

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN**  
**PROGRAMAS DE POSTGRADO**  
**PROGRAMA DE MAGÍSTER EN PSICOPEDAGOGÍA Y**  
**EDUCACIÓN ESPECIAL**



**GESTIÓN ARGUMENTATIVA EN TAREAS MATEMÁTICAS DE**  
**MODELACIÓN: ESTUDIO DE CASOS.**

Por

**JONATHAN PÉREZ ASTORGA**

**Tesis presentada a la Dirección de Post-Grado de la Universidad Católica de la**  
**Santísima Concepción para optar al grado académico de**  
**Magíster en Psicopedagogía y Educación Especial.**

**Tesis enmarcada en proyecto FONDECYT 1180880:**  
**“Aprendizaje de los Estudiantes en Contextos de Argumentación Colectiva y**  
**Modelización en el Aula de Matemáticas”**

**DIRECTOR DE TESIS, Mg. Andrés Ortiz Jiménez**

**Concepción, Chile**

**Enero, 2021**

**Tesis presentada para la Obtención del Grado de  
Magíster en Psicopedagogía y Educación Especial**

JONATHAN PÉREZ ASTORGA

COMISIÓN EXAMINADORA:

Director de Tesis: Mg. Andrés Ortiz Jiménez. UCSC.

Informante Interno: Dra. Carmen Espinoza Melo. UCSC.

Informante Externo: Dr. Horacio Solar Bezmalinovic. UC.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>RESUMEN.....</b>	<b>8</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>10</b>
<b>2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS .....</b>	<b>10</b>
2.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	12
2.2 INTERROGANTE.....	15
2.3 OBJETIVOS .....	16
2.4 SUPUESTOS DE INVESTIGACIÓN.....	17
<b>3. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>18</b>
3.1 ARGUMENTACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA.....	19
3.1.1 Gestión Argumentativa del aula .....	21
3.1.2 Una práctica inclusiva en el aula matemática: Argumentar .....	24
3.2 MODELACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA .....	25
3.2.1 Ciclo de modelación matemática .....	26
<b>4. MARCO METODOLÓGICO.....</b>	<b>29</b>
4.1 PARADIGMA, ENFOQUE Y DISEÑO.....	29
4.2 PARTICIPANTES .....	30
4.3 INSTRUMENTOS .....	32
4.4 PROCEDIMIENTO .....	37
4.4 TÉCNICAS PARA EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....	41

<b>5. ANÁLISIS Y RESULTADOS .....</b>	<b>42</b>
5.1 ANÁLISIS DE DATOS RESPECTO A OE1: RECONOCER EPISODIOS DE GESTIÓN ARGUMENTATIVA EN LAS DISTINTAS ETAPAS DEL CICLO DE MODELACIÓN.....	43
5.1.1 Análisis de datos.....	43
5.1.2 Resultados respecto a OE1 .....	57
5.2 ANÁLISIS DE DATOS RESPECTO A OE2: “CARACTERIZAR LA GESTIÓN ARGUMENTATIVA CUANDO PROMUEVE MODELACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA” .....	61
5.2.1 Análisis de datos.....	62
5.2.2 Resultados respecto a OE2 .....	74
5.3 ANÁLISIS DE DATOS RESPECTO A OE3: “RELACIONAR LA GESTIÓN ARGUMENTATIVA CON LA GESTIÓN DE LAS ETAPAS DEL CICLO DE MODELACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA” .....	77
5.3.1 Análisis de datos.....	77
5.3.2 Resultados respecto a OE3 .....	88
<b>6. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>92</b>
6.1 CONCLUSIONES .....	92
6.2 DISCUSIÓN TEÓRICA Y EMPÍRICA.....	95
6.3 LIMITACIONES.....	97
6.4 PROYECCIONES .....	98
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>99</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>IV-1,</b> Pauta de Observación de Gestión Argumentativa: Promoción de la argumentación .....	32
<b>IV-2,</b> Pauta de Observación de Gestión Argumentativa: Gestión respuestas erróneas ...	33
<b>IV-3,</b> Pauta de Observación de Gestión Argumentativa: Conexión ideas matemáticas ..	33
<b>IV-4,</b> Pauta de Observación Promoción de la Modelación: Simplificar .....	34
<b>IV-5,</b> Pauta de Observación Promoción de la Modelación: Matematizar .....	34
<b>IV-6,</b> Pauta de Observación Promoción de la Modelación: Trabajar con matemáticas ..	35
<b>IV-7,</b> Descripción de códigos Promoción de la Modelación: Interpretar .....	35
<b>IV-8,</b> Descripción de códigos Promoción de la Modelación: Validar .....	36
<b>IV-9,</b> Descripción de códigos Promoción de la Modelación: Analizar y Proyectar .....	36
<b>V-10,</b> Identificadores de las citas según la grabación de la cual proceden .....	42
<b>V-11,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación / Mod Prof - Simplificando.....	44
<b>V-12,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación / Mod - Prof – Matematizando .....	45
<b>V-13,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación/ Mod - Prof - Trabajando con matemáticas .....	46
<b>V-14,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof – Promoción Argumentación/ Mod – Prof – Interpretando .....	47
<b>V-15,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación/ Mod - Prof - Validando .....	48
<b>V-16,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas / Mod - Prof - Trabajando con matemáticas .....	50
<b>V-17,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas / Mod - Prof - Interpretando.....	51
<b>V-18,</b> ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas/ Mod - Prof - Validando .....	52

<b>V-19, ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Conexión con Ideas</b>	
Matemáticas / Mod - Prof - Trabajando con matemáticas .....	54
<b>V-20, ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Conexión con Ideas</b>	
Matemáticas / Mod - Prof - Validando.....	55
<b>V-21, ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Conexión con Ideas</b>	
Matemáticas / Mod - Prof - Analizando y Proyectando.....	56
<b>V-22, Resumen de hallazgos episodios de promoción de la argumentación por etapa del ciclo de modelación.....</b>	<b>57</b>
<b>V-23, Resumen episodios de gestión de respuestas incorrectas por etapa del ciclo de modelación .....</b>	<b>59</b>
<b>V-24, Resumen episodios de conexión con ideas matemáticas por etapa del ciclo de modelación .....</b>	<b>60</b>
<b>V-25, Resumen episodios de gestión argumentativa de la profesora Carol.....</b>	<b>62</b>
<b>V-26, Episodio: 13:36co13:67 Carol 1 .....</b>	<b>63</b>
<b>V-27, Episodio: 16:233co16:5 Carol 3 .....</b>	<b>64</b>
<b>V-28, Episodio: 15:66co15:66 Carol2 .....</b>	<b>65</b>
<b>V-29, Resumen episodios de gestión argumentativa de la profesora María.....</b>	<b>66</b>
<b>V-30, Episodio: 7:36co7:30 María3.....</b>	<b>67</b>
<b>V-31, Episodio: 5:4co5:40 María1 .....</b>	<b>68</b>
<b>V-32, Episodios de gestión argumentativa de la profesora Sofía .....</b>	<b>69</b>
<b>V-33, Episodio: 22:51co22:149 Sofía 3.....</b>	<b>70</b>
<b>V-34, Episodio: 22:20co22:138 Sofía 3.....</b>	<b>70</b>
<b>V-35, Episodio: 22:9co22:136 Sofía 3.....</b>	<b>72</b>
<b>V-36, Episodio: 22:76co22:160 Sofía3.....</b>	<b>73</b>
<b>V-37, Episodio: 22:99co22:170 Sofía3.....</b>	<b>73</b>
<b>V-38, Promoción Argumentación – Procesos de Modelación: Caso Carol.....</b>	<b>78</b>
<b>V-39, Gestión Respuestas Incorrectas – Procesos de Modelación: Caso Carol .....</b>	<b>80</b>
<b>V-40, Promoción Argumentación – Procesos de Modelación: Caso María .....</b>	<b>82</b>
<b>V-41, Gestión Respuestas Incorrectas – Procesos de Modelación: Caso María.....</b>	<b>83</b>

V-42, Promoción Argumentación – Procesos de Modelación: Caso Sofía .....	85
V-43, Gestión Respuestas Incorrectas – Procesos de Modelación: Caso Sofía.....	86
V-44, Conexión con Ideas Matemáticas – Procesos de Modelación: Caso Sofía.....	87

### **ÍNDICE DE FIGURAS**

3-1, Ciclo de Modelación Matemática .....	27
4-2, Proceso de codificación de los datos .....	38

## **Resumen**

Argumentar en el aula matemática promueve una cultura por medio de la cual el aprendizaje se construye socialmente, en torno a un problema matemático. En este sentido, la argumentación puede entenderse como una práctica inclusiva, pues fomenta la participación de todos los estudiantes. El docente puede promover esta habilidad mediante tareas matemáticas desafiantes, utilizando estrategias comunicativas y realizando una planificación adecuada.

Ahora bien, la promoción de habilidades matemáticas ha sido ampliamente descrita, sin embargo, resultan escasas las investigaciones donde se profundice en el impacto de la gestión argumentativa en contextos donde el objetivo de la tarea es el desarrollo de la habilidad modelación. Por lo dicho, en este estudio se aspira a conocer cómo es la gestión argumentativa al promover tareas de modelación.

Para ello, se utiliza el enfoque cualitativo de investigación, realizando un estudio de casos múltiples. Los sujetos participantes fueron tres profesoras de matemática de primer ciclo básico, de las ciudades de Santiago y Concepción, que forman parte del proyecto FONDECYT Regular 1180880, titulado: *Aprendizaje de los Estudiantes en Contextos de Argumentación Colectiva y Modelización en el Aula de Matemáticas* el cual se enmarca esta tesis. Además, se emplea la técnica de observación no participante y los datos fueron codificados mediante ATLAS.ti para su posterior análisis, en pos responder a los objetivos de investigación planteados.

Los resultados de la indagación muestran que los casos en estudio trabajan preferentemente las tareas de modelación, a través, de la promoción de la argumentación y gestión de respuestas incorrectas; gestionan más activamente los procesos de trabajo con matemáticas y validación; al gestionar tareas de modelación, procuran que se discuta en términos del problema real. Además, se relacionó la conexión con ideas matemáticas claves con la gestión del proceso analizar y proyectar el modelo.

**Palabras claves:** Argumentación en el aula matemática, Ciclo de modelación, Modelación en el aula matemática, Gestión argumentativa, Habilidades matemáticas.

## **Abstract**

Argumentation in the mathematical classroom promotes a culture in which learning is socially constructed around a mathematical problem. In this sense, argumentation can be understood as an inclusive practice, since it encourages the participation of all students. The teacher can promote this skill through challenging mathematical tasks, using communicative strategies and adequate planning. The promotion of mathematical skills has been widely described; however, there is little research on the impact of argumentative management in contexts where the objective of the task is the development of modeling skills. In this study we sought to know how argumentative management was when promoting modeling tasks.

The qualitative research approach was used, conducting a multiple case study. The participating subjects were three mathematics teachers of first basic cycle, from the province of Concepción, who are part of the project FONDECYT Regular 1180880, entitled: *Aprendizaje de los Estudiantes en Contextos de Argumentación Colectiva y Modelización en el Aula de Matemáticas*. The non-participant observation technique was used and the data were coded using ATLAS.ti for subsequent analysis, and thus respond to the research objectives.

The results of the research show that the cases under study: preferentially manage modeling tasks, through the promotion of argumentation and management of incorrect answers; manage more actively the processes of working with mathematics and validating; when managing modeling tasks, they try to discuss them in terms of the real problem. In addition, the connection with key mathematical ideas was related to the management of the process of analyzing and projecting the model.

**Key words:** Argumentation in the mathematical classroom, Modeling cycle, Modeling in the mathematical classroom, Argumentative management, Mathematical skills.

## 1. Introducción

Desde un punto de vista internacional se ha puesto énfasis en la necesidad de desarrollar en los estudiantes competencias matemáticas como la argumentación y modelación (NCTM, 2014; OCDE, 2017). En una línea similar, a nivel nacional se ha empleado un enfoque curricular basado en el desarrollo de competencias (MINEDUC 2013). Este creciente interés ha planteado el cuestionamiento sobre la formación inicial y continua los docentes para gestionar el desarrollo de estas habilidades y los efectos sobre el aprendizaje.

Investigaciones en el área han mostrado que promover la argumentación en el aula resulta beneficioso para el aprendizaje efectivo de las matemáticas (Krummheuer 1995; Lee, 2009; Solar y Deulofeu, 2016), del mismo modo, el desarrollar de tareas de modelación genera un contexto propicio para el intercambio puntos de vista, facilitando la discusión en el aula y, por lo tanto, favoreciendo el aprendizaje (Dede, 2019; Maaß, 2006). Sin embargo, tanto a nivel internacional como nacional son escasas las investigaciones que se han enfocado en el desarrollo articulado de ambas habilidades, más aún, no se encontraron estudios centrados específicamente en la labor docente al promover estas habilidades.

La presente investigación, se enmarca en el proyecto FONDECYT-Regular 1180880 titulado *Aprendizaje de los Estudiantes en Contextos de Argumentación Colectiva y Modelización en el Aula de Matemáticas*, busca comprender como es el aprendizaje cuando se articulan las habilidades argumentar y modelar. Específicamente, este estudio abordará esta problemática desde la perspectiva de la labor docente, buscando develar cómo es la gestión argumentativa de los docentes cuando gestionan tareas matemáticas de modelación.

Se abordó la problemática desde un enfoque cualitativo, desarrollado mediante un estudio de casos múltiple. Se siguió este enfoque pues nos permite comprender como es la gestión argumentativa desarrollada por los casos, tres profesoras de matemática de enseñanza básica, al promover tareas matemáticas de modelación. Para comprender el fenómeno, se

registró en video las clases de las docentes y, posteriormente, se codificó y analizó la información utilizando el software ATLAS.ti v8.

