciudadanos a componentes sociales que están presentes en el día a día y permite el entendimiento de manera competente en el estudio de las probabilidades y las estadísticas.

Se puede entender además que para desarrollar una gestión didáctica en cualquier eje del área de matemática se debe tener en cuenta la motivación del estudiante, ya que siempre es relevante considerar los intereses de los alumnos. Según García y Doménech (1997), para mejorar la motivación escolar es necesario tener en cuenta la secuencia didáctica de la clase:

Antes de la clase: Realizar un diagnóstico previo para conocer las expectativas y necesidades de los estudiantes. En este sentido el profesor debe provocar un buen aprendizaje por medio de metodologías que cautivan a los estudiantes.

Durante la clase: Crear un clima afectivo, estimulante y de respeto dentro del aula. Esto implica empatía con los estudiantes (llamarlos por su nombre, trato personal, entre otros). Es necesario que se construya un ambiente sin monotonía, así el estudiante se mantiene interesado (preguntas, interrogantes, actividades, etc.). Otra forma de generar interés es relacionando el contenido con sus experiencias personales.

Después de la clase: Es recomendable utilizar evaluaciones que ponen énfasis sobre los propios logros de los estudiantes, valorando el esfuerzo personal, y evitando comparaciones. Al finalizar la clase, es positivo realizar autoevaluaciones.

En los planes y programas propuestos por el MINEDUC se presentan cuatro habilidades transversales para la enseñanza media, las cuales son: argumentar, resolver problemas, representar y modelar. Para lo cual se pondrá énfasis en este último, ya que se

cree que esta habilidad no se promueve de la forma correcta, al no dominar a profundidad los conceptos relacionados a ella, lo cual dificulta la comprensión de los contenidos que involucran probabilidad y estadística. Dentro de los elementos que permiten guiar el proceso de enseñanza se encuentran los planes y programas de estudio, en que se proponen orientaciones didácticas y se señala el ordenamiento de la secuencia del contenido y además entregan una guía para los profesores a modo de fundamentación teórica del curso, respecto de cómo aplicar las habilidades y los contenidos mínimos obligatorios.

A pesar de que existen muchos escritos acerca de la habilidad de modelar, cabe destacar que no ha sido asimilada por los docentes, solo se tiene nociones de esta o la ignorancia del concepto, como consecuencia, en la actualidad no se está integrando en sus prácticas el desarrollo correcto del contenido matemático con respecto a la implementación de la habilidad.

En el transcurso de los años se ha evidenciado que las matemáticas han sido utilizadas para resolver problemáticas que están presentes en cada acción que realizamos y necesitamos explicar, es por ello que toma relevancia el concepto de modelar, ya que en el proceso de enseñanza a los estudiantes les permite establecer conexiones de manera concreta la aplicación de los conceptos de probabilidad y estadística (Allen, 2008).

El modelamiento en la matemática lo utilizamos para desarrollar situaciones de la vida cotidiana en un lenguaje matemático como lo establecen las bases curriculares propuestas por el MINEDUC “El objetivo de esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema, usualmente más complejo, pero que capture los patrones claves y lo expresa mediante lenguaje matemático” (MINEDUC, 2012, p.89).

A raíz de esto existe la necesidad de relacionar a través del modelamiento matemático un sinnúmero de representaciones que observamos e integramos en cada momento de la vida cotidiana, permitiendo utilizar y representar mediante lenguaje y modelos matemáticos situaciones para resolver diversas problemáticas de la vida real.

Considerando lo señalado, se propone la siguiente interrogante que guiará nuestra investigación:

¿Cómo es la gestión de la habilidad de modelar de un profesor de enseñanza media de la comuna de Hualpén?

A continuación, presentamos los objetivos de nuestra investigación.

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Objetivo general

Analizar la gestión de clases del profesor cuando promueve que los estudiantes modelen situaciones del mundo real, en el nivel de segundo año medio en la unidad de Probabilidad y Estadística, y su coherencia con las planificaciones de clases y el programa de estudio.

2. Objetivos específicos

1. Recolectar información de las planificaciones del docente de matemática de segundo año medio y de su desempeño en el aula respecto de la unidad de probabilidad y estadística, contrastando con el programa de estudio propuesto por el MINEDUC.
2. Analizar el proceso de enseñanza observado respecto de la habilidad de modelar y contrastar con lo estipulado en sus planificaciones, las declaraciones de la entrevista y las clases realizadas.

CATEGORÍAS DE INVESTIGACIÓN

1. Modelar

- a) Se promueve el uso de lenguaje matemático para la traducción de expresiones cotidianas y viceversa.

El profesor promueve el uso del lenguaje matemático en sus estudiantes para interpretar y/o traducir situaciones o expresiones de la vida cotidiana y viceversa.

- b) Se fomenta la selección y evaluación de modelos que involucran patrones y regularidades.

El docente da el inicio para que los estudiantes busquen, analicen y evalúen los distintos modelos para la resolución de problemas.

2. Matematización

- a) Fase 2: Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático

El docente promueve en sus estudiantes cómo aplicar el modelo seleccionado mediante el desarrollo con representaciones simbólicas.

- b) Fase 3: Incita la conexión de la solución matemática hacia la solución del mundo real.

El profesor orienta y fomenta a los estudiantes para relacionar el resultado matemático obtenido a una solución de la vida cotidiana, mediante la interpretación y contextualización que provee lenguaje matemático.

3. Orientaciones Didáctica

- a) Aprendizaje centrado en el estudiante

En este punto el docente debe guiar el aprendizaje para que el estudiante descubra e implemente las metodologías que considere más oportunas.

- b) Conexión con otras asignaturas

La conexión con otras asignaturas es cuando el docente promueve o presenta problemas con aplicaciones en otros sectores de aprendizaje en el desarrollo de los contenidos.

c) Recurrir frecuentemente, a analogías y metáforas

Recurrir frecuentemente a analogías y metáforas, se evidencia cuando el docente relaciona problemas matemáticos con vivencias propias o elementos del mundo cotidiano, para hacer más comprensible el contenido.

d) Lenguaje matemático

El lenguaje matemático es cuando el docente privilegia o promueve el uso del lenguaje matemático para la explicación de los contenidos.

e) Experiencias previas

La utilización de experiencias previas se evidencia cuando el docente recurre a los conceptos previos para enlazar el contenido nuevo.

f) Retroalimentación, repasar conceptos y ejercitar

Para evidenciar la retroalimentación, el acto de repasar conceptos y ejercitar, se debe observar que el docente recuerda o resume los contenidos en algún momento de la clase, ya sea en el final o a la siguiente clase, es reiterativo en conceptos matemáticos ya sean procedimentales o cognitivos, y presenta varios ejercicios matemáticos para reforzar la resolución de problemas matemáticos.

g) Comunicación y aprendizaje cooperativo

El docente debe favorecer la comunicación y la colaboración entre sus estudiantes para analizar, evaluar y representar resultados en común donde profundizan y estimulan el pensamiento crítico y ponen a prueba el aprendizaje.

h) COPISI

El modelo COPISI se implementa cuando el docente recurre a representaciones para expresar el contenido matemático, entre ellas, las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.

4. Procesos didácticos

a) Secuencia didáctica (inicio, desarrollo, cierre):

Se evidencia que el profesor establece los tiempos de la clase, como el inicio, desarrollo y cierre.

b) Contrato pedagógico:

Se evidencia cuando el profesor propone, negocia y/o establece un acuerdo con los estudiantes, que beneficiara al proceso de aprendizaje tomando consideraciones de ambos lados, es decir, lo que los estudiantes esperan del profesor y lo que el profesor espera de los estudiantes.

5. Conceptual

Se entiende como el manejo de contenidos adecuadamente para ser enseñados en un nivel de segundo año medio, en este caso son: Variación; Combinación; Variable aleatoria; Factorial; Principio Multiplicativo.

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

En este capítulo serán presentados los sustentos teóricos en que se apoya la investigación. Se comienza presentando una introducción de las habilidades y a continuación se describe específicamente la habilidad de modelar focalizado en matemática, pues esta es la base de este proyecto, bajo esta definición relacionamos el eje de Probabilidad y Estadística. Luego se describe el proceso de matematización ya que es parte fundamental del ciclo de modelar. Por lo tanto, se describe el proceso didáctico que incluye tantos aspectos didácticos como administrativos. También se realiza una explicación conceptual de los contenidos que abordará en las clases observadas, estas incluyen tanto textos escolares como académicos, luego se describen las orientaciones didácticas que se presentan en el programa de estudio que ofrece el MINEDUC lo cual entrega los enfoques didácticos que se espera promover en la enseñanza básica como enseñanza media.

1. Habilidad en el ámbito de la educación media

Cuando nos referimos a lo que es habilidad como concepto cabe señalar que es una destreza o capacidad, pero bajo el ámbito educativo y en particular en matemática existen otras definiciones. Hernández (1998) define las habilidades o procedimientos como los modos de actuación. Aclara que no puede haber un conocimiento sin un procedimiento bajo el cual funcione, y viceversa, no puede haber un procedimiento sin que esté asociado a un conocimiento. Estos procedimientos o habilidades son las acciones o tareas que sistemáticamente se ejecutan en matemática para el logro de un objetivo. Complementariamente Zabala (2007) toma las destrezas y habilidades dentro de los contenidos procedimentales, a los que define como conjunto de acciones para lograr un fin. Sánchez (2005) por su parte, discierne al conocimiento como semántico o procedimental, definiendo como semántico a la información de conceptos o teorías, y a lo procedimental lo define como un conjunto ordenado de pasos o acciones que acompañan un acto mental o actividad, pero a su vez amplía el concepto de habilidad diciendo que no es sólo la aplicación

del conocimiento, sino también la autoevaluación de lo que se hace con vistas a una mejora futura.

Si se realiza un comparativo de lo expuesto entre todos estos autores, más allá de las diferencias, de alguna forma consideran por un lado toda la información que recibe una persona ya sean conceptos, teorías, hechos los cuales forman conocimiento, y por otro las acciones y aplicaciones que puede realizar el individuo con ese conocimiento forman las habilidades.

Así consideramos que una habilidad matemática es la capacidad de efectuar o realizar una tarea matemática eficientemente o de actuar adecuadamente frente a una situación, en la que la matemática está involucrada. Son las acciones o tareas que efectuamos en forma sistemática para lograr un objetivo.

2. Habilidad modelar

Modelar es el proceso de utilizar y aplicar modelos, seleccionarlos, modificarlos y construir modelos matemáticos, identificando patrones característicos de situaciones, objetos o fenómenos que se desea estudiar o resolver, para finalmente evaluarlos. Un modelo constituye una representación o abstracción de la realidad.

El objetivo de esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema, usualmente más complejo, pero que capture los patrones claves y lo exprese mediante lenguaje matemático. A partir del modelamiento matemático, los estudiantes aprenden a usar una variedad de representaciones de datos y a seleccionar y aplicar métodos matemáticos apropiados y herramientas para resolver problemas del mundo real.

La modelación matemática es un intento de describir alguna parte del mundo real en términos matemáticos, constituyendo así una representación o abstracción de la realidad. (Brito, Alemán, Praga, Para y Arias, 2011. p. 130)

Blum (como se citó en Mineduc, 2016) señala que la habilidad de modelamiento implica “traducir” una situación del mundo real a la matemática, es decir, expresar acciones o situaciones cotidianas con lenguaje matemático, aplicar-seleccionar-evaluar modelos que involucren operatoria, identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas y generalizar utilizando lenguaje matemático, traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.

Por otro lado según Araya (2012), “El modelamiento matemático es una habilidad que permite resolver problemas reales, a través de la construcción de modelos, que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos, y que sirven para poner a prueba el objeto real y ver cómo responde frente a diferentes factores o variantes”.

La modelización matemática es vista como un proceso que requiere de una serie de acciones, comenzando el ciclo con la determinación de un fenómeno o problema del mundo real, el cual es sometido a un proceso de experimentación para profundizar en su comprensión y búsqueda de datos. Luego se realizan simplificaciones y se eliminan algunos de estos datos en vista de que no es posible considerar y/o identificar todos los factores involucrados en el fenómeno para la construcción de un modelo matemático que lo represente. Luego de construido el modelo, se generan todos los análisis y se utilizan herramientas para determinar una solución teórica que desprenderá conclusiones del modelo, para finalmente ser interpretadas. Debido a esto, el ciclo o proceso de modelización matemática posee un gran número de conexiones y relaciones que establecen, por lo que se considera una actividad compleja que busca que los estudiantes “estructuren y analicen la situación o problema inicial, expresen esa situación en términos matemáticos, construyan o usen herramientas matemáticas para resolver ese problema, interpreten los resultados obtenidos en términos de la situación o problema inicial, y analicen y critiquen ese modelo y sus resultados” (Reid RJ., 2012. p. 92).

El Ministerio de Educación de Chile señala que el “modelamiento matemático busca que las y los estudiantes tengan la oportunidad de analizar, razonar y transmitir ideas matemáticas de un modo efectivo al plantear, resolver e interpretar problemas matemáticos en diferentes situaciones cotidianas” (MINEDUC p.15, 2016)

El vínculo entre la habilidad modelar y un problema del mundo real, aplica una primera tarea, formular un modelo matemático. Para ello se identifican y nombran las variables y se establecen hipótesis que simplifiquen el fenómeno lo suficiente para que pueda tratarse matemáticamente, en este proceso el principal objetivo es obtener un resultado matemático que luego es llevado al contexto de origen estableciendo conclusiones referentes a las hipótesis planteadas. Estas conclusiones deben ser interpretadas para establecer proyecciones y/o inquietudes, que sirvan para generar un nuevo proceso de modelización.

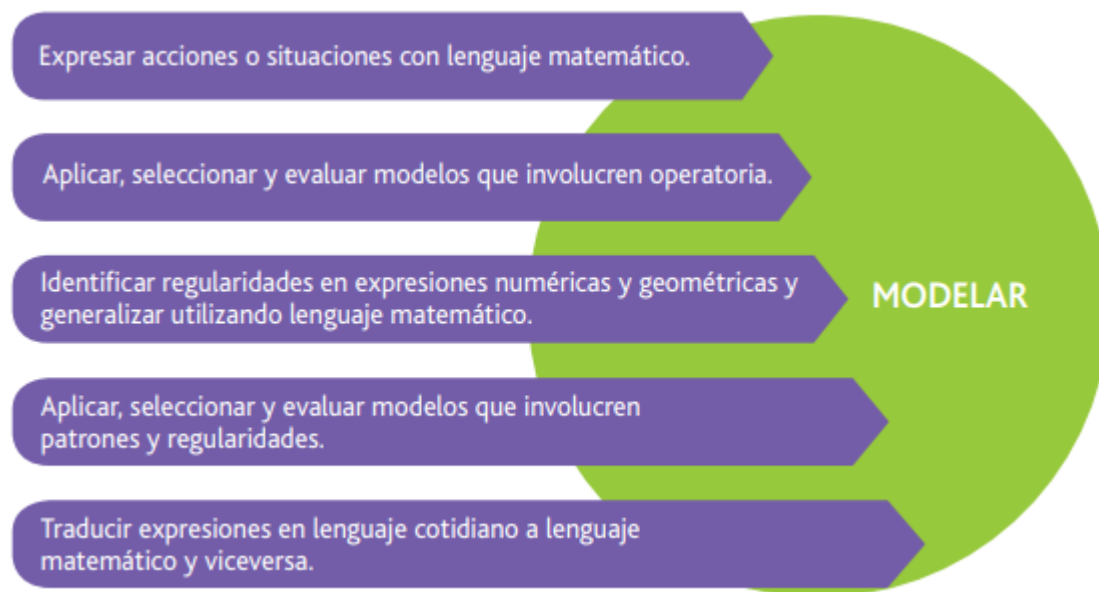


Figura 1: Mineduc, esquema modelar

De esta forma se señala que el cumplimiento de este proceso de modelización matemática favorece a que los alumnos comprendan los conceptos y métodos permitiendo una visión global de la matemática (Aravena y Caamaño, 2007), a la articulación de la matemática con otras áreas del conocimiento, evitando que los estudiantes caigan en un

trabajo basado en algoritmos. Por lo tanto, “es a través de la construcción de modelos cuando el alumno relaciona los conceptos matemáticos con la realidad y entiende la necesidad del estudio de la Matemática y su importancia en la aplicación a otras disciplinas” (Reid RJ., 2012. p. 93).

La enseñanza de las matemáticas bajo el proceso de modelización no es fácil y con mayor razón cuando no se es profesor de esta, ya que, según Cordero, Suarez, Mena, Arrieta, Rodríguez, Romo, Cârsteano y Solís (2009) en su artículo La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas plantean que:

El problema fundamental que conlleva la enseñanza de la modelación matemática es el hecho de que ésta se traslapa en gran medida con todo el contenido de las matemáticas, en particular, y de las demás ciencias exactas, en general, ya que todas las leyes de la naturaleza que conocemos se expresan por medio de modelos matemáticos (p.1718).

Para efectos de esta tesis, se adscribe al modelo de Blum que es presentado en el artículo “Habilidad del modelamiento matemático” MINEDUC 2016 mencionado anteriormente, debido a su similitud y esencia con los otros modelos, además de su orden y procedimientos que favorecen la gestión del docente para desarrollar dicha habilidad.

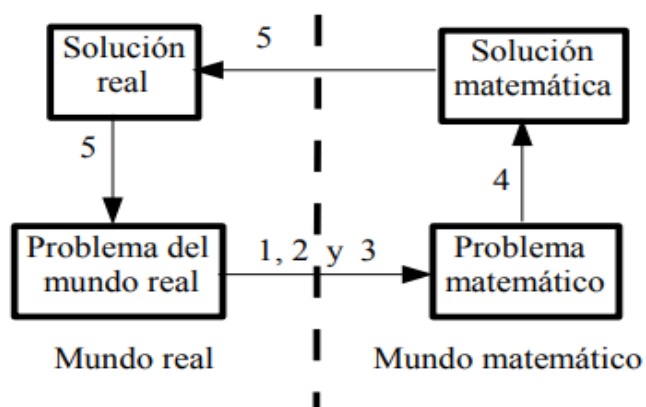
3. Ciclo de la matematización

La matematización, según Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE)/PISA (2003), es el proceso fundamental que los estudiantes realizan para la búsqueda de modelos que se ajusten a la vida real, donde se desarrolla la capacidad de analizar, transmitir, razonar, resolver e interpretar dichas problemáticas en diferentes contextos. Este tipo de estrategia demanda que el estudiante utilice competencias y destrezas obtenidas en sus años de escolares.

El proyecto de la OCDE/PISA (2003) describió la matematización en cinco pasos:

1. Se inicia con un problema contextualizado
2. Se establece qué contenido matemático corresponde a la problemática.
3. Gradualmente se va reduciendo la realidad mediante a la formulación de hipótesis, generalización y formalización. Esto resalta los rasgos matemáticos de la situación y transforma el problema real en un problema matemático.
4. Se resuelve el problema matemático.
5. Se da sentido a la solución matemática en términos de la situación real, a la vez que se identifican las limitaciones de la solución.
- 6.

Como sugiere el diagrama de la figura 2, los cinco aspectos se tratan en tres fases.



Cuadro 1. Descripción del proceso fundamental denominado matematización

Figura 2: El ciclo de la matematización

Fase 1: Se establece mediante los puntos 1, 2 y 3 en el cuadro anterior. Lo cual representa la traducción del problema tomado de la realidad al lenguaje matemático.

Fase 2: Establece el estudio y tratamiento del problema matemático para la obtención de su solución, esto se representa en el cuadro anterior mediante el punto 4 y a esta fase del proceso de matematización se le conoce normalmente como la parte deductiva del ciclo de construcción de modelos (Blum, 1996).

Fase 3: Esta fase viene indicada en dos puntos del Cuadro 1 mediante el punto 5, donde el proceso de matematización pasa de la solución matemática a la solución real, y donde vuelve a relacionarse con el problema original perteneciente a la realidad. En esta fase deben tomarse en consideración los siguientes puntos:

- La comprensión del alcance y los límites de los conceptos matemáticos.
- La reflexión sobre los argumentos matemáticos y la explicación y justificación de los resultados.

La comunicación del proceso y de la solución.

- La crítica del modelo y de sus límites.

Para que un estudiante pueda efectuar con éxito la matematización se debe desenvolver en diversos contextos propios del eje que se está estudiando, donde se necesita comprender y tener internalizadas ciertas competencias matemáticas. El proyecto OCDE/PISA ha decidido utilizar ocho competencias matemáticas que son pensar y razonar, argumentar, comunicar, construir modelos, formular y resolver problemas, representar, emplear operaciones y de lenguaje simbólico, formal y técnico, emplear soportes y herramientas. Donde cada competencia sirve para el proceso de la matematización de la siguiente forma.

- Pensar y razonar: Se formula preguntas como < ¿Cuántos...?>, < ¿Cómo puedo encontrar...?>, luego notar los tipos de respuestas y distinguir entre los diferentes tipos de afirmaciones que pueden ser definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis y ejemplos donde se entiendan y conozcan los límites de los conceptos matemáticos dados.
- Argumentar: Se centra en demostraciones matemáticas; seguir y valorar la cadena de argumentos donde les da el sentido de dónde proviene <Qué puede pasar o no, y por qué>; y crear argumentos matemáticos.
- Comunicar: Compete a cómo expresarse de diferentes maneras, tanto de forma oral como por escrito, a cada eje según corresponda y entender las opiniones o conjeturas orales y escritas de sus compañeros.

- Construir modelos: Organizar las situaciones que se quiere modelar; generar la interpretación de la realidad a estructuras matemáticas; emplear el modelo matemático; consolidar el modelo; analizar y criticar el modelo y sus desenlaces; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados
- Formular y resolver problemas: Se busca la representación, formulación y explicación de diferentes tipos de problemas matemáticos.
- Representar: Traducir, interpretar y diferenciar entre las diferentes formas de representación de los ejercicios y objetos matemáticos; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.
- Emplear operaciones de lenguaje simbólico, formal y técnico: Interpretar el lenguaje formal y simbólico, y comprender su relación con las situaciones o acciones de la vida real y viceversa; utilizar variables, realizar y resolver cálculos.
- Emplear soportes y herramientas. Tener conocimientos y capacidades para la utilización de diferentes soportes y herramientas (entre ellas las TIC) que pueden ayudar en la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

4. Vínculo entre modelación y matematización

Bajo las definiciones mencionadas en el apartado 2 y 3 del marco teórico, podemos establecer que existen factores que relacionan directamente la habilidad modelar como concepto y la matematización, el cual se pueden verificar en sus ciclos, para efectos de este estudio es necesario considerar una diferenciación que se puede apreciar a continuación:

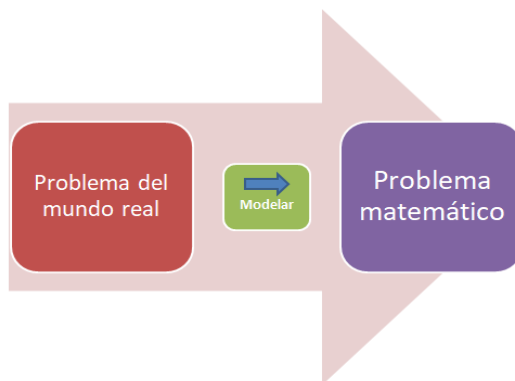


Figura 3: Elaboración propia, vinculación modelación.

En la figura 3 se aprecia que el proceso de modelización comienza a través de un problema del mundo real el cual se transforma en un problema matemático, es decir, expresar acciones o situaciones cotidianas con lenguaje matemático.

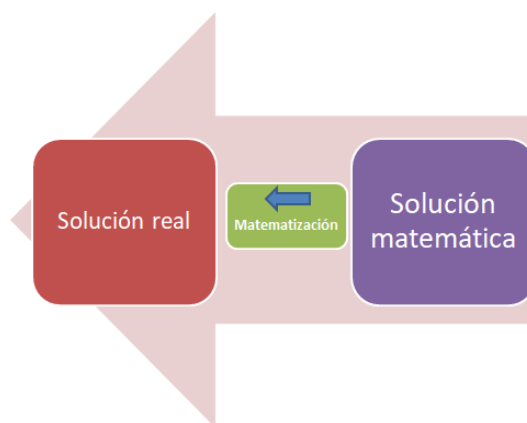


Figura 4: Elaboración propia, vinculación matematización.

El proceso de matematización corresponde a resolver problemas de la vida real a través de las matemáticas para concluir con una solución real, el cual se puede apreciar en la figura 4.

Por lo tanto, se considerará el proceso de matematización como parte del ciclo de modelar, debido a las características que ellos comparten.

5. Procesos didácticos y planificación de clases

Las secuencias didácticas consisten en una sucesión de actividades previamente pensadas que dan orden y lógica a los procesos de enseñanza y acompañados con modelos de aprendizaje dan sentido a la asimilación y comprensión de los contenidos diseñados por el docente (Rodríguez, 2014).

El diseño de trabajo o de clase es conocida como la secuencia didáctica son períodos de actuación que globalizados por la enseñanza determinan las actividades de los alumnos, determinando cada momento como lo que señala Zabala (2008) el cual dice que la secuencia didáctica es un conjunto de actividades ordenadas, estructuradas y articuladas para la consecución de unos objetivos educativos que tienen un principio y un final conocidos tanto por el profesorado como por el alumnado y continúa señalando que la secuencia didáctica constituye una potente unidad de análisis para indagar, reflexionar y mejorar la práctica docente. Esto es así porque la secuencia didáctica expresa diferentes componentes de la práctica: las decisiones de los docentes vinculadas con la selección y organización de los contenidos, de los recursos, del espacio, del tiempo; la incidencia que tienen en dichas decisiones las definiciones curriculares... el grado de autonomía con que cuentan para tomar tales decisiones y el sentido educativo que les otorgan; el papel asignado al alumno; la organización social de la clase y la trama vincular que de ella deviene; el sentido y papel de la evaluación en tanto componente de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y como dispositivo de control de resultados.

