

IDENTIFICACION EXPERIMENTAL DE LAS PROPIEDADES DINAMICAS DE UN MODELO ESTRUCTURAL MIXTO SOMETIDO A VIBRACIONES AMBIENTALES

L. Zamora Echeverría¹, C. Oyarzo Vera² y N. Maureira Carsalade³.

RESUMEN:

En este artículo se utilizan técnicas de análisis modal operacional para determinar las propiedades modales de un modelo a escala reducida (1:4) de una estructura de materialidad mixta (hormigón armado y acero). El modelo utilizado representa un prototipo de un edificio de hormigón armado de 1 piso cuyo sistema estructural resistente consiste en una losa de piso apoyada directamente sobre columnas con capiteles rectangulares.

El modelo a escala reducida fue excitado por una serie de golpes aleatorios registrando su respuesta por medio de acelerómetros adosados a la estructura. Este registro de aceleraciones se utilizó para determinar sus propiedades modales mediante dos técnicas de análisis modal operacional: el método SSI en el dominio del tiempo y el método FDD en el dominio de las frecuencias.

Los resultados de este estudio revelaron que las frecuencias del modelo a escala reducida rondan entre los 18 y 29 Hz. Sus formas modales son las esperadas para este tipo de sistema estructural donde la losa se comporta como diafragma rígido. Dos de estas formas modales corresponden a traslaciones de la losa superior y una tercera forma modal corresponde a una rotación torsional de ella.

PALABRAS CLAVES: *Análisis modal operacional, Modelos a escala, Hormigón, FDD, SSI.*

ABSTRACT:

In this article, modal analysis techniques are used to determine the modal properties of a reduced scale model (1:4) of mixed reinforced concrete and steel structure. The model represented a prototype of a 1-storey reinforced concrete building whose resistant structural system consists of a floor slab resting directly on rectangular columns and capitals.

The reduced scale model was excited by a series of random hits and its response was recorded by accelerometers attached to the structure. This acceleration record was used to determine its modal properties with two different operational modal analysis techniques: the SSI methods in the time domain and the FDD method in the frequency domain.

The results of this study revealed that the frequencies of the reduced-scale model range from 18 to 29 Hz. Its modal forms are the expected for this type of structural system where the slab behaves as a rigid diaphragm. Two of these modal forms correspond to translations of the upper slab and a third modal form corresponds to a torsional rotation of it.

KEYWORDS: *Operational modal analysis, Scale models, Concrete, FDD, SSI.*

¹ Estudiante de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE.

² Profesor Guía, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE.

³ Profesor informante, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Católica de la Santísima Concepción, CHILE.

1. INTRODUCCIÓN

Las inspecciones regulares y la evaluación del estado de salud estructural de los edificios contribuyen a una adecuada gestión y mantenimiento económico de la infraestructura. Esto es especialmente importante en el caso de edificios públicos, gubernamentales, educativos, médicos y de servicios de emergencia que deben mantenerse operativos después de los desastres.

El daño generalmente produce cambios en la geometría, condiciones de apoyo, distribución de masas o propiedades mecánicas de una estructura. Estas modificaciones dan lugar a diferencias en el comportamiento dinámico de la estructura que se manifiestan en cambio en las frecuencias, formas y amortiguamientos modales de la estructura. Existen varias técnicas desarrolladas para identificar las propiedades modales a partir de los registros de respuesta de aceleraciones obtenidos durante el funcionamiento normal de las estructuras, estas técnicas se conocen como análisis modal operacional (OMA).

En la ingeniería estructural es común encontrar estructuras que vibren elásticamente, estas vibraciones son producidas por diversas fuentes tales como el viento en edificios altos, operación de maquinaria en un galpón industrial, el flujo de agua sobre cepas de un puente, tránsito de personas por una pasarela, etc. Estos problemas pueden ser estudiados mediante modelos a escala considerando las variables fundamentales de longitud (L), fuerza (F) y el tiempo (T) en un correspondiente análisis dimensional. Por ejemplo, Farrar et al. (1994) utilizó el método de análisis modal operacional para examinar la similitud de los parámetros dinámicos (frecuencias naturales, formas modales y amortiguamiento modal) de modelos réplicas de hormigón armado. Los resultados de estos experimentos mostraron que las frecuencias modales y las formas de los modos de una estructura de prototipo pueden predecirse con precisión a partir de pruebas en estructuras de modelo a escala 1:3. Las variaciones en las relaciones de amortiguamiento viscoso equivalentes identificadas en los modelos y prototipo fueron mayores que las variaciones para otros parámetros dinámicos medidos. Sin embargo, todas las relaciones de amortiguación fueron menos del 2% de la crítica, y las variaciones observadas no alteraron significativamente la respuesta dinámica de las estructuras probadas.

En el presente estudio se diseñó y construyó un modelo de hormigón armado a escala 1:4 de una estructura prototipo que representa a un edificio simple de hormigón armado de un piso. Sus propiedades modales fueron determinadas a partir de un modelo numérico y en forma experimental aplicando técnicas de análisis modal operacional (OMA). Luego se compararon las propiedades modales obtenidas por estos dos métodos y se determinó el error en la predicción de las propiedades modales del modelo numérico.

El sistema estructural en estudio consiste en una losa apoyada directamente sobre columnas con capiteles. Este tipo de sistema estructural es usado generalmente cuando las luces no son muy largas y las cargas no son particularmente pesadas, permitiendo prescindir del uso de vigas. La construcción de este tipo de sistemas consiste en incorporar una región con un sobre espesor de losa en la vecindad de la columna con el fin de reducir los esfuerzos de corte y flexión negativa en las losas alrededor de las columnas. En Chile este tipo de sistema estructural es poco frecuente, debido que su reducida rigidez lateral generada por la ausencia de vigas provoca grandes deformaciones ante cargas sísmicas. Sin embargo, es posible encontrar este tipo de construcción en algunas edificaciones. Un ejemplo es el edificio de oficinas ubicado en la ciudad de Concepción, Chile, que se muestra en la Figura 1. Este edificio cuenta con columnas circulares apoyadas en las losas por capiteles de forma circular.

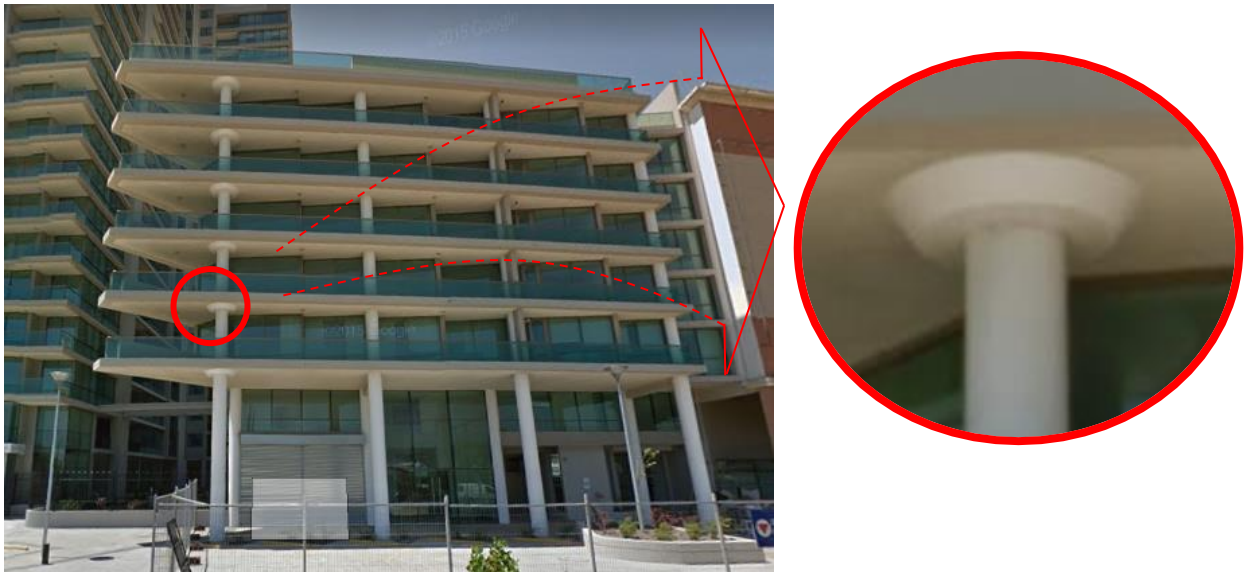


Fig. 1. Edificio oficinas. Concepción, Chile.

2. PROTOTIPO EN ESTUDIO

El prototipo utilizado para esta investigación es de 2.26 m de altura con una superficie de 3.56 x 4.56 m². La totalidad de la estructura está construida con hormigón armado calidad H-25, reforzada longitudinal y transversalmente con barras de acero calidad A630-420H (Fig. 2). Las secciones de los elementos estructurales que forman parte de este prototipo se detallan en la Tabla 1.

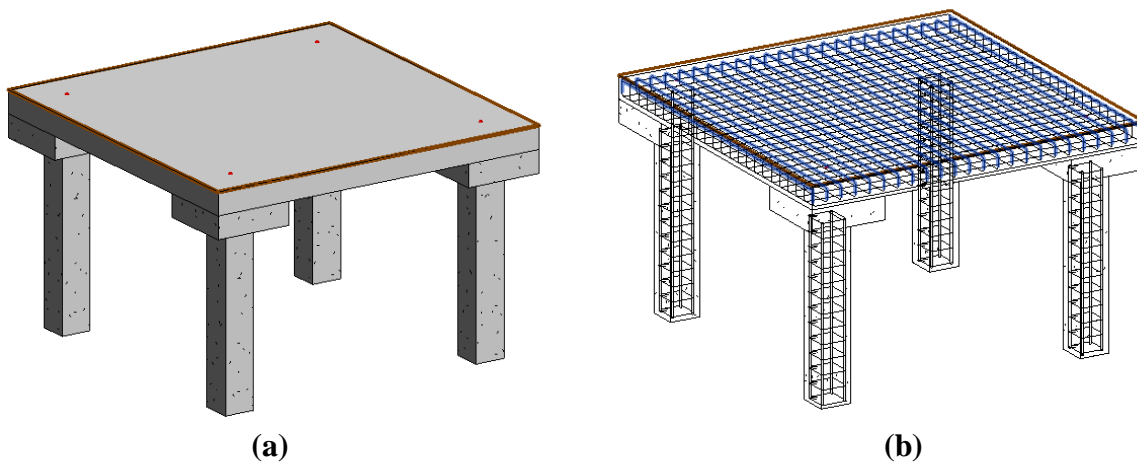


Fig. 2. Prototipo 3D

Tabla 1. Descripción de los elementos estructurales del prototipo

Elemento	Material	Dimensiones
Losa	Hormigón Armado H-25	Espesor de 10 cm; Ancho 3.56 m ; Largo 4.56 m
Capitel	Hormigón Armado H-25	Espesor de 24 cm; Ancho 0.84 m ; Largo 0.84 m
Columna	Hormigón Armado H-25	Sección rectangular de 28x28 cm; Longitud 2.26 m

Las propiedades mecánicas del hormigón son las típicas utilizadas por las oficinas de diseño estructural, donde la elasticidad se obtuvo a partir de las indicaciones entregadas por el ACI318-08 (2008) en función de f_c . Las propiedades mecánicas del acero de refuerzo necesarias para el estudio se obtuvieron del manual de armaduras de refuerzo para hormigón (Rondón, 2005).