El cuerpo del informe de esta investigación se ha estructurado 6 apartados. En el apartado 2 (Planteamiento del problema y objetivos), se exponen investigaciones que resaltan los beneficios, para el proceso de enseñanza aprendizaje, de promover en el aula competencias matemáticas como la argumentación y la modelación. Respecto a estas últimas, se presentan además estudios que señalan la necesidad de comprender e investigar los efectos de promover de forma articulada entre ambas habilidades. En base a lo anterior y debido a la escasez de literatura en este respecto, la presente investigación se planteó como objetivo “Analizar la gestión argumentativa en el aula matemática, de docentes que están promoviendo la habilidad de modelación con estudiantes de enseñanza básica”. En el apartado 3 (Marco teórico) se exponen las investigaciones, teorías y conceptos que fundamentan el trabajo de investigación. Los conceptos centrales que se delimitaron y definieron fueron la argumentación en el aula matemática, gestión argumentativa y ciclo de modelación matemática, en base a lo cual se plantearon los códigos con los cuales se realizó el análisis de la información. Posteriormente en el apartado 4 (Marco Metodológico) se exponen tanto el enfoque y diseños de investigación que se eligieron, así como la descripción de los sujetos participantes, técnicas y herramientas para recoger información, además, de las estrategias de análisis que consideramos más adecuadas. En el apartado 5 (Resultados) se presenta el análisis y la interpretación de la información recopilada, el análisis se realizó utilizando el software ATLAS.ti, en base a un libro de códigos y hermenéutica facilitadas por el proyecto FONDECYT, además, el análisis se organizó de acuerdo de los objetivos de investigación. Finalmente, en el apartado 6 (Conclusión y Discusión) se presentan las conclusiones del estudio, así como la discusión realizada entre los resultados obtenidos y la teoría, aquí también presentamos las limitantes y proyecciones del estudio.

## **2. Planteamiento del Problema y Objetivos**

### **2.1 Planteamiento del Problema**

Argumentar en el aula matemática implica explicar, comunicar y fundamentar (MINEDUC, 2012, 2016) con el propósito convencer, tanto a sí mismo como a otros, de la validez de un razonamiento (Ayalon & Hershkowitz, 2018; Krummheuer, 1995; Van Eemeren, Grootendorst, Henkemans, Blair, Johnson, Krabbe, Plantin, Walton & Willard, 1996). La argumentación y la discusión matemática son componentes esenciales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Boerst, Sleep, Ball & Bass, 2011), pues promueven una cultura para la cual la construcción del conocimiento se considera una actividad situada y social, además, de ayudar al desarrollo del razonamiento crítico y reflexivo (Conner, Singletary, Smith, Wagner & Francisco, 2014a; Krummheuer, 2007). Hay que destacar que en contextos argumentativos el estudiante desempeña el papel central de su aprendizaje, contraponiendo ideas, negociando significados y construyendo colaborativamente el conocimiento (Smith & Stein, 2011); mientras el docente adopta una posición receptiva orientando e intencionado la discusión matemática (Ayalon & Hershkowitz, 2018; Ortiz & Ulloa, 2019; Solar, Ortiz, Deulofeu & Ulloa, 2020; Solar & Deulofeu, 2016; Yackel, 2002). Por su parte, el aprendizaje ocurre socialmente en la interacción entre estudiantes y docente-estudiante, a la vez que participan de la comunidad al resolver un problema (Lave & Wenger, 1991; Vygotsky, 1978). En este sentido, el conocimiento emerge, como consecuencia de la discusión y el intercambio ideas, posturas o conceptos matemáticos, y no como una imposición del docente.

En otro aspecto, promover la discusión y argumentación, en el aula matemática, ha mostrado tener implicancias que exceden el ámbito estrictamente académico. Ejemplo de esto es que, algunos estudios a nivel nacional han relacionado el fortalecimiento de las interacciones comunicativas al interior del aula con una disminución en los niveles de segregación y desigualdad existentes en los resultados de aprendizaje, de estudiantes de distintos niveles sociales y géneros (Agencia de Calidad de la Educación, 2016; Solar, Treviño, San Martín & Ayala, 2017). En este sentido, la argumentación es un elemento

clave, a disposición del docente, para facilitar la discusión y comunicación en el aula, ya que su correcta gestión permite la participación de todos en igualdad de condiciones en el debate, posibilitando una comprensión compartida de las ideas matemáticas, a través, del análisis y comparación de sus puntos de vista (NCTM, 2014).

Por ello, promover la argumentación en el aula matemática puede ser considerada como una práctica pedagógica inclusiva, ya que es una herramienta clave para el desarrollo de clases dialógicas, en las que todas y todos los estudiantes tienen oportunidades de participar y de responsabilizarse de la construcción colaborativa del conocimiento matemático (Krummheuer, 1995). En consecuencia, su fortalecimiento es clave para avanzar a una educación más inclusiva que genere oportunidades de participación y de aprendizaje para todos y todas las estudiantes (Booth & Ainscow, 2015).

El rol docente es clave para la propiciar la argumentación en aula matemática (Conner, Singletary, Smith, Wagner & Francisco, 2014b) mediante la elección de tareas potencialmente argumentativas (Ayalon & Hershkowitz, 2018), negociando normas que fomenten la argumentación, apoyando la interacción entre alumnos y apoyando en la construcción de los argumentos (Yackel, 2002). Entre las acciones que puede realizar el docente para promover y gestionar la argumentación en el aula matemática se encuentran el uso de estrategias comunicativas, la utilización de tareas matemáticas abiertas, y el considerar una planificación de clases que anticipe situaciones potencialmente argumentativas (Solar & Deulofeu, 2016). De las acciones mencionadas, destaca el uso de estrategias comunicativas como asegurar oportunidades de participación, gestionar los errores, y realizar preguntas deliberadas (Lee, 2009; Solar & Deulofeu, 2016), las que permiten aumentar la cantidad y la calidad de la discusión matemática. Entre los beneficios inmediatos de promover la argumentación en el aula de matemática se destacan: a) permite al docente reconocer patrones de pensamiento en sus estudiantes (Pimm, 2019; Solar, 2018), b) incrementa la interacción dialógica entre estudiantes y profesor-estudiantes; c) entrega diversos recursos para el abordaje de situaciones inesperadas (Solar, 2018); d) Promueve una enseñanza inclusiva, en donde todos los estudiantes tienen las mismas posibilidad de participar en la construcción del aprendizaje,

reduciendo de este modo las brechas de segregación y desigualdad existentes en educación (Solar et al., 2017). En este sentido, la gestión argumentativa del aula matemática abarca todas las acciones realizadas por el docente durante la clase con el propósito de promover la argumentación, estas acciones tienen una implicancia directa en diversos aspectos del proceso de aprendizaje-enseñanza de las matemáticas.

Durante la revisión bibliográfica realizada, diversos autores concuerdan en que aumentar el diálogo y el debate en el aula ayuda a la construcción conjunta de significados, facilitando la reflexión, el análisis y el intercambio de puntos de vista sobre el asunto matemático (Boerst et al., 2011; Smith & Stein, 2011; Solar et al., 2020) promoviendo, además, la justicia social y ayudando a crear puentes entre la matemática y la realidad (Delgado, 2015; Lee, 2009; NCTM, 2014; Solar, 2018; Vanegas et al., 2019). De este modo, se evidencia importante profundizar en estudios que busquen mejorar la cantidad y calidad de las interacciones comunicativas en el aula. En la misma línea, para el currículum chileno un estudiante está desarrollando su aprendizaje matemático cuando argumenta y discute colectivamente sobre la solución de un problema, intercambia puntos de vista e intenta convencer a los otros sobre su postura (MINEDUC, 2016).

Por otro lado, desde el punto de la relación existente entre las habilidades argumentar y modelar. Si bien algunos estudios han informado que las tareas de modelación pueden representar escenarios propicios para que se genere una discusión matemática (Brown & Redmond, 2007) y han relacionado la estructura de los argumentos construidos con las etapas del ciclo de modelación (Dede, 2019), son realmente escasos los estudios que profundicen en su desarrollo articulado (Dede, 2019; Solar et al., 2020), especialmente desde la perspectiva del rol docente y la gestión argumentativa en tareas de modelización. Considerando todo lo antes mencionado, consideramos importante conocer la forma en que la gestión argumentativa fomenta el desarrollo de los procesos de modelización en el aula de matemática y por ello, en la presente investigación estudiaremos, cómo los docentes promueven la argumentación cuando gestionan tareas de modelación.

## **2.2 Interrogante**

De acuerdo con los antecedentes descritos, surgen las siguientes interrogantes de investigación:

### **Pregunta general**

¿Cómo promueven la argumentación en el aula matemática, docentes que están gestionando tareas matemáticas de modelación con estudiantes de enseñanza básica?

La pregunta general, genera las siguientes preguntas específicas de investigación:

1. ¿Cuáles son los episodios de gestión argumentativa en las distintas etapas del ciclo de modelación?
2. ¿Cómo es la gestión argumentativa cuando promueve modelación en el aula matemática?
3. ¿Qué relación existe entre la gestión argumentativa con la gestión de las etapas del ciclo de modelación en el aula matemática?

### **2.3 Objetivos**

Atendiendo al problema y las interrogantes se plantean los siguientes objetivos de investigación:

#### **Objetivo general**

Analizar la gestión argumentativa en el aula matemática, de docentes que están promoviendo la habilidad de modelación con estudiantes de enseñanza básica.

#### **Objetivos Específicos**

1. Reconocer episodios de gestión argumentativa en las distintas etapas del ciclo de modelación.
2. Caracterizar la gestión argumentativa cuando promueve modelación en el aula matemática.
3. Relacionar la gestión argumentativa con la gestión de las etapas del ciclo de modelación en el aula matemática.

## 2.4 Supuestos de Investigación

El supuesto de investigación es que los sujetos participantes implementarán clases con una gestión argumentativa y, además, implementarán situaciones de modelación. Lo anterior es importante porque el objetivo de la investigación es analizar la gestión argumentativa cuando se promueven tareas matemáticas de modelación y para poder lograrlo es necesario contar con profesores que nos permitan asegurar dicha gestión y dichas tareas matemáticas de modelación.

Creemos que este aspecto es relevante, pues buscamos establecer relaciones entre ambas habilidades vinculándolas, a través, de la gestión docente. En este sentido, existen pocos estudios respecto a la implementación de ambas habilidades (Dede, 2019; Solar et al., 2020), más aún desde la labor docente.

El supuesto de investigación puede ser garantizado porque los sujetos participantes han recibido formación continua en la gestión y planificación de estas habilidades matemáticas en seminarios de formación en el marco del proyecto FONDECYT-Iniciación 11130675 titulado “*Tratamiento de la Contingencia Desde el Desarrollo de la Competencia de Argumentación en el Aula de Matemáticas*”, que tuvo como objetivo promover en los profesores el desarrollo de la habilidad de argumentación en el aula matemática y en el proyecto FONDECYT-Regular 1180880 titulado: *Aprendizaje de los Estudiantes en Contextos de Argumentación Colectiva y Modelización en el Aula de Matemáticas*. Estas instancias de formación permitieron a los docentes apropiarse del conocimiento respecto argumentación y comunicación, articulado con prácticas para la gestión del aula matemática, en relación con la promoción del desarrollo de estas habilidades matemáticas.

### **3. Marco Teórico**

La presente investigación se enmarca dentro de lo que la literatura llama didáctica fundamental de la matemática, la que se diferencia de la didáctica general, pues pone el foco más allá del aprender y enseñar situándolo en la actividad matemática como objeto primario de estudio, es decir incorpora el componente matemático como algo esencial haciendo que la enseñanza de matemática sea un proceso que se centra en la producción de conocimiento matemático transformando al didacta en un sujeto que investiga y reflexiona porque su objeto de estudio tiene que ver con la disciplina matemática (Brousseau, 1991; Gascón, 2010; Sadovsky, 2005). En este sentido, Brousseau (1994) entiende que la didáctica de las matemáticas es la disciplina que estudia las condiciones de creación y difusión de los saberes matemáticos en las instituciones sociales y por ende entonces, es la ciencia de la producción y difusión del conocimiento matemático útil a los hombres y sus instituciones.

Más específicamente, la presente investigación está dentro de lo que Godino (2010) señala como una de las líneas de investigación en didáctica de la matemática, el interaccionismo simbólico. El interaccionismo es una perspectiva teórica, la cual postula que las dimensiones sociales y culturales no son periféricas al aprendizaje matemático sino parte intrínseca del mismo (Godino, 2010; Krummheuer, 1995), según esta perspectiva los significados en las aulas emergen mediante la construcción interactiva del significado y convierte en objeto de estudio las relaciones entre las características sociales de los procesos de interacción, así como las existentes entre el pensamiento del profesor y de los estudiantes (Bauersfeld et al., 1988; J. D. Godino & Llinares, 2000). De este modo, el interaccionismo simbólico se dedica a investigar acerca de las relaciones entre la tarea matemática, el profesor y los estudiantes, para responder fundamentalmente preguntas relacionadas con cómo el profesor y estudiantes llegan a compartir significados matemáticos en el espacio aula matemática o también como el estudiante puede comprender las intervenciones del docente.

### **3.1 Argumentación en el aula matemática**

La argumentación ha sido abordada desde distintas perspectivas dentro la enseñanza de la Matemática. Una de estas formas es el enfoque por competencias promovido por el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (en adelante PISA), desde el cual, se entiende que la capacidad de razonar y argumentar implica todos los “procesos de pensamiento arraigados en forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones de los problemas” (OCDE, 2017, p. 70), y se considera fundamental su desarrollo en los estudiantes. Por otro lado, las actuales bases curriculares chilenas en matemática entienden la argumentación como una habilidad, la cual “se aplica al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos” (MINEDUC, 2012, p. 89), y se considera que su promoción favorece el aprendizaje matemático.

Argumentar puede ser entendido como el acto de formar razones, hacer inducciones, sacar conclusiones y aplicarlas al caso de una discusión (Douek, 2007; Goizueta & Planas, 2013; Ortiz & Ulloa, 2019). Cabe señalar, que el término argumentación se puede usar para designar tanto al proceso de producir un discurso lógicamente conectado sobre un tema, como al producto de ese proceso según el contexto lo requiera (Goizueta & Planas, 2013). Entonces, dar argumentos es ofrecer una razón o serie de razones que justifiquen o refuten una posición (Ortiz & Ulloa, 2019). En este sentido, cuando un estudiante no da razones o fundamentos para hacer válido su argumento, este pasa a ser una explicación de hechos y/o procedimientos (Weston, 2011).

