

Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Facultad de Educación  
Pedagogía en Educación Básica con mención en Matemática y Ciencias



**ESTRATEGIAS DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA QUE UTILIZAN DOS  
DOCENTES DE LA PROVINCIA DE CONCEPCIÓN PARA PROMOVER LA  
HABILIDAD DE COMUNICAR EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA BÁSICA:  
UN ESTUDIO DE CASOS**

*Seminario de investigación para optar al grado de Licenciado en  
Educación*

Profesor Guía:

Integrantes:

Andrés Ortiz Jiménez

Anaís Lara Aravena

Soledad Molina Villalón

Javiera Santander Figueroa

Concepción, Julio de 2016

Universidad Católica de la Santísima Concepción  
Facultad de Educación  
Pedagogía en Educación Básica con mención en Matemática y Ciencias



**ESTRATEGIAS DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA QUE UTILIZAN DOS  
DOCENTES DE LA PROVINCIA DE CONCEPCIÓN PARA PROMOVER LA  
HABILIDAD DE COMUNICAR EN ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA BÁSICA:  
UN ESTUDIO DE CASOS**

*Seminario de investigación para optar al grado de Licenciado en  
Educación*

Profesor Guía:

Andrés Ortiz Jiménez

Integrantes:

Anaís Lara Aravena  
Soledad Molina Villalón  
Javiera Santander Figueroa

Concepción, Julio de 2016



## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos en primer lugar a Dios, por darnos tesón y fortaleza necesaria para enfrentar cada desafío, lo cual permitió formar nuestra identidad docente. Además, agradecer a la Universidad Católica de la Santísima Concepción, por los gratos momentos allí vividos, a nuestros profesores, quienes compartieron sus experiencias de aprendizajes, brindándonos herramientas, valores y principios para podernos formarnos como profesionales y poder enfrentar el futuro laboral.

A las profesoras Lisa y Clara – sus seudónimos – por abrir las puertas de sus aulas y permitirnos sustentar nuestra investigación en su quehacer docente.

También quisiéramos agradecer a nuestro profesor guía Sr. Andrés Ortiz por su orientación en la realización de este trabajo, quien más que ayudarnos en este proceso, nos inspiró e incentivó en la búsqueda del conocimiento, teniendo como centro la formación de nuestros futuros estudiantes.

Y por último queremos agradecer a todos quienes de alguna manera nos transmitieron su apoyo durante este proceso académico, especialmente a nuestras familias quienes fueron una pieza clave para poder culminar este proceso, pues creyeron en nuestro trabajo desde el primer momento, expresando su apoyo incondicional.

**Anaís, Soledad y Javiera**



Al concluir una de los procesos más importante en mi carrera, agradezco a mis padres pues la finalización de esta etapa ha sido acompañada de ellos, de su amor, dedicación, enseñanza, confianza y apoyo incondicional, ya que cada paso que voy dando, así como este, es el reflejo de toda su entrega. Agrego también el más sincero agradecimiento a mi profesor guía Sr. Andrés Ortiz por depositar su confianza y tiempo en esta investigación y a mis queridas compañeras de tesis Soledad y Javiera, ya que este trabajo es el significado de tiempo, esfuerzo y dedicación de un equipo.

**Anaís Lara Aravena**

Quiero agradecer a Dios por estar siempre presente en estos años de formación, por darme la sabiduría y fortaleza en los momentos de inseguridades y temores. Sin duda, no hubiera podido seguir este camino sin el apoyo incondicional que me brindaron mis padres, hermanas y hermano, quienes creyeron en mí y me entregaron todo el apoyo en este largo camino de formación. Muchas gracias a los profesores de la Universidad Católica de la Santísima Concepción, a aquellos profesores que fueron parte de mi formación como docente y especialmente a mi profesor guía Sr. Andrés Ortiz quien me entregó las herramientas necesarias para concretar este trabajo. Infinitas gracias a mis compañeras Anaís y Javiera por los gratos momentos vividos y por ser parte de esta hermosa experiencia.

**Soledad Molina Villalón**



Agradezco la confianza y el apoyo brindado por mi familia, quienes a lo largo de mi vida y especialmente en el desarrollo de este seminario, me han demostrado su amor y apoyo incondicional. Agradezco a mi profesor guía y formador Sr. Andrés Ortiz y a mis compañeras Anais y Soledad por cada sonrisa, pues hicieron de este proceso una grata experiencia. Y a mí estrella del cielo, mi abuelo, a quien siempre preferí llamar Papito Lucho, por ser un hombre excepcional que sembró el amor y dio lecciones de vida muy importantes, a pesar del vacío que me dejó, nunca olvidaré sus enseñanzas y sus palabras que infundieron en mí el amor por la docencia demostrándome que soy capaz de lograr las metas que me propongo, dejándome como legado que todo éxito requiere un sacrificio y toda victoria es primeramente un desafío.

**Javiera Santander Figueroa**



## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	8-9
<b>ABSTRACT</b>	10
<b>INTRODUCCIÓN</b>	11-13
<b>CAPÍTULO I: FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA</b>	
1.1 EXPOSICIÓN GENERAL DEL PROBLEMA	15-21
1.2 PRINCIPALES INTERROGANTES DE LA INVESTIGACIÓN	22-23
1.3 FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACION	24-27
1.4 PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN	28
1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	29
1.6 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN	30
1.6.1 CATEGORIA: ESTRATEGIA DE COMUNICACIÓN MATEMATICA	31-33
1.7 SUPUESTO DE INVESTIGACIÓN	34-35
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO</b>	
2.1 LA COMUNICACIÓN MATEMATICA	37-44
2.2 COMUNICACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULUM	44-48
2.3 TIPOS Y NIVELES DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA	48-53
2.4 ESTRATEGIAS DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA	54-56
2.4.1 ESTRATEGIAS DE LEE	57-67
2.4.2 ESTRATEGIAS DE PIMM	68-69



### **CAPÍTULO III: MARCO METODOLOGICO**

3.1 TIPO Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	71-76
3.2 ELECCIÓN DE CASOS	77-81
3.3 TÉCNICAS DE RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN	
3.3.1 OBERVACIÓN	82-83
3.3.2 ENTREVISTA	84-85
3.4 INSTRUMENTO DE RECOGIDA DE DATOS	85-86
3.5 ESTRATEGIA DE ANÁLISIS DE DATOS	86-91
3.6 CRITERIOS DE CALIDAD DE LA INVESTIGACIÓN	92-100

### **CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE DATOS**

#### 4.1 ANÁLISIS DE CATEGORÍAS

##### CASO 1: CLARA

ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 1	103-118
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 2	119-138
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 3	139-158
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 4	159-175
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 5	175-190
RESUMEN CASO CLARA	191-197

##### CASO 2: LISA

ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 1	198-213
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 2	214-228
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 3	228-248
ANÁLISIS DE SUBCATEGORÍAS EN CLASE 4	249-263
RESUMEN CASO LISA	264-270



## **CAPÍTULO V: CONCLUSIONES**

5.1 CONCLUSIONES	271-306
------------------	---------

## **CAPÍTULO VI: LIMITACIONES Y PROYECCIONES**

6.1 LIMITACIONES	308
------------------	-----

6.2 PROYECCIONES	309
------------------	-----

## **CAPÍTULO VII: BIBLIOGRAFÍA**

7.1 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	310-317
--------------------------------	---------

## **ANEXOS**

1) CARTA DE SOLICITUD A DIRECTORES PARA AUTORIZAR GRABACIONES DE CASO DE ESTUDIO EN SU ESTABLECIMIENTO	318-319
2) CARTA DE SOLICITUD A DOCENTES PARA PARTICIPAR COMO CASO DE ESTUDIO	320-321
3) CARTA DE SOLICITUD DIRIGIDA A LOS APODERADOS PARA GRABAR A SUS PUPILOS QUE PARTICIPAN EN LAS CLASES DEL CASO DE ESTUDIO	322-323
4) CARTA SOLICITUD JUICIO DE EXPERTO DE LA PAUTA DE OBSERVACIÓN DE CLASES	324
5) EVALUACIÓN EXPERTA DEL INSTRUMENTO	325-330
6) PAUTA APRECIACIÓN DE CLASES	331-335
7) CARTA SOLICITUD ENTREVISTA A CASOS DE ESTUDIO	336-337
8) FORMATO ENTREVISTA	338
9) ENTREVISTA CASO CLARA	339-340
10) ENTREVISTA CASO LISA	341-343
11) ANEXOS EN CD	344
12) EVALUACIONES	345



## RESUMEN

Esta investigación se centra en indagar acerca de cómo los profesores promueven la comunicación matemática en el aula, a través del uso de las estrategias de comunicación matemáticas propuestas por Lee (2006).

Este estudio se enmarcó bajo un enfoque cualitativo de carácter descriptivo-interpretativo, en el que se decidió como método de investigación el estudio de casos, ya que se busca describir los elementos de la gestión de aula que promueven una cierta comunicación matemática, lo que requiere de la interpretación de aquellas prácticas docentes que promueven el desarrollo de los procesos de la habilidad de comunicación matemática.

Para la recolección de datos y obtención de información, se utilizó una técnica de observación no participante en clases de matemáticas de dos docentes de distintos establecimientos de la provincia de Concepción. El instrumento utilizado fue una escala de apreciación que se aplicó sobre los registros en videos obtenidos de la observación, por medio de él pudimos observar ciertos indicadores que creemos deben cumplirse durante la gestión docente. Posteriormente, determinamos si los docentes utilizan las estrategias de comunicación matemática planteadas por Lee (2006) para promover la habilidad de comunicar. Además, se utilizó una entrevista semi-estructurada para complementar los datos con la información obtenida para cada uno de los casos.

La estrategia de análisis de datos será en base a categorías, en donde categorizamos las estrategias comunicativas matemáticas que propone Lee (2006). En la invención de estos, consideramos que existen indicadores claves que deben estar presentes para determinar si la estrategia de comunicación



matemática se encuentra dominada o en vías de ser desarrollada en el quehacer docente.



## ABSTRACT

This research focuses on inquiring about how teachers promote mathematical communication in the classroom, through the use of the mathematical communication strategies proposed by Lee (2006).

This seminar was framed under a qualitative approach of descriptive-interpretative character, which was decided the cases study as a research method because it aim to describe the elements of orchestration that promotes a certain mathematical communication, which requires the interpretation of those teaching practices that promote the development of the processes of mathematical communication skill .

For data collection and information gathering technique a non-participant observation in math classes two teachers from establishments in the province of Concepcion. The instrument used was a scale of assessment that was applied to the video records from observations, through him we observed certain indicators that we believe must be met during the teaching management. Then determine whether teachers use mathematical communication strategies raised by Lee ( 2006 ) to promote the ability to communicate. In addition, a semi - structured interview to supplement the data with information obtained in the interview with each of the cases was used.

The strategy of data analysis will be based on categories, where categorize mathematical communication strategies proposed by Lee ( 2006). In the invention of these, we believe that there are key indicators that must be present to determine whether the strategy of mathematical communication is dominated or pathways be developed in the teaching work .



## INTRODUCCIÓN

A nivel internacional, la inquietud por dotar una enseñanza de la matemática escolar que permita la formación de ciudadanos competentes y reflexivos ha generado diversas líneas investigativas. Una de ellas, la de comunicación matemática, reviste particular importancia en el contexto nacional, considerando su reciente incorporación al marco curricular, así como los antecedentes que muestran que cuando los alumnos aprenden a comunicar matemáticamente no solo se favorece el logro de los objetivos curriculares, sino también al desarrollo de capacidades reflexivas y habilidades para la vida ciudadana.

En base a lo mencionado, es que creemos que la comunicación de las ideas es parte esencial del aprendizaje de las matemáticas, pues permite el intercambio de ideas. En el contexto de una apropiada gestión de clases, en donde la enseñanza sea dinámica y dialógica entre profesor y estudiantes se fomenta la habilidad de comunicar, ya que los alumnos adquieren las habilidades de pensar a partir de tareas matemáticas como resolver problemas, formular explicaciones, probar un vocabulario, experimentar formas de argumentación, justificar conjeturas, criticar y reflexionar.

Para este estudio, consideramos pertinente abordar, desde un enfoque cualitativo, el estudio de las estrategias de comunicación matemática utilizadas por los docentes al momento de ejecutar sus clases, para llegar a analizarlas de



acuerdo a un marco teórico sobre interacciones comunicativas de la clase de matemáticas. Para ello, se observaron videos de clases de matemáticas de dos docentes de la Provincia de Concepción y que poseen formación especializada en estrategias de comunicación matemática, con el fin de analizar la gestión de las estrategias que utilizan esas docentes para fomentar la comunicación matemática en el aula. La elección de estos casos fue dirigida, ya que han participado en seminarios de formación especializada en este tipo de comunicación, por lo cual creemos que hay mayores posibilidades de encontrar clases con un buen nivel de comunicación matemática.

Este estudio se organiza en seis capítulos. En el capítulo I se encuentra la exposición del problema, la interrogante de investigación y la justificación del problema, además se encuentran los objetivos de este estudio de investigación. En el capítulo II se presenta el marco teórico de esta investigación, el cual se enfoca en las estrategias de comunicación matemática de Lee (2006). En el capítulo III se hace referencia al diseño metodológico de este estudio, el cual tiene un enfoque cualitativo, además de las técnicas e instrumentos de recolección de datos utilizados y los procedimientos de análisis de esta investigación. En el capítulo IV se presentan los resultados del análisis de los datos, a partir de la aplicación de las escalas de apreciación de clases y de las entrevistas a las docentes. En el capítulo V se plantean las conclusiones que responden a los objetivos específicos planteados en esta investigación.



Finalmente, en el capítulo VI presentaremos nuestra apreciación sobre las limitaciones y proyecciones del proceso investigativo.



# CAPÍTULO I

## FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA



## **CAPÍTULO 1: FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA**

### **1. 1) EXPOSICIÓN GENERAL DEL PROBLEMA**

En varios países, como España, Estados Unidos y actualmente en Chile la comunicación matemática es un tópico relevante dentro del currículum de cada uno de estos países.

En nuestro país la inclusión de la habilidad de comunicar es reciente; con ello, Chile se une a una serie de naciones que ha reconocido la importancia de esta competencia. En España, el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes, define a la comunicación matemática como una competencia que implica la acción de comunicarse, es decir el sujeto es enfrentado a un desafío en que debe ser capaz de comprender la situación del problema; para esto, la lectura, decodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos permiten al individuo formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema (PISA, 2012). En Estados Unidos, el Consejo Nacional de Profesores de Matemática plantea la importancia de que la comunicación matemática sea desarrollada por todos los estudiantes, ya que es un proceso mediante el cual ellos organizan y consolidan su pensamiento matemático de manera coherente, utilizando un lenguaje que les permite expresar ideas matemáticas de forma precisa a sus compañeros y profesores, donde demuestren que son capaces de



analizar y evaluar el pensamiento matemático y las estrategias de los demás (NCTM, 2009). En nuestro país, pertenece a una de las cuatro habilidades transversales (resolver problemas, modelar, representar y argumentar - comunicar) a los ejes temáticos señaladas en el currículum vigente desde 1º básico hasta 2º medio. El logro de los objetivos de aprendizaje de esta habilidad permitiría a los estudiantes, según MINEDUC (2012):

Descubrir inductivamente regularidades y patrones en sistemas naturales y matemáticos y tratar de convencer a otros de su validez. Es importante que los alumnos puedan argumentar y discutir, en instancias colectivas, sus soluciones a diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Deben ser estimulados a utilizar un amplio abanico de formas de comunicación de sus ideas, incluyendo metáforas y representaciones. [...] Se espera que, en un ambiente de aprendizaje propicio, desarrollen su capacidad de verbalizar sus intuiciones y concluir correctamente, así como detectar afirmaciones erróneas o generalizaciones abusivas. (p.34)

Creemos que es importante indagar acerca de cómo los profesores en nuestro país promueven o deberían promover la comunicación matemática en el aula, definida institucionalmente en nuestro marco curricular vigente (MINEDUC, 2013) como “una habilidad que permite a los estudiantes llegar a la solución de



problemas, escuchar y corregirse mutuamente” (p.89). Así, comunicar las ideas mientras se aprende, permite a los estudiantes aprender los conceptos matemáticos con mayor seguridad. En el mismo sentido, Arévalo (2012) señala que el desarrollo de la comunicación matemática se genera cuando el docente valora las ideas de sus estudiantes, les permite trabajar en forma colaborativa, dedica tiempo a escuchar sus dudas y conjeturas, con lo que la autora concluyó que las estrategias de comunicación matemática son necesarias para crear un buen ambiente de aprendizaje. Lo anterior sugiere una gestión de clases que promueve la comunicación matemática, que utiliza estrategias especializadas para desarrollarla. La ausencia de orientaciones específicas de gestión del aula matemática para el desarrollo de esta habilidad, nos lleva a pensar que es importante investigarlas, siendo este nuestro objeto de estudio, ya que como futuras docentes nos resulta relevante identificar estrategias que permitan promover la comunicación matemática en el aula.

Existen diversos autores que proponen estrategias para promover la comunicación matemática, es decir, formas en las cuales la comunicación matemática se promueve en los estudiantes, como es el caso de Ponte (1997), citado por Solar (2015) quien señala:

Una de las formas más importantes que tiene el profesor para orientar el discurso en clase es haciendo preguntas a los alumnos, cuestionándolos



el profesor puede detectar dificultades en el nivel de comprensión de los conceptos y de los procesos matemáticos. (p.4)

Por otra parte, Joyner y Reys (2000), citados por NCTM (2003), señalan que es importante crear en el aula un ambiente productivo para el aprendizaje, promoviendo por ejemplo que los escolares trabajen en equipo o aprovechando sus ideas y errores para conducir su aprendizaje.

Asimismo, Lee (2006) propone formas de interactuar en la clase para ayudar a los alumnos a aprender a usar el lenguaje matemático y así profundizar en su conocimiento de las matemáticas. Esta autora trata temas como la organización de la clase y cómo garantizar una actitud inclusiva, y propone métodos prácticos para conseguir que los alumnos se expresen y aprendan a comunicar sus ideas matemáticas. Lee (2006) señala que “la razón principal por la que el incremento del discurso es importante, es porque aumenta el potencial de los alumnos para aprender matemáticas y el de los profesores para ayudarles a aprender” (p.17). Cuando se incrementa el discurso con el que se comunican los alumnos, el significado de las palabras y de los conceptos puede ser debatido y ampliado, de modo que tanto el profesor como el alumno pueden decidir sobre el mejor método para avanzar en el aprendizaje.

Lo anterior afirma la existencia de ciertas prácticas que permiten el desarrollo de la comunicación matemática en el aula. De ahí la importancia de conocer



cuáles son las estrategias que utilizan aquellos docentes y que provocan que sus clases sean eficaces a la hora de promover la habilidad de comunicar. Sin embargo, en nuestra experiencia como alumnas en práctica progresiva y profesional hemos observado mayoritariamente gestiones de clases en que la comunicación matemática generalmente sólo se limita a diálogos entre el profesor y un estudiante centrados en la respuesta de un ejercicio o problema. En relación a esto Arévalo (2012) en su investigación considera que “la presencia de estrategias no era tan efectiva sin la adecuada gestión del profesor”.(p.159)

A su vez, la revisión de la literatura nos muestra que existen escasos estudios en lo que respecta a las prácticas docentes en Chile para promover la habilidad de comunicación, lo que se explica por la reciente incorporación de esta dimensión del aprendizaje en nuestro marco curricular. Lo anterior nos permite suponer además que la gran mayoría de los profesores que enseñan matemática en Chile no conocen estrategias para promover el desarrollo de la habilidad. Este supuesto se basa en tres hechos: la novedosa inclusión de una habilidad diferente de las declaradas en los marcos curriculares anteriores al vigente; la ausencia de esta habilidad en los programas de formación de profesores, previo al ajuste curricular del 2012; y la ausencia de literatura de alta difusión o circulación en el profesorado respecto de metodologías de promoción de la habilidad.



Es así entonces, que la problemática de nuestra investigación está centrada en indagar acerca de las estrategias de comunicación matemáticas planteadas por Lee (2006) que llevadas a la práctica permiten promover la comunicación matemática. Sabemos que otros autores, como Pimm (1999) y la NCTM (2003), proponen estrategias para fomentar comunicación matemática en el aula. Una publicación de Suarez (2013) tiene como propósito analizar aspectos destacado para una comunicación apropiada en clase de matemática; entendida ésta como la que ocurre en un espacio donde se promueve la interacción, la participación de los sujetos, la argumentación, el debate y la negociación de significados. Asimismo, la publicación de Forero (2008) presenta avances de la investigación sobre la comunicación en clase de matemáticas, específicamente describe el discurso que circula en el aula cuando ocurre el acto de enseñanza y aprendizaje de un concepto particular de la matemáticas, orientado por un docente experto.

Luego de una exhaustiva revisión bibliográfica, hemos decidido guiarnos por lo propuesto por Lee (2006) quien señala que “la razón principal por la que el incremento del discurso es importante es porque aumenta el potencia de los alumnos para aprender matemáticas y el de los profesores para ayudarles a aprender.” (p.17). Además consideramos que es quien logra integrar la mayoría de las estrategias que proponen los otros autores, ya que reúne tres



ámbitos en el desarrollo de la comunicación: ambiente de aprendizaje, metodología, e infraestructura del aula.



## 1.2) PRINCIPALES INTERROGANTES DE LA INVESTIGACIÓN

Nuestro estudio se focaliza en analizar las estrategias de comunicación matemática que se utilizan para promover la comunicación matemática en el aula. Como señalábamos anteriormente, desconocemos si en la generalidad esto ocurre, y además, es razonable suponer que en muchos casos no ocurre así. Por tanto, observar a profesores que enseñan matemática respecto de estrategias producidas en contextos ajenos al nacional puede generar como resultado la observación de clases en las que dichas estrategias no se manifiestan.

No obstante, en nuestra universidad se han realizado proyectos de investigación en los que se ha capacitado a un reducido número de profesores en gestión del aula para promover la competencia de argumentación, en donde se estudiaron las estrategias propuestas por Lee (2006). Creemos que antes de estudiar al profesorado, hay que observar a profesores que han sido capacitados en estas estrategias, para poder identificar en su praxis cuáles son aquellas estrategias que pueden ser utilizadas en nuestro contexto, y cuáles podrían no ser aplicables.

Por tanto, considerando el argumento anterior, además de otros elementos de delimitación geográfica, de recursos, y otros, es que se observarán las prácticas



de dos profesoras de enseñanza básica, pertenecientes a establecimientos de la provincia de Concepción, con capacitación específica en estrategias para promover la comunicación matemática. Para ello, hemos planteado la siguiente interrogante de investigación:

- ¿Cómo gestionan la comunicación matemática en el aula, dos docentes que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación a partir de las estrategias propuestas por Lee ?



### 1.3) FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Consideramos que esto es un problema necesario de ser abordado en una investigación, ya que es importante reconocer las estrategias que utiliza un docente cuando promueve de manera efectiva la comunicación matemática en el aula. Es evidente que existe un desconocimiento de esta habilidad en el profesorado que está en ejercicio dado a su reciente inclusión en el currículum, asimismo existe escasa literatura en lo que respecta a investigaciones chilenas referentes a la habilidad de comunicación en el aula matemática.

Además hemos visto en nuestra incipiente inmersión en la realidad educativa de la asignatura de matemática como alumnas en práctica, la comunicación matemática se da en un bajo nivel en esta asignatura. Un ejemplo de lo que hemos observado en nuestras prácticas progresivas es que el profesor es quien dirige la clase, brindando escasa participación a los estudiantes favoreciendo la rapidez al momento de resolver un ejercicio sin considerar el procedimiento para llegar al resultado, siendo éste el foco de atención. Lo anterior, se contrapone con lo que establece Chamorro (2003) quien afirma que el incremento del discurso se hace efectivo cuando el profesor proporciona regularmente oportunidades a los alumnos para que puedan hablar de conceptos y procedimientos que han utilizado y proporcionar razones de por qué han hecho lo que han hecho. En este sentido Godino (2003) declara:



Quando pedimos a los estudiantes que piensen y razonen sobre las matemáticas y que comuniquen los resultados de su pensamiento a otras personas, de manera oral o escrita aprenden a ser claros y convincentes. Cuando los estudiantes escuchan las explicaciones de otros compañeros tienen oportunidades de desarrollar sus propias interpretaciones. Los diálogos mediante los que las ideas matemáticas se exploran desde distintas perspectivas ayudan a los participantes a ajustar su pensamiento y hacer conexiones. (p.40)

Por ende, nuestra principal intención, es obtener antecedentes relevantes que permitan identificar las estrategias de comunicación matemática que utilizan las docentes y que sean de utilidad para profesores que enseñan matemática, así como para nuestra propia futura práctica. Asimismo, esperamos aportar con información a esta naciente temática, la cual ha sido abordada (Ponte, J., Boavida, A., Graça, M. y Abrantes, P., 1997;Pimm, 1999; Brendefur y Frykhol, 2000;Niss, 2002;Chamorro, 2003;Godino, 2003;Lee, 2006) desde finales del siglo XX, y que puede abrir el paso a nuevas investigaciones despertando el interés de quienes busquen fortalecer la acción educativa.

En los últimos años en nuestra país, han surgido de manera indirecta algunos antecedentes con respecto al estudio de comunicación matemática. Por ejemplo en el proyecto “Generación de casos clínicos para la línea de



Educación Matemática en la carrera de Educación Básica con Mención” Solar (2013) señala que el estudio de la comunicación en el aula de matemáticas fue el tema al cual le dedicó más tiempo en talleres de formación a profesores, puesto que uno de sus objetivos era que ellos reconocieran que sus prácticas comunicativas estaban en el nivel unívoco (Brendefur y Frykhol, 2000), lo que significa que el docente asume una posición de mayor jerarquía frente a sus alumnos, en vez de un nivel dialógico, lo que significaría que los alumnos asumen un rol participativo en la construcción del conocimiento, pues el docente le entrega autoridad a los estudiantes con el objetivo de generar diálogo respecto a un contenido matemático, para que luego los docentes reconocieran las estrategias comunicativas necesarias para pasar de un nivel autoritario a un nivel dialógico. Otro antecedente es el que reporta Solar (2015) en el cual señala que las estrategias comunicativas contribuyen a promover el desarrollo de la argumentación, en especial las estrategias de oportunidades de participación, gestión del error, y tipo de preguntas, concluyendo, además, que el uso de estrategias comunicativas es una de las condiciones principales para que se promueva argumentación en el aula de matemáticas.

De acuerdo a lo anterior, es importante que los docentes utilicen estrategias de comunicación matemática en el aula para fomentar la habilidad de comunicar entre sus estudiantes. Es por esto que analizaremos las clases de dos casos ,de la provincia de Concepción los cuales cuentan con formación especializada



en la habilidad de comunicar lo que nos permitirá conocer cuáles son las estrategias que utilizan y que les permiten promover la habilidad de comunicar en el aula.



#### **1.4) PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN**

Para nuestra investigación trabajaremos con dos docentes pertenecientes a la provincia de Concepción que cuentan con formación especializada en lo que concierne a promover la habilidad de comunicar matemáticamente, con el propósito de analizar las estrategias de comunicación matemática propuestas por Lee (2006) lo que nos permitirá identificar las características de cada docente en cuanto a la gestión de las estrategias de comunicación matemática que realizan durante sus clases, para lograr promover la habilidad de comunicación matemática de manera adecuada en sus estudiantes. Lo anterior nos permitirá como futuras docentes identificar cuáles son los quehaceres docentes claves que permiten promover la habilidad de comunicar y como gestionarlas de manera efectiva.



## **1.5) OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **Objetivo general**

Analizar la gestión de la comunicación matemática en el aula, de dos docentes, pertenecientes a la provincia de Concepción, que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación.

### **Objetivos específicos**

- 1) Reconocer las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula.
- 2) Analizar las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula.



## 1.6) CATEGORIA DE ANALISIS DE LA INVESTIGACIÓN

En este estudio de investigación se considera la categoría de análisis estrategias de comunicación matemática, la que será descrita a continuación:

Tabla 1  
*Cuadro de categorías*

ÁMBITO TEMÁTICO	PROBLEMA	PREGUNTA	OBJETIVO GENERAL	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CATEGORÍAS	SUBCATEGORIAS
Estrategias de comunicación matemática	El marco curricular vigente incorpora la habilidad argumentar-comunicar en la asignatura de matemáticas. Sin embargo existe un desconocimiento de ciertas estrategias que debe aplicar (gestionar) el docente para promover la comunicación matemática en el aula.	¿Cómo gestionan la comunicación matemática en el aula, dos docentes que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación a partir de las estrategias propuestas por Lee ?	Analizar la gestión de la comunicación matemática en el aula, en dos docentes que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación .	Reconocer las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula.  Analizar las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula.	Estrategias de comunicación matemática	El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.
						Ofrecer una explicación clara de una idea matemática.
						Organizar la clase.
						Incluir a la mayoría en el discurso.
						Respuestas erróneas.
						Evaluar la redacción matemática de otros.
						Formular preguntas adecuadas.
Crear un contexto de lenguaje matemático.						



### 1.6.1) Categoría: Estrategias de comunicación matemática

Esta categoría se define como principios propuesto por Lee (2006) los cuales según el autor encamina los docentes hacia una enseñanza reflexiva de la matemáticas, para así, interactuar en la clase y ayudar a los alumnos a aprender a usar el lenguaje matemático para profundizar en su conocimiento de las matemáticas.

Las subcategorías fueron construidas en base a las estrategias propuestas por Lee (2006), sin embargo no fueron consideradas todas las estrategias, pero si se consideraron todos los principios que propone el autor, pues algunas estrategias fueron agrupadas en una sola subcategoría. A continuación, se describirán las subcategorías de análisis y las definiciones respectivas, que se trabajarán en esta investigación.

- **El tiempo es un factor importante en el aprendizaje:** El docente propone un tiempo adecuado para cada actividad. Esto permite garantizar que la comunicación matemática se establezca tanto entre profesor y alumno, como entre estudiantes.
- **Ofrece una explicación clara de una idea matemática:** El docente permite y promueve que el estudiante exprese de manera clara y precisa lo que ha



entendido. Esto permite examinar en profundidad el concepto matemático subyacente a la intervención del alumno.

- **Organizar la clase:** El docente genera en su planificación o gestión de aula, las oportunidades para que los estudiantes hablen, escriban y se escuchen sobre matemática. Así, se comunicarán y podrán aprender matemática.
- **Incluir a la mayoría en el discurso:** El docente propone actividades globales, abiertas y potentes, que den la oportunidad a la mayor parte del curso a aportar buscando soluciones, favoreciendo la imaginación o creatividad, y el establecimiento de conexiones entre distintos contenidos. Con ello, se evita que actividades fuertemente dependientes del lenguaje matemático restrinjan la participación en el discurso a unos pocos.
- **Respuestas erróneas:** El docente estimula a los estudiantes a pensar y a razonar acerca de las matemáticas y a comunicar a otros los resultados de sus pensamientos, oralmente o por escrito, aprenden a ser claros y convincentes al momento de evidenciar un error. Las conversaciones en las que se exploran las ideas matemáticas desde diversas perspectivas, ayudan a los participantes a compartir lo que piensan pues las respuestas equivocadas son las más interesantes porque ponen de manifiesto lo que realmente necesitan saber.



- **Evaluar la redacción matemática del otro:** El docente gestiona que los estudiantes se involucren en discusiones para justificar soluciones, especialmente cuando hay desacuerdo y errores de sus pares. Esto permite que los estudiantes lleguen a una mejor comprensión matemática a medida que intentan convencer a sus compañeros sobre los diferentes puntos de vista.
- **Formular preguntas adecuadas:** El docente orienta el discurso en la clase, haciendo preguntas que indiquen a los alumnos explicar conceptos, hacer conjeturas, proporcionar estrategias de resolución para los problemas, comprobando, discutiendo, aplicando y verificando sus ideas matemáticas. Con esto se busca ir más allá de las preguntas que buscan simplemente verificar resultados o comprensión de ideas expuestas.
- **Crear un contexto de lenguaje matemático:** El docente debe mediar para apoyar a los estudiantes a utilizar palabras esenciales para expresar conceptos matemáticos. Esta mediación no consiste en invalidar una idea por su formulación en el lenguaje matemático, sino que busca una apropiación funcional de este lenguaje.



## 1.7) SUPUESTOS DE INVESTIGACIÓN

**En el contexto nacional actual, un profesor que promueve una adecuada comunicación matemática ha recibido capacitación especializada en su formación inicial y continua.**

Este supuesto se fundamenta en que los dos casos han participado en proyectos de investigación asociados a la argumentación y contingencia en el aula matemática, en los cuales se han desarrollado seminarios de formación especializada y algunos de ellos se han enfocado en comunicación matemática.

Los proyectos son:

- Proyecto FAD N° 01-2013: “Generación de casos clínicos para la línea de Educación Matemática en la carrera de Educación Básica con Mención” desarrollado el año 2013 a cargo del Dr. Horacio Solar en la Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- Proyecto FONDECYT 11130675: “Estrategias comunicativas para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas” desarrollado el año 2014 - 2015 a cargo del Dr. Horacio Solar en la Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Proyecto FONDEF IT 10003: “Herramientas para fortalecer la formación de profesores de educación básica basadas en experiencias de enseñanza de la matemática en aula” desarrollado desde Enero 2014



hasta Enero 2016, a cargo de Salomé Martínez en la Universidad de Chile.

**El desarrollo de la Comunicación matemática se puede planificar, a partir del uso de estrategias**

Lee (2006) propone principios para encaminar a los docentes hacia una enseñanza reflexiva, es decir, con un buen nivel de comunicación matemática.

Por lo tanto según el autor, si el docente prevé el uso de estos principios u estrategias en sus clases, estará planificando el desarrollo de la habilidad de comunicar en sus estudiantes.



# CAPÍTULO II

## MARCO TEÓRICO REFERENCIAL



## **CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO**

### **2.1) LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA**

Numerosos autores han definido la comunicación matemática a partir de sus investigaciones. Godino (2003) y Jiménez, Suarez y Galindo (2010) coinciden en definir la comunicación matemática como un proceso de interacción social en el que se favorecen la retroalimentación de significados, el consenso y el diálogo, acciones que permiten el desarrollo del pensamiento matemático que impulsa a los sujetos a mostrar sus ideas con el objetivo de generar debates, conjeturas y nuevos argumentos. En este sentido el consejo nacional de profesores de matemática o NCTM (2003) se refiere a la comunicación matemática como:

Un camino para compartir y para aclarar ideas y que a través de la comunicación, las ideas llegan a ser objetos de reflexión, perfeccionamiento, discusión y rectificación, argumentando que el proceso de comunicación ayuda también a dar significado y permanencia a las ideas y a hacerlas públicas. (p. 64)

Por su parte, en nuestro marco curricular vigente (MINEDUC,2013), la comunicación matemática se asume como una habilidad que fomenta que los estudiantes reflexionen en torno a ciertas situaciones, siendo capaces de



exponer y retroalimentar sus respuestas con las de sus pares. De la misma manera es entendida la comunicación matemática en el programa internacional para la evaluación de estudiantes o informe PISA (2012) en donde se describe la comunicación matemática como una competencia que incita a enfrentar a los estudiantes a diversos desafíos en donde deben ser capaces de comprender la situación del problema; para esto, la lectura, decodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos le permiten al individuo formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema matemático. En este mismo sentido, la NCTM (2009) señala que la comunicación matemática debe ser fomentada en todos los estudiantes, pues les permite organizarse entre ellos consolidando el pensamiento matemático de manera coherente, demostrando que son capaces de analizar, evaluar y aplicar ciertas estrategias para dar respuesta al problema, además de desarrollar en los estudiantes un lenguaje que les permite expresar ideas matemáticas de forma comprensible para sus compañeros y profesores. Asimismo Niss (2002) señala que la competencia de comunicarse en, con, y sobre la matemática se expresa cuando los alumnos entienden textos escritos, visuales u orales en una variedad de registros lingüísticos, sobre los temas que tienen un contenido matemático y se expresan en diversos niveles de precisión teórica y técnica, en forma oral, visual o escrita, sobre tales temas.



Según Chamorro (2003), la comunicación matemática es definida como la capacidad de comunicar, explicar y argumentar matemáticamente; es decir, los estudiantes deben llegar a ser capaces de proporcionar suficientes razones para que sus compañeros y el profesor puedan llegar a intuir por qué han hecho lo que han hecho.

El hecho de comunicarse incluye, según Rico (2007), expresarse uno mismo en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita y entender enunciados sobre estas materias de otras personas en forma oral y escrita. En este mismo sentido la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE (2006) sostiene que la comunicación matemática se entiende como la capacidad de expresarse de muy diversas maneras sobre temas de contenido matemático, refiriéndose a la forma oral como escrita, así como comprender las afirmaciones orales o escritas expresadas por otras personas sobre esas mismas materias.

Diversos autores han reportado la importancia de la Comunicación Matemática. Por ejemplo Mason (1998) sostiene que la comunicación matemática cumple un papel trascendental en la clase, siempre y cuando no sea entendida simplemente como la transcripción de un lenguaje simbólico a través del cual el profesor, poseedor de códigos del lenguaje matemático, intenta comunicárselos a sus alumnos, cuyo rol se limita a ser simplemente receptores, o de que las



interacciones orales y escritas que se dan en la clase no se reduzcan simplemente a que el alumno dé pequeñas respuestas de sí y no a preguntas formuladas por el profesor. Cuando la comunicación es deficiente, en general, la clase se puede reducir a la transcripción de un lenguaje simbólico que carece de sentido; esto no permite que los estudiantes desarrollen su pensamiento matemático, a través de los procesos de particularizar, generalizar, conjeturar y convencer.

Adicional a lo anterior, Lee (2006) declara que los estudiantes, al comunicar sus ideas mientras aprenden les permite usar y dominar los conceptos matemáticos con mayor seguridad de lo normal. Igualmente Chamorro (2003) manifiesta que la exigencia de la comunicación hace que los alumnos tengan que pensar sobre lo hecho, y puede que tengan que pensar sobre lo realizado desde puntos de vista diferentes, como consecuencia de la exigencia de tener que explicar y comunicar a sus compañeros desarrollando aspectos del pensamiento estratégico. Por tanto, según Rico y Lupiáñez (2008) el desarrollo de las capacidades de comunicar y explicar matemáticamente es un aspecto clave de la capacitación matemática de los alumnos, ya que apoya y ayuda a desarrollar la comprensión conceptual al ser un contexto en el que se establecen relaciones entre conceptos y procesos y desarrolla las destrezas procedimentales por ser un contexto que favorece la clarificación y justificación de los procedimientos empleados.



Por otra parte, el MINEDUC (2009) establece que el aprendizaje de las matemáticas son una oportunidad clave para el desarrollo de las capacidades cognitivas y el desarrollo personal, por esto incita a enfrentar a los estudiantes a desafíos y nuevas situaciones promoviendo la capacidad de comunicar y argumentar, despertar la curiosidad, la disposición a cuestionar sus procedimientos, aceptar que se puede equivocar y que es necesario detectar y corregir los errores, generar instancias de análisis de sus propias estrategias de reflexión y a la diversidad de procedimientos y nuevas ideas. Hiebert y Carpenter (1992) citado por Rico (2009) destacan la necesidad de los individuos por expresar sus ideas matemáticas de algún modo ya sea mediante representaciones orales, escritas, dibujos o utilizando material concreto. En la misma línea Perry (2009) y Jimenez (2011) citado por Pineda (2013) coinciden en que la comunicación matemática ha asumido un rol protagónico en la enseñanza y aprendizaje, ya que ésta permite una verdadera interacción entre el profesor, los conocimientos y el estudiante, lo que genera que la clase se convierta en un “núcleo de aprendizaje” en el cual los alumnos pueden construir interacciones entre los saberes matemáticos y el contexto que los rodea.