Tabla 2. Propiedades mecánicas de los materiales del prototipo

Material	Peso específico [kg/m ³]	Módulo de Elasticidad [kg/cm ²]	Coefficiente de Poisson
Hormigón H-25	2500	273546	0.2
Acero A63-42H	7850	2100000	0.3

3. MODELO A ESCALA

Un modelo estructural se define como cualquier representación física de una estructura o parte de esta que, una vez sometidas a cargas, permiten obtener mediciones de magnitudes de interés previamente definidas por el investigador. Aplicando factores de escala apropiados a esas magnitudes, es posible predecir el comportamiento de la estructura. Comúnmente los modelos estructurales se construyen a una escala reducida debido al alto costo y tamaño de las instalaciones y especímenes de prueba que se requerirían para construir prototipos.

En análisis del comportamiento estructural de sistemas de hormigón armado las técnicas experimentales cumplen un papel protagónico, debido a las características no lineales del hormigón provocadas por la fluencia de las barras de refuerzo y al cierre y aperturas de las fisuras durante la respuesta cíclica. Ambos fenómenos provocan que los modelos matemáticos y analíticos se alejen de la respuesta verdadera de la estructura. Es en este punto que los ensayos experimentales en modelos físicos se vuelven necesarios para obtener la respuesta real de la estructura (Bertero et al., 2014).

El modelamiento de una estructura es en sí un pequeño proyecto de ingeniería y como tal debe ser realizado con la máxima exactitud posible. La planificación detallada de un experimento es aún más esencial que la planificación de un enfoque analítico porque el cambio de un modelo estructural a mitad del proceso de modelado suele ser imposible (Harris et al., 1999).

Para la elección del tamaño del modelo y su correspondiente escala se determinó que una escala de longitudes $S_L = 4$ era la apropiada, considerando que el tamaño de las instalaciones disponibles en los laboratorios de la UCSC (mesa vibradora). No se seleccionó una escala más pequeña para evitar problemas en el hormigonado y el correcto armado del acero de refuerzo. Otro punto a considerar y no menos importante es que en cuanto menor sea el tamaño del modelo, mayores son los errores inducidos por los efectos de escala característicos en el uso del hormigón.

3.1. Alcance del problema

El principal resultado que se desea obtener de esta modelación estructural a escala es determinar las propiedades modales de frecuencia natural y formas modales de un modelo a escala de un edificio de 1 piso. Esto se hizo sometiendo el modelo a vibraciones inducidas por impactos con un martillo de goma utilizando técnicas de análisis modal operacional.

Las frecuencias y formas modales dependen de las propiedades de rigidez y masa de la estructura, por lo que el modelo a escala debe ser capaz de replicar estas propiedades a una escala reducida de la mejor forma posible para simular el comportamiento dinámico de la estructura real que intenta representar (prototipo).

De menor importancia en este estudio son las capacidades resistentes de la estructura a los esfuerzos producidos por la flexión, el corte y la fuerza axial, ya que las propiedades modales no dependen

directamente de esta. Sin embargo, para evitar fallas diferentes a las del prototipo, se decidió realizar un escalamiento de la armadura de refuerzo para que las capacidades resistentes del prototipo fuesen relativamente similares a las del modelo a escala reducida.

El modelo utilizado en este estudio se puede clasificar según su similitud y función como un modelo “dinámico adecuado”. Esto debido a que las condiciones de primer orden sería la rigidez y masa, mientras las de segundo orden, correspondientes a la capacidad resistente de la estructura, se pueden obviar.

3.2 Análisis dimensional y factores de escala

La idea fundamental consiste en que cualquier relación que represente el comportamiento de un variable en un fenómeno físico puede ser expresada mediante la agrupación conveniente de las variables originales en términos de parámetros adimensionales. La cantidad de estos términos es menor que la cantidad de parámetros dimensionales que gobiernan el fenómenos, y tienen un valor numérico que no depende de las unidades utilizadas para medir cada una de las variables dimensionales. Por lo tanto, la relación es independiente del tamaño del fenómeno si ambas situaciones son semejantes. Es decir, si el fenómeno es el mismo para ambos casos (Ríos, 2005).

Teorema π de Buckingham

Este teorema se basa en el principio de que cualquier ecuación dimensionalmente homogénea que involucra ciertas cantidades físicas se puede reducir a una ecuación equivalente que involucra un conjunto de productos sin dimensiones. Este teorema afirma que la ecuación de solución para alguna cantidad física de interés, es decir:

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (\text{Ec.1})$$

Puede ser expresada equivalentemente de la forma:

$$G(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) = 0 \quad (\text{Ec.2})$$

Los términos π se obtienen a partir del producto entre las variables físicas X_1, X_2, \dots, X_n que afectan al problema. Estos números adimensionales no son únicos, aunque sí lo es un número mínimo de estos parámetros para estudiar cada problema. La cantidad de números π que es posible obtener a partir de las n variables físicas, se puede calcular mediante la siguiente ecuación.

$$m = n - r \quad (\text{Ec..3})$$

Dónde:

m = cantidad de números π independientes

n = número de variables físicas

r = número de unidades fundamentales

Para determinar los números π no existe una sola metodología, por lo que depende del investigador utilizar la que sea más conveniente.

Los números π adimensionales más utilizados en modelos estructurales de hormigón son:

$$\pi_1 = \frac{Q}{El} \quad (\text{Ec.4a})$$

$$\pi_2 = \frac{Ma}{El^2} \quad (\text{Ec.4b})$$

$$\pi_3 = \frac{\sigma}{E} \quad (\text{Ec.4c})$$

$$\pi_4 = \varepsilon \quad (\text{Ec.4d})$$

$$\pi_5 = \frac{\sigma}{l} \quad (\text{Ec.4e})$$

$$\pi_6 = \nu \quad (\text{Ec.4f})$$

Al considerar una estructura elástica cuyas condiciones de vibración se determinarán, la geometría de la estructura tanto para el modelo como el prototipo puede ser caracterizado por la variable fundamental L, mientras los materiales pueden ser caracterizados por las propiedades mecánicas de estos, tales como el módulo de elasticidad E, el coeficiente de Poisson ν y la densidad de masa ρ . Los parámetros más importantes a determinar a partir de la vibración estructural son las frecuencias naturales ω_n , la deformación δ producidas por los modos de vibrar Φ y las tensiones dinámicas inducidas en la estructura σ . Las dimensiones de las variables utilizadas en los análisis dinámicos de modelos a escala reducida utilizados en este estudio se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Variables y sus dimensiones fundamentales

Variable	Dimensiones	
	Sistema absoluto	Sistema ingenieril
Longitud, l	L	L
Fuerza, Q	MLT ⁻²	F
Modulo elasticidad, E	ML ⁻¹ T ⁻²	FL ⁻²
Densidad de masa, ρ	ML ⁻³	FT ² L ⁻⁴
Deflexión, δ	L	L
Esfuerzo, σ	ML ⁻¹ T ⁻²	FL ⁻²
Frecuencia, f	T ⁻¹	T ⁻¹
Aceleración, g	LT ⁻²	LT ⁻²
Coefficiente de Poisson, ν	-	-

La aceleración de gravedad g es incluida como una variable más dentro del análisis de modelos a escala ya que es una variable común entre modelo y prototipo. Para un modelo real (similitud completa) los números π adimensionales que rigen el comportamiento del modelo son

$$\Phi \left(\frac{\delta}{l}, \frac{\sigma}{E}, \frac{f^2 l}{g}, \frac{\rho g l}{E}, \frac{Q}{El^2}, \nu \right) = 0 \quad (\text{Ec.5})$$

Si la deflexión es de mayor interés para el estudio, la relación funcional toma la siguiente forma

$$\frac{\delta}{l} = \Phi' \left(\frac{\sigma}{E}, \frac{f^2 l}{g}, \frac{\rho g l}{E}, \frac{Q}{El^2}, \nu \right) \quad (\text{Ec.6})$$

De forma similar, si nuestro interés radica en determinar los esfuerzos

$$\frac{\sigma}{E} = \Phi' \left(\frac{\delta}{l}, \frac{f^2 l}{g}, \frac{\rho g l}{E}, \frac{Q}{El^2}, \nu \right) \quad (\text{Ec.7})$$

De las Ecs.6 y 7 es posible determinar las propiedades dinámicas del prototipo, realizando pruebas al modelo y forzando los términos adimensionales del lado derecho de las Ecs.6 y 7 a ser idénticos para el modelo y el prototipo. Las deflexiones y esfuerzos se convierten en

$$\left(\frac{\delta}{l} \right)_m = \left(\frac{\delta}{l} \right)_p \quad \text{ó} \quad \delta_p = \delta_m S_l \quad (\text{Ec.8})$$

y

$$\left(\frac{\sigma}{E} \right)_m = \left(\frac{\sigma}{E} \right)_p \quad \text{ó} \quad \sigma_p = \sigma_m S_E \quad (\text{Ec.9})$$

Para lograr esto, los términos $\frac{f^2 l}{g}$, $\frac{\rho g l}{E}$, $\frac{Q}{E l^2}$, ν pertenecientes a las Ecs.6 y 7 que imponen ciertas restricciones al diseño del modelo. Los factores de escala implícitos que rigen estas relaciones adimensionales en problemas de vibraciones elásticas se resumen en la Tabla 4.