A su vez Rubio (como se citó en Rodríguez, 2014) menciona que la secuencia didáctica es la serie de actividades que, articuladas entre sí en una situación didáctica, desarrollan la competencia del estudiante. Se caracterizan porque tienen un principio y un fin, son antecedentes - consecuentes.

También Tobón (como se citó en Rodríguez, 2014) señala que la secuencia didáctica es un conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos.

5.1 Contrato didáctico

El contrato didáctico es fundamental para la consecución del proceso didáctico, ya que a través de la comunicación entre el docente y estudiante quedan determinadas las

actividades a realizar, evitando que la secuencia didáctica se vea alterada por acciones y/o elementos externos a la actividad.

En el trabajo de Chevallard, Bosch y Gascón (1997) se afirma que en la escuela son importantes aquellas normas que rigen las obligaciones de los alumnos y del profesor con respecto a un proyecto de estudio. Se trata de cláusulas que evolucionan a medida que avanza el proceso didáctico. A este fenómeno Brousseau le denominó contrato didáctico.

Brousseau (1980) señala que el contrato didáctico es el conjunto de los comportamientos específicos de los profesores, para un conocimiento a enseñar, previstos por el estudiante y el conjunto de comportamientos de los estudiantes esperados por el profesor. Este es un modelo de obligaciones recíprocas y sanciones, donde el estudiante o profesor impone o cree haberlas impuesto explícita o implícitamente respecto a un conocimiento en cuestión. O bien son impuestas o cree que se han impuesto al estudiante o al profesor con respecto al conocimiento en cuestión (Education Committee of the EMS, 2012).

Brousseau afirma también que el contrato didáctico es insostenible y conduce a paradojas, por ejemplo, cuando el profesor, que hace todo con el fin de producir en los alumnos el comportamiento que quiere, tiende a disminuir la incertidumbre de los estudiantes, y por lo tanto les priva de las condiciones necesarias para la comprensión y el aprendizaje de la noción. Si el profesor dice o indica lo que el estudiante debe hacer, el estudiante sólo obtendrá el resultado como consecuencia de la ejecución de una orden, y no por medio del ejercicio de conocimientos y pensamientos. (Education Committee of the EMS, 2012).

Desde esta perspectiva, aprender matemáticas no es consecuencia de un buen funcionamiento del contrato didáctico, implica que el estudiante niegue o rompa el contrato didáctico para hacerse cargo de la tarea de forma autónoma. Esta ruptura está caracterizada por una actitud de responsabilidad y autonomía en la actividad matemática, donde se da la posibilidad de que el estudiante emplee sus conocimientos, habilidades y estrategias para determinar la solución. Sin embargo, como Brousseau (1987) lo señala, el contrato didáctico no es una enfermedad de la relación didáctica, sólo muestra que el aprendizaje de las matemáticas no se reduce a memorizar algoritmos y conocer definiciones. En este sentido el contrato didáctico no es un fenómeno que obstruya el aprendizaje, ni es una condición

negativa para el desarrollo de la clase, ya que su ruptura, así como la autonomía y la responsabilidad en el estudiante no son determinantes en el aprendizaje, aunque sí lo favorecen.

En este sentido, Montiel (2002) explica que el profesor tiene el control del contrato y esta posición de autoridad le permite reorientar la actividad en caso de rupturas, así logra que el contrato evolucione a medida que la actividad y los conocimientos de los estudiantes también evolucionan. El profesor puede anticipar la manifestación del contrato didáctico durante el desarrollo de una actividad de aprendizaje y esto le permite organizar la enseñanza y llevar a los estudiantes al aprendizaje.

5.2 Planificación

Como parte de los objetos de estudio en esta investigación, la planificación de clases es un elemento didáctico que permite obtener información concreta sobre lo que el docente declara referente a sus clases, permitiendo así contrastar con lo realizado. Además de obtener información completa de la clase, como: contenidos, objetivos, actividades, tiempos, etc.

La planificación según Rodríguez (2014) es la unidad básica de la programación y de la acción en clase y supone una alta estructuración de los procesos de enseñanza en la distribución de los contenidos, de los medios y de las estrategias.

(...) coordinar, de manera anticipada, la acción del profesor en el aula escolar con el propósito de alcanzar la meta común, asociada al logro de los aprendizajes de los estudiantes (...) debe explicitar las intenciones educativas, el tiempo, los espacios de comunicación y las acciones del profesor y los alumnos (p. 282).

“Al instrumento con el que los docentes organizan su práctica educativa, articulando el conjunto de contenidos, actitudes, metodología, estrategias educativas, textos y materiales para secuenciar las actividades a realizar” (Marangon, 2015, p.107).

Se puede afirmar que, para el desarrollo de un proceso didáctico, el docente debe tomar resguardos en la preparación de las clases, por este motivo es primordial el diseño de

una planificación con el fin de establecer una secuencia didáctica donde queden establecidos los momentos de las clases. Estos momentos son esenciales dependiendo del tipo de actividades que el docente considere más apropiado dependiendo del contenido a enseñar. Es por esto que para poder desarrollar actividades donde se quiera potenciar la habilidad de modelar, es importante establecer el tiempo estimado para cada uno de los momentos de clases, considerando fundamentalmente el inicio y fin de la actividad diseñada.

Otro elemento que considerar en el desarrollo del proceso didáctico es el contrato didáctico ya que permite delimitar el comportamiento y el modo de actuar en el transcurso de la clase, tanto por parte de los estudiantes así también el profesor, permitiendo que las actividades previstas sean realizadas sin inconvenientes, declarando instrucciones y modos de trabajo, que permitan a su vez efectuar actividades que lleven a cabo la habilidad modelar.

6. Explicación conceptual de los contenidos de datos y azar

En las siguientes definiciones expuestas sobre los contenidos que se abordaron en las clases, se han considerado dos tipos de fuentes primordiales.

- Textos escolares, debido a que la gran mayoría de docentes y/o alumnos obtienen información de los contenidos en estos textos, ya que son entregados y validados por el Ministerio de Educación, también se considerará un texto estudiantil privado. Las definiciones entregadas por estos textos se presentan en un grado de comprensión más amigable para los estudiantes.
- Textos Universitarios y/o Académicos, principalmente a considerar dado el nivel de tecnicismo, notación y formalidad de la matemática. Dado que el enfoque del profesor también podría ser poco usual.

Tabla 1:

Textos Escolares

Técnicas de Conteo	Referencia y/o Imagen
<p>El principio multiplicativo establece que, si un procedimiento dado se compone de dos etapas, que tienen respectivamente m y n posibilidades, entonces dicho procedimiento tiene $m \cdot n$ casos posibles en total. Si luego se agrega una nueva etapa, que tenga p posibilidades, el procedimiento tendrá $m \cdot n \cdot p$ casos posibles, es decir, siempre se multiplica por la cantidad de posibilidades de cada etapa.</p>	$m \cdot n \cdot p$ <p>(Aguirre, 2018)</p>
<p>El principio multiplicativo indica que, dado un experimento E_1 con n casos posibles, y otro experimento E_2 con m casos posibles, el experimento que resulta al realizar E_1 y luego E_2 tiene $n \cdot m$ casos posibles.</p>	<p>(Muñoz, 2015)</p>
<p>Una Permutación de n elementos es cada uno de los posibles órdenes de ellos, sin repetición. Se anota la cantidad total de los órdenes posibles como P_n (P_n se lee “p sub ene”). El total de permutaciones de n elementos sin repetición se calcula como $P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$. Este producto, de todos los números naturales de 1 hasta n, se llama n factorial (y se escribe $n!$).</p>	P_n $P_n = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1.$ $n!$ <p>(Aguirre, 2018)</p>
<p>Se llama permutación (P_n) a la cantidad de formas que podemos ordenar linealmente n elementos.</p>	$P_n = n!$ <p>(Muñoz, 2015)</p>
<p>Una permutación es una secuencia ordenada de elementos</p>	<p>(Zañartu, 2011)</p>
<p>Se llama Permutación de n elementos (se escribe P_n) a la cantidad de formas en que se pueden ordenar en una fila y se puede calcular como:</p>	$P_n = n!$ <p>(Aguirre, 2018)</p>
<p>Se llama Variación de n elementos escogidos entre m (se escribe V_n^m) a la cantidad de ordenamientos posibles de n elementos, escogidos entre m. La cantidad de ellos se puede calcular como:</p>	$V_n^m = \frac{m!}{(m - n)!}$ <p>(Aguirre, 2018)</p>
<p>Variación: en general hay $P_k^n = \frac{n!}{(n - k)!}$ Maneras de ordenar k elementos que se pueden seleccionar n elementos distintos.</p>	$P_k^n = \frac{n!}{(n - k)!}$ <p>(Zañartu, 2011)</p>
<p>Se llama Variación (V_n^m) a la permutación de n elementos que se seleccionan de un conjunto de m elementos distintos</p>	$V_n^m = \frac{m!}{(m - n)!}$ <p>(Muñoz, 2015)</p>
<p>Variación: de m elementos tomados de n en n (con $m \geq n$) a los distintos grupos formados por n elementos de forma que no entran todos los elementos ni se repiten, pero sí importa el orden de los elementos en el grupo.</p>	<p>(Aguirre, 2018)</p>
<p>Se llama Combinación (C_n^m) a la cantidad de los distintos grupos que se pueden formar con n elementos escogidos de entre m, sin considerar el orden.</p>	$C_n^m = \frac{m!}{(m - n)! \cdot n!} = \binom{m}{n}$

(Muñoz, 2015)

Se llama **Combinación** de n elementos escogidos de entre m a la cantidad de posibilidades que hay de escoger n elementos de un total de m , sin que importe el orden en que son escogidos. La cantidad de combinaciones se escribe como C_n^m , y se puede calcular como

$$C_n^m = \frac{V_n^m}{n!} = \frac{m!}{(m-n)!n!} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$$

(Aguirre, 2018)

Una **combinación** es un conjunto de elementos en que solo importa cuáles son sus elementos, no su orden. En general hay $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ combinaciones de k elementos que pueden ser construidas a partir de n elementos distintos.

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

(Zañartu, 2011)

Variable aleatoria

Una **variable aleatoria** es una función que, a cada posible resultado de un experimento, le asigna un número real. Por lo general, se denotan las variables aleatorias con letras mayúsculas X, Y, Z , etc.

(Aguirre, 2018)

La **variable aleatoria** (v.a.) es una función que relaciona los elementos de un espacio muestral Ω el conjunto de los Números Reales. las discretas, que se definen como aquellas que tienen como recorrido al conjunto de los Números Racionales, y se representa por $X: \Omega \sim \mathbb{Q}$.

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{Q}$$
$$\omega \rightarrow X(\omega) = x_i$$

(Robledo, 2009)

Dado un experimento aleatorio cualquiera, se llama **variable aleatoria** (v.a.) a la función que, a cada suceso del espacio muestral (Ω), le asigna un único número real.

$$x: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

(Muñoz, 2015)

La **variable aleatoria** función que toma sus valores de acuerdo con los resultados de un experimento aleatorio. Así, su dominio es el espacio muestral y el recorrido corresponde a valores numéricos según se defina la función. Se utiliza la notación $X(x)$.

(Aguirre, 2018)

Espacio muestral: conjunto formado por los posibles resultados de un experimento aleatorio.

(Aguirre, 2018)

- **Nota:** Recopilación de definiciones: contenido de Probabilidades y Estadísticas de distintos textos escolares. **Fuente:** Elaboración propia.

Tabla 2:

Textos universitarios y/o académicos

<p>Principio multiplicativo: Un proceso consta de k operaciones, de las cuales la primera puede realizarse de n_1 maneras diferentes. Si por cada una de estas, una segunda operación puede realizarse n_2 maneras diferentes, y por cada una de las maneras de realizar las dos primeras operaciones, una tercera operación puede realizarse de n_3 maneras diferentes y así sucesivamente, hasta k-ésima operación, entonces las k operaciones en conjunto, es decir, el proceso completo se podrá realizar de $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$ maneras diferentes.</p>	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; display: inline-block;"> $n_1 * n_2 * n_3 * \dots * n_k \text{ maneras}$ </div> <p>(Araujo, 2003)</p>
<p>Variable aleatoria</p>	
<p>Experimento aleatorio es un proceso de carácter repetitivo hecho a partir de reglas bien definidas con el fin de verificar o de comprobar una teoría de hipótesis, cuyos resultados están sujetos o influidos por el azar.</p>	<p>(Araujo, 2003)</p>
<p>Se llama variable aleatoria (v.a.) a una función X cuyo dominio es el espacio muestral S y con recorrido en los reales, tal que a cada elemento del espacio muestral le asigna una imagen en los números reales.</p>	<p>$X: S \rightarrow R, \text{ tal que } \forall s \in S \Rightarrow X(s) \in R$</p> <p>(J., 2012)</p>
<p>Una variable aleatoria es una función de valor real para la cual el dominio es un espacio muestral.</p>	<p>(Wackerly, 2010)</p>
<p>El recorrido de una variable aleatoria, R_X, está formado por todas las imágenes de X en R. Conceptualmente es otro espacio muestral del experimento. Este nuevo espacio muestral generalmente no es equiprobable, aunque S si lo sea.</p>	<p>(J., 2012)</p>
<p>Espacio muestral es el conjunto de la totalidad de los resultados posibles de un experimento aleatorio.</p>	<p>(Araujo, 2003)</p>
<p>Se llama espacio muestral al conjunto S de todos los resultados posibles de un espacio muestral experimento o fenómeno aleatorio ε. Es el similar al concepto de población y puede haber más de un espacio muestral para un mismo experimento</p>	<p>(J., 2012)</p>
<p>Técnicas de conteo</p>	
<p>Variación: se llaman variaciones ordinarias de m elementos tomados de n en n a las diferentes agrupaciones que se pueden formar con los m elementos de un conjunto, de tal forma que, en cada agrupación entre n elementos distintos, diferenciándose una agrupación de otra, bien por naturaleza de algunos de sus elementos, bien por el orden de colocación de los mismos. (...) el número de variaciones ordinarias de m elementos tomados de n en n es el producto de n números enteros consecutivos, donde m es el primer factor y $(m-n+1)$ el último</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $V_m^n = m(m-1)(m-2) \dots (m-n+1)$ </div> <p>(Sabadiás, 1995)</p>

Combinaciones: es un arreglo de todos o partes de los elementos de un conjunto, una selección de un subconjunto a partir de otro conjunto o una partición de un conjunto de dos subconjuntos cuando se toman r elementos de un grupo de n elementos. Pueden haber muchas permutaciones en una sola combinación. El número de combinaciones de n elementos en subconjuntos de r elementos se expresa así

$${}^n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(Araujo, 2003)

Variaciones con repetición: Cuando en las distintas agrupaciones de las variaciones ordinarias, puede haber elementos repetidos, tenemos las variaciones con repetición. (...) El número de variaciones con repeticiones se obtiene de multiplicar por m el número de variaciones con repetición de orden $n - 1$

$$VR_m^n = VR_m^{n-1} m = m^{n-1} m = m^n$$

(Sabadías, 1995)

Combinaciones con repetición: el número de combinaciones posibles de n elementos en grupos de r , cuando se permite la repetición de elementos, está dada por la expresión:

$${}^n C_r = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$$

(Araujo, 2003)

- **Nota:** Recopilación de definiciones: contenido de Probabilidades y Estadísticas de distintos textos académicos. **Fuente:** Elaboración propia.

7. Orientaciones didácticas nacionales

En este apartado y luego de los temas ya descritos, se presenta una visión general de las directrices y metodologías para la enseñanza de la matemática, que son implementados de acuerdo con los programas de estudio a nivel nacional e internacional, estos ofrecen propuestas didácticas con el fin de orientar al profesorado, en función a los objetivos que pretenden abarcar los distintos ministerios y organismos encargados de la educación. Estas orientaciones tienen como trasfondo englobar los contenidos, actitudes y habilidades que se desean reforzar en la educación matemática, desarrollando propuestas que permitan implementar estas competencias.

7.1 Orientaciones didácticas Chile básica, media 2011 y media 2016

En las orientaciones didácticas que se presentan en el curricular nacional a través de su programa de estudio 2012 para matemáticas, en los niveles de enseñanza básica, estas se

enfocan en que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas. Para ello el docente “debe promover que los estudiantes den sentido a los contenidos matemáticos que aprenden y construyan su propio significado de la matemática para llegar a una comprensión profunda” (p.36)

Cómo se menciona en las orientaciones didácticas matemáticas se busca que el docente promueva que los estudiantes “avancen progresivamente hacia un pensamiento simbólico el cual requiere de un mayor nivel de abstracción”, y que a través de actividades que permitan que el estudiante se enfrente con situaciones en la que deban incurrir a estrategias de resolución de problemas, desarrollando e incentivando el pensamiento matemático respecto a las relaciones y significados que se logren establecer. El objetivo principal es que los profesores abandonen la forma de enseñanza basada en la repetición, mecanización de algoritmos en donde solo se requiere aplicar ciertos teoremas o enunciados matemáticos, por esto se sugiere y toma importancia la aplicación del modelo didáctico COPISI.

El MINEDUC (2012) “espera que el profesor desarrolle un modelo pedagógico que favorezca la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas” (p.36) por lo cual propone una estrategia didáctica que incentive a que “Los niños pueden solucionar problemas en distintos niveles de abstracción, transitando en ambos sentidos desde el material concreto a las representaciones simbólicas. Esta es la esencia del modelo “concreto, pictórico, simbólico” que se designa con la sigla COPISI” (p.36) por extensión de este se enfatiza la “manipulación de elementos concretos y su representación pictórica mediante esquemas simples (cruces, marcas, círculos, cuadraditos, marco de 10, tabla de 100 y recta numérica) permite a los estudiantes desarrollar imágenes mentales. Con el tiempo, prescinden gradualmente de los materiales y representaciones pictóricas, y operan solamente con símbolos” (p.36) así evolucionando gradualmente hacia la representación simbólica.

Para que el proceso de aprendizaje del modelo COPISI sea efectivo se sugiere implementar una serie de factores que favorecen que el aprendizaje sea exitoso, entre los

cuales se encuentran las experiencias previas, el uso de material concreto, el aprender haciendo, la retroalimentación, trabajo colaborativo y el uso de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC).

En consecuencia, se espera que el estudiante conozca los procesos que realizará de forma simbólica al tener referencias concretas, llevando a facilitar el aprendizaje de conceptos matemáticos tradicionales.

Al igual que en la enseñanza básica el MINEDUC en las orientaciones didácticas (2011) de enseñanza media, delimita las orientaciones para el desarrollo general de los contenidos matemáticos, abarcando los cuatros ejes temáticos Números, Álgebra, Geometría y Datos y Azar. Orientaciones que tienen enfoque en el contexto histórico de los contenidos matemáticos lo cual el programa de estudio (2011) sugiere, “Preguntarse cómo se originaron los conceptos y modelos matemáticos, en que periodos de la historia y como se enlazaron con la evolución del pensamiento, es un ancla importante para el aprendizaje” (p.26).

La utilización del error es otra metodología que el docente puede implementar para lograr establecer conexiones entre el error y la búsqueda de nuevos conocimientos, el MINEDUC le da importancia a la labor del profesor “un educador puede aprovechar la equivocación para inducir aprendizajes especialmente significativos, si lo hace de manera constructiva” (p.26).

Ahora bien, por sobre las orientaciones generales, se presentan de forma específica por cada eje temático, en este caso se tomará en cuenta las propuestas en la unidad de Datos y Azar que tiene relevancia con el objetivo de la investigación.

Comenzando con las medidas de dispersión donde se sugiere trabajar a profundidad el concepto de desviación estándar porque “... esta fórmula mide la dispersión de valores respecto de la media y la importancia que tiene para comparar muestras” (p. 82). Luego las medidas de posición, se deben promover actividades en que los estudiantes propongan formas de ordenar datos y así establecer conexiones con los métodos que entregan los cuartiles y percentiles. El docente debe promover a que los estudiantes establezcan relaciones con

diversos contextos. Variables aleatorias “El profesor tiene que destacar la importancia que tienen en la probabilidad y la estadística” (p.82)

Cálculo de probabilidades de eventos independientes y mutuamente excluyentes “se sugiere trabajar de manera exhaustiva las operaciones con conjuntos” (p.82) utilizando representaciones como el diagrama de Venn aplicado a diversos contextos donde se observen resultados que permitan verificar la probabilidad de la unión e intersección.

Como el objetivo de la investigación es observar el desarrollo de la habilidad de modelar en la enseñanza media, el MINEDUC describe las orientaciones didácticas desde séptimo básico a segundo medio en su programa de estudio matemática (2016), orientaciones que están diseñadas para “que el profesor o la profesora utilice un modelo pedagógico que promueva la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas” (p. 43). Y basado en dichas orientaciones se describe el modelo a seguir para abarcar los contenidos, habilidades y actitudes.

Para el proceso de aprendizaje el enfoque al cual hace referencia el MINEDUC como tema central al igual que en la enseñanza básica, es el modelo COPISI, que describe la transición desde lo concreto, pictórico y simbólico. Este modelo tiene gran relevancia para el desarrollo de la habilidad de modelar, como lo señala el programa de estudio para los años académicos de 7º año de Educación Básica a 2º año de Educación Media “... modelar es una habilidad que permite resolver problemas reales mediante la construcción de modelos, que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos” (p.39). Se propone a los profesionales de la educación matemática aplicar los contenidos matemáticos a través de representaciones concretas del mundo real.

Ahora bien, para la consecución de dicho modelo de enseñanza se describen factores que favorecen y estimulan el aprendizaje significativo para el estudiante como la implementación del aprender haciendo, donde el estudiante es quien debe establecer representaciones de la vida cotidiana donde pueda implementar estrategias matemáticas “es

importante que el profesor o la profesora promueva una discusión con preguntas, observaciones, explicaciones y ejemplos después de las actividades” (p.44). Por otra parte, centrar el aprendizaje en el estudiante provocando que sea él quien descubra e implemente las metodologías que considere más oportuna dependiendo de las interrogantes planteadas, para ello se considera al docente como un actor fundamental ya que debe estar constantemente monitoreando las aplicaciones utilizadas por sus estudiantes, por lo cual es importante reforzar el aprendizaje por medio de los errores que los estudiantes cometan. Como lo expone el plan de estudio “deben desarrollar una cultura de aprendizaje a partir de los errores, ya que estos son parte del proceso: los errores se acogen positivamente como oportunidades de conversación y búsqueda de soluciones más adecuadas” (p.44). De igual manera las experiencias previas, conexiones con otras asignaturas y las representaciones, analogías y metáforas, forman parte fundamental para la enseñanza e implementación de la habilidad de modelar, especialmente en este caso para los Datos y Azar, ya que se promueve que el docente constantemente recuerde los conceptos previos para enlazar el nuevo contenido, y así también buscar asociaciones con las demás asignaturas ya que “permite que los y las estudiantes tomen conciencia del contexto en el que se inserta el conocimiento y de su posible aplicabilidad” (p.44). Así mismo, otros factores importante a considerar en la implementación del modelo se encuentra la retroalimentación, comunicación y aprendizaje cooperativo, estos factores forman una conexión importante para establecer el método COPISI, al fomentar que los estudiantes compartan sus procedimientos y que puedan llegar a un objetivo común, que a través de la retroalimentación entre estudiantes, estudiantes y docente se fomente la amplitud del lenguaje matemático lo cual favorece a la implementación de otras habilidades como lo es la argumentación. Sin olvidar la progresión de complejidad, repasar conceptos y ejercitar son factores que “la o el docente debe considerar la ejercitación con el fin de asegurar la comprensión; pero, a su vez, desde la repetición, debe incentivar a sus estudiantes a abordar problemas de mayor desafío y guiarlos(as) a realizar una verdadera actividad matemática” (p.45)

Al analizar los programas de estudio mencionados y al relacionarlo con el tema central del objetivo del estudio, la habilidad modelar. Encontramos similitudes entre las orientaciones didácticas que se proponen, al identificar las características del proceso de

modelamiento como del proceso de matematización. En el currículum nacional se basa principalmente en el modelo COPISI, el cual abarca representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, lo cual es parte inicial del modelamiento matemático. Es decir, se puede inferir que las actividades concretas del profesor son aquellas presentadas como un problema de mundo real. El estudiante por medio de construcciones pictóricas de aquel problema puede ajustar, deducir y/o descubrir un modelo matemático que a su vez acopla directamente el aspecto simbólico. En resumen, este modelo es fundamental al momento de desarrollar la habilidad modelar.

8. Unidad Probabilidad y Estadística Programa Matemática Segundo Medio 2016

De acuerdo con el programa de estudio de Matemática 2° Medio 2016 y focalizado principalmente en el eje temático de Probabilidades y Estadística, se describen los lineamientos mínimos que un docente debe tomar en consideración, para preparar y planificar sus clases, entre ellos se encuentran los objetivos de aprendizaje, habilidades y contenidos, entre otros.

8.1 Objetivos de aprendizaje

OA 10 Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas:

- Definiendo la variable.
- Determinando los posibles
- Valores de la incógnita.
- Calculando su probabilidad.
- Graficando sus distribuciones.

OA 11 Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.

OA 12 Mostrar que comprenden el rol de la probabilidad en la sociedad:

- Revisando informaciones de los medios de comunicación.
- Identificando suposiciones basadas en probabilidades.
- Explicando cómo una probabilidad puede sustentar suposiciones opuestas.