Desde el punto de vista de la enseñanza y por ende de los profesores, Shepherd (1988) citado en Menezes y Ponte (2006) señala que la capacidad de comunicación de los alumnos depende, en gran medida, de la forma como los profesores organizan sus actividades, refiriéndose a diversos factores como la



presentación de materiales adecuados, la selección de tareas que sean relevantes e interesantes, la formulación de preguntas que fomenten el pensamiento divergente y creativo y el trabajo en grupo. Serra (2004) considera que estos factores son relevantes para generar un contexto de aprendizaje necesario en que se dé comunicación matemática en un aula. En este sentido Serra (2011) señala que:

Potenciar la comunicación del conocimiento matemático en clase supone facilitar la interacción entre los alumnos para que pongan en común y comparen distintos caminos de resolución de una misma tarea. En este marco la maestra debe gestionar la comunicación que se produce en el aula de forma que, las actividades y preguntas que plantee fomenten el pensamiento de los alumnos. La gestión de los errores debería convertirse en un motivo para aprender. La maestra debería sentar las bases que sustentan la confianza de los niños y las niñas para expresar sus pensamientos matemáticos. (p. 14)

En este mismo sentido de la comunicación matemática al interior de la sala de clase, Pineda (2013) hace alusión a la importancia de trabajar con algunas estrategias de comunicación matemática que faciliten el desarrollo de la argumentación en la misma, teniendo en cuenta el nivel educativo de los estudiantes, su entorno y el lenguaje que ellos manejen. Esto se logrará según



Jiménez (2010) cuando el docente proponga actividades de clase las cuales otorguen al estudiante un papel más activo dentro de la clase, además de aplicar situaciones que puedan trabajarse en grupo, lo que tiende a mejorar la capacidad de comunicación matemática entre los alumnos al aplicar heurísticas como “Solucionador-Escucha”, que consiste en estar consciente de lo que se hace mientras se soluciona el problema. Cantoral (2003) también se refiere a las estrategias de comunicación matemática, señalando que el docente debe manejar un grupo de estrategias que generen que los estudiantes expongan lo que piensan sobre algún concepto matemático y que los estudiantes puedan escuchar y contradecir la opinión de otros; esto a su vez contribuirá a fortalecer acciones como: reflexionar, preguntar y argumentar, que son parte importante del desarrollo del pensamiento matemático. De igual manera Lee (2006) destaca el papel del docente, que se convierte en facilitador o capacitador del conocimiento matemático sin imponerse, sino más bien siendo un ente apoyador generando un ambiente óptimo de aprendizaje, lo que significa que los alumnos se comprometen cuando ven que el docente acuerda con ellos la forma en que debe desarrollarse la lección, y cuando el discurso trata del contenido que los alumnos deben aprender y sobre la forma de llevar a cabo este aprendizaje.

Según Lee (2006) cuando los alumnos han aprendido a utilizar el lenguaje matemático para expresar sus ideas, el profesor ya no tiene que “imaginarse” el



nivel de aprendizaje del alumno, sino que puede tomar medidas más apropiadas para ampliar sus conocimientos. Los estudiantes que se esfuerzan regularmente para expresar sus ideas y conocimientos, tienen mayor capacidad para resolver problemas que, por lo general, constituyen un reto para el grupo de su edad y solventan los conceptos matemáticos con más confianza y por tanto están dispuestos a traspasar los límites que les plantean.

## **2.2) LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA EN EL CURRÍCULUM NACIONAL E INTERNACIONAL**

La habilidad de comunicarse matemáticamente se ha convertido en una práctica que debe ser considerado por los docentes a la hora de desarrollar las clases. Lo anterior, es promovido por los marcos curriculares de diferentes países. En lo que sigue describiremos de qué forma esta habilidad es abordada en los currículos escolares de España, Estados Unidos, Colombia y Chile. Hemos escogidos estos países por que consideran la comunicación matemática como un tópico relevante dentro del currículum. En el caso de España , el informe PISA (2012), señala que dicho marco tiene siete capacidades matemáticas fundamentales, una de ellas es la comunicación matemática la que se define como la capacidad que tienen los estudiantes para percibir algún desafío matemático (reconocerlo y comprenderlo), realizar un modelo mental de la situación, y exponer los resultados a otros(explicando y justificando sus



ideas), por lo que no solo se entiende comunicación como la capacidad de exponer ideas sino que incluye todos los procesos realizados por los estudiantes para lograr la entrega de una idea matemática.

En el marco curricular de Estados Unidos existen 5 procesos que los estudiantes deben desarrollar durante las clases de matemática, entre ellos el proceso de comunicación. Los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003) citado por la revista SUMA (2005) señalan que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

- Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación.
- Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
- Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemáticos de los demás.
- Usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas.(p.108)

En el contexto latinoamericano, en Colombia el Ministerio Educación Nacional (MEN, 1998) establece que la comunicación matemática es un proceso básico



que debe ser desarrollado por los estudiantes a lo largo de su escolaridad, en la que se espera que el docente sea un mediador para que ellos se comuniquen matemáticamente, además debe generar un ambiente en sus clases, en el que la comunicación sea una práctica natural, en el cual se debe considerar según el MEN(1998), que los estudiantes:

- Adquieran seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.
- Se motiven a hacer preguntas y a expresar aquellas que no se atreven a exteriorizar.
- Lean, interpreten y conduzcan investigaciones matemáticas en clase; discutan, escuchen y negocien frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.
- Escriban sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.
- Hagan informes orales en clase en los cuales comunican a través de gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.
- Frecuentemente estén pasando del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y al de la tecnología.(p.75)



En el caso de Chile, la comunicación matemática se encuentra presente en el currículum como una habilidad que debe ser adquirida a lo largo del proceso educativo, la cual se encuentra presente como la habilidad de argumentar y comunicar en las bases curriculares establecidas por el MINEDUC (2013) en el cual se señala que:

Esta habilidad se relaciona con la descripción que hacen los alumnos de las situaciones del entorno mediante el lenguaje formal, con el descubrimiento de regularidades matemáticas y la comunicación de está empleando símbolos matemáticos; con explicar soluciones propias de situaciones o problemas y de los procedimientos usados; con la formulación de sus propias preguntas para profundizar su conocimiento y comprensión de temas matemáticos; con la deducción matemática que hacen usando diferentes sistemas de representación; con la comprobación de una solución y la fundamentación de su razonamiento; y con escuchar el razonamiento de otros para corregir errores(p. 4)

Por consecuencia, resulta lógico que esta habilidad sea uno de los elementos relevantes al momento de implementar los planes y programas de estudio, pues allí se deja estipulado cómo se debe relacionar la habilidad de argumentar-comunicar, con respecto a los ejes temáticos. Es decir, cómo los estudiantes deberán ir desarrollando la habilidad a través de la progresión de niveles de



aprendizajes estipulado. Por ejemplo, en MINEDUC (2012), se encuentran presentes los siguientes objetivos de aprendizaje referidos a la habilidad de argumentar y comunicar: “Describir situaciones del entorno con lenguaje matemático (OA-d) y comunicar el resultado de descubrimientos de relaciones, patrones y reglas, entre otros, empleando expresiones matemáticas (OA-e) en los niveles de 1° y 2° básico, escuchar el razonamiento de otros para enriquecerse y para corregir errores (OA-h) en los niveles de 3° y 4° e identificar un error, explicar su causa y corregirlo (OA- g) en los niveles de 5°y 6° ” (p.41)

### **2.3) TIPOS Y NIVELES DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA**

En el aula matemática se producen interacciones entre los estudiantes y el profesor que según el patrón de interacción que el profesor gestione durante el desarrollo de la clase se estará promoviendo o intencionando un determinado tipo de comunicación. Brendefur y Frykholm (2000) establecen dos tipos de comunicación matemática, por un lado está la comunicación del tipo unívoco que es producida en una sola dirección es decir el profesor transmite conocimiento (explica, describe) a sus estudiantes. Por otro lado existe la comunicación tipo dialógica la cual se produce cuando no solo se transmite conocimiento a los estudiantes, sino que también se incita a los estudiantes a participar, pensar, incorporar ideas nuevas, para que se genere un aprendizaje



significativo de los conocimientos matemáticos Solar (2013), al describir los aportes de Brendefur y Frylholm, señalan que:

Las formas comunicativas existentes en el aula, generalmente se han clasificado en dos categorías, a saber, unívoca y dialógica. Sin embargo, a partir de sus investigaciones, ellos han podido señalar que la comunicación matemática promovida en las aulas tiene ciertos niveles de desarrollo y éstos dependen de múltiples factores, entre otros; las acciones, intenciones y/o estrategias que utilice el profesor en sus ciclos de enseñanza. (p. 125)

En definitiva, Brendefur y Frykholm (2000) citado por Solar (2013) han organizado la comunicación matemática en dos patrones o tipos de comunicación que son univoco (conocimiento transmitido) y dialógica (conocimiento construido), los cuales se pueden observar en la figura 1 junto a los niveles de comunicación respectivos.

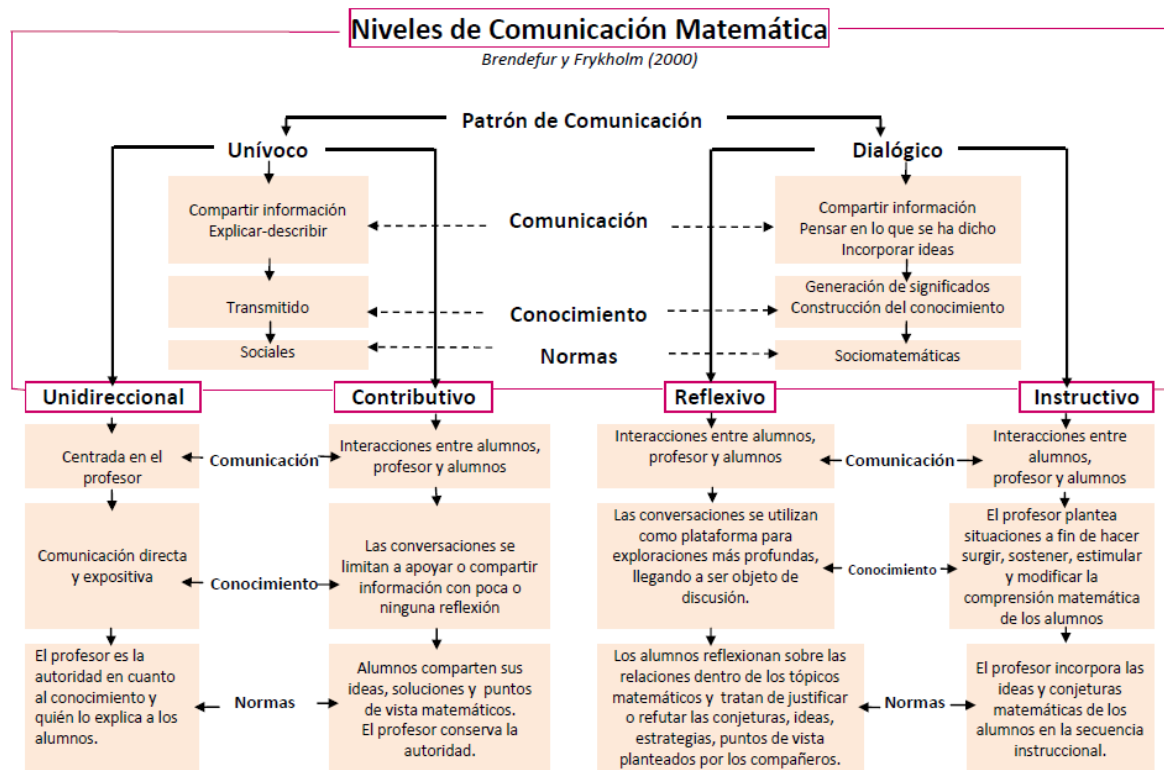


Figura 1: Niveles de comunicación matemática (Brendefur y Frykholm, 2000).

En el patrón unívoco se encuentra claramente el nivel de comunicación unidireccional y contributivo mientras que en el patrón dialógico se encuentra el nivel de comunicación reflexivo e instructiva. Estos niveles no son excluyentes respecto de las acciones, intenciones y estrategias que utilice el profesor; de hecho, existen casos de docentes según Solar (2013) que su quehacer pedagógico transitan entre los niveles de comunicación contributiva y reflexivo. A continuación se definen los niveles de comunicación matemática, siguiendo a Bredenfur y Frykholm (2000)



**Comunicación unidireccional:** Este tipo de comunicación se centra en el profesor quien tiende a dominar las discusiones exponiendo, haciendo preguntas cerradas y permitiendo pocas oportunidades para que los alumnos comuniquen sus estrategias, ideas y pensamientos. Las situaciones de comunicación unidireccional en el aula y las estrategias instruccionales tienden a promover las matemáticas como un cuerpo estático de conocimientos que primero es interpretado e impartido por el profesor y luego es recibido de manera pasiva por los alumnos. Los autores afirman que un ambiente dominado por una comunicación unidireccional no estimula la construcción de una amplia gama de resultados matemáticos en los alumnos.

**Comunicación contributiva:** Este tipo de comunicación se centra en las interacciones alumno-alumno y profesor-alumno, en la cual la conversación se limita a apoyar o compartir, a menudo con poca o ninguna reflexión profunda. Por ejemplo, los profesores pueden proveer oportunidades para que los estudiantes discutan las tareas matemáticas entre ellos, presenten estrategias de solución, se apoyen mutuamente en el desarrollo de soluciones y de estrategias apropiadas para la resolución de problemas. Típicamente, estas conversaciones son de naturaleza correctiva (por ejemplo, “así es como tienes que hacer...”), por parte del profesor, lo cual no permite al estudiante develar por sí solo un error matemático, lo que resulta fundamental, pues cuando un estudiante es capaz de detectar y corregir un error, significa que existe una



buen proceso de aprendizaje internalizado en el estudiante, que no solo le permite llegar a un resultado correcto, sino también llegar a uno incorrecto y detectar el error asociado. En el mismo sentido Brendefur y Frykholm (2000) señalan que en la comunicación contributiva destacan las interacciones informales que ocurren cuando los estudiantes trabajan juntos en tareas de matemáticas.

**Comunicación reflexiva:** Este tipo de comunicación se asemeja a la contributiva en cuanto los estudiantes comparten sus ideas, estrategias y soluciones con compañeros y profesores. Sin embargo, en la comunicación reflexiva el profesor y los alumnos utilizan las conversaciones matemáticas entre ellos como una plataforma para investigaciones y exploraciones más profundas, en las que ocurren cambios repetidos, tal que lo que hacen los alumnos y el profesor en acción, llega a ser posteriormente un objeto explícito de discusión. En otras palabras, la comunicación llega a ser reflexiva cuando los alumnos objetivizan sus ideas y procedimientos matemáticos desarrollados de manera individual en un posterior discurso. Este tipo de reflexión no ocurre en el vacío, los estudiantes no suelen comenzar a reflexionar espontáneamente en el mismo momento, más bien, la reflexión es apoyada y activada mediante la participación en el discurso. Lampert (1990) se refirió a esta idea al señalar que el discurso reflexivo a menudo ocurre cuando los alumnos tratan de justificar o refutar las conjeturas planteadas por los compañeros.



**La comunicación instructiva:** Implica más que interacciones entre estudiantes y profesores. En este tipo de comunicación el planteamiento de la situación y el fomento de la reflexión continúan siendo los principales activos del profesor, haciendo surgir, sostener, estimular y modificar las matemáticas de los estudiantes. Los autores explican que el acto de modificar es central para la comunicación instructiva en dos aspectos: En primer lugar, la comunicación de este tipo puede conducir a la modificación de la comprensión matemática de los alumnos. En un segundo sentido, cuando los estudiantes exponen su manera de pensar, el profesor no sólo comienza a entender los procesos de razonamiento, así como las fortalezas y limitaciones de algunos estudiantes en particular, sino que también empieza a dar forma a la instrucción posterior. Son precisamente estas conversaciones entre alumno y profesor las que realmente modifican las secuencias instruccionales y hacen que este tipo de comunicación sea tan poderoso. Con el tiempo y mediante la repetición del diálogo, estos intercambios sirven como instrumentos de comunicación y como un medio para que el profesor apoye y sostenga la actividad matemática de los estudiantes.



## 2.4) ESTRATEGIAS DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

Considerando lo planteado, la comunicación matemática debe ser fomentada en todos los estudiantes, ya que según Lee (2006) cuando comunican sus ideas mientras aprenden les permite usar y dominar los conceptos matemáticos con mayor seguridad de lo normal. Es por esto que muchos autores coinciden que existen estrategias que promueven la comunicación matemática. Según Pineda (2013) las estrategias favorecen el desarrollo del pensamiento crítico, además de generar que los estudiantes expresen lo que piensan, volviéndose fundamental el hecho de que ellos puedan ser capaces de refutar una afirmación ofreciendo argumentos sólidos.

Duval (1999) agrega que las estrategias de comunicación matemática favorecen las interacciones entre los mismos estudiantes y no solo las interacciones entre docente y estudiante, inclusive Cantoral (2003) propone que el docente debe utilizar estrategias de comunicación matemática grupales pues generan dinamismo en clases y los estudiantes desarrollan confianza y seguridad al momento de expresar sus ideas en el aula, además de adquirir experiencias reflexivas al momento de participar en una discusión pues tendrán que debatir entre ellos mismo dando argumentos de cada punto de vista. De la misma manera Pineda (2013) plantea que las estrategias de comunicación matemática grupales tienen por objetivo cambiar la forma tradicional de realizar



clases que es trabajar de manera individual, pues de este modo los estudiantes pierden la oportunidad de desarrollar conocimientos y estrategias basadas en la cooperación, que pueden ayudarles a los estudiantes a enfrentarse a situaciones más completas que le esperan fuera del aula de clase. Díaz (2008) compara las estrategias de comunicación matemática con la columna vertebral de la clase de matemática pues las estrategias brindan el espacio para que los estudiantes fortalezcan y desarrollen la capacidad de interactuar, opinar, discutir, justificar, explicar, convencer y en consecuencia argumentar.

Hasta el momento hemos establecido la importancia de las estrategias de comunicación matemática en el aula, sin embargo éstas deben gestionarse en ella y eso significa que existe un rol del docente para poder promoverla en la clase de matemática. Ponte, Boavida, Graça y Abrantes (1997) señalan que es el docente quien debe desarrollar e integrar tareas, discurso y ambiente, de forma que se promueva el aprendizaje de los alumnos. De este modo se vuelve fundamental observar y escuchar durante la clase, en el sentido de hacer preguntas y proponer tareas que desarrollen el razonamiento y la comprensión de los alumnos. En la misma línea Lee (2006) establece que el profesor debe mediar entre el discurso matemático y el discurso que utilizan los alumnos de forma rutinaria, creando puentes entre ambos para que sean capaces de utilizar el lenguaje matemático en la reflexión, investigación y comunicación de sus ideas. Cuando los alumnos expresan sus ideas, tanto ellos como su profesor



adquieren mayor seguridad respecto a sus conocimientos, son capaces de hablar de su formación matemática, pueden expresar las dudas que limitan su aprendizaje, ya que saben qué conceptos matemáticos utilizar y así expresar en qué áreas pueden mejorar dicho aprendizaje. De este modo, el profesor percibe lo que los alumnos realmente saben, resuelve dudas, y profundiza en las áreas en que lo necesitan. Por su parte Pineda (2013) nos señala que el rol del profesor de matemática cuando decide implementar estas estrategias:

Es guiar el aprendizaje, proponer actividades, problemas y proposiciones que contribuyan a enfrentar dificultades relacionadas con el nuevo tópico y de proporcionarles herramientas para superarlas, lo cual significa darle al estudiante un rol más activo y responsable en su proceso de apropiación de un tema, que es lo que sucede con estas heurísticas; los estudiantes son más autónomos, deben pensar por sí mismos y auto-regular su propio aprendizaje, apoyándose en el compañero con el cual interactúa y le hace ver si tiene errores o va por el buen camino. (p.8)

Describiremos a continuación las estrategias de comunicación matemática que puede utilizar el profesor para incluir a todos en el discurso matemático, según Lee (2006) y según Pimm (1999).



### **2.4.1) ESTRATEGIAS DE LEE**

Lee (2006), plantea varias estrategias para los docentes con la finalidad de encaminarlos hacia una enseñanza más reflexiva. A continuación, presentaremos una síntesis de lo planteado por esta autora:

#### **Estrategia 1: Organizar la clase**

Según Lee, la primera consideración y la más importante, para establecer una clase en donde los estudiantes usen la expresión oral es la organización del aula. Para que los estudiantes logren hablar y escucharse tendrían que poder verse y oírse. Según esta autora, existen muchas razones para valorar la disposición de los alumnos en el aula, ya que si los estudiantes se pueden oír unos a otros, los profesores no tendrán la necesidad de repetir o reafirmar las explicaciones de los estudiantes. Lee señala que cuando los docentes repiten lo que dicen los estudiantes, a menudo lo transforman, recurriendo al uso del énfasis para introducir un lenguaje más matemático lo que provoca variación en la explicación matemática del estudiante.

Entonces cuando los estudiantes en el aula matemática pueden escuchar lo que se dice y desarrollar una comprensión de los conceptos matemáticos, tanto alumnos como profesores obtienen ventajas al escucharse unos a otros, ya que



cuando escuchan las ideas de sus compañeros pueden darse cuenta en qué medida estas ideas coinciden con las suyas, incluso cuando los alumnos se pueden ver y escuchar unos a otros, el debate se convierte en una conversación de aprendizaje que se puede extender a un grupo de trabajo más reducido. Así se sugiere dos modos para que los alumnos se puedan ver y oír:

***Pedir a los alumnos que se acerquen y se reúnan en torno a la pizarra***

Cuando los estudiantes se acercan a la pizarra pueden hablar entre ellos con mayor facilidad, no tienen que alzar la voz en absoluto y por tanto la conversación es más natural, ya que pueden escuchar y responderse mutuamente. Según Lee, los estudiantes escuchan las ideas del otro con facilidad, cuando están juntos y es mucho más probable que piensen en lo que dicen sus compañeros y ofrezcan una respuesta. Además el docente está mejor capacitado para reforzar la actitud de la clase, pues si un alumno se atreve a responder pero comete un error, el profesor instantáneamente identifica y sanciona cualquier “broma” o comportamiento inadecuado. Según la autora, al reunir a los estudiantes, el comportamiento mejora considerablemente, pero enfatizando el hecho de que se trata de una conversación y no de una competición, para esto el docente debe recalcar que se debe trabajar juntos para mejorar el entendimiento de todos y todos podrían y deberían hacer preguntas o aportar ideas.



### ***Organizar las mesas en forma de U***

La autora en esta disposición los estudiantes se pueden ver y oír relativamente bien y, si es necesario, anotar en sus cuadernos o en pequeños tableros las ideas que se debaten. Con esta organización los profesores pueden pedir respuestas desde ciertas áreas del aula en diferentes momentos, para asegurarse de que todo el mundo está involucrado en el diálogo. Los profesores que hacen uso con frecuencia del debate en sus clases prefieren esta distribución, ya que es un método rápido y directo para razonar un tema que haya surgido tanto en un trabajo individual como en grupo, en donde los estudiantes les es más cómodo hablar entre ellos, ya que pueden ver la mayor parte de la clase y el profesor también puede escuchar y observar mejor.

### **Estrategia 2: Incluir a todos en el discurso**

Como se señaló anteriormente, organizar la clase para que los estudiantes se puedan ver y oír unos a otros y al profesor, sin duda ayuda a la inclusión pero se pueden probar otras tácticas. La primera y la más importante es hacer preguntas y desarrollar actividades que todos los estudiantes consideren que merecen reflexión. La segunda es fijar objetivos que dejen claro que el profesor espera que todo el mundo contribuya y la tercera es que el profesor se asegure de que todos tengan la oportunidad de aportar algo en un conjunto de temas.



### **Estrategia 3: Nadie levanta la mano**

Cuando los estudiantes levantan la mano para contribuir al debate tienen que esperar a que el profesor les indique que tienen la palabra, con lo cual todas las intervenciones son autorizadas por el profesor y el incentivo al diálogo de alumno a alumno se reduce, resultando a menudo imposible. A veces el profesor pide a la clase que colabore, pero elige a un determinado estudiante para hacerlo, por tanto si los estudiantes levantan o no la mano, resulta irrelevante.

Según Lee (2006), no dejar que levanten la mano es una buena idea por diversas razones:

Si los alumnos no tienen que levantar la mano, no les queda más remedio que reflexionar. Los alumnos pueden aprovechar todo el tiempo que se les ha concedido para pensar en el problema en cuestión. Todos tienen tiempo para pensar, de modo que todos tendrán una respuesta preparada, aunque sea “no lo sé”. El tiempo es utilizado para pensar y no se malgasta en esperar a que un número adecuado de alumnos haya levantado la mano o a que el profesor pregunte a un número suficiente de voluntarios para que nadie se quede fuera. (p.56)



Entonces, cuando todos los estudiantes tiene la ocasión de tener una respuesta preparada, se pueden esperar más intercambios entre los estudiantes y tendrán la capacidad de estar o no de acuerdo o buscar clarificación de sus ideas sin contar con el profesor y entablar un auténtico debate en donde se piensa y se aprende.

#### **Estrategia 4: No ocurre nada por dar una respuesta equivocada**

En relación a esta estrategia, Lee (2006), indica que con frecuencia los estudiantes no aportan ideas a un debate, por el temor de emitir una respuesta equivocada o al ser ridiculizados por sus compañeros. Es por esto, que los estudiantes deben entender que los profesores quieren conocer lo que realmente piensan o saben, ya que es importante para decidir cuál será el siguiente aprendizaje. Si los estudiantes entienden esto, sabrán con certeza que a los profesores les interesan todas las respuestas, estén bien o mal, puesto que una respuesta “equivocada” ayuda al profesor a evaluar lo que necesitan sus alumnos quizá incluso más que una respuesta “acertada”.

Es por esto que Lee propone que los profesores aseguren a sus estudiantes a que las respuestas “equivocadas” son las más interesantes porque ponen de manifiesto lo que realmente necesitan saber, si las respuestas de los estudiantes son siempre correctas es posible que el trabajo planteado sea demasiado fácil, pero ésta no es la forma en que habitualmente piensan los



estudiantes, de hecho, normalmente asumen que si su respuesta es equivocada significa que no pueden hacer matemáticas, en lugar de entender que necesitan esforzarse más o pensar de un modo más abierto.

### **Estrategia 5: Una actitud inclusiva**

Después que los estudiantes hayan reconocido que dar una respuesta equivocada es aceptable, se disipará algo del miedo al ridículo, sin embargo, los profesores también tienen que reconocer que parte del miedo al ridículo se genera al utilizar un lenguaje que ellos no sienten como propio. Entonces Lee (2006), señala que si los estudiantes quieren expresar sus ideas matemáticas, es evidente que necesitarán utilizar el lenguaje matemático hasta cierto nivel. Por tanto, establecer una actitud inclusiva en una clase de matemáticas, es asegurarse de que no haya comentarios inapropiados mientras los estudiantes se esfuerzan por expresar sus ideas matemáticas y es el profesor quien debe ayudarles a acostumbrarse a usar el lenguaje matemático por sí mismos, para que puedan expresar claramente sus ideas matemáticas sin sentir que están quitándole a alguien su lenguaje.

### **Estrategia 6: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje**

Los estudiantes no pueden expresar sus conocimientos si no tienen tiempo para pensar y reflexionar sobre sus ideas matemáticas, por tanto, el tiempo para



pensar debería ser una parte habitual en la clase de matemática. Según Lee (2006), existen diversas formas de darles ocasión para pensar:

***Se les puede pedir que piensen en silencio durante unos segundos***

Está en una buena práctica durante una sesión de preguntas con toda la clase, ya que con frecuencia los estudiantes consideran que deberían ser capaces de dar una sola respuesta correcta a todos los problemas matemáticos y que deberían poder hacerlo con rapidez. En este sentido, los estudiantes se sienten tensos cuando el trabajo les exige más y no pueden dar una respuesta rápida, llegando a la conclusión de que no pueden hacer matemáticas. Por supuesto, algunos profesores de matemáticas quieren respuestas rápidas de los alumnos, pero éste no debería ser el único método de preguntas utilizado. Si en todas las clases se concede a los estudiantes algún tiempo para pensar y reflexionar, afrontarán otros aspectos complejos de matemáticas de la misma manera.

***Que hablen con un compañero y tomen decisiones en un período que oscile entre 30 segundos y unos minutos, dependiendo del problema***

Cuando los estudiantes discuten sus ideas con sus compañeros, se sienten más preparados para aportar ideas al debate con toda la clase, lo cual ayuda a todos a desarrollar conocimientos. A partir de lo anterior, pedirles a los estudiantes que piensen y reflexionen es parte de un proceso de aprendizaje que se pone en movimiento al requerir que expresen sus conocimientos



matemáticos. Entonces, sin tiempo para reflexionar, los estudiantes no se implican en la reorganización de sus nociones, que es una parte importante del proceso de aprendizaje, además, las respuestas que dan no serán un reflejo real de su comprensión actual y por tanto el profesor no tendrá una información exacta para guiar las siguientes actividades.

### **Estrategia 7: Crear un contexto de lenguaje matemático**

La autora plantea que en el aula matemática se debe aprender a expresar las ideas con un lenguaje matemático para ser compartidas con sus pares. Habitualmente se observa que los estudiantes abusan de “este” y “ese otro”, que no es la claridad que requieren las matemáticas y a menudo les lleva a concluir que no saben cómo usar un concepto matemático, cuando en realidad lo que no saben es cómo hablar de él. Por lo tanto es importante que el profesor enseñe tanto conceptos matemáticos como la forma de expresarlos desde el principio de la escolarización de los estudiantes.

### **Estrategia 8: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Muchas ideas matemáticas son difíciles de expresar por los estudiantes, pero es muy importante que lo intenten. Una de las razones por las que las matemáticas parecen tan difíciles de dominar es que los estudiantes raramente se proponen exponer con claridad sus ideas. Chamorro (2003) también escribe referente a este tema, según ella, la capacidad de comunicar, explicar y



argumentar matemáticamente significa que los estudiantes deben llegar a ser capaces de proporcionar suficientes razones para que sus compañeros y el profesor puedan llegar a intuir “por qué han hecho lo que han hecho”.

### **Estrategia 9: Corregir la redacción matemática de otro**

Según Lee, pedirle a los estudiantes que lean y corrijan la redacción matemática de sus compañeros contiene muchos beneficios para explicar una idea matemática, esto permite al profesor y a los estudiantes saber hasta dónde llega su comprensión de un concepto y si existen lagunas en dicha comprensión.

### **Estrategia 10: Saber qué palabras usar y llevarlo a la práctica**

Con respecto a esta estrategia, Lee señala que en casi todas las áreas de matemáticas es importante aprender tanto el vocabulario como la forma en que se utiliza. Los estudiantes necesitan desarrollar este lenguaje para acostumbrarse al modo en que se usan las expresiones y para empezar a utilizar los términos matemáticos para definir la red de conceptos e ideas que abarcan esos términos.

### **Estrategia 11: Pedir a los alumnos que se involucren en el texto**

La autora plantea que los estudiantes asumen el estilo matemático convencional cuando leen cualquier publicación matemática y conocen el tipo



de texto, que es evidentemente matemático. Además señala que desde los 11 años en adelante, los estudiantes utilizan su experiencia para valorar qué formas de expresión suenan más “matemáticas” que otras. El estilo convencional ha sido desarrollado de modo que exprese de manera clara y concisa las ideas matemáticas, por tanto, si se quiere mejorar la habilidad de los estudiantes para expresar sus propias ideas, es fundamental que se sometan al estilo matemático convencional.

### **Estrategia 12: Pedir que los alumnos inventen nombres para conceptos matemáticos**

Según Lee (2006), el lenguaje matemático se usa para nombrar conceptos y conjuntos de ideas para que éstas puedan ser debatidas y usadas como modelos que proporcionan soluciones a problemas. Las matemáticas constituyen un sistema que provee orden, y por ello es importante que los estudiantes usen los mismos nombres para las mismas ideas y conceptos, sin embargo, a veces, al adquirir capacidad para usar el vocabulario y las frases necesarias para expresarse en las matemáticas que están aprendiendo, los estudiantes pasan por alto el hecho de que alguien ya nombró esos conceptos y determinó cada una de las formas particulares de expresión en algún momento. Lee (2006) señala que alguien, seguramente hace mucho tiempo, encontró una conexión evidente entre el nombre dado a un concepto y el discurso ordinario y



reveló que al ayudar a los estudiantes a entender la existencia de tal conexión, hacía que el uso del registro matemático les fuera menos desalentador.

### **Estrategia 13: Formular preguntas adecuadas**

En relación a esta estrategia, Lee (2006), señala que cuando los docentes formulan preguntas adecuadas se puede revelar gran cantidad de información sobre el entendimiento o las dudas de los estudiantes respecto a un concepto, de manera que las siguientes experiencias de aprendizaje apropiadas se hacen obvias tanto para el profesor como para el estudiante. Además, las preguntas enriquecedoras estimulan el razonamiento de los estudiantes, les ayuda a desarrollar conocimiento y les anima a expresar lo que saben. Lee (2006), señala que el docente debe plantear preguntas con un lenguaje claro y expresado en un nivel apropiado para cada clase, asimismo, debe fomentar el uso adecuado del lenguaje matemático.



## **2.4.2) ESTRATEGIAS DE PIMM**

Por otra parte Pimm (1999), citado por Arévalo (2012,p.37) también señala algunas estrategias que puede utilizar el profesor en el aula, para promover la comunicación matemática. A continuación, presentaremos una síntesis de lo planteado por este autor;

### **Estrategia 1: Invitar a los alumnos a conversar por parejas durante períodos variables de tiempo**

Esta estrategia supone un arduo trabajo para el docente, que redundará más tarde en conocer las ideas matemáticas de su estudiantes, ya que al estimular la conversación por parejas, hace que el profesor deambule por la clase para supervisar las conversaciones y participar en algunas, e incluso, a conocer gran parte de los intercambios verbales que se producen en la clase. Un beneficio potencial de esta estrategia, consiste en que las posteriores discusiones con participación de toda la clase pueden desarrollarse mucho mejor, ya que bastantes estudiantes tendrán cosas que decir, tras haber pulido su expresión en el contexto menos comprometedor de la conversación con un compañero.

### **Estrategia 2: No responder de manera directa a una pregunta**

Cuando no se responde de manera directa a una pregunta, desviándola mediante otra dirigida a los estudiantes acerca de lo que ellos piensan al



respecto o cuando se invita a quien hace la pregunta original, a explicar qué ha descubierto hasta ese momento, el profesor pierde la ocasión de dar una explicación clara de lo que piensa. Sin embargo, esta estrategia tiene un beneficio a largo plazo que puede consistir en que la clase se fie menos del profesor como fuente de autoridad y tienda a adquirir un juicio y autonomía matemáticos personales más seguros.

### **Estrategia 3: El uso del silencio**

El silencio a continuación del planteamiento de una pregunta concede a los estudiantes cierto tiempo para pensar, pero supone que el profesor tendrá que manejar cualquier posible incomodidad que pueda sentir, que puede ser fuerte si se considera responsable del control de la comunicación, dado que, si no habla nadie, sentirá la necesidad de iniciar el diálogo.



# CAPÍTULO III

## **METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**



## **CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO**

### **3.1) TIPO Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**

En esta investigación, se busca observar las interacciones comunicativas que se presentan entre estudiantes y profesor o también entre estudiantes y pares con el propósito de develar la gestión especializada en comunicación matemática realizada por docentes con formación especializada en promover comunicación matemática en el aula, y a partir de lo anterior, comprender profundamente un fenómeno educativo orientado en el quehacer docente y que resulta primordial para promover la habilidad de la comunicación matemática en los estudiantes. Considerando lo anterior, señalamos que nuestra investigación se enmarca dentro del paradigma cualitativo, pues tal como señala Cook y Reichardt (2000), citado por Solar (2011):

El paradigma cualitativo posee un fundamento decisivamente humanista para entender la realidad social, pues durante el desarrollo de la investigación se observarán conductas e interacciones entre una o más personas, como es en el caso, de observar el comportamiento de los estudiantes y la interacción entre ellos. (p.60)

Lo anterior es coherente con nuestra investigación que busca develar las estrategias de comunicación matemática que docentes gestionan durante sus



clases, para posteriormente interpretar las relaciones que se establecen entre las docentes y sus estudiantes. En este mismo sentido Simons (2003), citado por Bisquerra (2014), señala:

La investigación cualitativa es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos. (p. 277)

Considerando lo anterior, establecemos que la investigación es de carácter interpretativo, ya que se busca caracterizar una gestión de aula específica respecto a la comunicación matemática de los estudiantes, lo que requiere no solo de la descripción de las prácticas docentes que promueven la habilidad de comunicación matemática, sino también interpretar sus intenciones, y la relación entre estas y las respuestas de los estudiantes. Es decir, la recogida de información estará estrechamente unida al mismo proceso de análisis, pues no nos limitaremos a describir que pasa sino que se indaga (por qué pasa lo que pasa) y analizaremos críticamente lo observado (Bisquerra, 2014).

Considerando el enfoque cualitativo y el carácter interpretativo, consideramos que la metodología de investigación que nos permitirá responder la pregunta de



investigación es el estudio de casos que consiste, según Yin (1989) citado por Denzin y Lincoln (2012) en una descripción y análisis detallado de unidades sociales o entidades educativas únicas. En la misma línea, Bisquerra (2014) establece que:

El estudio de casos es un método de investigación de gran relevancia para el desarrollo de las ciencias humanas y sociales que implica un proceso de indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de un fenómeno, entendidos estos como entidades sociales o entidades educativas únicas. (p. 309)

Complementando lo anterior, señalamos que nuestra investigación se puede clasificar como multicaseos. Al respecto, Vasilachis de Gialdino (2006) señala que:

Los diseños de casos se basan en la lógica de la replicación y de la comparación de sus hallazgos y resultados. Estos diseños permiten a partir de diferentes instancias de comparación extender los resultados empíricos hacia fenómenos de similares condiciones y niveles más generales de teoría, así como elaborar explicaciones causales locales referidas a la comprensión de procesos específicos y en contextos definidos. (p 225)



Según Bartolomé (1992) la intención del estudio de caso es conocer cómo funcionan todas las partes para generar hipótesis, aventurándose a alcanzar niveles explicativos de supuestas relaciones causales descubiertas entre ellas, en un contexto natural concreto y dentro de un proceso dado. La decisión de utilizar estudio de casos en esta investigación, radica en las siguientes ventajas asociadas, señaladas en Latorre (1996), citado por Bisquerra (2014, p.311):

- Puede ser una manera de profundizar en un proceso de investigación a partir de unos primeros datos analizados, que en caso de nuestra tesis se manifiesta a través de las primeras observaciones de los episodios de clases, ya que a partir de la primera clase de cada caso, ya podremos obtener rasgos de la gestión que realizan las docentes para promover comunicación matemática.
- Es apropiado para investigaciones a pequeña escala, en un marco limitado de tiempo, espacio y recursos. En el caso de nuestra tesis el estudio que realizaremos será a través de una determinada cantidad de clases acotadas que serán filmadas para su posterior observación, por lo que a partir de un limitado tiempo (para realizar la investigación), recurso (como son la clase de los dos caso), se podrán indagar características propias de cada caso que permiten promover la comunicación matemática en sus estudiantes.
- Es un método abierto a retomar otras condiciones personales o instituciones diferentes. En el caso de nuestra tesis resulta favorecedor, pues a través de la observación de los casos, pueden existir hallazgos que hagan



replantearnos los objetivos específicos o pregunta de investigación, lo que podría darle un giro a la investigación al develar alguna característica u gestión que sea interesante de ser estudiada.

- Lleva a la toma de decisiones a implicarse, a desenmascarar prejuicio o preconcepciones, que en caso de nuestra tesis una vez finalizado el estudio de caso se podrá determinar con respecto a los casos, si estos gestionan estrategias de comunicación matemática y como es la gestión de la estrategia en si misma con respecto a cada caso, además de identificar aquellas estrategias que no son desarrolladas por las docentes o que son mal gestionadas en el quehacer docente.