Tabla 4. Factores de escala para vibraciones elásticas

Grupo	Variable	Dimensión	Escalado verdadero	Fuerza de gravedad omitida
Cargas	Fuerza, Q	F	$S_E S_L^2$	$S_E S_L^2$
	Aceleración de gravedad, g	LT^{-2}	1	1
	Tiempo, t	T	$S_L^{1/2}$	S_L
Geometría	Dimensión lineal, l	L	S_L	S_L
	Desplazamiento, δ	L	S_L	S_L
	Frecuencia, f	T^{-1}	$S_L^{-1/2}$	S_L^{-1}
Material	Elasticidad, E	FL^{-2}	S_E	S_E
	Esfuerzo, σ	FL^{-2}	S_E	S_E
	Poisson, ν	-	1	1
	Peso específico, γ	FL^{-3}	$S_E S_L$	Omitida

Al observar la Tabla 4 vemos que todos los factores de escala se derivan directamente de las escalas de elasticidad S_E y de longitudes S_L . La escala de longitudes se obtuvo directamente de la elección del tamaño del modelo que se puede construir, explicado más detalladamente en el punto 3.3, mientras la escala de elasticidades depende directamente del material utilizado para el modelo y el prototipo.

Para el modelado de la losa del prototipo se decidió utilizar acero en lugar de hormigón. La elección de este material se debió principalmente a la facilidad de construir el modelo además de existir la posibilidad de cambiar las columnas del prototipo en caso de ser necesario. Debido a este cambio de materiales entre prototipo y modelo surge la siguiente relación que da a lugar a la siguiente escala de elasticidades para la losa.

$$S_E = \frac{E_p}{E_m} \quad (\text{Ec.9})$$

Utilizando el módulo de elasticidad del hormigón H-25 de la losa del prototipo $E_p=273546 \text{ kg/cm}^2$ y el módulo de elasticidad del acero de la losa del modelo $E_m= 2100000 \text{ kg/cm}^2$ se obtiene una escala de elasticidad $S_E= 0.13026$ para la losa

Las columnas del prototipo son de hormigón H-25, mientras que las columnas del modelo se fabricaron con mortero M-20 de elasticidad $E_m=33103.7 \text{ kg/cm}^2$ con estas elasticidades se obtienen una escala de elasticidad $S_E= 8.26$ para las columnas

3.3 Efectos de escala en el hormigón

Los factores experimentales más influyentes directamente en los efectos de escala asociados al hormigón son los que se describen a continuación (Harris et al., 1999).

- **Efecto de pared:** Es causado por el hecho que la capa límite próxima de la superficie de hormigón tiene una composición y resistencia diferente que en el interior de la estructura de concreto. Para secciones transversales muy gruesas, este efecto se hace insignificante, sin embargo para una estructura pequeña, el efecto de esta capa es más grande que en una estructura de mayor tamaño porque el espesor de capa límite es independiente de tamaño de la estructura.

- **Tamaños de los agregados:** Para un espécimen pequeño, una alta resistencia nominal se obtiene con agregados pequeños, mientras que un espécimen grande una mayor resistencia es obtenida con agregados grandes.
- **Curado y secado:** La relación superficie-volumen aumenta con la disminución de tamaño del espécimen y la longitud de los caminos de humedad será diferente. La resistencia de un material varía desde la superficie del espécimen al centro, dependiendo del tamaño. De la relación superficie-volumen depende tanto el secado como el curado. Los efectos ocasionados por el curado y por el secado se pueden controlar con un buen sellado de la superficie de los especímenes a ensayar, reduciendo el aumento de la resistencia por la reducción de tamaño (Videz, 2006).
- **Características de adherencia:** El estudio de este fenómeno aun es incipiente debido al limitado conocimiento que se tiene respecto a los mecanismos de adherencia en el hormigón. Para esta investigación donde se busca determinar el comportamiento dinámico elástico del hormigón no se hizo necesario satisfacer todos los requisitos de similitud de adherencia. Basta con asegurarse de que existe una resistencia de unión entre barra-hormigón lo suficiente, de modo que no se produzca una falla debido al deslizamiento de las barras.

4. MATERIALES DEL MODELO

4.1 Caracterización del acero de refuerzo

El acero de refuerzo longitudinal utilizado en el modelo a escala de hormigón corresponde a barras estriadas de 4,2 mm de diámetro de acero calidad AT56-50H. Este tipo de barras se encuentra disponible comercialmente y es utilizada generalmente como refuerzo en la construcción de panderetas o en la construcción de mallas electrosoldadas. Las propiedades de este tipo de barras son bien conocidas y entregada por el fabricante. A continuación se muestra la siguiente información acerca de las propiedades de este tipo de barras.

Tabla 5. Propiedades barra refuerzo

Diámetro mm	Área cm²	Peso kg/m	Fy kg/cm²	Fu kg/cm²	E kg/cm²
4,2	0,139	0,109	5000	5600	2100000

4.2 Caracterización del hormigón

El hormigón utilizado para la construcción del modelo corresponde a un mortero fabricado con cemento Biobío especial utilizando agregado fino de arena y un aditivo superplastificante Sika SKL500CL. La utilización de este aditivo se debe principalmente a la capacidad de brindar propiedades autocompactantes al mortero y de mejorar su docilidad para ser vertidos en moldajes pequeños con alta congestión de armaduras, sin la necesidad de agregar más agua. El ocupar una cantidad baja de agua a la mezcla permitió al mortero adquirir una mayor resistencia a la vez que evita el cambio de volumen del hormigón al curarse, lo cual es un punto importante cuando se tratan de elementos pequeños de hormigón.

La dosificación utilizada para confeccionar el mortero se muestra en la Tabla 6. La razón de seleccionar esta dosificación atiende a que las características del mortero resultante con conocidas, gracias a estudios previos (Chávez, 2015).

Tabla 6. Dosificación del mortero

Relación peso Agua/Cemento	Relación peso Arena/Cemento	Aditivo plastificante
1/2	3/1	1% peso Cemento

Se realizaron ensayos de flexotracción al mortero con el fin de determinar sus propiedades mecánicas, el ensayo consistió en preparar probetas de dimensiones estandarizas 40x40x160 mm llamadas comúnmente como Rilem, la norma NCh 158. Of 67 ofrece una guía paso a paso para realizar este tipo de ensayos.

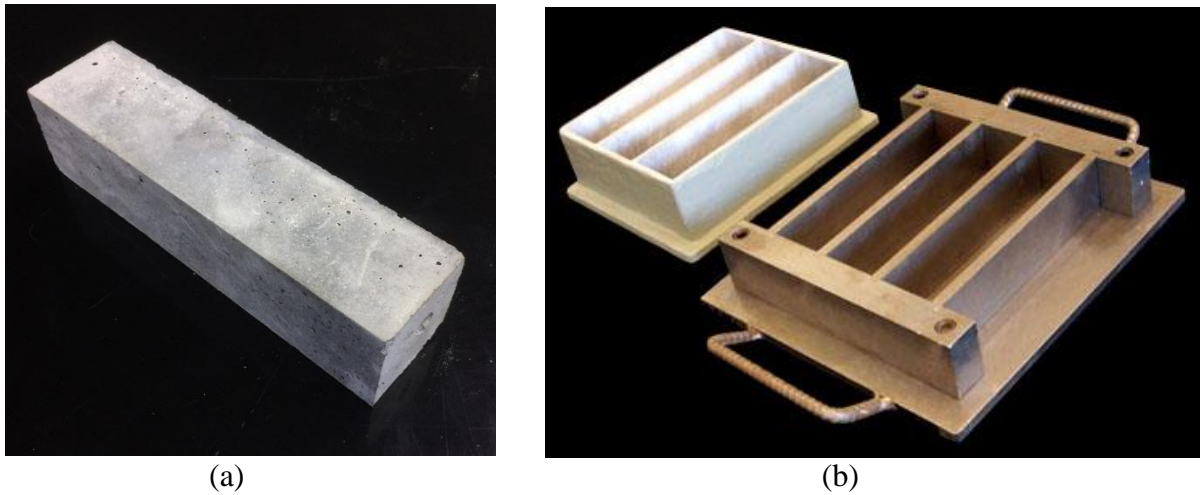


Fig. 3. (a) probeta mortero estandarizada, (b) moldaje probeta Rilem

Una vez preparadas las probetas en los moldes Rilem, se dejaron durante dos días cubiertas con una manta de nylon para evitar la pérdida de humedad excesiva. Al pasar los dos días, se desmoldaron las probetas y se trasladaron a una piscina de curado y permanecieron sumergidas ahí hasta los 28 días, tiempo en el cual se extrajeron las probetas y se procedió a realizar los ensayos en la máquina de flexotracción (Figura 4). Los resultados de los ensayos realizados a las muestras de los morteros se detallan en la Tabla 7. Según la norma NCh 158. Of 67 la clasificación del tipo de mortero es M-20 ($f_m=22.2$ MPa).