En particular, esta investigación está ubicada en el campo de la educación matemática y por ello consideramos conveniente diferenciar lo que entendemos por argumentación en el aula y argumentación matemáticas. Utilizaremos el concepto de argumentación en el aula matemática para referirnos a la situación comunicativa que se da cuando se asocia la argumentación al hecho de convencer o persuadir al otro (Solar et al., 2020). Es decir, cuando se ofrecen razones que justifiquen o refuten cierta postura, con la intención de convencer al otro sobre la validez de un hecho hablamos de argumentación en el aula

matemática (Ortiz & Ulloa, 2019; Solar et al., 2020). Así pues, entendemos que existe una diferencia con el concepto de argumentación matemática, pues este último se interpreta más como el proceso de prueba que enfrenta un resolutor para demostrar la validez de un determinado desarrollo de una tarea, y no necesariamente como la confrontación de puntos de vista (Solar et al., 2017).

La argumentación en el aula matemática propicia un contexto adecuado para la construcción del aprendizaje, pues en aulas donde se argumenta regularmente se promueve una cultura en la cual el conocimiento es construido colaborativamente por los estudiantes al debatir justificando sus posturas y refutando las de sus compañeros o docente, intentando convencer a otros sobre sus ideas matemáticas, y donde el docente es quien planifica y propone estas situaciones de aprendizaje (Goizueta & Planas, 2013; Krummheuer, 1995). La importancia de argumentar y discutir matemáticamente radica en la naturaleza misma de la matemática como disciplina, las formas en que los estudiantes aprenden, y el contenido de la enseñanza (Brousseau, 1986; Lave & Wenger, 1991; Vygotsky, 1978). El conocimiento matemático se establece, en la interacción de una comunidad participativa (Boerst et al., 2011; Krummheuer, 1995), y requiere la articulación de ideas, un público extenso y crítico, en donde la construcción de ideas sea una tarea compartida y establecidas por la comunidad (Ball y Bass, 2000; Boers, et al 2011). En este sentido, discutir matemáticamente es el mecanismo primario mediante el cual los estudiantes aprenden matemática, pues promueve la comprensión de conceptos e ideas (Michaels et al., 2008). Además, el debate matemático entrega a los estudiantes la oportunidad de utilizar conocimientos previos, conectar ideas, aprender normas y convenciones disciplinarias, así como permitirles ver las cosas desde otra perspectiva (Boerst et al., 2011; NCTM, 2014; Yackel & Cobb, 1996). Por otro lado, la confrontación de ideas entrega a los docentes la oportunidad de conocer lo que piensan sus estudiantes, proporcionando así una fuente de información útil para la toma de decisiones (Boerst et al., 2011; Pimm, 1987; Solar et al., 2020).

En aulas donde se promueve la argumentación, el papel del profesor es el de diseñar y proponer a los alumnos situaciones de aprendizaje desafiantes, en las cuales el

conocimiento matemático sea construido por los propios estudiantes, a partir de la resolución de los problemas matemáticos planteados y no como una imposición del docente (Brousseau, 1988). En este sentido, la presente investigación estudiará el rol del docente cuando gestiona argumentativamente situaciones de modelación matemática en el aula, focalizando la atención en las interacciones comunicativas entre pares y también con el docente.

### **3.1.1 Gestión Argumentativa del aula**

El apoyo docente es clave para conseguir ambientes propicios para la argumentación, en los cuales, los estudiantes puedan expresar y discutir sus ideas, así como refutar las de sus compañeros. Las acciones del docente pueden ayudar a fortalecer los procesos argumentativos de los estudiantes (Conner et al., 2014; Yackel, 2002). Del mismo modo, es clave su labor estableciendo normas y estándares para el desarrollo de la argumentación en el aula matemática (Ayalon y Hershkowitz, 2018).

En este sentido, entendemos la gestión argumentativa como la orquestación que realiza el docente de las oportunidades y limitaciones, a medida que se presentan en diversas situaciones e interacciones al interior del aula (Solar et al, 2020).

Entre las estrategias que puede seguir el profesor para gestionar argumentativamente varios autores han puesto énfasis en los espacios de discusión y comunicación en el aula matemática (Chapin et al, 2009; Smith & Stein, 2011). Mientras que, otros autores se han centrado en las acciones que puede realizar el profesor para promover la comunicación en el aula (Solar & Deulofeu, 2016), dichos autores han destacado las siguientes estrategias como claves para detonar situaciones argumentativas al interior del aula: el uso de estrategias comunicativas, tareas matemáticas abiertas a la discusión y la planificación para la argumentación.

Respecto al uso de estrategias comunicativas, estas son todas aquellas acciones o estrategias que puede utilizar el docente para incluir a todos los estudiantes en el discurso matemático (Lee, 2009). El uso de estrategias comunicativas es clave para analizar la

gestión argumentativa en el aula matemática. Entre las estrategias comunicativas, el fomento de la participación, el manejo de errores y las preguntas deliberadas son las formas más eficaces de apoyar la argumentación (Solar & Deulofeu, 2016).

*Oportunidades de participación:* Esta estrategia tiene el propósito de asegurar que todos los estudiantes tengan la misma oportunidad de aportar e intervenir en la discusión matemática. En esta interacción está ligada a la acción docente, en la cual no se debe considerar validar ningún tipo de procedimiento hasta que los estudiantes expresen sus diversas opiniones, planteamientos, soluciones y argumentos que los justifiquen, pues esto limita la participación de los estudiantes.

*Gestión del error:* Esta estrategia tiene consiste en utilizar el error en una respuesta y/o procedimiento como instancia de aprendizaje para el resto de los estudiantes, haciendo que se expongan en debate las diferentes posturas, haciendo preguntas adecuadas y contra preguntas a las respuestas de los estudiantes, pero sin que los estudiantes estén ciertos de cuál es la respuesta correcta, vale decir sin validar anticipadamente.

*Tipo de pregunta:* Esta estrategia pone foco en la formulación de preguntas adecuadas por parte del docente. En este sentido el profesor debe realizar preguntas que desafíen, pongan en duda y estimulen el pensamiento de los estudiantes. Las preguntas deben cumplir unas ciertas características, como ser importantes y enriquecedoras hacia los estudiantes, que estimulen el razonamiento, desarrollando competencias comunicativas mayores y estimulan a los estudiantes a pensar más (Solar y Deulofeu, 2016).

Por su parte, otra estrategia consiste en la elección del tipo de tarea matemáticas. El docente debe favorecer la utilización de tareas matemáticas abiertas en donde no necesariamente hay un único resultado correcto o que su desarrollo requiere de un acercamiento con estrategias informales de resolución, de este modo promueven distintos

puntos de vista y con ello, el debate en los estudiantes para que exista argumentación. En cambio, tareas cerradas, especialmente las que promueven el uso de un algoritmo estándar, dificultan la aparición de la argumentación (Solar & Deulofeu, 2016).

La tercera estrategia tiene relación con el *plan de clase*. Es necesario una gestión del docente que conduzca hacia el conflicto, y cuando éste se genere, el docente intervenga mediante acciones y preguntas que permitan desarrollar la argumentación. El plan de clases debe contemplar no solo la anticipación de las respuestas, procedimientos o posturas de los estudiantes, sino también la anticipación de sus procesos argumentativos; y en cuanto a la gestión del docente, deben diseñarse acciones y preguntas para promover dichos procesos argumentativos, por ejemplo, la refutación (Solar & Deulofeu, 2016).

### **3.1.2 Una práctica inclusiva en el aula matemática: Argumentar**

El concepto de inclusión resulta en ocasiones confuso, pues ha sido estudiado desde diversos enfoques a partir de su origen ligado a la escuela especial (Ainscow et al., 2000; Booth & Ainscow, 2015; Dyson, 2001; Escudero & Martínez, 2011; UNESCO, 2005), por lo cual, no existe consenso respecto a su definición (Roos, 2019). Sin embargo, una visión comúnmente compartida es la que señala que la inclusión puede ser concebida como proceso que permite abordar y responder a la diversidad de todos los educandos, aumentando su participación y reduciendo las formas de exclusión. Lo cual implica cambios y modificaciones de contenidos, enfoques, estructuras y estrategias basados en la convicción de que es responsabilidad del sistema educativo educar a todos los niños. En este sentido, la educación inclusiva representa un enfoque sobre como transformar los sistemas educativos y otros entornos de aprendizaje, con el fin de responder a la diversidad (UNESCO, 2005).

En este sentido, un sistema educativo que camine hacia la inclusión debe promover el aprendizaje, la participación y la interacción de todo el estudiantado en experiencias de aprendizaje coherentes con sus características personales y contextuales, a partir de una valoración de la diversidad y reducción de formas de exclusión (Booth & Ainscow, 2015, 2015). Así entendida la educación inclusiva, se aleja de la mirada tradicional como aquella destinada a grupos específicos de estudiantes, para comprenderse desde una perspectiva más integral, sustentada en principios de equidad y en la responsabilidad del sistema educativo de proporcionar oportunidades de aprendizaje para todos y todas. En la enseñanza de las matemáticas se ha observado que el concepto de inclusión se aborda desde dos perspectivas, por un lado como un enfoque ideológico y por otro como para una forma de enseñar, además, estas visiones son tratadas con frecuencia de manera completamente independientes (Roos, 2019). Es más, se ha encontrado que los estudios que apuntan a un significado sobre una visión ideológica sobre la inclusión (valoración de la diversidad, equidad, género), por lo general tienen poco impacto en prácticas de enseñanza en el aula. En contraste, hay estudios que se enfocan en una enseñanza para la inclusión buscando cambios reales en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula,

pero que no suelen tener una reflexión relevante sobre inclusión (Roos, 2019). Por lo cual, es necesario fomentar prácticas de enseñanza que articulen ambas perspectivas de inclusión.

En este sentido, la presente investigación enmarca dentro del enfoque que busca realizar cambios reales en las practicas educativas las cuales aportan efectivamente a reducir las brechas de exclusión y desigualdad.

Considerando lo anterior, la argumentación en el aula matemática puede ser entendida como una práctica inclusiva, puesto que es una herramienta clave para el desarrollo de clases dialógicas, permitiendo articular tanto la visión ideológica sobre inclusión como la que se centra en la enseñanza, y en donde todos los estudiantes tienen igual oportunidad de participar en la construcción del aprendizaje de forma colaborativa (Krummheuer, 1995), a través, de la comparación y contraposición de ideas y argumentos (NCTM, 2014).

### **3. 2 Modelación en el Aula Matemática**

Se entiende por modelación a las diferentes etapas o fases utilizadas para resolver un problema proveniente de una situación real por medio de la construcción de un modelo matemático (Maaß, 2006). Un modelo matemático es una representación simplificada y abstracta de un sistema que opera en realidad (MINEDUC, 2016), dicha representación refleja algunos de los aspectos centrales del problema y posibilita la aplicación de métodos matemáticos (Blum & Niss, 1991; Greefrath & Vorhölter, 2016). En este sentido, para el MINEDUC (2016b) construir modelos matemáticos implica: “expresar acciones o situaciones cotidianas con lenguaje matemático, aplicar-seleccionar-evaluar modelos que involucren operatoria, identificar regularidades en expresiones numéricas y geométricas y generalizar utilizando lenguaje matemático, traducir expresiones en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa” (p.12).

La modelación matemática ha mostrado diversos beneficios para el desarrollo del razonamiento y las aptitudes matemáticas. Al respecto, existe cierto consenso en que la modelación de fenómenos ayuda a la construcción de puentes entre la matemática escolar

y el mundo real, desarrollando la comunicación y el trabajo colaborativo (Biembengut, 2016; Rodriguez, 2016). En este sentido, algunos autores sitúan las tareas que implican la construcción de modelos como la base de la actividad matemática pues en ellas se da un especial énfasis al proceso seguido por los estudiantes en dichas tareas, esto es, a procesos mediante los cuales realiza “la adecuación a los propios actos de conocimiento y no al contenido de [estos]” (Gómez, 2007, p. 32), dando así más importancia a los procesos cognitivos que a los modelos obtenidos (Aravena et al., 2008; Blomhøj, 2004). En resumen, la construcción de modelos favorece el pensamiento crítico del estudiante sobre los fenómenos del mundo real (English, 2006; Lesh & Doerr, 2003), y resulta un medio eficaz para que el estudiante aprenda a utilizar el conocimiento matemático en situaciones novedosas.

### **3.2.1 Ciclo de modelación matemática**

En la literatura se han propuesto diversos ciclos para describir el proceso mediante el cual se realiza la construcción de modelos matemáticos, los cuales difieren en algunas de sus etapas (Blomhøj, 2004; Blum & Ferri, 2009; Blum & Niss, 1991; Czocher, 2016; Galbraith & Stillman, 2006; Maaß, 2006; Niss, 1989). En particular, Blum y Niss señalan que “el proceso de resolución de un problema puede requerir dar varias vueltas al circuito, si finalmente es satisfactorio, se ha encontrado el modelo, el solucionador de problemas puede usarlo como base para pronósticos, decisiones o acciones” (Blum & Niss, 1991, p. 39). La vuelta al circuito es lo que se denomina ciclo de modelación. Dicho proceso lejos de ser lineal o unidireccional es un ciclo en donde las reflexiones sobre el modelo llevan a su redefinición (Blomhøj, 2004, p. 23), lo que ha sido confirmado empíricamente en diversas investigaciones sobre el pensamiento de los estudiantes dentro del proceso de modelación matemática (Stillman, 2011).

En la presente investigación, tomamos como referente el modelo de ciclo de modelado propuesto por (Maaß, 2006), aunque consideramos recomendaciones de otros autores respecto a las dificultades y obstáculos en cada etapa del ciclo de modelación (Aravena,

2016; Blum & Ferri, 2009; Blum & Niss, 1991; Gómez, 2007; Greefrath & Vorhölter, 2016; Niss, 2010; Sol et al., 2011). En la figura 2 se ilustra la propuesta de (Maaß, 2006), proveniente del ciclo de modelización de (Blum, 1996).