Para evidenciar lo anterior, y considerando restricciones de tiempo, de recursos, y de acceso a posibles informantes clave, se decidió el estudio de dos casos. Consideramos importante indagar sobre ambos, ya que su posterior análisis nos llevarán a entender bajo cuáles condiciones ocurre comunicación matemática en el aula de clase y que estrategias específicas son las que logran promover la habilidad de argumentar-comunicar en cada caso, pues no se busca generalizar para contrastar que caso realiza mejor gestión o cual utiliza más estrategias , sino que se busca identificar las particularidades de cada caso, para entender que hacen en su labor docente que le permite fomentar el desarrollo de la comunicación matemática.



Como hemos declarado, nos centraremos en la observación de dos docentes, es decir dos casos, para alcanzar el objetivo de nuestra investigación. Stake (1999) citado por Araneda (2008) considera que en la investigación cualitativa:

Se toman casos en particular y se llega a conocerlo bien, y no principalmente para ver en qué se diferencia de los otros, sino para ver en qué es, qué hace. Se destaca la unicidad, y esto implica el conocimiento de los otros casos de los que el caso en cuestión se diferencia, pero la finalidad primera es la comprensión de este último. (p.51)

Simons (2011) aclara que la “finalidad de hacer un estudio de casos es investigar la particularidad”(p.20). De los dos casos que estudiaremos pretendemos generar conclusiones en un contexto natural, específicamente para develar el quehacer de las docentes en el aula que les permiten promover la comunicación matemática en sus estudiantes asociado a las estrategias comunicativas matemáticas que establece Lee (2006).

En congruencia con lo anteriormente declarado, nuestro estudio de multicasos tiene por finalidad interpretar las prácticas docentes, para analizar las estrategias comunicativas matemáticas de la manera más fidedigna a lo observado, de la misma forma recurriremos a diversas técnicas de recogidas de datos, las cuales serán expuestas en los siguientes apartados.



### 3.2) ELECCION DE LOS CASOS

Teniendo claro el problema de investigación y los objetivos de ésta, se indica que la unidad de análisis que se ha elegido es una población delimitada y observable compuesta por clases pertenecientes a dos casos, las cuales serán filmadas en una cantidad de 9 videos que corresponden a la gestión realizada por los casos en el aula matemática gestionando clases en diferentes niveles en dos establecimientos educacionales.

La elección de las dos profesoras que participan en esta investigación fue no probabilística, lo que significa según Hernández y otros (2010) la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra. Para este caso la población con la que se está trabajando, participó en los siguientes proyectos:

- Proyecto FAD N° 01-2013 “Generación de casos clínicos para la línea de Educación Matemática en la carrera de Educación Básica con Mención” desarrollado el año 2013 a cargo del Dr. Horacio Solar en la Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- Proyecto FONDECYT 11130675 “Estrategias comunicativas para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de



matemáticas” desarrollado el año 2014 - 2015 a cargo del Dr. Horacio Solar en la Pontificia Universidad Católica de Chile.

- Proyecto FONDEF IT 10003: “Herramientas para fortalecer la formación de profesores de educación básica basadas en experiencias de enseñanza de la matemática en aula” desarrollado desde Enero 2014 hasta Enero 2016, a cargo de Dra. Salomé Martínez en la Universidad de Chile.

La elección de las docentes fue dirigida, pues al haber participado en los proyectos mencionados pensamos que hay mayores posibilidades de encontrar clases donde se promueva la comunicación matemática en los estudiantes.

Teniendo ya la informantes, se resguardará la identidad de los docentes, a través del principio de confidencialidad el cual como señalada Hernández y otros (2010), esto puede hacerse al sustituir el nombre verdadero de los participantes por códigos, números, iniciales, apodos y otros nombres. Para esta investigación los seudónimos utilizados son: Clara y Lisa.

En lo que sigue, se describirán las características relevantes al estudio de las informantes que constituyen los casos de la investigación, obtenidas a partir de entrevistas preliminares.



- **CASO 1 : Clara**

La profesora que participa en este estudio es egresada de la carrera de Pedagogía en Educación General Básica de una universidad particular selectiva de la región, y posee un postítulo en Educación Básica con mención en Matemáticas. Desde que egresó de la universidad (hace cinco años) ha trabajado en un único establecimiento realizando clases en aulas de primer ciclo, específicamente en primero, segundo y cuarto básico. Además, ha participado en seminarios de formación, en el marco de proyectos de investigación asociados al tema de argumentación y comunicación matemática.

En el caso Clara se grabaron 5 clases en el mes de noviembre del año 2015, en el 1º básico de una escuela municipal perteneciente a la comuna de Chiguayante donde ella realiza clases. El curso observado constaba de 15 estudiantes.



- **CASO 2: Lisa**

Esta profesora es egresada de la carrera de Pedagogía Básica de la de una universidad particular selectiva de la región y posee un Postítulo de especialidad en matemática para segundo ciclo y actualmente realiza un magíster de didáctica de las matemáticas. Se ha desempeñado 4 años en aulas de 1º básico a 6º básico realizando clases de matemática y de 1º básico a 8º básico realizando la asignatura de resolución de problemas. Además, ha participado en seminarios de formación, en el marco de proyectos de investigación asociados al tema de argumentación y comunicación matemática.

En el caso Lisa se grabaron 4 clases en el mes de noviembre del año 2015, en el 6º básico de un colegio particular subvencionado de la comuna de Concepción donde ella realiza clases. El curso constaba de 38 estudiantes .

### **3.2.1) Caracterización de las temáticas de clase**

Considerando la formación especializada de cada caso es claro que tienen formación para trabajar la comunicación matemática en el aula, y por lo tanto son excelentes casos que nos permitirá dar respuesta a nuestra pregunta de investigación. Por lo que a continuación, se presenta la tabla 2 que caracteriza las temáticas de las clases grabadas de Clara y la tabla 3 que caracteriza las temáticas de las clases grabadas de Lisa.



Tabla 2  
*Caracterización de las temáticas de clase de Clara*

Número de clase	TEMA DE LA CLASE
<b>Clase 1</b>	El objetivo es “recolectar datos utilizando tabla de conteo”. Trabajan a partir de una imagen proyectada, determinando cuántos materiales reciclados hay, para luego registrar esta información utilizando círculos en una tabla de conteo. Luego determinar cuántas especies marinas hay y luego registrarlo en una tabla de conteo.
<b>Clase 2</b>	El objetivo es “Interpretar datos de la tabla de conteo”. Trabajan con una encuesta sobre el juego tradicional preferido y a partir de los resultados de la encuesta responden diversas preguntas.
<b>Clase 3</b>	El objetivo es “Representar datos en un pictograma”. Traspasan información contenida en tablas de conteo a los pictogramas y luego traspasan información contenida en una colección de elementos desorganizados a un pictograma.
<b>Clase 4</b>	El objetivo es “Recolectar información y representarla en un pictograma”. Trabajan extrayendo información contenida en un tabla, en este caso son los cumpleaños por mes para luego construir un pictograma.
<b>Clase 5</b>	El objetivo es “Interpretar pictogramas”. Trabajan en recolectar información para luego construir pictogramas.

Tabla 3  
*Caracterización de las temáticas de clases de Lisa*

Número de clase	TEMA DE LA CLASE
<b>Clase 1</b>	El objetivo es “calcular el área y perímetro de figuras compuestas”. Trabajan en grupo con una guía de seis ejercicios con el objetivo que se puedan generar discusiones en torno las respuestas.
<b>Clase 2</b>	El objetivo es “calcular el valor incognito utilizando la fórmula $v = a \cdot b \cdot c$ ( $v = volumen$ , $a = ancho$ , $b = largo$ , $c = alto$ )”. Trabajan con páginas del libro 252, 258 y 240.
<b>Clase 3</b>	El objetivo es “Interpretar datos de un gráfico de barra doble”. Trabajan con un gráfico que muestra los resultados de la elección de actividades de cuartos básicos que analizan por medio de diversas preguntas.
<b>Clase 4</b>	El objetivo es “Analizar la información contenida en gráficos circulares”. Trabajan con la situación “Hay 40 estudiantes, el 75% son niños y el 25% son niñas. Entonces Claudio dice que hay 25 niñas. ¿Es correcto?”.



### **3.3) TÉCNICAS DE RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN**

#### **3.3.1) OBSERVACIÓN**

La técnica específica de recolección de datos que utilizaremos para el desarrollo de nuestra investigación es la observación, que según Araneda y otros (2008), es el proceso de examinar detenida y sistemáticamente el desarrollo de la vida social tal cual ella discurre por sí misma, sin manipularla o modificarla. En esta investigación, se observará la gestión de aula de dos profesoras. Específicamente observaremos las estrategias que utilizan para fomentar la comunicación matemática en el aula y para ello la técnica de recolección de datos que utilizaremos es la observación no participante, que según Araneda y otros(2008) hace alusión al investigador que se mantiene apartado y alejado de la acción, es poco visible y no se compromete en el trabajo y los roles del grupo como miembro activo de él, además de no simular intencionadamente que pertenece al grupo. En el mismo sentido, Vieytes (2004) declara la observación no participante como aquella observación unidireccional, donde el investigador no tiene ningún contacto con lo que está observando.

En nuestra investigación, la información que se extraerá a partir de la observación, serán las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos docentes en sus clases. Para esto, se hará uso de grabaciones de clases y un registro ordenado en una pauta de apreciación. A partir de esta observación, se



lograrán identificar las estrategias de ambos casos, categorizándolas en Logrado (L), Medianamente Logrado (ML) y No Logrado (NL). Como se mencionó anteriormente, dicha observación es no participante, no tenemos ninguna injerencia en las planificaciones ni gestión de las clases que se están observando.

Para esta investigación es clave el registro de la observación no participante, Nolla (1997) citado por Araneda y otros (2008), recalca que se ha de ser fiel a la realidad observada, a las palabras escuchadas, a los tonos utilizados, así como conservar los documentos que se presenten, es por este motivo que mediante grabaciones registraremos 9 clases de manera fidedigna. Para esto, filmamos las clases, pues de ésta manera podremos lograr precisión al momento de realizar los análisis y determinar las estrategias comunicativas matemáticas que se dan en el aula. En este mismo sentido, Hernández, R. Fernández, C. y Baptista, M. (2006), caracterizan a un buen observador cualitativo como quien sabe escuchar y utilizar todos los sentidos, poner atención a los detalles, poseer habilidades para descifrar y comprender conductas no verbales, ser reflexivo y flexible para cambiar el centro de atención, si es necesario.



### 3.3.2) ENTREVISTA

Otra técnica que utilizaremos para obtener información será la entrevista. Al respecto, Bisquerra y otros (2014) señalan que:

La entrevista es una técnica cuyo objetivo es obtener información de forma oral y personalizada, sobre acontecimientos vividos y aspectos subjetivos de la persona como las creencias, las actitudes, las opiniones, los valores, en relación con la situación que se está estudiando (p.336).

La entrevista es fundamentalmente una conversación en la que, se ejercita el procedimiento de formular preguntas y escuchar respuestas. Según Bisquerra (2014) existen varias modalidades de entrevistas, por un lado, existen las entrevistas según su estructura y diseño (estructuradas, semiestructuradas y no estructuradas), por otro lado están las entrevistas según el momento de realización (iniciales o exploratorias, de desarrollo o de seguimiento, y finales). En este estudio utilizaremos la entrevista semi-estructurada, pues consideramos primordial recabar información respecto a si es que las docentes planifican sus clases para deliberadamente promoverla comunicación matemática y también la importancia que le dan a ésta, es por esto que una vez finalizada las filmaciones, se procederá a entrevistar a las docentes. Lo anterior nos permitirá recabar información crucial que no es observable en las



grabaciones tales como la intención que existe en su quehacer docente para promover la comunicación matemática en el aula.

La entrevista como técnica de recogida de información tiene identidad propia, lo que nos permite hacerla complementaria a la observación no participante. A partir de las respuestas que den las docentes obtendremos sus opiniones respecto a diversos temas, principalmente sobre la importancia de la comunicación entendida como habilidad, además de conocer cuáles son las estrategias de comunicación matemática que creen usar en su gestión de clase y si es que las incluyen en la planificación, igualmente conocer la reflexión de su propia gestión, asuntos que no pueden ser observados a partir de una grabación, es por esto la relevancia de realizar una entrevista.

### **3.4) INSTRUMENTO DE RECOGIDA DE DATOS**

Para la recolección de datos se utilizaron dos instrumentos. El primero es una pauta de apreciación de clase, la cual ofrece la posibilidad de observar grados o intensidad en que se presenta la variable (Vieytes, 2004). Por lo anterior se construyó una escala de apreciación (ver anexo F) que nos permitió observar ciertos indicadores que deben cumplirse durante la gestión docente para posteriormente determinar si los docentes utilizan algunas de las estrategias de



comunicación matemática planteadas por Lee (2006) para promover la habilidad de comunicar-argumentar.

El instrumento “Pauta de Apreciación” fue validado por: el Dr. Horacio Solar(ver anexo E), docente de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

El segundo instrumento es una entrevista-grabada (ver anexo G, anexo H , anexo I , anexo J ), que constó de 4 preguntas la cual se utilizó para contrastar la información obtenida en los episodios de clases, con una duración de 10 minutos aproximadamente.

### **3.5) ESTRATEGIA DE ANÁLISIS DE DATOS**

La técnica de procesamiento de datos será en base a categorías, según Araneda, A. Parada, M. y Vásquez, A. (2008), las categorías son aquellos géneros supremos en los que es posible clasificar lo que se dice del ser en el intento del hombre por profundizar en el conocimiento de las cosas.

Para efectos de esta investigación hemos categorizado las estrategias comunicativas matemáticas que propone Lee (2006). Toda la información recaudada y registrada a través de los diferentes instrumentos de investigación,



nos permiten desglosar hasta tal punto en que podemos establecer conclusiones que contribuyan a mejorar nuestra práctica docente.

Bardín (2002) citado por Araneda, A. Parada, M. y Vásquez, A. (2008) aclara que “la finalidad analítica primordial del análisis de contenido es la identificación y explicación de las representaciones cognoscitivas que otorgan sentido a todo relato comunicativo”(p.96).Nuestro estudio se adscribe a la corriente cualitativa, en base a esto Ruiz Olabuènaga (1999) citado por Bisquerra (2014) aclara:

Desde el punto de vista del método cualitativo el análisis de contenido es una metodología que utiliza varios procedimientos para efectuar inferencias validas de un texto que debe entenderse y tratarse como un escenario de observación o como el interlocutor de una entrevista del cual se extrae información para someterla a un análisis e interpretación posteriores.(p. 357)

En este sentido, al ser un estudio de caso múltiple nos permite analizar los dos casos bajo un criterio común, independiente del curso en que las docentes ejerzan su labor profesional ya que nuestro foco serán las estrategias de comunicación matemática que utilizan al momento de realizar sus clases.



Para el análisis de los datos que fueron obtenidos a partir del registro audiovisual, se diseñó una escala de apreciación la cual ofrece la posibilidad de observar grados o intensidad en que se presenta la variable, lo cual se contrastará con las respuestas de las docentes que se obtengan en las entrevistas.



## **Descripción de la Escala de Valoración**

Para el desarrollo de nuestra investigación y, específicamente, para llevar a cabo los análisis, hemos definido cuatro niveles: Logrado (L), Medianamente Logrado (ML), No Logrado (NL) y No Observado (NO); los cuales serán definidos en el siguiente apartado. En la invención de éstos, hemos considerado que existen indicadores claves que deben estar presentes para determinar si la estrategia de comunicación matemática se encuentra dominada o en vías de ser desarrollada en el quehacer docente.

A continuación se presentan las categorías que permitirán categorizar las evidencias obtenidas a través de las clases filmadas para su posterior análisis.

### ***Logrado***

Cuando las evidencias encontradas al analizar una clase son a favor de lo que dice el indicador en su totalidad, se establecerá que el indicador está logrado.

### ***Medianamente Logrado***

Cuando las evidencias encontradas al analizar una clase son a favor y en contra de lo que dice el indicador, es decir, ocurren situaciones contrarias a lo que el indicador plantea, se categorizará en medianamente logrado el indicador.



### ***No Logrado***

Cuando las evidencias encontradas al analizar una clase son en contra de lo que dice el indicador en su totalidad, es decir, ocurren situaciones contrarias a lo que el indicador plantea, se categorizará en no logrado el indicador.

### ***No Observado***

Cuando no se observan evidencias del indicador al analizar una clase, se categorizará en no observado el indicador.

### **Descripción del proceso de análisis de las estrategias**

En este apartado describiremos, desde nuestro rol como investigadoras, como hemos decidido determinar si los docentes utilizan las estrategias de comunicación matemática en cada una de las clases.

Luego de categorizar las evidencias según los indicadores, se dio paso a determinar cuáles son las estrategias de comunicación matemática que utilizan los docentes en el aula. Para esto, nos centramos en los indicadores claves los cuales determinaron si la estrategia se encontraba presente en el quehacer docente de cada episodio.

Cabe destacar que dentro de esta investigación es crucial que todos los indicadores claves estén dentro de las categorías logrados y medianamente



logrado para determinar que la estrategia de comunicación matemática está presente y por tanto logrado en la gestión de clase. Por otro lado, si los indicadores claves se encuentran en más del 50% entre las categorías logrados y medianamente logrados, señalaremos que la estrategia de comunicación matemática se encuentra presente pero medianamente logrado en el quehacer docente de aquella clase. Es importante mencionar que existe la posibilidad que en las estrategias de comunicación matemática que tienen dos indicadores claves ocurra la combinación de Logrado y No observado lo que será categorizado como medianamente logrado. Por otra parte cuando los indicadores claves se encuentren más del 50% entre las categorías no observadas y no logrado señalaremos que la estrategia no está presente, por lo tanto no se encuentra logrado en la clase.



### **3.6) CRITERIOS DE CALIDAD DE LA INVESTIGACIÓN**

Nuestro estudio al igual que todas las investigaciones, al ser finalizada debe ser válida y de calidad. Es así, como Ruiz (2003), señala que:

Toda investigación ha de ser sometida a algún tipo de evaluación que exprese, de una forma u otra, hasta qué punto ha logrado sus objetivos iniciales. Esta evaluación equivale a un control de calidad al que el investigador somete su propia producción. Calidad que no está garantizada hasta que no queda contrastado que la investigación cumple satisfactoriamente un conjunto de criterios de excelencia. Porque, en definitiva, una investigación es válida si "acierta", si da en el clavo, si descubre, si mide correctamente, si llega al fenómeno al que quiere llegar, descubrir, medir, analizar o comprender. (p.13)

Es así como diversos autores han planteado que una vez finalizada una investigación ésta debe ser sometida algún tipo de control para comprobar que si se han logrado los objetivos iniciales, o si ésta presenta falla en alguna parte de su estructura (selección del tema-supuestos-objetivo-diseño y nivel de análisis-recogida de datos), lo anterior corresponde a un control de calidad al que el investigador somete su propia producción, es por eso que nuestra investigación será sometida a una rigurosa revisión por parte del profesor guía y



docentes revisores pertenecientes a la Universidad Católica de la Santísima Concepción.

La calidad de nuestra investigación la evaluaremos en tres momentos a partir de lo establecido por Ruiz (2003), que son pre (inicio), en (durante) y post (finalizada) investigación. Es por esto que para asegurar la calidad de esta investigación, utilizaremos dos técnicas, la primera que medirá la calidad durante la realización de la investigación según criterios propuesto para el paradigma cualitativo el que se enmarca esta investigación, y la segunda técnica de triangulación la cual se utilizará para evaluar la calidad una vez finalizada la investigación contrastándola con los planteamientos realizados al inicio de nuestra investigación.

En primer lugar describiremos la técnica que se utilizará durante el desarrollo de esta investigación considerando lo postulado por Ruiz (2003) quien plantea que para garantizar la confiabilidad de una investigación cualitativa se debe evaluar los resultados en función de los siguientes criterios:

### **Criterio de Credibilidad**

Según Henderson (1993) citado por Ruiz (2003) puede ponerse en duda dado el carácter subjetivo de toda investigación cualitativa, ya que esta corresponde a la validez de la investigación y dependiendo de la función que tome el



investigador esta puede quedar profundamente sesgada, parcializada o válida. Para evitar que nuestras opiniones afecten la veracidad de los registros, nos limitaremos a usar la información contenida por los videos y en las entrevistas de manera objetiva.

### **Criterio de Dependencia**

Corresponde a los resultados que se pueden llegar a obtener con un instrumento de medida, pues mientras más cercanos sean los resultados utilizando un instrumento en diversos momentos, más fiable será la investigación, aunque según Taylor (1986) citado por Ruiz (2003) “tal vez sea imposible lograr una fiabilidad completa si lo que se pretende es un conocimiento válido del mundo real”. Con el objetivo de obtener resultados fiables, es que validaremos con expertos los instrumentos que hemos construidos, considerando las sugerencias que nos realicen, es importante mencionar que los instrumentos están construido de manera rigurosa, intentando abarcar en plenitud las variables que influyen en una estrategia de comunicación matemática.

### **Criterio de Confirmabilidad**

Según Ruiz (2003) corresponde a captar el mundo de la misma forma que lo haría alguien sin prejuicios ni llevados por intereses particulares. Al llevar a



cabo nuestra investigación y al analizar los datos es necesario ser objetivos y limitarnos a analizar las clases que han sido grabadas.

Además, con el objeto de garantizar el rigor y la confianza de los hallazgos de nuestra investigación, también nos regiremos por los postulados de Rodríguez (2005) quien establece las estrategias más usuales que suelen emplearse para dar calidad a la investigación interpretativa:

#### **a) Credibilidad**

- **Observación persistente:** La permanencia del investigador en el campo ofrece una mayor garantía y verosimilitud a los datos que recoge, a la vez que le permite profundizar en aquellos aspectos más característicos de la situación. Ésta fue la principal motivación para realizar nuestra práctica pedagógica con las docentes a las cuales analizamos en esta investigación. Para cumplir con este criterio, hemos decidido observar 9 clases, lo que consideramos un número adecuado de observaciones, lo cual nos permite generar una buena caracterización de cada caso, además, de analizar la frecuencia con que ocurren ciertos hechos.
- **Triangulación:** Permite contrastar las observaciones desde diferentes perspectivas de tiempos, espacios, teorías, datos, fuentes y disciplinas, así como de investigadores de métodos. Para lograr esto, es que realizamos



una exhaustiva búsqueda bibliográfica que nos permitiera crear un marco teórico que sustentara nuestra investigación, para luego contrastar la teoría con los datos obtenidos de las grabaciones y la entrevista. Esta etapa fue la que nos demandó más tiempo, ya que requiere de rigurosidad al momento de realizar las conclusiones de los casos.

- **Comprobaciones de los participantes:** Es una actividad de obligado cumplimiento en la investigación cualitativa, y consiste en el contraste sistemático de la información con los agentes y audiencias colaboradoras. La entrevista es el principal instrumento que nos permitirá recoger información de manera directa desde las docentes, pues las grabaciones se ven influenciadas por las contingencias que ocurren.
- **Recogida de material de adecuación referencial:** Se trata de videos, fotografías, grabaciones en audio y otros documentos que permitan un contraste posterior de la información. Las grabaciones y las entrevistas que serán analizadas serán los insumos que nutrirán de datos esta investigación y que posteriormente nos permitirán contrastar la teoría con la realidad.

#### **b) Dependencia**

- **Establecer pistas de revisión:** Supone dejar constancia de cómo se recogieron los datos, cómo se seleccionaron los informantes, qué papel



desempeñó el investigador, cómo se analizaron los datos, cómo se caracterizó el contexto. Esto permitirá comprobar la estabilidad de los resultados en momentos diferentes y dados por otros investigadores. Anteriormente hemos descrito de manera detallada los instrumentos utilizados en esta investigación, además de detallar la construcción de los instrumentos con el objetivo de transparentar lo realizado a lo largo del tiempo en que hemos preparado esta investigación.

- **Auditoría de dependencia:** Control de calidad externo para evaluar en qué medida las precauciones tomadas por el investigador son adecuadas o no. De manera periódica y constante hemos sometido a revisión nuestra investigación para luego solicitarle a expertos en tema que puedan validar nuestra investigación bajo su rigurosa mirada.
- **Métodos solapados:** Proceso de triangulación empleando varias técnicas de recogida de información para compensar posibles deficiencias. El análisis realizado a las grabaciones mediante una escala de apreciación fue contrastada con la información entregada por las docentes en una entrevista, lo cual fue cotejado con el marco teórico que proponemos para nuestra investigación.



### c) Confirmabilidad

- **Auditoría de confirmabilidad:** Consiste en la comprobación por parte de un agente externo de la correspondencia entre los datos y las interpretaciones llevadas a cabo por el investigador. Nuestra investigación será sometida a una validación por parte de expertos en el tema, los cuales revisarán y realizarán sugerencias a nuestra investigación.
- **Descriptores de bajo nivel de inferencia:** Son registros lo más fieles posibles a la realidad de donde fueron obtenidos los datos (transcripciones textuales, citas, referencias directas...). El análisis de los videos fue realizado de manera minuciosa y fiel a lo que estábamos observando, las evidencias han sido escritas de manera objetiva y registrando el tiempo en que se ha realizado la acción.

Una vez que han sido aplicados estos últimos criterios mencionados, los criterios de confiabilidad, recién puede evaluarse la excelencia de una investigación cualitativa, durante el desarrollo de esta. Mientras que para evaluar la calidad de la investigación finalizada utilizaremos la técnica de la triangulación que según Ruiz (2003)

La triangulación es la técnica que se apoya en dos funciones principales, diferentes pero relacionadas entre sí. La primera de ellas proviene de



enriquecimientos que una investigación recibe cuando a la recogida inicial de datos y a su posterior interpretación, se aplican diferentes técnicas, se adopta una distinta perspectiva o se le añaden diferentes datos. La segunda de ellas procede del aumento de confiabilidad que dicha interpretación experimenta cuando las interpretaciones del investigador vienen corroboradas por las de otros colegas o por la contratación empírica con otra serie similar de datos. (p.77)

Es así como Taylor y Bogdan (1990) citado por Hidalgo (2005) definen la triangulación como un modo que protege las tendencias del investigador, confronta y somete a control recíproco los relatos de los diferentes informantes involucrados en la investigación. Asimismo, Ruiz (2003) considera la triangulación como una herramienta heurística del investigador con la que controla la calidad de un primer estudio enriqueciendo su contenido y elevando al mismo tiempo su nivel de garantía de calidad, algo que no permiten otras técnicas como el meta-análisis, y el multimedio que solo enfocan su control de calidad a una parcela de la investigación. De igual forma Santos Guerra (1990) citado por Hidalgo (2005) considera que la prioridad de la triangulación está en todos aquellos aspectos coincidentes y recomienda explicar por qué se producen los desacuerdos sobre la base de los métodos empleados. En nuestra investigación, la triangulación es evidenciada en el capítulo de análisis de la información, pues aquí los temas son tratados en profundidad a partir de la



información obtenida de los diversos instrumentos de recolección de datos utilizados en esta investigación.

Al respecto Pérez Serrano (1998) citado por Hidalgo (2005), señala que existen varios tipos de triangulación, ellos son: triangulación de tiempo o momentos, triangulación de sujetos o niveles combinados de triangulación, triangulación teórica, triangulación de lo investigado y triangulación de métodos. Para nuestro estudio de investigación utilizaremos la triangulación de métodos, que según Hidalgo (2005) se realiza usando diversos métodos e instrumentos para poder comparar y contrastar distintos puntos de vista sobre una misma situación. Nuestros instrumentos de recolección de datos serán las grabaciones de clases y las entrevistas, pues consideramos que ambos instrumentos son los más pertinentes para recoger los datos que nos interesan, que luego serán contrastados.



# CAPÍTULO IV

## ANÁLISIS DE DATOS



## CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE DATOS

Con la finalidad de analizar la gestión de las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos docentes, se ha ordenado la información por caso, luego por clase y finalmente por subcategoría. El análisis de resultados se realizará utilizando la información obtenida a partir de las escalas de valoración y de los datos entregados por las docentes en una entrevista realizada luego de finalizar las grabaciones de clases, lo cual nos permitirá sustentar nuestra categoría de análisis “estrategias de comunicación matemática”.

Para presentar los resultados de nuestra investigación se llevaron a cabo las siguientes acciones:

- Analizar los indicadores de la escala de apreciación de clase.
- Observar los episodios de clases con el objetivo de recabar evidencia para los indicadores (ver anexos; 1-2-3-4-5-6-7-8-9).
- A partir de la acción anterior, se logró categorizar el nivel en que las docentes promovían las estrategia de comunicación matemática establecidas por Lee (2006) en cada clase, según la cantidad de indicadores que estaban presente.
- Luego del análisis clase a clase, establecimos las estrategias de comunicación matemática que cada docente utiliza de manera frecuente en su práctica docente.



#### **4.1) ANÁLISIS DE CATEGORÍAS**

A continuación, se presentarán los resultados de análisis de los nueve episodios, los cuales cinco pertenecen al caso Clara y cuatro pertenecen al caso Lisa.

Los análisis de los episodios permiten identificar cada estrategia que utiliza el docente para promover la comunicación matemática en el aula y describir la gestión que realiza de cada una de ellas de acuerdo a los planteamientos teóricos. A partir de estos datos, hemos podido caracterizar la gestión de las estrategias de comunicación matemática que realiza cada docente lo cual nos permitirá definir cuáles son las estrategias de comunicación matemática que son claves para promover la comunicación matemática en el aula.

#### **CASO 1: CLARA**

##### **Análisis de subcategorías en clase 1**

La primera clase del 1° básico tiene por objetivo “recolectar datos utilizando tabla de conteo”, para esto Clara diseña las siguientes dos actividades, que son proyectadas en el pizarrón:

1. Determinar cuántos materiales reciclados hay, para luego registrar esta información utilizando círculos en una tabla de conteo.



Figura 2. Se muestra la colección de datos y la tabla de conteo utilizada

2. En la segunda actividad deben determinar cuántas especies marinas hay y luego registrarlo en una tabla de conteo.



Figura 3. Se muestra la colección de datos, que los estudiantes debían organizar posteriormente en una tabla de conteo.



**Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 4 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 4

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje. –Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)	X			
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Da un tiempo adecuado para que se realicen las dos actividades, recoge las ideas y producciones de los estudiantes. Lo anterior se evidencia en que



desde que los estudiantes recibieron la actividad hasta que se estableció la socialización de las respuestas, transcurrieron cuatro minutos, mientras ella circulaba por la sala de clase observando los procedimientos de los cuadernos. (04:01-07:50)

- Da un tiempo para que los estudiantes expliquen sus ideas matemáticas, refuten, argumenten, evalúen y concluyan respecto a sus propias ideas o las de sus pares. Lo anterior se evidencia cuando la docente le pide a Kimberly que pase a la pizarra a hacer su procedimiento. Después que Kimberly termina de hacer el conteo de botellas y completar la tabla, la docente le pregunta ¿cuántas pelotitas dibujaste?, para luego preguntarle al curso si estaban de acuerdo con aquella respuesta.
- Da un tiempo para que se generen discusiones grupales, en donde permite que los estudiantes puedan revisar las producciones matemáticas de sus pares. Esto se evidencia en los minutos 36:31 al 38:40 cuando a partir de la respuesta de Kimberly, la docente pregunta al curso si estaban de acuerdo con aquella respuesta. Los estudiantes, responden “no, eran 15”. En ese momento la docente le pide a Cristóbal que pase a la pizarra y le explique su procedimiento a Kimberly.



### Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 5 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave “El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.” no está presente.

Tabla 5

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea –Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.				X
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas sin cambiarle el sentido a sus explicaciones. Esto se evidencia cuando Clara pregunta ¿Qué hicimos acá abajo? Y un estudiante responde “poner círculos para contar”. A partir de esta idea matemática la docente dice “poner círculos para contar”.



- Parafrasea las explicaciones de los estudiantes para luego compararlas y complementarlas, específicamente en situaciones donde no se escucha muy bien las ideas matemáticas de los estudiantes o no son explicadas muy claramente. Esto se evidencia en los minutos 21:15 al 21:40, cuando Clara pregunta ¿Qué hubiésemos colocado en vez de pelotitas? Darling dice “números, para que llegemos a 15 hay que poner un número tenemos que poner solo 15”. El docente parafrasea diciendo “podríamos haber colocado en vez de todas estas pelotitas un solo número que es el 15”.
- No promueve el uso de conocimiento matemático, cuando los estudiantes exponen sus ideas matemáticas. Se observa en las grabaciones que las respuestas de los estudiantes se remiten a mencionar números, Clara no promueve que los estudiantes profundicen sus respuestas sustentándolas en conocimiento matemático.



### Subcategoría: Organizar la clase

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 6 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 6

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Observa y escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir. Esto se evidencia en los minutos 11:42 al 13:18 cuando Clara le pide a David que pase a la pizarra a dibujar los círculos en la tabla asociada a la cantidad de latas. David los dibuja y el docente le pregunta ¿Qué hiciste para saber que esa es la cantidad David? El docente observa el procedimiento que hizo en la tabla y además escucha cuando responde a la pregunta.



- Organiza la clase para que todos los estudiantes se puedan oír y escuchar mientras explican sus ideas matemáticas.

### **Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 7 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 7

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 1- Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que la mayoría de los estudiantes participen, ya sea exponiendo sus ideas en sus puestos o pasando a la pizarra. Esto se evidencia ya que de un total de 15 estudiantes participan los siguientes estudiantes: Kimberly, Cristóbal, Héctor, David, Samuel, Darling, Diego y Cristian.



- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría de los estudiantes participen gestionando que se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas. Es importante mencionar que el curso se compone de 15 estudiantes, dentro de los cuales más de la mitad del curso participa exponiendo sus procedimientos en el pizarrón o en sus puestos. Esto se evidencia entre los minutos 46:00 al 53:30 cuando al finalizar la actividad n°2 el docente hace preguntas que permite que los alumnos participen, como por ejemplo ¿De qué es la tabla? ¿Esto que hicimos con pelotitas que será? ¿Estará completa esta tabla? Asimismo, Clara indicando la tabla pregunta ¿Qué será esto? Y mientras Samuel está respondiendo, Clara le dice a Rafael “Mira lo que está diciendo Samuel” “escuchaste Rafael lo que dijo tu compañero”.

#### **Subcategoría: Respuestas erróneas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 8 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave “*Respuestas erróneas*” no está presente.



Tabla 8

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático.				X
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares y prestando bastante atención a las mayorías de las respuestas. Esto se evidencia en los minutos 9:10 al 9:25 cuando Kim dibuja 12 círculos que representan la cantidad de leches. Luego Clara pregunta ¿están de acuerdo? No responden los estudiantes. Cristóbal dice está mal, el estudiante se levanta de su asiento se dirige a la pizarra y le explica a Kim por qué son 15 cajas de leche.
- No utiliza el error para construir conocimiento matemático y tampoco incita a sus estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, cuando se presentan



respuestas erróneas. Esto se evidencia cuando a partir de los errores de Kim y David, Clara no utiliza estos errores matemáticos de conteo para construir conocimiento matemático, sino más bien continúa con la clase.

### **Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 9 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 9

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
<b>Estrategia n°6:</b> Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 14:20 al 14:44 cuando Héctor pasa a la pizarra a dibujar los círculos



asociados a la cantidad de botellas. Su compañero Dylan al observar el procedimiento dice “está mal”, y luego el docente pregunta ¿Cuántas más hizo el compañero? Dylan se levanta de su puesto se dirige a la pizarra y cuenta los círculos que hizo Héctor.

- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto se evidencia después de cada procedimiento que hacen los estudiantes en el pizarrón. Clara siempre pregunta ¿están de acuerdo? como por ejemplo en los minutos 37:00 al 38:00, después que David dibuja los círculos para representar la cantidad de pescados, el docente pregunta ¿están de acuerdo? Los estudiantes miran y leen los círculos de David y responden no son 16.

**Subcategoría: Formular preguntas adecuadas.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 10 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 10

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	x			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes	X			
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, con la finalidad de que las ideas evolucionen. Las preguntas son: ¿para qué me sirve la tabla de conteo? ¿Dónde puedo saber cuántos objetos hay más, con mayor facilidad? ¿Estará completa la tabla? ¿Qué hubiésemos colocado en vez de pelotitas? Como por ejemplo, cuando Clara pregunta ¿Qué hubiésemos colocado en vez de pelotitas? Cristín explica que no solo se pueden poner pelotitas sino también números. Además, hace contra preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, como ocurre entre los minutos 55:41 al 53:26, aquí la docente pregunta ¿Para qué me



sirve la tabla de conteo entonces? “Para contar” responden los estudiantes. ¿Qué puedo contar? pregunta la profesora, a lo que los estudiantes responden: especies marinas, algas y peces.

- No valida inmediatamente las respuestas, ya que después que los estudiantes exponen sus ideas matemáticas el docente pregunta ¿están de acuerdo con su compañero (a)? y los estudiantes responden si está bien o si está mal, dando a conocer el porqué del error. Por ejemplo, cuando David dibuja los círculos en la tabla, Clara pregunta ¿Están de acuerdo que son 10? Los estudiantes miran la pizarra y dicen si son 10 (13:00 al13:26).
- No desvía el foco de la discusión. Este indicador se evidencia en los minutos 51:42 al 53:26 cuando Clara pregunta ¿para qué me sirve la tabla de conteo entonces? ¿Qué puedo contar? ¿Solo especies marinas?



### Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 11 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave “*El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos*” no está presente.

Tabla 11

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático –Clase 1-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos.	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos.	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.				X

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Clara:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos, como es en el caso de conteo y tabla de conteo. Esto se evidencia cuando Clara indicando la tabla dice “y ¿cómo se llama esto? ¿qué es todo esto? esto que tiene cuadraditos, rayitas, y esta ordenadita la información y no está desordenada como en lo



otro y para ordenarlo ¿Qué tuve que hacer?” Los estudiantes responden “contar”. Esto que tengo acá recibe un nombre ¿Cómo se llamará esto? Una tabla responden los estudiantes. Y ¿una tabla de qué? De conteo responden los estudiantes. Esto es una tabla de conteo dice Clara.

- No fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos. En esta clase Clara no incita a sus estudiantes a sustentar sus respuestas con un lenguaje matemático, sino más bien acepta respuestas con lenguaje cotidiano.



## CASO 1: CLARA

### Análisis de subcategorías en clase 2

La siguiente clase tiene como objetivo “Interpretar datos de la tabla de conteo”, lo cual es desarrollado a través de una actividad, en la cual en una primera instancia el docente presenta la tabla, con la intención de que los estudiantes interpreten la información allí contenida, para posteriormente responder preguntas asociadas a la tabla de conteo.

Actividad:

Juego tradicional Preferido		
Juego tradicional	Conteo	Cantidad
Trompo	▣▣▣▣▣	25
Cuerda	▣▣	10
Volantín	▣▣▣▣▣▣	30

Figura 4. Se muestra la tabla de conteo, que los estudiantes debían interpretar.

Preguntas:

- ¿Cuántos estudiantes prefieren el trompo?
- ¿Cuál es el juego tradicional con más preferencia?
- ¿Cuál es la diferencia de preferencia entre el juego con mayor preferencias y el con menor preferencia?
- ¿Cuántos estudiantes respondieron la encuesta?



### Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 12 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados o medianamente logrados.