- Explicando decisiones basadas en situaciones subjetivas o en probabilidades.

8.2 Conocimientos

- Variable aleatoria.
- Función distribución.
- Combinatoria.
- Permutación.
- Probabilidad.

8.3 Habilidades

- Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad, y determinando sus limitaciones. (OA k)
- Elegir o elaborar representaciones de acuerdo con las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas. (OA i)
- Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones. (OA m)
- Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA n)

Tiempo estimado: 71 horas pedagógicas

CAPÍTULO III
MARCO METODOLÓGICO

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

1. Tipo de investigación enfoque

Para la implementación de la investigación y en base a los objetivos planteados, se determinó realizar la investigación mediante un enfoque cualitativo, “Permite observar una realidad que se desea sólo describir, la que es construida por los individuos dándole significado al fenómeno social, privilegiando el punto de vista del sujeto (Rodríguez, Gil y García, 1999)”, el cual busca observar las características de una determinada situación y analizar el proceso en que el docente trabaja la habilidad de modelar en sus estudiantes en un segundo medio con la unidad de Probabilidad y Estadística.

Para esto se trabajará con un docente de enseñanza media, el cual tendrá que estar desarrollando la unidad de Probabilidad y Estadística, donde se puedan observar sus planificaciones y las metodologías que utiliza para desarrollar la habilidad de modelar de dicha unidad. Y se contrastará con las metodologías propuestas en los planes y programas del MINEDUC, así como también la documentación de la información de la habilidad de modelar.

Esta investigación está centrada en la observación desarrollada en un centro de práctica, permitiendo obtener conclusiones que surgen de las metodologías utilizadas en el desarrollo de la habilidad de modelar, y a través de estas observaciones realizar una descripción detallada de las metodologías utilizadas en el proceso de modelamiento en la unidad de Probabilidad y Estadística. El nivel al cual se aplicará esta investigación está sujeta a los cursos que le corresponda a cada uno de los integrantes según la disponibilidad de los centros de práctica, en este caso centrada en segundo año medio.

2. Diseño de la investigación.

La investigación es de carácter cualitativo descriptivo más cercana a la observación, descripción y reflexión del problema que nos convoca, lo que conlleva, que, para este tipo de

propuesta, en lugar de una revisión de la literatura, parece más apropiado de hablar de un examen del problema que permita crear un espacio para la reflexión, intuición, meditación y especulación.

Al estar fundamentada en la observación, entonces parece coherente utilizar la metodología de investigación estudio de caso, que “es una herramienta valiosa de investigación, y su mayor fortaleza radica en que a través de este se mide y registra” (Yin, 1989) que tiene como objetivo conocer las características del profesor a observar, a grandes rasgos.

Según Montero y León (2002) el proceso del estudio de casos se compone por una selección de un caso y la definición de este, formular preguntas acerca del caso en cuestión, obtener y localizar la fuente de los datos que permitan realizar el estudio, realizar un análisis del caso y una interpretación sobre ello, para finalmente elaborar un informe que dé cuenta sobre lo estudiado.

La observación se centrará en el desarrollo de la habilidad de modelar a través del proceso de enseñanza de contenidos del eje Probabilidad y Estadística, y cómo lo aplican docentes, teniendo en cuenta que el estudio es de carácter no probabilístico (intencional), al no tener relevancia la generalización de los resultados, sino enfocarse particularmente en el caso investigado.

3. Participantes

El sujeto que proporciona información para nuestro estudio es un docente especializado en el área de matemática. El Profesor pertenece al Centro Educacional Evangélico de Hualpén, es un establecimiento de educación media, particular subvencionado, posee pocos años de experiencia en aula. Es egresado de la Universidad de Concepción, es decir posee el título de Profesor de educación media y Computación.

Dentro del curso que él tiene designado, se enfocará específicamente en un segundo medio en la unidad Probabilidad y Estadística. Para efectos prácticos se habla del curso segundo B, compuesto por 40 estudiantes, distribuyéndose con 22 mujeres y 18 hombres, con un rango de edad de 14 y 15 años.

4. Supuestos

- El profesor comprende los contenidos de Probabilidad y Estadística, de manera suficiente para enseñarlos.
- El profesor planifica y desarrolla el proceso de la habilidad modelar en los procesos de enseñanza a sus estudiantes

5. Categorías de análisis

El objeto de este estudio corresponde a los procesos que realiza el profesor cuando se enfrenta a realizar la clase referente a su metodología de enseñanza basada en el modelamiento matemático, mediante la técnica de observación y análisis de planificaciones los cuales centraron su atención en las siguientes componentes de esta investigación. Presentamos las variables con una definición cualitativa, acorde al diseño de investigación.

- Dominio conceptual de Probabilidad y Estadística: Se entiende como el manejo de contenidos adecuadamente para ser enseñados en un nivel de segundo año medio.
- Proceso didáctico para la habilidad modelar: Se entiende como la presencia de un proceso de enseñanza en que se promueve la habilidad señalada

6. Técnicas e Instrumentos de recopilación de datos

A continuación, presentamos las condiciones necesarias para el desarrollo de la recogida de datos de la investigación y la intervención didáctica.

La recolección de datos se realizará de forma individual por un integrante del grupo investigador, estos datos serán tomados en el centro de práctica correspondiente, a través de instrumentos de investigación como la pauta de observación, grabación de una clase, planificaciones y entrevista. Estos instrumentos están basados en la recolección de datos cualitativos del proceso investigativo a observar.

A continuación, se detalla los instrumentos de evaluación a utilizar en la investigación:

6.1 Pauta de observación

“Procedimiento de recogida de datos que nos proporciona una representación de la realidad de los fenómenos en estudio. (...) Tiene un carácter selectivo, está guiado por lo que percibimos de acuerdo con cierta cuestión que nos preocupa” (Hernández, Fernández y Baptista, 1991)

-Se centrará en obtener parámetros que indican cómo el docente desarrolla las habilidades matemáticas. Esta pauta de observación se realizará al docente cada uno de los investigadores de forma individual al momento de desarrollar su clase.

Tabla 3 (Revise pág. 116, Anexos)

6.2 Grabación de una clase

“La forma de registro casi universal hoy en día es la grabación, cuidando la calidad del sonido para asegurar la correcta grabación de la voz de encuestador y encuestado” (Pujadas Muñoz, 1992)

Este instrumento en específico permitirá contrastar las planificaciones de los docentes con su práctica en el aula, y verificar si en la práctica se condice con la planificación que se han verificado con anterioridad.

6.3 Categorías y subcategorías de análisis

Aquí se presentan las categorías con las que se analizarán las grabaciones de las clases.

Tabla 4

Categorías y subcategorías.

Categorías	Subcategorías
Modelar	<ul style="list-style-type: none"> ● Se promueve el uso de lenguaje matemático para la traducción de expresiones cotidianas y viceversa. ● Se fomenta la selección y evaluación de modelos que involucran patrones y regularidades.
Matematización	<ul style="list-style-type: none"> ● Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático. ● Incita la conexión de la solución matemática hacia la solución del mundo real.
Orientaciones didácticas	<ol style="list-style-type: none"> 1) Aprendizaje centrado en el estudiante 2) Conexión con otras asignaturas 3) Recurrir frecuentemente, a analogías y metáforas 4) Lenguaje matemático 5) Experiencias previas 6) Retroalimentación 7) Comunicación y aprendizaje cooperativo 8) Repasar conceptos y ejercitar

9) COPISI

Procesos didácticos	<ul style="list-style-type: none">● Secuencia didáctica (inicio, desarrollo, cierre)● Contrato pedagógico
Conceptual	<ul style="list-style-type: none">● Variación● Combinación● Variable aleatoria● Factorial● Principio Multiplicativo

Nota: Pauta de observación de clases. **Fuente:** Elaboración propia

CAPÍTULO IV
RESULTADOS Y ANÁLISIS

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se realiza un análisis sobre los resultados obtenidos a través del seguimiento que se le realizó al docente investigado, comenzando con realizar el registro de las grabaciones de clases las cuales se analizaron con respecto a las categorías y subcategorías, sustentadas en el marco teórico para describir si están presentes los elementos que forma los objetivos de la investigación. Luego se analizará la entrevista que se le aplicó al docente, la cual se centra principalmente en el conocimiento que tiene el profesor sobre la habilidad de modelar y su gestión en el aula de clases. Y para continuar se realizarán las observaciones de las planificaciones entregadas por el docente, para compararlas con el programa de estudio, específicamente con relación a los contenidos, objetivos de aprendizaje y actividades.

1. Registro de las observaciones de las clases filmadas del profesor

Tabla 5

Análisis del registro de clases

Clase N°1

Diálogo	Categoría	Subcategoría	Justificación
P: ¿Sus cuadernos? Quiero a todos con sus cuadernos sobre la mesa, ¿Su cuaderno francisca? Lo que vamos a hacer de aquí en más, solamente refuerzo	Procesos didácticos	Secuencia didáctica (Inicio)	En lo declarado por el profesor se evidencia un inicio, al pedir a sus estudiantes sacar el cuaderno para comenzar la clase y se advierte que esta será una retroalimentación y refuerzo de contenidos ya vistos. No obstante, carece de los elementos necesarios para un buen inicio.
P: El esquema que les entregue el otro día, préstame la guía (apunta), esto es lo único que van a poder	Procesos didácticos	Contrato Pedagógico	Se declara como contrato pedagógico, ya que se ve una estrategia didáctica que se basa en un acuerdo negociado, entre el profesor y

<p>ocupar para la evaluación, si se portan bien los voy a dejar usar el esquema. El que no la tenga después se la voy a entregar, Vuelvo a insistir es lo único que van a poder ocupar, siempre y cuando se comporten, sino se están comportando (no).</p>	<p>el estudiante, porque define un pacto de comportamiento y actitudes para un buen desarrollo de la clase.</p>		
<p>P: No, y aparte de aplicación donde tienen que ocupar las fórmulas solamente, factorial la fórmula de combinación, lo único que debe saber usted es el concepto de factorial.</p>			
<p>P: Vamos a escoger un problema al azar, señor Fernández escoja un problema dígame un número del 1 al 22 E: El 1 P: El 1 Señor rojas léame el problema en voz alta. Chiquillos todos tienen la guía vamos leyendo y entre todos vamos a resolver el problema</p>	<p>Orientaciones didácticas</p>	<p>Aprendizaje centrado en el estudiante.</p>	<p>Se evidencia que el profesor le otorga protagonismo al estudiante, integrándolo al proceso de aprendizaje dando la oportunidad a este de escoger y declarar que todos participaran en él.</p>
<p>R: ¿De cuántas formas puede, el profesor de educación física, armar un equipo de basquetbol de cinco jugadores si solo nueve estudiantes saben jugar?</p>		<p>Conexión con otras asignaturas.</p>	<p>Se observa que el profesor establece conexiones y representaciones que favorecen la aplicación de los contenidos al relacionar con la asignatura de educación física.</p>
<p>Problema número 1, tengo 9 estudiantes que saben jugar entonces con los 9 tengo que armar el equipo. ¿Cuántos jugadores</p>	<p>Modelar</p>	<p>Se promueve el uso de lenguaje matemático para la traducción de expresiones</p>	<p>Se evidencia que el profesor establece conexiones entre los datos del enunciado y los elementos simbólicos de las fórmulas matemáticas de conteo.</p>

<p>tienen el equipo de basquetbol? E1: Once E2: Cinco P: Cinco y tengo nueve elementos y quiero formar grupos de 5. Independiente del problema usted lo primero que tiene que identificar es n y k, ahora insisto yo uso n y k pero en algunos textos m y n por ejemplo en el segundo B están trabajando con m y n lo importante es que ustedes identifiquen el número de elementos y el grupo que yo quiero formar, de cuantos quiero hacer la variación o la combinación. Yo necesito hacer grupos de 5.</p>	<p>cotidianas y viceversa.</p>		
<p>P: y tengo que meterme en el contexto del ejercicio, ¿importa el orden de los elementos? E: Noooo P: ¿Por qué no? E3: Porque da lo mismo si un jugador queda, ah no al revés. No se P: Supongamos que voy a formar un equipo de 4 ya, el equipo que escogí fue César, Génesis, Nahuy y el señor Cea. Supongamos que escogí un equipo de cuatro ese es un posible equipo, si yo cambio a Génesis con César ¿cambia el equipo? E: Nooo E4: Si, ahh no P: Sigue siendo el mismo equipo</p>	<p>Modelar</p> <p>Orientaciones didácticas</p>	<p>Se fomenta la selección y evaluación de modelos que involucran patrones y regularidades</p> <p>Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas.</p>	<p>la y de que</p> <p>Durante la gestión del profesor, se induce a identificar el modelo que se debe aplicar. Se observa que el profesor realiza preguntas específicas, que favorece la identificación del modelo que se aplicará.</p> <p>El profesor advierte dudas en los estudiantes, por lo que plantea una situación conocida para identificar diferencias entre modelos.</p>

E: Si
 P: Estimados,
 ayer jugó Chile y todos los periodistas se refieren al combinado nacional ya, porque ustedes pueden o dentro del mismo partido cambia de posiciones a los jugadores, pero el equipo sigue siendo el mismo, no varía ya, por lo tanto, el orden no importa, por lo tanto, sería una combinación.

<p>P: Es lo primero que tiene que ver, sería una combinación e inmediatamente usted se dirige hacia acá (guía de las fórmulas), la siguiente pregunta ¿se pueden repetir los elementos?</p>	<p>Modelar</p>	<p>Se fomenta la selección y evaluación de modelos que involucran patrones y regularidades.</p>	<p>Evalúa un modelo matemático para utilizar y si este es apropiado o no, preguntando a los estudiantes.</p>
---	----------------	---	--

(Estudiantes responden aleatoriamente: si y no)

La representación utilizada por el profesor no detalla con precisión sus características, lo que provoca cuestionamientos de parte de los estudiantes.

P: Si o no
 E5: No porque son personas
 P: Son personas, si yo tengo el equipo acá no puedo tener a otro César jugando
 E6: ¿Y qué pasa si otro se llama César?

<p>P: Entonces si yo me voy acá es una combinación, se pueden repetir los elementos, perdón no se pueden repetir y me da la fórmula (escribe la fórmula en la pizarra) Esta es la fórmula que yo debo (siéntate derecho Segura) esta es la fórmula que debo</p>	<p>Conceptual</p>	<p>Combinación</p>	<p>Se identifica el método de conteo “combinación” nombrando sus características y formula.</p>
---	-------------------	--------------------	---

ocupar para usar combinaciones sin repetición, y usted la va a sacar directamente de acá (guía con fórmulas).

<p>P: Y como usted identificó en n y el k es simplemente reemplazar, tengo nueve factorial voy a restar al tiro nueve menos cinco son cuatro factorial por “k” factorial que es cinco.</p>	<p>Matematización.</p>	<p>Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático</p>	<p>Se evidencia que ya seleccionado el modelo, el profesor resuelve el problema mediante los lineamientos entregados por la fórmula.</p>
<p>Vuelvo a reiterar no puedo multiplicar cuatro por cinco y decir que es veinte factorial, siempre este de abajo va a ser mayor que el de arriba, la idea es simplificar, antes de ponerme a multiplicar cualquier cosa debo simplificar.</p>	<p>Orientaciones didácticas.</p>	<p>Lenguaje matemático.</p>	<p>No se describe el proceso de matematización correctamente al no comunicar formalmente el desarrollo del ejercicio en lenguaje matemático.</p>
<p>P: ¿Qué es lo más conveniente acá?</p>			
<p>E: El cinco</p>			
<p>P: Yo digo el nuevo lo voy a simplificar con el cinco ¿De qué forma? voy a escribir $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$ factorial, ahora de acá abajo el cuatro factorial yo no lo voy a ocupar para simplificar así que lo voy a descomponer $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5$ factorial.</p>			
<p>Las cinco factoriales se van.</p>			
<p>E: ¡SÍ!</p>			
<p>P: Pregunte hijo E: ¿Porque hasta el cinco nomas?</p>	<p>Matematización</p>	<p>Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático</p>	<p>Con respecto a lo observado el profesor resuelve dudas relacionadas con la simplificación de números factoriales. Resolviendo el ejercicio de la forma más eficiente</p>
<p>P: Haber, yo lo podría escribir hasta el cuatro, tres, dos y uno, pero es para mediar un poquito</p>			

y que utilicen mejor el espacio, fíjate entre el cuatro y el cinco ¿cuál es mayor?

E8: Cinco

P: Cinco factorial, entonces yo sé que lo voy a simplificar con el de arriba para no descomponer ese, llegue hasta el cinco factorial que es esto es $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$, que es lo mismo que está acá y está abreviado solamente.

Ahora como el cuatro no lo ocupe. ¿Qué hago? ¿Qué hago con el cuatro?

Lo descompongo para poder simplificar después ¡ya!, por eso señor Fernández lo dejo hasta ahí. ¿Alguien más tiene dudas con eso?

Orientaciones didácticas.

Experiencias previas.

Profesor recurre a los conocimientos previos de los estudiantes, como simplificación de fracciones y lo aplica en relación con los números factoriales.

Lenguaje matemático.

Se evidencia una baja utilización de lenguaje matemático por parte del profesor, lo cual no fomenta uno de los enfoques didácticos transversales de la enseñanza matemática.

P: Insisto esto es básico, no se vayan a equivocar en un cálculo de eso. Ahora me he pillado con el siguiente error, multiplican acá, multiplican acá y después se ponen a simplificar. Hay que hacerlo antes, antes de multiplicar cualquier cosa simplificar.

E: El cuatro con el ocho

P: Mejor aún, cuatro por dos ocho, y se va el ocho de acá.

El tres con el seis y me queda dos. ¿Podría haber simplificado de otra forma? sí. Pero lo deje de esta forma.

Orientaciones didácticas.

Lenguaje matemático.

Se vuelve a observar que el docente no describe elementos matemáticos con buen lenguaje, lo que dificulta que el estudiante lo asimile.

Retroalimentación.

Se evidencia que el docente no valora las ideas que sus estudiantes entregan. Más bien impone su forma de trabajo.

Centrar el aprendizaje en el estudiante.

Profesor desarrolla ejercicios de forma personal, con sus mecanismos. No incluye ni tampoco valora opiniones de sus estudiantes.

P: Dos minutos para que copien eso, eh voy a dar 15 minutos para

Procesos didácticos

Secuencia didáctica. (Desarrollo).

Profesor entrega lineamientos para el trabajo a realizar. Falta detallar

que ustedes trabajen. Chiquillos si quieren hacerlo de forma desordenada ya sea cualquier otro problema, háganlo.

características de trabajo.

Voy a dar 15 minutos para que hagan unos 2 o 3 problemas y vuelvo a revisar otro y ustedes me dicen si es que uno de esos no lo pudo hacer. 15 minutos de trabajo.

Orientaciones didácticas.

Comunicación y aprendizaje cooperativo.

Profesor busca fomentar la comunicación entre estudiantes, otorgando tiempo de trabajo para trabajar de forma independiente.

P: Identificar el número de elementos con los que cuento y de cuantos grupos quiero formar la combinación y/o variaciones.

Modelar

Expresar acciones o situaciones con lenguaje matemático. MATEMATIZACION CAMBIAR

Se observa que se establece relación entre la situación expresada y los elementos formales que conforman la combinación y/o variación.

P: Ahora ese es el primer análisis, luego tomé esto (guía con las fórmulas). Insisto olvidémonos que dice variación. ¿Importa el orden?

Modelar.

Se fomenta la selección y evaluación de modelos que involucran patrones y regularidades

Se evidencia que se realiza pregunta clave para identificar la elección de un modelo.

P: Vuelvo a insistir porque todavía se confunden algunos cuando importa el orden y cuando no.

Orientaciones didácticas.

Repasar conceptos y ejercitar.

En lo declarativo el profesor identifica confusiones. Dando paso a recalcar características fundamentales de los métodos de conteo.

P: Ahora vuelvo a insistir venga Antonia, Montserrat y Tiare. Venga para acá las tres. (Profesor ordena a estos 3 estudiantes en la pizarra y las cambia de posición. Lo hace para demostrar cuando importa o no el orden) diferencia entre combinación y variación.

Orientaciones didácticas.

Repasar conceptos y ejercitar.

Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas.

COPISE.

A través de una representación concreta, se evidencia que el profesor retoma conceptos y sus características. Con el fin de identificar un modelo específico.

P: “En un edificio en el que viven 25 personas adultas hay que formar

Modelar

Se fomenta la selección y

Se observa que el profesor induce a través de preguntas, la evaluación y selección de

<p>una comisión interna de tres personas. Un presidente, un secretario y un tesorero, ¿Cuántas comisiones se pueden formar?” Este problema lo hicimos a principio de año, pero veámoslo así (escribe en la pizarra) ... eh, si estamos hablando de cargos... ¡Segura!... Como estamos hablando de cargos, si yo cambio un presidente con un tesorero, va a ser distinto... ya, por lo tanto, el orden aquí sí importa. Porque estamos ocupando cargos fijos, presidente, secretario y tesorero. Si debería importar, porque no es lo mismo que Gustavo sea presidente y que después tengan a Nahuelpán de presidente.</p> <p>Es: ¡NO!</p> <p>P: ¡Exacto! Entonces, ahí sería una variación... (Escribe) variación, ahora ¿Va a ser con o sin repetición?</p> <p>Es: ¡Sin!</p> <p>P: Sin repetición, no puede uno aceptar más de un cargo.</p>	<p>Orientaciones didácticas.</p>	<p>evaluación de un modelo específico. modelos que involucran patrones y regularidades</p>	<p>Se evidencia que el docente a través del proceso de evaluación y selección se incluye situaciones de la vida cotidiana para la representación del modelo.</p>
<p>P: Ahora ¿Cuánto vale el “n”?</p> <p>E: ¡25! (Profesor escribe k en la pizarra) ... 3</p> <p>P: El resto lo pueden hacer ustedes, porque son... la fórmula llega directa, ¿Ya?</p>	<p>Matematización</p>	<p>Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático</p>	<p>Se refleja que, ya realizado la elección de un modelo, se pasa al desarrollo simbólico de la situación ya representada.</p>

<p>P: Quedan aproximadamente 5 minutos sigan trabajando, insisto mañana terminamos esta guía y si se portan bien les voy a borrar el último, el control más malo.</p>	<p>Procesos didácticos</p>	<p>Secuencia didáctica. (Cierre)</p>	<p>Se identifica el cierre de las clases. El profesor no verifica avance de los estudiantes ni realiza retroalimentación de los contenidos. Continúa la resolución de problemas.</p>
<p>Clase 2</p>			
<p>P: Saquen todos sus guías y sus cuadernos...</p>	<p>Procesos didácticos</p>	<p>Secuencia didáctica. (Inicio)</p>	<p>Se identifica el inicio de la clase. Donde el profesor exige que preparen los materiales de trabajo.</p>
<p>P: Quiero hacer hincapié en 2 ejercicios que pienso que todavía hay dudas dice: “En un edificio en el que viven 25 personas adultas hay que formar una comisión interna de tres personas, un presidente, un secretario y un tesorero ¿Cuántas comisiones se pueden formar?”. Cuando hablamos de comisiones, cada integrante de esta comisión tiene un rol específico, donde vamos a hacer el contraste con otro problema que viene más adelante.</p>	<p>Procesos didácticos</p>	<p>Secuencia didáctica. (Inicio)</p>	<p>En la extensión del inicio de clase se observa que el profesor retoma las actividades realizadas la clase anterior.</p>
<p>P: A ver, el gobierno está compuesto por el presidente, los diputados, senadores un montón de personajes que uno pone en el gobierno, todos con un rol distinto.</p>	<p>Orientaciones didácticas</p>	<p>Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas.</p>	<p>Se expresa situaciones de la vida real para la comprensión de concepto, contextualizando a los estudiantes a la realidad política que se está viviendo en el país.</p>
<p>P: Si yo, será lo mismo si yo tomo a Florcita Motuda y lo cambio con Piñera, ¿Será lo</p>	<p>Orientaciones didácticas</p>	<p>Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas.</p>	<p>Se evidencia que el profesor identificó errores de los estudiantes, y realiza una retroalimentación con problemas que él estima importantes para reafirmar los conceptos.</p>

<p>mismo?, pero cambia el personaje, ósea hay un cambio porque cada uno tiene un rol específico entonces si yo cambio al presidente por el secretario la figura cambia.</p>		<p>Variación repetición</p>	<p>sin</p>	<p>Se dictaminan diferencias específicas para reconocer las variaciones. Donde el profesor intenciona preguntas que aluden a las características de esta técnica de conteo.</p>
<p>P: Pero en el equipo todos tienen el mismo peso, todos tienen la misma importancia a eso me refiero, aquí el orden sí importa porque tienen un cargo específico, en el caso de los jugadores de basquetbol todos son jugadores de básquetbol, pueden cumplir la función del otro en este caso no, entonces es bien fino el hilo que divide entre la variación y una combinación pero si yo lo veo de esta forma cambia por lo tanto es una variación ¿Con o sin repetición?</p> <p>P: Sin repetición, entonces es una variación sin repetición, ya e insisto eso es lo importante, después me voy aquí a la parte de variaciones (muestra fotocopia) y sin repetición la fórmula es $n! / (n-k)!$</p>	<p>Conceptual</p>	<p>Variación repetición</p>	<p>sin</p>	<p>Se dictaminan diferencias específicas para reconocer las variaciones. Donde el profesor intenciona preguntas que aluden a las características de esta técnica de conteo.</p>
<p>P: Reemplazo mi n vale 25 y es la variación de 25 en 3. Mi n vale 25 y me queda 25- 3 factorial, 25 factorial dividido en 22 factorial esto es 25 por 24 por 23 por 22 factorial dividido en 22 factorial ¿Cuánto es 25 por 24 por 23? ¿Cuánto?</p>	<p>Matematización</p>	<p>Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático</p>	<p>Se hace la resolución del ejercicio desde el problema matemático hasta la solución matemática sin generar la contextualización con el resultado obtenido.</p>	

E: 13800			
P: 13800, ya por lo tanto tengo 13800 variaciones			
P: Aquí no importa porque tengo 4, pero los 4 tienen la misma misión si yo cambio uno siguen teniendo la misma labor ahí está la diferencia con el anterior, porque en el anterior tenían cada uno puesto definido ya, por lo tanto queda una combinación porque no importa el orden, ahora ¿Será con o sin repetición?	Conceptual	Combinación	Se explica el concepto de combinación de manera genérica donde se refuerza la importancia de considerar o no el orden.
P: Usar en combinación sin repetición, se va a combinación sin repetición es $n!$, $n - k$ factorial k factorial			
P: Lo que quería hacer era marcar la diferencia entre el problema anterior y este, cuando es variación y cuando es combinación porque es muy fina la línea que los separa	Orientaciones didácticas	Retroalimentación	Se realiza una revisión de los modelos utilizados donde ayuda a los estudiantes a identificar los elementos importantes de cada uno.
P: “Un estudiante para aprobar un examen que consta de 10 preguntas debe contestar 7 de ellas, la primera parte ni siquiera piensen mucho, lo primero que deben hacer es identificar el n que es 10 y k es igual a 7 A (al mismo tiempo del profesor): n que es 10 y k es igual a 7 P: Ahora me dicen que debe contestar 7 E: De 10, ¿De cuántas maneras puede hacer la selección?	Modelar	Expresar acciones o situaciones con lenguaje matemático.	Se presenta la situación enfocada a un problema de la cotidianidad de los estudiantes y se establecen los valores que se utilizarán para resolver el problema. Ayuda a los estudiantes a definir bien cómo sería la forma de representar el ejercicio matemáticamente. Se advierte de una situación poco usual, al momento de que el profesor solo pide mecanizar el contenido, sin un previo análisis de lo que se está haciendo

P: De 10, de cuántas maneras puede hacer la selección de las 7 para aprobar el examen...