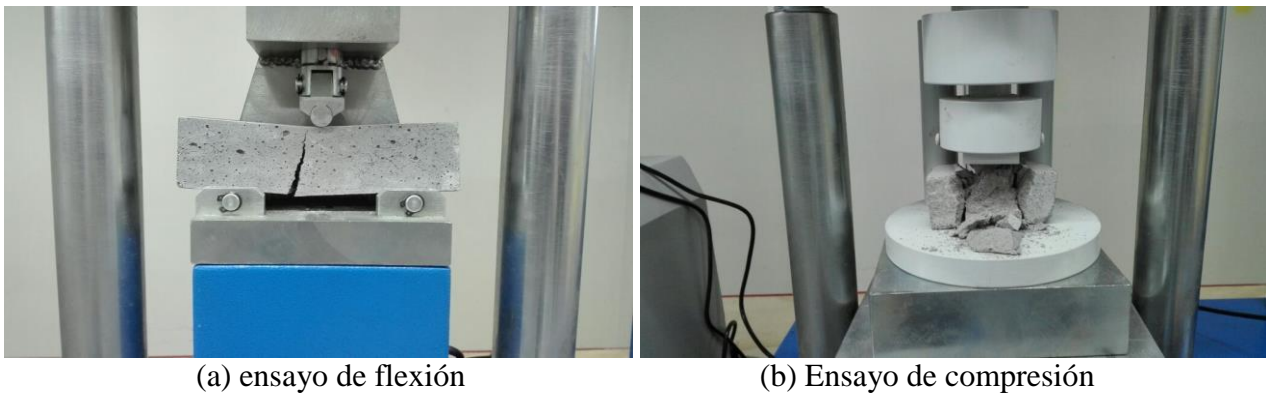


Fig. 4. Ensayos a probetas rilem

Tabla 7. Propiedades del mortero

	Ensayo Flexión	Ensayo Compresión
N° de muestras	14	28
Valor medio [MPa]	4.2	22.2
CoV	27%	16%

4.3 Módulo de la elasticidad del mortero

El módulo de elasticidad del mortero puede variar principalmente según el tipo y estado tensional, el cual puede ser difícil de estimar. Además de la variabilidad en los materiales, el módulo de elasticidad también depende del grado de hidratación del material cementicio, la granulometría del árido y de la zona de transición entre cemento-agregado (Isla, 2017).

Ante la dificultad de realizar el cálculo del módulo de elasticidad, ciertas normas designan un rango de sugerencias basado en las propiedades y el tipo de mortero. Es el caso de la UIC 778-3 (1995), cuyos valores sugeridos para el módulo de elasticidad en función del tipo de mortero se establecen en la Tabla 8.

Tabla 8. Recomendaciones del UIC (1995) para el módulo de elasticidad.

Tipo de mortero	Em [kg/cm ²]
De cal	4078 – 10197
De cal hidráulica	10197 – 20394
De cemento y cal	20394 – 61182
De cemento	61182 – 101971

Según Quimbay (2012) para determinar el módulo de elasticidad de morteros cuya resistencia en probetas cilíndricas $f'c$ se encuentra entre los 70 y 210 kg/cm² se debe calcular según la siguiente expresión

$$E_m = 9100\sqrt{f'c} \quad (\text{con } f'c \text{ en unidades de MPa}) \quad (\text{Ec.10})$$

De la ecuación anterior, se puede observar que el módulo de elasticidad para el mortero solo depende de la resistencia a la compresión $f'c$, por lo que se debe contar con una buena estimación de este parámetro para determinar la rigidez del material. Para este estudio no se realizaron ensayos que determinen directamente el valor de $f'c$. Sin embargo se realizaron ensayos de compresión a probetas cubicas de 40x40mm para los morteros según lo indica la norma de ensayos para este tipo de material, de estos ensayos realizados se obtuvo un valores de resistencia a la compresión $f_m = 22,2$ MPa.

Para obtener la resistencia característica $f'c$ del mortero se buscó una expresión que fuese capaz de relacionar esta resistencia en función de su resistencia f_p . En el artículo de Kim (2002) los autores proponen la siguiente ecuación para predecir el resultado del ensayo a compresión de probetas cilíndricas de hormigón, considerando como valor de referencia la resistencia característica:

$$f_0 = 0.4 * \frac{f'c}{\sqrt{\left(1 + \frac{h-d}{50}\right)}} + 0.8 * f'c \quad (\text{Ec.10})$$

Dónde:

- f_0 : Resistencia del cilindro a la compresión en MPa
- $f'c$: Resistencia característica a compresión en MPa
- h : Altura del cilindro en mm
- d : Diámetro del cilindro en mm

Al utilizar la ecuación anterior para el caso particular de $h=2d$, se obtiene que la resistencia característica está dada por:

$$f'c = f_0 \quad (\text{Ec.11})$$

Mientras que para el caso particular $h=d$, se obtiene:

$$f'c = \frac{f_0}{1,2} \quad (\text{Ec.12})$$

Considerando que la diferencia entre el resultado de cubos y cilindros no dependería de la geometría de la probeta sino de su esbeltez (Aldana, 2008), se podría utilizar la fórmula propuesta por estos autores para transformar de probeta cúbica f_p a cilíndrica $f'c$ y decir que:

$$f'c = \frac{f_p}{1,2} \quad (\text{Ec.13})$$

Utilizando la expresión anterior para convertir la resistencia f_p a su equivalente $f'c$ y utilizando la (Ec. 10) propuesta por Quimbay para determinar la elasticidad del mortero se obtienen las propiedades detalladas en la Tabla 9.

Tabla 9. Propiedades mecánicas del mortero

f_p [MPa]	$f'c$ [MPa]	E_m [MPa]
22,2	18,5	3246,4

5. PROCESO DE FABRICACIÓN PROTOTIPO

Los moldajes se fabricaron en madera contrachapada de 15 mm de espesor, uniendo las piezas mediante tornillos de volcanta de 1" x 6 mm. En la Figura 5 se muestran los moldajes utilizados para la construcción de las columnas. Se debió tener especial precaución para que las juntas de las piezas del moldaje calzaran de la mejor manera posible para evitar el escurrimiento del mortero través de las uniones.



Fig. 5. Moldaje columnas

Las armaduras de refuerzo longitudinal de las columnas se fabricaron con barras de acero estriado de diámetro 4.2 mm y calidad A56-50T, mientras que para los estribos se utilizó alambre recocido liso de diámetro 2,11 mm. El doblado de estribos se realizó mediante un molde compuesto por clavos fijados a una mesa de trabajo, en el cual se doblaba el alambre a través de estos clavos hasta lograr la forma característica de un estribo (Fig. 6). Las barras de acero longitudinal se doblaron utilizando una prensa de banco pequeña y midiendo las distancias de doblado con una huincha métrica común (Fig. 6).

El armado del acero de refuerzo se realizó con especial precaución, de manera de respetar las dimensiones establecidas por el diseño del modelo a escala y de esa forma evitar problemas de recubrimiento de armaduras debido a las pequeñas dimensiones del prototipo (Fig. 7). El amarre de las armaduras longitudinales y estribos se hicieron con hebras de alambre de cobre. La instalación de las armaduras dentro del moldaje se efectuó respetando el recubrimiento de 5 mm, para esto se utilizaron alambres a modo de separadores para fijar la armadura al moldaje e impedir que esta cambiara su posición (Fig. 8).