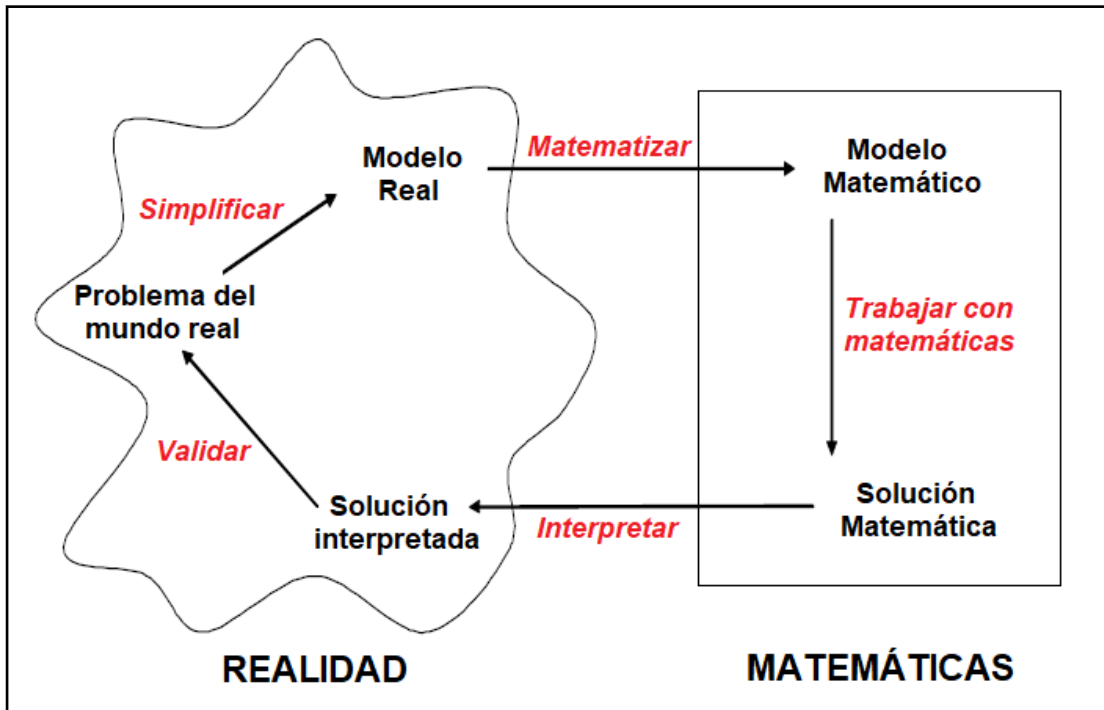


Figura 1. Ciclo de Modelación Matemática (Maaß, 2006)

De acuerdo al esquema presentado por (Maaß, 2006), las etapas de la modelación matemática son: la simplificación, la matematización, la interpretación, la validación, el análisis y la proyección.

La simplificación es la manipulación del problema proveniente del mundo real mediante la cual se puede obtener un modelo real, construyendo supuestos de diversas hipótesis, segmentando el problema o bien descartando variables no relevantes. Utilizando sistemas de representación, esquemas, bosquejos, reconociendo las variables involucradas, identificando las condiciones iniciales. Se buscan similitudes con algo conocido del mundo matemático, lo cual es importante para enfrentar posteriormente el proceso de

matematización (Aravena, 2016; Gómez, 2007). Esto nos permite obtener un modelo matemático inicial, denominado modelo real.

La matematización es la entrada al mundo matemático, se genera mediante la traducción donde se sustituyen palabras por símbolos y expresiones matemáticas. Es aquí donde se consigue la formulación matemática del problema y de manera natural se obtiene un problema en términos matemáticos. En otras palabras, matematizar es describir las relaciones matemáticas que interpretan el proceso, aplicando métodos matemáticos como propiedades, algoritmos que resuelven el problema en términos matemático, hasta obtener una solución matemática del problema (Gómez, 2007; Niss, 2010), lo cual se denomina formulación del modelo matemático.

La interpretación de la solución es la salida del mundo matemático, se busca determinar si el modelo matemático desarrollado responde al problema real. Si es un buen ajuste para los datos del problema, revisar márgenes de errores, reestudiar los resultados numéricos obtenidos en términos del problema propuestos. Interpretar es saber si hay diversas soluciones, cual es la más adecuada al problema (Aravena, 2016).

La validación, corresponde a la etapa donde se evalúa el modelo con nuevos datos del dominio o proyectar nuevos datos, esto es, justificar la validez del modelo, si satisface las condiciones iniciales.

Finalmente se estudia el análisis y proyección del modelo, lo cual a pesar de no aparecer explícitamente en el esquema de (Maaß, 2006), requiere ser analizado en todo proceso de modelación matemática (Aravena, 2016; Gómez, 2007). Aquí se analiza las fortalezas y limitaciones que pudiese tener el modelo. Esto es el modelo presenta limitaciones relacionadas con las decisiones iniciales, la fragmentación que se realizó o con las condiciones iniciales del objeto real. Hay que tener presente que el modelo es adecuado, si dichas condiciones se mantienen, de lo contrario no es posible generalizar el modelo.

Las fortalezas se relacionan con la posibilidad de generalizar el modelo para situaciones similares, lo que busca es tratar de modelar una situación real para luego buscar una generalización que permita contar con una expresión algebraica o analítica que sea aplicable a diversas situaciones muy similares unas de otras.

#### **4. Marco Metodológico**

En este apartado se presentan los aspectos metodológicos de la investigación. Se exponen la perspectiva metodológica que se ha adoptado y el diseño metodológico de las diferentes fases de la investigación desarrolladas.

##### **4.1 Paradigma, Enfoque y Diseño**

En la presente investigación se analizará la gestión argumentativa del aula, de docentes que promueven la modelación de tareas matemática. Para ello se analizan grabaciones audiovisuales de clases realizadas por tres docentes de enseñanza básica en las ciudades de Santiago y Concepción, los cuales han recibido formación continua en la promoción de la argumentación y la modelización en el aula. En específico, buscaremos interpretar y describir las acciones que realizan dichos profesores al interior del aula matemática para propiciar en los estudiantes la construcción de argumentos mientras estos construyen modelos. En consecuencia, utilizaremos un enfoque cualitativo de investigación pues, esta mirada “se enfoca en comprender los fenómenos explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto” (Hernández, Fernández, y Batista 2014, p.358). Lo anterior se ajusta a nuestra investigación ya que buscamos comprender en profundidad un fenómeno educativo, referido a las acciones emprendidas por el profesor para gestionar argumentativamente tareas de modelación, el cual buscamos observar en su contexto natural de desarrollo, el aula de clases, atendiendo a sus diferentes ángulos y perspectivas (Bisquerra, 2004).

Para el diseño de investigación, utilizaremos el Estudio de Casos (Stake, 1999) para aproximarnos a nuestro objeto de investigación, cuyo interés es comprender en profundidad las acciones realizadas por los docentes para gestionar argumentativamente el aula, para así develar sus significados y relaciones con otros procesos al interior del aula. En este sentido consideramos que cada aula de clases compone una entidad educativa única, en consecuencia, y para nuestro análisis es resulta más enriquecedor comprender cada una de sus particularidades, más que buscar generalizar resultados. El Estudio de Casos nos entrega estas garantías, pues para Bisquerra (2004) implica “un proceso de

indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de un fenómeno, entendidos éstos como entidades sociales o educativas únicas” (p.309), con lo cual, este diseño nos permitirá analizar y caracterizar detalladamente la gestión argumentativa realizada por los casos al promover tareas de modelación, enmarcado en el contexto natural en que se produce (Muñoz & Muñoz, 2001) y sin perder la riqueza de su complejidad (Bartolomé, 1992). Específicamente se analizarán los casos de tres profesoras de matemática de las ciudades de Santiago y Concepción, lo cual siguiendo a (Stake, 1999) constituye estudio de casos múltiple, diseño el cual consiste en analizar en profundidad más de una unidad de análisis.

En resumen, la presente investigación será realizada bajo enfoque cualitativo de investigación utilizando como diseño el estudio de casos múltiple, lo cual nos permitirá interpretar y describir en profundidad los datos con los que contamos, con el propósito de analizar las acciones realizadas por los casos en el aula del aula, con el propósito de promover las tareas de modelación matemática.

## **4.2 Participantes**

Nuestros sujetos participantes corresponden a un subgrupo, el cual se desprende de los sujetos participantes del proyecto FONDECYT regular 1180880. Esto fue necesario debido a que, para promover las competencias de argumentación y modelación en el aula es necesario tener profesores formados en estos aspectos. Con esta necesidad, el proyecto FONDECYT implementó, de manera paralela, un programa de desarrollo profesional en las ciudades de Santiago y Concepción en el año 2018, de forma paralela. Además, los participantes tienen experiencia previa en el desarrollo y/o análisis de la argumentación en el aula matemática, debido a su participación en el proyecto FONDECYT de iniciación 11130675 titulado “*Tratamiento de la Contingencia Desde el Desarrollo de la Competencia de Argumentación en el Aula de Matemáticas*”, la cual es una etapa previa del proyecto actual. De este modo, la participación de los docentes en estos procesos de formación es fundamental para el desarrollo de los objetivos de nuestra investigación.

En particular, nuestro estudio analizará los casos de tres profesoras de matemática de primer ciclo básico dos de las cuales realizan clases en la ciudad de Concepción y una en la ciudad de Santiago. En lo que sigue, y resguardando la identidad de los participantes según el principio de confidencialidad (Hernández et al., 2014), se describirán las características que sean relevantes para el estudio, resguardando la identidad de los docentes al sustituir sus nombres por seudónimos.

Se analizarán los casos de Carol, Sofía y María los cuales comparten las siguientes características generales:

- Profesoras de matemática de enseñanza básica.
- Se desempeñan en cursos de primer ciclo de enseñanza básica.
- Trabajan en establecimientos de las ciudades de Santiago y Concepción.
- Han recibido formación especializada en la gestión de las habilidades de argumentación y modelación, así como la planificación de estas.

### 4.3 Instrumentos

Debido a que nuestra investigación se desarrolla en el marco del proyecto FONDECYT 1180880 contamos con dos instrumentos diferentes, los cuales fueron han sido desarrollados y son utilizados actualmente en diferentes instancias de este proyecto.

El primero de estos instrumentos es una pauta de observación para la gestión argumentativa del aula, la cual ha sido construida a partir del libro de códigos de la Pauta de Codificación de Argumentación en el Aula de Matemáticas creada por el Centro de Justifica Educacional CJE (ver anexo 5), esta pauta está enfocada en el rol docente y en las acciones activas que este realiza con el propósito de gestionar argumentativamente el aula.

**Tabla 1.** *Pauta de Observación de Gestión Argumentativa: Promoción de la argumentación*

INDICADOR PROMOCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN				
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5
El docente no promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones, y refuten las de otros.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones, y refuten las de otros.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones, y refuten las de otros.
	El docente no promueve que estudiantes discutan distintas respuestas y posiciones.	El docente no promueve que estudiantes discutan distintas respuestas y posiciones.	El docente promueve que estudiantes discutan distintas respuestas y posiciones.	El docente promueve que estudiantes discutan distintas respuestas y posiciones, y fundamenten esa posición.

**Nota:** Elaboración propia, a partir del libro de códigos para la argumentación del CJE (Anexo 5)

**Tabla 2.** *Pauta de Observación de Gestión Argumentativa: Gestión respuestas erróneas*

INDICADOR GESTIÓN DE LAS RESPUESTAS INCORRECTAS			
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
El docente se limita a evaluar las respuestas incorrectas de los estudiantes sin incorporarlas a la clase. O el docente ignora las respuestas incorrectas de los estudiantes.	El docente evalúa las respuestas incorrectas de los estudiantes guiando su discusión en clase.	El docente no evalúa las respuestas incorrectas de los estudiantes y las incorpora a la discusión de la clase. El docente no reorganiza la clase a partir de las respuestas incorrectas de los estudiantes.	El docente no evalúa las respuestas incorrectas del estudiante y las incorpora a la discusión de la clase. El docente reorganiza la clase a partir de las respuestas incorrectas de los estudiantes.

**Nota:** Elaboración propia, a partir del libro de códigos para la argumentación del CJE (Anexo 5)

**Tabla 3.** *Pauta de Observación de Gestión Argumentativa: Conexión ideas matemáticas*

INDICADOR CONEXIÓN DE LA DISCUSIÓN CON IDEAS MATEMÁTICAS CLAVES			
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
El docente no conecta la discusión con ideas matemáticas clave.	El docente conecta de manera simple la discusión del aula con ideas matemáticas clave.	El docente conecta de manera compleja la discusión del aula con ideas matemáticas clave.	El docente promueve que los estudiantes conecten la discusión con ideas matemáticas claves.

**Nota:** Elaboración propia, a partir del libro de códigos para la argumentación del CJE (Anexo 5)

El segundo instrumento corresponde a una pauta de observación para la promoción de los procesos asociados a las distintas etapas del ciclo de modelación, esta pauta ha sido elaborada igualmente por investigadores asociados al proyecto FONDECYT 1180880 para ser utilizada en el mismo (ver anexo 6). La pauta está igualmente enfocada en la actividad docente y las acciones que este realiza para propiciar lo procesos asociados a la actividad de modelación.

**Tabla 4. Pauta de Observación Promoción de la Modelación: Simplificar**

INDICADOR PROMOCIÓN DEL PROCESO SIMPLIFICAR		
Promueve la discusión del problema para comprenderlo	Promueve que se consideren acciones y caminos hacia una solución	Promueve el uso de sistemas de representación
El profesor promueve la discusión del problema para facilitar su comprensión o para cerciorarse de que los estudiantes lo han comprendido. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	El profesor promueve que los estudiantes consideran acciones y caminos hacia una solución. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que utilicen sistemas de representación tales como tablas, esquemas, dibujos, símbolos o gráficas y/o que relacionen distintas representaciones. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.

**Nota:** Elaboración a partir del libro de códigos para la modelación FONDECYT 1180880 (Anexo 6)

**Tabla 5. Pauta de Observación Promoción de la Modelación: Matematizar**

INDICADOR PROMOCIÓN DEL PROCESO MATEMATIZAR		
Promueve la traducción a lenguaje matemático	Promueve el hallazgo de una expresión matemática que representa el problema	Promueve que se formule el modelo matemático que han encontrado
Promueve que expresen mediante nociones matemáticas (no necesariamente formales o en la jerga de la matemática escolar) aspectos de la situación real planteada en el problema. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve el hallazgo de relaciones matemáticas entre los datos y su representación a través de expresiones matemáticas reconocibles (en función del nivel). Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes formulen el modelo matemático encontrado. Este código pretende capturar el momento en que el profesor solicita que el modelo encontrado sea expresado por los estudiantes.