¿Importa el orden?

E: ¡No!

P: Y si no importa el orden por lo tanto es combinación.

A (al mismo tiempo del profesor):

Combinación

P: Podré escoger dos veces la misma pregunta o tres veces

E: No

P: Por lo tanto, es:

E: Sin repetición

P: Bien, yo teniendo eso solamente el ejercicio está prácticamente resuelto, los que pueden ven la formulita, que es combinación sin repetición que ya la hemos hecho bastantes veces. Combinación de 10 con 7 esto es 10 factorial 10 menos 7 son 3 factorial por el 7 factorial. 10 por 9 por 8 por 7 factorial, el 3 no lo voy a ocupar así que lo descompongo 3 por 2 por 1 por 7 factorial. Luego simplificar 7 factorial con el 7 factorial, el 3 lo puedo simplificar con el 9 y queda 3, el 2 con el 10 o el 8 con el 10 y 5, 3 por 8 24 y por 5 son 120, ¿Quién me había preguntado por el 9?

Matematización

Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático

Se generaliza y formaliza el ejercicio donde pierde su contextualización y se enfoca en el cálculo requerido para la resolución matemática del problema.

P: Ehh a ver por algo existen este asunto de las factoriales ya, van a escribir un número muy grande de una forma más abreviada.

Conceptual

Factorial

El profesor expone para qué se utiliza el número factorial y su representación. Recalcando el concepto.

Orientaciones didácticas

Repasar conceptos y ejercitar.

combinación de 3 pero ¿qué pasa si los que me quedan son los 3 de matemática? Ahí me dice que tiene que haber uno de matemática y dos de lenguaje (señala las combinaciones) son casos posibles que me sirven. Entonces no puedo hacer 1 combinaciones sobre 3 porque en esas combinaciones van a estar los 3 de matemática o 3 de lenguaje, o 2 de matemática y 1 de lenguaje.

P: A ver de nuevo, a ver ... me gusta esa idea a ver a ver ...

E: Eh hacer la combinación sin repetición para cada uno, son 4 profes de lenguaje y dice que tiene que haber 2, ósea la “n” sería 4 y la “k” sería 2

P: Ya

E: Y en matemática hacer lo mismo, pero la “n” sería 3 y la “k” 1 y después sumar los resultados, por decir algo.

P: Vamos a ver, eh... claro Gaete me dice que busque las combinaciones de los profesores de lenguaje ¿Cuántas combinaciones de profesores de lenguaje tengo? Entonces vamos a ver, tengo la combinación de (Escribe en la pizarra: “C: 4, 2”) 4 y como son 2 de lenguaje, todas las

Orientaciones
Didácticas

Comunicación
aprendizaje
cooperativo

y

Se incita al estudiante a analizar, evaluar y representar los posibles resultados o pasos a seguir para la solución del problema.

Matematización

Gestiona la aplicación
del modelo y la
resolución del
problema matemático

Internalización de los
modelos posibles para
resolver el problema
eligiendo la combinación,
dándole paso a la resolución
del ejercicio de forma
matemática, sin
contextualizar.

combinaciones de dos profes de lenguaje, entonces esto me queda ... si este es sin repetición, ¿Cómo queda la primera sin repetición?, 4 factorial ... 4 menos 2, factorial por 2 factorial, ¿Certo?, esto es 4 factorial... 2 factorial por dos factorial ... 4 factorial ... 2 factorial 2 por 1, ¡hay perdón! ... 4 por 3 por 2 factorial, se me va eso con eso (simplifica los 2 factorial), me queda en 12 partido en 2 y esto es 6, tengo 6 si yo combino a los profesores de lenguaje ¡tengo 6!, tengo 6 combinaciones, ¿Que más...?

P: Los profes de matemática me quedaría una combinación (Escribe en la pizarra: “C: 3, 1”) eh ... 3 y 1, y esto ¿Qué es lo que es?, 3 factorial ... 3 menos 1, factorial por 1 factorial, a ver esto es 3 por 2 factorial, partido por 2 factorial por 1 (simplifica) y obviamente me da 3, y ahora ... yo creo que vamos bien, vamos bien ... tengo todas las posibles combinaciones de los profesores de lenguaje, y tengo 3 combinaciones para los profesores de ...
E: Con el principio multiplicativo la había hecho yo, porque como... se acuerda que el año pasado la

Matematización

Gestiona la aplicación del modelo y la resolución del problema matemático

Incita la conexión de la solución matemática hacia la solución del mundo real.

Conceptual

Se continúa con la resolución del ejercicio según el modelo elegido, sosteniendo el punto anterior de la complejidad donde los estudiantes pudieron encontrar la manera más factible de resolverlo. Mientras se resuelve se va contextualizando la respuesta.

Profesor aplica el principio multiplicativo en un contexto donde no justifica su uso.

hacíamos así con los cuadraditos...

Principio
multiplicativo

P: Ya

E: Pero si se comienza de ahí y la cosa es que dependiendo de los puestos y la cantidad de personas que podían hacer colocaban los números, entonces en un cuadradito iría... irían 3 profesores de matemática sumarle los 4 y luego se le resta 1 profesor de lenguaje, no sé si estará bien, pero ...

P: Haber dame un...

Así no me dio, como encontré... veámoslo así, las combinaciones de los profesores de lenguaje, para diferenciar las dos ¿ya? Y las combinaciones de los profesores de matemática... ¿Cuántas posibles combinaciones de profesores de lenguaje tengo?

E: 4

E: 6

P: 6, tengo 6 posibles combinaciones, ¿cierto? Y cuántas combinaciones de matemática tengo

E: 3

P: Haber creo que... tengo 6 posibles combinaciones ósea alternativas para profesores de lenguaje y tengo 3 posibles alternativas para el profe de matemática, 6 por 3...

E: 18

P: Les estoy pidiendo 10 minutitos que estén calladitos, ¡Trabajando

Procesos
didácticos

Secuencia de clases
(Cierre)

Al realizar el cierre de la clase, solo se estipula que deben trabajar hasta el fin de

<p>sí! Que no se ponga nadie de pie, excepto 1 que va a recoger los cuescos de ciruela ... (audio ilegible), ya ... así que los quiero trabajando y Jiménez barriendo</p>	<p>la clase. No se hacen preguntas sobre lo ocurrido en la clase o una breve retroalimentación de esta.</p>
---	---

Clase 3

<p>P: Chiquillos vamos a salir un poquito de las partes de las probabilidades, lo vamos a ver de otra forma, para eso es importante conocer que es una variable aleatoria, que crees usted que es una variable aleatoria, que cree que me refiero ¿Qué es una variable?... Solís parece que quiere decir algo. ¿Qué es lo que una variable que crees usted que es una variable, que lo que entiende usted por la palabra variable?</p>	<p>Procesos didácticos</p>	<p>Secuencia de clases (Inicio)</p>	<p>En lo declarado por el profesor se evidencia un inicio, al declarar que se presentará un nuevo contenido y que lo abordaron de manera similar, pero desde otro enfoque. Además, realizando preguntas de forma introductoria que están relacionadas directamente con el objetivo y propósito de la clase.</p>
--	----------------------------	-------------------------------------	---

<p>P: Una variable aleatoria denotada generalmente con un "X" mayúscula, es una función que asocia un número real "x" a cada elemento del espacio muestral de un experimento.</p>	<p>Conceptual</p>	<p>Definición de Variable aleatoria.</p>	<p>Expone una definición formal de la función variable aleatoria y del espacio muestral, incluyendo notación científica.</p>
---	-------------------	--	--

<p>P: Ya vamos a definir lo siguiente para que vayamos viendo, símbolos importantes, ya este símbolo se llama Omega y va a hacer una abreviación de un espacio muestral. Se define un espacio muestral, por lo general</p>	<p>Orientaciones didácticas</p>	<p>Lenguaje matemático</p>	<p>Representa variables con sus respectivos símbolos, para distinguirlos y representarlos.</p>
--	---------------------------------	----------------------------	--

lo voy a hacer con este símbolo un espacio muestral.

P: Este símbolo se ocupa bastante para definir espacios muestrales, ya para que lo tengas ahí en mente ahí y noten lo que significa.

<p>P: ¡Ejemplo! Si el espacio muestral de verificar el funcionamiento de tres ampolletas, considerando defectuosa o no defectuosa, voy a encontrar el espacio muestral de la verificación de tres ampolletas, que puede ocurrir cuando yo revise las tres ampolletas, definiendo como defectuosa o no defectuosa, eso es lo que tengo que ver yo al revisar las ampolletas, que me puede aparecer al revisar estas tres ampolletas.</p>	<p>Orientaciones didácticas</p>	<p>Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas</p>	<p>Ante el ejemplo expuesto, se evidencia una representación del mundo real de manera que aclara los conceptos presentados, que pueden ser familiares, esto con el sentido de simplificar un concepto matemático.</p>
---	---------------------------------	--	---

<p>P: Chiquillos se olvidan de algo importante quiero ver todas las posibles eh combinaciones o todos los posibles eventos que podrían pasar.</p>	<p>Conceptual</p>	<p>Variable aleatoria</p>	<p>Recalca la importancia de considerar todas las posibles soluciones de un experimento muestral de una variable aleatoria. De esta forma mostrando los conceptos de espacio muestral y recorrido de la (v.a.) de manera aplicable.</p>
<p>P: Esto es algo importantes chiquillos, siempre que yo quiera calcular un espacio muestral, es importante ver cuántas son los elementos del espacio muestral, y lo mejor ideal buscar un orden.</p>			

<p>P: Se puede definir la variable “X” que asigna a cada elemento del espacio muestral, “pueden abreviar la palabra espacio muestral con el símbolo por eso es lo que vamos a ocupar...”</p>	<p>Orientaciones didácticas.</p>	<p>Lenguaje matemático</p>	<p>Promueve a los estudiantes con lenguaje matemático a través de la noción de variable aleatoria y espacio muestral.</p>
<p>P: Hay diferentes variables en este caso que puedo establecer, en este caso definí mi X como cantidad de ampollitas no defectuosas, podría perfectamente haber definido mi X como la cantidad de ampollitas defectuosas también puede ser pero en este caso dije “voy a decidir que mi variable X va ser la cantidad de ampollitas no defectuosas” entonces aquí voy a definir cada elemento del espacio muestral, y aquí va ir mi X ¿Ya? Que quiere decir que, para el primer elemento, para el primer elemento de mi espacio muestral ¿Cuánto vale X? E: Tres. P: Dije que x, Asigna a cada elemento del espacio muestral, X se le asigna a ese elemento eh la cantidad de ampollitas no defectuosas.</p>	<p>Modelar</p>	<p>Seleccionar y evaluar modelos que involucren patrones y regularidades.</p>	<p>Declara variables a considerar para ajustar el modelo considerado, a modo de que los estudiantes reconozcan los patrones y regularidades del problema y poder utilizar de forma correcta el modelo.</p>
<p>P: Un experimento podría tener dos o más variables aleatorias asociadas, por ejemplo: En el experimento de las ampollitas se podría definir la variable aleatoria (...) Se podría</p>	<p>Conceptual</p>	<p>Variable aleatoria</p>	<p>Declara una diferencia al momento de elegir más de una variable aleatoria dado solo un experimento. Explica en forma clara y enfática al designar más de una variable. Recuerda a los estudiantes que es una variable.</p>

<p>primero que les pedía yo era encontrar el espacio muestral, ahora segundo es el recorrido. La variable aleatoria que define aquí es número de fichas blancas, ¿ya? Esa es la variable aleatoria que me definieron. ¿Qué otra variable podría haber tenido?, fichas negras, ¿ya?, entonces ¿Para encontrar el recorrido que es lo que hago yo?, aquí coloco mi espacio muestral y aquí coloco mi “X”; el espacio muestral tengo blanca- blanca, en el primer caso cuánto vale mi X</p>	<p>Lenguaje matemático.</p>	<p>transmite los contenidos con sus notaciones y nombres</p>	
<p>P: Chiquillos el concepto de variable aleatoria es lo que me interesaba haber introducido un poquitito que es bien básico, puedo yo en un mismo experimento definir varias variables aleatorias, varias. Y va a depender del problema que tenga, y la variable obviamente puede tener el espacio muestral y el recorrido. Así que para terminar solamente me interesa que hagamos un ejercicio, lo hacen ustedes y después lo últimos 10 minutos pueden descansar, siempre y cuando lo hagan.</p>	<p>Procesos didácticos</p>	<p>Secuencia de clase (Cierre)</p>	<p>Realiza un resumen sobre la clase, identificando el elemento central y habla sobre el propósito de la clase, realiza una breve reflexión sobre lo aprendido y una breve retroalimentación sobre casos hipotéticos sobre la variable aleatoria.</p>
	<p>Procesos didácticos</p>	<p>Contrato Pedagógico</p>	<p>Se observa una estrategia didáctica que se basa en un acuerdo negociado, entre el profesor y el estudiante, porque define un pacto de trabajo y descanso, que beneficia a la clase.</p>

Nota. Tabla de clases transcritas, analizadas con categorías de análisis Fuente: Elaboración propia.

2. Análisis interpretativo de las clases

A continuación, presentaremos un análisis de los resultados obtenidos y que será interpretado bajo las siguientes categorías

2.1 Habilidad modelar

En relación con las clases observadas y con justificación en la habilidad matemática modelar, se puede establecer que el profesor investigado en general no aplica estrictamente los procedimientos, que forman el desarrollo de la modelización matemática. Se ve la carencia de coherencia en la implementación de la habilidad de modelar y lo que genera una vez que la aplica.

Constantemente el docente hacía uso reiterado de los mismos ejercicios que sólo cambiaban el contexto, pero llevan a la misma lógica de resolución, siendo que la idea de la habilidad de modelar es hacer que el estudiante exprese las situaciones en lenguaje matemático, luego seleccione, evalúe y aplique modelos que puedan facilitar la resolución del problema y por supuesto la contextualización de la respuesta según cada ejercicio. Se pudo observar que el profesor en un momento determinado de la clase declaró:

“...La primera parte ni siquiera piensen mucho, lo primero que deben hacer es identificar el n que es 10 y k es igual a 7”.

En la cita se aprecia que no incentivó a los estudiantes de manera que aplicaran modelos para la resolución del problema, y al considerar este punto el profesor se evidencia que es tradicionalista y genera mecanicismo en los estudiantes. Tal como lo menciona el ministerio de educación y los principios de la modelación, el estudiante debe ser protagonista de su aprendizaje y en lo expuesto no se observa en ningún momento que se potencien e incentiven estas competencias.

Es necesario recalcar el hecho de que el docente estudiado posee un enfoque tradicionalista, puesto que inicia sus clases exponiendo problemas matemáticos que él mismo

resuelve, entregando las fórmulas a aplicar tanto en la pizarra como en papel (formulario fotocopiado desde el libro “Sé protagonista” editorial SM), y de forma generalizada sus clases se sostienen principalmente en listados de ejercicios, aunque a veces de manera ocasional hace participar a los estudiantes con preguntas cerradas, que en varias oportunidades se responde el mismo. No obstante, se evidenciaron pocas situaciones en que el profesor recalca y se preocupa que los estudiantes comprendan la disparidad de las definiciones del contenido como por ejemplo:

“...veamos, tengo que ver si importa o no el orden para decidir si es variación o combinación”.

“... ¡Sí importa el orden! esto es variación. Ahora vuelvo a insistir venga Antonia, Montserrat y Tiare. Venga para acá las tres. (Profesor ordena a estos 3 estudiantes en la pizarra y las cambia de posición. Lo hace para demostrar cuando importa o no el orden) ...”

Entonces contextualiza los ejercicios y los involucra como partícipes de los ejemplos de la problemática. Todo esto desde el punto de vista del modelamiento aporta en ocasiones un grado menor a dicha habilidad, rescatando ejercicios y trasponiendo a un problema del mundo real. Sin embargo, carece de la gestión de selección y evaluación de modelos que se mencionó anteriormente, al intervenir el mismo, dando el modelo a aplicar o simplemente intencionar o direccionar demasiado la solución del problema.

Referente a las actividades propuestas tampoco son aplicables a la habilidad, no se genera un conjunto de aprendizaje, ya que al ser expuestas no desarrolla el proceso completo solo el análisis conceptual y resultado matemático, faltando el momento más importante cuando la solución matemática se contextualiza a la real. Por lo tanto, se cumple ciertos elementos del proceso, pero no es capaz de intencionar la esencia del modelamiento que son observar un problema del mundo real, analizarlo e identificar variables en un contexto matemático y seleccionar un modelo que sea pertinente para resolverlo.

2.2 Matemización

Teniendo en consideración que para nosotros la matemización es un proceso complementario de la modelización, caracterizando específicamente las fases 2 y 3 podemos evidenciar que existe la implementación de estos procesos por parte del docente.

“P: Y como usted identificó en “n” y el “k” es simplemente reemplazar, tengo nueve factorial voy a restar al tiro nueve menos cinco son cuatro factorial por “k” factorial que es cinco.”

En esta cita se refleja la fase 2, la cual se define la justificación del modelo seleccionado en el proceso de modelización, a través de su representación simbólica. Bajo este análisis y referente a esta situación se evidencia que el docente no aplica correctamente esta fase, al desarrollar los ejercicios directamente en la pizarra, siendo que el estudiante quien debiera realizar el proceso de la transición del modelo a su expresión simbólica.

“- El resto lo pueden hacer ustedes, porque son... la fórmula llega directa, ¿Ya? ... Chiquillos a ver, eh aparte de... lo que importa en la clase o con respecto a la clase ... hoy día la nota es...”

Con respecto a lo anterior se observa el final de una selección del modelo, donde el profesor no sigue el desarrollo del problema, sólo declara que pueden ocupar la fórmula ellos mismo y obtienen el resultado de inmediato, sin realizar un seguimiento del ejercicio. Además, interrumpe la clase y la orienta a cosas administrativas, todo esto como un conjunto de cosas que no son parte y no permiten el proceso de matemización.

“- ¿Se tienen 7 libros y se deben escoger 3 para hacer un regalo de cuántas maneras se pueden escoger? ...” “..., 35 combinaciones”

Con respecto a lo anterior, podemos establecer que se presenta la fase 3, la cual consiste en contextualizar la solución matemática a una solución real considerando la situación cotidiana expresada en el ejercicio. El docente no aplica en todo momento esta

conexión evidenciando una poca implementación de uno de los principales procesos de matematización y modelización.

En consecuencia, podemos establecer que tanto la fase 2 y fase 3 no son aplicadas continuamente por el docente, estableciendo que no existe la utilización real de este concepto.

2.3 Orientaciones didácticas

Una de las herramientas que tiene el docente para llevar a cabo sus clases, son las que se presentan en las orientaciones didácticas que, para efectos de este análisis, las relacionamos directamente con la habilidad modelar

En estas clases se evidencian algunos hechos donde cabe destacar que el docente es capaz de realizar una actividad concreta a través de recursos de su mismo entorno, utilizando en este caso a los mismos estudiantes para aplicar el contenido de combinatoria. Bajo este análisis se puede observar la habilidad planteada, hace que el estudiante conozca los procesos de forma simbólica al tener referencias concretas, lo que facilita el aprendizaje de conceptos matemáticos tradicionales.

Una de las orientaciones didácticas más fomentadas es “COPISI”, el cual es un modelo que cumple con las características necesarias para aplicar la habilidad de modelar siendo esta una de las estrategias de aprendizaje más fomentadas por los planes y programas de estudio propuesto por el Ministerio de Educación, ya que en las actividades que propone el docente no toma en cuenta el factor concreto ni pictórico, dificultando que los estudiantes vean los ejercicios y/o ejemplos como un problema del mundo real, puesto que estos los presenta mediante enunciados que la mayor parte de ellos están contextualizados pero no se aplican representaciones visuales donde se presente una problemática de su cotidiano vivir.

En términos generales el docente no aplica los factores que el MINEDUC define como factores que favorezcan la implementación de COPISI, como lo es el aprender haciendo y centrar el aprendizaje en el estudiante lo cual no se evidencia continuamente ya que es el docente quien da respuestas a la gran mayoría de las problemáticas lo realiza. Como se expone a continuación:

“... Hay que hacerlo antes, antes de multiplicar cualquier cosa simplifico.

E: El cuatro con el ocho

P: Mejor aún, cuatro por dos ocho, y se va el ocho de acá...

.

.

E: Profe

P: ¡Silencio! ...Silencio dije...”

Y no recurre a la información que le dan sus estudiantes, solo en el caso en donde se vea aporreado o con dudas respecto al problema en cuestión.

“...P: ya, quien me dé una solución le regalo 5 décimas oye insisto hasta yo estoy complicado acá, no se me ocurre hasta el momento que hacer, haber explico por qué es distinto ...”

Si bien el docente continuamente busca representaciones y experiencias conocidas que en cierta medida apoyan a la implementación de la habilidad, solo que están contextualizadas de una manera abstracta.

Centrándose en el desarrollo de la clase, específicamente en las instrucciones dadas por el profesor para proceder a la resolución de los ejercicios, deja poco esclarecido lo que deben hacer los estudiantes, y lo que alcanza a explicar lo resuelve por su cuenta, lo cual genera poca autonomía en el trabajo de los alumnos, donde se salta el proceso de aprendizaje significativo, ya que ellos no razonan para la realización de las actividades, sólo mecanizan o esperan que el profesor resuelva los ejercicios en la pizarra “*..Dos minutos para que copien eso*” . El profesor no genera el aprender haciendo, tampoco centra el aprendizaje en el estudiante, a la vez uno de los pocos momentos donde pueden trabajar es “*...quedan aproximadamente 5 minutos chiquillos sigan trabajando...*”, ¡“*... ya chiquillos tienen 15 minutos para trabajar...!*”

2.4 Procesos didácticos y planificación de clases

En varias ocasiones se observó que la clase se vio discontinuada debido a constantes interrupciones externas, que en veces llevó al profesor a ausentarse por más de 10 minutos de la clase, o bien se interrumpió la clase por alrededor de 20 minutos por circunstancias de otra asignatura.

Se observó en gran medida una carencia de secuencia didáctica, al evidenciar una falta de inicio y cierre de clases como, por ejemplo:

“... ¿Sus cuadernos? Quiero a todos con sus cuadernos sobre la mesa, ¿Su cuaderno francisca? Lo que vamos a hacer de aquí en más, solamente refuerzo...”

El profesor considera que establecer el orden y hacer un refuerzo al comenzar la clase, siendo que se debería generar un enlace con la clase anterior para poder comenzar a generar un nuevo aprendizaje, aplicando conocimientos previos o cerrar de buena manera conceptos. De esta misma forma el cierre de la clase lo deja a la deriva, donde les dice a los estudiantes *“...así que trabajan... les estoy pidiendo 10 minutitos que estén calladitos, ¡Trabajando sí! Que no se ponga nadie de pie...”*

No genera un cierre conceptual o una retroalimentación final de la clase, donde pueda preguntar *¿Que les costó más a los estudiantes?, o ¿Qué se les hizo más fácil?* En donde se evidencia que se hace un mal uso del tiempo, en cuestiones administrativas de clase.

Se puede recalcar que tiene un contrato didáctico consolidado con los estudiantes donde siempre se generan nuevas oportunidades de acuerdos donde se ven beneficiados tanto profesor como alumnos.