Fig. 6. Fabricación de estribos y armaduras longitudinales

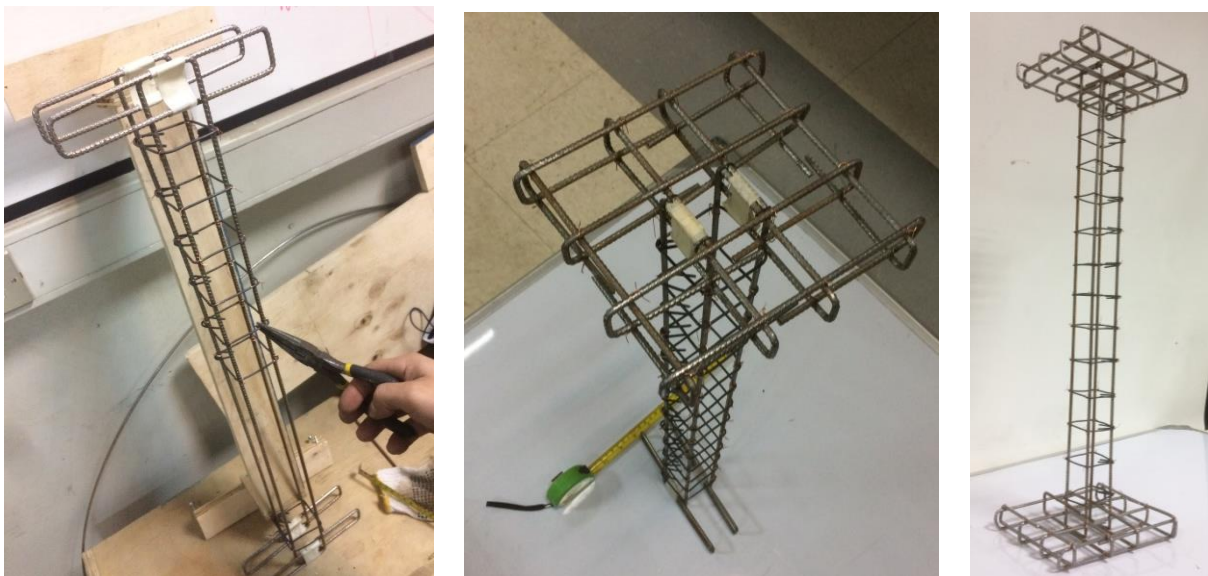


Fig. 7. Armado de las armaduras de refuerzo

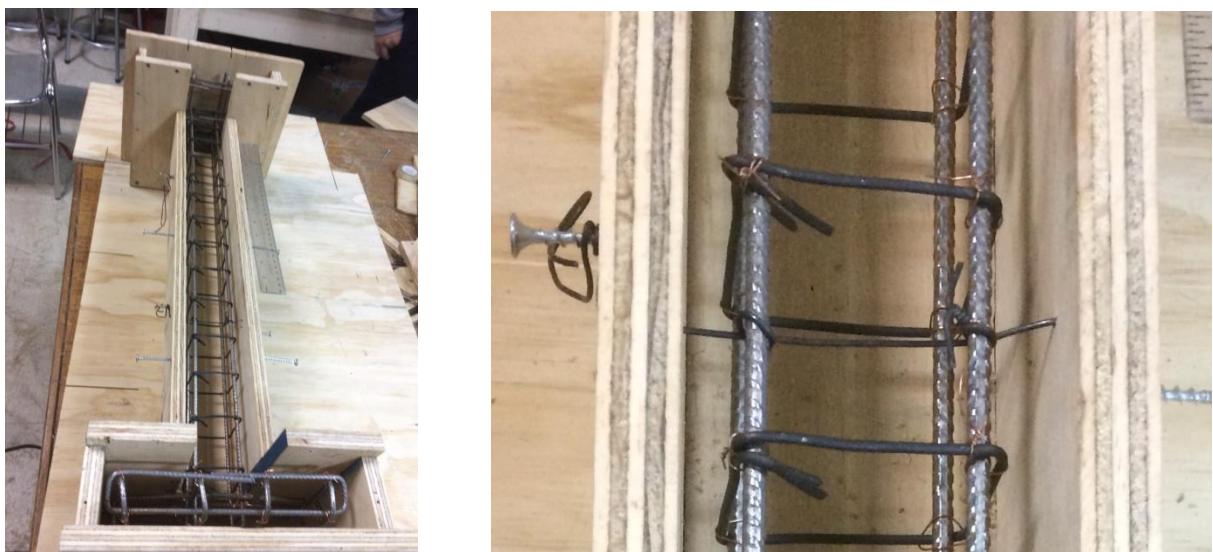


Fig. 8. Montaje de armadura y separadores



(a) Aplicación de desmoldante



(b) Hormigonado y vibrado



(c) Descimbre de las columnas



(d) Curado en piscina

Fig. 9. Proceso de hormigonado

5.4 Montaje del modelo

El montaje del prototipo se llevó a cabo en el Laboratorio de Ingeniería Civil de la UCSC. La estructura a escala resultante de la modelación y fabricación, se puede observar en la Figura 10. Donde es posible apreciar que el material de las columnas y dados es de mortero el cual tiene características de comportamiento similares al hormigón del prototipo, mientras que la losa se fabricó utilizando una placa de acero de calidad ASTM A36 diferente al material de losa del prototipo. Las dimensiones de los elementos estructurales que componen este modelo se detallan en la Tabla 10. Estas dimensiones se obtuvieron de realizar las técnicas de modelación a escala estructural indicadas en la Sección 3, aplicando los respectivos factores de escala

Las columnas se unieron a la losa de piso del laboratorio procurando dar la condición de empotramiento a las columnas. Esto se logró mediante la instalación de perfiles de acero L puestas sobre los dados inferiores de las columnas fijadas al suelo con pernos de anclaje (Fig. 11). La losa de acero se unió a las columnas

mediante pernos y tacos de anclaje de ½” verificando que la unión entre columna y losa se comporte como rígida (Fig. 12).



Fig. 10. Modelo a escala en estudio

Tabla 10. Descripción de los elementos estructurales del modelo

Elemento	Material	Dimensiones
Losa	Placa acero A36	Espesor de 0.6 cm; Ancho 114 cm ; Largo 89 cm
Dado	Mortero M-20	Espesor de 5 cm; Ancho 21 cm ; Largo 21 cm
Columna	Mortero M-20	Sección rectangular de 7x7 cm; Longitud 56,5 cm



Fig. 11. Apoyo columna



Fig. 12. Unión losa-columnas

6. ENSAYOS MODALES EXPERIMENTALES

Una serie de ensayos modales fueron realizados al prototipo utilizando excitaciones de impacto aleatorio, en primera instancia se realizaron ensayos de vibración a la losa aislada para poder identificar las frecuencias naturales propias de esta. Luego se realizaron ensayos modales al prototipo completo de la estructura es decir losa y columna en su conjunto para determinar sus propiedades modales de frecuencia natural y formas modales. Se utilizaron dos técnicas para la identificación de sistema, los métodos de Identificación en el Subespacio Estocástico (SSI) y Descomposición en el Dominio de la Frecuencia (FDD).

El método SSI es una técnica de dominio de tiempo que emplea la factorización QR y la descomposición del valor singular para identificar las matrices del modelo dinámico de estado-espacio. Una vez que se encuentra el modelo de estado de la estructura, los parámetros modales (frecuencias, amortiguamiento y formas modales) pueden determinarse mediante descomposición de valores propios. En general, no es posible determinar el orden del sistema de antemano. Por lo tanto, es necesario repetir el análisis con diferentes órdenes del sistema y verificar la repetibilidad de los resultados. Este procedimiento se realiza mediante la construcción de gráficas de estabilización..

El método FDD es una extensión del método de pico de recolección clásico. El algoritmo FDD asume que la excitación aplicada a la estructura tiene una naturaleza aleatoria y se puede describir como un ruido blanco. Por lo tanto, la función de densidad espectral de potencia de excitación (PSD) se convierte en una constante (S) y, en consecuencia, los picos FRF pueden identificarse directamente desde los picos de la función PSD de respuesta. Estos picos en la función PSD se asumen como frecuencias de resonancia y formas de modo pueden determinarse aplicando procedimientos de descomposición de valor singular (Zamora, 2017).

6.1 Ensayo experimental a losa aislada

Con el fin de determinar las frecuencias naturales propias de la losa de acero, se fijó esta placa al suelo mediante cuatro trozos de madera terciada de 12 mm de espesor y tornillos anclados al suelo con tarugos dispuestos en la misma posición que tendrían al fijar la placa sobre las columnas de hormigón (Fig.13), esto para proveer un apoyo similar al que tendría la placa montada sobre las columnas de hormigón.



Fig. 13. Apoyo losa aislada

Se realizaron 6 ensayos de vibración a la losa los cuales consistían en dar una serie de golpes a la placa en dirección normal a su plano utilizando un martillo de goma. La respuesta estructural de la losa se registró gracias a 3 acelerómetros uniaxiales (PCB 3252C03) dispuestos en la parte superior de la losa midiendo en dirección perpendicular a su plano (Fig.14). Los 3 acelerómetros fueron situados teniendo en consideración los puntos de la placa que más se desplazan según sus modos de vibrar. Los acelerómetros fueron conectados a un sistema de adquisición de datos constituido por un módulo de voltaje NI9205 montado en un chasis cDAQ-9174. La grabación de datos se realizó a una frecuencia de muestreo de 1652 Hz la que fue controlada por una rutina programada en una plataforma LabView.

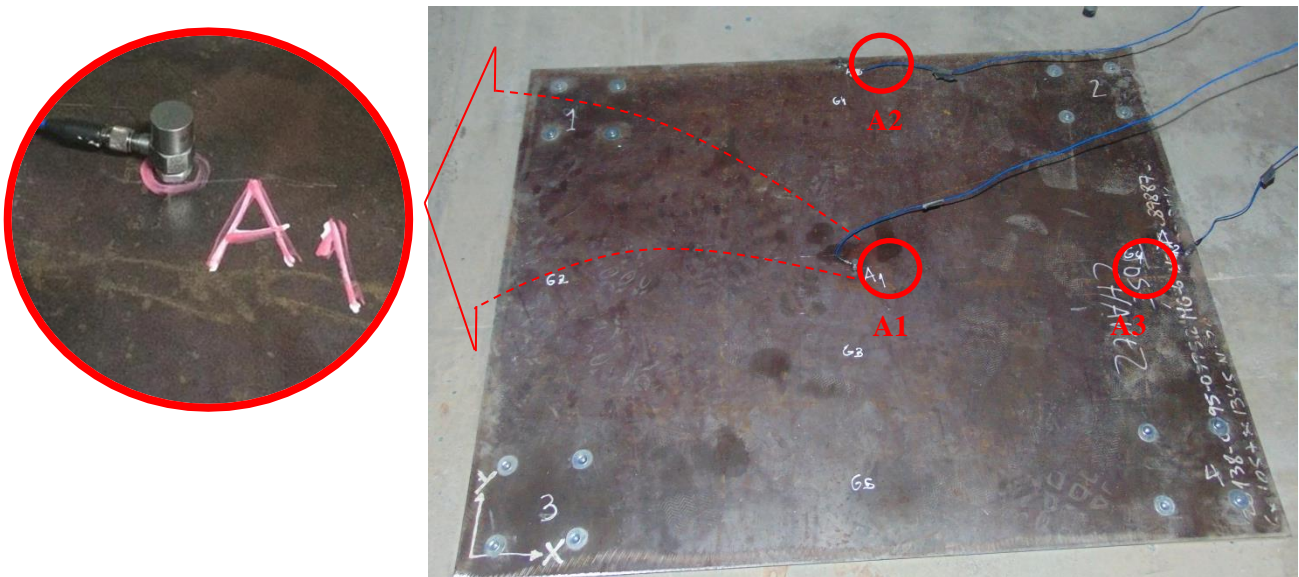


Fig. 14. Instrumentación de la losa aislada

El registro de aceleraciones obtenido de los 6 ensayos realizados a la losa fueron utilizados en un código Matlab que implementa los métodos SSI y FDD descritos anteriormente para obtener las características modales de la placa. Los gráficos de estabilización obtenidos por el método SSI y las curvas de densidad espectral del método FDD para uno de los 6 ensayos se pueden ver en las Figuras 15 y 16, respectivamente. Las frecuencias promedio correspondientes a los 6 ensayos obtenidos por los métodos SSI y FDD se muestran en la Tabla 11.