Tabla 12

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje –Clase 2-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.		X		
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.		X		
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)	X			
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			



Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada se encuentra medianamente logrado, pues se evidencia que la docente en las tres primeras preguntas de la actividad da un tiempo como se evidencia en el siguiente extracto de la clase::

*27:00 al 27:39 -Clara: ¿Cuántos estudiantes prefieren el trompo?( se observa a la docente pasearse por la sala, mientras los estudiantes contestan la pregunta planteada, una vez que se cerciora que todos están listos, retoma la actividad).*

*Sin embargo en la cuarta pregunta de la actividad que requería un trabajo cognitivo mayor pues los estudiantes debían en primer lugar comprender si debían sumar ó restar y posteriormente realizar la operación aritmética con dígitos mayores a 20 (25-30) mientras que en primer año básico las operaciones aritméticas son trabajadas hasta el 20.*

*61:35 al 62:28 Clara: ¿cuantos estudiantes respondieron la encuesta?, porque esta era una encuesta, ¿Cuántos estudiantes respondieron la encuesta? ¿Cuántos en total respondieron la encuesta? Todos los estudiantes, para saber todos los estudiantes que respondieron la encuesta ¿qué tendría que hacer? ¿Cuántos estudiantes respondieron la encuesta? Todos los estudiantes.*

*62:27 al 62:28 Rafael: 55*

- Da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares, se encuentra logrado pues el docente da reiteradas instancias a sus estudiantes como se muestra en el siguiente extracto de la clase:

*28:52 al 28:55 -Clara: la Kimberly me dijo que conto los cuadraditos*

*28:57 al 29:04 -Estudiantes: está mal!*

*29:05 al 29:07 -Clara: A ver Benjamín, ¿por qué dices tú que no está bien lo de la kim?*

*29:19 al 29:24 -Benjamín: No hay que contar los cuadrados!*

*29:24 al 29:27 -Clara: ¿Qué hay que contar benjamín?*

*29:29 al 30:22 -Benjamín cuenta las líneas*

*30:23 al 30:24 -Benjamín: 25*

*30:24 al 30:28 -Clara: ¿cada rayita que representa benjamín?*



30:29 al 30:31 -Benjamín: 25 niños

- Da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes se encuentra logrado tal como se muestra en el siguiente

extracto de la clase::

01:13 al 01:15 - Clara: *¿ que vimos la clase anterior?*  
01:23 al 01:26 - Christine: *Los peces y los materiales*  
01:27 al 01:27 - Clara: *¿Qué hacíamos con esto? (colección de especies marinas)*  
01:28 al 01:45 - Estudiantes: *contábamos, hacíamos circulitos*  
01:45 al 01:51 - Clara: *¿Eran peces solamente los que vimos?¿que eran?*  
01:54 al 01:56 - Estudiante: *Habían estrellas de mar*  
01:56 al 01:57 - Clara: *¿qué más habían?*  
01:58 al 02:29 - estudiantes: *caracolas – conchas –estrellas de mar – peces-cangrejos*  
02:35 al 02:38 - Clara: *¿Qué hacíamos con todas especies marinas que teníamos?*  
02:38 al 02:40 - Estudiantes: *las contábamos*  
02:40 al 02:42 - Clara: *Y cuando las contábamos ¿en qué lugar las colocábamos?*  
02:42 al 02:44 - Estudiante: *en su lugar!*  
02:45 al 02:49 - *¿cómo se llamaba ese lugar?*  
02:49 al 02:54 - Felipe: *tabla de conteo(...)*

- Asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión se encuentra medianamente logrado pues si bien da tiempo en la mayoría de las actividades en la cuarta pregunta de la actividad que requería un trabajo cognitivo mayor pues los estudiantes debían, en primer lugar, comprender si debían sumar ó restar y, posteriormente, realizar la operación aritmética con dígitos mayores a 20 (25-30) mientras que en primer año básico las operaciones aritméticas son trabajadas hasta el 20, tal como se muestra en el siguiente extracto de la clase:



61:35 al 62:28- Clara: *¿cuantos estudiantes respondieron la encuesta?, porque esta era una encuesta, ¿Cuántos estudiantes respondieron la encuesta? ¿Cuántos en total respondieron la encuesta? Todos los estudiantes, para saber todos los estudiantes que respondieron la encuesta ¿qué tendría que hacer? ¿Cuántos estudiantes respondieron la encuesta? Todos los estudiantes.*

62:27- 62:28 Rafael: 55

- Da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso pues se observa durante el comienzo de la clase que la docente realiza preguntas enfocadas al curso en general, como se muestra en el siguiente extracto de la clase::

01:13 al 01:15 - Clara: *¿ que vimos la clase anterior?*  
01:23 al 01:26 - Christine: *Los peces y los materiales*  
01:27 al 01:27 - Clara: *¿Qué hacíamos con esto? (colección de especies marinas)*  
01:28 al 01:45 - Estudiantes: *contábamos, hacíamos circuitos*  
01:45 al 01:51 - Clara: *¿Eran peces solamente los que vimos?¿que eran?*  
01:54 al 01:56 - Estudiante: *Habían estrellas de mar*  
01:56 al 01:57 - Clara: *¿qué más habían?*  
01:58 al 02:29 - estudiantes: *caracolas – conchas –estrellas de mar – peces- cangrejos*  
02:35 al 02:38 - Clara: *¿Qué hacíamos con todas especies marinas que teníamos?*  
02:38 al 02:40 - Estudiantes: *las contábamos*  
02:40 al 02:42 - Clara: *Y cuando las contábamos ¿en qué lugar las colocábamos?*  
02:42 al 02:44 - Estudiante: *en su lugar!*  
02:45 al 02:49 - *¿cómo se llamaba ese lugar?*  
02:49 al 02:54 - Felipe: *tabla de conteo (...)*

- Da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro) se encuentra logrado pues en diversas oportunidades se observó que el docente lo gestionaba como muestra en el siguiente extracto de la clase, en donde da tiempo a Darling que explique por qué no está de acuerdo con la respuesta de Dylan.

37:39 al 37:40 - Clara: *el Dylan me dice que el volantín tiene 6 preferencias*  
37:40 al 37:42 - Darling: *no! Tiene 30*  
37:42 al 37:43 - Clara: *¿porque 30 Darling?*  
37:42 al 37:51 - Darling: *porque estamos contando la linitas (...)*



- Da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas se encuentra logrado, pues durante la clase se observa que clara asigna tiempo a sus estudiantes para que expliquen sus ideas matemáticas, como se observa en el siguiente extracto de la clase:

10:58 al 10:59 - Clara: Rafael ¿Por qué dices tú que son 5?  
 10:59 al 11:04 - Rafael: porque hay 5 rectángulos  
 11:08 al 11:09 - Clara: Haber en que te fijaste tú, ven a mostrarme  
 11:09 al 11:12 - Rafael muestra los rectángulos(...)

**Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 13 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 13

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea matemática –Clase 2-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.	X			
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			



Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas se observa durante la clase y se puede evidenciar en el siguiente extracto de la clase, en donde pide a Felipe que explique por qué se debe restar para saber la diferencia entre el de menor y mayor valor.

57:38 al 57:40 - Clara : *¿me puedes pasar a restar tu Felipe?*  
57:42 al 58:15 - Felipe resta  
58:16 al 58:19 - Clara: *Felipe explícale a tus compañeros que hiciste (...)*

- Parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas se logra observar en varias oportunidades durante de la clase y se puede evidenciar en el siguiente extracto de la clase:

*El docente parafrasea la explicación de Samuel:*  
20:47 al 20:50 - Samuel: *entonces si son 5 y 5 son 10*  
20:51 al 20:53 - Clara: *Mira lo que me dijo el Samuel*  
21:01 al 21:03 - Samuel: *5 y 5 son 10*  
21:05 al 21:08 - Clara: *si son 5 y 5 entonces ¿tengo cuantas?*  
21:09 al 21:10 - estudiantes: *No!*  
21:10 al 21:12 - Clara: *¿tendré que dibujar más ?( Con la intención de que los demás estudiantes se dieran cuenta que el conteo era equivalente a la cantidad señalada) (...)*

- Promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones se evidencia en el siguiente extracto de la clase:

49:00 al 49:10 - Clara: *¿qué tendría que hacer para saber la diferencia, sumar o restar?,(con la intención de que los estudiantes expliquen su respuesta a través de una de las operaciones matemáticas)*

- No cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes se logra evidenciar cuando la docente reitera las explicaciones debido a que son



interesantes de ser escuchadas por todos, como se evidencia en el siguiente extracto de la clase:

*28:52 al 29:03 –Clara: la Kim me dijo que conto los cuadraditos ( El docente repite la explicación de Kim, ya que la estudiante tiene un tono de voz muy bajo que no permite ser escuchado por los demás compañeros)*

### **Subcategoría: Organizar la clase:**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 14 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 14

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 2-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente, se puede observar durante la clase que el docente no interrumpe a los estudiantes mientras estos explican a menos que sea para llamar la



atención de los estudiantes y que estos escuchen, como se evidencia en el siguiente extracto de la clase:

20:47 al 20:50 - Samuel: entonces si son 5 y 5 son 10

20:51 al 20:53 - Clara: Mira lo que me dijo el Samuel

21:01 al 21:03 - Samuel: 5 y 5 son 10(...)

- Observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir, se puede observar en la mayoría de la exposición de resultados de las actividades, como se muestra en el siguiente extracto de la clase, en donde el docente observa los procedimientos de benjamín, con respecto a que eran 25 los niños que preferían el trompo como juego popular.

29:05 al 29:07 - Clara: A ver Benjamín, ¿por qué dices tú que no está bien lo de la kim?

29:19 al 29:24 - Benjamín: No hay que contar los cuadrados!

29:24 al 29:27 - Clara: ¿Qué hay que contar benjamín?

29:29 al 30:22 - Benjamín cuenta las líneas

30:23 al 30:24 - Benjamín: 25

- Distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen

### **Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 15 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 15

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 2-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes, esto se observa a lo largo de la clase pues clara permite a los estudiantes que argumenten su respuestas y que sean los mismos compañeros quienes refuten o validen las ideas matemáticas como se observa en el siguiente extracto de la clase:

36:21 al 36:23 - Clara: *¿cuál es el que tiene más preferencias?*  
36:24 al 36:28 - Dylan: *el volantín*  
36:28 al 37:00 - Clara: *¿Por qué el volantín?, ¿Cuántas preferencias tiene el volantín Dylan?*  
37:01 al 37:03 - Dylan: *6 (las cuenta)*  
37:39 al 37:40 - Clara: *el Dylan me dice que el volantín tiene 6 preferencias*  
37:40 al 37:42 - Darling: *no! Tiene 30*  
37:42 al 37:43 - Clara: *¿porque 30 Darling?*  
37:42 al 37:51 - Darling: *porque estamos contando la linitas(...)*



- Gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas, se observa durante ocasiones de la clase que la docente durante la explicación de un estudiante pide a los compañeros que escuchen, como se muestra en el siguiente extracto de la clase:

63:32 al 63:37 - Clara: *Miren lo que me está diciendo el compañero chicos, (para que el resto de los estudiantes preste atención a la explicación de Rafael).*

- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen, durante la clase la docente realiza actividades que permite la participación de todos los estudiantes, como se evidencia al comienzo de la clase en donde realiza preguntas, para promover que la mayoría de los estudiantes expresen sus ideas con respecto al contenido de la tabla de conteo aprendido durante la clase anterior como se muestra en el siguiente extracto de la clase:

01:13 al 01:15 -Clara: *¿ que vimos la clase anterior?*  
01:23 al 01:26 - Christine: *Los peces y los materiales*  
01:27 al 01:27 - Clara: *¿Qué hacíamos con esto? (colección de especies marinas)*  
01:28 al 01:45 - Estudiantes: *contábamos, hacíamos circulitos*  
01:45 al 01:51 - Clara: *¿Eran peces solamente los que vimos?¿que eran?*  
01:54 al 01:56 - Estudiante: *Habían estrellas de mar*  
01:56 al 01:57 - Clara: *¿qué más habían?*  
01:58 al 02:29 -estudiantes: *caracolas – conchas –estrellas de mar – peces- cangrejos*  
02:35 al 02:38 -Clara: *¿Qué hacíamos con todas especies marinas que teníamos?*  
02:38 al 02:40 - Estudiantes: *las contábamos*  
02:40 al 02:42 - Clara; *Y cuando las contábamos ¿en qué lugar las colocábamos?*  
02:42 al 02:44 - Estudiante: *en su lugar!*  
02:45 al 02:49 - *¿cómo se llamaba ese lugar?*  
02:49 al 02:54 - Felipe: *tabla de conteo(...)*



### Subcategoría: Respuestas erróneas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 16 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 16

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 2- Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático	X			
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Presta atención a la mayoría de las respuestas se observa a lo largo de la clase, pues se da el tiempo de escuchar todas las respuestas, sean estas erróneas o incorrectas como se muestra en el siguiente extracto de la clase:

07:40 al 07:45 - Clara: ¿de qué será esta tabla?,  
07:46 al 07:49 - Cristine: es de las fiestas patrias  
07:49 al 07:52 - Clara: ¿Por qué será de las fiestas patrias?  
07:55 al 08:03 - Diego: porque tiene el mismo color



08:04 al 08:10 - Clara: porque será del mismo color será de las fiestas patrias, ¿de qué será esta tabla?  
08:16 al 08:19 - Felipe: es de los juegos tradicionales preferidos porque está escrito en el título.(...)

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares, se observa durante la exposición de respuestas de cada actividad que son los propios estudiantes quienes reconocen el error de sus pares como se muestra en el siguiente extracto de la clase:

28:52 al 28:55 - Clara: la Kimberly me dijo que conto los cuadraditos  
28:57 al 29:04 - Estudiantes: está mal!  
29:05 al 29:07 - Clara: A ver Benjamín, ¿por qué dices tú que no está bien lo de la kim?  
29:19 al 29:24 - Benjamín: No hay que contar los cuadrados!  
29:24 al 29:27 - Clara: ¿Qué hay que contar benjamín?  
29:29 al 30:22 - Benjamín cuenta las líneas

- Emplea el error para construir conocimiento matemático se encuentra presente en una ocasión durante la clase, cuando los estudiantes no lograban asociar la diferencia de un número mayor y otro menor, si no que sumaban por lo que la docente empleo el error para construir conocimiento tal como se muestra en el siguiente extracto de la clase:

57:00 al 57:18 - Clara: ¿Qué tendré que hacer para sacarle 10? ¿si ya sumar no me resulta?, ¿Qué es lo contrario de sumar?, ¿Qué es lo contrario de agregar?  
57:19 al 57:20 - Benjamín: Quitar  
57:20 al 57:27 - Clara: quitar! Y para quitar entonces ¿Qué tengo que hacer? ¿qué es quitar Felipe? Y para quitar ¿qué tengo que hacer?  
57:27 al 57:35 - estudiantes: Restar(...)

- No incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores



### Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 17 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 17

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 2- Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	x			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	x			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos), se encuentra presente durante la clase, pues una vez expuesta una idea matemática la docente le pregunta o indica a los demás estudiantes la idea del estudiantes, para que lean la redacción como se evidencia en el siguiente extracto:



36:21 al 36:23 - Clara: *¿cuál es el que tiene más preferencias?*  
36:24 al 36:28 - Dylan: *el volantín*  
36:28 al 37:00 - Clara: *¿Por qué el volantín?, ¿Cuántas preferencias tiene el volantín Dylan?*  
37:01 al 37:03 - Dylan: *6 (las cuenta)*  
37:39 al 37:40 - Clara: *el Dylan me dice que el volantín tiene 6 preferencias*  
Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)

- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, como se evidencia en el siguiente extracto:

36:21 al 36:23 - Clara: *¿cuál es el que tiene más preferencias?*  
36:24 al 36:28 - Dylan: *el volantín*  
36:28 al 37:00 - Clara: *¿Por qué el volantín?, ¿Cuántas preferencias tiene el volantín Dylan?*  
37:01 al 37:03 - Dylan: *6 (las cuenta)*  
37:39 al 37:40 - Clara: *el Dylan me dice que el volantín tiene 6 preferencias*  
37:40 al 37:42 - Darling: *no! Tiene 30*  
37:42 al 37:43 - Clara: *¿porque 30 Darling?*  
37:42 al 37:51 - Darling: *porque estamos contando la linitas(...)*



### Subcategoría: Formular preguntas adecuadas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 18 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 18

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 2- Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	X			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes	X			
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- Hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, se encuentra presente en varias ocasiones durante la clase pero se evidencia de mejor manera en el siguiente extracto de la clase:

17:20 al 17:25 - Diego: Hay que agregar más rectángulos




17:25 al 17:30 - Clara: Diego ¿Tú dices que hay que hacer más?, ¿entonces aquí faltaría?, ¿sí? (...)

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, lo cual se puede observar en el siguiente extracto de la clase:

*Inicio:*

00:47 al 00:53 - Clara: ¿Qué vimos la clase pasada? Con la intención que los estudiantes recuerden lo visto la clase anterior

*Desarrollo:*

10:27-10:30 - Clara: ¿que significara esto  ?

*Cierre:*

68:57 al 69:01 - Clara: ¿Qué hicimos con la tabla de conteo?

- Plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen se puede observar en varias ocasiones, un ejemplo es la siguiente evidencia.

*Los estudiantes encontraron que para igualar el conteo con la cantidad del primer juego, había que eliminar solo el dos, del número 25 así la cantidad de rectángulos, coincidiría con el número algo que a simple vista funcionaba para los estudiantes, pero que al mirar el siguiente juego, no funcionaría por lo que Clara pregunto:*

13:58 al 14:20 - Clara: ¿Por qué no hay un 2 y hay un 10?

- No hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata, no se observa que haga preguntas que no requieran una respuesta inmediata.
- No valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes, se muestra a lo largo de la clase que la docente no valida de inmediato las respuestas, espera que los estudiantes se encarguen de hacerlo, como se muestra en el siguiente extracto de la clase:



- 07:40 al 07:45 -Clara: ¿de qué será esta tabla?,  
07:46 al 07:49 -Cristine: es de las fiestas patrias  
07:49 al 07:52 - Clara: ¿Por qué será de las fiestas patrias?  
07:55 al 08:03 - Diego: porque tiene el mismo color  
08:04 al 08:10 - Clara: porque será del mismo color será de las fiestas patrias, ¿de qué será esta tabla?  
08:16 al 08:19 - Felipe: es de los juegos tradicionales preferidos porque está escrito en el título.(...)

- Plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.

El docente a partir de la discusión de dos estudiantes que decían que el rectángulo tenía 4 y otros 5 rayitas realiza la siguiente pregunta con el fin de no desviar el foco de la discusión e incluir a los demás estudiantes en la elección

- 19:39 al 19:43 - Clara: El docente pregunta: ¿son 5 ó 4 rayitas?

### **Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 19 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues dos de los indicadores asociados están presentes y logrados mientras que otro se encuentra no observados.



Tabla 19

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático –Clase 2- Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos				X
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Clara:

- No enseña los significados de conceptos matemáticos.
- Enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos, se observa durante toda la clase que el docente trabaja a través de actividades para que los estudiantes interpreten tablas de conteo, lo cual queda evidenciado en el siguiente extracto:

69:00 al 69:18 - Clara: ¿Qué hicimos con la tabla de conteo?, ¿Qué teníamos acá? ¿Qué era la a, que era la b, que era la c que era la d?  
69:18 al 69:19 - Estudiantes: respuestas  
69:20 al 69:32 - Clara: ¿pero antes de las respuestas?, ¿Qué tiene que haber antes de las respuestas?, ¿que eran cada una de estas?(señala las preguntas)  
69:33 al 69:40 - Felipe: preguntas  
69:42 al 70:05 - Clara: ósea respondimos preguntas a partir de la tabla de conteo, ósea interpretamos la tabla respondiendo algunas preguntas.



- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos, se encuentra presente en ocasiones durante la clase, como se muestra la siguiente evidencia:

57:00 al 57:18 -Clara: ¿si ya sumar no me resulta?, ¿Qué es lo contrario de sumar?, ¿Qué es lo contrario de agregar?

57:19 al 57:20 - Benjamín: Quitar

57:20 al 57:27 - Clara: quitar! Y para quitar entonces ¿Qué tengo que hacer? ¿qué es quitar Felipe? Y para quitar ¿qué tengo que hacer?

57:27 al 57:35 - estudiantes: Restar

## **CASO 1: CLARA**

### **Análisis de subcategorías en clase 3**

La clase 3 del caso Clara tiene como objetivo “Representar datos en un pictograma”, lo cual es desarrollado a través de tres actividades, en las cuales dos de ellas los estudiantes debían traspasar información contenida en tablas de conteo a los pictogramas, la tercera actividad consistía en traspasar información contenida en una colección de elementos desorganizados al pictograma.

#### Actividad n° 1

Aquí está el resultado obtenido de la elección del compañero o compañera que estará a cargo de organizar nuestra fiesta:








 <b>Antonia</b>	
 <b>Felipe</b>	
 <b>Pedro</b>	
 <b>Pepa</b>	

Figura 5. Se muestra la tabla de conteo, que los estudiantes debían interpretar.

1) Representa con tus cubos los votos que recibió cada estudiante

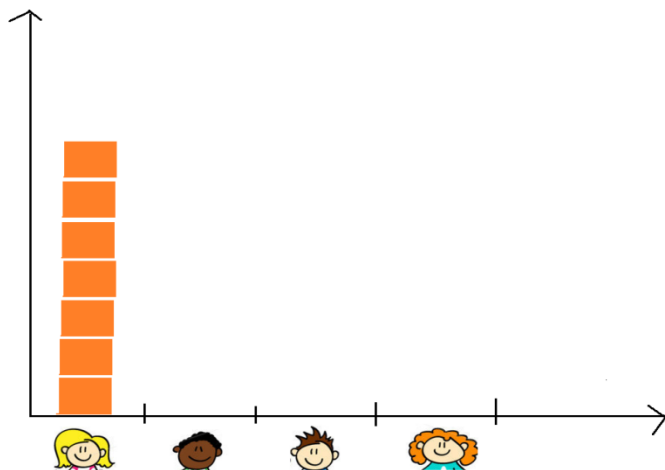


Figura 6. Se muestra el pictograma que los estudiantes debían completar según la tabla de conteo.

Actividad n° 2

1) Representa con tus cubos en el pictograma

Actividades programadas para las fiestas de fin de año					
Días de actividades	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
N° de actividades					 

Figura 7. Se muestra la tabla de conteo, que los estudiantes debían interpretar.

Pictograma

Lunes	
Martes	
Miércoles	
Jueves	
Viernes	

Figura 8. Se muestra el pictograma que los estudiantes debían completar según la tabla de conteo.

### Actividad n° 3

Cuenta los juguetes y represéntalos con un rombo en el pictograma.



Figura 9. Se muestra el pictograma que los estudiantes debían completar según la colección que se muestra.



### Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 20 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 20

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje –Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares	x			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)	X			
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			



Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada, se observa durante el desarrollo de las actividades, como se evidencia en el siguiente extracto:

El docente asigna un tiempo adecuado para realizar la actividad n°1 , mientras se pasea en silencio por la sala.

17:14 al 17:18 - Clara *¿Cuántos son para cada uno?*  
17:19 al 20:40 - Clara *se pasea por la sala, hasta cuando se cerciora que todos los estudiantes han terminado la actividad.*

- Da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares, como se evidencia en el siguiente extracto:

*El docente le da tiempo a Benjamín para que refute a Diego.*

49:26 al 49:30 - Clara: *¿están de acuerdo con su compañero?*  
49:33 al 49:35 - Benjamín: *No! Tía*  
49:35 al 49:39 - Clara: *¿Por qué no benjamín?*  
49:40 al 49:50 - Benjamín: *había que colocar cuadraditos*  
50:05 al 50:08 - Clara: *¿Qué había que colocar según tú?*  
50:09 al 50:11 - Benjamín: *dos cuadrados*  
50:11 al 50:12 - Clara: *¿Por qué dos cuadrados?*  
50:12 al 50:19 - Benjamín: *porque ese eran las actividades de fin de año*  
50:20 al 50:21 - Clara: *a ver como colocarías tú*  
50:2 al 50:33 - Benjamín *realiza su procedimiento*

- Da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes, se observa durante la clase en las diferentes actividades, como se evidencia en el siguiente extracto:



17:16 al 21:40 - Clara se pasea en silencio por la sala y recoge las ideas, procedimientos de los estudiantes de la primera actividad, para posteriormente exponer las diferentes ideas de los estudiantes.

- Asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión. Clara asigna un tiempo adecuado de 3:30 minutos para realizar la actividad n° 3, que requiere de bastante concentración pues requiere de contar elementos de diferentes tipos que se encuentran desordenados para traspasarlos a un pictograma, como se evidencia en el siguiente extracto:

56:50 al 57:33 - Clara: Van a contar cuantas cuerdas hay , cuantos barcos, cuantas pelotas de basquetbol y cuantas pelotitas y van a representar cada elemento , de una forma ... así (dibuja un rombo en la pizarra) con esa figura tienen que hacerlo.

57:40 al 57:44 - Clara: Ya vamos! Contando y haciendo la figura en el pictograma

- Da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso), como se evidencia en el siguiente extracto:

05:03 al 05:05 - Clara: ¿Qué aparece en esta página?

05:05 al 05:25 - Estudiantes: niñas – niña tomando bebida- niña tomando jugos, una bolsa de dulce y leche

05:26 al 05:30 - Clara: ¿Qué hay atrás en la pizarra?

05:34 al 05:39 - Darling: hay unos nombres ordenaditos

05:55 al 06:00 - Benjamín: están los nombres de los niños de los que van a ir a la fiesta y de los que están invitados (...)

- Da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro), se logra observar en varias oportunidades de la clase, como se evidencia en el siguiente extracto,



cuando la docente da tiempo a Darling para que revise el procedimiento de

Dylan:

- |                |   |
|----------------|---|
| 26:35 al 26:40 | - Clara: <i>el compañero dijo que acá eran 5 ¿estará correcto?</i>                |
| 26:40 al 26:44 | - Estudiantes: <i>no!</i>   |
| 26:51 al 27:27 | - Darling: <i>No porque después de Antonia viene Pedro, porque aquí es Felipe</i> |
| 27:27 al 27:29 | - Clara <i>¿y Dylan que habrá hecho?</i>  |
| 27:40 al 27:50 | - Darling: <i>se equivocó porque estaban al revés</i>                             |

- Da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas, se observa durante el desarrollo de la clase, como se evidencia en el siguiente

extracto:

- |                |   |
|----------------|---|
| 49:26 al 49:30 | - Clara: <i>¿están de acuerdo con su compañero?</i> |
| 49:33 al 49:35 | - Benjamín: <i>No! Tía</i>                          |
| 49:35 al 49:39 | - Clara: <i>¿Por qué no benjamín?</i>               |
| 49:40 al 49:50 | - Benjamín: <i>había que colocar cuadraditos</i>    |

### **Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 21 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues 3 de los indicadores asociados están presentes y logrados y solo uno no se observa.



Tabla 21

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea matemática –Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.				X
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas, se observa en reiteradas ocasiones en las cuales las docentes a través de preguntas incita a los estudiantes a que expliquen y expongan sus ideas, como se evidencia en el siguiente extracto:

36:14-36:16 –Clara: *¿Dylan tu porque dices que está mal? (refiriéndose a la tabla de conteo)*

- Parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas, como se evidencia en el siguiente extracto:

36:14 al 36:16 - Clara: *¿qué hacemos con esta información que tenemos acá?*  
36:17 al 36:19 - Darling: *la copiamos acá (refiriéndose al pictograma)*  
36:22 al 36:24 - Clara: *lo traspasamos acá (refiriéndose al pictograma)*



- No promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones, no se observa durante el desarrollo de la clase.
- No cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes, como se evidencia en el siguiente extracto, como se evidencia en el siguiente extracto:

16:40 al 16:43 - Clara: *¿Cuántos cubitos pusieron?*  
16:43 al 16:46 - Estudiantes: *7*  
16:46 al 16:49 - Clara: *¿Por qué 7?*  
16:53 al 16:58 - Benjamín: *Porque esos eran sus puntos*  
16:58 al 17:00 - Clara: *porque eran sus puntos (reitera con la intención de afirmar el argumento de Benjamín)*

### **Subcategoría: Organizar la clase**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 22 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 22

Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 3-Clara.

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente, se observa durante la clase que la docente solo interrumpe con la intención de que la idea evolucione, como se evidencia en el siguiente extracto:

49:33 al 49:35 - Benjamín: No! Tía  
49:35 al 49:39 - Clara: ¿Por qué no benjamín?  
49:40 al 49:50 - Benjamín: había que colocar cuadraditos  
50:0 al 50:08 - Clara: ¿Qué había que colocar según tú?  
50:09 al 50:11 - Benjamín: dos cuadrados  
50:11 al 50:12 - Clara:¿Por qué dos cuadrados?  
50:12 al 50:19 - Benjamín: porque ese eran las actividades de fin de año  
50:20 al 50:21 - Clara: a ver como colocarías tú

- Observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir, se logra observar durante la mayo parte de la clase cuando un estudiante realiza su procedimiento, como se muestra en el siguiente extracto:

50:20 al 50:21 - Clara: a ver como colocarías tú  
50:22 al 50:34 - Benjamín realiza su procedimiento



- Distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen, se logra desarrollar durante toda la clase, como se muestra en el siguiente extracto:

**Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 23 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 23

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes, se observa durante el desarrollo de las actividades, que participan la mayoría de los estudiantes , como se muestra en el siguiente extracto:



- 13:05 al 13:08 - Clara: *¿Cuántas líneas tiene la primera niña?*  
13:09 al 13:12 - Cristobal: 5  
13:13 al 13:15 - Clara: *¿Cuántos tiene la primera niña Antonia?*  
13:15 al 13:18 - Diego: 7  
13:19 al 13:21 - *¿Cuántos tiene Felipe?*  
13:21 al 13:24 - Cristine y Benjamín (coro): 5 (...)

- Gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas, se observa durante la clase que la docente llama la atención de los estudiantes para que logren escuchar las ideas, como se evidencia a continuación:

25:30 al 25:33 - Clara: *¡Atención al Dylan!*

- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen, como se evidencia en el siguiente extracto:

60:52 al 60:53 - Clara: *¿están de acuerdo que son 4?*  
60:53 al 60:55 - Estudiantes: *No!*  
60:55 al 60:56 - Clara: *¿Cuántas me dicen?*  
60:56 al 60:57 - Estudiantes: *5!*  
60:57 al 61:08 - Clara: *¿5 ó 4?, ¿Héctor tú dices que son 4?*  
61:08 al 61:10 - Héctor: *No, no, no (...)*

### **Subcategoría: Respuestas erróneas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 24 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, 3 de los indicadores asociados están presentes y logrados mientras que solo uno no logra ser observado.



Tabla 24

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático	X			
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Presta atención a la mayoría de las respuestas, se observa durante toda la clase que la docente presta atención a toda las ideas matemáticas como se evidencia en el siguiente extracto:

09:55 a 10:00 - Clara: ¿quién me cuenta que hicieron los niños?  
10:00 a 10:12 - Darling: Aquí están los nombres y los niños tenían que colocar una rayita a quien apoyaban más.

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares, durante la clase se observa que son los estudiantes quienes reconocen los errores, como se evidencia en el siguiente extracto:

25:30 al 25:33 - Clara: ¡Atención al Dylan!  
25:34 al 25:37 - Cristóbal: no son 5!  
25:37al 25:39 - Clara: Dylan dibujo 5



25:39 al 25:41 - *Cristóbal: no son*  
25:42 al 25:45 - *Clara: ¿Cristóbal, porque no son 5 según tú?*  
25:46 al 25:50 - *Cristóbal: porque tiene que tener más cubitos*

- Emplea el error para construir conocimiento matemático, se observa durante la clase que la docente emplea el error para construir conocimiento , como se evidencia en el siguiente extracto:

27:58 al 28:06 - *Clara: Dylan tu colocaste los 5 que correspondían a Felipe pero ahí está Pedro.*

- No incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, no se observa durante el desarrollo de la clase.

#### **Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 25 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 25

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos), se observa durante varios episodios de la clase en donde la docente pide a los estudiantes que lean los procedimientos o ideas de los compañeros, como se evidencia en el siguiente extracto:

21:41 a 23:15 - *Javiera pasa a realizar su procedimiento*  
23:15 a 23:18 - *¿Cuántos dibujo la Javiera?*

- Permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos), se observa durante varios episodios de la clase en donde la docente pide a los estudiantes que evalúen los procedimientos u ideas de los compañeros , como se muestra en la siguiente evidencia:

34:50 al 35:00 - *Clara: ¿están de acuerdo que son 6?*  
35:00 al 35:01 - *estudiantes: si*



**Subcategoría: Formular preguntas adecuadas.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 26 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, 4 de los indicadores asociados están presentes y logrados mientras que solo uno no logra ser observado y otro de ellos solo es gestionado medianamente durante la clase.

Tabla 26

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	X			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes		X		
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, como se evidencia en el siguiente extracto:

11:56 al 12:00 - Clara: ¿esto será un pictograma?(,con la intención de que reconozcan la tabla de conteo)



- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, como se evidencia en el siguiente extracto:

*Inicio:*

06:50 al 06:54 - Clara: *¿Qué aparece acá? (señalando la tabla con la intención que los estudiantes observen la tabla de conteo y describan su contenido).*

*Desarrollo:*

13:19 a 13:21 - Clara: *¿Cuántas líneas tiene Felipe? (con la intención que los estudiantes extraigan información de la tabla de conteo).*

*Cierre:*

65:22 al 65:24 - Clara: *¿Cuántos juguetes hay en total? (con la intención de cerciorarse que todos ya han contado y saben cuántos son en total)*

- Plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen. (Utilidad y Conocimientos), se desarrolla a lo largo de la clase a partir de preguntas que surgen con la finalidad de avanzar en la ideas de los estudiantes como se evidencia en el siguiente extracto:

51:51 al 51:54 - Clara: *¿ En el pictograma hay que hacer números?*

51:56 al 51:58 - Benjamín: *no hay que colocar cuadraditos*

51:58 al 52:01 - Clara: *¿solamente se pueden colocar cuadraditos?*

- No hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.
- No valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes, se encuentra presente durante la mayoría de la clase en donde la docente no valida de



forma inmediata a los estudiantes sino que espera que otros lo hagan, como se evidencia en el siguiente extracto:

- 25:42 al 25:45 - Clara: *¿Cristóbal, porque no son 5 según tú?*  
25:46 al 25:50 - Cristóbal: *porque tiene que tener más cubitos*

Sin embargo en algunas ocasiones cuando los estudiantes dan de forma inmediata la respuesta correcta, la valido de inmediato pasando a la siguiente pregunta, como se muestra en el siguiente extracto:

- 62:38 al 62:41 - Clara: *¿Cuántas pelotitas chicas hay?*  
62:47 al 62:52 - estudiantes: *9*  
63:00 al 63:03 - Clara: *¿de qué juguete hay menos?*

- El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión, se observa a lo largo de la clase a través de diferentes preguntas que logran mantener el foco de la discusión en los estudiantes, como se evidencia en el siguiente extracto:

- 52:40 al 53:08 :- *David pasa hacer su procedimiento*  
53:09 al 53:12 - Clara: *¿estarán de acuerdo con lo que hizo David ?*  
53:15 al 53:30 - Estudiantes: *sí, si está bien (con la intención de que los estudiantes vuelvan al foco de la discusión)*



### Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 27 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 27

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático –Clase 3-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Clara:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos, se observa durante partes del desarrollo de la clase que la docente explica los significados de tabla de conteo al igual que de pictograma como se evidencia en el siguiente extracto:

36:26 al 36:48 - Clara: *El pictograma es grafico pero que tiene figuras*

- Enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos, se observa en varias oportunidades que la docente explica conceptos matemáticos, como se evidencia en el siguiente extracto



35:56-36:06 Clara: *Esta es la tabla de conteo que acá vamos contando podemos hacer circulitos ir haciendo rayitas.*

- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos, se observa en ocasiones durante la clase y se puede evidenciar en el siguiente extracto:

51:42 al 51:43 - Clara: *¿Cómo se llama esto que estamos haciendo? (señalando el pictograma para que los estudiantes se apropien tanto del nombre como de su función)*



## **CASO 1: CLARA**

### **Análisis de subcategorías en clase 4**

En el curso de 1º básico se está estudiando leer e interpretar datos desde tablas y pictogramas, el objetivo de la clase es recolectar información y representarla en un pictograma, para esto Clara presenta dos actividades que aparecen en libro:

1. Extraer información que está contenida en la tabla 1. para luego completar la tabla 2 donde deben representar con “rayas” la cantidad de cumpleaños que hay por mes:

<u>Mes</u>	<u>Cumpleaños</u>
Enero	Antonia
Febrero	José
Marzo	Felipe – Pedro
Abril	María
Mayo	Juan
Junio	
Julio	Pepa – Manuel
Agosto	Vicente – Ana
Septiembre	
Octubre	Iván
Noviembre	Lili – Lucho. Bárbara
Diciembre	Caro

*Figura 10.* Se muestran los datos que los estudiantes deberán interpretar.

E	F	M	A	M	JN	JL	A	S	O	N	D
I											

*Figura 11.* Se muestra el pictograma que los estudiantes debían completar según los datos.



2. Construir un pictograma representando cada cumpleaños con una vela.

**Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 28 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 28

*Indicadores asociados a la estrategia “El tiempo es un factor importante en el aprendizaje” –Clase 4-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares.	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)				X
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			



Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Da un tiempo adecuado para que se realicen las dos actividades, recoger las ideas y producciones de los estudiantes. En ambas actividades de aprendizaje el docente da el tiempo adecuado para que sus estudiantes reflexionen y ejecuten las actividades. Lo anterior se evidencia en que desde que los estudiantes recibieron la actividad hasta que se estableció la socialización de las respuestas, transcurrieron dos minutos para la primera actividad en donde los estudiantes debían completar una tabla según la cantidad de niños que estaban de cumpleaños en cada mes. Para la actividad dos en donde utilizando la misma información anterior los estudiantes deben construir un pictograma con la figura de una vela que representa un cumpleaños, por lo que dio cuatro minutos y quince segundos, mientras ella circulaba por la sala de clase observando los procedimientos de los cuadernos.
- Da un tiempo para que los estudiantes expliquen sus ideas matemáticas, refuten, argumenten, evalúen y concluyan respecto a sus propias ideas o las de sus pares. Lo anterior se evidencia desde el minuto 21:56 al 36:10, en donde pasan 8 estudiantes a la pizarra a explicar su desarrollo en la actividad 1 y desde el minuto 51:46 al 63:37 pasan 4 estudiantes a explicar su desarrollo a la pizarra para la actividad 2, luego de que exponen su



procedimientos Clara pregunta ¿están de acuerdo con su compañero? con el objetivo de que los demás estudiantes evalúen la respuesta de su compañera y puedan retroalimentar la explicación.

- Da un tiempo para que cada estudiante pase a la pizarra, Clara gestiona que los estudiantes opinen o pregunten respecto al procedimiento de sus pares, lo que genera que los estudiantes se sientan con el derecho a pasar a la pizarra sin necesidad de que se les solicite, tal como ocurre en el minuto 31:38, en donde pasa Benjamín a explicar el error de Héctor, quien explica que en Junio no hay personas de cumpleaños por lo que no se debe dibujar rayas.

**Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 29 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave *“2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.”* no está presente.



Tabla 29

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea matemática –Clase 4-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.				X
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas sin cambiarle el sentido a sus explicaciones. A lo largo de la clase se puede observar que Clara siempre pregunta a sus estudiantes el porqué de sus respuestas, lo que genera que ellos expliquen sus ideas matemáticas al curso.
- Parafrasea las explicaciones de los estudiantes para luego compararla y complementarlas, específicamente en situaciones donde no se escucha muy bien las ideas matemáticas de los estudiantes o no son explicadas muy claramente. Lo anterior se evidencia en el minuto 52:46 al 55:10 en donde Clara parafrasea la idea de Felipe sin cambiarle el sentido a esta, Felipe



dice “El Samuel dibujo las dos velas acá, no tenía que dibujarlas juntas ( señalando en la tabla de la pizarra que estaban una al lado de la otra) , sino que las dos velas debían ir acá (señalando en la tabla de la pizarra que una vela debe ir sobre la otra)”. El docente reafirma la idea de Felipe enfatizando que en el pictograma los elementos (velas) se dibujan hacia arriba y no hacia el lado.