“...El esquema que les entregue el otro día, préstame la guía (apunta), esto es lo único que van a poder ocupar para la evaluación, si se portan bien los voy a dejar usar el esquema...”

2.5 Conceptual

Haciendo hincapié al contenido puro referente al concepto expuesto en clase, cabe destacar algunos contenidos que son primordiales, en este caso “variable aleatoria”, el docente pone énfasis en lo que es primordial para el estudiante, orientando; lo que se puede apreciar en la siguiente frase:

“P: chiquillos se olvidan de algo importante quiero ver todas las posibles eh combinaciones o todos los posibles eventos que podrían pasar.

P: Esto es algo importantes chiquillos, siempre que yo quiera calcular un espacio muestral, es importante ver cuántas son los elementos del espacio muestral, y lo mejor ideal buscar un orden”.

En este caso refleja la importancia de este concepto “Espacio Muestral” asumiendo así que será fundamental para el trabajo a futuro.

Por otro lado, en general el profesor no presenta completamente el contenido de una manera formal, salvo en la última clase definiendo que es una variable aleatoria, aun así en la mayoría de sus clases solo muestra lo primordial y de forma muy resumida y específica para los estudiantes, se puede demostrar cuando el docente señala que solo apliquen las fórmulas sin darle importancia del por qué las deben utilizar.

El profesor le da más importancia o mayor relevancia a las orientaciones didácticas, que al enfoque de la habilidad estudiada, es decir no es protagónica, comparativamente con otras que se presentan como los elementos conceptuales o la didáctica propiamente tal. Como se ve observado en la imagen 5.

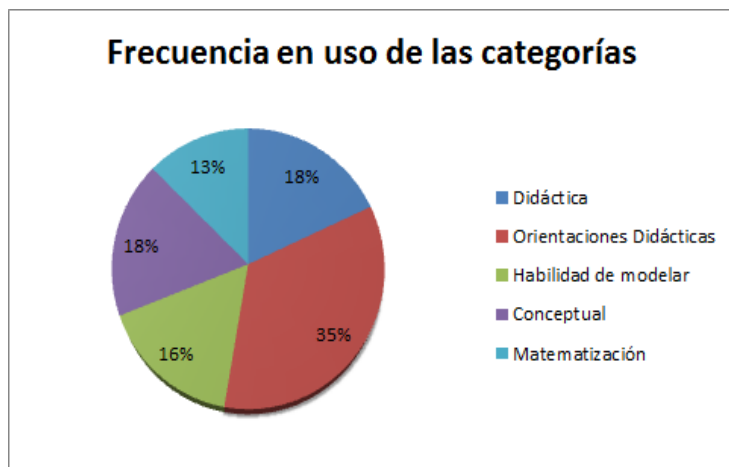


Imagen 5: Elaboración propia, frecuencia de uso de categorías

3. Análisis entrevista

A continuación, se presenta el análisis de la entrevista realizada al profesor, donde se aprecia el punto de vista del profesor respecto a la habilidad de modelar. Partiendo por el concepto general de habilidades

“Las habilidades matemáticas según yo se refieren a las capacidades del estudiante a la resolución a algún problema, sin embargo, también es necesario tener ciertos conocimientos básicos de la asignatura.”

Se evidencia que el profesor posee un concepto general de lo que son las habilidades matemáticas, pero no entra a profundizar en detalle al respecto por lo que su respuesta no es concluyente con nuestra investigación.

Luego se le pregunta qué entiende por la habilidad modelar

“La idea es que el estudiante vaya siendo participe en la concepción de los conceptos matemáticos, que sea capaz de llegar a alguna forma o algún resultado por sus propios métodos y después obviamente con la ayuda del profesor formalizar este conocimiento.”

En lo cual se entiende que el docente conoce algunas de las características que conforman el ciclo de modelar, partiendo por hacer partícipe al estudiante en la búsqueda del modelo, aun así, no completa todo el procedimiento de modelización, por lo tanto, podemos deducir que el profesor no conoce la secuencia del proceso de modelización.

Luego el profesor responde a la interrogante de si aplica esta habilidad.

“Dentro de lo posible sipo, en realidad es... por eso pienso que hay algunos estudiantes que son capaces de llegar a esta... a modelar, pero siendo realistas hay casos que es un poquito complicado, ya eh dependiendo del curso se puede generar esta, esta habilidad”

Según la retrospectiva del profesor la habilidad de modelar se puede gestionar dependiendo de los estudiantes que estén trabajando con él, no de su gestión en general.

Finalmente, a la última pregunta de cómo él implementa la habilidad, responde:

“Nos referimos a la habilidad de modelamiento, empezando con alguna solución problema en caso de que se pueda y en conjunto con los estudiantes a través de una lluvia de ideas puede ser eh de ellos ir generalizando y llegar a las habilidades o perdón a llegar a concretar el concepto que se quiere para esa clase.”

Según el concepto erróneo del profesor con respecto a modelar, se puede apreciar que no aplica correctamente dicha habilidad, ya que para él la lluvia de ideas es lo más importante a fin de construir el conocimiento, pero direccionando o intencionando sus respuestas. No menciona la utilización de representaciones concretas o contextualizadas del mundo real para desarrollar la habilidad, en donde se trata de verificar el modelo con el fin de resolver los problemas y llegar una respuesta.

4. Análisis de planificaciones

Se observó una secuencia de clases enumeradas que no se reflejan en las clases grabadas, ya que previamente a la variable aleatoria debió haber una evaluación de técnicas de conteo. Las actividades expuestas son desarrollo de guía de ejercicios y clase expositiva que son coherentes con las clases grabadas. Contrastando la planificación con lo propuesto por el programa de matemática segundo año medio 2016, se puede identificar el Objetivo de aprendizaje (OA), OA 10 “Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas” y el OA 11 “Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas” Con respecto a los contenidos y conceptos se evidencia en la planificación una concordancia con el programa de estudio de matemática segundo año medio 2016, excepto sobre el contenido de función distribución que no se evidencia registro en la planificación.

En resumen, lo declarado en la planificación es coherente con las clases grabadas con respecto a los elementos didácticos de una planificación, salvo lo anteriormente mencionado. Se recalca que se hizo un análisis con los elementos disponibles en la planificación.

CAPÍTULO V
CONCLUSIONES

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

Uno de nuestros objetivos específicos se basa en el análisis de las planificaciones de clases, para comparar lo declarado con lo realizado. Sin embargo, es necesario mencionar que la planificación proporcionada por el docente se basa solo por unidad donde carece de información detallada. El docente con respecto a la unidad de Probabilidad y Estadística menciona el objetivo de aprendizaje, y la descripción de los contenidos a grandes rasgos. Actividades que no se condicen a la implementación de la habilidad estudiada de modelar, ya que en su mayoría se presenta la resolución de guías con problemas con enunciados.

Si bien el programa de estudio en resumidas palabras es una guía o sugerencia de modelo de clases, este presenta la modelación dentro de las actividades que contienen los objetivos de aprendizaje en lo que se identifica que no existe activación de la habilidad dentro de las clases. Lo que se puede verificar en la entrevista y la planificación realizada al docente y concluir que el profesor no gestionó la habilidad modelar adecuadamente, ya que, si bien según la entrevista posee una idea de esta, no conoce la esencia ni tampoco el procedimiento para desarrollarla. Esto quedó demostrado en las observaciones de clases que quedaron registradas, puesto que no generaba situaciones donde el estudiante se enfrente a un problema real con representaciones concretas, sino que solo utilizaba enunciados que simulaban estas situaciones de la vida real.

Además se apreció que el profesor es quien desarrollaba los ejercicios, dando pautas y directrices para la resolución de los problemas, no daba oportunidad de que los estudiantes desarrollaran su propio conocimiento, es decir, que el estudiante era solo un reproductor de los conocimientos del profesor, ya que la esencia de esta investigación es observar y analizar si el profesor de enseñanza media gestiona la habilidad de modelar en los estudiantes, no si el profesor aplica la habilidad en el mismo.

Se observa que el profesor domina sustancialmente los contenidos de Probabilidad y Estadística, sobre todo en contenido de combinatoria y permutación apoyándose

fundamentalmente en el libro “Sé protagonista” mencionado en la investigación; presenta ejercicios de niveles adecuados pero a la vez clásicos y similares a los establecidos en el programa del Ministerio de Educación, en algunos casos se evidenció improvisación al presentar el contenido, dando como ejemplo un problema que necesitaba de un mayor análisis y comprensión, en donde quedó demostrado por parte de él una dificultad al resolverlo, aun así fue resuelto en primera parte de forma conjunta con los estudiantes y luego un cierre de manera correcta gracias al dominio conceptual que posee el docente.

También se observó que siempre hubo buena disposición ante las preguntas de los alumnos y estas fueron resueltas de manera correcta, no así cuando se sugerían otros métodos de resolución, ya que el docente siempre trato de imponer sus metodologías propias.

Consideramos el modelamiento matemático como el proceso en el que el estudiante resuelve un problema del mundo real, esto se realiza por medio del análisis matemático relaciona las variables del mundo real, que luego las representa en variables matemáticas, para identificar y seleccionar algoritmos conocidos de modo de encontrar, conjeturar y/o ajustar un modelo aplicable al problema de modo de transformarlo a un problema matemático.

Encontramos que, el proceso de modelamiento y el ciclo de la matematización comparten procedimientos similares, pues la esencia de la habilidad consiste en el análisis del problema del mundo real relacionado con variables matemáticas y la identificación, selección y/o conjeturación de un modelo aplicable al problema del mundo real. De modo que lo demás es cálculo algebraico y traducir el resultado matemático al mundo real lo denominamos matematización. Por ende, para efectos de nuestra tesis consideramos la matematización como una parte del proceso del modelamiento.

Cerrando las conclusiones podemos aseverar que el docente no finalizó el desarrollo del ciclo de modelar, ya que no promovió ni generó los espacios para que los estudiantes desarrollaran paso a paso el proceso de la habilidad.

CAPÍTULO VI
LIMITACIONES Y PROYECCIONES

CAPÍTULO VI

LIMITACIONES Y PROYECCIONES

1. Limitaciones

Para el desarrollo de esta investigación surgieron limitaciones que incidieron en el resultado de este seminario. Comenzando con la cantidad de docentes que iban a ser observados, inicialmente serían cuatro profesores seleccionados de las prácticas de cada uno de los integrantes del grupo investigador, primeramente, lo acotado de la unidad Datos y Azar, debido a que esta se presenta en última instancia en el currículum y algunos profesores por falta de tiempo no logran abarcar esta unidad en el año escolar, por tal motivo la apartan o reducen la unidad completa a solo unas clases. También se dieron circunstancias de que un docente guía no realizaba clases en la unidad de Datos y Azar.

Otro determinante fue a causa del limitado tiempo que es destinado para esta investigación debido al retraso en la aplicación de los instrumentos de investigación, debido a factores de planificación curricular del docente observado.

Por otro lado, otro limitante fue la poca disposición del docente, ya que en ciertas situaciones se observó que él, retrasó la entrega de permisos a estudiantes y director del establecimiento, además, presentó dificultades a la hora de realizar la entrevista, demostrando inseguridades.

2. Proyecciones

Se espera que este estudio pueda compararse con más de un docente, ya que se podrían identificar diferentes patrones referentes a la calidad de profesores egresados de distintas universidades y años de egreso, demostrando también que los años de experiencia pueden ser favorables o desfavorables a la hora de abordar una unidad, basado en alguna otra habilidad matemática. También considerar otro tipo de establecimiento para observar si tanto en las dependencias particulares, subvencionadas y municipales existen diferencias en sentido de los requerimientos o enfoques que se les pide a los docentes con respecto a la habilidad modelar al momento de desarrollar sus clases. De igual forma realizar otra investigación similar, pero enfocada a identificar las distintas formas expuestas por los docentes al abarcar los contenidos de datos y azar, utilizando distintas estrategias de aprendizaje como aprendizaje colaborativo, COPISI entre otras. Como también efectuar esta misma investigación, sin embargo, enfocándose en las acciones que realizan los estudiantes respecto a la habilidad modelar.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre, A. J. (2018). *Texto del estudiante matemática 2º Medio*. Chile: Ediciones SM.
- Allen, A. R. (2008). *Algebra Intermedia*. Naucalpan de Juárez, México: Pearson Education.
- Castañeda, A. J. (2016). *Ruptura del contrato didáctico en la solución de un problema de geometría con estudiantes de secundaria*. Educación Matemática.
- Araujo, J. J. (2003). *Elementos de teoría de probabilidad para ingenieros*. Colombia: Pontificia Universidad Javeriana.
- Aravena, D. M, y Caamaño, E. C. (2007). *Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile*. Recuperado de <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052007000200001>
- Araya, R. (11 de Diciembre de 2012). *Centro de Investigación Avanzada en Educación, Centro de Investigación Avanzada en Educación*. Obtenido de http://www.ciae.uchile.cl/index.php?id=281&page=view_noticias
- Blum, W (1996). *Anwendungsorientierter Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven*. Viena, Austria: HoelderPichler-Tempsky.
- Brito, M., Alemán, I., Fraga, Para, J. y Arias, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los Ingenieros. *Revista Ingeniería Mecánica*, 14 (2), 129-139.
- Brito, V. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 129-139.
- Brousseau, G. (1980). *Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Burdeos, Francia: Université de Bordeaux..
- Brousseau, G. (1987). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques –Etudes en didactique des mathématiques*. Burdeos, Francia: Université de Bordeaux.
- Contreras, V., García ,M., Luqur, L., Marcolini, M., Ordoñez, L., Ortega ,M., Sánchez, C. (2005). Aplicación del programa Mathematica a las prácticas de cálculo de primer año universitario. *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM*. 9, 271-282.

- Cordero, F., Suárez, L., Mena, J., Arrieta, J., Rodríguez, R., Romo, A., Cârsteanu, A., Solís, M. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las Matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática educativa*, 22, 1717-1726.
- Frade, R. L. (2010). *Planeación por competencias*. México: Ed. Inteligencia educativa. 1a. Edición 2004.
- Gajardo, P. Á. (2018). *Modelamiento matemático y usos de representaciones semióticas en la enseñanza de funciones en 8° año básico* (tesis de pregrado). Universidad de Concepción. Los Ángeles
- García, F. y Doménech Betoret, F. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *REME. Revista Electrónica de Motivación y Emoción*, 1, (0). Recuperado desde <http://reme.uji.es/articulos/pa0001/texto.html>
- Hernández, H., Delgado, J.R., Fernández, B., Valverde, L., Rodríguez, T. (1998). *Cuestiones de didáctica de la Matemática. Serie Educación. Homo Sapiens*: Ediciones Rosario, Argentina
- J., A. R. (2012). *Estadística descriptiva, probabilidad e inferencia. Una visión conceptual y aplicada*. Chile: Departamento de Economía Agraria Facultad de Ciencias Agronómicas Universidad de Chile.
- León, I. M. (2002). Clasificación y descripción de las metodologías de la investigación en psicología. *Revista internacional de Psicología Clínica y de la Salud*.
- Marangon, (2015, Enero - Junio) El proceso de enseñanza - aprendizaje del italiano aplicado a los estudios de producción. *Filosofía y Lingüística*. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr>
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión*, (20), 165-193.
- Ministerio de Educación. (2016). *Habilidad de modelamiento matemático. Desarrollo de las Habilidades: Aprender a pensar matemáticamente*. Chile: Ministerio de Educación.
- Ministerio de educación. (2016). *Orientaciones didácticas matemáticas*. Obtenido de <https://www.curriculumnacional.cl/614/w3-article-20853.html>

- Ministerio de Educación Chile. (2011). Programa de Estudio Segundo año Medio. Chile: Ministerio de Educación
- Ministerio de Educación Chile. (2013). *Programa de Estudio matemática Quinto año Básico*. Chile: Ministerio de Educación
- Ministerio de Educación Chile. (2016). *Programa de estudio matemática segundo medio*. Chile: Ministerio de Educación
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Guías Didácticas del Docente 9°*. Colombia: Ministerio de Educación.
- Montiel, G. (2002). *Una caracterización del contrato didáctico en un escenario virtual*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Cinvestav-IPN. México.
- Muñoz, P. R. (2015). *Matemática 2º medio texto del estudiante*. Chile: Ediciones SM Chile S.A.
- Nolasco, A y Moncho, J. (2016). Estadística básica en Ciencias de la Salud. Recuperado de <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/60526/1/Estad%C3%ADstica%20b%C3%A1sica%20en%20Ciencias%20de%20la%20Salud.pdf>
- Organización para la cooperación y el desarrollo económico (2004). Marcos teóricos de Pisa 2003: Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas. Madrid, España: MEC
- Rail, S. (2010). Análisis de los discursos de la planificación escrita de un grupo de profesores de educación infantil. *Revista signos*, 43(73), 281-306. Recuperado de <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-09342010000200005>
- Reid, M., Gareis, M., Hernández, A., Roldán, M. (2012). Funciones con modelización matemática. *Revista Didáctica de las Matemáticas*, 81, 91-101.
- Robledo, M. J. (2009). *2º Medio Matemática, Texto del Estudiante edición Bicentenario*. Chile: Santillana.
- Rodríguez, V. M. (Julio - Diciembre 2014). La formación situada y los principios pedagógicos de la planificación: la secuencia didáctica. *Ra Ximhai*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/461/46132134027.pdf>

- Rodríguez, G. Gil, García. E, (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. 2ª ed. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Sabadías, A. V. (1995). *Estadística descriptiva e inferencial*. España: Universidad de Castilla- La Mancha.
- Secretaria de Educación pública. (2017). *Aprendizajes claves para la educación integral*. México: Secretaría de Educación Pública
- Sureda, C. P. (2014). Capacitación docente en matemática en el nivel primario. El contrato didáctico: un estudio de caso. *Perspectiva Educacional. Formación de Profesores*, 68-90.
- Tobón, S (2010). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson-Prentice Hall
- Wackerly, D. D. (2010). *Estadística matemática con aplicaciones*. Estados Unidos: Cengage Learning Editores, S.A.
- Zabala, A. (2007). Los enfoques didácticos. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé y A. Zabala, *El constructivismo en el aula*, 18, 125-161. Barcelona: Editorial GRAÓ
- Zañartu, F. D. (2011). *Texto para el Estudiante Matemática 2º Medio*, Edición Ministerial. Chile: Santillana del Pacífico S.A.

ANEXOS

1. Enlace videos de clase

- Clase 1 parte 1: <https://youtu.be/DgnjjzWEOEU>
- Clase 1 parte 2: <https://youtu.be/tJ5dMQm1T54>
- Clase 1 parte 3: <https://youtu.be/MOrIB0x0c7M>
- Clase 1 parte 4: <https://youtu.be/J26Yj-8gmSs>

- Clase 2 parte 1: <https://youtu.be/MUMdowB0OBY>
- Clase 2 parte 2: <https://youtu.be/3NKaB5sAeqI>
- Clase 2 parte 3: <https://youtu.be/KPfhjqTIFyE>
- Clase 2 parte 4: https://youtu.be/_qH-v1L0awk

- Clase 3 parte 1: https://youtu.be/OnHDZBWt_9w
- Clase 3 parte 2: https://youtu.be/EVJ_1B8-y6M
- Clase 3 parte 3: <https://youtu.be/WHHwg7RDvTg>
- Clase 3 parte 4: <https://youtu.be/SBLrZS99IuE>

2. Transcripciones de clases

Clase 1

Objetivo: resolver guía permutaciones, variaciones y combinaciones.

P: ¿Sus cuadernos? quiero a todos con sus cuadernos sobre la mesa, ¿su cuaderno francisca? eh segura si no te “callai” te tomo la prueba inmediatamente, la que me debí, ah no, no me debí ninguna es Fernández que me debe una todavía

Fernández: ¿cuál prueba?

P: Después lo vemos, después lo vemos

P: Chiquillos (Cesar) quiero comenzar la clase.

Nos queda la clase del día miércoles, jueves, el viernes y lunes, 4 clases. La materia esta lista, que es lo que va a entrar en la evaluación (estudiante: todo), permutaciones, variaciones y combinación.

Lo que vamos a hacer de aquí en más, solamente refuerzo. El esquema que les entregue el otro día, préstame la guía (apunta), esto es lo único que van a poder ocupar para la evaluación, si se portan bien los voy a dejar usar el esquema. El que no la tenga después se la voy a entregar, vuelvo a insistir es lo único que van a poder ocupar, siempre y cuando se comporten, sino se están comportando (no). Los ejercicios los voy a sacar ¿de dónde?

E: De las guías

P: Todas las guías que les entregue y que les voy a seguir entregando

P: la idea es que el estudio sea acá y usted no tenga que estar estudiando en la casa, son 4 clases, la prueba es el día miércoles 28

E: ¿Es larga?

P: no, no

(Profesor tomas las guías que entregará)

E: Profe yo quiero repartir

P: Ya venga segura

E: Yo también

P: Segura y cuevas van a repartir las guías vamos a trabajar algunos ejercicios

(Segura hace gestos a la cámara)

P: No se preocupe segura que el próximo año igual van a grabar en segundo medio

E: Ohhh

(Luego de que termina de entregar las guías)

P: La prueba va a ser similar a esta guía que está acá ya, varios problemas

E: ¿Van a hacer puros problemas? ¿22 problemas o no?

P: No, y aparte de aplicación donde tienen que ocupar las fórmulas solamente, factorial la fórmula de combinación. Y como les digo si se portan bien van a tener las fórmulas así que son puntos prácticamente regalados, lo único que debe saber usted es el concepto de factorial

P: Vamos a escoger un problema al azar, señor Fernández escoja un problema dígame un número del 1 al 22

E: El 1

P: El 1

Señor rojas léame el problema en voz alta.

Chiquillos todos tienen la guía vamos leyendo y entre todos vamos a resolver el problema.

P: ¿De cuántas formas puede, el profesor de educación física, armar un equipo de basquetbol de cinco jugadores si solo nueve estudiantes saben jugar?

P: Problema número 1, tengo 9 estudiantes que saben jugar entonces con los 9 tengo que armar el equipo. ¿Cuántos jugadores tiene el equipo de basquetbol?

(Escribe en pizarra)

E: Once

E: Cinco

P: Cinco y tengo nueve elementos y quiero formar grupos de 5. Independiente del problema usted lo primero que tiene que identificar es n y k , ahora insisto yo uso n y k pero en algunos textos m y n por ejemplo en el segundo B están trabajando con m y n lo importante es que ustedes identifiquen el número de elementos y el grupo que yo quiero formar, de cuantos quiero hacer la variación o la combinación. Yo necesito hacer grupos de 5.

Ahora préstame la hojita Matías de nuevo (muestra la guía con las fórmulas) esto le va a hacer de mucha ayuda a usted y tengo que meterme en el contexto del ejercicio, ¿importa el orden de los elementos?

E: Noooo

P: ¿Por qué no?

E: Porque da lo mismo si un jugador queda, ah no al revés. No se

P: Supongamos que voy a formar un equipo de 4 ya, el equipo que escogí fue César, Génesis, Nahuy y el señor Cea. Supongamos que escogí un equipo de cuatro ese es un posible equipo, si yo cambio a Génesis con César ¿Cambia el equipo?

E: Nooo

E: Si, ahh no

P: Sigue siendo el mismo equipo

E: Sii

P: Estimados, ayer jugó Chile y todos los periodistas se refieren al combinado nacional ya, porque ustedes pueden o dentro del mismo partido cambia de posiciones a los jugadores, pero el equipo sigue siendo el mismo, no varía ya, por lo tanto, el orden no importa, por lo tanto, sería una combinación.

Es lo primero que tiene que ver, sería una combinación e inmediatamente usted se dirige hacia acá (guía de las fórmulas), la siguiente pregunta ¿se pueden repetir los elementos?

Estudiantes responden aleatoriamente: si y no

P: Si o no

E: No porque son personas

P: Son personas, si yo tengo el equipo acá no puedo tener a otro César jugando

E: ¿Y qué pasa si otro se llama César?

(Los compañeros lo molestan)

P: Por lo tanto, no se pueden repetir los elementos. Chiquillos esto que está acá, insisto, es la pega que tiene que hacer usted en la evaluación, teniendo eso no deberían tener problema y si se portan bien el profesor los va a dejar usar las formulitas y con el mismo cuestionario.

P: Entonces si yo me voy acá es una combinación, se pueden repetir los elementos, perdón no se pueden repetir y me da la fórmula (escribe la fórmula en la pizarra) Esta es la fórmula que yo debo (siéntate derecho Segura) esta es la fórmula que debo ocupar para usar combinaciones sin repetición, y usted la va a sacar directamente de acá (guía con fórmulas). Y como usted identificó en n y el k es simplemente reemplazar, tengo nueve factorial voy a restar al tiro nueve menos cinco son cuatro factorial por k factorial que es cinco.

Vuelvo a reiterar no puedo multiplicar cuatro por cinco y decir que es veinte factorial, siempre este de abajo va a ser mayor que el de arriba, la idea es simplificar, antes de ponerme a multiplicar cualquier cosa debo simplificar.

P: ¿Qué es lo más conveniente acá?

E: El cinco

P: Yo digo el nuevo lo voy a simplificar con el cinco ¿De qué forma? voy a escribir $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$ factorial, ahora de acá abajo el cuatro factorial yo no lo voy a ocupar para simplificar así que lo voy a descomponer $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5$ factorial.

Los cinco factorial se van.

E: Si

(Estudiante murmura ¿Por qué hasta el cinco?)

P: Pregunte hijo

E: ¿Porque hasta el cinco nomas?

P: A ver, yo lo podría escribir hasta el cuatro, tres, dos y uno, pero es para mediar un poquito y que utilicen mejor el espacio, fíjate entre el cuatro y el cinco ¿cuál es mayor?