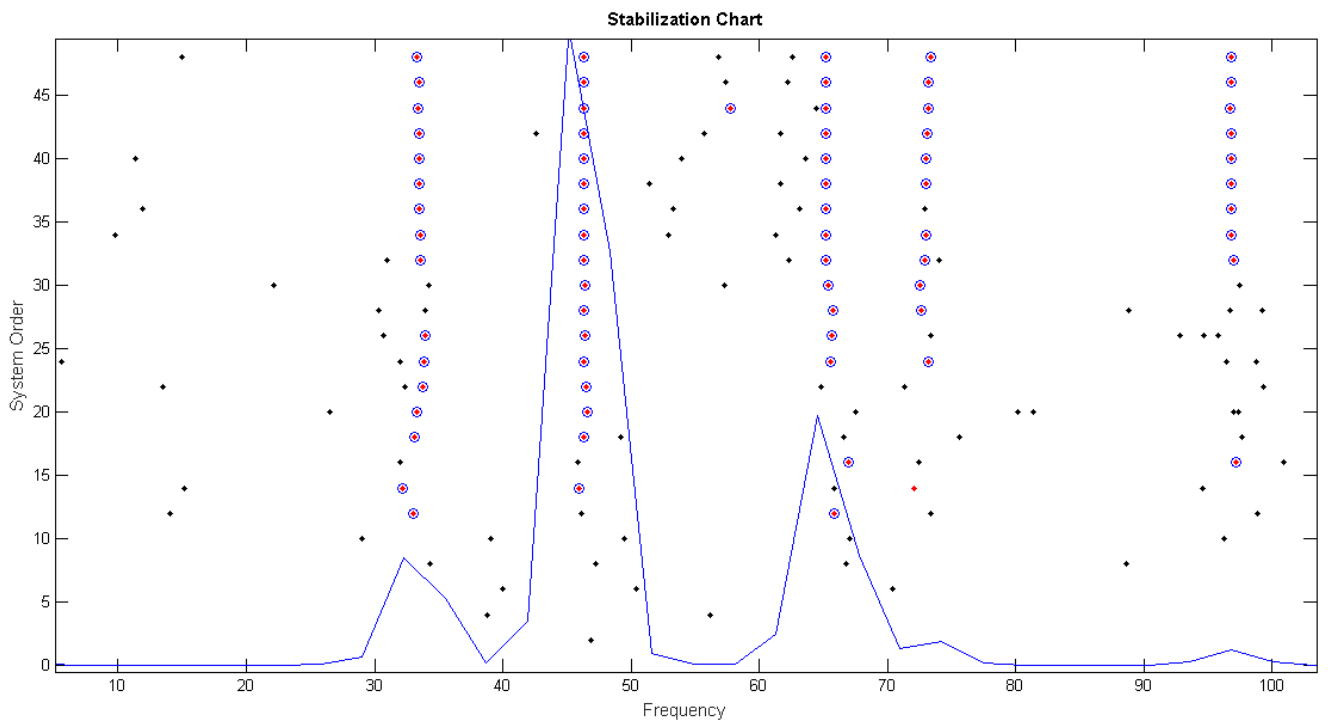
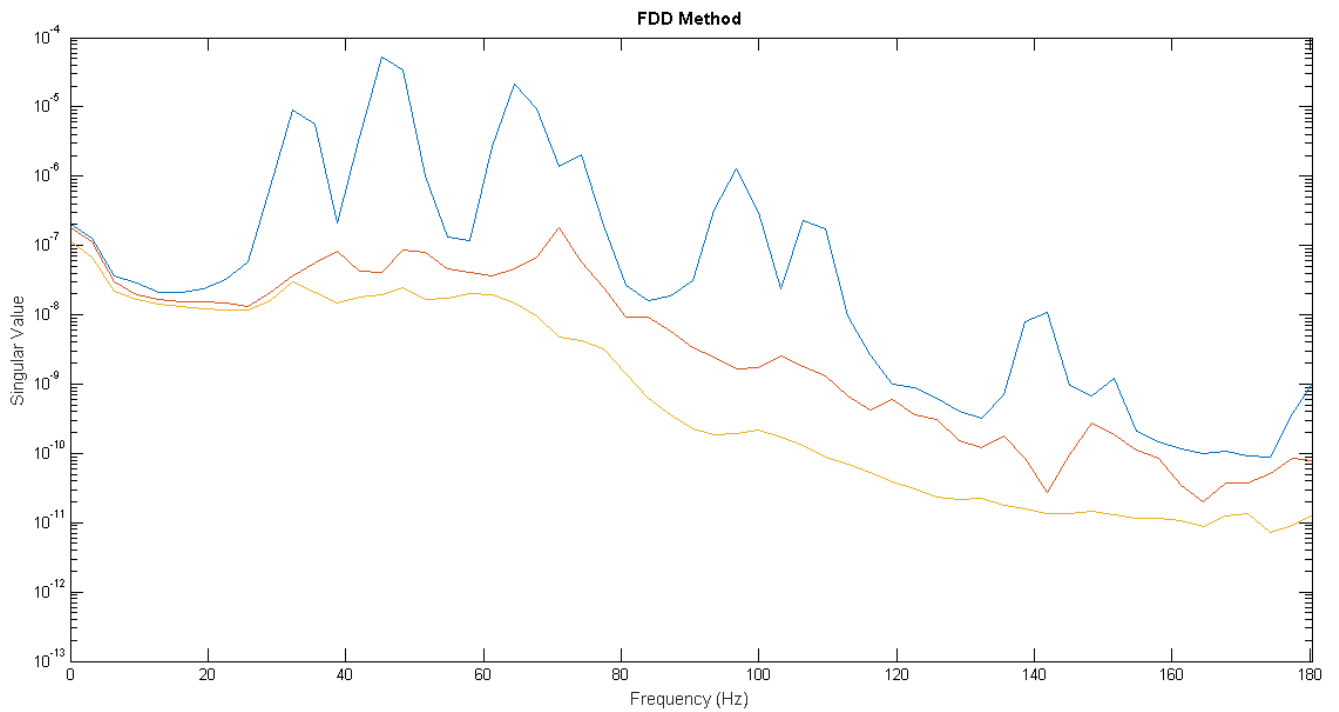
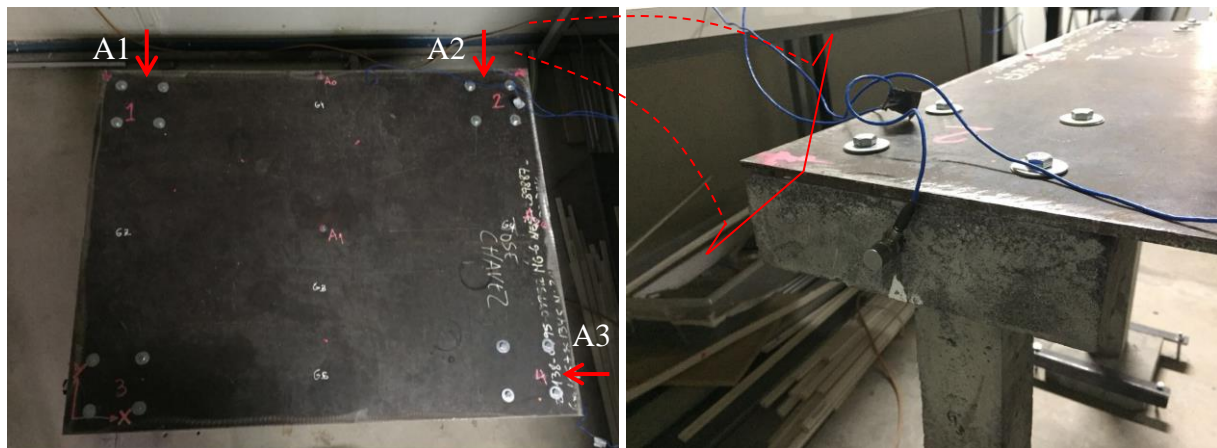
**Fig. 15.** Gráfico de estabilización método SSI.**Fig. 16.** Curva de densidad espectral FDD.

Tabla 11. Frecuencias promedio de la placa aislada

Modo	Frecuencia [Hz] SSI	Frecuencia [Hz] FDD
1	33.95	32.27
2	46.50	45.17
3	66.28	64.53
4	73.37	74.21
5	97.50	96.80

6.2 Ensayo experimental al modelo completo

Para determinar las propiedades modales de la estructura completa del modelo a escala, se realizaron 6 ensayos de vibración excitados mediante golpes aleatorios hechos con un martillo de goma sobre la parte superior de las columnas en dirección del plano de la losa. Para realizar las mediciones de vibración se usaron los mismos equipos utilizados en el ensayo de la placa aislada. Tres acelerómetros uniaxiales se fijaron en los dados superiores de las columnas midiendo las aceleraciones en dirección del plano de la losa (Fig. 17). La frecuencia de muestreo utilizada fue de 1652 Hz controlada con una rutina programada en LabView.



(a) Ubicación de acelerómetros y dirección registro.

(b) Acelerómetro

Fig.17. Instrumentación en estructura completa.

Los gráficos de estabilización y curvas de densidad espectral para uno de los 6 ensayos realizados al modelo completo se pueden ver en las Figuras 18 y 19, respectivamente. Las frecuencias promedio y las formas modales obtenidas experimentalmente se muestran en las Tablas 12 y 13 respectivamente, donde se observa que los 6 ensayos realizados por el método SSI muestran coeficientes de variación pequeños.

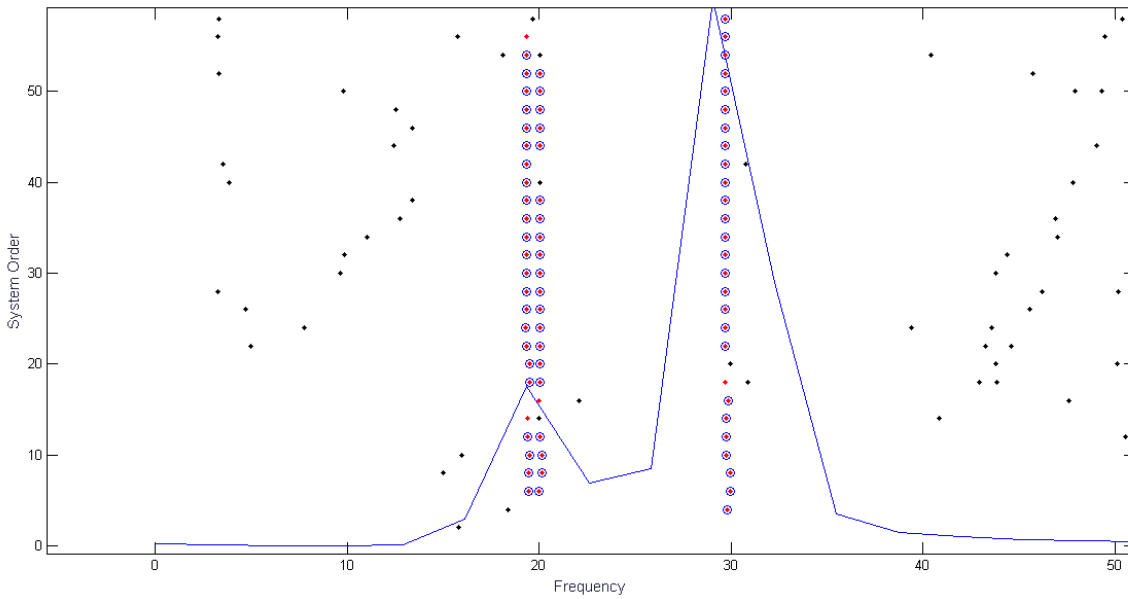


Fig. 18. Gráfico de estabilización método SSI.