**Nota:** Elaboración a partir del libro de códigos para la modelación FONDECYT 1180880 (Anexo 6)

**Tabla 6. Pauta de Observación Promoción de la Modelación: Trabajar con matemáticas**

INDICADOR PROMOCIÓN DEL PROCESO TRABAJAR MATEMÁTICAS			
Promueve discusión sobre matemáticas	Promueve que se realicen cálculos y procedimientos para encontrar una solución matemática	Promueve que se use el modelo colocando datos para dar respuesta al problema	Promueve la explicitación de estrategias
Promueve que los estudiantes discutan sobre los conocimientos matemáticos que ponen en juego. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se realicen estimaciones, aproximaciones y cálculos, y que se utilicen propiedades, algoritmos y procedimientos con el fin de llegar a una solución matemática a la tarea. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se utilice el modelo encontrado en el caso de la situación planteada para encontrar una solución en términos matemáticos. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se expliciten las estrategias que han utilizado para construir el modelo y que se comuniquen los cálculos, los ajustes, las regularidades, los procesos que han seguido. El profesor no necesariamente solicita que tales estrategias sean justificadas. En cambio, el foco está en que se hagan explícitas. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.

**Nota:** Elaboración a partir del libro de códigos para la modelación FONDECYT 1180880 (Anexo 6)

**Tabla 7. Descripción de códigos Promoción de la Modelación: Interpretar**

INDICADOR PROMOCIÓN DEL PROCESO INTERPRETAR	
Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados en términos del problema real	Interpretando -Promueve que se comunique un modelo/resultado
Promueve que los estudiantes interpreten el modelo y sus resultados y que presenten una solución en el contexto real. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes expliciten el modelo en términos matemáticos. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.

**Nota:** Elaboración a partir del libro de códigos para la modelación FONDECYT 1180880 (Anexo 4)

**Tabla 8.** Descripción de códigos Promoción de la Modelación: Validar

INDICADOR PROMOCIÓN DEL PROCESO VALIDAR		
Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando pertinencia	Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-validez de su modelo o solución y que recomiencen el ciclo	Promueve la discusión de modelos y resultados
Promueve que los estudiantes evalúen el modelo y se expresen en relación con su pertinencia en la situación real. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes reflexionen sobre su modelo o solución para observar que este(a) no es válido(a), y que se recomience el ciclo (i.e. situarse en una fase previa, no necesariamente en la fase SIMPLIFICANDO). Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se discuta sobre los modelos construidos y sobre los resultados obtenidos por distintos estudiantes o grupos de estudiantes. El profesor puede promover la oposición de ideas sobre distintos modelos o resultados o la discusión de modelos y resultados equivalentes/comparables. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.

**Nota:** Elaboración a partir del libro de códigos para la modelación FONDECYT 1180880 (Anexo 6)

**Tabla 9.** Descripción de códigos Promoción de la Modelación: Analizar y Proyectar

INDICADOR PROMOCIÓN DEL PROCESO ANALIZAR Y PROYECTAR			
Promueve que se identifiquen las fortalezas y limitaciones del modelo	Promueve la generalización de modelos y/o resultados	Promueve que los estudiantes establezcan una relación entre el modelo generalizado y la situación real	Solicita solución al problema con base en el modelo
Promueve que los estudiantes identifiquen las fortalezas y las limitaciones del modelo. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se generalicen modelos presentados o que se expresen de maneras más generales. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes establezcan una relación entre el modelo y ciertas clases de fenómenos reales que el modelo describe. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	En el caso de haber llegado a un modelo generalizado, promueve que este se valide con los datos iniciales y/o con otros datos y condiciones iniciales, para llegar a una solución al problema real con base en el modelo general.

**Nota:** Elaboración a partir del libro de códigos para la modelación FONDECYT 1180880 (Anexo 6)

Finalmente, como técnica de recolección de información se utilizará la observación no participante (Díaz, 2011), pues nuestra fuente primaria de información corresponde a registros en vídeo de las clases realizadas por los casos, la cual forma parte de datos recogidos en el proyecto FONDECYT 1180880, en cada una de las cuales gestionan tareas de modelación matemática. En este sentido, la observación no participante nos permite recoger información desde afuera, sin intervenir en el actuar de los sujetos docentes y estudiantes (Díaz, 2011). Facilitando de este modo, el cumplimiento de nuestros objetivos.

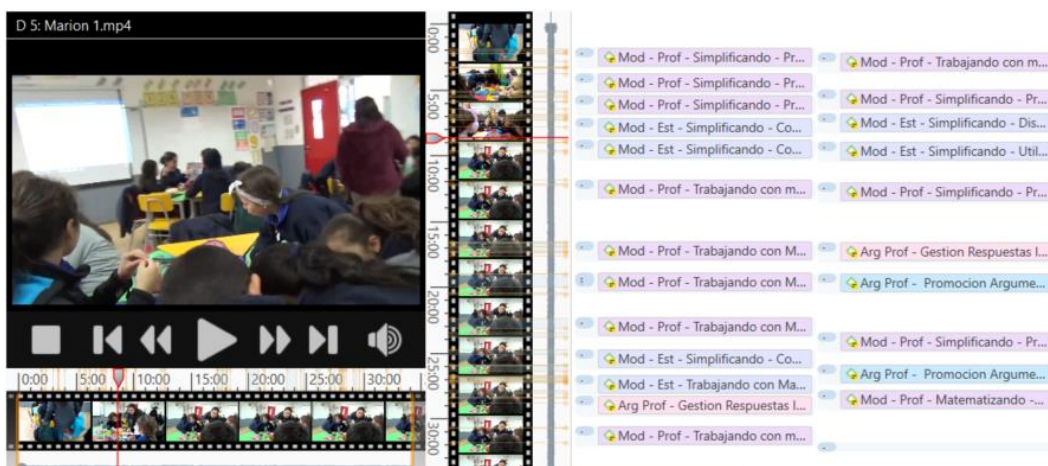
#### **4.4 Procedimiento**

Debido a que esta investigación se enmarca dentro del proyecto FONDECYT 1180880, a los datos en formato de registro de video fueron facilitados a este investigados para su análisis, ya que dicho proyecto está enfocado principalmente en los aprendizajes de los estudiantes. En consecuencia, no se participó en el proceso de recolección de información y se comenzó directamente con el proceso de análisis de la información, sin embargo, se describirá igualmente la manera en que se recogieron los datos para entregar mayor contexto.

En esta instancia observó y registró en video una clase regular de cada una de las profesoras participantes, en la cual se desarrollaron distintas tareas de modelación. La clase es regular pues forma parte de su planificación semestral y no se basa en diseños o principios propuestos durante el proceso de formación al que se sometieron, ni a intervenciones del equipo investigador. Cabe señalar que la tarea de modelación por sus características particulares requiere de más de una clase para ser desarrollada, fueron registradas en video entre 3 a 4 clases en las cuales se completó la tarea. Por lo cual, para diferenciar las citas que corresponden a cada clase en particular se utilizó un sistema de códigos (ver anexo 7-8-9). Además, se dio seguimiento a dos pequeños grupos al interior del aula, por lo cual se cuenta con registros desde la perspectiva de los alumnos, así como una grabación que sigue al docente.

El paso siguiente consistió en codificar la información, facilitada por el proyecto FONDECYT a modo de unidad hermenéutica exportada en ATLAS.ti, para su posterior análisis. Durante el proceso de codificación de los videos se revisó cada una de las grabaciones y se seleccionó aquellos segmentos que eran significativos, pues contenían en su extensión al fenómeno en estudio, y en se les asignó un código respectivo. Este proceso se desarrolló utilizando el software ATLAS.ti v8 (ver figura 2). Cabe aclarar que una parte de los registros había sido ya codificada en el marco del FONDECYT, debido a lo cual aportamos con la codificación de las clases faltantes.

En el marco del proceso de análisis de los datos, consideramos necesario diferenciar los conceptos de cita, código y coocurrencia de códigos. Cuando hablamos de cita nos referimos a un segmento de vídeo significativo, pues contiene en su extensión el fenómeno estudiado. Mientras que código corresponde a la expresión descriptiva del fenómeno que se estudia. Por otro lado, una coocurrencia se refiere a la situación en la cual dentro de una misma cita coexisten dos códigos diferentes.



*Figura 2. Proceso de codificación de los datos*

Los códigos utilizados tienen relación con el fenómeno que deseamos estudiar, la gestión argumentativa y los procesos de modelación. La gestión argumentativa del aula se refiere a aquellas acciones emprendidas por el docente con el propósito de promover que los

estudiantes discutan de manera fundamentada, justificando sus posturas y refutando las de sus compañeros, sobre sus diferentes puntos de vista respecto a una idea matemática. En este sentido, consideramos tres indicadores, a través, de las cuales identificar cuando los docentes están gestionando argumentativamente: 1) la promoción de la argumentación, es cuando el docente generalmente utilizando preguntas procura que los estudiantes justifiquen sus posturas y refuten las de sus compañeros; 2) la gestión de las respuestas incorrectas, es cuando el docente utiliza el error en una respuesta o procedimiento del estudiante como una oportunidad para que estos expongan y debatan sus diferentes posturas; 3) la conexión de la discusión con ideas matemáticas claves, se refiere a plantear preguntas que permitan relacionar la discusión con elementos matemáticos a la base de estos, estimular a que los estudiantes fundamenten sus posturas utilizando conocimientos matemáticos y proponer tareas abiertas que permitan a los estudiantes explorar, conjeturar y poner a prueba estrategias en relación con los conocimientos matemáticos. Por otro lado, para analizar la gestión de tareas de modelamiento matemático se utilizaron códigos relacionados con las etapas del ciclo de modelación, se utilizan 5 indicadores para la promoción de los procesos de modelación: 1) simplificar; 2) matematizar; 3) trabajar con matemáticas; 4) interpretar; 5) validar, 6) analizar y proyectar.

El análisis de los datos se organizó siguiendo los objetivos de investigación, de este modo se utilizaron matrices que permitieran la organización y facilitaran realizar conclusiones. Para la creación de estas tablas nos apoyamos en las herramientas de ATLAS.ti llamadas Tabla de coocurrencia (ver anexo 4).

Para el objetivo específico 1 (Reconocer episodios argumentativos en la gestión de tareas de modelación en el aula matemática) se organizará en una matriz todas aquellas citas que presentan coocurrencias entre los códigos Arg Prof y Mod Prof, cuya frecuencia podemos extraer desde la herramienta tabla de coocurrencias de ATLAS.ti. Posteriormente, revisaremos cada una de ellas descartaremos aquellas que consideremos poco significativas por estar repetidas, ser poco audibles o estar mal codificadas. Las citas que superen esta revisión serán consideradas episodios de gestión argumentativa.

Para el objetivo específico 2 (Caracterizar la gestión argumentativa de docentes que promueven la modelación en el aula matemática), se organizará en una matriz los episodios de gestión argumentativa de cada uno de los casos, descartando aquellos que fueran desechados en el marco del objetivo específico 1. Luego de organizar los episodios de gestión argumentativa de cada docente, se procederán a analizar para poder caracterizar las particularidades existentes en la gestión argumentativa de cada uno de ellos.

Por último, el objetivo específico 3 (Relacionar la gestión argumentativa con la habilidad de modelación en el aula matemática), se organizará en una matriz de doble entrada de datos, los episodios de gestión argumentativa de cada uno de los docentes y también los procesos del ciclo de modelación que se estaban promoviendo en este instante. El organizar la información de esta forma, nos permitirá relacionar la gestión argumentativa del docente con la promoción de los procesos de modelación.

#### **4.4 Técnicas para el Análisis de la Información**

Por la naturaleza del problema de investigación, se utilizarán estrategias de análisis provenientes de la Teoría Fundamentada (Corbin & Strauss, 2010). En particular, mediante la comparación constante (Glasser y Strauss, 1999) de situaciones similares, codificadas mediante los mismos códigos, y está dirigido a comprender de manera temática las coocurrencias de códigos.

Se utilizaron códigos específicos a priori, creados a partir del libro de Códigos del CJE utilizados en el proyecto FONDECYT (ver anexo 5), los cuales se aplicaron a los videos con la ayuda del software de análisis cualitativos ATLAS.ti v8. Estos códigos posibilitarán discernir aspectos sobre la actividad argumentativa y modernizadora, por parte del profesorado. Los códigos de argumentación (Arg-Prof) se agrupan en tres categorías: 1) promoción de la argumentación; 2) gestión de respuestas incorrectas; 3) conexiones con ideas matemáticas claves. Estos códigos nos permitirán tener una imagen de la gestión argumentativa llevada a cabo por los docentes. Además, para abordar la relación que existe entre con la tarea de modelación se utilizan los códigos sobre modelación (ver anexo 4), los cuales se asocian con a cada una de las etapas del ciclo de modelización (Mod-Prof): 1) Simplificar; 2) Matematizar; 3) Trabajar Matemáticas; 4) Interpretar; 5) Validar; 6) Analizar y Proyectar. Posteriormente se organiza los datos presentándolos en matrices de información, para lo cual nos apoyamos de las herramientas del software ATLAS.ti v8 llamadas Tabla de Coocurrencias. Esta disposición de los datos simplificará la información recopilada y posibilitará su procesamiento e interpretación.

Finalmente, para obtener los resultados se aplicó comparación constante, lo cual nos permite encontrar semejanzas y diferencias entre los códigos de diferentes categorías. Además de la identificación de propiedades y relaciones entre las diferentes dimensiones.

## 5. Análisis y Resultados

En este apartado se presentan los análisis realizados y sus resultados, los cuales han sido organizados de acuerdo a los objetivos específicos de la investigación. En el apartado 5.1 se analizaron las coocurrencias entre códigos Arg Prof y Mod-Prof, se determinó cuales correspondían a episodios de gestión argumentativa. En el apartado 5.2 se organizaron y analizó los episodios de gestión argumentativa de cada caso, luego se caracterizó la gestión argumentativa realizada. En el apartado 5.3 se organizó y analizó los episodios de gestión argumentativa y los procesos de modelación fueron promovidos, luego determinamos cuales son las relaciones existentes entre ambos procesos.

Cabe mencionar que debido a que cada actividad de modelación fue desarrollada en más de una clase, se utilizarán los siguientes identificadores entregados por ATLAS.ti, con el objetivo de precisar la clase de la cual proceden las citas observadas.

**Tabla 10.** Identificadores de las citas según la grabación de la cual proceden

	Identificadores Caso María	Identificadores Caso Carol	Identificadores Caso Sofía
Clase 1	5: María 1	13: Carol 1	20: Sofía 1
Clase 2	6: María 2	14: Carol 2 (Parte 1) 15: Carol 2 (Parte 2)	21: Sofía 2
Clase 3	7: María 3	16: Carol 3	22: Sofía 3

**Nota:** Elaboración propia a partir de los identificadores de video entregados por ATLAS.ti (Anexo 4).

Por otro lado, se utilizará la sigla (co) para denotar que dichas citas presentan coocurrencias y la sigla (s/c) para señalar que no se encontraron citas que presenten coocurrencias entre los códigos consultados.