E: Cinco

P: Cinco factorial, entonces yo sé que lo voy a simplificar con el de arriba para no descomponer ese, llegue hasta el cinco factorial que es esto es $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$, que es lo mismo que está acá y está abreviado solamente.

Ahora como el cuatro no lo ocupe. ¿Qué hago? ¿Qué hago con el cuatro?

Lo descompongo para poder simplificar después ¡ya!, por eso señor Fernández lo dejo hasta ahí. ¿Alguien más tiene dudas con eso?

E: No

P: Insisto esto es básico, no se vayan a equivocar en un cálculo de eso. Ahora me he pillado con el siguiente error, multiplican acá, multiplican acá y después se ponen a simplificar. Hay que hacerlo antes, antes de multiplicar cualquier cosa simplificar.

E: El cuatro con el ocho

P: Mejor aún, cuatro por dos ocho, y se va el ocho de acá.

El tres con el seis y me queda dos. ¿Podría haber simplificado de otra forma? sí. pero lo deje de esta forma.

E: Profe

P: ¡Silencio!

Silencio dije

Araceli ahora si

Araceli: Profe, no se puede simplificar el tres con el seis y después el nueve.

P: Tres con el seis, haber vuelto a insistir es lo que estaba diciendo yo recién, podría haber tenido otra forma de simplificar, el dos con el seis y me quedaba tres da lo mismo ¡ya!, usted verá la forma más conveniente de simplificar. Y me quedó 9×7 son 63 y 63×2 es 126. Y me preguntaban a mi ¿De cuántas formas puede un profesor de educación física armar un equipo? (murmuro 126) 126, son bastantes.

Dos minutos para que copien eso, eh voy a dar 15 minutos para que ustedes trabajen. Chiquillos si quieren hacerlo de forma desordenada ya sea cualquier otro problema, háganlo. Voy a dar 15 minutos para que hagan unos 2 o 3 problemas y vuelvo a revisar otro y ustedes me dicen si es que uno de esos no lo pudo hacer. 15 minutos de trabajo.

Minuto 17:00 a 21:20 profesor pasa por los puestos resolviendo dudas.

Parte 2

Desde el inicio al minuto 02:22, profesor pasa por los puestos resolviendo dudas

P: Haber insistido chiquillos, (segura silencio). Dice en la dos y en alguno de los problemas dice si es variación o combinación, de hecho, en algunos textos me he dado cuenta de que hasta están confundiendo estos conceptos.

El problema dos dice ¿Cuántas variaciones de tres letras pueden hacerse con la letra de la palabra CENSO?

Olvidémonos que dice variación ahí y hagamos el análisis, ¿cuántas letras tiene la palabra CENSO?

(Escribe en pizarra)

E: Cinco

P: De cuántas va a ser la

E: Tres

P: Silencio. Lo primero que tiene que hacer usted, Araceli especialmente va para usted la aclaración. Identificar el número de elementos con los que cuento y de cuantos grupos quiero formar la combinación y/o variaciones.

Ahora ese es el primer análisis, luego tomo esto (guía con las fórmulas). Insisto olvidémonos que dice variación. ¿Importa el orden?

E: Si y no (aleatoriamente)

P: Veamos, tengo que ver si importa o no el orden para decidir si es variación o combinación, insisto olvidémonos que dice variación.

Si yo tomo la palabra que dice CENSO los elementos son C, E, N, S, O. ósea una de las posibles combinaciones es CEN, hay tengo una.

Ahora ¿será lo mismo que si yo escribo así NEC?

E: NOOO

P: No es lo mismo, ya cambia. Entonces a diferencia del anterior este es una variación como lo decía ahí.

Ya, ahora aquí podemos, debería ser más exacta porque dice ¿Cuántas variaciones de tres letras pueden hacerse con la palabra CENSO? vamos a suponer que yo tengo solamente una de cada uno de los cinco elementos, por lo tanto, no lo voy a poder repetir, No puedo escribir NNN puedo ocuparlo solo una vez. Por lo tanto, sería vuelvo acá (Guía fórmulas) una variación sin repetición.

Y recién ahí me voy a la fórmula, pero primero tengo que hacer el siguiente análisis: es variación sin repetición. (lo escribe en la pizarra)

Vuelvo a insistir ahí está la dificultad del ejercicio ahí está, vemos primero es combinación o variación y luego veo si es que se puede o no repetir, y aquí las flechitas del esquema llevan

directamente a la fórmula, no se puede repetir por lo tanto esta es la que debo ocupar (escribe en pizarra la fórmula de variación sin repetición) n factorial, n menos k factorial.

Yo quiero calcular la variación de 5 y 3, esto es 5 factorial, 5 menos 3 factorial. Me queda 5 factorial partido en 2 factorial, esto es $5 \times 4 \times 3 \times 2$ factorial y como tengo el 2 abajo ¡Antonia! Lo dejo hasta ahí (después de que termine de explicar te vas a sentar allá). Simplifico 5×4 es 20 y por 3 es 60.

Pero dónde está la dificultad de estos ejercicios, está acá (muestra en la pizarra) decidir es variación o combinación y luego discernir caso es con o sin repetición. Hay veces que está explícito o en el problema y hay veces que no, ahora ojo aquí decía variación ósea estaba diciendo que era una variación.

Copien ese y chiquillos por favor me interesa que hagan unos 3 antes de poder revisar yo otro.

Minuto 7:58 a 13:15 profesor pasa por los puestos resolviendo dudas.

P: Vuelvo a insistir porque todavía se confunden algunos cuando importa el orden y cuando no. A todo esto, en el 5 salía uno similar, pero con números, voy a tomar ese pero una parte solamente.

El problema 5 dice ¿Cuántos números de 4 cifras distintas se pueden formar (Ah dice cifras distintas) con los dígitos del 1 al 9?

E: En cual estamos

P: El 5, cuál es la complicación que tiene, tengo los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Por lo tanto, ¿mi n sería?

E: Nueve

P: Y mi k ¿sería?

E: Cuatro

P: Ahora, al decirme que son distintas ya me está diciendo que, no se pueden repetir, pero primero tengo que ver acaso es una combinación o una variación.

Si uno de los posibles ejemplos que yo tome es 1, 2, 3, 4 ahí tengo un numero como el que piden con 4 cifras distintas (pasan unos segundos) tengo el número 1234 ahora, fijase en lo

siguiente (Bárbara atrás) si yo hago este cambio, voy a hacer un cambio de orden. Cambio 2, 1, 3 y 4, esto que tengo acá (muestra la pizarra) ¿es lo mismo? ¿o no?

E: Noo

P: ¿importa el orden?

E: Sii

P: Si importa el orden esto es variación.

Ahora vuelvo a insistir venga Antonia, Montserrat y Tiare. Venga para acá las tres.

(Profesor ordena a estos 3 estudiantes en la pizarra y las cambia de posición. Lo hace para demostrar cuando importa o no el orden) diferencia entre combinación y variación.

Minuto 17:10 comienza a pasar por los puestos para resolver dudas.

Clase 1 parte 3

P: ¡Ya!

(Profesor deja trabajar a los estudiantes por su cuenta)

E: ¡Profe, aquí... Profe aquí!

(Dialogo entre profesor y alumno en el puesto del estudiante)

P: Aquí primero tienes que ver en qué orden, y ¿Dónde está el orden? ... (Apunta a la pizarra) ... ahí puh.... Ahí tienes una combinación posible

E: (no se puede entender lo que el estudiante le pregunta)

P: Ya poh tenía el mismo problema.... Y al cambiar el orden... (Audio ilegible)

(Profesor vuelve al frente de la clase... hay mucho ruido ambiente)

P: Eh chicos...Silencio (borra la pizarra), a veces se complican mucho... (Lee) el problema donde dice. "En un edificio en el que viven 25 personas adultas" ... me puedes poner atención acá por favor... "En un edificio en el que viven 25 personas adultas hay que formar una comisión interna de tres personas. Un presidente, un secretario y un tesorero, ¿Cuántas comisiones se pueden formar?" Este problema lo hicimos a principio de año, pero veámoslo así (escribe en la pizarra) ... eh, si estamos hablando de cargos... ¡Segura!... Como estamos hablando de cargos, si yo cambio un presidente con un tesorero, va a ser distinto... ya, por lo tanto, el orden aquí si importa. Porque estamos ocupando cargos fijos, presidente, secretario y tesorero. Si debería importar, porque no es lo mismo que Gustavo sea presidente y que después tengan a Nahuelpán de presidente.

Es: ¡NO!

P: ¡Exacto! Entonces, ahí sería una variación... (Escribe) variación, ahora ¿Va a ser con o sin repetición?

Es: ¡Sin!

P: Sin repetición, no puede uno aceptar más de un cargo... Ahora ¿Cuánto vale el “n”?

Es: ¡25! (Profesor escribe k en la pizarra) ... 3

P: El resto lo pueden hacer ustedes, porque son... la fórmula llega directa, ¿Ya?... Chiquillos haber, ehh aparte de... lo que importa en la clase o con respecto a la clase... hoy día la nota es...

Es: Miércoles

P: Del miércoles va a ser la última evaluación, y nos queda la nota de...

E: Los controles

P: De los controles... Como el comportamiento ha sido más o menos ... ehh así que como mañana voy a entregar el último controlcito ... si se portan bien a lo mejor voy a cambiar mi ...(ilegible) en el último minuto de la ... en los últimos 15 minutos de la clase de mañana, voy a colocar las notas al libro, asique les queda todo el resto de la clase y la clase de mañana ah, otra cosa mejor ... en clase hemos hecho por lo menos 3 ejercicios, usted tiene que haber hecho por lo menos un par más, le voy a exigir a cada uno ... eso voy a hacer

Es: ¡Ah!

P: No se lo voy a exigir todo tranquilos

Es: Pa' mañana (abucheos) tenemos prueba mañana

P: Bueno, pero hoy día... Ahora están en clases de matemática y tamos en matemática, los 10 primeros ejercicios para hoy día. El que... Cuando yo lo llame y vayamos a ver la nota voy a decir (monólogo)... ya Antonia ¿tiene los 10 ejercicios?... Si profesor ahí están... ya le cobró la (audio ilegible), si yo lo llamo y no los tiene... entonces es la única manera de que trabajen.

(Ruido ambiente por un tiempo y profesor se acerca a un puesto, entra otro docente a la sala a hablar con él y se retira)

Parte 4

Minuto 0:00 a 2:49 continúa por los puestos para resolver dudas.

E: Profe enseñe

P: Siéntate derecha oye
¡Silencio!

Minuto 2:50 comienza a resolver ejercicios.

P: De cuántas maneras se pueden elegir 4 alumnos de un conjunto de 10 para que hagan las (era otro perdón es el 6 el que voy a revisar) ¿Se tienen 7 libros y se deben escoger 3 para hacer un regalo de cuántas maneras se pueden escoger?

¿N es?

E: Siete

P: k es 3, ahora ¿importa el orden en que escoja los libros?

E: No

P: Por lo tanto, que es lo que es

E: Combinación (escribe en pizarra)

P: ¿Se pueden repetir los elementos?

E: No

P: Por lo tanto, es una combinación, combinación sin repetición.

Usted se va a la hojita y me queda (escribe en pizarra la fórmula) esto es 7 factorial, (7 menos 3)! x3! .

Tengo 7 factorial, 7 menos 4 es 3 factorial por 4 factorial.

Lo veo un par de veces, de nuevo hay gente que todavía multiplica estos dos (referencia a 4! x3!). Vuelvo a insistir no se puede hacer.

El 7 factorial me queda $7 \times 6 \times 5 \times 4!$ El cuatro factorial es el que voy a simplificar y el otro lo descompongo solamente $3 \times 2 \times 1$. Cuatro factorial cuatro factorial se van 3×2 seis y me queda 7×5 , 35 combinaciones. Quedan aproximadamente 5 minutos chiquillos sigan trabajando, insisto mañana terminamos esta guía y si se portan bien les voy a borrar el último, el control más malo

Termina la clase con las instrucciones de trabajar los últimos minutos que quedan.

Clase 2

Para comenzar la clase el profesor espera que los estudiantes se sienten y se queden en orden

P: Saquen todos sus guías y sus cuadernos... Bastías, Bastián, César, Martín, Belén (Los busca la educadora diferencial).

P: Chiquillos miren, la cuestión es bien clara, miren al lado suyo, qué es lo que ve

E: Basura.

P: Por eso si ustedes fueran limpios para comer, pero el señor Jiménez tenía lo suyo al lado y en dos puestos, tres, cuatro por allá y allá hay más. Por eso me molesta.

A ver chiquillos aquí vamos a hacer lo siguiente, sé que ayer no funcionó muy bien, voy a revisar 4 ejercicios en pizarra... yap... que me interesen o a pedido de ustedes. La idea es que presten atención, porque son ejercicios que insisto, los de aquí van a entrar en la evaluación, hay algunos de hecho que se repiten cambian algunas cosas, pero sigue siendo el mismo contexto. Yo les dije que esto era muy importante para resolver los problemas.

Y luego de eso vamos a empezar a ver algo un poquito más, un poquito nuevo que tiene que ver con variable aleatoria y que va a ser con lo que vamos a terminar el año, porque si bien la evaluación la tenemos el día miércoles 28, el que venga a clases va a tener clases, ya.

E: ¿El miércoles... qué?

P: Coni, a lo que voy yo, termina... la prueba se hace el 28, el 3 ya estarán los promedios listos, y ustedes salen el 14 de diciembre. Si usted quiere flojear, mejor se queda en la casa, porque los que vengan acá yo les voy a hacer matemática.

E: ¿Profe hasta cuando corre la asistencia?

P: Después conversamos – Quiero hacer hincapié en 2 ejercicios que pienso que todavía hay dudas dice: “En un edificio en el que viven 25 personas adultas hay que formar una comisión interna de tres personas, un presidente, un secretario y un tesorero ¿Cuántas comisiones se pueden formar?”. Cuando hablamos de comisiones, cada integrante de esta comisión tiene un rol específico, donde vamos a hacer el contraste con otro problema que viene más adelante.

En un edificio hay 25 personas, por lo tanto, mi n es 25, y yo las comisiones que quiero formar son de 3, ahora para esto son una combinación, una variación debo preguntarme ¿Importa el orden?

Es: Si / no.

P: ¿Por qué no señor Cea?

E: (cambiando su respuesta) Si, importa

P: ¿Alguien me podría decir por qué el orden sí importa?

E: Porque tiene que ser un presidente, un secretario y un tesorero

E: No se puede repetir el cargo

P: Si yo anoto secretario, tesorero, presidente ¿Es una condición distinta o una condición?

E: Es lo mismo

E: Es la misma condición, pero diferente puesto

P: Venga Marco, venga. A ver, el gobierno está compuesto por está el presidente, los diputados, senadores un montón de personajes que uno pone en el gobierno, todos con un rol distinto.

Les voy a botar todo lo que tienen ahí si siguen con eso Valenzuela.

E: ¿Qué cosa?

P: Si yo, será lo mismo si yo tomo a Florcita Motuda y lo cambio con Piñera, ¿Será lo mismo?, pero cambia el personaje, ósea hay un cambio porque cada uno tiene un rol específico entonces si yo cambio al presidente por el secretario la figura cambia.

E: Pero ayer si cambiábamos el orden del equipo no cambiaba

P: Pero en el equipo todos tienen el mismo peso, todos tienen la misma importancia a eso me refiero, aquí el orden sí importa porque tienen un cargo específico, en el caso de los jugadores de básquetbol todos son jugadores de básquetbol, pueden cumplir la función del otro en este caso no, entonces es bien fino el hilo que divide entre la variación y una combinación pero si yo lo veo de esta forma cambia por lo tanto es una variación ¿Con o sin repetición?

E: Sin, sin repetición

P: (reafirmando) Sin repetición, entonces es una variación sin repetición, ya e insisto eso es lo importante, después me voy aquí a la parte de variaciones (muestra fotocopia) y sin repetición la fórmula es $n! / (n-k)!$ y reemplazo mi n vale 25 y es la variación de 25 en 3. Mi n vale 25 y me queda $25 - 3$ factorial, 25 factorial dividido en 22 factorial esto es 25 por 24 por 23 por 22 factorial dividido en 22 factorial ¿Cuánto es 25 por 24 por 23? ¿Cuánto?

E: 13800

P: 13800, ya por lo tanto tengo 13800 variaciones, 2 minutos para que anoten ese y les voy a hacer uno similar, pero en este caso si sería una combinación para que le vean la diferencia.

< Se escucha a estudiantes llamar al profesor, pero no se entienden las preguntas por el ruido de la sala >

P: Silencio. El problema 7 dice, fíjense bien para que hagan la diferencia con este. ¿De cuántas maneras se puede elegir 4 alumnos de un conjunto de 10? Yo les aconsejo que ustedes lo primero que hagan que identifique el ene ¿Qué cuánto sería?... y k ¿Cuánto?

E: 10 y 4

P: Eso es algo fácil de identificar, porque con esos números yo voy a ir jugando, ahora ¿De cuántas maneras se puede escoger a 4 alumnos de un conjunto de 10 para que hagan las compras para una convivencia? Si yo tengo 10 estudiantes y voy a escoger 4 para que hagan las compras para la convivencia se escribe lo importante ¿Será una combinación o una variación?

¿Cómo van con el problema?, tuvieron que elegir a 4 estudiantes de 10 para que vayan a hacer las compras para la convivencia ¿Importa el orden que yo escoja esos estudiantes?

E: No

P: Aquí no importa porque tengo 4, pero los 4 tienen la misma misión si yo cambio uno siguen teniendo la misma labor ahí está la diferencia con el anterior, porque en el anterior tenían cada uno puesto definido ya, por lo tanto, queda una combinación porque no importa el orden, ahora ¿Será con o sin repetición? Si estamos hablando de personas no puedo repetir la persona, por lo tanto, yo no puedo decir Rodríguez Jiménez cuatro veces, vaya 4 Rodríguez a comprar, es una cuestión ilógica. ¿Qué pasa?

E: Yo pensaba que era con repetición porque puede ir dos veces

P: Estamos rebuscando un poquito y la idea es que no son tan rebuscados, no le busquen la lógica. Pero es una combinación, cierto insisto esto es lo importante porque después usted se va al esquema que lo va a poder usar en combinación sin repetición, se va a combinación sin repetición es $n!$, $n - k$ factorial k factorial y esta es la combinación de 10 y 4 y es solamente reemplazar 10 factorial, lo puede anotar al tiro 10 menos 4 es 6 factorial por 4 factorial. Silencio, sé que esto lo he repetido muchas veces, pero es importante.

Pongan atención acá, fíjense, 10 factorial y simplifico ¿Cuál de los dos es mayor acá?

E: 6

P: 6 factorial, ya entonces yo voy a tratar de simplificar ese con ese por lo tanto 10 factorial me va a quedar 10 por 9 por 8 por 7 por 6 factorial, abajo como voy a ocupar el 6 factorial lo escribo nuevamente, pero el 4 no lo voy a ocupar el 4 factorial así que ese lo desc“5 amigos fueron un equipo de una competencia de tirar la cuerda ¿De cuántas maneras se pueden ordenar? compongo, esto es 4 por 3 por 2 por 1, también lo podría haber hecho con el 4 pero siempre, eh la idea es eliminar el mayor 6 factorial y 6 factorial, ahora vuelvo a insistir simplifiquen primero y luego multipliquen 4 por 2 es 8 y se me va el 8 de acá, el 3 lo puedo simplificar con el 9 y me queda 3, 10 por 3 es 30 y por 7 es 210.

Lo que quería hacer era marcar la diferencia entre el problema anterior y este, cuando es variación y cuando es combinación porque es muy fina la línea que los separa

E: Profesor ¿La dos enserio es una combinación cierto?

P: Igual teniendo los problemas se van pareciendo mucho, hay que hacer siempre lo mismo por ejemplo en el 15 dice: “¿Cuántas formas hay de seleccionar 3 candidatos a un trabajo de un total de 11 postulantes?” Es lo mismo que hicimos acá.

Lo mismo cambia el contexto, pero sigue siendo lo mismo.

E: Profe haga el 9, vamos a ver el 9

P: Silencio, Vamos al 9. “Un estudiante para aprobar un examen que consta de 10 preguntas debe contestar 7 de ellas, la primera parte ni siquiera piensen mucho, lo primero que deben hacer es identificar el n que es 10 y k es igual a 7

E (al mismo tiempo del profesor): n que es 10 y k es igual a 7

P: Ahora me dicen que debe contestar 7

E: De 10, ¿De cuántas maneras puede hacer la selección?

P: De 10, de cuántas maneras puede hacer la selección de las 7 para aprobar el examen...
¿Importa el orden?

E: ¡No!

P: Y si no importa el orden por lo tanto es combinación.

E(al mismo tiempo del profesor): Combinación

P: Podré escoger dos veces la misma pregunta o tres veces

E: No

P: Por lo tanto, es:

E: Sin repetición

P: Bien, yo teniendo eso solamente el ejercicio está prácticamente resuelto, los que pueden ven la formulita, que es combinación sin repetición que ya la hemos hecho bastantes veces. Combinación de 10 con 7 esto es 10 factorial 10 menos 7 son 3 factorial por el 7 factorial. 10 por 9 por 8 por 7 factorial, el 3 no lo voy a ocupar así que lo descompongo 3 por 2 por 1 por 7 factorial. Luego simplificar 7 factorial con el 7 factorial, el 3 lo puedo simplificar con el 9 y queda 3, el 2 con el 10 o el 8 con el 10 y 5, 3 por 8 24 y por 5 son 120, ¿Quién me había preguntado por el 9? ¿Medina? Le quedó claro. ¿Segura?

P: Esto es lo importante (señalando la pizarra)

E: Entonces haga el otro el 11.

P: Ahora cuál

E: 11... 10... 12

P: Haremos el 10 11 y 12 y no haremos más.

P: Vamos al 10, shhhh, dice “Si en una pequeña sala de teatro para 80 espectadores, hay que reservar 10 butacas”, ya tengo dos cosas claras n vale 80 y k vale 10, insisto a veces por el problema se complican un poquitito, por eso yo siempre voy haciendo el análisis de lo más básico lo primero es determinar n y k 80 y 10, ahora hay que reservar 10 butacas para invitaciones de cuántas formas pueden escoger esas 10 butacas. Veamos ¿Importa el orden en el que yo las elija?

E: Nooo

P: Por lo tanto es una combinación ¿Podré repetir?

E: No

P: Entonces nuevamente lo mismo. Esto es eh 80 factoriales dividido en 80 menos 10 factorial por 10 factorial.

P: Entregaré esta información inmediatamente, el lunes 26 eh se va a tomar la disertación de educación tecnológica.

E: No, es imposible

E: ¿Qué disertación?

P: Niños, me acaban de entregar la información, el inspector.

E: Ni siquiera ha venido el profesor, y más encima avisa hoy que es jueves.

P: Shhhh, Silencio. A ver A ver Nahuelpan callao. ¿Cuál es el problema que tienen con que sea el 26?

E: Que no ha mandado la instrucción de cómo hacer la disertación.

P: No le han dado las instrucciones para hacer la disertación, eh Alexandra

E: El problema es que se fue la profe y todas las clases nos ponen profes diferentes pu, y no todos explican o nos llevan a computación.

P: Ahora voy a hacer una pregunta yo ¿Qué días tienen educación tecnológica?

E: Los lunes.

P: Yo sé que la profe se fue, y hay una que está fija pero también ha faltado.

E: El tema es que hemos tenido una clase solamente con esa profesora. Y el tema que vimos con ella fue una encuesta que la habíamos hecho hace como un mes, y después no ha venido como 3 semanas más y ahora nos dice lo de la disertación. No nos da instrucciones ni la pauta.

P: ¿Les entregó la pauta?

E (todos): Nada

P: Chiquillos si no ponen atención no nos colocamos de acuerdo, yo no los puedo ayudar para decir oye que es lo que pasa por que tienen razón, pero siempre que ustedes se vayan a quejar de algo vayan con argumento y de forma calmada, porque todo tiene solución. No le ha dado ninguna... ¿De qué es el trabajo que tienen que hacer la disertación?

E: De una microempresa. Crear nombre, logo, página

P: Tenían varias cosas.

E: Después se fue, y llegó otra profe que nos dijo que teníamos que hacer otro afiche y después se fue luego la otra y nunca hicimos el afiche y ahora luego de nuevo y estamos súper perdidos en ese sentido.

P: El lunes no tuvieron clases tampoco.

E: No, ni sabemos porque no hubo esta semana.

P: Silencio.

E: Para la disertación se supone que hay que reunir todos los pasos pero no nos dijeron como hacerlo.

P: Silencio. Ya entendí maomeno el problema.

E: Nosotros estamos muy atrasados

P: Entiendo el problema. Oye no quiero perder más tiempo de la clase por favor, yo les recomiendo que hagan lo siguiente, están en todo su derecho de.... Silencio no van a quedar en nada... pero también tienen que entender que tienen que haber otras calificaciones, creo yo, si quieren hagan lo que yo les digo conversar en UTP para ver qué soluciones les pueden dar pero ahí le explican paso esto, esto y esto y tratar de buscar una solución. Según yo la profesora viene los lunes y los viernes, yo creo que igual está complicada con los otros cursos en cuanto a las calificaciones una opción sería por ejemplo el viernes tiene matemática conmigo, si quieren yo sedo el bloque para tome las disertaciones el viernes y el lunes les explique bien bien la disertación y obviamente ustedes hablan con la profesora que no les exija tanto porque por todos los inconvenientes que han tenido y se puede llegar a una solución ya, o ver alguna alternativa similar, ¿Les parece?, es una alternativa más razonable. Por eso insisto Antonio ustedes hablen con el UTP o con la profesora y que les dé un poquito más de plazo o podría correrse al otro lunes.