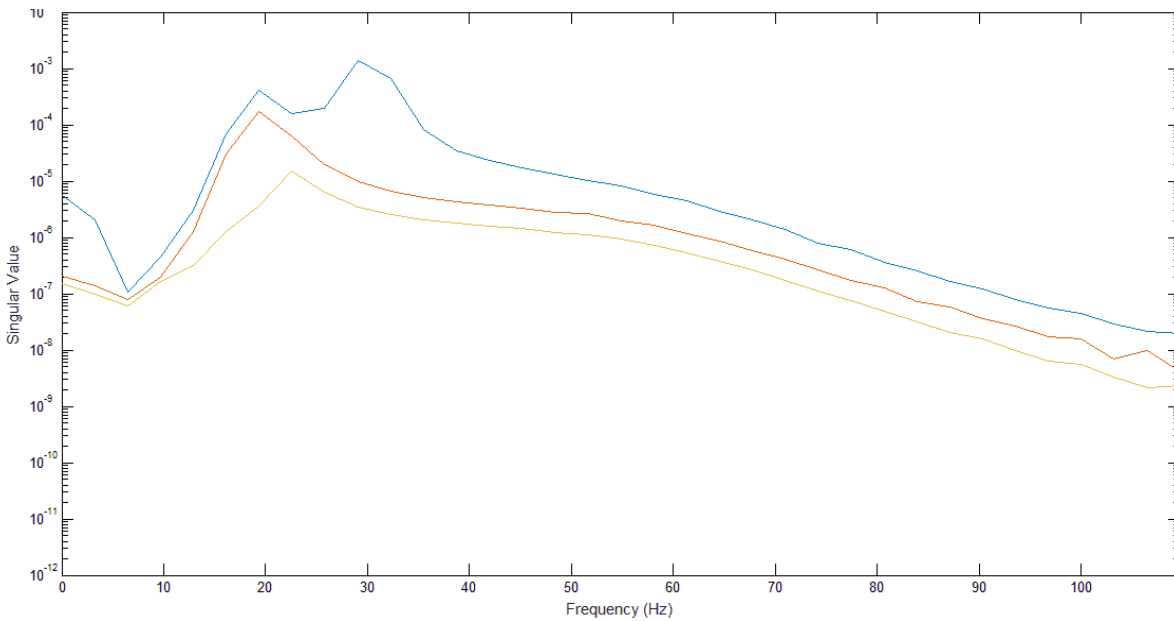


Fig. 19. Curva de densidad espectral FDD.

Tabla 12. Frecuencias promedio de la estructura completa

Modo	Frecuencia [Hz] SSI	Cov frecuencia SSI	Frecuencia [Hz] FDD	Cov frecuencia FDD
1	18.96	1.7%	19.36	0
2	19.70	1.0%	-	-
3	29.33	1.1%	29.04	0

Tabla 13. Modos de vibrar SSI

Acelerómetro	Φ_1	Φ_1	Φ_1
1	-0.20	0.76	-0.92
2	-0.25	1.00	1.00
3	1	0.27	0.88

7. MODELO ELEMENTOS FINITOS

7.1 Modelo elementos finitos losa aislada

Se generó un modelo de elementos finitos utilizando el software SAP2000, se modeló la losa como un elemento del tipo Shell de 6 mm de espesor de materialidad acero con propiedades mecánicas correspondientes a un acero de calidad ASTM A36, se utilizó un mallado con elementos de 1x1 cm para los análisis. Se pusieron apoyos fijos en las posiciones de los pernos para simular la condición de apoyo que estos proporcionan. En la Figura 20 es posible observar la modelación descrita y en la Tabla 14 se pueden ver las frecuencias obtenidas por el modelo además de la comparación de este con las frecuencias experimentales adquiridas utilizando el método SSI.

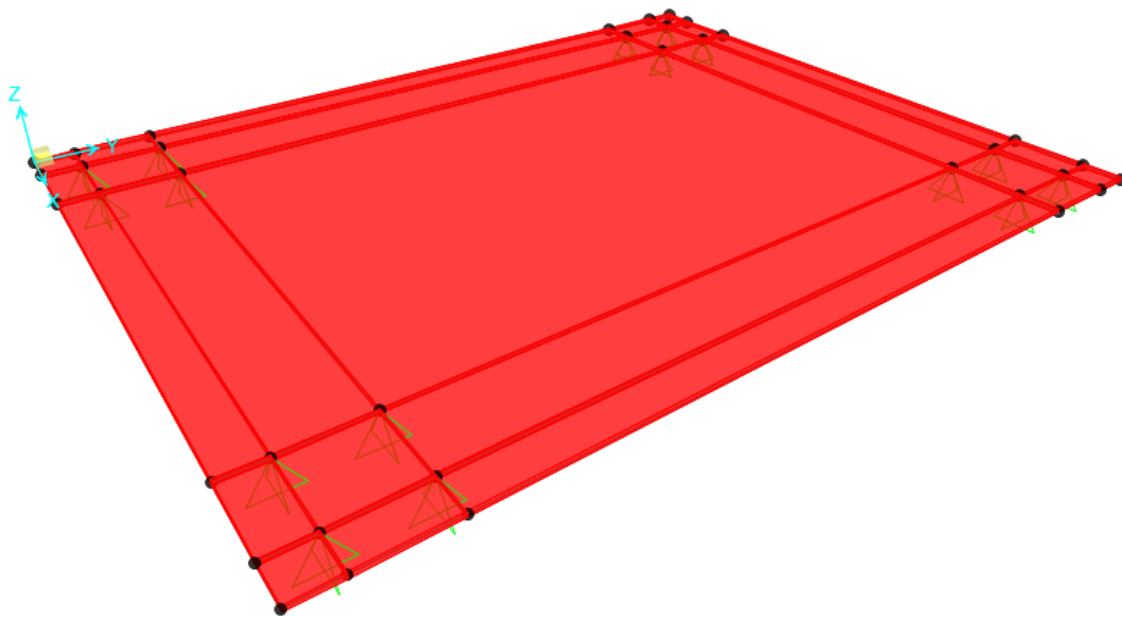


Fig. 20. Modelo numérico losa aislada.

Tabla 14. Frecuencias placa aislada numéricas y experimentales

Modo	Frecuencia [Hz] SAP2000	Frecuencia [Hz] Experimental SSI	Error
1	34.28	33.95	-0.97%
2	47.59	46.50	-2.34%
3	67.33	66.28	-1.60%
4	75.02	73.37	-2.25%
5	95.91	97.50	1.63%

7.2 Modelación de elementos finitos del modelo completo

El modelo de la estructura completa del prototipo se realizó en SAP2000, la losa se modeló con un elemento tipo Shell de 6 mm de espesor de acero ASTM A36, mientras el dado y las columnas se modelaron con elementos del tipo frame considerando las propiedades mecánicas del mortero obtenidas en la Sección 4 de este artículo. Las propiedades mecánicas correspondientes a los materiales de los elementos modelados se detallan en la Tabla 15. Se consideraron apoyos empotrados en la base de las columnas. El modelo resultante se puede ver en la Figura 21, las frecuencias resultantes de la modelación numérica se observan en la Tabla 16 donde se realizó la comparación de estos resultados con los obtenidos experimentalmente con el método

SSI. Los vectores modales se ven en la Tabla 17. Los nodos 1 al 3 indicados en la Tabla 17 corresponden a la ubicación de los acelerómetros instalados en la estructura ensayada (ver Fig. 17a).

Tabla 15. Propiedades mecánicas de los materiales

Material	Modulo elasticidad [kg/cm ²]	Coefficiente de Poisson	Peso específico [kg/m ³]
Mortero	33103.7	0.2	2500
Acero losa	2100000	0.3	7850

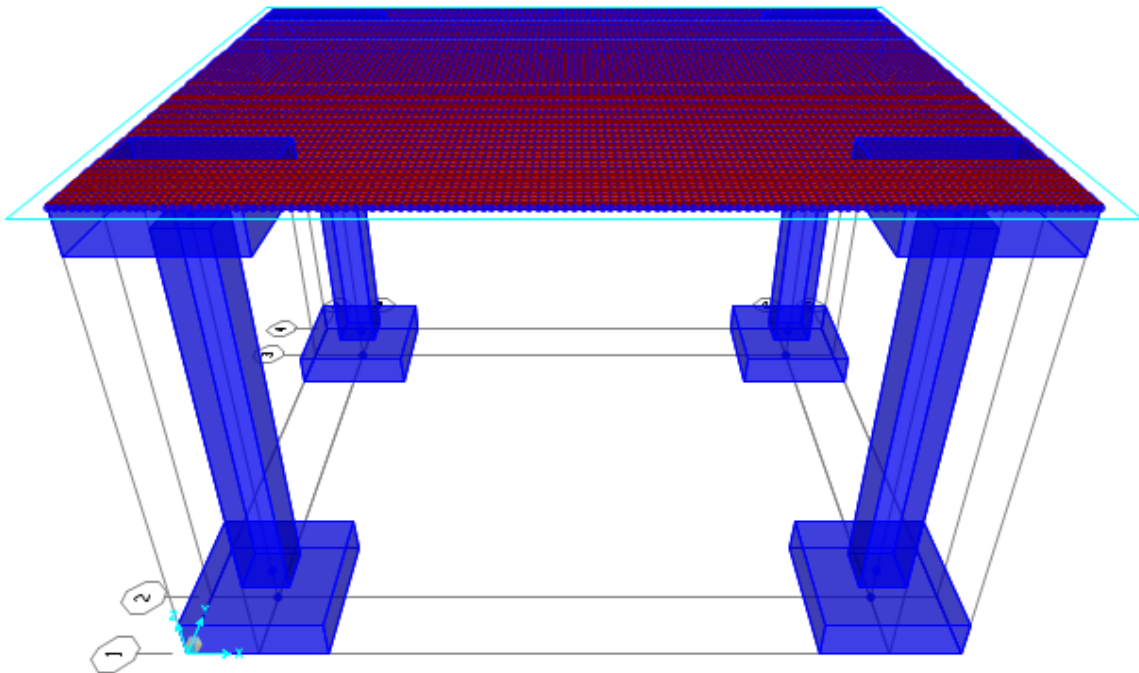


Fig. 21. Modelo numérico estructura completa.