## **5.1 Análisis de datos respecto a OE1: Reconocer episodios de gestión argumentativa en las distintas etapas del ciclo de modelación**

En el contexto del análisis del OE1 se utilizó, en primera instancia, la herramienta llamada Tabla de Coocurrencias, del software ATLAS.ti, la cual nos permitió identificar el número de coocurrencias existentes entre diferentes códigos pertenecientes a Arg Prof y Mod Prof. Cabe aclarar que esta herramienta sólo se limita a mostrar la frecuencia con la cual los códigos consultados coocurrieron, sin embargo, no entrega información de la calidad de la interacción argumentativa cuando la docente promueve dichas habilidades en el aula.

Considerando lo anterior, es tarea del investigador analizar en profundidad cada una de las citas en donde se presenten las coocurrencias y desechar aquellas donde se observe con poca claridad el fenómeno, sean poco audibles o que estén repetidas. El producto de este proceso de revisión exhaustiva dará como resultado los episodios, los cuales representan los segmentos de video de mayor calidad en donde se evidencia con claridad la coexistencia entre los fenómenos de gestión argumentativa y promoción de los diferentes procesos de la modelación matemática.

De este modo, para realizar el análisis del OE1 se identificaron las coocurrencias existentes entre códigos Arg Prof y Mod-Prof, utilizando la herramienta Tabla de Coocurrencias. Luego, se analizó en profundidad cada una de ellas determinando y descartando aquellas que pudiesen estar repetidas, ser poco audibles o irrelevantes. Finalmente, el producto de este proceso de análisis es considerado un episodio de gestión argumentativa.

### **5.1.1 Análisis de datos**

El análisis de coocurrencias de códigos y la selección de episodios de gestión argumentativa, se realizará a partir de la herramienta Tabla de Coocurrencia entregada por ATLAS.ti (ver anexo 4). El análisis se organizará de acuerdo a los códigos asociados a los indicadores de gestión argumentativa: 5.1.2 Promoción Argumentación, 5.1.3 Gestión Respuestas Incorrectas, 5.1.4 Conexión Ideas Matemáticas. Además, internamente estos

apartados se organizarán en subapartados de acuerdo a los códigos asociados a la actividad de modelación. Al finalizar el análisis de cada código de gestión argumentativa se presentará en una tabla que resuma los hallazgos.

### 5.1.1.1 Análisis promoción de la argumentación por etapa del ciclo de modelación

En este apartado se expone el análisis de coocurrencias entre códigos Arg Prof- Promoción de la argumentación y Mod-Prof. La organización del apartado se realizará de acuerdo a los códigos asociados al ciclo de modelación: simplificando, matematizando, trabajando matemáticas, interpretando, validando, analizando y proyectando.

### Ciclo de Modelación: Proceso Simplificando

**Tabla 11.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación / Mod Prof - Simplificando

	Mod - Prof - Simplificando - Promueve el uso de sistemas de representación	Mod - Prof - Simplificando - Promueve la discusión del problema para comprenderlo	Mod - Prof - Simplificando - Promueve que se consideren acciones y caminos hacia una solución
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 3	s/c	s/c	13:36co13:67 Carol1 13:39co13:69 Carol1 13:40co13:72 Carol1
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 4	s/c	s/c	s/c
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5	s/c	s/c	s/c

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Ninguna de las tres citas arrojadas por ATLAS.ti durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Promoción Argumentación / Mod Prof – Simplificando fue descartada posteriormente durante el proceso de selección de episodios. Esto se debe a que consideramos que en todas ellas se observa con claridad los fenómenos descritos en los códigos consultados y, además, corresponden a interacciones comunicativas diferentes. De este modo, identificamos tres episodios de gestión

argumentativa en los cuales se promovió la argumentación durante la promoción de la modelación etapa simplificar. Ciclo de Modelación: Proceso Matematizando

**Tabla 12.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación / Mod - Prof – Matematizando

	Mod - Prof - Matematizando - Promueve la traducción a lenguaje matemático		Mod - Prof - Matematizando - Promueve el hallazgo de una expresión matemática que representa el problema		Mod - Prof - Matematizando - Promueve que se formule el modelo matemático que han encontrado	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 3	s/c		7:36co7:115 María 3	7:36co7:115 María 3	s/c	
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 4	s/c		s/c		s/c	
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5	s/c		s/c		s/c	

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** La herramienta de análisis de datos cualitativos ATLAS.ti arrojó una cita en la cual coocurren los códigos Arg Prof - Promoción Argumentación / Mod - Prof – Matematizando. No se desechó la cita identificada pues consideramos en él se observan con claridad los fenómenos descritos en los códigos consultados. En base a lo anterior, identificamos un único episodio de gestión argumentativa en el cual se promueve la argumentación durante la promoción de la modelación etapa matematizar.

## Ciclo de Modelación: Proceso Trabajando con Matemáticas

**Tabla 13.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación/ Mod - Prof - Trabajando con matemáticas

	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Promueve discusión sobre matemáticas	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Promueve que se realicen cálculos y procedimientos para encontrar una solución matemática	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve que se use el modelo colocando datos para dar respuesta al problema	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve la explicitación de estrategias
	ATLAS. Episodios ti	ATLAS. Episodios ti	ATLAS. Episodios ti	ATLAS.ti Episodios
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 3	s/c	s/c	s/c	s/c
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 4	s/c	s/c	s/c	s/c
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5	s/c	s/c	s/c	16:233co16:5 Carol3 16:233co16:11 Carol3

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Una de las citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Promoción Argumentación/ Mod - Prof - Trabajando con matemáticas, fue desechada posteriormente durante el proceso de selección de episodios. El descarte se realizó pues consideramos que dicha cita estaba repetida, es decir, la cita estaba contenida completa o parcialmente dentro de otra, la cual a su vez representaba los fenómenos consultados con mayor claridad. De este modo, identificamos un único episodio de gestión argumentativa en el cual se promueve la argumentación durante la promoción de la modelación etapa trabajando con matemáticas.

## Ciclo de Modelación: Proceso Interpretando

**Tabla 14.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof – Promoción Argumentación/ Mod – Prof – Interpretando

	Mod – Prof – Interpretando -Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados en términos del problema real		Mod – Prof – Interpretando -Promueve que se comunique un modelo/resultado	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof – Promoción Argumentación – Nivel 3	7:36co7:146 María3 7:36co7:147 María3	7:36co7:146 María3	s/c	
Arg Prof – Promoción Argumentación – Nivel 4	22:28co22:139 Sofía3 22:44co22:145 Sofía3 22:44co22:146 Sofía3 22:51co22:149 Sofía3 22:51co22:151 Sofía3 22:73co22:159 Sofía3 22:91co22:165 Sofía3 22:91co22:84 Sofía3 22:91co22:166 Sofía3	22:51co22:149 Sofia3 22:91co22:165 Sofía3	s/c	
Arg Prof – Promoción Argumentación – Nivel 5	s/c		s/c	

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Ocho de las citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof – Promoción Argumentación/ Mod – Prof – Interpretando, fueron desechadas posteriormente durante el proceso de selección de episodios. El descarte se realizó por las siguientes razones: cinco de ellas estaban repetidas, es decir, la cita estaba contenida completa o parcialmente dentro de otra, la cual a su vez representaba los fenómenos consultados con mayor claridad; tres de ellas estaban mal codificadas, en particular, aquellas que bajo nuestra consideración no se ajustaban completamente a la descripción de los códigos consultados. En definitiva, identificamos tres episodios de gestión argumentativa en los cuales se promueve la argumentación durante la promoción de la modelación etapa de interpretación.

## Ciclo de Modelación: Proceso Validando

**Tabla 15.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Promoción Argumentación/ Mod - Prof - Validando

	Mod - Prof - Validando -Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando pertinencia	Mod - Prof - Validando - Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-validez de su modelo o solución y que recomienzen el ciclo	Mod - Prof - Validando - Promueve la discusión de modelos y resultados
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 3	16:237co16:133 Carol3	16:237co16:133 3 Carol3	7:36co7:30 María3 7:36co7:148 María3 7:36co7:149 María3 7:36co7:150 María3
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 4	22:20co22:138 Sofía3 22:44co22:144 Sofía3 22:44co22:147 Sofía3 22:51co22:150 Sofía3 22:51co22:152 Sofía3	22:20co22:138 Sofía3	s/c s/c
Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5	s/c	s/c	s/c

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Siete de las citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Promoción Argumentación/ Mod - Prof - Validando, fueron desechadas posteriormente durante el proceso de selección de episodios. El descarte se realizó por las siguientes razones: cinco de ellas estaban repetidas, es decir, la cita estaba contenida completa o parcialmente dentro de otra, la cual a su vez representaba los fenómenos consultados con mayor claridad; dos de ellas estaban mal codificadas, en particular, aquellas que bajo nuestra consideración no se ajustaban completamente a la descripción de los códigos consultados. En definitiva, identificamos tres episodios de gestión argumentativa en los cuales se promueve la argumentación durante la promoción de la modelación etapa de validación.

### **Ciclo de Modelación: Proceso Analizar y Proyectar**

**Análisis:** No se identificaron episodios gestión argumentativa en los cuales se promueva la argumentación durante la promoción de la modelación etapa de análisis y proyección.

#### **5.1.1.2 Análisis gestión de las respuestas incorrectas por etapa del ciclo de modelación**

El análisis de los episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionan las respuestas incorrectas de los estudiantes se organizará de acuerdo a los códigos asociados a la promoción de procesos del ciclo de modelación: simplificando, matematizando, trabajando matemáticas, interpretando, validando, analizando y proyectando.

### **Ciclo de Modelación: Proceso Simplificación**

**Análisis:** No se identificaron episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionen las respuestas incorrectas para la promoción de la modelación etapa simplificando.

### **Ciclo de Modelación: Proceso Matematizando**

**Análisis:** No se identificaron episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionen las respuestas incorrectas en la promoción de la modelación etapa matematizando.

## Ciclo de Modelación: Proceso Trabajando con Matemáticas

**Tabla 16.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas / Mod - Prof - Trabajando con matemáticas

	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve discusión sobre matemáticas		Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve que se realicen cálculos y procedimientos para encontrar una solución matemática		Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve que se use el modelo colocando datos para dar respuesta al problema		Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve la explicitación de estrategias	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 3	5:4co5:40 María1	5:4co5:40 María1	s/c		s/c		16:235co16:11 Carol3 16:235co16:25 Carol3	16:235co16:11 Carol3
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 4	s/c		15:66co15:66 Carol2	15:66co15:66 Carol2	s/c		15:70co15:56 Carol2 15:66co15:81 Carol2	15:70co15:56 Carol2 15:66co15:81 Carol2

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Una de las citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas / Mod - Prof - Trabajando con matemáticas, fue desechada posteriormente durante el proceso de selección de episodios. El descarte se realizó pues consideramos que dicha cita estaba repetida, es decir, la cita estaba contenida completa o parcialmente dentro de otra, la cual a su vez representaba los fenómenos consultados con mayor claridad. De este modo, identificamos cinco episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionaron las respuestas incorrectas durante la promoción de la modelación etapa trabajando con matemáticas.

## Ciclo de Modelación: Proceso Interpretando

**Tabla 17.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas / Mod - Prof - Interpretando

	Mod - Prof - Interpretando -Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados en términos del problema real		Mod - Prof - Interpretando -Promueve que se comunique un modelo/resultados	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 3	s/c		s/c	
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 4	s/c		15:70co15:51 Carol2	15:70co15:51 Carol2

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** La herramienta de análisis de datos cualitativos ATLAS.ti arrojó una cita en la cual coocurren los códigos Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas / Mod - Prof - Interpretando. La cita no fue descartada durante el proceso de selección de episodios, pues consideramos que en ella se aprecian claramente los fenómenos consultados según la descripción de sus códigos. De este modo, identificamos un episodio en la cual se gestiona la argumentación mediante la gestión de respuestas incorrectas durante la promoción de la modelación etapa interpretación.

## Ciclo de Modelación: Proceso Validando

**Tabla 18.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas/ Mod - Prof - Validando

	Mod - Prof - Validando - Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando pertinencia		Mod - Prof - Validando -Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-validez de su modelo o solución y que recomiencen el ciclo		Mod - Prof - Validando - Promueve la discusión de modelos y resultados	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 3	22:9co22:136 Sofía3	22:9co22:136 Sofía3	21:93co21:93 Sofía2	21:93co21:93 Sofía2	7:37co30:151 María3	7:37co30:15 1 María3
	22:9co22:138 Sofía3		22:9co22:137 Sofía3	22:9co22:137 Sofía3	7:37co30:152 María3	
					7:37co30:81 María3	
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 4						

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Tres de las citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas/ Mod - Prof - Validando, fueron desechadas posteriormente durante el proceso de selección de episodios. Los descartes se realizaron pues consideramos que dichas citas estaban repetidas, cabe señalar que una cita está repetida cuando está contenida completa o parcialmente dentro de otra, la cual a su vez representaba los fenómenos consultados con mayor claridad. De este modo, identificamos cuatro episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionan las respuestas incorrectas durante la promoción de la modelación etapa validar.

### **Ciclo de Modelación: Proceso Analizando y Proyectando**

**Análisis:** No se identificaron episodios argumentativa en los que se gestione las respuestas incorrectas durante la promoción de la etapa analizando y proyectando.

#### **5.1.1.3 Análisis conexión con ideas matemáticas claves por etapa del ciclo de modelación**

El análisis de las coocurrencias entre los códigos Arg Prof-Conexión Ideas Matemáticas y Mod Prof, así como los episodios encontrados se presenta en este apartado. Los datos se organizarán de acuerdo a los códigos asociados a la promoción de procesos del ciclo de modelación: simplificando, matematizando, trabajando matemáticas, interpretando, validando, analizando y proyectando.

### **Ciclo de Modelación: Proceso Simplificación**

**Análisis:** No se identificaron episodios en los que se gestione la argumentación mediante la conexión con ideas matemáticas claves matemáticas durante la promoción de la modelación etapa simplificando.