### **Subcategoría: Organizar la clase**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 30 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 30

*Indicadores asociados a la estrategia “Organizar la clase” –Clase 4-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
<b>Estrategia 3:</b> Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.	X			



Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Observa y escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir. Clara gestiona que los estudiantes expongan sus ideas matemáticas escuchándolos sin interrumpirlos innecesariamente, estando muy atenta, pues en cualquier momento debe ayudar a los estudiantes a expresar sus ideas pues son estudiantes de primero básico y su vocabulario es muy acotado, pero no por eso, los estudiantes pierden el protagonismo en el momento de dar sus explicaciones, Clara genera que sus estudiantes se escuchen al momento de dar sus explicaciones, siendo ella un apoyo para que los estudiantes sientan la confianza de expresar sus ideas sin interrumpirlos.
- Organiza la clase para que todos los estudiantes se puedan oír y escuchar mientras explican sus ideas matemáticas. La distribución de la sala en forma de U, permite que Clara observe los procedimientos que los estudiantes realizan en sus cuadernos, además la distribución de la sala permite que la mayoría de los estudiantes presten atención a los procedimientos que se están exponiendo en la pizarra, además ella tiene el control de los estudiantes que se distraen fácilmente pues no tiene estudiantes sentados uno delante de otros, el docente los mira a todos directamente.



### Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 31 evidencia que no es utilizada por la profesora Clara, que no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador “El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen” no está presente.

Tabla 31

Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso–Clase 4-Clara.

Indicadores		Categorías			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.4.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.				X

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que la mayoría de los estudiantes participen, ya sea exponiendo sus ideas en sus puestos o pasando a la pizarra, ambas actividades permiten la participación de la mayoría de los estudiantes, lo que resulta llamativo para ellos, pues en el video se observan motivados en pasar a la pizarra a escribir su procedimiento. La mayoría de los estudiantes pasa a la pizarra a completar la tabla 2 (Cantidad de cumpleaños por mes) y participa en la construcción del pictograma (actividad 2), estos se escuchan mientras



comunican sus ideas, respondiendo si están de acuerdo o no con la respuesta con monosílabos pero el docente no utiliza frases para captar la atención de los estudiantes de modo que observen los resultados, sino que, su ansiedad por pasar a la pizarra es mayor y se evidencia en que los estudiantes levantan la mano en señal de querer pasar a la pizarra antes de que su compañero termine de escribir la respuesta.

- En esta Clase Clara no fomenta un debate donde promueva que la mayoría participen, lo que no nos permite concluir que el docente domina o no la estrategia que hace referencia a incluir a la mayoría en el discurso, existe la posibilidad que el docente maneje ésta estrategia pero para ésta clase no fue necesaria utilizarla pues la actividad requería de respuestas cortas y precisas pero también puede suceder que el docente no practique esta estrategia pues al ser un curso pequeño (15 estudiantes), ella puede pasearse puesto por puesto verificando las respuestas y preguntando a los estudiantes de manera personalizada sus ideas o dudas que tengan.

### **Subcategoría: Respuestas erróneas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 32 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador “*El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores*” no está presente.



Tabla 32

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 4-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático	X			
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares y prestando bastante atención a las mayorías de las respuestas. La distribución de la sala permite a el docente tener una panorámica de las diversas respuestas que los estudiantes dan, permitiendo afrontar los errores desde el momento en que ella los detecta y a través de preguntas como ¿Estamos bien?, ¿Qué pasó?, ¿Están de acuerdo con la respuesta? Genera que los estudiantes se percaten de los errores y sean capaces de corregirlos, para luego ella complementarlos con una explicación más profunda.



- Clara utiliza el error para construir conocimiento matemático, incita a sus estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, cuando se presentan respuestas erróneas. Evidencia de esto sucede en el minuto 30:12 , en donde el estudiante Héctor comete un error que le permite a clase explicar la forma en que se deben completar una tabla cuando el dato es cero.

### Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 33 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 33

*Indicadores asociados a la estrategia “Evaluar la redacción matemática de otro” –Clase 4-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Clara permite que los estudiantes



lean y evalúen sus procedimientos y los de sus pares, en donde el docente constantemente realiza preguntas con el objetivo de que los estudiantes evalúen la producción de su compañero al momento de pasar a la pizarra pues la distribución de la sala permite que todos los estudiantes observen la pizarra. Esto se evidencia desde el minuto 21:56 al 63:37, donde Clara pregunta “¿Están de acuerdo?” con el objetivo de que los estudiantes lean la redacción de sus pares.

- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto se evidencia en el minuto 30:12 al 36:34 en donde el docente utiliza la pregunta “¿Estamos bien?” para evidenciar el error de Héctor quien realiza una raya (lo que representa un cumpleaños) en el mes de Junio. Benjamín pasa a la pizarra a enmendar el error de su compañero pues según la información de la actividad en junio no hay personas de cumpleaños, por ende, no se debe realizar una raya en aquel mes. También se evidencia en el minuto 52:58 en donde Clara utiliza la pregunta “¿Qué paso a Samuel?” para evidenciar el error del alumno quien puso una vela al lado de la otra para representar dos cumpleaños en el pictograma. Felipe pasa a la pizarra a enmendar el error de su compañero, dibujando una vela sobre otra para representar dos cumpleaños. Y en el minuto 61:37, Clara utiliza la pregunta “¿Están de acuerdo con Darling?” para evidenciar el error, Darling en junio y julio realiza



una raya en ambos meses en el pictograma, luego Rafael pasa a la pizarra a explicar y enmendar de su compañera.

### Subcategoría: Formular preguntas adecuadas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 34 evidencia que no es utilizada por la profesora Clara, pues no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que los indicadores “*El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen. (Utilidad y Conocimientos)*” “*El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes*” no está presente

Tabla 34  
*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 4- Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	X			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes			X	
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			



Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, tal como se evidencia en el siguiente extracto:

35:10 – 35:45 “¿Hay algo en Septiembre?” con el objetivo de que Darling justifique su respuesta de que en Septiembre no hay nadie de cumpleaños.

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, con la finalidad de que las ideas evolucionen. Las preguntas son: ¿están de acuerdo? en relación al procedimiento que ha sido expuesto en la pizarra por algún estudiante. Además, el docente por medio de diferentes preguntas tales como ¿Qué está mostrando la niña (quién presenta la tabla de los cumpleaños)?, ¿Qué nos muestra la tabla?, ¿Qué información nos entrega la tabla?, ¿Qué datos tiene la tabla?, en función de desglosar la información de la tabla 1, lo que permite que todos los estudiantes comprendan lo que deben hacer en la actividad, si bien utiliza más preguntas cerradas que reflexivas, lo que genera que Clara espere respuestas únicas por lo que resulta fácil evidenciar un error, pues los estudiantes de primero básico responden a voz unánime lo que resulta fácil al oído del docente detectar respuesta erróneas que puedan surgir en la clase.



- Plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen, con la intención de que las ideas matemáticas de los estudiantes evolucionen y sean capaces de explicar, las expresiones matemáticas y las ideas de sus pares, como se evidencia en el siguiente extracto:

27:23 – 27:55 Clara: “¿Quién me puede decir por qué Felipe puso dos? Con el objetivo de comprobar si fue entendida la explicación de Felipe.

- Clara valida inmediatamente las respuestas, tal como se evidencia en el siguiente extracto:

*La docente invalida la respuesta de Darling.*

05: 45 al 05: 47 - Docente: “¿Qué pregunta está haciendo la niña?” (Refiriéndose a la información entregada por el libro en la actividad1.)

05:49 al 05: 52 - Darling: “¿Quién ganó?”

05:54 al 05: 57 - Docente: “No nos está diciendo eso”

Otra situación en donde Clara valida inmediatamente las respuesta de los estudiantes es un dialogo que sostiene con Kim en el minuto 29:18. Clara valida inmediatamente el procedimiento de Kim diciendo “Bien Kim” antes de preguntar al curso si están de acuerdo con el procedimiento de Kim, tal como lo había hecho con todos los alumnos que habían pasado a la pizarra.

- No desvía el foco de la discusión, a lo largo de la clase realiza diversas preguntas el preguntas que promuevan que las ideas evolucionen, tales como: ¿Qué hicimos arriba? (refiriéndose a tabla recién construida), ¿Qué tenemos acá? (indicando las partes de la tabla de datos), ¿Es o no una tabla de conteo?



### Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 35 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 35

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático–Clase 4-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Clara:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos, en ésta clase Clara enseña el concepto de pictograma enseñando a construir uno en la segunda actividad. Un alumno comenta un error en la construcción del pictograma y a partir de eso el docente refuerza la explicación de cómo se debe construir un pictograma y los pasos que se deben seguir, desde recolectar la información y luego traspasarla al gráfico, además de mostrar la diferentes



información que se pueden extraer desde una tabla de datos y el pictograma.

- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos, tal como se evidencia desde el minuto 38:44 al 45:30, donde Clara comienza a introducir el concepto de pictograma a partir de la relación que existe entre la tabla de datos y la tabla de conteo, pues a partir de ésta última el docente explica cómo se construye el pictograma.

### **CASO 1: CLARA**

#### **Análisis de subcategorías en clase 5**

La siguiente clase del 1° básico tiene por objetivo “interpretar pictogramas”, para esto Clara trabaja con el libro de texto en tres actividades:

1. Los estudiantes deben observar su estuche y completar una tabla de acuerdo a la cantidad de gomas, lápices de mina y de colores que tienen, para luego pintar los círculos correspondientes en el pictograma.



2. La segunda actividad deben observar una imagen donde hay pelotas de fútbol, balón cesto y pin pon, y deben completar con cuadrados el pictograma.
  
3. Y la tercera actividad lo estudiantes deben observar una imagen que tiene colaciones (cajas de jugos, sándwich, manzanas, barras de cereal y botellas de agua) para luego completar una tabla.

**Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 36 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 36

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje. –Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares.	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)	X			
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			

Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Da un tiempo adecuado para que se realicen las dos actividades, recoger las ideas y producciones de los estudiantes. Esto se evidencia dando doce minutos para trabajar la segunda actividad y cinco minutos para la segunda actividad. Además, después de dar las instrucciones de cada actividad, se pasea por los puestos observando los cuadernos de los estudiantes.



- Da un tiempo para que los estudiantes expliquen sus ideas matemáticas, refuten, argumenten, evalúen y concluyan respecto a sus propias ideas o las de sus pares. Esto se evidencia cuando a partir de la respuesta de Darling quien dijo que eran 11 pelotitas en total (respuesta errónea), los estudiantes comienzan a decir “está mal son 13”, algunos dicen que está bien. El docente dice “haber levanten la mano los que están de acuerdo que son 11 pelotitas”. El docente les da tiempo a los estudiantes para que refuten la respuesta de Darling y que además Rafael le explique porque son 13 pelotitas y no 11.
- Da un tiempo para que se generen discusiones grupales, en donde les da el tiempo para que puedan revisar las producciones matemáticas de sus pares. Esto se evidencia dando tiempo para que se genere un discusión grupal, entorno a la respuesta de cuántas pelotitas hay en total. El curso estaba dividido entre 11 y 13 pelotitas. Además, se evidencia entre los minutos 55:12 al 55:23, después que Cristóbal pasa a completar cuantos sándwich hay, la docente pregunta ¿están de acuerdo que es 8? ¿Quién tiene menos? ¿Cristín cuantos pusiste tú? La Cristín puso 7 ¿están de acuerdo? ¿Por qué no? Levanten la mano el que vota por ocho ¿están todos de acuerdo que son 8 entonces? Si responde el curso.



### Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 37 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave *“El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.”* no está presente.

Tabla 37

Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea  
–Clase 5-Clara.

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.				X
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas sin cambiarle el sentido a sus explicaciones. Esto se evidencia en el minuto 04:54 a 04:58, en donde Darling, se encuentra en la pizarra anotando su procedimiento, y se presenta con un problema, ya que no le alcanzan las



pelotitas para pintar (hay solo 12 pelotitas para pintar y ella tiene 36 lápices).

La docente le pregunta ¿cuantos lápices de colores tienes? Darlin responde “36, pero no me va a alcanzar porque aquí hay 12”. ¿Cuál sería la solución para que te alcanzara? La docente escucha a Darling cuando explica que pintaría todos los círculos y sin cambia el sentido a esa explicación. La docente después de escucharla hace más preguntas para que Darling encuentre la solución correcta.

- Parafrasea las explicaciones de los estudiantes para luego compararlas y complementarlas, específicamente en situaciones donde no se escucha muy bien las ideas matemáticas de los estudiantes o no son explicadas muy claramente. Esto se evidencia cuando Clara le pregunta a un estudiante porque su pictograma no será igual que el de la Darling. El estudiante responde “no será igual porque no tenemos los mismos lápices”. El docente parafrasea diciendo “no tendremos el mismo pictograma porque cada estuche es distinto”.
- No promueve el uso de conocimiento matemático, cuando los estudiantes exponen sus ideas matemáticas.



### Subcategoría: Organizar la clase

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 38 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 38

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.			X	

Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Observa las ideas de sus estudiantes sin interrumpir. Esto se evidencia en el minuto 30:40 al 31:35, donde Clara observa a Samuel mientras completa la tabla con la cantidad de pelotas de futbol, pelotas de pin pon y pelotas de baloncesto en el pizarrón. Además, observa a Cristóbal cuando pasa a la pizarra a completar la tabla, colocando cuantos sándwich hay.
- Escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir. Para este indicador entre los minutos 04:54 al 04:58 la docente, escucha a Yiarela mientras



explica por qué todos tendrán tablas distintas. Asimismo, escucha a Rafael mientras explica por qué la cantidad de pelotitas es 13 y no 11.

### **Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 39 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 39

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.	X			

Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que la mayoría de los estudiantes participen, ya sea exponiendo sus ideas en sus puestos o pasando a la pizarra. Esto se evidencia ya que de un total de 15 estudiantes participan los siguientes estudiantes: Yiarela, Darling, Cristín, Rafael, Benjamín, Samuel, Dylan, Cristóbal, Diego.



- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría de los estudiantes participen gestionando que se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 41:05 al 41:14 cuando Cristín pasa a la pizarra a responder cuantas pelotitas hay en total en la tabla, la docente le dice al curso “levanten la mano el que está de acuerdo con Cristín que hay 11 pelotitas” los estudiantes responden no son 13. La docente pregunta ¿Cristóbal estás de acuerdo? ¿Felipe estás de acuerdo? Asimismo entre los minutos 41:21 al 41:23 Felipe respondía a la pregunta de la docente ¿quién está de acuerdo que son 11 pelotitas? Felipe responde no son 13. Es en este momento cuando la docente le dice a David “David el Felipe estaba diciendo algo”, para que escuchara lo que estaba diciendo Felipe.

#### **Subcategoría: Respuestas erróneas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 40 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave *“El docente emplea el error para construir conocimiento matemático”* no está presente.



Tabla 40

*Indicadores asociados a la estrategia “Respuestas erróneas” –Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n° 5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.		X		
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático				X
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares y prestando bastante atención a las mayorías de las respuestas. Esto se evidencia en la respuesta de Darling cuando coloca la cantidad total de pelotitas (que según Darling son 11) y luego la docente pregunta ¿levante la mano lo que están de acuerdo que son 11 pelotitas? Los alumnos responde no son 13. Luego Rafael le explica a Darling porque son 13. Además, entre los minutos 13:50 al 14:01, Benjamín completa el pictograma, pintando la cantidad de círculos asociada a la cantidad de gomas (sólo tiene una goma) Benjamín pinta tres, y se da cuenta que se ha equivocado y lo borra. La docente pregunta ¿Por qué no 3? Una estudiante



responde porque era una goma y la docente pregunta ¿y cuántas pelotitas pinto? Tres responden los estudiantes.

- No utiliza el error para construir conocimiento matemático y tampoco incita a sus estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, cuando se presentan respuestas erróneas. Esto se evidencia entre los minutos 55:12 al 55:22 Cuando Cristóbal responde que eran 8 sándwich, la docente le pregunta a Cristín ¿cuántos pusiste tú? Ella dice que siete. A partir de esto la docente utiliza está respuesta para preguntarle al curso si están de acuerdo si es 8 o 7 sándwich. Los estudiantes explican por qué son 8 sándwich pero la docente no utiliza el error de Darling para construir conocimiento matemático o para descubrir porqué se equivocó, sino más bien continua con su clase.

#### **Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 41 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 41

*Indicadores asociados a la estrategia “Evaluar la redacción matemática de otro”  
–Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 15:12 al 15:15

Cuándo benjamín completa la tabla y el pictograma, la docente pregunta ¿Está bien lo que hizo el Benja? Además en los minutos 32:44 al 32:46 después que Samuel completa la tabla con la cantidad de pelotas de pin pon, futbol y baloncesto la docente pregunta ¿están de acuerdo con su compañero?



- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto de evidencia entre los minutos 53:30 al 53:33.

Después que Yiarela completa la tabla al colocar cuántas cajas de leche hay, la docente pregunta al curso ¿Están de acuerdo que hay 2?

### Subcategoría: Formular preguntas adecuadas.

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 42 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 42

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes				X
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes	X			
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			



Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, con la finalidad de que las ideas evolucionen. Dentro de las preguntas que hace Clara para que las ideas evolucionen son las siguientes: ¿El pictograma de la Darling será el mismo que el Benjamín? ¿Cuántas pelotitas hay en total?, para saber cuántas pelotitas hay en total ¿Qué hay que hacer? ¿A través del pictograma que podemos responder?
- No valida inmediatamente las respuestas, evidenciándose esto entre los minutos 15:11 al 15:21, la docente no valida inmediatamente el procedimiento de Benjamín en la tabla al colocar la cantidad de útiles que tenía en su estuche. Cuando pasa a hacer el pictograma la docente dice “¿Estará bien lo que hizo el Benjamín?” “¿le alcanzaron las pelotitas?” los estudiantes responden “si está bien”. La docente dice “¿está bien cierto?”. Además, entre los minutos 49:54 al 39:56 la docente no valida la respuesta de Yarela al responder cuántas pelotitas chiquititas hay sino más bien pregunta “Están de acuerdo”.
- No desvía el foco de la discusión, esto se evidencia entre los minutos 06:35 al 07:47 la docente señala la pizarra y pregunta ¿Qué tengo aquí Diego? Los alumnos responden pelotitas. Luego pregunta, esto que tengo acá que



dice útiles, cantidad ¿qué esto?, lo alumnos responde una tabla. Luego esta información ¿adónde la voy a pasar? ¿Cómo se llama esto? Los alumnos responden pictograma. Entre los minutos 40:22 al 40:33 la docente pregunta ¿Cuántas pelotitas hay en total?, para saber cuántas pelotitas hay en total ¿Qué hay que hacer?

### **Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 43 evidencia que es utilizada por la profesora Clara, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave “*El docente enseña los significados de conceptos matemáticos*” no está presente.

Tabla 43

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático –Clase 5-Clara.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos				X
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			



Al observar la clase 5 se evidencia que la profesora Clara:

- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos. Esto se evidencia entre los minutos 13:37 al 13:40, donde Benjamín pasa a la pizarra a completar la tabla. Luego se prepara para completar el pictograma y la docente le pregunta “¿Cómo se llama eso?”. Benjamín responde pictograma. Asimismo entre los minutos 06:35 al 07:47 la docente señala la pizarra y pregunta ¿Qué tengo aquí Diego? Los alumnos responden pelotitas. Luego pregunta, esto que tengo acá que dice útiles, cantidad ¿Qué esto?, lo alumnos responde una tabla. Luego esta información ¿Adónde la voy a pasar? ¿Cómo se llama esto? Los alumnos responden pictograma.
- No enseña los significados de conceptos matemáticos. Se observa en la clase que la docente no enseña nuevos conceptos, sino más bien refuerza el contenido de tablas y gráficos a través de problemas.



## **RESUMEN CASO CLARA**

En resumen respecto al caso Clara se puede establecer que de las ocho estrategias de comunicación matemática analizadas en cinco clases observadas, cuatro estrategias son desarrolladas en su quehacer pedagógico, lo que se evidencia además en la entrevista que se le realizó (ver anexo I).

Tabla 44

*Resumen de estrategias comunicativas –Caso 1-Clara.*

<b>ESTRATEGIAS DE COMUNICACIÓN MATEMATICA</b>	<b>CLASE N°1</b>	<b>CLASE N°2</b>	<b>CLASE N°3</b>	<b>CLASE N°4</b>	<b>CLASE N°5</b>	<b>Nivel de logro</b>
1. El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	L	ML	L	L	L	<b>L</b>
2. Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	ML	L	ML	L	ML	<b>ML</b>
3. Organizar la clase	L	L	L	L	L	<b>L</b>
4. Incluir a la mayoría en el discurso	L	L	L	ML	L	<b>L</b>
5. Respuestas erróneas	ML	L	L	L	ML	<b>ML</b>
6. Evaluar la redacción matemática del otro	L	L	L	L	L	<b>L</b>
7. Formular preguntas adecuadas	L	L	ML	ML	L	<b>ML</b>
8. Crear un contexto de lenguaje matemático	ML	ML	L	L	ML	<b>ML</b>

El análisis de los datos de la investigación, respecto a la gestión de la comunicación matemática en el caso Clara, sugiere que la estrategia que hace alusión a que el tiempo es un factor importante en el aprendizaje es dominada por el docente pues se evidenció durante las cinco clases filmadas que establece un tiempo adecuado para cada actividad el cual permite a los estudiantes reflexionar, explicar, concluir, argumentar y refutar sobre sus propias ideas y la de sus pares. Es importante mencionar, que el docente constantemente se pasea por la sala observando las producciones matemáticas



de los estudiantes que realizan en sus cuadernos, a su vez les asigna un tiempo adecuado para que puedan compartir sus ideas matemáticas.

El docente tiene medianamente lograda la estrategia de ofrecer una explicación clara de una idea matemática, ya que no promueve el uso de conocimiento matemático que es un factor importante para el desarrollo de la habilidad “comunicar” pues los estudiantes comunican matemáticamente cuando en sus explicaciones existe uso de conocimiento matemático por lo que al ser un primer año básico es esencial que el docente se preocupe de promover el uso de conocimiento matemático. Contradictoriamente Clara propicia que la mayoría de los estudiantes expongan sus ideas matemáticas, esto se puede observar en la gran cantidad de evidencia registrada en las pautas, sumado a esto, el curso con que trabaja el docente cuenta con 15 estudiantes, lo que beneficia la participación de la mayoría de los estudiantes al momento de resolver las actividades. Además, esto se evidencia en la entrevistas, ya que Clara menciona:

*“...Mira generalmente parto la clase eehm colocando un problema o un ejercicio, luego les digo que ellos a través de sus conocimientos previos o con lo que ya hemos hecho en clases anteriores lo resuelvan y ahí voy monitoreando eehm voy monitoreando los alumnos, los cuales... tienen la respuesta correcta e incorrecta, la idea es que uno determine quién tiene la respuesta errónea para que después salga a la pizarra...”*



Asimismo, Clara es capaz de parafrasear las explicaciones de los estudiantes, para complementarlas e interpretarlas y con la intención de que surjan nuevas ideas por parte de los estudiantes a partir de las ideas matemáticas expuestas y en ocasiones se observa que repite explicaciones sin cambiarle el sentido a estas, con la intención de que los estudiantes presten atención o que la idea logre ser escuchada por la mayoría.

Organizar la clase es una fortaleza de Clara, quien distribuye la sala en forma de U, permitiéndole a ella y a sus estudiantes poder escucharse y verse mientras comunican sus ideas matemáticas de manera oral o en la pizarra. Por otra parte, cuando los estudiantes están exponiendo sus ideas matemáticas el docente no las interrumpe innecesariamente pero Clara se mantiene atenta mientras los estudiantes explican sus ideas con el objetivo de apoyar sus explicaciones considerando el poco vocabulario que manejan pues son estudiantes de primero básico. Clara demuestra tener esta estrategia de comunicación matemática muy internalizada pues en la entrevista menciona:

*“...El alumno que tiene la respuesta incorrecta sale a la pizarra, comunique sus procedimientos, como lo hizo, cierto y se los da a conocer a sus compañeros luego mediante preguntas generalmente están de acuerdo con el compañero, ¿porque?, salen los estudiantes que la encuentran que esta incorrecta y pasan a la pizarra a realizar el procedimiento correcto pero también a explicarle a sus compañeros porque esta incorrecta a veces...”*

Tal como se señalaba anteriormente, la distribución de la sala permite crear en Clara una panorámica respecto a la participación de los estudiantes, gestionado



así la participación de la mayoría de los estudiantes quienes en los videos se muestran entusiasmados por pasar a la pizarra a exponer sus procedimientos, sumado a esto, las actividades seleccionadas por Clara para trabajarlas en las clases permiten la participación de la mayoría de los estudiantes además de fomentar un debate apropiado para el nivel, promoviendo que los estudiantes se escuchen al momento de exponer sus ideas matemáticas. Clara demuestra tener esta estrategia de comunicación matemática muy internalizada pues en la entrevista menciona:

*“...pero si trato de considerar dentro de estas actividad, sugerencias de actividades algunas que permitan o me promuevan esta comunicación con los estudiantes...”*

En relación a la estrategia de respuestas erróneas, Clara tiene medianamente lograda esta estrategia ya que demuestra debilidades, pues en muy pocas ocasiones utiliza el error para construir conocimiento matemático, pese a que presta atención a la mayoría de las respuestas. El docente gestiona que sean los estudiantes, quienes develan los errores en los procedimientos de sus pares, Clara no refuerza la idea matemática que existe detrás del error lo cual no nos permite asegurar que el error no se vuelva a repetir en el mismo o en otro estudiante quienes no se muestran frustrados al momento de cometer un error, si no que el acto de pasar a la pizarra les parece natural. El hecho de cometer un error no es algo que los desmotiva a seguir participando, por lo que para Clara no es necesario incitar a los estudiantes a no frustrarse. Se



evidencia en la entrevista que Clara gestionan para que, los propios estudiantes develen los errores, ya que menciona lo siguiente:

*“...no generalmente sale el que lo tiene correcto inmediatamente si no que él también lo hizo ehm también lo tiene malo hay veces que me ha tocado niños que también lo tienen malo y pasan a la pizarra a corregir a sus compañeros pero a corregir algo que también esta incorrecto, por lo tanto después pasa el estudiante que tiene la respuesta correcta y el argumenta se produce una discusión entre los compañeros el que tiene la respuesta correcta utilizando un lenguaje matemático, argumenta a sus compañero, no cierto, y ahí se produce ya esta corrección o esta aclaración de que porque este compañero estaba errónea, entonces los compañeros al final, ya llegan con un ,ellos determinan cuál de las dos entonces sería la respuesta correcta...”*

Además menciona:

*“...tomar el alumno que tenga la respuesta errónea y eso de la estrategia va a ir cambiando porque a veces no hay ningún alumno que tiene una respuesta incorrecta, entonces ahí que es lo que hago, saco al alumno que presente diferentes procedimientos para llegar a la misma respuesta...”*

De la misma manera, Clara tiene lograda la estrategia de evaluar la redacción matemática del otro, el docente incita a los estudiantes a que lean la redacción matemática de sus pares para luego evaluar las ideas y procedimientos, para lograr esto Clara lo realiza preguntas tales como: “¿Estará bien?, ¿Están de acuerdo?, ¿Estamos bien?” para generar que los estudiantes analicen el procedimiento de sus pares que generalmente está expuesto en la pizarra, en las cinco clases observadas utiliza las mismas preguntas el cual nos permite concluir que Clara domina esta estrategia. Clara demuestra tener esta estrategia de comunicación matemática muy internalizada pues en la entrevista menciona:



*...” a lo mejor un compañero lo hizo de una manera , a lo mejor el otro lo hizo de otra manera pero ambos llegaron al mismo resultado, por lo tanto eso va a depender del tipo de respuesta que me den los alumnos , ya sea, colocando en marcha sus conocimientos previos o con lo que ya han aprendido durante la clase, si las preguntas que siempre tomo y considero son esas que permiten un poco más la argumentación, ¿Están de acuerdo con el compañero?, ¿Por qué están de acuerdo? ehm ¿alguna sugerencia? algo que les gustaría decir, como que esas son algunas de las preguntas que uno más que nada actúa como mediador...”*

En lo que respecta a formular preguntas adecuadas Clara, presenta una debilidad pues en ocasiones válida o inválida la respuesta de los estudiantes de forma inmediata, limitando comentarios posteriores en relación a la idea recién expuesta, que es todo lo contrario a lo que señala en la entrevista, ya que ella menciona:

*“...Otra cosa importante que no mencione delante y creo que era en la segunda pregunta que eran las estrategias, una también de las que ocupó mucho es la de no validar, no validar respuestas, cuando el alumno me la muestra no decirle que está bien o está mal, para permitir ehm esto que es la tensión cuando el alumno no sepa que su respuesta inmediatamente es la correcta, yo creo que eso es sumamente importante no validar ninguna respuesta...”*

El docente plantea diferentes tipos de preguntas y contra-preguntas constantemente en distintos momentos de la clase, generalmente, requieren de respuesta inmediata pues suelen ser preguntas cerradas esto puede deberse por el curso con el que está trabajando. Además, cuando nota que los estudiantes pierden el foco de la actividad realiza preguntas con la intención de que los estudiantes mantengan la atención en la actividad, de la misma forma cuando los estudiantes se encuentran detenidos en una idea realiza preguntas que apuntan a que las ideas evolucionen y se vayan aclarando.



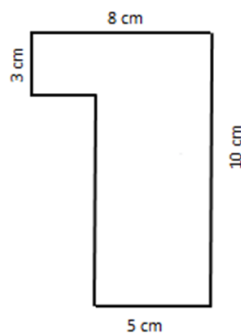
Finalmente, la estrategia que se refiere a crear un contexto de lenguaje matemático se encuentra medianamente desarrollada en el quehacer docente de Clara, pues en dos de los cinco episodios no enseña significados de conceptos matemáticos a los estudiantes considerando que debería ocurrir un traspaso de conocimientos por parte del docente en todas las clases. Es importante mencionar que en una clase no fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático aun cuando se evidencian explicaciones que requieren de conocimientos matemáticos, sin embargo, Clara durante las cinco clases enseña la forma de expresar conceptos matemáticos a través de las actividades que presenta a sus estudiantes.

## **CASO 2: LISA**

### **Análisis de subcategorías en clase 1**

La siguiente clase tiene por objetivo calcular el área y perímetro de figuras compuestas con la finalidad de afianzar esos conceptos. Para esto, Lisa hace entrega de una guía con seis ejercicios, donde las estudiantes deberán resolver en grupos de 3 o 4 para luego discutir los procedimientos.

La clase se enfoca solo en el primer ejercicio ya que la discusión en el resultado del área de esa figura compuesta tiene varios puntos de vista. A continuación se presenta el ejercicio que se trabajó en la clase.



*Figura 12.* Polígono cóncavo al cual los estudiantes deben calcular el área y perímetro.



### Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 45 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 45

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje –Clase 1- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares.	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)	X			
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Da un tiempo adecuado para que se realicen las dos actividades, recoger las ideas y producciones de los estudiantes. Esto se evidencia cuando la



docente da 27 minutos para que los estudiantes realicen la actividad. Durante todo este tiempo la docente se pasea por los grupos escuchando las explicaciones de los estudiantes.

- Da un tiempo para que los estudiantes expliquen sus ideas matemáticas, refuten, argumenten, evalúen y concluyan respecto a sus propias ideas o las de sus pares. Entre los minutos 49:28 al 52:25 después que tres estudiantes (Yael, Javiera, y Florencia), pasaran a explicar su procedimiento, Lisa “escucho opiniones, escucho preguntas, pero quiero escuchar a todos los grupos decir algo”. A partir de esto los estudiantes comentan cuál es el procedimiento correcto y por qué se equivocaron.
- Da un tiempo para que se generen discusiones grupales, en donde les da el tiempo para que puedan revisar las producciones matemáticas de sus pares. Esto se evidencia entre los minutos 07:20 al 33:06, en donde Lisa de las instrucciones para que trabajen en grupo y constantemente dice “discutan chiquillas”. Asimismo, entre los minutos 47:33 al 53:55 y luego que las estudiantes terminaran de calcular el área y perímetro, pasan tres estudiantes a la pizarra quienes tienen respuestas distintas para la primera figura compuesta. Las estudiantes explican su procedimiento y el docente dice al curso “chiquillas escucho opiniones, escucho preguntas, pero quiero escuchar a todos los grupos decir algo”.



### Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 46 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 46

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea –Clase 1-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.	X			
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas sin cambiarle el sentido a sus explicaciones. Esto se evidencia cuando le permite a Javiera que explique cómo calculo el área y el perímetro de la figura compuesta. Además, entre los minutos 10:40 al 30:00, Lisa hace las siguientes preguntas mientras se pasea por los puestos ¿Cómo calculo el área del cuadrado chiquitito? ¿Cuál es el largo y el ancho? ¿Cómo sabes



que de aquí a aquí mide 3? ¿Cómo sabes que es cuadrado y no un rectángulo? ¿Qué encontraron al calcular 50?

- Parafrasea las explicaciones de los estudiantes para luego compararlas y complementarlas, específicamente en situaciones donde no se escucha muy bien las ideas matemáticas de los estudiantes o no son explicadas muy claramente. Esto se evidencia entre los minutos 46:58 al 47:20 donde Florencia explica cómo calculo el área del cuadrado pequeño de la figura compuesta ( $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$ ). Florencia dice tres por tres son nueve centímetros cuadrados. El docente dice ¿Por qué hicieron eso? Florencia responde para sacar el área de ese cuadradito. El docente parafrasea diciendo, entonces multiplicaron  $3 \times 3$  y obtuvieron el área de ese cuadrado. Asimismo, entre los minutos 76:28 al 76:36 Lisa dice “a alguien se le ocurrió en vez de sumar esto por esto, mejor restar”. Catalina dice “el área total es ocho por diez”. El docente parafrasea diciendo “ya el total es ocho por diez que representa el área de todo esto”.
- Promueve el uso de conocimiento matemático, cuando los estudiantes exponen sus ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 46:00 al 46:20 mientras Florencia explicaba su procedimiento dice “dividimos aquí, para que nos queden dos figuras normales y conocidas. El docente dice “ya pero que significa normales”. Florencia dice “un cuadrado, un rectángulo”. El



docente dice “ya, pero no le digamos normales, digamos que son figuras más conocidas”.

### Subcategoría: Organizar la clase

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 47 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pero no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave “*El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.*” Está medianamente presente.

Tabla 47

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 1- Lisa*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.		X		
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.			X	

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Observa las ideas de sus estudiantes sin interrumpir. Esto se evidencia entre los minutos 55:00 al 57:15 donde Lisa observa a Sofía quien explica otro procedimiento para calcular el área y perímetro de la figura compuesta. Además, entre los minutos 58:13 al 58:58 Lisa observa a Consuelo quien



explica que la figura compuesta se puede dividir de otra manera para calcular el área.

- En ocasiones no escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir. Este indicador se encuentra medianamente presente ya que en situaciones Lisa interrumpe a las estudiantes cuando están explicando sus ideas matemáticas. Una evidencia de esto es cuando el docente le pregunta a Javiera, “ocho por tres es veinticuatro ¿qué cosa es 24?” Javiera dice  $8 \times 3 \dots$ , y la docente la interrumpe, diciendo “no si yo sé que es  $8 \times 3$ ”. Lo mismo ocurre cuando Lisa le pregunta a Javiera ¿qué opinas de tu trabajo? Javiera responde “es que igual lo hicimos mal, porque no debiésemos haber sumado todo y debiésemos haber calculado como lo hizo Florencia y.....” la docente la interrumpe, dirigiéndose a otras estudiantes.
- No organiza la clase para que todos los estudiantes se puedan oír y escuchar mientras explican sus ideas matemáticas. Los estudiantes solo se pueden oír y escuchar cuando trabajan en grupo, pero en los momentos cuando los estudiantes explicaban sus procedimientos frente al pizarrón estaban sentadas en columnas. Es importante mencionar, que el curso se compone de 39 estudiantes y que la sala no es muy amplia para reunir a tantos estudiantes, es por esto que se hace imposible poder distribuir a todos los estudiantes con la intención que todos se vean y escuchen.



### Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 48 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 48

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 1-Lisa*

Indicadores		Categorías			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.				x
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Permite que la mayoría de los estudiantes participen, ya sea exponiendo sus ideas en sus puestos o pasando a la pizarra. Esto se evidencia dando la oportunidad a las siguientes estudiantes para que expongan sus procedimientos en sus puestos o pasando a la pizarra: Antonia, Yael, Coni, Javiera, Florencia, Alanís, Sofía y Consuelo.



- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría de los estudiantes participen gestionando que se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 47:28 al 52:25, después que tres estudiantes (Yael, Javiera, y Florencia) pasaran a explicar su procedimiento, el docente dice “escucho opiniones, escucho preguntas, pero quiero escuchar a todos los grupos decir algo”. A partir de esto los estudiantes comentan cuál es el procedimiento correcto y porqué se equivocaron. Asimismo, entre los minutos 39:29 al 39:33 Lisa dice “ voy a pedir que todo el mundo ponga sus orejitas” “vamos a escuchar a las tres” “ no vamos a decir nada hasta que terminen”.

### **Subcategoría: Respuestas erróneas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 49 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 49

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 1-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático	X			
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares y prestando bastante atención a las mayorías de las respuestas. Esto se evidencia entre los minutos 49:16 al 49:20 cuando las tres estudiantes que pasaron a la pizarra a anotar sus procedimientos se dieran cuenta que estaba erróneo sus procedimientos y luego el docente dice ¿Dónde podría estar el error del procedimiento de Yael? Lo mismo ocurre para el procedimiento de Javiera el docente pregunta ¿Dónde creen que está el error de Javiera? ¿En que se confundieron?



- Utiliza el error para construir conocimiento matemático. Esto se evidencia entre los minutos 52:00 al 52:16 donde a partir del error de Javiera Lisa dice “chiquillas a que le recuerda lo que hizo la Javiera ahí”. Los estudiantes responden “a un prisma de base rectangular”. La docente dice “a mí me da la sensación que quisieron aplicar eso que era multiplicar todo por todo. ¿Pero eso era un prisma de partida?” No son figuras responden los estudiantes.

**Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 50 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 50

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 1-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			



Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 48:41 al 48:47 donde el docente le pregunta a Anto ¿Cuál de los tres procedimientos sientes que tienen más lógica? Asimismo, Lisa pregunta ¿Dónde podría estar el error del procedimiento de Yael?
- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Esto se evidencia entre los minutos 52:58 al 53:02 cuando el docente pregunta “de las tres opciones para resolver ¿cuáles creen que está correcta?”

**Subcategoría: Formular preguntas adecuadas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 51 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 51

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 1-Lisa*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes				X
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.	X			
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes	X			
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, con la finalidad de que las ideas evolucionen. Las preguntas son: ¿quién me puede decir lo que es el perímetro? ¿Qué es el área? ¿Qué características tiene el perímetro? ¿Cómo se calcula el área? ¿Qué características tiene el área? ¿Cuáles son las unidades de medida del área? ¿Cómo calculo el área del cuadrado chiquitito? ¿Cuál es el largo y el ancho? ¿Cómo sabes que de aquí a aquí mide 3? ¿Cómo sabes que es cuadrado y no un rectángulo?, etc.



- No valida inmediatamente las respuestas, evidenciándose este indicador entre los minutos 49:20 al 49: 25 cuando el docente dice “dónde podría estar el error de Yael, podría digo porque aún no sabemos cuál esta correcto”. Además entre los minutos 63:10 al 63:13 Lisa pregunta ¿y el perímetro cuál es? Las estudiantes dicen “33”. Luego la docente dice “pero aquí la Anto me dice que no es 33, haber Anto porque no es 33”
- No desvía el foco de la discusión. Esto se evidencia después que las tres estudiantes expusieron su procedimiento, luego Lisa preguntas ¿existirá otra forma de obtener el mismo resultado pero hacerlo distinto? Además entre los minutos 74: 42 al 75:06 el docente pregunta ¿A alguien se le ocurrió calcular no sumando todas las partes sino restando?

**Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 52 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 52

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático  
–Clase 1-Lisa*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			

Al observar la clase 1 se evidencia que la profesora Lisa:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos. Esto se evidencia entre los minutos 08:45 al 08:55 cuando Lisa enseña el concepto de figuras compuestas. Dice “las figuras que ahí les presento que tienes de especial? Que no son figuras conocidas que no es un cuadrado, ni un rectángulo, ¿Qué características tiene entonces? Chiquillas aquí es cuando utilizamos las palabras compuestas, son figuras compuestas, que están formados por cuadrado, rectángulos”.
- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos. Esto se evidencia entre los minutos 05:24 al 05:31 cuando Lisa pregunta ¿Qué características tiene el perímetro? los estudiantes responden que es lineal ¿de qué otra manera lo puedo decir? Los estudiantes responden que tiene una línea ¿pero de otra



manera para decirlo? Que es de una dimensión responden los estudiantes. Asimismo, entre los minutos 15:14 al 15:30 el docente pregunta ¿que obtuvieron aquí? Los estudiantes responden el resultado del ancho por el largo. La docente dice “pero matemáticamente que es” los estudiantes responden es el área.

## **CASO 2: LISA**

### **Análisis de subcategorías en clase 2**

En el curso de 7º básico se está trabajando el eje de números y geometría, el objetivo de la clase es calcular el valor incognito utilizando la fórmula  $v = a \cdot b \cdot c$  ( $v = volumen$ ,  $a = ancho$ ,  $b = largo$ ,  $c = alto$ ), para esto les da la libertad de trabajar en el texto del estudiante (páginas 252,258 y 240) o del cuaderno de practica (páginas 103 y 104) en el transcurso de la clase se trabajan con los siguientes problemas:

1.  $8\text{ cm} = \text{ancho}$  ;  $6\text{ cm} = \text{largo}$  ;  $\_\_\text{cm} = \text{alto}$  ;  $576\text{ cm}^3 = \text{volumen}$

¿Cuál es el valor del alto?

2. ¿Cuál es el volumen? de un cubo con medidas:

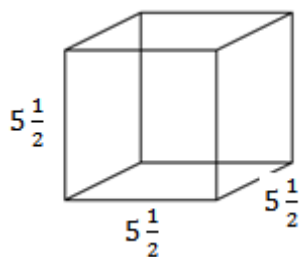


Figura 13. Cubo al cual los estudiantes deben calcular el volumen



**Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 53 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 53

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje –Clase 2- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares.	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)				X
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).	X			
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			



Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- Da un tiempo adecuado para que se realicen las actividades, recoger las ideas y producciones de los estudiantes. Lo anterior se evidencia en que desde que los estudiantes recibieron la actividad hasta que se estableció la socialización de las respuestas, transcurrieron 16 minutos, mientras ella circulaba por la sala de clase observando los procedimientos de los cuadernos y de los libros. Lo anterior se evidencia desde el minuto 3:51 que comienza a pasar puesto por puesto, luego atiende consultas desde su mesa para luego comenzar una segunda revisión puesto por puesto en el minuto 26:29 con el objetivo de supervisar los procedimientos y el avance del trabajo.
- Da un tiempo para que los estudiantes expliquen sus ideas matemáticas, refuten, argumenten, evalúen y concluyan respecto a sus propias ideas o las de sus pares. Lo anterior se evidencia claramente en tres ocasiones:

*18:34 al 26:00 - Mientras Antonia explica su ejercicio, Lisa va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra*

*26:58 al 61:40 - El docente a medida que Isi explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra*

*31:44 al 35:24 - El docente a medida que Florencia explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra*



- Da un tiempo para que se generen discusiones grupales, en donde les da el tiempo para que puedan revisar las producciones matemáticas de sus pares. Las intervenciones escritas en el indicador anterior nacen de ideas matemáticas que generan discusiones en clase, la más significativa es :

*18:34 al 26:00 - El docente da tiempo para que Antonia explique el ejercicio 8 del libro. Antonia anota los datos en la pizarra: 8 cm = Ancho; 6 cm = largo; ? = Alto; 576 cm<sup>2</sup> = Volumen*

Luego la estudiante explica que multiplico 8 por 6 y luego 576 lo dividió por el resultado de la multiplicación (42), a que le da como resultado 12, luego de esta explicación varias estudiantes manifestaron que lo resolvieron de la misma forma pues era el procedimiento más eficiente.

#### **Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 54 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 54

*Indicadores asociados a la estrategia “Ofrecer una explicación clara de una idea matemática” –Clase 2-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.	X			
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas sin cambiarle el sentido a sus explicaciones. Lisa gestiona tres intervenciones de estudiantes Antonia, Isi y Florencia lo que permite aclarar dudas que el docente escucha de manera reiterada de estudiantes a medida que se pasea en la sala.
- Parafrasea las explicaciones de los estudiantes para luego compararlas y complementarlas, específicamente en situaciones donde no se escucha muy bien las ideas matemáticas de los estudiantes o no son explicadas muy claramente. Lo anterior se evidencia en el minuto 00:34 al 01:08 cuando el docente pregunta de manera abierta ¿Qué es la Unidad Cúbica? ,Antonia



responde lo que ella sabe de unidad cúbica a lo que la docente complementa ejemplificando, “el *cmes cm<sup>3</sup>* , el *mes m<sup>3</sup>*”.

- Promueve el uso de conocimiento matemático, cuando los estudiantes exponen sus ideas matemáticas. Lo anterior se evidencia en el minuto 24:52 al 25:02, cuando Lisa hace alusión a la unidad de ecuaciones vista el año anterior para que las alumnas puedan recordar cuál es la operación inversa de cada operación básica.

### Subcategoría: Organizar la clase

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 55 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 55

*Indicadores asociados a la estrategia “Organizar la clase” Clase 2- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.		X		



Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- Observa y escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente, estando muy atenta pues si bien Lisa les explicó los conceptos matemáticos de la fórmula del volumen  $v = a \cdot b \cdot c$  ( $v = \text{volumen}$ ,  $a = \text{ancho}$ ,  $b = \text{largo}$ ,  $c = \text{alto}$ ) los estudiantes se confunden entre los conceptos al momento de dar su explicación, y mediante pregunta como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?” “¿Piensan los mismo?” genera que entre estudiantes se ayuden a utilizar los conceptos correctos.
- Organiza la clase para que todos los estudiantes se puedan oír y escuchar mientras explican sus ideas matemáticas, La distribución de la sala es en 3 en filas, las estudiantes se sientan en parejas, la distribución de la sala no permite generar instancias de debates, ni le permite al docente tener una visualización del trabajo personal de cada estudiante, esto juega en contra al momento de realizar la clase, pero nos damos cuenta que no existe otra forma de distribución pues el espacio es reducido para la cantidad de estudiantes.



### Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 56 evidencia que no es utilizada por la profesora Lisa, que no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador “*El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen*” no está presente.

Tabla 56

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 2. Lisa*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes				X
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.4.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.				X

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- No genera que la mayoría de los estudiantes participen, ya sea exponiendo sus ideas en sus puestos o pasando a la pizarra, en esta clase se destacan solo 3 estudiantes: Antonia, Isi y Florencia.
- En esta clase no se observa a Lisa fomentando un debate donde promueve que la mayoría de los estudiantes participen, pero si gestiona que se



escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas. Lo anterior se evidencia en el minuto 26:58 cuando Lisa deben alzar la voz para captar la atención de las atención de las estudiantes que deben escuchar la explicación de Isi.

### Subcategoría: Respuestas erróneas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 57 evidencia que no exigen registros de esta estrategia.

Tabla 57

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 2- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.				X
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.				X
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático				X
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- En la clase 2 no se observa que Lisa gestione que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares y prestando bastante atención a las mayorías de las respuestas.



- En la clase 2 no se observa que Lisa gestione el error para construir conocimiento matemático y tampoco incita a sus estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, cuando se presentan respuestas erróneas.

### Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 58 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 58

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 2 – Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Evidencia de lo anterior es que



luego que las estudiantes explican su procedimiento en la pizarra, Lisa pregunta “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?” “¿Piensan los mismo?”.

- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Evidencia de lo anterior es que luego que las estudiantes explican su procedimiento en la pizarra, Lisa pregunta “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “¿Piensan los mismo?” con el objetivo de que el curso pueda evaluar los procedimientos descrito de manera oral y registrados en la pizarra.

Ambos indicaremos se aprecian en las siguientes intervenciones:

18:34 al 26:00 - El docente a medida que Antonia explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas lean y comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra y puedan evaluar el procedimiento expuesto.

26:58 al 61:40 - El docente a medida que Isi explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas lean y comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra y puedan evaluar el procedimiento expuesto.

31:44 al 35:24 - El docente a medida que Florencia explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas lean y comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra y puedan evaluar el procedimiento expuesto.

### **Subcategoría: Formular preguntas adecuadas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 59 evidencia que no es utilizada por la profesora Lisa, que no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador “*El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes*”.



Tabla 59

*Indicadores asociados a la estrategia “Formular preguntas adecuadas” –Clase 2- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	X			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes			X	
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, con la finalidad de que las ideas evolucionen. Evidencia de esto es que a lo largo de la clase pregunta constantemente: “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “¿Piensan los mismo?, además de incita a las estudiantes a pasar a la pizarra utilizando preguntas como “¿Alguien podría venir (a la pizarra) a explicarnos la número 8 del libro o la número 7 del cuaderno de practica?”. Una situación destacable ocurre en el minuto 20:42, cuando Lisa le dice a la estudiante: “Pero Anto, explica como si las chiquillas nunca hubieran escuchado nunca hablar del tema, no sabemos porque estás multiplicando 8



por 6 ¿Por qué?, ¿Por qué estás multiplicando 8 por 6?, ¿Qué es 8 por 6? ¿En este caso sería como la base o no?”.

- Lisa valida inmediatamente las respuestas, evidencia de esto ocurre en el minuto 31:38, momento en que Isi está en la pizarra y Lisa pregunta “¿A alguien se le ocurre otra manera?, pues esa está bien” (haciendo alusión al procedimiento de Isi en la pizarra,  $5\frac{1}{2} = 5,5$ ).
- No desvía el foco de la discusión, evidencia de esto ocurre en el minuto 13:38, Lisa realiza la pregunta “¿ $8 \times 8 \times 8$  es lo mismo que decir  $3 \times 8$ ?” provocando la disyuntiva en las estudiantes. La situación fue así:  
La profesora pregunta “Si yo tengo un cubo de lado 8, atención aquí. Tengo un cubo de lado 8 y tengo que calcular el volumen ¿Cómo lo calculo? Las alumnas por un lado se escucha:  $8 \times 8 \times 8$  y por otro  $3 \times 8$ .  
La Profesora pregunta: ¿ $8 \times 8 \times 8$  es lo mismo que decir  $3 \times 8$ ? Mientras anota ambas multiplicaciones en las pizarras. Como las alumnas estaban trabajando con la calculadora pudieron concluir enseguida que no era lo mismo, pero la profesora pregunta ¿Por qué? , a lo cual una explica que  $3 \times 8$  es sumar 3 veces el 8 en cambio lo otro era multiplicar 3 veces el 8.



### Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 60 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, que no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que el indicador clave “8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos”.

Tabla 60

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático–Clase 2-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.				X

Al observar la clase 2 se evidencia que la profesora Lisa:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos, como es el de volumen, que es definido en el minuto 21:47, como la capacidad de un cuerpo. Esto se evidencia en los siguientes extractos:

21:47 al 23:05 - El docente enseña el concepto de volumen, haciendo referencia a que es una multiplicación entre tres magnitudes anotando en la pizarra:  $v = a \times b \times c$

32:47 al 36 13 - El docente recuerda la relación entre fracciones y su ubicación en la recta numérica, a partir de la explicación de Florencia. La docente enseña que es más eficiente tener en consideración la equivalencia entre fracciones al momento de ubicarlas en la recta.

- No fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.

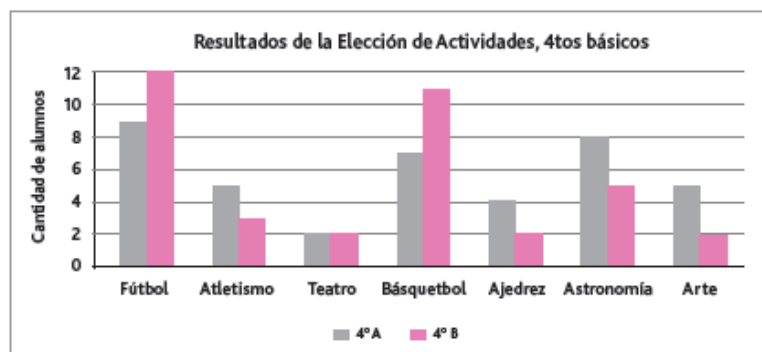
## **CASO 2: LISA**

### **Análisis de subcategorías en clase 3**

La clase tres de Lisa tiene como objetivo “Interpretar datos de un gráfico de barra doble”, la cual se desarrolla a partir de tres actividades, las cuales fueron trabajadas en grupos o pares como los estudiantes prefirieran, para luego compartir en forma de debate las explicaciones de los estudiantes.

#### **Actividad n° 1:**

Observa el siguiente gráfico y comenta con tu compañero o compañera de banco de qué se trata.



*Figura 14.* Gráfico de barra doble, el cual debe ser interpretado por los estudiantes.

Sabiendo que cada estudiante de cuarto básico marcó solo una preferencia y que todos contestaron la encuesta, respondan:

- ¿Cuántos estudiantes tiene el 4° B? Explica tu respuesta.
- ¿Cuántos estudiantes del 4° A marcaron una actividad deportiva? explica tu respuesta.
- ¿Cuántos estudiantes del 4° B marcaron una actividad deportiva? Explica tu respuesta.
- ¿Cuál es la actividad más elegida en el 4° A y 4° B? Explica tu respuesta.
- ¿Cuál es la actividad menos elegida en el 4° A y 4° B? Explica tu respuesta.

### Actividad n° 2:

Observa el siguiente gráfico y comenta con tu compañero o compañera de banco de qué se trata.

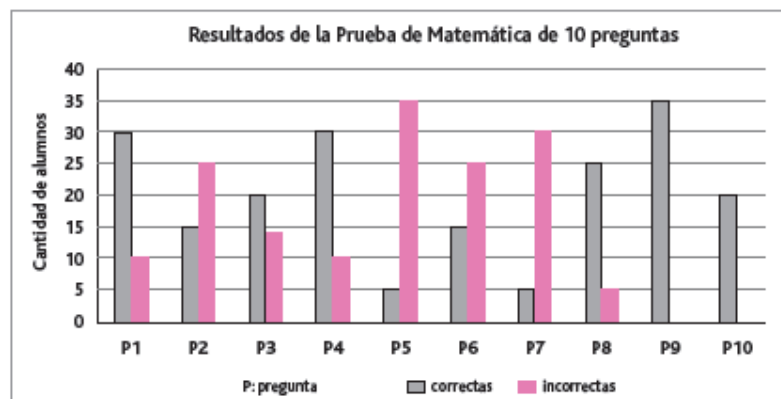


Figura 15. Gráfico de barra doble, el cual debe ser interpretado por los estudiantes.



Sabiendo que el curso tiene 40 estudiantes, respondan las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuáles fueron las preguntas respondidas correctamente por más del 50% de los estudiantes? Explica tu respuesta.
- b) ¿Cuál es la pregunta que respondieron bien **todos** los estudiantes? Explica tu respuesta.
- d) ¿Cuál o cuáles son las preguntas que presentan una mayor diferencia entre respuestas correctas e incorrectas? Explica tu respuesta.
- c) ¿Hubo preguntas que los estudiantes omitieron responder? Si tu respuesta es afirmativa, señala cuáles y cuántos estudiantes omitieron. Explica tu respuesta.
- e) ¿Cuál o cuáles son las preguntas que presentan una menor diferencia entre respuestas correctas e incorrectas? ¿Cuánto es la diferencia? Explica tu respuesta.

### **Actividad n° 3:**

Considerando la información del gráfico anterior, respecto a los resultados de 10 preguntas de una prueba de matemática, respondan:



- a) ¿Por qué crees que la pregunta 10 fue omitida por tantos alumnos? ¿Era una pregunta difícil?
- b) De acuerdo a los resultados observados en el gráfico, y si tuvieras la oportunidad de escoger un nuevo orden de aparición de las preguntas, ¿qué nuevo orden darías y por qué?

**Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 61 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 61

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje –Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares.	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)	X			
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).				X
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada, se observa durante el desarrollo de las actividades, como se evidencia en el siguiente extracto:

05:15 al 05:30 - Lisa: Hoy día le traje otro ejercicio que quiero que los vean en pareja, la idea es que las dos primeras las veamos en la primera hora y después seguimos con la otra, así que traten de resolver las que son de gráfico de barra. Pueden trabajar en parejas chiquillas.

05:30 al 18:43 - Lisa se pasea por los puesto aclarando dudas, posteriormente se sienta, mientras las estudiantes trabajan en las actividades.

18:44 al 18:46 - Lisa: Revisemos las primeras chiquillas.



- Da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares, como se evidencia en el siguiente extracto:

20:12 al 20:14 - Lisa: *¿Cuántos estudiantes tiene el 4to b? ¿Lo podemos saber, con este gráfico, o no?*  
20:14 al 20:17 - Estudiantes: *si (coro)*  
20:17 al 20:24 - Estudiante 1: *Profesora más o menos, porque no dice cuántos estudiantes votaron y se pueden haber repetido los votos.*  
20:25 al 20:28 - Lisa: *alguna otra opinión*  
20:29 al 20:40 - Isabel: *ahí dice que cada estudiante de cada curso marco solamente una opción*

- Da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes, se observa que Lisa dedica tiempo durante la clase en las diferentes actividades, como se evidencia en el siguiente extracto:

40:55 al 41:10 - Lisa: *ya sigamos, pueden seguir ustedes.*  
41:11 al 50:39 - Lisa *se pasea por la sala recogiendo las ideas y reflexiones de los estudiantes mientras trabajan en la actividad.*  
50:53 al 51:12 - Lisa: *La pregunta 3, me pregunta entre la diferencia entre las respuestas correctas e incorrectas, ¿Qué es lo que están preguntando en realidad?*

- Asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión, se observa que la docente asigna un tiempo adecuado para que las estudiantes resuelvan dos actividades, de interpretación de gráfico, como se muestra en el siguiente extracto:

05:15 al 05:30 - Lisa: *Hoy día les traje otro ejercicio que quiero que los vean en pareja, la idea es que las dos primeras las veamos en la primera hora y después seguimos con la otra, así que traten de resolver las que son de gráfico de barra. Pueden trabajar en parejas chiquillas.*



05:30 al 18:43 - Lisa se pasea por los puesto aclarando dudas, posteriormente se sienta, mientras las estudiantes trabajan en las actividades.

18:44 al 18:46 - Lisa: Revisemos las primeras chiquillas.

- Da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso), se observa a lo largo de la clase, que el docente permite que los estudiantes compartan sus ideas a través del trabajo en pareja o en grupos, como se evidencia en el siguiente extracto:

05:15 al 05:30 - Lisa: Hoy día le traje otro ejercicio que quiero que los vean en pareja, la idea es que las dos primeras las veamos en la primera hora y después seguimos con la otra, así que traten de resolver las que son de gráfico de barra. Pueden trabajar en parejas chiquillas.

05:30 al 18:43 - Lisa se pasea por los puesto aclarando dudas, posteriormente se sienta, mientras las estudiantes trabajan en las actividades.

- Da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro), no se logra observar durante el desarrollo de la clase.
- Da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.

### **Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 62 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues 3 de los indicadores asociados están presentes y logrados y solo uno no se observa dura.



Tabla 62

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea matemática –Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.	X			
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas, se observa en reiteradas ocasiones en las cuales las docente a través de preguntas incita a los estudiantes a que expliquen y expongan sus ideas como se evidencia en el siguiente extracto:

*26:07-26:16 –Lisa: ¿Cuántos estudiantes, tiene el 4to b?, Isi con eso que tengo allá adelante, ¿puedo saberlo?, ya vaya a resolverlo*

*26:20-27:20 –Isi realiza el procedimiento para responder a la pregunta planteada.*

- Parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas, se logra observar en algunas ocasiones durante la clase, en donde la docente parafrasea, la explicaciones con el fin de complementarlas o clarificarlas como se muestra en la siguiente evidencia:

*26:28 al 26:30 - Lisa: ¿Qué vas hacer Isi?*

*26:28 al 26:39 - Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2*



26:40 al 27:00 - Lisa: *Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.*

- Promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones, se observa durante el desarrollo de la clase. El docente luego de que Javiera utilizara el término se lleva entre cada pregunta, le pregunta que significa se lleva, para que esta se replanté su explicación y utilice el término diferencia:

50:53 al 51:12 - Lisa: *la pregunta 3, me pregunta entre la diferencia entre las respuestas correctas e incorrectas ¿qué es lo que me están preguntando en realidad?*

51:13 al 51:19 - Javiera: *De cuanto se lleva cada pregunta entre correctas e incorrectas*

51:19 al 51:20 - Lisa: *¿Qué significara se lleva, Javiera?*

51:20 al 51:29 - Javiera: *en cuanto se diferencia, entre cuantos tuvieron incorrecto y correctos.*

- No cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes, en diferentes momentos de la clase la docente reitera las explicaciones de sus estudiantes, para que estas sean escuchadas por los demás o para reafirmar la idea, como se evidencia en el siguiente extracto:

19:57 al 20:01 - Anto: *hay una comparación entre el 4to a y el 4to b*

20:01 al 20:05 - Lisa: *Hay una comparación entre los dos cuartos , eso también es un dato interesante.*

### **Subcategoría: Organizar la clase**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 63 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues 2 de los indicadores asociados están presentes y logrados mientras que uno solo se observa medianamente logrado.



Tabla 63

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3 El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.		X		

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente, se observa durante la clase que la docente solo interrumpe con la intención de que la idea evolucione, como evidencia en el siguiente extracto:

26:07 al 26:16 - Lisa: *¿Cuántos estudiantes, tiene el 4to b?, Isi con eso que tengo allá adelante, ¿puedo saberlo?, ya vaya a resolverlo*  
26:20 al 26:27 - *Isi comienza a extraer los datos*  
26:28 al 26:30 - Lisa: *¿Qué vas hacer Isi?*  
26:28 al 26:39 - *Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2*  
26:40 al 27:00 - Lisa: *Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.*  
27:00 al 27:20 - *Isi continua realizando su procedimiento.*

- Observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir, se logra observar durante la mayor parte de la clase cuando un estudiante realiza su procedimiento, como se evidencia en el siguiente extracto:



26:20 al 26:27 -Isi comienza a extraer los datos  
26:28 al 26:30 - Lisa: ¿Qué vas hacer Isi?  
26:28 al 26:39 - Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2  
26:40 al 27:00 - Lisa: Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.  
27:00 al 27:20 - Isi continua realizando su procedimiento (...)

- Distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen, no se logra desarrollar durante toda la clase, pues las estudiantes se encuentran sentada en posición tradicional , lo que no les permite verse y solo les permite escucharse, aunque no en todas las ocasiones como se evidencia en el siguiente extracto:

04:27 al 04:29 -Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?  
04:29 al 04:30 -Estudiantes: No (coro)  
04:30 al 04:32 -Lisa: Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros), vuelta para allá bien fuerte.

### **Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 64 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 64

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes	X			
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes, se observa durante el desarrollo de las actividades, que participan la mayoría de los estudiantes como se evidencia en el siguiente

extracto:

- 04:10 al 04:13 - Lisa: ¿para qué nos sirve, que es lo principal de la estadística?  
04:13 al 04:15 - Estudiante 1: para representar resultados  
04:16 al 04:17 - Lisa: Ya ¿qué más?  
04:17 al 04:20 - Estudiante 2: para obtener datos  
04:20 al 04:21 - Lisa: Ya ¿qué más?  
04:27 al 04:29 - Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?  
04:29 al 04:30 - Estudiantes: No(coro)  
04:30 al 04::36 - Lisa: Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros) , vuelta para allá bien fuerte.  
04:36 al 04:40 - Cata: entrega información sin tener que leer

- Gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas, se observa durante la clase que la docente llama la atención



de los estudiantes para que logren escuchar las ideas, como se evidencia en el siguiente extracto:

04:27 al 04:29      –Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?  
04:29 al 04:30      –Estudiantes: No (coro)  
04:30 al 04:32      –Lisa: Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros) , vuelta para allá bien fuerte.

- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen, como se evidencia en el siguiente extracto:

55:46 al 56:03      - Lisa: si yo mirara estas preguntas (señala el gráfico), ¿cuál según ustedes sería la más difícil?  
56:25 al 56:43      - Sofía: la 5 es la más difícil porque fue la que tuvo mayor cantidad de respuestas incorrectas.  
56:44 al 57:05      - Isa: la 7 porque además de haber muchas incorrectas hay otros que no la contestaron  
57:06 al 59:04      - Lisa da un tiempo para pensar  
59:05 al 59:17      - Estudiante1: Profe que pasa si simplemente no alcanzaron a llegar a esas preguntas (refiriéndose a aquellas que no fueron contestadas).

### **Subcategoría: Respuestas erróneas**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 65 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, 3 de los indicadores asociados están presentes y logrados mientras que solo uno no logra ser observado.



Tabla 65

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 3-Lisa*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático				X
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Presta atención a la mayoría de las respuestas, se observa durante toda la clase que la docente presta atención a toda las ideas matemáticas como se evidencia en el siguiente extracto:

04:10 al 04:13 - Lisa: ¿para qué nos sirve, que es lo principal de la estadística?  
04:13 al 04:15 - Estudiante 1: para representar resultados  
04:16 al 04:17 - Lisa: Ya ¿qué más?  
04:17 al 04:20 - Estudiante 2: para obtener datos  
04:20 al 04:21 - Lisa: Ya ¿qué más?  
04:27 al 04:29 - Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?  
04:29 al 04:30 - Estudiantes: No (coro)  
04:30 al: 04:36 - Lisa: Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros), vuelta para allá bien fuerte.  
04:36 al 04:40 - Cata: entrega información sin tener que leer

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares, durante la clase se observa que son los



estudiantes quienes reconocen los errores, como se evidencia en el siguiente extracto:

20:12 al 20:14 - Lisa: *¿Cuántos estudiantes tiene el 4to b? ¿Lo podemos saber, con este gráfico, o no?*

20:14 al 20:17 - Estudiantes: *si (coro)*

20:17 al 20:24 - Estudiante 1: *Profesora más o menos, porque no dice cuántos estudiantes votaron y se pueden haber repetido los votos.*

20:25 al 20:28 - Lisa: *alguna otra opinión*

20:29 al 20:40 - Isabel: *ahí dice que cada estudiante de cada curso marco solamente una opción*

- No emplea el error para construir conocimiento matemático, no se observa durante el desarrollo de la clase que la docente utilice el error para construir conocimiento.
- No incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, no se logra observar durante el desarrollo de la clase.

### **Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 66 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 66

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)	X			
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos), se observa durante varios episodios de la clase en donde la docente pide a los estudiantes que lean los procedimientos o ideas de los compañeros, como se evidencia en el siguiente extracto:

27:53 al 27:56 - Lisa: ¿Cómo ustedes supieron que era 21?  
27:57 al 28:04 - Antonia: Hay que sumar futbol, basquetbol y atletismo  
28:09 al 28:20 - Lisa: Tú dices que ellas sumaron futbol, basquetbol y atletismo, ¿están de acuerdo ustedes chiquillas?  
28:22 al 28:29 - Anto: no porque falta sumar ajedrez

- Permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos), se observa durante varios episodios de la clase en donde la docente pide a los estudiantes que evalúen los procedimientos u ideas de los compañeros , como se evidencia en el siguiente extracto:

26:28 al 26:30 - Lisa: ¿Qué vas hacer Isi?



26:28 al 26:39 - *Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2*

26:40 al 26:56 - *Lisa: Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.*

26:57 al 26:58 - *Lisa: ¿están de acuerdo, o no?*

### Subcategoría: Formular preguntas adecuadas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 67 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, 4 de los indicadores asociados están presentes y logrados mientras que solo uno no logra ser observado y otro de ellos solo es gestionado medianamente durante la clase.

Tabla 67

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	X			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.				X
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes		X		
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			



Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes, se observa durante la clase que en ocasiones la docente realiza contra-preguntas para re direccionar las ideas de los estudiantes o para esclarecer

las ideas como evidencia en el siguiente extracto:

51:13 al 51:19 - *Javiera: De cuanto se lleva cada pregunta entre correctas e incorrectas*

51:19 al 51:20 - *Lisa: ¿Qué significara se lleva, Javiera?*

51:20 al 51:29 - *Javiera: en cuanto se diferencia, entre cuantos tuvieron incorrecto y correctos.*

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.

*Inicio:*

03:24 al 03:26 - *Lisa: ¿alguien me puede recordar para que sirven los gráficos de barra doble?*

*Desarrollo:*

27:53 al 27:5 - *Lisa: ¿Cómo ustedes supieron que eran 21?*

*Cierre:*

55:46 al 56:03 - *Lisa: ¿si yo miro las preguntas, cual según ustedes sería la más difícil?*

- Plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen. (Utilidad y Conocimientos), se desarrolla a lo largo de la clase a partir de preguntas que surgen con la finalidad de avanzar en la ideas de los estudiantes como se evidencia en el siguiente extracto:

25:56 al 25:57 - *Lisa: ¿Podríamos haberlo hecho de otra manera?(refiriéndose al gráfico)*

25:57 al 25:58 - *Estudiantes: No (coro)*

25:58 al 26:00 - *Lisa: ¿Podríamos haberlo hecho de otra manera?*

26:00 al 26:02 - *estudiante: en una tabla*



- No hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata, no se logra observar durante el desarrollo de la clase.
- No valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes, se encuentra presenta durante la mayoría de la clase en donde la docente en ocasiones no valida de forma inmediata a los estudiantes sino que espera que otros lo hagan, como se evidencia en el siguiente extracto:

04:10 al 04:13 - Lisa: ¿para qué nos sirve, que es lo principal de la estadística?  
04:13 al 04:15 - Estudiante 1: para representar resultados  
04:16 al 04:17 - Lisa: Ya ¿qué más?  
04:17 al 04:20 - Estudiante 2: para obtener datos  
04:20 al 04:21 - Lisa: Ya ¿qué más?  
04:27 al 04:29 - Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?  
04:29 al 04:30 - Estudiantes: No (coro)

Sin embargo, en algunas ocasiones cuando los estudiantes dan de forma inmediata la respuesta correcta, las valida de inmediato pasando a la siguiente pregunta, como se evidencia en el siguiente extracto:

26:28 al 26:39 - Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2  
26:40 al 27:00 - Lisa: Ha ya, ¡ muy bien!, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.  
Otro ejemplo:  
59:05 al 59:17 - Estudiante: Profe que pasa si simplemente no alcanzaron a llegar a esas preguntas  
59:18 al 59:29 - Lisa: ya pero esa no es la situación

- El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión, se observa a lo largo de la clase a través de diferentes preguntas que logran



mantener el foco de la discusión en los estudiantes, como se evidencia en el siguiente extracto:

- 50:53 al 51:12 - Lisa: la pregunta 3, me pregunta entre la diferencia entre las respuestas correctas e incorrectas ¿qué es lo que me están preguntando en realidad?  
51:13 al 51:19 - Javiera: De cuanto se lleva cada pregunta entre correctas e incorrectas  
51:19 al 51:20 - Lisa: ¿Qué significara se lleva, Javiera?  
51:20 al 51:29 - Javiera: en cuanto se diferencia, entre cuantos tuvieron incorrecto y correctos  
51:30 al 51:31 - Lisa: Pero, no es eso lo que me quiere decir  
51:31 al 51:35 - Lisa: ¿Qué me quiere decir la diferencia entre la una y la otra?

### Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 68 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 68

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático –Clase 3-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			



Al observar la clase 3 se evidencia que la profesora Lisa:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos, se observa durante partes del desarrollo de la clase que la docente explica los significados estadística y de gráficos de doble barra como se evidencia en el siguiente extracto:

4:43 al 05:05 - Lisa: *La estadística entrega información visual, que uno puede captar rápidamente, no necesita leer un texto largo es una manera de comunicar algo de entregar información, entonces los gráficos de doble barra son los que nos entregan una comparación inmediatamente.*

- Enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos, se observa en varias oportunidades que la docente explica conceptos matemáticos, como se evidencia en el siguiente extracto:

54:39 al 54:47 - Lisa: *recuerden que la diferencia es la sustracción.*

- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos, se observa en ocasiones durante la clase y se puede evidenciar en el siguiente extracto:

04:10 al 04:13 - Lisa: *¿para qué nos sirve, que es lo principal de la estadística?*

04:13 al 04:15 - Estudiante 1: *para representar resultados*

04:16 al 04:17 - Lisa: *Ya ¿qué más?*

04:17 al 04:20 - Estudiante 2: *para obtener datos*

04:20 al 04:21 - Lisa: *Ya ¿qué más?*

04:27 al 04:29 - Lisa: *¿escucharon lo que dijo la cata?*

04:29 al 04:30 - Estudiantes: *No(coro)*

04:30 al 04:36 - Lisa: *Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros), vuelta para allá bien fuerte.*

04:36 al 04:40 - Cata: *entrega información sin tener que leer*



## **CASO 2: LISA**

### **Análisis de subcategorías en clase 4**

En el curso de 7 básico se está trabajando el eje de datos y azar, el objetivo de la clase es analizar la información contenida en gráficos circulares, para esto Lisa las hace trabajar con el libro pero la clase se centra en el siguiente problema:

Hay 40 alumnos, el 75% son niños y el 25% son niñas. Entonces Claudio dice que hay 25 niñas. ¿Es correcto?

### **Subcategoría: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 69 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 69

*Indicadores asociados a la estrategia El tiempo es un factor importante en el aprendizaje –Clase 4- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
estrategia 1: El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	1.1 El docente da un tiempo adecuado a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada.	X			
	1.2 El docente da tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares.	X			
	1.3 El docente se da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes.	X			
	1.4 El docente asigna un tiempo adecuado para aquellas actividades de aprendizaje que requieren reflexión.	X			
	1.5 El docente da tiempo para que se generen discusiones grupales (pares- grupales y todo el curso)				X
	1.6 El docente da el tiempo a sus estudiantes para que revisen las producciones matemáticas de sus pares (cuaderno, pizarra, libro).				X
	1.7 El docente da tiempo para que los alumnos expliquen sus ideas matemáticas.	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- Da un tiempo adecuado para que se realicen las actividades, recoger las ideas y producciones de los estudiantes. Lo anterior se evidencia en que desde que los estudiantes recibieron la actividad hasta que se estableció la socialización de las respuestas, transcurrieron 48 minutos, mientras ella circulaba por la sala de clase observando los procedimientos de los cuadernos. Lo anterior se evidencia desde el minuto 25:41 al 73:03 para la trabajar la actividad de manera personal, en donde los estudiantes deben calcular el 50% ,20%, 10% o el 25% en distintas situaciones.



- Da un tiempo para que los estudiantes expliquen sus ideas matemáticas, refuten, argumenten, evalúen y concluyan respecto a sus propias ideas o las de sus pares. Lo anterior se evidencia en el minuto 21:25 donde se observa a Lisa quien por medio de la pregunta “¿Que opinan de lo que acaba de decir la Fer?”, gestiona que se evidencie un error en el procedimiento de Fernanda (si uno lo resta daría 15 niños pero ahí dice que hay 75, puede que se haya confundida en poner el nombre del porcentaje), de la cual varias estudiantes refutan la idea de Fernanda.
- Lisa no da un tiempo para que se generen discusiones grupales. En esta clase, Lisa no fomenta que se generen discusiones grupales, por el contrario en la clase participa un número reducido de estudiantes exponiendo sus ideas matemáticas y el resto de las estudiantes escucha a las alumnas sin rebatir, ni preguntar de la idea que se está exponiendo.

**Subcategoría: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 70 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa, pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.



Tabla 70

*Indicadores asociados a la estrategia Ofrecer una explicación clara de una idea matemática –Clase 4-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 2: Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	2.1 El docente propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas.	X			
	2.2 El docente parafrasea explicaciones de sus estudiantes para luego compararla y complementarlas.	X			
	2.3 El docente promueve el uso de conocimiento matemático para las explicaciones.	X			
	2.4 El docente no cambia el sentido a las explicaciones de los estudiantes.	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- Propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas sin cambiarle el sentido a sus explicaciones. Lisa gestiona diversas intervenciones en clases Lo anterior se evidencia en los siguientes extractos:

11:02 al 11:18 - El docente pregunta de manera abierta “Entonces el grafico circular ¿En que momento lo puedo ocupar? y una alumna responde “Al comparar algo con el todo”, el docente escucha a la alumna para luego continuar con la explicación.

19:43 al 20:10 - El docente escucha la explicación de Melisa a la situación, (Respuesta a la pregunta hecha por el docente “¿Cómo sabes tú que 25 niñas está malo?” “Porque la cantidad total de niños es distinta de 100”, el docente no interrumpe a la alumna, luego de terminar su explicación la profesora le realiza una pregunta que genera reflexión en el curso y especialmente en la alumna.

20:13 al 20:33 - El docente escucha la idea de Alanis: “el grafico circular, no se puede comprobar que son 25 niñas porque el 25% saldría restando “; luego el docente recalca la importancia del comentario de Alanis

21:03 al 21:24 - El docente escucha la idea de Fernanda “si uno lo resta daría 15 niños pero ahí dice que hay 75, puede que se haya confundida en poner el nombre del porcentaje “como respuesta a una pregunta del docente. (Si fueran 75 niños, si esto coincidiera porcentaje con la cantidad, ¿Significa que estamos hablando de cuántos niños



*en total?, estaríamos diciendo que serían 100 en total pero ¿Cuántos nos dijeron que eran? (40 estudiantes), entonces ¿está bien eso?) el docente no interrumpe a la alumna, luego de terminar su explicación la profesora le realiza una pregunta que genera reflexión en el curso y especialmente en la alumna.*

*23:03 al:24:30 -El docente escucha la idea de Catalina frente a la pregunta ¿Cuántos serían los niños? ¿Porque son 30 niños?. Explicación de Catalina: “porque las niñas representan el 25 % y son 10. Y los niños representan el 75% y son 30. “el docente no interrumpe a la alumna, luego de terminar su explicación la profesora le realiza una pregunta que genera reflexión en el curso y especialmente en la alumna.*

*24:54 al 25:17 - El docente escucha la idea de Isi “Porque el creía que eran 25 niñas y 75 niños pero en total de eso daba 100 y no eran 100, eran 40. “Respecto a la situación de Claudio, el docente no interrumpe a la alumna, luego de terminar su explicación la profesora le realiza unas preguntas con el confirmar si el curso había comprendido la idea de Isi.*

- Parafrasea las explicaciones de los estudiantes para luego compararlas y complementarlas, específicamente en situaciones donde no se escucha muy bien las ideas matemáticas de los estudiantes o no son explicadas muy claramente. Lo anterior se evidencia en el minuto 00:34 al 01:08 cuando el docente pregunta de manera abierta ¿Qué es la Unidad Cúbica? ,Antonia responde lo que ella sabe de unidad cúbica a lo que la docente complementa ejemplificando, “el  $cm^3$  , el  $m^3$ ”.
- Promueve el uso de conocimiento matemático, cuando los estudiantes exponen sus ideas matemáticas. Lo anterior se evidencia en el minuto 21:25 cuando Lisa le pide a Fernanda que explique su procedimiento para la situación (Hay 40 alumnos, el 75% son niños y el 25% son niñas. Entonces Claudio dice que hay 25 niñas.) ”si uno lo resta daría 15 niños pero ahí dice que hay 75, puede que se haya confundida en poner el nombre del porcentaje” pero al escuchar varios comentarios negativos la docente



pregunta : “¿Que opinan de lo que acaba de decir la Fer? ¿Dónde está el error de la Fer? y la estudiante Alanis quien evidencia el error de su compañera.