P: Ehh, Solís usted como presidente vaya a... (Audio ilegible), sáquese el polerón y vaya a conversar abajo para que (Realiza seña de que todo esté bien)

E: ¡Que vaya la Antonia!

E: ¡La Gaby!

(Ruido Ambiente ilegible)

E: ¡Que vaya la Coni y la cata no!

P: Hay que enviar siempre por partes.... shhhh (acción de silencio) Oye.... ¡Hey! es para que sea equitativa la cuestión, queda uno que alegue que alegue sin argumentos y llega uno que también imponga lo que él cree. Ustedes son buenos para alegar y alegar, pero no cumplen.... Ya, vamos a continuar acá (conversación entre estudiantes), ya haber miren, se acabó el tiempo les di la oportunidad para que encontraran la solución, ya enfoquémonos acá (apunta a la pizarra) ...Estábamos con el tema de las butacas, teníamos 80 butacas y tenía que reservar 10, ¿De cuántas formas lo podía hacer? digamos que era una combinación sin repetición... y la fórmula chiquillos, van a tener la fórmula, dicho eso...el 80 factorial partido por 70 factorial y por 10 factorial... aquí ya me va a quedar algo un poquito más largo... 80 (escribe 80 factorial y después borra) * 79 * 78

E: Hasta llegar al 70

P: $77*76*75*74*73*72*71$ y 70 aquí es donde ustedes no van a escribir hasta el número 1 poh, aquí tengo el 70 factorial y aquí es donde tengo que descomponer el $10*9*8*7*6...$

(Entra un alumno a la sala, pifias de los estudiantes y profesor se da vuelta hacia los estudiantes)

(Pifias de los estudiantes)

P: Shhhh está de cumpleaños hoy día ¿Sabían o no?

E: ¡Sí...Cumpleaños F...!

P: Shhhh así que a la salida espero un buen malteo una buena (...), pero afuera del liceo...

(Se da vuelta a la pizarra)

P: (Sigue escribiendo $5*4*3*2*1$) ehh, veamos que hacemos acá, porque igual lo interesante que tiene esto es que es extenso, shhhh...70 con 70 (Simplifica los 70 con las factoriales) aun así me queda bastante extensos esto, puedo decir 10 por 8 son 80 y se me fue el 80 (simplifica) ehh

E: El 6 con el 72

P: 9 por 7 es 73... (...) ya no importa

E: ¡Pero profe, 9 por 8 es 72!

P: Pero ya simplifiqué con 10 y 8

E: ¡El 10 por 4 por 2 da 80!

P: Pero el 10 ya lo simplifiqué

E: Ahh entonces 9 por 8

P: Ya no importa si ya lo simplifiqué así, y vamos viendo otra Javiera

(Estudiante levanta la mano y dice)

E: 9 por 4 por 2, 72

P: 9 por 4 por 2, perfecto... (Simplifica en la pizarra) $9*4*2$ y 72

E: Lo mismo que le había dicho yo

P: Ehh 6 por 5 son 30 y no puedo con ninguna.... (Simplifica) 5 con el 75 y me queda en 15 ehh

E: El 7 con el 77

P: 11

E: El 6 con el 78

P: El 6 con el 78, y me quedan en... ¡13 o no! Y aquí me falta el 3, el 3 con cual puede ser

E: Con el 1

P: Con el 71, ¿27 o no? 27, veamos que me queda, $79 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 76 \cdot 15 \cdot 74 \cdot 73$

E: Y el 27

P: Y donde deje el 27, escribe en la pizarra el 27(simplifica en la pizarra), ahí simplifique

E: ¡Ahh si tiene razón!

E: Profe que se hace en parte

P: Shhhh chiquillos oye, por eso les estoy diciendo, por algo lo coloque aquí y se van desarrollando porque hay un problema y yo les voy a dar la solución, pero necesito que estén en silencio (profesor espera que guarden silencio)

P: Ehh a ver por algo existen este asunto de las factoriales ya, van a escribir un número muy grande de una forma más abreviada

E: Será mejor dejarlo expresado

P: Aquí tengo dos opciones, primero ocupo la calculadora y aun así igual me va a salir un numero bastante grande, por lo segundo lo dejo expresado, que me interesa a mí, estos ejercicios cuando salen en la PSU y son números extremadamente grandes lo más probable es que usted la respuesta que encuentre sea 80 factorial partido por 70 factorial partido 10, o a lo mejor algún intermedio...

(Golpean la puerta y entra docente a dar un informativo)

P: Shhhh silencio, ehh entonces si llegasen a ver uno así de grande en la evaluación, que hoy día vamos a finiquitar con lo que estábamos haciendo, les voy a decir en la misma evaluación o en la instrucción si el número es grande déjelo expresado

E: Bueno

P: Ya, porque también es una forma de escribir un resultado, esto ya es una respuesta correcta (señala al ejercicio en pizarra) pero obviamente me dicen a mi 80 factorial dividido por el 70 factorial por el 10 factorial, no me va a quedar muy claro cierto? Pero resulta que el número si ayuda bastante más, pero por ejemplo esa (señala el pizarrón) o lo pueden dejar así mismo también (señala el ejercicio) expresado con la multiplicación

E: ¿Expresado no más?

P: Eso vamos a hacer, si ocurre eso y la multiplicación es muy larga usted me dice o yo le voy a decir en la prueba, ese chiquillos déjenlo expresado como multiplicación

E: Me gusta

P: Ya, porque también puede ser una posible respuesta, anoten ese y hacemos uno mas el 11 y el 12, porque he trabajado yo solamente hoy día y ustedes nada

E: Oh, si

P: Ahora ojo, chiquillos esto que estamos haciendo en la prueba van a entrar igual, así que es importante que lo tengan consideración

P: Ehh silencio (profesor borra lo escrito en el pizarrón), ehh por favor, Jiménez siéntese, bien vamos por el 11, ¿Quién me pregunto por el 12?

E: La Isi pregunto por ese

P: dice, ok el 11, ehh (espera a que guarden silencio para continuar) dice, en un colegio hay 4 profesores de educación media de lenguaje y 3 profesores de matemática. ¿Determinar el número de comités que se pueden formar con dos profesores de lenguaje uno de matemática para tomar pruebas orales recuperativas, entonces cuanto seria n?

E: 4

P: Shhhh silencio, Alexandra ¿Cuánto es el valor de n?

E: Emm... no se

P: 7 porque son 4 y 3 de matemática, determinar el número de comités que se pueden formar con 2 de lenguaje y 1 de matemática, quiero formar un grupo de 3, ahora importa el orden de...

E: No, o sea si

P: Pero si yo tengo matemática, lenguaje y lenguaje o lenguaje y matemática, lenguaje o lenguaje, lenguaje y matemática

E: Ay profe no entendí

P: Sigue siendo la misma conclusión, ¿o no?

E: No se

E: ¿Sigue siendo lo mismo o no?

P: Silencio, ¿entonces importa el orden?

E: No

P: Ahora lo que pasa es que, si tengo, ¿Cuántos profesores de matemática? 4, perdón 3 y 4 de lenguaje

E: 6

P: El orden yo sé que no importa, entonces sería una combinación, ¿Ahora podría repetir? lo puedo repetir, eso sería repetición, pero aquí tengo un problema,

E: ¿Qué pasó?

P: Porque yo quiero hacer combinaciones de 3, pero no puedo colocar la combinación de 3 de matemática, no me sirve, la combinación de 3 de lenguaje tampoco me sirve, por lo que la que tiene 2 de matemática y una de lenguaje tampoco me sirve. Aquí estamos en un problema un poquitito distinto, ¿Qué podríamos hacer acá?, es porque todavía estoy complicado acá, haber, shhhh ayúdenme pue

E: ¿Qué cosa?

P: Ya, quien me dé una solución le regalo 5 décimas, pero que me explique el procedimiento, no que me del número, primero analicemos bien el problema chiquillos, oye insisto hasta yo estoy complicado acá, no se me ocurre hasta el momento que hacer, haber explico por qué es distinto, Por qué les digo esto, porque aquí me dice que (escribe en la pizarra) tengo 4 profes de lenguaje y 3 de matemática, si tuviera 7 profesores yo no tendría ningún problema, ¿porque tengo mi combinación de 3 pero que pasa si los que me quedan son los 3 de matemática? Ahí me dice que tiene que haber uno de matemática y dos de lenguaje (señala las combinaciones) son casos posibles que me sirven. Entonces no puedo hacer l combinaciones sobre 3 porque en esas combinaciones van a estar los 3 de matemática o 3 de lenguaje, o 2 de matemática y 1 de lenguaje, ¿Cómo podría encontrar esas combinaciones, o que tendría que hacer?

E: (comienzan a preguntarse y discutir entre ellos la solución)

E: Por decir algo, yo creo que hay que hacer una combinación para cada uno, porque si son dos, 4 profes de lenguaje y hay que sacar dos según lo que pide el ejercicio, hacer que la “n” valga 4 y la “k” valga 2 y en matemática lo mismo pero

E: Y después está malo el resultado

P: A ver de nuevo, a ver... me gusta esa idea a ver a ver ...

E: Eh hacer la combinación sin repetición para cada uno, son 4 profes de lenguaje y dice que tiene que haber 2, ósea la “n” seria 4 y la “k” seria 2

P: Ya

E: Y en matemática hacer lo mismo, pero la “n” sería 3 y la “k” 1 y después sumar los resultados, por decir algo.

P: Vamos a ver, eh... claro Gaete me dice que busque las combinaciones de los profesores de lenguaje ¿Cuántas combinaciones de profesores de lenguaje tengo? Entonces vamos a ver, tengo la combinación de (Escribe en la pizarra: “C: 4, 2”) 4 y como son 2 de lenguaje, todas las combinaciones de dos profes de lenguaje, entonces esto me queda ... si este es sin repetición, ¿Cómo queda la primera sin repetición?, 4 factorial ... 4 menos 2, factorial por 2 factorial, ¿Cierto?, esto es 4 factorial... 2 factorial por dos factorial ... 4 factorial ... 2 factorial 2 por 1, ¡hay perdón! ... 4 por 3 por 2 factorial, se me va eso con eso (simplifica los 2 factorial), me queda en 12 partido en 2 y esto es 6, tengo 6 si yo combino a los profesores de lenguaje ¡tengo 6!, tengo 6 combinaciones, ¿Qué más...?

E: Lo mismo, pero con los de matemática

P: ¿Ah?

E: Lo mismo, pero con los profes de matemática

P: Los profes de matemática me quedaría una combinación (Escribe en la pizarra: “C: 3, 1”) eh ... 3 y 1, y esto ¿Qué es lo que es?, 3 factorial ... 3 menos 1, factorial por 1 factorial, a ver esto es 3 por 2 factorial, partido por 2 factorial por 1 (Simplifica) y obviamente me da 3, y ahora ... yo creo que vamos bien, vamos bien ... tengo todas las posibles combinaciones de los profesores de lenguaje, y tengo 3 combinaciones para los profesores de ...

E: Con el principio multiplicativo la había hecho yo, porque como... se acuerda que el año pasado la hacíamos así con los cuadraditos...

P: Ya

E: Pero si se comienza de ahí y la cosa es que dependiendo de los puestos y la cantidad de personas que podían hacer colocaban los números, entonces en un cuadradito iría... irían 3 profesores de matemática sumarle los 4 y luego se le resta 1 profesor de lenguaje, no sé si estará bien, pero...

P: Haber dame un... Así no me dio, como encontré... veámoslo así, las combinaciones de los profesores de lenguaje, para diferenciar las dos ¿ya? Y las combinaciones de los profesores de matemática... ¿Cuántas posibles combinaciones de profesores de lenguaje tengo?

E: 4

E: 6

P: 6, tengo 6 posibles combinaciones, ¿Cierto? Y cuántas combinaciones de matemática tengo

E: 3

P: Haber creo que... tengo 6 posibles combinaciones ósea alternativas para profesores de lenguaje y tengo 3 posibles alternativas para el profe de matemática, 6 por 3...

Es: 18

P: ¿Está correcto?

(Estudiantes discuten la posible solución)

P: ¿Qué dice el profe, está correcto o no?

Pp: Yo diría que sí

P: Si, este estaba complicado, pero yo lo veo bien... yo creo que juntamos las dos respuestas, yo le voy a dar... no, le voy a dar 3 a cada uno

(Ruido ambiente)

P: Ya chiquillos, nos quedan... (audio ilegible), no alcance a ver la segunda parte porque al final me dedique a trabajar yo, 10 minutos por lo menos hagan dos problemas ... a ver, yo no alcance a traer los controles, pero se los voy a traer mañana sin falta, así que trabajan... les estoy pidiendo 10 minutitos que estén calladitos, ¡Trabajando sí! Que no se ponga nadie de pie, excepto 1 que va a recoger los cuescos de ciruela... (Audio ilegible), ya... así que los quiero trabajando y Jiménez barriendo

Pp: Todos trabajando ahora

(Ruido ambiente)

P: Shhhh... haber yo los voy a anotar así textual lo que estaban haciendo acá... ¡Textual!

Clase 3

P: Eh, Bryan su cuaderno, Thiare cálese. Nahuelpán siéntate derecho y bota eso... guarde el celular o se lo voy a quitar.

P: Chiquillos vamos a salir un poquitito de las partes de las probabilidades, lo vamos a ver de otra forma, para eso es importante conocer que es una variable aleatoria, que crees usted que es una variable aleatoria, que cree que me refiero ¿Qué es una variable?... Solís parece que quiere decir algo. ¿Qué es lo que una variable que crees usted que es una variable, que lo que entiende usted por la palabra variable?

E: ¡Que Varía!

P: ¿Cómo qué? Una variable aleatoria denotada generalmente con un “X” mayúscula, es una función que asocia un número real “x” a cada elemento del espacio muestral de un experimento.

P: Ya vamos a definir lo siguiente para que vayamos viendo, símbolos importantes, ya este símbolo se llama Omega y va hacer una abreviación de un espacio muestral. Se define un espacio muestral, por lo general lo voy a hacer con este símbolo un espacio muestral por ejemplo del lanzamiento de un dado. ¿Cuál es el espacio muestral del lanzamiento del dado? ¿Dígame un ejemplo de algo que varíe?

E: El tiempo... la posición del sol... la posición de la luna...

P: Bueno creo que han dado ejemplos buenos. Las variables ¿Cuáles son?, Los números y aleatorio porque cada vez que sale un numerito van saliendo al azar.

P: Coloque como título ahí. “Variable aleatoria”.

E: ¡UNO, DOS, TRES, ¡CUATRO, CINCO Y SEIS!

P: Este símbolo se ocupa bastante para definir espacios muestrales, ya para que lo tengas ahí en mente ahí y noten lo que significa.

P: Ejemplo. Si el espacio muestral de verificar el funcionamiento de tres ampollitas, considerando defectuosa o no defectuosa, voy a encontrar el espacio muestral de la verificación de tres ampollitas, a que puede ocurrir cuando yo revise las tres ampollitas, definiendo como defectuosa o no defectuosa, eso es lo que tengo que ver yo al revisar las ampollitas, que me puede aparecer al revisar estas tres ampollitas

E: Que estén todas malas

P: Que estén todas malas, defectuosa, defectuosa, defectuosa, ¿que estén?

E: ¡Todas buenas!

P: Todas buenas, no defectuosa, no defectuosa, no defectuosa.

E: ¡Una buena dos malas!

P: Una buena dos malas

E: ¡Dos buenas una mala!

P: Dos buenas una mala.

E: ¡Ya está!

P: ¿Dónde está?

E: ¡Ya está es lo mismo!

P: Acuérdense que la N es no defectuosa y la D defectuosa.

P: ¿Qué más podría ser?

E: ¡Una mala, dos buenas!

E: ¡Ya está!

P: Una mala y dos buenas a ver, ¿dónde está?

E: No está, no es lo mismo.

P: Fíjense, ¿qué es lo que puede ocurrir?, puedo tomar la primera que me salga mala y después probar las otras dos y que me salgan buenas.

E: ¡Es variación ¡

P: Podría ser como una variación va a depender del contexto del ejercicio, ¿cuántos elementos tendría este espacio muestral?

E: Dos, cuatro, tres

P: Eran tres ampollitas, pero ahí tengo más de tres po' Martín.

P: Chiquillos se olvidan de algo importante quiero ver todas las posibles eh combinaciones o todos los posibles eventos que podrían pasar.

P: Nahuelpán aquí está la clase, saca tu cuaderno.

P: Esto es algo importantes chiquillos, siempre que yo quiera calcular un espacio muestral, es importante ver cuántas son los elementos del espacio muestral, y lo mejor ideal buscar un orden.

P: Volvamos a lo básico, quiero encontrar la cantidad de elementos del espacio muestral, ¿Qué opciones tengo para la primera ampollita?

E: ¡Tres!

P: Dos pues, este buena o este mala.

P: ¿Cuántas opciones tengo para la segunda ampollita?

E: ¡Dos!

P: Y, ¿para la tercera?

E: ¡Dos!

P: ¿Cuánto tengo?

E: ¡Cuatro!

P: Ocho, ósea el espacio muestral son ocho elementos, porque tengo dos opciones, fíjate voy a tomar tres ampollitas, una dos tres, cuantas posibilidades tengo para la primera ampollita. Según lo que yo quiero ver defectuoso o no defectuoso, tengo dos opciones, para la segunda ampollita tengo dos y para la tercera tengo dos, por lo tanto, voy a tener ocho posibles combinaciones, ocho posibles formas de ordenar esto, ahora a que experimento les recuerda esto.

E: ¡A la probabilidad!

P: A la probabilidad ya, pero ¿A cuál experimento en particular?

E: ¡Al del dado!

P: ¿Al del dado?

E: ¡Al de la moneda!

P: ¡Al de la moneda!, entonces tengo ocho, ¿seré capaz de encontrar esas ocho?,

E: ¡Sí!

P: Tengo defectuoso y no defectuoso, como son dos las opciones yo puedo hacer esto y es mucho más sencillo, siempre que sea cara o sello, verdadero o falso, mal o bueno, sí o no, yo puedo encontrar esas combinaciones de forma fácil.

P: Tengo ocho, por lo tanto, son cuatro defectuosas y cuatro no defectuosas, después eran dos y dos.

E: ¡Y un y una!

P: Y una y una, ¿ya? entonces ya tengo el espacio muestral, lo puedo escribir yo ahora acá, ahí se ve más ordenadito nomas.

P: Ya, ahí tengo las otras opciones, eso es el espacio muestral, y ahora vamos a.. Anoten eso y porque vamos a ver algo vamos a ver cómo definimos una variable aleatoria.

P: Ya, volvamos acá volvamos, estoy haciendo un experimento tengo tres ampollitas voy a verificar si están defectuosa o no defectuosa, definí D defectuosa y N para no

defectuosa, ¿sé que son ocho posibles variaciones que me puedo encontrar ya? y ahí las tengo, las tengo ahí eso es algo conocido por ustedes, coloquen punto aparte. Se puede definir la variable “X” que asigna a cada elemento del espacio muestral, “pueden abreviar la palabra espacio muestral con el símbolo por eso es lo que vamos a ocupar, la cantidad de ampollitas no defectuosas.

Parte 2

P: Hay diferentes variables en este caso que puedo establecer, en este caso definí mi X como cantidad de ampollitas no defectuosas, podría perfectamente haber definido mi X como la cantidad de ampollitas defectuosas también puede ser pero en este caso dije “voy a decidir que mi variable X va ser la cantidad de ampollitas no defectuosas” entonces aquí voy a definir cada elemento del espacio muestral, y aquí va ir mi X ¿Ya? Que quiere decir que, para el primer elemento, para el primer elemento de mi espacio muestral ¿Cuánto vale X?

E: Tres.

P: Dije que x, Asigna a cada elemento del espacio muestral, X se le asigna a ese elemento eh la cantidad de ampollitas no defectuosas.

E: Cero.

P: ¿Cuántas ampollitas no defectuosas tengo acá?

E: Cero.

P: Entonces en ese caso mi x vale cero...defectuosa, defectuosa, no defectuosa. ¿Cuánto es mi x ahora?

E: Uno.

P: ¿Cuánto vale X ahora?

E: Uno.

P: ¿Cuánto vale mi X?

E: Dos.

P: Mi X vale uno...dos... ¿Cuánto vale ahora?

E: Dos.

P: Ya, ahora yo definí la variable aleatoria o la variable como la cantidad de ampollitas no defectuosas podría haber definido mi X como defectuosa va depender del propósito que yo tengo o del contexto del ejercicio que ustedes desarrollen. Ahora si se fijan esto lo estamos

viendo como si fuera una función, vamos a mezclar un poquito aquí el concepto de función con las probabilidades.... ¿Ya? Una función tiene dominio tiene recorrido. Vamos a definir aquí.....puedo definir el recorrido de X. ¿Cuál es el recorrido de X?

E: Cero.

P: Del cero al tres. Cero, uno, dos, tres ¿Ya? Tengo que enunciar los valores porque no es del uno al tres porque los valores intermedios no tengo, tengo solamente valores enteros.

P: ¿Ya? En eso consiste la variable aleatoria porque hoy día Observación: Un experimento podría tener dos o más variables aleatorias asociadas, por ejemplo: En el experimento de las ampollitas se podría definir la variable aleatoria Y.... ojo con esto chiquillos porque...présteme atención acá para que se comprenda. Se podría definir la variable aleatoria Y ¿Por qué no X? porque yo definí a x como la cantidad de ampollitas no defectuosas, por lo tanto, si quiero definir la cantidad de ampollitas defectuosas tiene que ser con otra letra.

Me interesa que vayamos viendo este tipo de cosas bien bien básicas. Después le vamos a encontrar un poquito más de continuidad y vamos a ver otro tipo de ejercicios.

P: Eh observación coloque ahí, para que quede claro porque tome una sola porque me tinco y bueno la que proponía aquí el texto. Y para que quede bien claro ¿Ok?

E: ¿Es lo mismo X e Y?

P: Bueno ahora también, así como le podría haber dado X a esa e Y a ese de ahí, no hay problema. Podría definir la variable Y número de ampollitas defectuosas...diferencia de ampollitas defectuosas ¿Ya? o Z miren otra variable más o Z diferencia de ampollitas defectuosas y no defectuosas. Podría también decir otra más pero no es la idea, pero ahí ya tengo tres variables aleatorias que yo puedo asociar a este experimento ¿Ya? insisto va depender del ejercicio que nos pidas, de forma lo usamos.

P: ¿Ya? Analiza el ejemplo bueno tipo ejercicio bien bien básico chiquillos, insisto hoy día no quiero complicarlos mucho así que va ser bien bien simple la....Analiza cada experimento, luego completa. Vamos a ver tres experimentos y vamos a buscar el espacio muestras, vamos a buscar recorrido. Primer experimento: se sacan dos fichas en sucesión y sin reemplazo de una urna que contiene cuatro fichas negras y cinco blancas, se define la variable aleatoria número de fichas blancas ¿Ya? encuentre el espacio muestral y su recorrido.

P: Un minuto, dos minutos para que terminen. Les explico el primer experimento para qué, porque es bien sencillo, tengo una urna, tengo cuatro fichas negras y cinco blancas ¿Ya? y el experimento es el siguiente “yo tomo una veo el color no la vuelvo a ingresar y después tomé otra” a eso se refiere que es sin reposición yo quiero que me encuentre el espacio muestral y el recorrido en general lo que hicimos acá, exactamente lo mismo.

P: Muchachos voy y vuelvo todos trabajando en eso.

P: Veamos, el espacio muestral del ejemplo uno....para encontrar el espacio muestral lo primero que tengo que hacer yo es saber cuántos elementos tiene ¿Cuántos elementos tiene?... ¿Cuál es tu duda?

E: Dos...Nueve. Nueve.

P: ¿Escuche los nueve?

E: Sí.

P: Fíjense que el experimento es el siguiente...voy a sacar dos fichas, por lo tanto hice dos cuadraditos ¿cierto? Ahora ¿Qué me puede encontrar? o ¿Cuántas opciones tengo para llenar acá?

E: Nueve, cuatro, dos, cinco.

P: ¿Con qué me puedo encontrar?

E: Blanca y negra.

P: Blanca o negra.

P: ¿Cuántas opciones tengo para este?,

E: ¡Cuatro!

P: Por lo tanto mi espacio muestral está compuesto por cuatro elementos, solamente cuatro está bien son nueve fichas pero ¿Cuáles son las posibles combinaciones que yo puedo encontrar aquí?, vamos a ver tengo blancas y negras por lo tanto: blanca, blanca, negra, negra; después blanca, negra, blanca negra, ahí tengo las cuatro opciones no va a ocurrir otra cosa que no sea eso independiente de la cantidad de fichas negras o blancas que tenga, como tengo solamente fichas blancas y negras, esas son las combinaciones que yo puedo encontrar: blanca-blanca, blanca -negra, negra- blanca y negra -negra. Y lo primero que les pedía yo era encontrar el espacio muestral, ahora segundo es el recorrido.

La variable aleatoria que define aquí es número de fichas blancas, ¿ya? Esa es la variable aleatoria que me definieron. ¿Qué otra variable podría haber tenido?, fichas negras, ¿ya?,

entonces ¿Para encontrar el recorrido que es lo que hago yo?, aquí coloco mi espacio muestral y aquí coloco mi “X”; el espacio muestral tengo blanca- blanca, en el primer caso cuánto vale mi X

E: ¡Dos!

P: ¿En el segundo caso vale?

E: ¡Uno!