### **Ciclo de Modelación: Proceso Matematizando**

**Análisis:** No se identificaron episodios en los que se gestione la argumentación mediante la conexión con ideas matemáticas claves matemáticas durante la promoción de la modelación etapa Matematizando.

## Ciclo de Modelación: Proceso Trabajando con Matemáticas

**Tabla 19.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas / Mod - Prof - Trabajando con matemáticas

	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve discusión sobre matemáticas	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve que se realicen cálculos y procedimientos para encontrar una solución matemática	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Promueve que se use el modelo colocando datos para dar respuesta al problema	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Promueve la explicitación de estrategias				
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas – Nivel 3	s/c		22:76co22:1 60 Sofía3	22:76co22:1 60 Sofía3	s/c		s/c	
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas – Nivel 4	s/c		s/c		s/c		s/c	

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** La herramienta de análisis de datos cualitativos ATLAS.ti arrojó una cita en la cual coocurren los códigos Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas / Mod - Prof - Trabajando con matemáticas. La cita no fue descartada durante el proceso de selección de episodios, pues consideramos que en ella se aprecian claramente los fenómenos consultados según la descripción de sus códigos. De este modo, se identificó un episodio en la cual se gestiona la argumentación mediante la conexión con ideas matemáticas claves durante la promoción de la modelación etapa interpretación.

## Ciclo de Modelación: Proceso Interpretando

**Análisis:** No se identificaron episodios en los que se gestione la argumentación mediante la conexión con ideas matemáticas claves matemáticas durante la promoción de la modelación etapa Interpretando.

## Ciclo de Modelación: Proceso Validando

**Tabla 20.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas / Mod - Prof - Validando

	Mod - Prof - Validando -Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando pertinencia		Mod - Prof - Validando - Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-validez de su modelo o solución y que recomienzen el ciclo		Mod - Prof - Validando - Promueve la discusión de modelos y resultados	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas – Nivel 3	22:40co22:142 Sofía3	22:76co22:160 Sofía3	s/c		22:99co22:170 Sofía3	22:99co22:170 Sofía3
	22:69co22:69 Sofía3					
	22:70co22:157 Sofía3					
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas – Nivel 4	s/c		s/c		s/c	

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Ninguna de las cuatro citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas / Mod - Prof - Validando, fue descartada posteriormente durante el proceso de selección de episodios. Esto se debe a que consideramos que en todas ellas se observa con claridad los fenómenos descritos en los códigos consultados y, además, corresponden a interacciones comunicativas diferentes. De este modo, logramos identificar cuatro episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionó la conexión con ideas matemáticas claves durante la promoción de la modelación etapa simplificar.

## Ciclo de Modelación: Proceso Analizando y proyectando

**Tabla 21.** ATLAS.ti - Coocurrencias entre códigos: Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas / Mod - Prof - Analizando y proyectando

	Mod - Prof - Analizando y Proyectando -Promueve que se identifiquen las fortalezas y limitaciones del modelo		Mod - Prof - Analizando y Proyectando -Promueve la generalización de modelos y/o resultados		Mod - Prof - Analizando y Proyectando -Promueve que los estudiantes establezcan una relación entre el modelo generalizado y la situación real		Mod - Prof - Analizando y Proyectando - Solicita solución al problema con base en el modelo	
	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios	ATLAS.ti	Episodios
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas -	22:104co22:174 Sofia3	22:104co22:174 Sofia3	22:99co22:171 Sofia3	22:99co22:171 Sofia3	s/c		s/c	
			22:99co22:172 Sofia3	22:104co22:173 Sofia3				
Nivel 3			22:104co22:173 Sofia3					
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas -	s/c		s/c		s/c		s/c	
Nivel 4								

**Nota:** Elaboración propia a partir de tabla de coocurrencias ATLAS.ti (Anexo 4)

**Análisis:** Una las citas arrojadas por ATLAS.ti, durante el análisis de coocurrencias entre los códigos Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas / Mod - Prof - Analizando y Proyectando, fue desechada posteriormente durante el proceso de selección de episodios. Dicha cita fue descartada pues consideramos que estaba repetida, es decir, se encuentra completa o parcialmente contenida dentro de otra cita, la cual a su vez representaba los fenómenos consultados con mayor claridad. De este modo, logramos identificar un único episodio de gestión argumentativa en el cual gestionan las respuestas incorrectas durante la promoción de la modelación etapa analizar y proyectar.

### 5.1.2 Resultados respecto a OE1

En este apartado se presentan los episodios de gestión argumentativa que fueron hallados en las clases analizadas. Los hallazgos se escribirán siguiendo el orden realizado durante el análisis, esto es, primero episodios en los cuales se promueve la argumentación, luego episodios en los cuales se gestionan las respuestas incorrectas y por último episodios en los cuales se conecta la discusión con ideas matemáticas clave.

#### Hallazgos episodios de gestión argumentativa en los cuales se promueve la argumentación en el aula.

**Tabla 22.** Resumen de hallazgos episodios de promoción de la argumentación por etapa del ciclo de modelación

Etapa del Ciclo	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 3	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 4	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5
Mod - Prof – Simplificando	13:36co13:67 Carol1 13:39co13:69 Carol1 13:40co13:72 Carol1	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	7:36co7:115 María 3	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	s/c	s/c	16:233co16:5 Carol3
Mod - Prof - Interpretando	s/c	22:51co22:149 Sofía3 22:91co22:165 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Validando	16:237co16:133 Carol3 7:36co7:30 María3	22:20co22:138 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c	s/c

**Caso de Carol:**

Se reconocieron 5 episodios en los cuales Carol promueve que los estudiantes argumenten para gestionar los procesos del ciclo de modelación. Estos episodios se concentraron la gestión del proceso simplificando, aunque también se registraron en los procesos de trabajando matemáticas y validando. Por otro lado, en el proceso de trabajando con matemáticas fue que el indicador promoción de la argumentación fue promovido con mayor nivel (nivel 5), lo que quiere decir que la profesora, al promover estos procesos propició la aparición de posturas contrarias entre los estudiantes y, además, que fundamentaran posiciones.

**Caso de María:**

Se reconocieron 2 episodios en los cuales María promueve que los estudiantes argumenten para gestionar los procesos del ciclo de modelación. Estos episodios se registraron en los procesos de matematización y validación. Por otro lado, en ambos procesos el indicador promoción de la argumentación fue logrado en su nivel más bajo (nivel 3), lo que quiere decir que la profesora, al promover estos procesos propició que los estudiantes justificaran sus respuestas refutando a sus compañeros, sin embargo, no promovió que discutieran sus posturas.

**Caso de Sofía:**

Se reconocieron 3 episodios en los cuales Sofía promueve que los estudiantes argumenten para gestionar los procesos del ciclo de modelación. Estos episodios se registraron en los procesos de interpretación y validación. Por otro lado, en ambos procesos el indicador promoción de la argumentación fue logrado en su nivel 4, lo que quiere la profesora, al promover estos procesos propició la aparición de posturas de diferentes entre los estudiantes, sin embargo, no procuró que fundamentaran dichas posturas.

## Hallazgos episodios de gestión argumentativa en los cuales se gestionan las respuestas incorrectas de los estudiantes.

**Tabla 23.** Resumen episodios de gestión de respuestas incorrectas por etapa del ciclo de modelación

Etapa del Ciclo	Arg Prof – Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 3	Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 4
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	5:4co5:40 María1	15:66co15:66 Carol2
	16:235co16:11 Carol3	15:70co15:56 Carol2
		15:66co15:81 Carol2
Mod - Prof - Interpretando	s/c	15:70co15:51 Carol2
Mod - Prof - Validando	21:93co21:93 Sofía2	s/c
	22:9co22:137 Sofía3	
	22:9co22:136 Sofía 3	
	7:37co30:151 María3	
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c

### Caso de Carol:

Se reconocieron 4 episodios en los cuales Carol gestiona las respuestas incorrectas de los estudiantes para propiciar la discusión. Los episodios se concentran, en su totalidad, en el proceso trabajando con matemáticas. El indicador gestión de respuestas incorrectas alcanzó su nivel más alto (nivel 4) en la mayoría de estos episodios, lo que quiere decir la profesora no evaluó las respuestas incorrectas que aparecieron y las incorporó a la discusión, además, reorganizó la clase a partir de ellas.

### Caso de María:

Se reconocieron 2 episodios en los cuales Carol gestiona las respuestas incorrectas de los estudiantes para propiciar la discusión. Los episodios se registraron en los procesos de trabajando con matemáticas y validando. Por otro lado, el indicador gestión de respuestas incorrectas alcanzó en todos los episodios su nivel más bajo (nivel 3), lo que quiere decir

la profesora no evaluó las respuestas incorrectas que aparecieron y las incorporó a la discusión, sin embargo, no reorganizó la clase a partir de ellas.

### **Caso de Sofía:**

Se reconocieron 3 episodios en los cuales Sofía gestiona las respuestas incorrectas de los estudiantes para propiciar la discusión. Los episodios se concentran, en su totalidad, en el proceso validando. Por otro lado, el indicador gestión de respuestas incorrectas alcanzó su nivel máximo en todos los episodios (nivel 3), lo que quiere decir la profesora no evaluó las respuestas incorrectas que aparecieron y las incorporó a la discusión, sin embargo, no reorganizó la clase a partir de ellas.

### **Hallazgos episodios de gestión argumentativa en los cuales conecta la discusión con ideas matemáticas clave.**

**Tabla 24.** Resumen episodios de conexión con ideas matemáticas clave por etapa del ciclo de modelación

<b>Etapa del Ciclo</b>	<b>Arg Prof – Conexión con Ideas Matemáticas -Nivel 3</b>	<b>Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas - Nivel 4</b>
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	22:76co22:160 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Interpretando	s/c	s/c
Mod - Prof - Validando	22:69co22:69 Sofía3 22:70co22:157 Sofía3 22:99co22:170 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	22:99co22:171 Sofía3 22:104co22:173 Sofía3 22:104co22:174 Sofía3	s/c

**Caso de Carol:**

No se reconocieron episodios en los cuales Carol conectara la discusión con ideas matemáticas claves durante la gestión de los procesos de modelación.

**Caso de María:**

No se reconocieron episodios en los cuales María conectara la discusión con ideas matemáticas claves durante la gestión de los procesos de modelación.

**Caso de Sofía:**

Se reconocieron 7 episodios en los cuales Sofía conecta la discusión con ideas matemáticas clave durante la gestión de los procesos de modelación. Los episodios se concentraron principalmente en los procesos de validando y analizando y proyectando, sin embargo, también se registró un episodio en el proceso de trabajando con matemáticas. Por otro lado, el indicador gestión de conexión con ideas matemáticas alcanzó en todos los episodios su nivel mínimo (nivel 3), lo que quiere decir la docente conectó de manera compleja la discusión del aula con ideas matemáticas clave, sin embargo, no promovió que fuesen los estudiantes quienes lo realizaran.

**5.2 Análisis de datos respecto a OE2: “Caracterizar la gestión argumentativa cuando promueve modelación en el aula matemática”**

En el marco del OE2 se seleccionará y transcribirán los episodios de gestión argumentativa identificados en el apartado anterior. Luego, a partir de esta transcripción se analizarán cuáles son los aspectos más representativos de la gestión argumentativa de los docentes y en base a ellos se realizará la caracterización de su gestión argumentativa, Cabe señalar que, no se transcribirán todos los episodios de gestión argumentativa sino solo aquellos que expresen con más claridad los fenómenos estudiados.

## 5.2.1 Análisis de datos

En este apartado se seleccionarán de entre los episodios de gestión argumentativa de cada caso, aquellos que consideremos mejor ejemplifican la manera en que la docente gestiona ese indicador. En base a estas transcripciones se identificarán los aspectos característicos de su gestión y serán analizados. El análisis se organizará por casos, de este modo, nos haremos una idea clara de la manera en que cada docente gestiona argumentativamente el aula.

### 5.2.1.1 Análisis Caso de Carol

Para la caracterización de la gestión argumentativa de Carol, es necesario explicitar antes cual es la tarea de modelación que se está desarrollando. En este caso, los estudiantes de 1er año básico se organizan en grupos y construyen la representación de un “garaje”. Para este propósito la profesora les muestra un auto de juguete (sólo pueden verlo al inicio y al final de la actividad) y les entrega una caja con cubos multibase con la cual pueden trabajar. Finalmente, los estudiantes validan su trabajo comprobando la pertinencia del modelo construido, en relación a, si es o no apropiado en relación al tamaño del vehículo (ver anexo 1).

**Tabla 25.** Resumen episodios de gestión argumentativa de la profesora Carol

	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5
Arg Prof - Promoción de la Argumentación	13:36co13:67 Carol1 13:39co13:69 Carol1 13:40co13:72 Carol1 16:237co16:133 Carol3	s/c	16:233co16:5 Carol3
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas	16:235co16:11 Carol3	15:66co15:66 Carol2 15:70co15:56 Carol2 15:66co15:81 Carol2	
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas	s/c	s/c	

## Promoción de la argumentación

**Tabla 26.** Episodio: 13:36co13:67 Carol 1

---

**Diálogo**

---

**Carol:** ¿Cuál vamos a eliminar ahora porque no estamos de acuerdo?  
**Harold:** El de la Doménica y el de la Sofí

**Carol:** ¿Son iguales ellos?  
**Doménica:** Sí

**Carol:** ¿Sí?, ya. Entonces, tenemos que quedarnos con uno ¿Con cuál nos quedamos?  
**Harold:** Con ninguno de ellos.

**Carol:** Y, el del Jean Paul ¿por qué no con el del Jean Paul?

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 7)

**Análisis:** Carol solicita los estudiantes de cada grupo que construyan una representación del garaje utilizando los bloques y, posteriormente, propicia una discusión sobre cuál de las representaciones es la más adecuada para continuar trabajando. En este contexto, la profesora orienta la discusión utilizando preguntas abiertas para propiciar que los estudiantes se posicionen respecto a la elección de mejor modelo. Además, utiliza las preguntas abiertas para promover que los estudiantes presenten justificación a sus planteamientos, a la vez que refutan los de sus compañeros.

**Tabla 27.** Episodio: 16:233co16:5 Carol 3

---

### **Diálogo**

---

**Carol:** Tu dibujaste nueve, nueve, nueve (se dirige a una Doménica) ... y, tú Harold tienes nueve, siete, nueve (contando).