### Subcategoría: Organizar la clase

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 71 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa , pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 71

*Indicadores asociados a la estrategia Organizar la clase –Clase 4- Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia 3: Organizar la clase	3.1 El docente escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente.	X			
	3.2 El docente observa los procedimientos (pizarra o cuadernos) de los alumnos sin interrumpir	X			
	3.3El docente distribuye la sala con la intención que todos se vean y escuchen.			X	

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- Observa y escucha las ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente. Lo anterior se evidencia en el minuto 19:43, Lisa escucha la explicación de Melisa a la situación, (Respuesta a la pregunta hecha por el docente “¿Cómo sabes tú que 25 niñas está malo?) “Porque la cantidad



total de niños es distinta de 100”, el docente no interrumpe a la alumna, luego de terminar su explicación la profesora le realiza una pregunta que genera reflexión en el curso (¿Sirve el gráfico circular para esta situación?, la estudiante Alanis responde “el gráfico circular , no se puede comprobar que son 25 niñas porque el 25% saldría restando “ , luego el docente recalca la importancia de entender los datos que se pueden representar en cada gráficos.

- Organiza la clase para que todos los estudiantes se puedan oír y escuchar mientras explican sus ideas matemáticas, La distribución de la sala es en 3 en filas, las estudiantes se sientan en parejas, la distribución de la sala no permite generar instancias de debates, ni le permite al docente tener una visualización del trabajo personal de cada estudiante, esto juega en contra al momento de realizar la clase, pero nos damos cuenta que no existe otra forma de distribución pues el espacio es reducido para la cantidad de estudiantes.

### **Subcategoría: Incluir a la mayoría el discurso**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 72 evidencia que no es utilizada por la profesora Lisa, que no todos los indicadores asociados están presentes. Se observa que los indicadores “El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes” “El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen” no están presentes.



Tabla 72

*Indicadores asociados a la estrategia Incluir a la mayoría el discurso –Clase 4. Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n° 4: Incluir a la mayoría el discurso	4.1 El docente realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes			X	
	4.2 El docente gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas.	X			
	4.3 El docente fomenta un debate donde promueve que la mayoría participen.			X	

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- No genera que la mayoría de los estudiantes participen, pues la actividad no permite generar un debate, además son pocas alumnas las que contestan las preguntas que realiza la docente.
- Fomenta un debate donde promueve que la mayoría de los estudiantes participen, gestionando que se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas. Existe un contrato didáctico evidente en esta clase, que es que Lisa muestre las palmas de sus manos lo que provoca que las alumnas estén en silencio. Lisa repite este gesto en la mayoría de las intervenciones de las estudiantes, se observa en el minuto 19:43 en la explicación de Melisa, en el minuto 21:13 en la explicación de Alanis, en el minuto 21:03 en la explicación de Fernanda y en el minuto 23:03 en la explicación de



Catalina, quien en esta instancia además de mostrar sus palmas también explicita “Niñas escuchemos a la Cata”.

### Subcategoría: Respuestas erróneas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 73 evidencia que no exigen registros de esta estrategia.

Tabla 73

*Indicadores asociados a la estrategia Respuestas erróneas –Clase 4 – Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°5: Respuestas erróneas	5.1 El docente presta atención a la mayoría de las respuestas.	X			
	5.2 El docente gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares.	X			
	5.3 El docente emplea el error para construir conocimiento matemático	X			
	5.4 El docente incita a los estudiantes a no frustrarse frente a sus errores				X

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- Gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares y prestando bastante atención a las mayorías de las respuestas. Lo anterior se evidencia en el minuto 21:25 cuando Lisa le pide a Fernanda que explique su procedimiento para la situación (Hay 40 alumnos, el 75% son niños y el 25% son niñas. Entonces Claudio dice que



hay 25 niñas.) "si uno lo resta daría 15 niños pero ahí dice que hay 75, puede que se haya confundida en poner el nombre del porcentaje" pero al escuchar varios comentarios negativos la docente pregunta : "¿Que opinan de lo que acaba de decir la Fer? ¿Dónde está el error de la Fer?, por medio de esas preguntas la docente logra que las estudiantes expliquen el error de su compañera.

- Utiliza el error para construir conocimiento matemático y incita a sus estudiantes a no frustrarse frente a sus errores, cuando se presentan respuestas erróneas, tal como se mencionaba en la evidencia del descriptor anterior.

#### **Subcategoría: Evaluar la redacción matemática de otro**

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 74 evidencia que no es utilizada por la profesora Lisa, que no todos los indicadores asociados están presentes. El indicador *"El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)"* no está observado.



Tabla 74

*Indicadores asociados a la estrategia Evaluar la redacción matemática de otro – Clase 4 – Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°6: Evaluar la redacción matemática de otro	6.1 El docente permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares ( ideas y procedimientos)				X
	6.2 El docente permite que los estudiantes evalúan la redacción matemática de sus pares (ideas y procedimientos)	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- No permite que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas.
- Permite que los estudiantes evalúen la redacción matemática de sus pares, ya sea procedimientos o ideas matemáticas. Lo anterior se evidencia en el minuto 21:25 cuando Clara le pide a Fernanda que explique su procedimiento para la situación (Hay 40 alumnos, el 75% son niños y el 25% son niñas. Entonces Claudio dice que hay 25 niñas.) “si uno lo resta daría 15 niños pero ahí dice que hay 75, puede que se haya confundida en poner el nombre del porcentaje” pero al escuchar varios comentarios negativos la docente pregunta : “¿Que opinan de lo que acaba de decir la Fer? ¿Dónde



está el error de la Fer? y la estudiante Alanis quien evidencia el error de su compañera.

### Subcategoría: Formular preguntas adecuadas

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 75 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa , pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 75

*Indicadores asociados a la estrategia Formular preguntas adecuadas –Clase 4-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°7: Formular preguntas adecuadas.	7.1 El docente hace contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes	X			
	7.2 El docente plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase.	X			
	7.3 El docente plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen (Utilidad y Conocimientos).	X			
	7.4 El docente hace preguntas que no requieren una respuesta inmediata.	X			
	7.5 El docente no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes		X		
	7.6 El docente plantea preguntas para no desviar el foco de la discusión.	X			



Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- Plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase, con la finalidad de que las ideas evolucionen. Evidencia de esto es que al iniciar la clase pregunta ¿Por qué me mostraron la noticia de la votación con grafico circular y no con grafico de barra u otro?, luego de introducir el problema de Claudio, Lisa pregunta ¿Qué opinan ustedes, está bien o está mal (Claudio)?, “¿Cómo sabes tú que 25 niñas está malo?”. Una situación que representa este indiciador ocurre en el minuto 21:58 cuando Lisa utiliza diversos cambios de tonos en la voz para poder enfatizar la pregunta : “y según lo que está arriba, el dialogo que tiene el niño, ¿el 25 % que fracción es?”, a lo que las alumnas responden “ $\frac{1}{4}$ ” y la docente complementa : “el 25 % es igual a  $\frac{1}{4}$  , el total lo divido por 4” y luego el docente pregunta “si yo quiero saber ¿ el 25% de 40?, ¿Cómo podría hacerlo?”
- Lisa valida inmediatamente las respuestas, evidencia de esto ocurre en el minuto 31:38, momento en que Isi está en la pizarra y Lisa pregunta “¿A alguien se le ocurre otra manera?, pues esa está bien” (haciendo alusión al procedimiento de Isi en la pizarra,  $5\frac{1}{2} = 5,5$  ).
- No desvía el foco de la discusión, evidencia de esto ocurre en el minuto 24:50 cuando Lisa pregunta :”¿Entonces Claudio tenía razón?. ¿Por qué no? retomando la discusión del problema.



### Subcategoría: Crear un contexto de lenguaje matemático

Respecto a la estrategia señalada, la tabla 76 evidencia que es utilizada por la profesora Lisa , pues todos los indicadores asociados están presentes y logrados.

Tabla 76

*Indicadores asociados a la estrategia Crear un contexto de lenguaje matemático –Clase 4-Lisa.*

Indicadores		Escala de valoración			
		L	ML	NL	NO
Estrategia n°8: Crear un contexto de lenguaje matemático	8.1 El docente enseña los significados de conceptos matemáticos	X			
	8.2 El docente enseña la forma de expresar los conceptos matemáticos	X			
	8.3 El docente fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.	X			

Al observar la clase 4 se evidencia que la profesora Lisa:

- Enseña los significados de conceptos matemáticos, como es el concepto de grafico circular, que es definido en el minuto 06:29 , Lisa da ejemplos de situaciones en que se utiliza de manera frecuente: La televisión , las encuestas de los políticos,  $v = a \times b \times c$ .
- Fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos. Evidencia de esto son dos situaciones que ocurren en esta clase.



21:58 al 22: 25 - Lisa relaciona el porcentaje con las fracciones con el objetivo que las alumnas puedan deducir la relación entre dividir por cierto número obtienen un porcentaje , es decir cuando dividen por 4 los estudiantes siempre obtendrán el 25%.

73: 21 al 76 : 11 - Lisa por medio de diversas preguntas logra evidenciar que las estudiantes comprendieron la relación entre porcentaje y fracciones.

“¿ hay alguna duda de los gráfico circulares? , ¿Qué es lo más difícil de los gráficos circulares? , ¿Si yo quiero obtener el 50 % que hago? ( El curso responde : Divido por 2) , ¿Si yo quiero obtener el 10 % que hago? ( El curso responde : Divido por 10) , ¿Si yo quiero obtener el 25 % que hago? ( El curso responde : Divido por 4) , ¿Si yo quiero obtener el 20 % que hago? ( El curso responde : Divido por 5). ¿En que caso se usan los gráficos circulares? (Para compararlo con el total”.



## RESUMEN DEL CASO LISA

En resumen, respecto al caso Lisa se puede establecer que de las ocho estrategias de comunicación matemática analizadas en cuatro clases observadas, cinco estrategias son desarrolladas en su quehacer pedagógico, lo que se evidencia, además, en la entrevista que se le realizó (ver anexo J).

Tabla 77

*Resumen de estrategias comunicativas –Caso 2-Lisa.*

<b>ESTRATEGIAS DE COMUNICACIÓN MATEMATICA</b>	<b>CLASE N°1</b>	<b>CLASE N°2</b>	<b>CLASE N°3</b>	<b>CLASE N°4</b>	<b>Nivel de logro de la estrategia</b>
1. El tiempo es un factor importante en el aprendizaje	L	L	L	L	<b>L</b>
2. Ofrecer una explicación clara de una idea matemática	L	L	L	L	<b>L</b>
3. Organizar la clase	ML	L	L	L	<b>L</b>
4. Incluir a la mayoría en el discurso	L	NL	L	NL	<b>NL</b>
5. Respuestas erróneas	L	NO	ML	L	<b>ML</b>
6. Evaluar la redacción matemática del otro	L	L	L	ML	<b>L</b>
7. Formular preguntas adecuadas	L	ML	ML	ML	<b>ML</b>
8. Crear un contexto de lenguaje matemático	L	ML	L	L	<b>L</b>

El análisis de los datos de la investigación, respecto a la gestión de clase del docente Lisa, sugiere que la estrategia que hace referencia a que el tiempo es un factor importante en el aprendizaje es dominada por el docente, pues se evidenció durante las cuatro clases filmadas que establece un tiempo adecuado para la realización de las actividades logrando, generar en los estudiantes reflexión, quienes son capaces de explicar, concluir, argumentar o refutar ideas matemáticas. El curso con que trabaja Lisa es un sexto básico, por lo cual le da cierta libertad para que decidan trabajar de manera personal o grupal en la mayoría de las clases mientras ella se toma el tiempo de pasear por la sala



para recoger la ideas de sus estudiantes para luego incitarlas a pasar a la pizarra a explicar sus procedimientos. Lisa demuestra tener esta estrategia de comunicación matemática muy internalizada pues en la entrevista menciona:

*“...darle el tiempo para que piensen todos, esto que no el primero que levanta la mano sino que todas puedan tener el tiempo necesario para pensar y que cualquiera pueda dar respuestas y no solo los más mateos o los mas rápidos, ni con los más personalidad tampoco, sino que también los que hablan menos los que son más tímidos, que no necesariamente son los que menos saben o sea en la posibilidad todos deben pensar y después y que todos hayan pensado preguntarle a cualquiera...”*

Tal como se señalaba anteriormente Lisa, se preocupa de que las estudiantes expongan sus ideas matemáticas utilizando la estrategias de las preguntas dirigidas, en las clases observadas, el docente constantemente realiza las interrogantes: “¿Tú, qué opinas? ¿Qué piensas de lo que acaba de decir tu compañera?” señalando a los estudiantes directamente por su nombre para luego parafrasear e interpretar las ideas de sus estudiantes sin cambiarles el sentido a éstas, esto ocurre dado que Lisa selecciona una actividad que genera discusión en las clases, ella señala:

*“...seleccionar muy bien los problemas que voy a llevar o los ejercicios que voy a llevar, no es cualquiera, es buscar cual creo que va a provocar que los niños hablen más o que los niños puedan sacar más conclusiones, no un problema simple de solución rápida sino que puedan ellos llevarlo un poco más...”*

Hay momentos en que Lisa reitera las explicaciones de sus estudiantes con la intención de realzar una idea para luego complementarlas con el contenido



matemático que están viendo, además de incitarlas a usar conocimiento matemático en las explicaciones con el objetivo de que luego surjan otras preguntas o ideas matemáticas, por lo que se evidencia una buena gestión de Lisa a la hora de ofrecer una explicación clara de una idea matemática, es importante destacar que Lisa considera que:

*“...pregunto mucho para que las chiquillas expliquen lo que pasa, lo que está pasando como en sus cerebros, que ellas puedan explicar que está pasando. Cuando los niños no tienen la costumbre de explicar lo que hacen es explicarte como si tuvieran en la cabeza un papel y un lápiz y te explican el procedimiento “yo baje el número” así te lo explican como el algoritmo, pero una vez que ellos van acostumbrándose a esa forma de reflexionar o se acostumbra a que tú le preguntes, ellos van de apoco aplicando a través de propiedades, entendiendo como aplicaron tal cosa o tal conocimiento, o sea la forma de explicar va cambiando...”*

En relación a organizar la clase, Lisa domina la estrategia pues se da el tiempo de escuchar las ideas de sus estudiantes y de observar los procedimientos sin interrumpirlos pese a que la distribución de la sala no es favorable, ya que, al ser un gran número de estudiantes debe ubicarlas en filas sentadas en parejas o tríos lo cual genera que no todas las estudiantes se puedan ver mientras comunican sus ideas, pese a ello el docente logra que sus estudiantes estén pendiente de la clase, y Lisa esta consciente de esto, pues señala :



*“...Otra cosa que yo trato de hacer arto en la sala es que entre ellas conversen y yo les digo discutan entre ustedes, entendiendo bien la palabra discusión digamos, y que se puedan convencer entre ellas, y yo no les digo cuál de las dos está en lo correcto o en lo incorrecto, sino que entre ustedes tienen que ser capaces de descubrir donde está el error y donde está bien, cuando yo ya veo que ya es mucho rato, ahí yo intervengo, pero en lo general se dan cuenta sola ellas, o sea al trabajar, preguntar se dan cuenta en que se equivocaron. Eso también ayuda no solo en matemática, sino también a las relaciones, a que ellas aprendan a que yo puedo tener una opinión distinta y que eso no va hacer terrible ni nada, o sea que puedan llegar a un acuerdo..”*

Incluir a la mayoría en el discurso es la estrategia más débil de Lisa, es decir no la tiene lograda debido a que son siempre las mismas estudiantes quienes participan, sumado a esto, en dos de las clases observadas las actividades seleccionada por el docente no permiten la participación de un gran número de estudiantes, por el contrario son actividades donde se buscan respuestas cerradas, lo cual limita la generación de un debate a causa de que Lisa comete el error de validar e invalida inmediatamente las ideas matemáticas dadas por los estudiantes. Sin embargo, en una clase se logró observar que el docente es capaz de fomentar un debate donde promueve que la mayoría participe realizando preguntas que incitaba a participar, por lo cual no es justificable el gran número de estudiantes para no generar un debate.

De la misma manera, Lisa demuestra que domina medianamente la estrategia que tiene relación a las respuestas erróneas, si bien se evidenció que el docente presta atención a la mayoría de las respuestas, permitiendo que sean los propios estudiantes quienes refuten las ideas erróneas de los pares para luego construir conocimiento en base a los errores develados, en ocasiones



Lisa validaba o invalidaba respuestas antes de que las estudiantes pudieran percatarse del error. Tal como ha quedado en evidencia Lisa gestiona que los estudiantes expongan sus puntos de vista, el cual provoca que sea un acto natural el hecho de expresar sus ideas frente al curso, siendo innecesaria por parte de Lisa incitar a los estudiantes a no frustrarse. Lo anterior evidenciado no es concordante con las creencias de Lisa quien considera tener dominada esta estrategia pues en la entrevista señala:

*“...Lo que también trato de hacer en mis clases es que el error no sea un pecado, o sea el equivocarse es parte de lo cotidiano, es lo normal, es lo que nos pasa en la vida a todos, y el equivocarnos nos ayuda a no volver a equivocarnos, yo trato que la equivocación no la borren que la puedan dejar, detectar dónde está el error, como lo pueden modificar que se yo, pero no que se olvide como algo terrible, sino como algo que nos ayuda. Después cuando ellas estudian después puedan recordarse en que se equivocaron, que no lo eliminen...”*

En relación a la estrategia de evaluar la redacción matemática de otro, Lisa demuestra que domina la estrategia pues constantemente pregunta al curso si están de acuerdo con los procedimientos o ideas expuestas, lo que genera que las estudiantes lean y evalúen las explicaciones de sus pares. Hemos evidenciado un patrón en la forma de trabajar las actividades en las clases de Lisa, que por medio de diversas preguntas ella gestiona que los estudiantes se escuchen al momento de expresar sus ideas priorizando la forma oral antes que la escrita. Lisa demuestra en sus prácticas y en su oratoria que considera que es muy importante fomentar la habilidad de comunicar en sus clases pues:



*“...creo que ayuda a que los niños aprendan mejor matemática, o sea es muy diferente como aprendimos nosotros cuando era muy mecánico pero uno ahora como adulto viene a entender porque, o sea tratar de que los niños desde un inicio sepan por qué y que ellos puedan explicar el por qué, no que se mecanice. Sí yo creo que si es súper importante que ellos tenga la habilidad de comunicar en matemática pero también creo que es súper importante en la vida entera o sea la comunicación en todas las asignaturas es fundamental...”*

Lisa muestra una cierta debilidad en lo que respecta a la estrategia que se relaciona con formular preguntas adecuadas, si bien a lo largo de la clase realiza varias preguntas con el fin que lo estudiantes expongan sus procedimientos y de mantener el foco de la discusión y además de realizar contra-preguntas con la intención de guiar o que surjan nuevas ideas por parte de los estudiantes, Lisa comete el error de validar e invalidar de forma inmediata varias intervenciones realizadas por los estudiantes durante las clases filmadas, además de que Lisa no realiza preguntas que requieran reflexión por parte de los estudiantes, pues utiliza actividades que solo requieren respuestas inmediatas. Lo anterior no es concordante con las creencias de Lisa quien considera tener dominada esta estrategia, si bien realiza varias preguntas en el desarrollo de su clase, estas no requieren del nivel de reflexión esperable en estudiantes de sexto básico, ella señala:

*“...les pregunto mucho, también a partir de lo que ellos me dicen yo les contra pregunto, les hago otra pregunta para que ellos me vuelvan a explicar lo que ellos dijeron...”*

Finalmente, la estrategia que se refiere a crear un contexto de lenguaje matemático se encuentra lograda en el quehacer docente de Lisa, se observa



durante el desarrollo de las cuatro clases analizadas que enseña los significados de conceptos matemáticos, esto se evidencia en la clase 1 entre los minutos 08:45 y 08:55 cuando Lisa enseña el concepto de figuras compuestas, ella señala que “las figuras que ahí les presento ¿qué tienen de especial?, ¿Qué no son figuras conocidas que no es un cuadrado, ni un rectángulo?, ¿Qué características tiene entonces? Chiquillas aquí es cuando utilizamos las palabras compuestas, son figuras compuestas, que están formados por cuadrado, rectángulos”. Además, enseña la forma de expresar los conceptos generalmente con situaciones que les sean familiares para las estudiantes, como por ejemplo, encuestas, deportes, entre otros, durante el desarrollo de las actividades. Lisa en tres de las cuatro clases fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva, utilizando la técnica del parafraseo para complementar las explicaciones de los estudiantes con lenguaje matemático o simplemente ayudándoles a utilizar un correcto vocabulario en sus explicaciones matemáticas, en relación a esto Lisa señala:

*“...creo que es una de las mejores maneras que los niños aprendan, a través de que ellos expliquen lo que están haciendo, primero uno puede darse cuenta si lo entendieron y también el niño puede tener claro el procedimientos, ósea explicárselo a otros también eso ayuda a que se vayan clarificando entre todos. Yo creo que en el momento en que el niño solamente se dedica a calcular de manera mecánica y sin saber porque o donde va a llegar sin explicarse nada, de esa manera no se va a conseguir que el niño tenga habilidades matemáticas o que se desarrollen. En cambio si él explica lo que hizo, se detiene a reflexionar, se detiene a explicarlo, los avances pueden ser muchos mejores.”*



# CAPITULO V

## CONCLUSIONES



## CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

La problemática que orienta este estudio de investigación planteaba analizar la gestión de la comunicación matemática en el aula, en dos docentes que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación. En este sentido, las conclusiones que resultan de la presente investigación se derivan de cada uno de los objetivos específicos y de la principal interrogante propuesta en este estudio, por lo cual la información se ha estructurado a través de tres apartados.

El primero hace referencia a reconocer las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula. El segundo hace referencia a analizar las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula y, finalmente, el tercero se vincula esencialmente en dar respuesta a la interrogante en la cual se centra esta investigación, la que corresponde a: ¿Cómo gestionan la comunicación matemática en el aula, dos docentes que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación a partir de las estrategias propuestas por Lee ?.



**Objetivo específico N°1:** Reconocer las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula.

En nuestra investigación, realizamos la observación de 9 grabaciones de clases, de las cuales 5 son de Clara y 4 de Lisa. En estos episodios logramos reconocer las estrategias de comunicación matemática que utilizan los dos casos en su quehacer pedagógico y también, utilizando registros de entrevistas, mostramos qué estrategias reconocen ellas en su gestión de clases para complementar y enriquecer las conclusiones establecidas.

### **CASO CLARA: ESTRATEGIAS OBSERVADAS**

- **El tiempo es un factor importante en el aprendizaje:** Esta estrategia está observada, pues en todas las clases se observó que la profesora da tiempo a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada para que luego expliquen sus ideas matemáticas y las de sus pares. Además, les da tiempo para que revisen las producciones matemáticas de sus pares y así generar discusiones grupales, como se evidencia en la clase 1 entre los minutos 04:01 al 7:50, en donde la profesora les da aproximadamente cuatro minutos para que realicen la actividad.



- **Organizar la clase:** Esta estrategia está observada, pues en todas las clases se observó que la profesora escuchaba y observaba a sus estudiantes sin interrumpir mientras exponían sus ideas matemáticas. Además, distribuía la sala con la intención que todos se vieran y escucharan. Esto se evidencia en la clase 1, en donde Clara distribuye las sillas en forma de “U”, con la intención que todos los estudiantes se vieran y escucharan.
- **Incluir a la mayoría en el discurso:** Esta estrategia está observada, pues en las cinco clases la docente Clara permite que la mayoría de los estudiantes participen, ya sea exponiendo sus ideas en sus puestos o pasando a la pizarra. Es importante señalar que Clara es consciente de esto pues en la entrevista señala:  

*“Si, lo hago generalmente en la mayoría de las clases permito que los niños comuniquen sus respuestas tales ejercicios ya sean correctos o incorrectos.”*
- **Evaluar la redacción matemática del otro:** Al observar las clases se evidencia que la profesora Clara, permite que los estudiantes lean y evalúen la redacción matemática de sus pares, pues una vez explicada una idea matemática la docente pregunta ¿Está bien? Esto se evidencia en la clase 5 entre los minutos 15:12 al 15:15, cuándo Benjamín al completar la tabla y el pictograma, la docente pregunta *¿Está bien lo que hizo el Benja?* Además, en los minutos 32:44 al 32:46 después que Samuel completa la tabla con la



cantidad de pelotas de pin pon, futbol y baloncesto la docente pregunta  
*¿Están de acuerdo con su compañero?*

- **Ofrecer una explicación clara de una idea matemática:** La docente Clara tiene esta estrategia medianamente lograda, pues en varias de sus clases no se observa que promueva el uso del conocimiento matemático para las explicaciones de los estudiantes. No obstante lo anterior, en todas las clases propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas, parafraseando algunas explicaciones para compararlas o complementarlas sin cambiándole el sentido a esas explicaciones.
- **Respuestas erróneas:** Clara tiene medianamente lograda esta estrategia de comunicación matemática, pues aunque en todas sus clases gestiona que sean los estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares, sólo en algunas se observa que se utiliza el error para construir conocimiento matemático y en ninguna se incita a los estudiantes a no frustrarse frente a los errores.
- **Formular preguntas adecuadas:** Clara tiene medianamente lograda esta estrategia, aunque en todas sus clases plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase para no desviar el foco de la discusión, sin embargo, no se observa que haga contra preguntas a partir de las



respuestas de los estudiantes. Además sólo hay preguntas de respuesta inmediata.

- **Crear un contexto de lenguaje matemático:** Clara tiene medianamente esta estrategia, pues aunque en todas sus clases enseña la forma de expresar conceptos matemáticos no se observan en todas las clases que enseñe significados de nuevos conceptos matemáticos ni fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos.

En resumen, a partir del análisis de las clases y de las entrevistas realizadas a la docente Clara, podemos señalar que intenciona sus clases para promover el desarrollo de la habilidad de comunicar en sus estudiantes. En la entrevista se reconoce de manera implícita que Clara realiza las siguientes estrategias:

- Evaluar la redacción matemática de otros.
- El tiempo es un factor importante en el aprendizaje.
- Respuestas erróneas
- Crear un contexto de lenguaje matemático
- Formular preguntas adecuadas

De estas estrategias que Clara señala utilizar durante el desarrollo de sus clases, solo “Evaluar la redacción matemática de otros” y “El tiempo es un factor



importante en el aprendizaje”, corresponden a las estrategias que se observaron durante todas las clases analizadas, cabe señalar que las otras estrategias que Clara reconoce, también fueron logradas durante algunas de las clases por lo que son medianamente logradas por la docente.

### **CASO LISA: ESTRATEGIAS OBSERVADAS**

- **El tiempo es un factor importante en el aprendizaje:** Esta estrategia está lograda, pues en todas las clases se observó que Lisa da tiempo a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada para que luego expliquen sus ideas matemáticas y las de sus pares. Además, les da tiempo para que revisen las producciones matemáticas de sus pares para que se generen discusiones grupales. Esto se evidencia en el siguiente extracto:

*05:15 al 05:30 - Lisa: Hoy día le traje otro ejercicio que quiero que los vean en pareja, la idea es que las dos primeras las veamos en la primera hora y después seguimos con la otra, así que traten de resolver las que son de grafico de barra. Pueden trabajar en parejas chiquillas.*

*05:30 al 18:43 - Lisa se pasea por los puesto aclarando dudas, posteriormente se sienta, mientras las estudiantes trabajan en las actividades.*

*18:44 al 18:46 - Lisa: Revisemos las primeras chiquillas.*

- **Ofrecer una explicación clara de una idea matemática:** Esta estrategia está lograda, pues en todas las clases se observa que propicia a los estudiantes a explicar o exponer sus ideas matemáticas, promoviendo el uso de conocimiento matemático para esas explicaciones. Además, parafrasea las explicaciones de sus estudiantes con la intención de compararlas y



complementarla sin cambiarle el sentido. Esto se evidencia en el minuto 46:00 cuando Florencia explicaba su procedimiento “dividimos aquí, para que nos queden dos figuras normales y conocidas” y Lisa luego señala “ya pero que significa normales”, a lo que Florencia dice “un cuadrado, un rectángulo”, luego Lisa replica “ya, pero no le digamos normales, digamos que son figuras más conocidas”. Es importante mencionar que Lisa es consciente de esto, ya que en la entrevista señala:

“...creo que es una de las mejores maneras que los niños aprendan, a través de que ellos expliquen lo que están haciendo, primero uno puede darse cuenta si lo entendieron y también el niño puede tener claro el procedimientos, ósea explicárselo a otros también eso ayuda a que se vayan clarificando entre todos. Yo creo que en el momento en que el niño solamente se dedica a calcular de manera mecánica y sin saber porque o donde va a llegar sin explicarse nada, de esa manera no se va a conseguir que el niño tenga habilidades matemáticas o que se desarrollen. En cambio si él explica lo que hizo, se detiene a reflexionar, se detiene a explicarlo, los avances pueden ser muchos mejores.”

- **Organizar la clase:** Esta estrategia está lograda, pues en todas las clases se observó que la profesora escucha y observa los procedimientos de sus estudiantes sin interrumpir, como se evidencia en el siguiente extracto en donde observa y escucha un procedimiento de una estudiante.

26:07 al 26:16 - Lisa: ¿Cuántos estudiantes, tiene el 4to b?, Isi con eso que tengo allá adelante, ¿puedo saberlo?, ya vaya a resolverlo

26:20 al 26:27 - Isi comienza a extraer los datos

26:28 al 26:30 - Lisa: ¿Qué vas hacer Isi?

26:28 al 26:39 - Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2

26:40 al 27:00 - Lisa: Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.

27:00 al 27:20 - Isi continua realizando su procedimiento.



Es importante recalcar que pese a que la infraestructura de la sala no permite una distribución en que las estudiantes se estén mirando, pues la sala es pequeña para la cantidad de estudiantes que alberga, Lisa fomenta que las estudiantes se escuchen tal como se aprecia en el extracto:

04:27 al 04:29      –Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?  
04:29 al 04:30      –Estudiantes: No(coro)  
04:30 al 04:32      –Lisa: Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros), vuelta para allá bien fuerte.

- **Evaluar la redacción matemática del otro:** Esta estrategia está lograda, pues al observar las cuatro clases se evidencia que la profesora Lisa, permite que los estudiantes lean y evalúen la redacción matemática de sus pares. Esto se puede evidenciar en la clase 1 en el minuto 52:58 cuando se presentan tres procedimientos en la pizarra y Lisa pregunta “de las tres opciones para resolver ¿Cuáles creen que está correcta?”. Es importante mencionar que Lisa es consciente de esto, ya que en la entrevista señala:

“...Otra cosa que yo trato de hacer arto en la sala es que entre ellas conversen y yo les digo discutan entre ustedes, entendiendo bien la palabra discusión digamos, y que se puedan convencer entre ellas, y yo no les dije cuál de las dos está en lo correcto o en lo incorrecto, sino que entre ustedes tienen que ser capaces de descubrir donde esta el error y donde está bien, cuando yo ya veo que ya es mucho rato, ahí yo intervengo, pero en lo general se dan cuenta sola ellas, o sea al trabajar, preguntar se dan cuenta en que se equivocaron. Eso también ayuda no solo en matemática, sino también a las relaciones, a que ellas aprendan a que yo puedo tener una opinión distinta y que eso no va hacer terrible ni nada, o sea que puedan llegar a un acuerdo.”

- **Crear un contexto de lenguaje matemático:** Esta estrategia está lograda, pues al observar las cuatro clases se evidencia que la profesora Lisa



fomenta en sus clases que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar concepto y enseñe significados de nuevos conceptos matemáticos, tal como se evidencia en la clase 1 en el minuto 05:31 cuando Lisa pregunta ¿Qué características tiene el perímetro? los estudiantes responden que es lineal ¿De qué otra manera lo puedo decir? Los estudiantes responden que tiene una línea ¿Pero de otra manera para decirlo? Que es de una dimensión responden los estudiantes.

- **Respuestas erróneas:** La docente Lisa tiene esta estrategia medianamente lograda porque no en todas las clases gestiona el error para poder construir conocimiento matemático. En la segunda clase no hay respuestas erróneas por lo que no podemos apreciar el nivel de logro de ésta estrategia, lo mismo sucede en la clase tres, que si bien Lisa gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares esto no significa que se construya conocimiento a partir de las explicaciones, si no que más bien las explicaciones se limitan a comprender el enunciado.
- **Formular preguntas adecuadas:** Lisa tiene medianamente lograda esta estrategia porque realiza preguntas que no requieren una respuesta inmediata, además, Lisa generalmente valida (respuestas correctas) o



invalida (respuestas incorrectas) inmediatamente. Esto se evidencia en la clase 2 entre los minutos 31:38 al 31:45, cuando luego de que Isi escribiera y explicara su procedimiento en la pizarra, Lisa pregunta “¿A alguien se le ocurre otra manera?, pues esa está bien”, esa última expresión es la que valida el procedimiento de Isi.

### **CASO LISA: ESTRATEGIAS NO LOGRADAS**

- **Incluir a la mayoría en el discurso:** La docente Lisa no tiene lograda esta estrategia porque no en todas las clases se realizan actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes, ni fomenta un debate donde promueva que la mayoría participe.

Por otra parte, el caso Lisa declaró que no planifica su clase con la intención de promover comunicación matemática en sus estudiantes, sin embargo es consciente del desarrollo de algunas de las estrategias durante su quehacer pedagógico que se reconocen de manera implícita en la entrevista, estas son:

- Ofrecer una explicación clara de una idea matemática
- Incluir a la mayoría en el discurso
- Respuestas erróneas
- Evaluar la redacción matemática del otro
- Formular preguntas adecuadas



– Crear un contexto de lenguaje matemático

Sin embargo, de las estrategias que Lisa señala utilizar durante el desarrollo de sus clases, solo “ofrecer una explicación clara de una idea matemática” fue lograda en las 4 clases observadas y la estrategia de comunicación matemática “el tiempo es un factor importante en el aprendizaje” no fue nombrada por Lisa en la entrevista pero en las clases observadas se evidencia su dominio.

A partir de lo anterior, se puede concluir que ambos casos, desarrollan las estrategias “El tiempo es un factor importante en el aprendizaje” , “Organizar la clase” y “Evaluar la redacción matemática del otro”, propuestas por Lee (2006) y, además, concuerdan con las estrategias “Evaluar la redacción matemática del otro”, “Respuestas erróneas”, “ Crear un contexto de lenguaje matemático” y “Formular preguntas adecuadas” propuestas por Lee (2006) que ellas declaran realizar durante su quehacer pedagógico.



**Objetivo específico N°2:** Analizar las estrategias de comunicación matemática que utilizan dos profesoras que promueven la comunicación matemática en el aula.

Al analizar los episodios de clases de ambas docentes, se logró detectar en la práctica docente de ambos casos que estos hacen uso de las estrategias de comunicación matemática propuestas por Lee (2006) durante el desarrollo de sus clases, pues se evidenció que a pesar de que son solo algunas las estrategias que forman parte fundamental durante todas sus clases, también existe un desarrollo de las otras estrategias en su práctica, pero su gestión en comparación a otras clases observadas del mismo caso, no lograron ser lo suficientemente desarrolladas como para categorizarlas en Logradas, por lo que surge la interrogante; ¿qué ocurre con las otras estrategias durante su práctica docente?.

### **CASO CLARA: ESTRATEGIAS LOGRADAS**

- En relación a la estrategia **“El tiempo es un factor importante en el aprendizaje”** establecemos que esta estrategia se encuentra lograda por Clara en su gestión pedagógica pues durante las 5 clases analizadas se logra observar que la docente cumple con todos los indicadores pues da un tiempo adecuado para realizar las actividades, como también dedica tiempo



para el monitoreo de las actividades para posteriormente dar tiempo adecuado para que sus estudiantes expliquen, concluyan, argumenten o refuten respecto a las ideas de sus pares, como se observa en el siguiente extracto de la clase 3:

*El docente le da tiempo a Benjamín para que refute a Diego.*

- 49:26 al 49:30 - Clara: *¿están de acuerdo con su compañero?*
- 49:33 al 49:35 - Benjamín: *No! Tía*
- 49:35 al 49:39 - Clara: *¿Por qué no benjamín?*
- 49:40 al 49:50 - Benjamín: *había que colocar cuadraditos*
- 50:05 al 50:08 - Clara: *¿Qué había que colocar según tú?*
- 50:09 al 50:11 - Benjamín: *dos cuadrados*
- 50:11 al 50:12 - Clara: *¿Por qué dos cuadrados?*
- 50:12 al 50:19 - Benjamín: *porque ese eran las actividades de fin de año*
- 50:20 al 50:21 - Clara: *a ver como colocarías tú*
- 50:2 al 50:33 - Benjamín *realiza su procedimiento*

Asimismo, en la clase 2 se evidencia que da el tiempo adecuado para recoger las ideas y reflexiones de sus estudiantes como se muestra en el siguiente extracto:

- 01:13 al 01:15 - Clara: *¿Qué vimos la clase anterior?*
- 01:23 al 01:26 - Christine: *Los peces y los materiales*
- 01:27 al 01:27 - Clara: *¿Qué hacíamos con esto? (colección de especies marinas)*
- 01:28 al 01:45 - Estudiantes: *contábamos, hacíamos circuitos*
- 01:45 al 01:51 - Clara: *¿Eran peces solamente los que vimos? ¿que eran?*
- 01:54 al 01:56 - Estudiante: *Habían estrellas de mar*
- 01:56 al 01:57 - Clara: *¿qué más habían?*
- 01:58 al 02:29 - estudiantes: *caracolas – conchas –estrellas de mar – peces- cangrejos*
- 02:35 al 02:38 - Clara: *¿Qué hacíamos con todas especies marinas que teníamos?*
- 02:38 al 02:40 - Estudiantes: *las contábamos*
- 02:40 al 02:42 - Clara: *Y cuando las contábamos ¿en qué lugar las colocábamos?*
- 02:42 al 02:44 - Estudiante: *en su lugar!*
- 02:45 al 02:49 - *¿cómo se llamaba ese lugar?*
- 02:49 al 02:54 - Felipe: *tabla de conteo (...)*



- En relación a la estrategia “Organizar la clase” establecemos que está lograda, en primer lugar porque Clara permite que todos los estudiantes se vean y escuchen, pues organiza las mesas en forma de U, lo que le permite, además, una mejor visualización del trabajo de los estudiantes. Además, con respecto a esta estrategia la docente escucha y observa los procedimientos de sus estudiantes sin interrumpir, como se evidencia en los siguientes extractos de clases:

*Clase 1:*

*11:42 al 13:18 -Clara le pide a David que pase a la pizarra a dibujar los círculos en la tabla asociada a la cantidad de latas. David los dibuja y el docente le pregunta ¿Qué hiciste para saber que esa es la cantidad David? El docente observa el procedimiento que hizo en la tabla y además escucha cuando responde a la pregunta.*

*Clase 5:*

*30:40 al 31:35 -Clara observa a Samuel mientras completa la tabla con la cantidad de pelotas de fútbol, pelotas de pin pon y pelotas de baloncesto en el pizarrón. Además, observa a Cristóbal cuando pasa a la pizarra a completar la tabla, colocando la cantidad de sándwich hay.*

- En relación a la estrategia “Incluir a la mayoría en el discurso”, establecemos que está lograda pues durante todas las clases se observa que Clara gestiona la participación de todos los estudiantes, ya sea a través de su participación voluntaria o bien pidiéndoles que participen en las actividades realizando diferentes tipos de preguntas que permiten la participación de la mayoría, como se muestra en la clase 1 en el minuto 46:00 al 53:30 cuando al finalizar la actividad 2 el docente hace preguntas que permite que los alumnos participen, como por ejemplo ¿De qué es la tabla? ¿Esto que hicimos con pelotitas que será? ¿Estará completa esta



tabla? Asimismo, Clara indicando la tabla pregunta ¿Qué será esto? Y mientras Samuel está respondiendo, Clara le dice a Rafael “Mira lo que está diciendo Samuel” “escuchaste Rafael lo que dijo tu compañero”. Esto último evidencia que Clara gestiona que los estudiantes se escuchen mientras comunican sus ideas como también se observa en la clase 2 en el minuto 63:32 al 63:37 donde Clara le dice a los estudiantes “miren lo que me está diciendo el compañero chicos”, (para que el resto de los estudiantes preste atención a la explicación de Rafael).