Tabla 16. Frecuencias placa aislada numéricas y experimentales

Modo	Frecuencia [Hz] SAP2000	Frecuencia [Hz] SSI	Error
1	10.50	18.96	44.63%
2	10.67	19.70	45.83%
3	12.97	29.33	55.79%

Tabla 17. Modos de vibrar numéricos

Nodo	Φ_1	Φ_1	Φ_1
1	0	1	-1
2	0	1	1
3	1	0	0.7

Para verificar la similitud de las formas modales obtenidas numéricamente con las experimentales, se realizaron comparaciones de las formas modales haciendo uso del criterio de aseguramiento modal (MAC). Este criterio determina la desviación cuadrática mínima de una estimación sobre otra. Valores de MAC

cercanos a la unidad indican una gran similitud o correspondencia entre ambos modos mientras que los valores cercanos a cero indican que no hay similitud entre los modos (Oyarzo, 2013).

$$MAC(\phi_i, \phi_i^*) = \frac{|\phi_i^T \phi_i^*|^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_i^{*T} \phi_i^*)} \quad (\text{Ec.14})$$

Los resultados obtenidos al utilizar este criterio se muestran en la Tabla 18. donde se observa que los 3 modos obtenidos experimental y numéricamente dan como resultado valores MAC cercanos a 1.

Tabla 15. MAC modos experimental y numéricos

		Ensayo experimental		
		$\Phi 1$	$\Phi 2$	$\Phi 3$
SAP200	$\Phi 1$	0.888	0.046	0.297
	$\Phi 2$	0.111	0.937	0.001
	$\Phi 3$	0.160	0.047	0.989

Gráficamente las formas modales obtenidas se pueden ver en las Figura 22 para los modos numéricos, asimismo la Figura 23 muestra los modos experimentales. La estructura de color rojo y gris denotan las condiciones deformadas y no deformadas, respectivamente. Visualmente se puede notar que existe similitud de los modos obtenidos por ambos métodos.

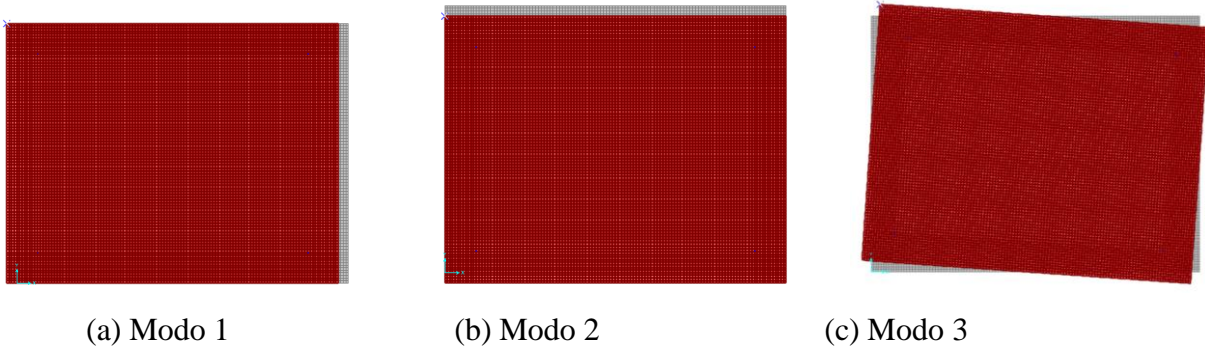


Fig. 22. Modos numéricos SAP2000

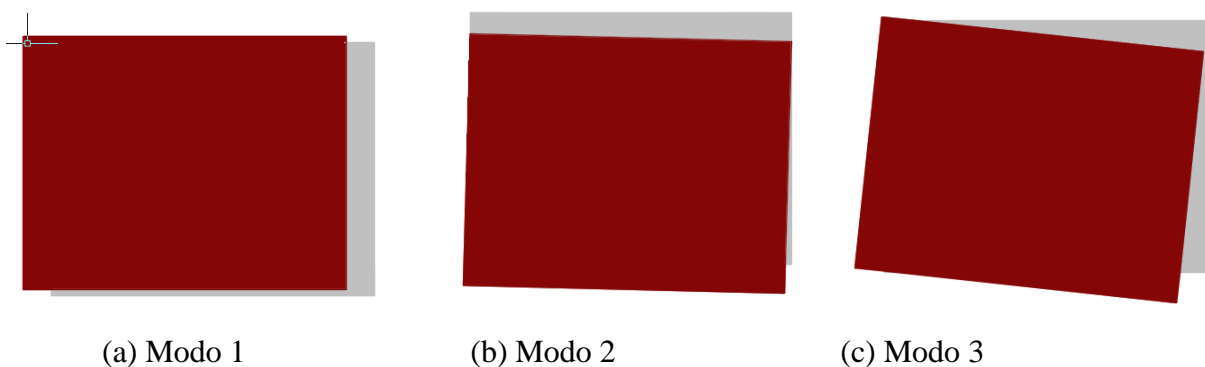


Fig. 23. Modos experimentales SSI.

8. CONCLUSIONES

Las técnicas de identificación de sistemas SSI y FDD lograron determinar con éxito las propiedades modales del modelo a escala excitado mediante impulsos aleatorios.

Tres frecuencias que van desde los 18 a los 29 Hz y sus correspondientes formas modales fueron identificadas con el método SSI, mientras con el método FDD solo fue capaz de determinar 2 de las principales frecuencias de la estructura. Al utilizar 2 acelerómetros dispuestos en una dirección de la losa y un tercero perpendicular a estos es posible obtener una buena aproximación del modo torsional de la estructura. Las formas modales del modelo numérico, son las esperadas para este tipo de estructura en al cual la losa funciona como un diafragma rígido. El primer y segundo modo corresponden a movimientos de traslación en los ejes x e y, respectivamente, mientras que el tercero es un modo torsional.

Al comparar las frecuencias obtenidas a través del método SSI con las frecuencias numéricas extraídas de SAP2000 se observa que el modelo computacional entrega frecuencias aproximadamente un 48% más bajas que las de la estructura real para todos los modos. Las subestimación en las frecuencias del modelo computacional pueden ser causadas por una mala estimación del módulo de elasticidad del mortero de las columnas, el cual influye directamente en la rigidez de la estructura y por ende en sus frecuencias modales.

Los valores cercanos a 1 del coeficiente MAC muestran que los modos detectados experimentalmente son semejantes a los obtenidos numéricamente.

Finalmente, se puede concluir que utilizar modelos a escala en conjunto con estos métodos de extracción de parámetros modales se transforma en una poderosa herramienta de investigación al permitir estudiar propiedades modales en ambientes controlados. Además, su bajo costo económico al utilizar menos cantidad de materiales que la necesaria para construir estructuras a escala completa, hace más accesible la realización de este tipo de estudios.

9. REFERENCIAS.

ACI Committee, American Concrete Institute, & International Organization for Standardization. (2008). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary. American Concrete Institute.

Aldana, R. (2008). Estudio experimental de resistencias a compresión del hormigón: correlación entre resultados de probetas cúbicas y probetascilíndricas. Tesis de pregrado. Universidad de Chile, Chile.

Bertero, A., Bertero, R. (2014). Ensayos dinámicos sobre una columna de hormigón armado a escala en mesa vibradora. 23th Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, 17–19 Septiembre, Buenos Aires, Argentina, 1–20.

Brincker, R., Andersen, P., & Zhang, L. (2000). Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. Paper presented at the 18th International Modal Analysis Conference (XVIII IMAC), 7-10 February 2000, San Antonio, Texas.

- Harris, H., Sabnis, G. (1999). *Structural modeling and experimental techniques* (2da edición). CRC Press.
- Isla, C., Nozaki, M., & Oyarzo, C. (2017). Modelación y análisis modal con elementos sólidos en SAP2000 de un muro de albañilería sin reforzar. Artículo presentado en Simposio de Habilitación Profesional UCSC, Marzo 2017, Concepción, Chile.
- Kim, J. K., & Yi, S. T. (2002). Application of size effect to compressive strength of concrete members. *Sadhana*, 27(4), 467.
- Moncarz, P., Krawinkler, H. (1981). *Theory and application of experimental model analysis in earthquake engineering*. The John A. Blume Earthquake Engineering Center.
- NCh, N. C. 158 of 67. “Cementos – Ensayos de flexión y compresión a morteros de cemento.
- Norambuena, J, Cartes, A., Gonzales, I., Chávez, M. (2017). Effect of metallic waste addition on the physical and mechanical properties of cement mortars. *Construction and building materials*
- Oyarzo, C., & Chouw, N. (2013). Vibration-based damage identification of an unreinforced masonry panel. In 5th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC 2013).
- Quimbay, R.. (2012). Estimación del módulo de elasticidad del concreto y del mortero mediante TCTM. Repositorio UN, bdigital.
- Ríos, G. (2005). Verificación experimental en elementos de hormigón armado de método de escalamiento, Chile. Universidad Austral de Chile
- Rodríguez, A. (2007). Structural modeling for seismic load. *Journal of Faculty of Engineering UPTC*. 16 (23), 25–37
- UIC 778-3, código. (1995). Recomendaciones para la evaluación de la capacidad portante de puentes abovedados existentes en obra de fábrica y hormigón. Unión Internacional de Ferrocarriles.
- Rondon, M.. (2005). *Manual de Armaduras de Refuerzo para Hormigón Fabricación - Instalación – Protección*. Chile: M y M Servicios Gráficos S.A..
- Van Overschee, P., & de Moor, B. (1996). *Subspace identification for linear systems : theory, implementation, applications* Boston, Kluwer Academic Publishers.
- Vides, J. (2006). Metodología para realizar modelos de concreto reforzado a escala reducida. Tesis de pregrado. Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Zamora, L. (2017). Numerical model updating of the DUOC-UC footbridge (Concepción, Chile) using experimentally extracted data. Paper presented at the 16th World Conference on Earthquake Engineering (16WCEE), January 2017, Santiago, Chile.