P: ¿En el tercer caso?, uno y ¿En el último caso?

E: Cero

P: ¿Por lo tanto cuál es el recorrido de X?

E: Cero, uno, dos

P: Puedo tomar el valor cero, el valor uno o el valor dos. Simplemente eso, eso es lo que estoy haciendo hoy día, me definiendo una variable aleatoria o que me encuentren una, me definen una encontrar el espacio muestral hacer la tablita y encontrar el recorrido. No tiene ninguna complicación, por el momento.

Ehh ejemplo dos, se lanza un dado hasta que sale el número cuatro, se lanza un dado hasta que sale el número cuatro y se define la variable aleatoria, y... silencio... se lanza un dado hasta que salga el número cuatro y se define la variable aleatoria “y” número distinto de cuatro antes de que salga, número distinto del cuatro antes que salga el número cuatro encontrar el espacio muestral y el recorrido.

¿Burgos tu delantal? ¿Y el tuyo?

(Monitoreo del profesor)

Ya eh, veamos este experimento, silencio, si yo lanzo un dado si me sale el dos sigo lanzando tiro otra vez ¿Hasta cuándo lo voy a lanzar?

E: Hasta que salga cuatro

P: Si yo lanzo el dado y me sale el cuatro no lo lanzo más, en eso consiste el experimento. Ya la variable “y” números distintos del cuatro antes de que salga. Ya ehh veamos el espacio muestral ¿Cuál sería mi espacio muestral?

E: Cuatro

P: Chiquillos silencio, o a ver mejor aún cuántos son los elementos del espacio muestral ¿Seis?

E: 20

P: ¿Por qué 20?

E: (respuesta poco entendible)

P: Y qué pasa si sale al tiro el cuatro.

Silencio.

Fíjense supongamos que lanzó el dado y no me salió el cuatro, voy a anotar “N” de no salió.

E: Y la “S” de salió

P: Vamos a ver. A ver lo favorable es que salga entonces tiró la primera y salió el cuatro

E: ¡Sii! , vamoo

P: Pero qué pasa si no salió a la primera, “N” y si no salió a la segunda es “NS” si me salió al tercer intento

E: NNS

P: Eh este espacio muestral, oye silencio por favor, Soto siéntate derecho, bien derecho, puede estar si tire el dado cien veces y tener tanta mala suerte que no me sale nunca el cuatro, ya entonces el espacio muestral acá es infinito. Vamos a ver qué pasa con el recorrido.

Silencio

Eh silencio, vamos a ver qué pasa con el recorrido ¿Cuánto sería el recorrido acá?

E: Uno.... no cero

P: Acá

E: Uno

P: Acá

E: Dos

P: Entonces esto no termina.

Chiquillos el concepto de variable aleatoria es lo que me interesaba haber introducido un poquitito que es bien básico, puedo yo en un mismo experimento definir varias variables aleatorias, varias varias. Y va a depender del problema que tenga, y la variable obviamente puede tener el espacio muestral y el recorrido. Así que para terminar solamente me interesa que hagamos un ejercicio, lo hacen ustedes y después lo últimos 10 minutos pueden descansar, siempre y cuando lo hagan.

Ejercicio: Analiza cada experimento y resuelve, “En una urna hay tres bolitas”

E: ¿Qué es una urna?

E: Es una caja

P: ” En una urna hay tres bolitas, una roja, una azul y una verde se saca al azar y sin reposición una de ellas hasta sacar la bolita verde”

“En una urna hay tres bolitas, una roja, una azul y una verde se saca al azar y sin reposición una de ellas hasta sacar la bolita verde”. César cállate. Punto seguido se define la variable aleatoria “X” dos puntos...

P: ...Número de extracciones necesarias hasta sacar la bolita verde, encontrar el espacio muestral y el recorrido.

P: ¿Hiciste el ejercicio?

E: No

P: Entonces no puede ir a descansar, ya silencio vamos a revisar, eh Coni silencio

E: Silencio

P: Siéntense derechos ustedes dos, derecho Nahuelpán! Veamos en qué consiste el experimento, son dos cosas importantes que o debo encontrar, el espacio muestral y el recorrido de la variable aleatoria. El experimento consiste en sacar una bolita sin reposición hasta sin sacar la verde, ¿Cierto?

E: ¡Sí!

P: ¿Cuáles son mis opciones?, lo que me conviene y que termine al tiro el experimento es sacar inmediatamente la bolita verde, ahora si yo no sacó la bolita verde voy a sacar azul.

E: ¡Azul!

P: Supongamos que saco azul y después sacó la verde, que sería lo mejor bueno y después tendría que ver sido la roja, o sacar la roja la verde o después la azul, tienes razón Martín, porque el experimento termina cuando yo saque la verde. ¿Que otro caso puede? Que saque la azul que saque la roja y al final la verde, roja azul y verde; silencio, chiquillos para que vean que esta cuestión es bien sencilla, no tiene mayor complejidad. Veamos el recorrido ahora de la variable “X” tenía que salir verde, azul y verde; rojo, verde, azul ,rojo, verde, rojo, azul y verde. ¿Qué me decía la variable aleatoria?, numero de extracciones necesarias hasta sacar la bolita verde, ¿Cuántas extracciones hice acá?

E: Una, dos, tres, tres

P: Chiquillos eso es todo y hay gente que insiste en hacer nada, a ver coloquémonos de acuerdo la prueba es el día miércoles, eh y el día lunes no pienso hacer ningún repaso, su comportamiento no ha sido el óptimo

E: Nos hemos portado súper bien

P: vamos a ver si tienen mejor comportamiento vamos a reforzar el día lunes, el miércoles tenemos la evaluación y el día jueves estar sacando los promedios.

E: ¿Y esta materia entraría en la prueba?

P: Lo voy a evaluar.

3. Pauta observación

Tabla 3

Pauta de observación de clase

Profesor(a) responsable
Curso
Asignatura
Fecha/ Clase

ÁREA	INDICADORES	OBSERVACIONES
AMBIENTE PROPICIO PARA EL APRENDIZAJE	1. La actitud general del profesor respecto de una buena comunicación y disposición hacia los alumnos.	
	2. Realiza una motivación en concordancia con los contenidos que va a trabajar.	
ASPECTOS CONCEPTUALES	3. Manifiesta dominio del contenido y rigurosidad de los siguientes conceptos.	
	4. Variable aleatoria	
	5. Función distribución	
	6. Métodos de conteo. (permutación, variación y combinación)	
ASPECTOS DIDÁCTICOS	7. Recurre a las experiencias previas de los alumnos ya sea en el ámbito académico o en la vida cotidiana.	

	8. Relaciona los contenidos del subsector con otros subsectores de aprendizaje
	9. Utiliza preguntas u otras estrategias para chequear la comprensión de los alumnos(as).
	10. Utiliza las consultas de los alumnos para retroalimentar.
	11. Refuerza verbalmente los logros de los alumnos.
	12. Considera los logros y errores de los alumnos como acción de refuerzo.
	13. Revisa tareas y monitorea el trabajo de los alumnos(as).
	14. Da término formal a la clase (realizando una síntesis de los contenidos y recordando tareas o compromisos asumidos).
	15. La clase se ajusta a la planificación presentada.
	16. Realiza actividades concretas.
	17. Realiza actividades simbólicas.
	18. Realiza actividades pictóricas.
	19. Realiza retroalimentación (inicio/cierre).
	20. Presenta el o los objetivos al inicio de la clase.
	21. Promueve actividades individuales y en grupo de acuerdo al objetivo de la clase.
	22. Utiliza recursos tecnológicos en el aula (Cuáles)
	23. Aumenta gradualmente la complejidad del contenido
	24. Fomenta la comunicación y el aprendizaje colaborativo
	25. Utiliza el lenguaje matemático
HABILIDAD DE MODELAR	26. Toma situaciones de la vida real y/o problemáticas y las lleva al aula.
	27. Fomenta en los estudiantes a expresar situaciones cotidianas a lenguaje matemático.
	28. Aplica modelos que involucren operatorias
	29. Seleccionar y evaluar modelos que involucren operatoria
	30. Ajusta modelos acercándose a la realidad.

31. Utiliza una expresión verbal al nivel de desarrollo de los alumnos con un vocabulario forma

32. Formula hipótesis, generaliza y formaliza los procedimientos para resolver problemas.

4. Entrevista al docente

E1: La primera pregunta corresponde a ¿qué recursos le otorga el establecimiento para realizar sus clases, ya sean planificaciones, algún recurso didáctico?

P: Ehh bueno, el tiempo... poco tiempo ehh...computadores, acceso a guías, impresiones, fotocopias.

E1: Ok, ¿Cómo desarrolla usted el clima de aula?, por ejemplo, si realiza un contrato pedagógico antes de iniciar la actividad, o al momento de conocer al curso.

P: Al momento de la primera clase con el curso, se establecen las normas, regla ehh ... norma básica, como el uso de celular que está prohibido... otra cosa también formalidades, en principio la primera clase quedan las reglas claras.

E1: Ok, ¿Cuál cree usted que es el ambiente adecuado para realizar una clase?

P: Bueno, primero una sala ordenada, es importante que haya un orden en la sala, un buen clima de aula, de respeto ya... ehh y obviamente que se normalicen las situaciones inadecuadas dentro de la sala de clases.

E2: Ahora vamos a pasar a los aspectos didácticos, ¿Cómo prepara, planificar y desarrolla usted las actividades de la clase?

P: Bueno, las actividades están desarrolladas ... con antelación, durante la ... el proceso de planificación, hay en veces que cambia la actividad, según que se vayan encontrando nuevas actividades para una clase particular

E2: Qué aspectos del currículum presentado en el programa de estudio esto es decir objetivo de aprendizaje, secuencia de contenidos, habilidades, actitudes consideradas al momento de planificar.

P: Los objetivos de aprendizaje se tratan de trabajar en su totalidad en su vez su nivel de exigencia baja un poquitito dependiendo de curso pero lo fundamental son los objetivos de aprendizaje del currículum.

E2: ¿Cómo prepara usted su material didáctico para la clase?

P: Bueno en base, lo mayormente en base a guías, algún Power Point, recursos de internet, algunos textuales o modificados por mi cuenta.

E2: ¿Utiliza algún libro?

P: ¿Libro?, si también textos de estudio, por lo general no el que utiliza el ministerio si no que algún texto de otra editorial.

E2: ¿Qué utiliza al momento de enseñar un concepto en la unidad de Datos y Azar, actividades concretas, representaciones gráficas y/o fórmulas estadísticas.

P: Yo creo que las tres actividades son importantes, partiendo de lo concreto, las representaciones gráficas y también no hay que dejar de lado la importancia de las fórmulas.

E2: Bueno ahora pasaremos al punto número tres que tratara de las habilidades matemáticas, partiendo con la pregunta número uno que dice ¿Cuáles son para usted las habilidades matemáticas?

P: Las habilidades matemáticas según yo se refieren a las capacidades del estudiante a la resolución a algún problema, sin embargo, también es necesario tener ciertos conocimientos básicos de la asignatura.

E2: ¿Cree que es importante reforzar las habilidades matemáticas?

P: Si, demasiado importante tanto los estudiantes con un bajo rendimiento, así como también los estudiantes que tienen un buen rendimiento en matemática, en ambos casos es importante el reforzar.

E2: ¿Qué entiende usted por la habilidad de modelamiento matemático?

P: La idea es que el estudiante vaya siendo participe en la concepción de los conceptos matemáticos, que sea capaz de llegar a alguna forma o algún resultado por sus propios métodos y después obviamente con la ayuda del profesor formalizar este conocimiento.

E2: ¿Usted gestiona esta habilidad?

P: Dentro de los posible sipo, en realidad es... por eso pienso que hay algunos estudiantes que son capaces de llegar a esta... a modelar pero siendo realistas hay casos que es un poquito complicado, ya eh dependiendo del curso se puede generar esta, esta habilidad.

E: ¿Cómo la implementa en las clases, la habilidad?

P: Nos referimos a la habilidad de modelamiento, empezando con alguna solución problema en caso de que se pueda y en conjunto con los estudiantes a través de una lluvia de ideas puede ser eh de ellos ir generalizando y llegar a las habilidades o perdón a llegar a concretar el concepto que se quiere para esa clase.

E: Bueno damos por finalizada la entrevista, muchas gracias, profesor.

5. Autorización

Yo (nombre del apoderado) _____
apoderado del estudiante _____. Por el presente documento, declaro haber recibido la información correspondiente sobre la grabación de sólo una clase, donde se declara que mi pupilo no será expuesto ni evidenciado en otro lugar que no sea la investigación del estudiante en práctica y sus docentes, también estipula que ésta será sólo para observar el trabajo del profesor de matemáticas Álvaro Villegas, posteriormente el registro será eliminado. Si su decisión es que no quiere que se grabe a su pupilo, se editará la cara del estudiante en caso de aparecer en el registro.

Firma del apoderado

Firma del profesor en práctica
Fernando Ríos Herrera

6. Planificación entregada por el docente

PLANIFICACIÓN AÑO 2018 SEGUNDO SEMESTRE	
Asignatura: Matemática	Curso o Nivel: 2°A – 2°B - 2°C
Docente: Álvaro Viguera Monsalve.	Fecha de aplicación:
Probabilidad y estadística: Técnicas de conteo – Variables aleatorias- Probabilidades.	Desde 25 / 10/ 2018
	Hasta 07/ 12 / 2018
Evaluación de la unidad: Prueba escrita – Guías de aprendizaje	

Objetivos de aprendizaje:

OA 10 Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas

OA 11 Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.

Contenidos Curriculares a abordar	N° Clase	Objetivo de la clase: (Habilidad + Actividades. contenido)
Principios básicos de conteo.	42	Conocer principios básicos de conteo. Clase teórico practica técnicas de conteo. Principio aditivo y multiplicativo.
Variaciones.	43	Aplicar principio aditivo y Resuelven guía de ejercicios principio aditivo y multiplicativo. multiplicativo.
Permutaciones.	44	Resolver situaciones problema usando Resuelven guía situaciones problema concepto de variación. usando concepto de variación.
Combinaciones.	45	Resolver situaciones problema usando Corrección guía situaciones problema concepto de variación. usando concepto de variación.
Variable aleatoria.		

Variable aleatoria discreta finita.	46	Comprender y aplicar concepto de permutación.	Clase teórico practica Permutaciones
Probabilidad de una variable aleatoria discreta	47	Aplicar concepto de permutación.	Resuelven guía de ejercicios “Permutaciones”
	48	Aplicar concepto de combinación para resolver situaciones problema.	Resuelven guía situaciones problema usando concepto de combinación.
	49	Aplicar concepto de combinación para resolver situaciones problema.	Corrección guía situaciones problema usando concepto de combinación.
	50	Clase de refuerzo “Técnicas de conteo”	Desarrollan guía de refuerzo contenido “técnicas de conteo”
	51	Evaluación Técnicas de conteo.	
	52	Retroalimentar Evaluación Técnicas de conteo.	
	53	Comprender concepto de variable aleatoria.	Clase teórica variable aleatoria
	54	Aplicar concepto de variable aleatoria discreta finita.	Resuelven guía variable aleatoria finita
	55	Calcular probabilidad de una variable aleatoria discreta.	Clase teórica probabilidad de una variable aleatoria discreta.
	56	Calcular probabilidad de una variable aleatoria discreta.	Resuelven guía probabilidad de una variable aleatoria discreta.

57	Representar gráficamente las probabilidades	Guía representación gráfica de probabilidades.
59	Resolver Guía resumen Variable aleatoria	Desarrollar guía resume variable aleatoria.
60	Evaluación VARIABLE ALEATORIA.	
61	Retroalimentar evaluación VARIABLE ALEATORIA.	



UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION

PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

NOMBRE DEL EVALUADOR	Carmen Cecilia Espinoza Melo
TÍTULO DEL SEMINARIO EVALUADO:	Estudio sobre la gestión de la habilidad de modelar de un profesor de matemáticas de un colegio de la ciudad de Concepción, en el eje de datos y azar, un estudio de caso.
ESTUDIANTE (S) AUTOR (ES) DEL SEMINARIO	Pedro Darío Andrades Bernaldes Sergio Ignacio Fernández Muñoz Consuelo Eliza Gutiérrez Nancabil Fernando Antonio Ríos Herrera
CARRERA	Pedagogía Media en Matemática
PROFESOR GUÍA	Hernán Morales Paredes

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

A. De La Formulación Del Problema (25%)

INDICADORES	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes empíricos, contextuales y teóricos.	5.8
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio.	5.5
3. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	6.0
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de las disciplinas pedagógicas.	5.8
5. Adecuada identificación y/o definición operacional de variables y/o categorías de análisis.	5.0
6. Fundamentación y justificación del problema basado en antecedentes bibliográficos y de trabajos de investigación relevantes en el campo de estudio.	5.6
Promedio	5,6

B. DEL MARCO TEÓRICO REFERENCIAL (20%)

INDICADORES	Nota
1. Pertinencia y relevancia de la bibliografía (si corresponde a las disciplinas pedagógicas, actualizadas).	5.5
2. Uso del lenguaje técnico coherente con la temática estudiada.	5.0
3. Calidad y precisión del marco teórico/ Conceptual.	4.8
Promedio	5.1

C. Del Diseño Metodológico Del Problema (20%)

INDICADORES	Nota
1. Precisión del enfoque o modelo de investigación.	5.2
2. Presentación del método de investigación y su diseño.	5.3
3. Coherencia entre el enfoque investigativo, las fuentes de recogida de datos y el problema estudiado.	5.0
4. Precisión en la descripción de la población objetivo o de los participantes, su rol y función que cumplen en la investigación.	5.5
5. Precisión de las estrategias y técnicas de recogida de datos.	4.5
6. Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación.	4.8
7. Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad y consistencia interna de la información.	5.0
8. Consistencia entre unidad de análisis, fuentes y técnicas de análisis de la información.	5.0
Promedio	5.0

D. DEL CONTENIDO TEMÁTICO Y LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN (25%)

INDICADORES	Nota
1. Procesamiento, análisis e interpretación pertinentes de los resultados o hallazgos de investigación .	4.5
2. Presentación de los hallazgos o resultados de forma clara y sintética.	4.5
3. Discusión de los resultados de la investigación.	4.5
4. Conclusiones sustentadas en los resultados o hallazgos.	4.5
5. Explicitación de las proyecciones y de las limitaciones del estudio.	4.5
6. Congruencia entre conclusiones, discusión y sugerencias que se realiza a partir de los resultados o hallazgos de la investigación.	4.8
Promedio	4.6

E. DE LOS ASPECTOS FORMALES (10%)

INDICADORES	Nota
1. Títulos pertinentes y sintéticos .	5.5
2. Estructura organizada de los contenidos atendiendo al enfoque y método investigativo.	5.5
3. Correcto uso de ortografía.	5.0
4. Coherencia en la redacción.	4.0
5. Sistematización en la formulación de citas y referencias bibliográficas.	4.5
6. Uso del sistema de citas bibliográficas, de acuerdo a normas APA.	4.5
Promedio	4.8

2. RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

Aspectos	Ponderación	Nota	Puntaje porcentual
A. De la Formulación del problema	25%	5.6	14.00
B. Del Marco Teórico referencial	20%	5.1	10.20
C. Del Diseño Metodológico de la investigación	20%	5.0	10.08
D. Del Contenido Temático y los Resultados	25%	4.6	11.35
E. De los aspectos formales	10%	4.8	4.83
Nota promedio final			50.49

3. OBSERVACIONES O COMENTARIO DE SÍNTESIS.

Resuma su opinión global en un comentario, que, a su juicio, revele los aspectos más sobresalientes, tanto en lo referido a las fortalezas, como a las debilidades de este Seminario de Investigación, o indique las modificaciones que a su juicio deben realizarse a este trabajo para proceder a su calificación final.

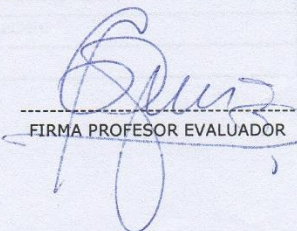
El tema presentado en el trabajo es de importancia a la formación de profesores. Por el mismo motivo necesita mejoras como de redacción y ortografía en el escrito, no repetir tantas palabras en un párrafo.

La investigación es de corte cualitativo se necesita presentar en el capítulo de resultados los códigos, categorías y como se analizaron los datos de la investigación, además falta la relación de las entrevistas con el marco teórico presentado.

En el capítulo conclusiones debe darse respuesta a cada uno de los objetivos planteados en la investigación.

Aprobada en Consejo de Facultad / abril de 2011

Fecha: 01-abril-2019


 FIRMA PROFESOR EVALUADOR



UNIVERSIDAD CATOLICA
DE LA SANTISIMA CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION

PAUTA PARA EVALUAR SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN

NOMBRE DEL EVALUADOR	Andrés Ortiz Jiménez
TÍTULO DEL SEMINARIO EVALUADO:	Estudio sobre la gestión de la habilidad de modelar de un profesor de matemáticas en un colegio de la ciudad de concepción, en el eje probabilidad y estadística, un estudio de caso
ESTUDIANTE (S) AUTOR (ES) DEL SEMINARIO	Pedro Darío Andrades Bernales, Sergio Ignacio Fernández Muñoz, Consuelo Elisa Gutiérrez Nancabil, Fernando Antonio Rios Herrera
CARRERA	Pedagogía en Educación Media en Matemática
PROFESOR GUÍA	Hernán Morales

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

A. De La Formulación Del Problema (25%)

INDICADORES	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes empíricos, contextuales y teóricos.	6,0
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio.	4,0
3. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	7,0
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de las disciplinas pedagógicas.	6,5
5. Adecuada identificación y/o definición operacional de variables y/o categorías de análisis.	7,0
6. Fundamentación y justificación del problema basado en antecedentes bibliográficos y de trabajos de investigación relevantes en el campo de estudio.	6,0
Promedio	6,1

B. DEL MARCO TEÓRICO REFERENCIAL (20%)

INDICADORES	Nota
1. Pertinencia y relevancia de la bibliografía (si corresponde a las disciplinas pedagógicas, actualizadas).	7,0
2. Uso del lenguaje técnico coherente con la temática estudiada.	7,0
3. Calidad y precisión del marco teórico/ Conceptual.	7,0
Promedio	7,0

C. Del Diseño Metodológico Del Problema (20%)

INDICADORES	Nota
1. Precisión del enfoque o modelo de investigación.	6,0
2. Presentación del método de investigación y su diseño.	6,0
3. Coherencia entre el enfoque investigativo, las fuentes de recogida de datos y el problema estudiado.	5,0
4. Precisión en la descripción de la población objetivo o de los participantes, su rol y función que cumplen en la investigación.	6,5
5. Precisión de las estrategias y técnicas de recogida de datos,	6,5
6 Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación.	2,0
7. Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad y consistencia interna de la información.	1,0
8 Consistencia entre unidad de análisis, fuentes y técnicas de análisis de la información.	5,0
Promedio	4,8

D. DEL CONTENIDO TEMÁTICO Y LOS RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN (25%)

INDICADORES	Nota
1. Procesamiento, análisis e interpretación pertinentes de los resultados o hallazgos de investigación.	7,0
2. Presentación de los hallazgos o resultados de forma clara y sintética.	6,5
3. Discusión de los resultados de la investigación.	1,0
4. Conclusiones sustentadas en los resultados o hallazgos.	6,0
5. Explicitación de las proyecciones y de las limitaciones del estudio.	6,5
6. Congruencia entre conclusiones, discusión y sugerencias que se realiza a partir de los resultados o hallazgos de la investigación.	6,0
Promedio	5,5

E. DE LOS ASPECTOS FORMALES (10%)

INDICADORES	Nota
1. Títulos pertinentes y sintéticos.	7,0
2. Estructura organizada de los contenidos atendiendo al enfoque y método investigativo.	6,5
3. Correcto uso de ortografía.	7,0
4. Coherencia en la redacción.	7,0
5. Sistematización en la formulación de citas y referencias bibliográficas.	6,5
6. Uso del sistema de citas bibliográficas, de acuerdo con normas APA.	6,5
Promedio	6,8

2. RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

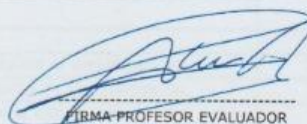
Aspectos	Ponderación	Nota	Puntaje porcentual
A. De la Formulación del problema	25%	6,1	1,53
B. Del Marco Teórico referencial	20%	7,0	1,40
C. Del Diseño Metodológico de la investigación	20%	4,8	0,96
D. Del Contenido Temático y los Resultados	25%	5,5	1,38
E. De los aspectos formales	10%	6,8	0,68
Nota promedio final			6,0

3. OBSERVACIONES O COMENTARIO DE SÍNTESIS.

Resuma su opinión global en un comentario, que a su juicio, revele los aspectos más sobresalientes, tanto en lo referido a las fortalezas, como a las debilidades de este Seminario de Investigación, o indique las modificaciones que a su juicio deben realizarse a este trabajo para proceder a su calificación final.

Es una interesante investigación, con un tema atingente y teóricamente bien fundamentado. No obstante, la formulación del problema no aporta antecedentes empíricos respecto a la gestión de la habilidad de modelar, sino más bien se centra en el bajo porcentaje que tiene el Eje señalado con respecto a los otros ejes del currículum. Hay aspectos de la pauta que no se encuentran explícitos tales como: Descripción del procedimiento investigativo y/o escenarios donde se realiza la investigación, Control de validez y confiabilidad y/o de credibilidad, Discusión de los resultados de la investigación.

Aprobada en Consejo de Facultad / abril de 2011



FIRMA PROFESOR EVALUADOR

Fecha: 22-julio-2019