Además, realiza actividades que permiten la participación de la mayoría de los estudiantes, esto se observa a lo largo de la clase pues Clara permite a los estudiantes que argumenten sus respuestas y que sean los mismos compañeros quienes refuten o validen las ideas matemáticas como se observa en el siguiente extracto de la clase:

- 36:21 al 36:23 - Clara: *¿cuál es el que tiene más preferencias?*
- 36:24 al 36:28 - Dylan: *el volantín*
- 36:28 al 37:00 - Clara: *¿Por qué el volantín?, ¿Cuántas preferencias tiene el volantín Dylan?*
- 37:01 al 37:03 - Dylan: *6 (las cuenta)*
- 37:39 al 37:40 - Clara: *el Dylan me dice que el volantín tiene 6 preferencias*
- 37:40 al 37:42 - Darling: *no! Tiene 30*
- 37:42 al 37:43 - Clara: *¿porque 30 Darling?*
- 37:42 al 37:51 - Darling: *porque estamos contando la linitas (...)*

En la clase 3, se evidencia la participación de varios estudiantes en el siguiente extracto:



21:41-27:50 - *Javiera completa el pictograma según los votos que mostraba la tabla de conteo, Clara le pregunta a los compañeros ¿Cuántos dibujo Javiera?, David y Benjamín pasan a la pizarra a revisar el procedimiento matemático de Javiera, Dylan explica que Javiera está mal porque pedro tiene 5 votos y no 8, por lo tanto pasa corregir el procedimiento de Javiera. Clara se dirige al resto de los estudiantes y les dice ¡Atención al Dylan!, Cristóbal opina que no son 5, Clara le pregunta ¿Por qué no son 5 Cristóbal?, este argumenta que tienen que ser más cubitos, Dylan vuelve a explicar porque son 5 a petición de Clara, a través de la pregunta ¿estará correcto? Lo que dijo el compañero, los estudiantes en general responden No!, Darling interviene y explica que en la tabla después de Antonia viene pedro y explica que Dylan se equivocó porque en el grafico estaban al revés.*

- En relación a la estrategia **“Evaluar la redacción matemática del otro”** establecemos que está lograda pues esto se puede evidenciar durante las cinco clase analizadas, donde a partir de preguntas como ¿Estará correcto? ¿Estará bien? O miren lo que hizo el compañero, para que en primer lugar lean la redacción del compañero y posteriormente evalúen la idea o el procedimiento y expongan sus propias ideas con respecto a un problema planteado, como se muestra en los extractos de las siguientes clases:

*Clase 2:*

*64:54 –65:05 -Clara les pregunta a los estudiantes ¿Estará bien lo que me dice Rafael  $(30+40+25=45)$ ?, para que los estudiantes presten atención a la operación matemática que está realizando y la argumenten o refuten.*

*Clase 3:*

*26:35-26:40 -Clara gestiona a través de: el compañero dijo que acá eran 5 ¿estará correcto?, que los estudiantes evalúen la idea matemática de Cristóbal.*



Es importante también mencionar que Clara señala el logro de esta estrategia:

*“...a lo mejor un compañero lo hizo de una manera , a lo mejor el otro lo hizo de otra manera pero ambos llegaron al mismo resultado, por lo tanto eso va a depender del tipo de respuesta que me den los alumnos , ya sea, colocando en marcha sus conocimientos previos o con lo que ya han aprendido durante la clase, si las preguntas que siempre tomo y considero son esas que permiten un poco más la argumentación, ¿Están de acuerdo con el compañero?, ¿Por qué están de acuerdo? ehm ¿alguna sugerencia? algo que les gustaría decir, como que esas son algunas de las preguntas que uno más que nada actúa como mediador...”*

### **ESTRATEGIAS MEDIANAMENTE LOGRADAS**

- En relación a la estrategia **“Ofrecer una explicación clara de una idea matemática”**, se logró observar y evidenciar durante las clases 1, 3 y 5 que la docente no promueve el uso de conocimiento matemático durante estas clases, pues no se observa que la docente fomente el uso de conocimiento matemático en las ideas y explicaciones matemáticas de los estudiantes, como sucede durante las otras clases. Sin embargo, en la clase 2 si lo hace y se puede evidenciar en el siguiente extracto:

*49:00 al 49:10 - Clara: ¿Qué tendría que hacer para saber la diferencia, sumar o restar?, (con la intención de que los estudiantes expliquen su respuesta a través de una de las operaciones matemáticas)*

- En relación a la estrategia **“Respuestas erróneas”** se encuentra medianamente lograda durante la práctica de Clara, ya que durante las clases 1 y 5 no se evidencia que Clara emplea el error para construir conocimiento matemático, a pesar de presentarse errores matemáticos por parte de los estudiantes durante la clase, además, Clara no incita a sus



estudiantes a no frustrarse frente a equivocaciones, sin embargo, no se observa que la docente realice una gestión contraria. Además, en la clase 1 y 5 no se observa que emplee el error para construir conocimiento matemático. Sin embargo, en todas sus clases gestiona que sean los propios estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares, evidenciándose esto en el siguiente extracto:

25:30 al 25:33	- Clara: ¡Atención al Dylan!
25:34 al 25:37	- Cristóbal: no son 5!
25:37al 25:39	- Clara: Dylan dibujo 5
25:39 al 25:41	- Cristóbal: no son
25:42 al 25:45	- Clara: ¿Cristóbal, porque no son 5 según tú?
25:46 al 25:50	- Cristóbal: porque tiene que tener más cubitos

Además, Clara señala en la entrevista que va monitoreando para hacer pasar a la pizarra a los alumnos que tengan algún procedimiento erróneo:

*“...Mira generalmente parto la clase eehm colocando un problema o un ejercicio, luego les digo que ellos a través de sus conocimientos previos o con lo que ya hemos hecho en clases anteriores lo resuelvan y ahí voy monitoreando eehm voy monitoreando los alumnos, los cuales... tienen la respuesta correcta e incorrecta, la idea es que uno determine quién tiene la respuesta errónea para que después salga a la pizarra...”*

- En relación a la estrategia **“Formular preguntas adecuadas”**, Clara durante las clases 3 y 4 se evidenció que las preguntas realizadas durante la clase son de respuesta inmediata, por lo que no realiza preguntas que requieran de una reflexión y análisis por parte de los estudiantes, además, se observa que al exponer las diferentes ideas y procedimientos Clara valida




o invalida de manera inmediata las respuestas de los estudiantes, mientras que esta gestión por parte de la docente no se observa en las otras clases. Además, en las clases 1, 2 y 3 no se observa que haga contra-preguntas a partir de las respuestas dadas por los estudiantes. Sin embargo, en todas sus clases plantea distintos tipos de preguntas en diferentes momentos de la clase para no desviar el foco de la discusión, evidenciándose esto en el siguiente extracto:

*Inicio:*

00:47al 00:53 - Clara: ¿Qué vimos la clase pasada? Con la intención que los estudiantes recuerden lo visto la clase anterior

*Desarrollo:*

10:27-10:30 - Clara: ¿que significara esto  ?

*Cierre:*

68:57 al 69:01 - Clara: ¿Qué hicimos con la tabla de conteo?

Asimismo, en las clases 1, 2, 3 y 5 plantea preguntas que promuevan que las ideas evolucionen, pero en la clase 4 no se observa este indicador. Además, en las clases 1, 2 y 5 Clara no valida inmediatamente las respuestas de los estudiantes, sin embargo en las clases 3 y 4 se observan algunas situaciones en donde las valida como se evidencia entre los minutos 29:18 al 29:21 de la clase 4, en donde valida inmediatamente el procedimiento de Kim diciendo “Bien Kim” antes de preguntar al curso si están de acuerdo con el procedimiento, tal como lo había hecho con todos los alumnos que habían pasado a la pizarra.



- Finalmente la estrategia **“Crear un contexto de lenguaje matemático”** se evidenció durante la clase 1 que la docente no fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar conceptos, por lo que los estudiantes explican sus ideas y procedimientos con su vocabulario sin recibir intervención de la docente para complementar sus explicaciones. En las clases 2 y 5 no se observa que el docente enseña los significados de conceptos matemáticos, solo se evidencia que el docente gestiona que reconozcan ciertos elementos de las tablas de conteo y los pictogramas. Sin embargo, en todas las clases se observa que enseña la forma de expresar conceptos matemáticos, evidenciado en el siguiente extracto:

- 69:00 al 69:18 - Clara: *¿Qué hicimos con la tabla de conteo?, ¿Qué teníamos acá? ¿Qué era la a, que era la b, que era la c que era la d?*
- 69:18 al 69:19 -Estudiantes: *respuestas*
- 69:20 al 69:32 -Clara: *¿pero antes de las respuestas?, ¿Qué tiene que haber antes de las respuestas?, ¿ que eran cada una de estas?(señala las preguntas)*
- 69:33 al 69:40 - Felipe: *preguntas*
- 69:42 al 70:05 - Clara: *ósea respondimos preguntas a partir de la tabla de conteo, ósea interpretamos la tabla respondiendo algunas preguntas.*

A partir de lo anterior resulta evidente afirmar que Clara utiliza de manera constante durante sus clases las estrategias de Lee (2006), las que le permiten promover la habilidad de comunicar en sus estudiantes, pues durante el análisis se puede concluir que Clara utiliza todas las estrategias ya sea realizando una gestión que la permita categorizar en logrados o, en consecuencia, en medianamente logrados, puesto que ninguna de las estrategias se encuentra no lograda en su gestión.



### **CASO LISA: ESTRATEGIAS LOGRADAS**

- **El tiempo es un factor importante en el aprendizaje:** Esta estrategia está lograda, pues en todas las clases se observó que la profesora da tiempo a sus estudiantes para que realicen la actividad solicitada para que luego expliquen sus ideas matemáticas y las de sus pares. Además, les da tiempo para que revisen las producciones matemáticas de sus pares para que se generen discusiones grupales.

Esto se evidencia en la clase 3 en los minutos 05:15 al 18:46, pues Lisa da aproximadamente 13 minutos para realizar una actividad en pareja. Durante 13 minutos Lisa se pasea puesto por puesto monitoreando el trabajo de cada dupla, esto ocurre tal como se evidencia en el siguiente extracto:

*05:15 al 05:30 - Lisa: Hoy día le traje otro ejercicio que quiero que los vean en pareja, la idea es que las dos primeras las veamos en la primera hora y después seguimos con la otra, así que traten de resolver las que son de grafico de barra. Pueden trabajar en parejas chiquillas.*

*05:30 al 18:43 - Lisa se pasea por los puesto aclarando dudas, posteriormente se sienta, mientras las estudiantes trabajan en las actividades.*

*18:44 al 18:46 - Lisa: Revisemos las primeras chiquillas.*

Esto concuerda con las palabras emitidas por Lisa en la entrevista, donde señala:

*“...darle el tiempo para que piensen todos, esto que no el primero que levanta la mano sino que todas puedan tener el tiempo necesario para pensar y que cualquiera pueda dar respuestas y no solo los más mateos o los más rápidos, ni con los más personalidad tampoco, sino que también los que hablan menos los que son más tímidos, que no necesariamente son los que menos saben o sea en la posibilidad todos deben pensar y después y que todos hayan pensado preguntarle a cualquiera...”*



- **Ofrecer una explicación clara de una idea matemática:** Esta estrategia está lograda, pues en todas las clases se observó que la profesora propicia que los estudiantes expliquen o expongan sus ideas matemáticas, en las cuales promueve el uso de conocimiento matemático, como se evidencia en la clase 2 en el minuto 46:00 cuando Florencia explicaba su procedimiento “dividimos aquí, para que nos queden dos figuras normales y conocidas” y Lisa luego señala “ya pero que significa normales”, a lo que Florencia dice “un cuadrado, un rectángulo”, luego Lisa replica “ya, pero no le digamos normales, digamos que son figuras más conocidas”, lo anterior evidencia, además, que Lisa al promover conocimiento matemático en sus estudiantes no cambia el sentido de las explicaciones de sus estudiantes.

Lo anterior se reafirma cuando se observa durante las clases que Lisa es capaz de parafrasear las explicaciones las estudiantes, lo que permite que luego ella las complemente y las compare con otras ideas que hayan surgido de la clase, tal como se aprecia en el siguiente extracto de la clase 3:

26:28 al 26:30 - Lisa: ¿Qué vas hacer Isi?

26:28 al 26:39 - Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2

26:40 al 27:00 - Lisa: Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.



Esto concuerda con las palabras emitidas por Lisa en la entrevista, donde señala:

*“...creo que es una de las mejores maneras que los niños aprendan, a través de que ellos expliquen lo que están haciendo, primero uno puede darse cuenta si lo entendieron y también el niño puede tener claro el procedimientos, ósea explicárselo a otros también eso ayuda a que se vayan clarificando entre todos. Yo creo que en el momento en que el niño solamente se dedica a calcular de manera mecánica y sin saber porque o donde va a llegar sin explicarse nada, de esa manera no se va a conseguir que el niño tenga habilidades matemáticas o que se desarrollen. En cambio si él explica lo que hizo, se detiene a reflexionar, se detiene a explicarlo, los avances pueden ser muchos mejores.”*

- **Organizar la clase:** Esta estrategia está lograda, pues en todas las clases se observó que a pesar de que la cantidad de estudiantes y la infraestructura de la sala no permiten que las estudiantes se vean y escuchen, Lisa media para una buena comunicación entre ellas, solicitando en ocasiones que estas se pongan de pie mientras explican o exponen una idea, tal como se aprecia en el extracto de la clase 3:

04:27 al 04:29      -Lisa: ¿escucharon lo que dijo la cata?

04:29 al 04:30      -Estudiantes: No(coro)

04:30 al 04:32      -Lisa: Ya cata de pie y dada vuelta hacia allá (mirando a las compañeras), porque a mí (bruce los hombros) , vuelta para allá bien fuerte.

Además, se observa que escucha y observa los procedimientos e ideas de sus estudiantes sin interrumpir innecesariamente durante las cuatro clases analizadas, una evidencia de esto es el siguiente extracto de la clase 3 que se muestra a continuación:

26:07 al 26:16      - Lisa: ¿Cuántos estudiantes, tiene el 4to b?, Isi con eso que tengo allá adelante, ¿puedo saberlo?, ya vaya a resolverlo

26:20 al 26:27      - Isi comienza a extraer los datos

26:28 al 26:30      - Lisa: ¿Qué vas hacer Isi?



26:28 al 26:39 - *Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2*

26:40 al 27:00 - *Lisa: Ha ya, muy bien, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.*

27:00 al 27:20 - *Isi continua realizando su procedimiento.*

- **Evaluar la redacción matemática del otro:** Esta estrategia está lograda, pues al observar las cuatro clases se evidencia que la profesora Lisa, permite que los estudiantes lean y evalúen la redacción matemática de sus pares. Esto se puede evidenciar en la clase 1 en el minuto 52:58 cuando se presentan tres procedimientos en la pizarra y Lisa pregunta “De las tres opciones para resolver ¿Cuáles creen que está correcta?”.

En la clase 2, Lisa utiliza preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “¿Piensan los mismo?” con el objetivo de que el curso pueda evaluar los procedimientos descrito de manera oral y registrados en la pizarra, a continuación se describen tres sucesos:

18:34 al 26:00 - *El docente a medida que Antonia explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas lean y comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra y puedan evaluar el procedimiento expuesto.*

26:58 al 61:40 - *El docente a medida que Isi explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas lean y comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra y puedan evaluar el procedimiento expuesto.*

31:44 al 35:24 - *El docente a medida que Florencia explica su ejercicio va realizando preguntas tales como “¿Están de acuerdo?” “¿y porque?”, “Piensan los mismo” para que las alumnas lean y comparen sus procedimientos con lo que está en la pizarra y puedan evaluar el procedimiento expuesto.*



Esto se evidencia además en la entrevista en donde Lisa señala:

*“...Otra cosa que yo trato de hacer arto en la sala es que entre ellas conversen y yo les dijo discutan entre ustedes, entendiendo bien la palabra discusión digamos, y que se puedan convencer entre ellas, y yo no les dijo cuál de las dos está en lo correcto o en lo incorrecto, sino que entre ustedes tienen que ser capaces de descubrir dónde está el error y donde está bien, cuando yo ya veo que ya es mucho rato, ahí yo intervengo, pero en lo general se dan cuenta sola ellas, o sea al trabajar, preguntar se dan cuenta en que se equivocaron. Eso también ayuda no solo en matemática, sino también a las relaciones, a que ellas aprendan a que yo puedo tener una opinión distinta y que eso no va hacer terrible ni nada, o sea que puedan llegar a un acuerdo.”*

- **Crear un contexto de lenguaje matemático:** Esta estrategia está lograda, pues al observar las cuatro clases se evidencia que la profesora Lisa fomenta en sus clases que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva para expresar concepto tal como se evidencia en la clase 1 en el minuto 05:31 cuando Lisa pregunta ¿Qué características tiene el perímetro? los estudiantes responden que es lineal ¿De qué otra manera lo puedo decir? Los estudiantes responden que tiene una línea ¿Pero de otra manera para decirlo? Que es de una dimensión responden los estudiantes.

En la clase 3, se evidencia que Lisa enseña los significados de conceptos matemáticos con palabras que las estudiantes puedan comprender pero que a la vez sean explicaciones matemáticas correctas tal como se evidencia en el siguiente extracto:

*4:43 al 05:05 - Lisa: La estadística entrega información visual, que uno puede captar rápidamente, no necesita leer un texto largo es una manera de comunicar algo de entregar información, entonces los gráficos de doble barra son los que nos entregan una comparación inmediatamente.*



## ESTRATEGIAS MEDIANAMENTE LOGRADAS

- La estrategia **Respuestas erróneas** durante la clase 2 no se encuentra observada, ya que la docente no realiza actividades en donde se manifieste la gestión del error, mientras que en la clase 3 la docente gestiona medianamente lograda la estrategia, pues no se observa que emplee el error para construir conocimiento en sus estudiantes y no incita a sus estudiantes a no frustrarse frente a los errores.

En la clase 1 y 4 gestiona el error para construir conocimiento matemático, por el contrario en la clase 2 no está logrado y la clase 3 está medianamente lograda.

Sin embargo, Lisa en la clase 3 gestiona que sean los estudiantes quienes reconozcan y expliquen los errores de sus pares tal como se evidencia en el extracto:

- 20:12 al 20:14 - Lisa: *¿Cuántos estudiantes tiene el 4to b? ¿Lo podemos saber, con este gráfico, o no?*
- 20:14 al 20:17 - Estudiantes: *si (coro)*
- 20:17 al 20:24 - Estudiante 1: *Profesora más o menos, porque no dice cuántos estudiantes votaron y se pueden haber repetido los votos.*
- 20:25 al 20:28 - Lisa: *alguna otra opinión*
- 20:29 al 20:40 - Isabel: *ahí dice que cada estudiante de cada curso marco solamente una opción*

Lisa señala en la entrevista que para ella es fundamental la buena gestión del error en una clase, lo que no es concordante con su práctica:



*“...Lo que también trato de hacer en mis clases es que el error no sea un pecado, o sea el equivocarse es parte de lo cotidiano, es lo normal, es lo que nos pasa en la vida a todos, y el equivocarnos nos ayuda a no volver a equivocarnos, yo trato que la equivocación no la borren que la puedan dejar, detectar dónde está el error, como lo pueden modificar que se yo, pero no que se olvide como algo terrible, sino como algo que nos ayuda. Después cuando ellas estudian después puedan recordarse en que se equivocaron, que no lo eliminen...”*

- Finalmente la estrategia **Formular preguntas adecuadas** se encuentra medianamente lograda durante las clases 2,3 y 4, ya que se evidencia durante la gestión de Lisa que esta valida o invalida de forma inmediata las respuestas de los estudiantes, sin esperar una idea o procedimiento matemático diferente por parte de los estudiantes, pues Lisa ya desestimó aquella respuestas, tal como ocurre en la clase 4 en el minuto 31:38, momento en que Isi está en la pizarra y Lisa pregunta “¿A alguien se le ocurre otra manera?, pues esa está bien” (haciendo alusión al procedimiento de Isi en la pizarra,  $5\frac{1}{2} = 5,5$  ).

Asimismo, sucede en la clase 3, en donde valida la primera respuesta dada frente a un enunciado, cerrando la opción a generar una discusión tal como se evidencia en el siguiente extracto:

26:28 al 26:39 - Isi: Es que acá dice, las cantidades que hicieron, entonces el 4to b futbol hizo 12, las coloco acá (señala la suma), basquetbol 11, teatro 2

26:40 al 27:00 - Lisa: Ha ya, ¡ muy bien!, entonces como todos los estudiantes se supone que marcaron solo una preferencia y aquí todos votaron, la Isi dice que sumando todo podemos obtener la cantidad de estudiantes.

Otro ejemplo:

59:05 al 59:17 - Estudiante: Profe que pasa si simplemente no alcanzaron a llegar a esas preguntas



59:18 al-59:29 - Lisa: ya pero esa no es la situación

Además, no propone durante las clases 2 y 3 preguntas que no requieren una respuesta inmediata, es decir, las preguntas realizadas son de tipo cerrada, a pesar de ser consciente de la importancia que implica en la gestión de clase realizar preguntas a los estudiantes pues respecto a esto señala en su entrevista : :

*“...pregunto mucho para que las chiquillas expliquen lo que pasa, lo que está pasando como en sus cerebros, que ellas puedan explicar que está pasando. Cuando los niños no tienen la costumbre de explicar lo que hacen es explicarte como si tuvieran en la cabeza un papel y un lápiz y te explican el procedimiento “yo baje el número” así te lo explican como el algoritmo, pero una vez que ellos van acostumbrándose a esa forma de reflexionar o se acostumbra a que tú le preguntes, ellos van de apoco aplicando a través de propiedades, entendiendo como aplicaron tal cosa o tal conocimiento, o sea la forma de explicar va cambiando...”*

## **ESTRATEGIAS NO LOGRADAS**

- Con respecto al caso Lisa la estrategia **Incluir a la mayoría en el discurso**, no se logra evidenciar durante la clase 2 y 4 que el docente logre incluir a todos en la clase, pues solo algunos de los estudiantes participan y no se genera una discusión entre la mayoría de los estudiantes, como se logra evidenciar en las otras dos clases.

A pesar de que Lisa realiza actividades que podrían permitir la participación de la mayoría de los estudiantes, esto no se logra evidenciar, pues son solo algunas de las estudiantes las que participan, otro de los indicadores que no se logra evidenciar durante la gestión de esta estrategia es que no fomenta



un debate donde promueve que la mayoría participen, aunque realiza diferentes tipos de preguntas en diferentes momentos, no se evidencia un debate en donde la mayoría participe, sino que es solo un grupo de estudiantes las que exponen sus ideas, como lo son: Cata, Anto, Isi, Antonia.

En la clase 4, se evidencia que Lisa fomenta un debate donde promueve que la mayoría de los estudiantes participen gestionando que se escuchen mientras comunican sus ideas matemáticas, existe un contrato didáctico evidente en esta clase, en donde Lisa muestra las palmas de sus manos lo que provoca que las alumnas estén en silencio. Lisa repite este gesto en la mayoría de las intervenciones de las estudiantes, se observa en el minuto 19:43 en la explicación de Melisa, en el minuto 21:13 en la explicación de Alanis, en el minuto 21:03 en la explicación de Fernanda y en el minuto 23:03 en la explicación de Catalina, quien en esta instancia además de mostrar sus palmas también explicita “Niñas escuchemos a la Cata”.

En consecuencia se puede afirmar que Lisa utiliza de manera constante durante sus clases las estrategias de Lee (2006) las que le permiten promover la habilidad de comunicar en sus estudiantes, pues durante el análisis se pudo concluir que Lisa utiliza siete de las estrategias ya sean realizando una gestión que la permita categorizar en Logrados o en consecuencia en medianamente



logradas, mientras que la estrategia incluir a todos en el discurso se encuentra no lograda debido a que en dos de las clases (2 y 4) no pudo ser lograda por la docente a pesar de que en las otras dos (1 y 3) se evidencia que la docente logra incluir a todos en el discurso, por lo que creemos que puede ser producto de una mala elección en la actividad de aprendizaje.

En ambos casos se puede concluir que las docentes promueven la habilidad de comunicar en sus estudiantes, esto lo logramos evidenciar a través del análisis de las clases que nos permitieron observar la presencia de las estrategias de comunicación matemática propuestas por Lee (2006), lo cual nos permite afirmar que estos casos gestionan clase de tipo dialógica pues en ambos casos se observa que no solo se trasmite conocimiento a los estudiantes, si no que las docentes incitan a los estudiantes a participar, pensar e incorporar ideas (Brendefur y Frikholm, 2000).

Clara según los niveles de comunicación propuestos por Brendefur y Frykholm (2000), realiza su gestión en un nivel reflexivo, en primer lugar con respecto a la comunicación que existe en el aula esta es entre profesor – estudiante, estudiantes –estudiantes y estudiantes-profesor, en segundo lugar las ideas matemáticas de los estudiantes son objeto de discusión pues la docente permite que los estudiantes participen, expongan sus ideas matemáticas, refuten y argumente como se muestra en el siguiente extracto:

Clase 2 Clara:

- 36:21 al 36:23 - Clara: *¿cuál es el que tiene más preferencias?*  
36:24 al 36:28 - Dylan: *el volantín*



- 36:28 al 37:00 - Clara: *¿Por qué el volantín?, ¿Cuántas preferencias tiene el volantín Dylan?*
- 37:01 al 37:03 - Dylan: *6 (las cuenta)*
- 37:39 al 37:40 - Clara: *el Dylan me dice que el volantín tiene 6 preferencias*
- 37:40 al 37:42 - Darling: *no! Tiene 30*
- 37:42 al 37:43 - Clara: *¿porque 30 Darling?*
- 37:42 al 37:51 - Darling: *porque estamos contando la linitas (...)*

Lisa según los niveles de comunicación propuestos por Brendefur y Frykholm (2000), realiza su gestión en un nivel reflexivo, ya que las interacciones que realiza en su clase son entre estudiantes y entre profesor - estudiantes, además, las ideas matemáticas de los estudiantes son objeto de discusión pues la docente permite que los estudiantes participen, expongan sus ideas matemáticas, refuten y argumente como se muestra en el siguiente extracto:

#### Clase 3 Lisa:

- 55:46 al 56:03 - Lisa: *si yo mirara estas preguntas (señala el gráfico), ¿cuál según ustedes sería la más difícil?*
- 56:25 al 56:43 - Sofía: *la 5 es la más difícil porque fue la que tuvo mayor cantidad de respuestas incorrectas.*
- 56:44 al 57:05 - Isa: *la 7 porque además de haber muchas incorrectas hay otros que no la contestaron*
- 57:06 al 59:04 - Lisa *da un tiempo para pensar*
- 59:05 al 59:17 - Estudiante1: *Profe que pasa si simplemente no alcanzaron a llegar a esas preguntas (refiriéndose a aquellas que no fueron contestadas)*

Al fomentar la comunicación matemática en las clases, estas docentes tienen como consecuencia estudiantes activos frente a su aprendizaje, motivados por exponer sus ideas matemáticas, sin miedo a equivocarse, ni a refutar a sus compañeros. En el caso de Clara, al ser un primer año básico se observan estudiantes inquietos por participar y formar parte de las discusiones matemáticas, pasivos en el trabajo personal, pero activos en las discusiones



grupales, mientras que Lisa al ser un sexto básico, se observan estudiantes activas en ambas oportunidades, tanto en las discusiones grupales como en el trabajo personal, donde se observa una mayor comunicación matemática entre las estudiantes.

**Pregunta general:** ¿Cómo gestionan la comunicación matemática en el aula, dos docentes que poseen formación especializada en la promoción de este tipo de comunicación a partir de las estrategias propuestas por Lee ?

En esta investigación, que busca describir la gestión de aula por medio de estrategias específicas de promoción de la comunicación matemática, se puede establecer que ambas docentes utilizan la estrategia de dar tiempo en el aprendizaje para que los estudiantes puedan reflexionar, explicar, concluir, argumentar y refutar sobre sus propias ideas y la de sus pares. Además, ambas docentes organizan la clase para que los estudiantes se puedan ver y oír, permitiendo que puedan explicar sus procedimientos en la pizarra o en sus puestos. En lo que respecta a la estrategia evaluar la redacción matemática del otro la docente Clara y Lisa la utilizan en sus clases para fomentar la habilidad de comunicar, se observa que ambas docentes permiten que los estudiantes lean la redacción matemática de sus pares, y para lograr esto ambas docentes realizan la siguiente pregunta ¿Están de acuerdo?



Sin embargo, la docente Lisa, hace uso de la estrategia crear un contexto de lenguaje matemático, cuya estrategia no está presente en la gestión de clase de la docente Clara. En esta estrategia Lisa fomenta que los estudiantes se apropien del lenguaje matemático de manera progresiva, utilizando la técnica del parafraseo para complementar las explicaciones de los estudiantes con lenguaje matemático o simplemente ayudándoles a utilizar un correcto vocabulario en sus explicaciones matemáticas.

A partir del análisis de las clases grabadas y de las entrevistas, se pudo evidenciar que ambas docentes utilizan estrategias de gestión de la comunicación matemática que se relacionan con las planteadas por Lee (2006). Si bien no todas se logran categorizar como logradas, se observa en las docentes la ejecución de todas las estrategias a lo largo de las clases grabadas, lo que les permite fomentar la habilidad de argumentar-comunicar en sus estudiantes, pues se logra observar que sus estudiantes son capaces de, exponer sus ideas y procedimientos, argumentar y refutar las ideas matemáticas de otros. Además, a partir de la entrevista se logró corroborar que ambas docentes no planifican sus clases,(entendiéndose esto, como el documento escrito que es solicitado por los establecimientos en un cierto formato que establece las actividades que se realizaran en un periodo de tiempo), pero buscan el material idóneo para fomentar la habilidad de comunicar en todos sus estudiantes. Del mismo modo, Clara es consciente de



promover ciertas estrategias para fomentar la habilidad de comunicar, sin embargo, Lisa considera que el uso de estrategias de comunicación matemática es algo intuitivo en su quehacer docente.

Considerando lo anterior, se puede decir que todos los hallazgos que se encontraron a lo largo de esta investigación son coherentes con lo que se esperaba encontrar, es decir, los resultados que nos entrega esta investigación tienen estricta relación con los supuestos planteados al inicio de este estudio, el primero de ellos tenía relación con la formación especializada en promover la habilidad de comunicar de las docentes ya que se esperaba que sus clases fueran consecuentes con su formación, de lo anterior tiene una estrecha relación con los datos obtenidos de esta investigación, ambas docentes desarrollan estrategias de comunicación matemática que le permiten promover, a su vez, la habilidad. En el segundo supuesto se planteó que el desarrollo de la Comunicación matemática se puede planificar, a partir del uso de estrategias, de la cual se puede concluir que las docentes reconocen la importancia que tiene la habilidad de comunicar en sus clases, ya que si bien no planifican las clases en función de la habilidad de comunicar, ambas consideran importante elegir una actividad que les permita promover comunicación matemática en sus estudiantes, con respecto a la utilización de estrategias Clara declaró utilizar estrategias durante su gestión de clases que le permiten promover de manera consiente comunicación matemática en sus estudiantes, por otro lado Lisa



declara conocer estrategias de comunicación matemáticas sin embargo la gestión de ellas las realiza de manera intuitiva, sin tener una previa planificación.



# CAPITULO VI

## LIMITACIONES Y PROYECCIONES



## 6.1) LIMITACIONES

A lo largo de este estudio se han evidenciado las siguientes dificultades para el desarrollo de investigación:

- Escasos docentes que trabajen en desarrollar las habilidades de comunicación matemática, ya que, en general los docentes priorizan el desarrollo del conocimiento, por lo que para nuestra investigación era necesario contar con docentes que fomentaran las habilidades de comunicación matemática en sus estudiantes.



## 6.2) PROYECCIONES

Algunas proyecciones investigativas que se pueden dar a partir de este estudio son:

- A partir de este estudio es posible hacer una investigación que consista en contrastar las creencias de los docentes con las estrategias de comunicación matemática que utilizan en su quehacer docente.
- Generar instancias de formación continua que guíen el desarrollo de estrategias de comunicación matemática en el aula para fomentar la habilidad de comunicar en los estudiantes.



# BIBLIOGRAFÍA



## Referencias bibliográficas

- Araneda, A., Parada, M. y Vásquez, A. (2008). *Investigación Cualitativa en Investigación y Pedagogía*. (Tesis de magister) Universidad Católica de la Santísima Concepción, Chile.
- Arévalo, A (2012). *Comunicación Matemática en el aula: uso y gestión de estrategias*. (Tesis de Magister).Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile
- Bartolomé, M. (1992). *Revista de investigación educativa. Asociación interuniversitaria de investigación pedagógica experimental*, España.  
Recuperado de:  
<http://revistas.um.es/rie/article/download/136541/124151.pfd>.
- Brendefur, J. y Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Bisquerra, A. (2014). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Cantoral, R., Farfán, F., Cordero, F., Alanís, J. y Rodríguez, R. (2003). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. España: Pearson Educación.
- Denzin, N. Lincoln Y (2012). *Manual de investigación cualitativa*. España: Gedisa.
- Díaz, M. (2008). *La búsqueda de solución a problemas irresolubles, Enfoque de argumentación*. *Revista de Enseñanza Universitaria*, Volumen (37) pp.17-



25. Recuperado de:

<http://institucional.us.es/revistas/universitaria/31/2DiazMontes.pdf>.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Forero, A. (2008). *Interacción y discurso en la clase de matemáticas*. Pontificia Universidad Javeriana, Volumen(7), Bogotá, Colombia. Recuperado de:  
<http://www.scielo.org.co/pdf/rups/v7n3/v7n3a14.pdf>.

Godino, J. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada, España.

Recuperado en:

[http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1\\_Fundamentos.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf).

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, M. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.

Hernández, R. Fernández, C. Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill 5ta Edición.

Hidalgo, L. (2005). *Confiabilidad y Validez en el contexto de la investigación y evaluación cualitativas*. Revista Venezolana de Investigación. Instituto de Mejoramiento Profesional del Magisterio. Año 5, Nº 1 y 2. Recuperado de:  
<http://www.ucv.ve/uploads/media/Hidalgo2005.pdf>.

Jiménez, A., Suárez, N., & Galindo, S. (2010). *La comunicación: eje en la clase de matemáticas*. En: Revista Praxis y Saber. Vol. 1. Núm. 2. P. 173-202. Tunja: UPTC.

Lampert, M (1990). *Connecting inventions with conventions: The teachers' role in classroom communication about mathematics*. Michigan, Estados Unidos: Erlbaum.



- Lee, C. (2006). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Martínez. (2014-2016). *Herramientas para fortalecer la formación de profesores de educación básica basadas en experiencias de enseñanza de la matemática en aula*. (Informe preliminar.) Concepción: Universidad de Chile: Ediciones SM Chile, Fundaciones Luksic. Recuperado de:  
<http://www.accionmatematica.cl/wp-content/uploads/2015/09/080915-Salom%C3%A9-Mart%C3%ADnez-FONDEF-IT-SEMEDU-optimizado.pdf>
- Mason, J.; Burton, L. y Stacey, K. (1998). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Centro de Publicaciones del MEC y Editorial Labor. Traducción de Martínez, M.
- MEN (Ministerio de Educación Nacional). (1998). Serie *Lineamientos curriculares*. Colombia. Recuperado de:  
[http://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf).
- Menezes, L. & Ponte, J. P. (2006). La investigación Reflexión: las vías de desarrollo profesional de los maestros del 1er ciclo en el área de Matemáticas . Escuela de Educación de Viseu y Centro de Investigación en Educación, Facultad de Ciencias, Universidad de Lisboa . Departamento de Educación y el Centro de Investigación en Educación, Facultad de Ciencias, Universidad de Lisboa.
- MINEDUC (2009). *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica y Media, Actualización 2009*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- MINEDUC (2012). *Bases Curriculares 2012. Matemática Educación Básica*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- MINEDUC (2013). *Matemática, Programa de estudio para primer año básico*. Santiago de Chile. Ministerio de Educación.



- MINEDUC (2013). *Bases Curriculares 2013. Matemática Educación Básica*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla, España: Revista Suma. Volumen (48), pp.105-112. Recuperado de: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/48/105-112.pdf>.
- NCTM (2009). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Washington , D.C , Estados Unidos : MathSolutions . Recuperado de: <http://mathforum.org/workshops/nctm2009/>.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danishkom project*. Roskilde: Roskilde University.
- OCDE. (2006). *PISA marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. España: Santillana. Recuperado de: <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>.
- OCDE. (2012). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012; Matemáticas, Lectura y Ciencias PISA*. Madrid, España. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>.
- Pimm, D. (1999). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Pineda, M. (2013). *Estrategias de comunicación para el desarrollo de la argumentación en clase de matemáticas*. ( Tesis inédita de maestría). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja. Recuperado de: <http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/eventos/2013/cf/eime/doc/pone nciaLuzPineda.pdf>.
- Ponte, J., Boavida, A., Graça, M. y Abrantes, P. (1997). Funcionamiento de la clase de matemáticas. *Didáctica da matemática*, (pp. 71-95). Lisboa,



Portugal: Ministerio de Educação. Recuperado de:

[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos\\_sp.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_sp.htm).

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, Volumen (1), pp.47-66. recuperado

de: [http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Rico2007PNA1\(2\)Lacompetencia.pdf](http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Rico2007PNA1(2)Lacompetencia.pdf).

Rico, L. y Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva Curricular*. España: Alianza.

Rico, L. (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática*. *PNA*, volumen (4), pp. 1-14.

Recuperado de: [http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Rico2009PNA4\(1\)Sobre.pdf](http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Rico2009PNA4(1)Sobre.pdf).

Rodríguez, C. Lorenzo, O. Herrera, L. (2005). *Teoría y práctica del análisis de datos cualitativos; Proceso general y criterios de calidad*. Victoria, México: Universidad autónoma de Tamaulipas.

Ruiz, J. (2003). *Metodología de la investigación Cualitativa*. Bilbao: Universidad Deustu.

Serra, T.(2011). *Hablar de matemáticas( en tres lenguas) para aprender matemáticas*; Revista Padres y Maestros: Didáctica de las Matemáticas, volumen (341) pp. 14-18.

Simons, H. (2011). *El estudio de caso: Teoría y práctica*. Madrid, España: Ediciones Morata.

Solar, H. (2013). *Generación de casos clínicos para la línea de educación matemática en la carrera de educación básica con mención*. (FAD N° 01-2013) Concepción: Universidad católica de la santísima Concepción, Facultad de Educación.

Solar, H y Deulofeu, J. (2015). *Estrategias comunicativas para promover el desarrollo de competencias de argumentación en el aula de*



*matemática.*(FONDECYT 11130675)Santiago, Pontificia Universidad Católica de Chile. Recuperado de:[http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/970/400](http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/970/400).

Suarez, N. (2013).*Estrategias comunicativas en la clase de matemáticas.*Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Santo Tomas de Tunja. I CEMACYC.  
Recuperado:<http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/320-560-1-DR-C.pdf>.

Vasilachis de Gialdino, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa.* Barcelona: Editorial Gedisa.

Vieytes, H. (2004). *Metodología de la investigación de la investigación en organizaciones, mercado y sociedad: epistemología y técnicas.* Buenos aires: De las Ciencias.