**Carol:** Ahora, yo veo una diferencia entre la Doménica y tú. Mira, miremos acá.

Harold: ¿por qué?

**Carol:** Mira, miremos acá nueve, nueve, nueve. Y, tú tienes nueve, siete, nueve.

Doménica: Si, porque esto tiene nueve en cada lado.

**Carol:** A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?

Harold: No.

**Carol:** ¿Por qué no?

Harold: Porque no debe contar esta, pues este (cubito) completa a esta.

**Carol:** Ya acá hay nueve, con esta es nueve. (se dirige a Doménica) ... tú ¿dónde dices que hay nueve?

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 7)

**Análisis:** Carol pide a los estudiantes de cada grupo que dibujen en su cuaderno el modelo del garaje con el cual están trabajando (en este punto todo el grupo trabaja con un mismo modelo) y les solicita, además, que escriban la cantidad de cubos que se utilizó para construir la representación. En este contexto, la profesora hace notar a los estudiantes que sus resultados son distintos, a pesar de que la figura es la misma para todos. De este modo Carol propicia la aparición de posturas diferentes entre los estudiantes. Luego, utiliza preguntas abiertas para orientar la discusión, promoviendo que los estudiantes profundicen en sus ideas y justifiquen sus posturas, refutando a sus compañeros. Además, la profesora promueve que los estudiantes realicen cálculos matemáticos (sumas principalmente) para fundamentar sus respuestas.

## Gestión de respuestas incorrectas

Tabla 28. Episodio: 15:66co15:66 Carol2

---

### Diálogo

---

**Carol:** A ver.

Harold: Diez en este y diez en este.

**Carol:** Ella Contó Ocho a los lados (se dirige a Harold)

Harold: Entonces contó mal.

**Carol:** A ver.

Harold: Uno, dos, tres... nueve. (le da nueve y hace una mueca)

**Carol:** Ya ¿cuánto cuentas tú a los lados?

(...)

**Carol:** Ya, Doménica, ¿estás de acuerdo con que son diez en cada lado?

(...)

**Carol:** Da nueve dice la Doménica y no diez (se dirige a Harold).

Carol: Donde están los nueve, a ver dile tú (se dirige a Doménica)

(...)

**Carol:** Mira, mira (le muestra a Harold, quien nota su error, pero voltea la cabeza para no mirar).

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 7)

**Análisis:** Carol solicita a los estudiantes que señalen la cantidad de cubos utilizados para realizar la representación. En este contexto, la profesora identifica un error pues los estudiantes muestran respuestas diferentes, aun cuando están trabajando con la misma representación. Al gestionar el error, Carol hace notar a los estudiantes que sus respuestas son distintas cuando claramente no deberían serlo, sin embargo, no se posiciona a favor o en contra de ninguna de las respuestas. En cambio, orienta la discusión de modo que sean los propios estudiantes quienes comenten las respuestas, además, promueve que los estudiantes realicen cálculos para apoyar sus posiciones.

### **Conexión con ideas matemáticas clave.**

No se registraron episodios.

#### **5.2.1.2 Análisis Caso de María**

Para caracterizar argumentativamente la gestión argumentativa de María, es necesario describir la actividad se está realizado (ver anexo 2). En este caso, los estudiantes de 4to año básico deben organizarse en grupos y planificar el presupuesto para la realización de una convivencia al interior del curso. Para llevar a cabo dicha actividad, los estudiantes deben considerar que se dispondrá de una cuota de \$500 pesos por persona y, además, cuentan con una lista de productos a disposición con sus correspondientes precios. La tarea se validará en relación a la conveniencia del presupuesto que propongan, considerando criterios económicos, de calidad y gustos personales.

**Tabla 29.** Resumen episodios de gestión argumentativa de la profesora María

	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5
Arg Prof - Promoción de la Argumentación	7:36co7:115 María 3 7:36co7:30 María3	s/c	s/c
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas	5:4co5:40 María1 7:37co30:151 María3	s/c	
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas	s/c	s/c	

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 8)

## Promoción de la argumentación

Tabla 30. Episodio: 7:36co7:30 María3

---

### Diálogo

---

**María:** A ver, levantando la mano ¿es prácticamente lo mismo o no es lo mismo?

Andrea: Si, porque vamos a cambiar la posición de DD (dinero disponible).

**María:** ¿Cómo lo hicieron? A ver, veamos que dice la floo.

Florencia: Es que yo lo hice así porque a lo que gastaron, que es \$15.240, no se le puede restar \$17.500 porque es un número mayor el \$17.500. Así que no se puede restar el \$15.200, porque el número que le vamos a restar es mayor.

Andrea: Esta bien, pero es como una propuesta distinta, solo cambia las posiciones.

**María:** ¿Entonces? ¿qué piensas?

Andrea: Tiene Florencia un poquito de razón, porque le puede restar a un número menor uno mayor.

Entonces, es prácticamente lo mismo, pero le cambiamos de posiciones.

**María:** ¿Es lo mismo? Estás de acuerdo con Florencia, pero piensas que es lo mismo ¿y, entonces en qué parte estás de acuerdo con la floo?

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 8)

**Análisis:** María interroga a un grupo de estudiantes, respecto a qué operaciones matemáticas realizaron para construir el presupuesto. La profesora profundiza en este aspecto al preguntar al grupo cómo determinaron la expresión matemática para representar cuánto dinero les sobró. A esta pregunta los estudiantes del grupo responden “a lo que gastamos le restamos lo que teníamos”. En este contexto, la profesora promueve que emerjan posturas diferentes entre los estudiantes del curso, pues les solicita que señalen maneras alternativas de representar esta relación entre las cantidades. A lo que la estudiante Florencia contesta “al dinero disponible, le resto lo que voy a gastar”. La profesora gestiona que se discuta respecto a estas respuestas contradictorias que se presentan. Para promover que los estudiantes se expresen y posicionen respecto a los planteamientos entregados realiza preguntas abiertas, mediante las cuales, propicia también que profundicen en sus ideas y justifiquen sus planteamientos.

## Gestión de respuestas incorrectas

Tabla 31. Episodio: 5:4co5:40 María1

---

### Diálogo

---

**María:** Ya, bebidas ¿una bebida de tres litros para todo el curso?

Alumna: ¡Dos!, dos bebidas de tres litros.

**María:** ¿Dos? ¿Con dos bebidas alcanzará para todo el curso?

Alumna 2: Tres.

Alumna 3: Es que sobran.

**María:** A ver, con una botella de tres litros ¿Cuántos vasos alcanzan?

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 8)

**Análisis:** María solicita a los estudiantes que escriban un listado con el tipo de productos que consideran necesarios para realizar la convivencia y, además, pide que anoten qué cantidad de unidades será necesario de modo que alcance para todo el curso. En este contexto, al revisar el listado de productos de un grupo se percata de que la cantidad de bebidas que anotaron no es proporcional al tamaño del curso. Al identificar esta respuesta incorrecta la profesora realiza preguntas a todo el grupo, de modo que sean estos quienes discutan sobre la pertinencia de esta respuesta en relación a la cantidad de estudiantes del grupo. De este modo, María evita valorar directamente las respuestas entregadas y procura que sean los mismos estudiantes quienes utilicen sus conocimientos previos y realicen cálculos para dar sustento a sus respuestas.

### Conexión con ideas matemáticas clave.

No se registraron episodios.

### 5.2.1.3 Análisis Caso de Sofía

Para realizar la caracterización de la gestión argumentativa realizada por Sofía es necesario describir la actividad que se está desarrollando en su clase (ver anexo 3). En este caso, la profesora entrega a los estudiantes un pequeño texto que habla sobre un ingeniero que desea construir una pasarela en la carretera de 4 vías que conecta Concepción con Yumbel, por la cual pasan buses y camiones. Considerando estos antecedentes, los estudiantes deben organizarse en grupos de trabajo y construir una maqueta de dicha pasarela utilizando como insumos bloques de colores y vehículos de juguete (expuestos en la mesa de la profesora). El trabajo se validará considerando cual de las representaciones es la más adecuada, para presentársela al ingeniero, considerando la cantidad de pistas y el tamaño de los vehículos de juguete.

**Tabla 32.** Episodios de gestión argumentativa de la profesora Sofía

	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5
Arg Prof - Promoción de la Argumentación	s/c	22:20:co22:138 Sofía3 22:51co22:149 Sofía3 22:91co22:165 Sofía3	s/c
Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas	21:93 co21:93Sofía2 22:9co22:136 Sofía3 22:9co22:137 Sofía3	s/c	
Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas	22:76co22:160 Sofía3 22:99co22:70 Sofía3 22:99co22:171 Sofía3 22:104co22:174 Sofía3 22:104co22:173 Sofía3	s/c	

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 9)

## Promoción de la argumentación

Tabla 33. Episodio: 22:51co22:149 Sofía 3

---

### Diálogo

---

**Sofía:** Entonces, estábamos comprobando si pasaban o no [por la pasarela], un auto y un bus.

**Sofía:** Pero, nos dimos cuenta de que, por la de los chicos ningún problema.

**Sofía:** Pasar un auto y un bus hacia acá y, un auto y un bus hacia allá. Alcanza muy bien el espacio.

**Sofía:** Pero, surgió una pregunta. El nacho dijo, al mismo tiempo, y si vienen acá dos buses al mismo tiempo ¿pasan o no?

**Estudiantes:** No.

**Sofía:** Y después dijimos, la feña, ¿y si pasan 4 buses, alcanzan a pasar por acá?

Estudiantes: [murmuran algo no inteligible]

**Sofía:** ¿más un auto?, ¿cómo va a pasar un auto si dijimos 4 vías? Si pasan 4 buses, más un auto serían 5 vías.

Verónica: No se puede

**Sofía:** ¿Por qué no se puede?

Verónica: Porque si nos damos cuenta de que solamente pueden pasar en esas cuatro vías, 2 buses y 2 autos, y los buses son más grandes que los autos. Entonces, gastaríamos más espacio y no podríamos.

**Sofía:** No podríamos, ¿y, lo que dice el nacho? Ignacio dice, ¿qué pasa si un auto va lento y el otro quiere adelantar?

**Sofía:** Cuándo uno adelanta, ¿lo hace apegadito al otro auto, o toma mucho espacio hacia el lado?

Ignacio: Toma mucho espacio, pero puede venir un auto.

**Sofía:** Pero, son 2 vías. Todos los autos por esta vía [izquierda] van hacia el mismo lado, no va a venir nada de frente y yo igual voy a necesitar tomar espacio.

**Sofía:** Si está así de juntito [junta las manos], ¿alcanza a adelantar?

Alumnos: [murmuran algo no inteligible]

**Sofía:** No lo sabemos, en el del compañero no lo sabemos. En la vida real no podemos.

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 9)

Tabla 34. Episodio: 22:20co22:138 Sofía 3

---

### Diálogo

---

**Sofía:** Ahora, los compañeros dijeron que utilizaron un total de 40 piezas ¿creen ustedes que su modelo es el adecuado para mostrárselo al ingeniero?

Estudiantes: No

**Sofía:** ¿Por qué no? ¿Por qué no es el adecuado el de ellos? ¿por qué?

Camila: Porque es angosta, por ahí solo cabrían dos buses nada más, o dos autos, no cabría nada más.

Ignacio: Es que nosotros aquí hicimos el dibujo chico [la pizarra], pero allá lo hicimos grande.

**Sofía:** Invita a tu compañera a que vea tu representación. Recuerde, yo dije, los dibujos pueden ser pequeños o grandes. Muéstrale a tu compañera como lo hiciste.

---

Daniel: Miss, pero el benja dijo que cabía una moto.

**Sofía:** Porque lo habían cerrado [la representación de la pasarela].

Estudiantes: [Ignacio muestra su modelo, pero no es audible]

**Sofía:** ¡Más fuerte!, para que todos podamos escuchar.

Estudiante: [Camila les explica porqué cree que no sirve, pero se escucha mal]

Victoria: No sirve [dice desde su asiento]

**Sofía:** ¡No sirve!, la Vicky también dice que no sirve ¿por qué no? Dígales a ellos, a mi no.

Victoria: [Se levanta y camina hacia sus compañeros] No sirve, porque es muy flaca y muy alta.

Victoria: Entonces, con cualquier cosa se podría caer cuando está pasando un auto o un bus. Entonces, podría morir toda la gente.

**Sofía:** ¿Cómo puedo comprobar si es muy flaca?

Estudiantes: ¡Midiendo!

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 9)

**Análisis:** Sofía pide a alumnos de los distintos grupos, que dibujen en la pizarra la representación de la pasarela que realizaron. Luego, propicia que los estudiantes de todo el curso se expresen respecto a la pertinencia de los modelos dibujados en relación a las variables iniciales del problema. En este contexto, al promover que los estudiantes argumenten, la profesora relaciona la discusión sobre la validez del modelo con el contexto real del problema. Además, orienta la discusión realizando preguntas abiertas propiciando que los estudiantes se posicionen respecto a la pertinencia del modelo y que utilicen sus conocimientos previos para justificar sus posturas refutando a sus compañeros.

## Gestión de respuestas incorrectas

Tabla 35. Episodio: 22:9co22:136 Sofía 3

---

### Diálogo

---

**Sofía:** Ya escucharon lo que dijo lucas, lucas lo había cerrado y dijo que por el medio iban a pasar los autos y los buses ¿puedo hacer una pasarela así?

Niños: No

Victoria: No, no se puede hacer una pasarela así. Porque la profesora dijo que teníamos que hacer pasar cuatro y el bus es muy ancho.

Benjamín: Por ahí solo puede caber una moto

**Sofía:** Escucharon lo que dijo el benja, que por ahí solo puede caer una moto.

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 9)

**Análisis:** Sofía pide a los estudiantes que dibujen en la pizarra sus representaciones de la pasarela que construyeron. En este contexto, uno de los grupos dibuja una pasarela cuya representación claramente no es compatible con las características de la carretera. La profesora Sofía gestiona esta respuesta incorrecta primero consultando a los mismos estudiantes la razón por la cual construyeron la estructura con esa característica y luego realizando preguntas abiertas al resto de estudiantes propiciando que estos se posicionen respecto a la validez del modelo en discusión, en consideración con las características inicialmente planteadas. De este modo, promueve que sean los mismos estudiantes que refuten este planteamiento y que utilicen sus conocimientos previos sobre el problema para dar sustento a sus justificaciones.

## Conexión con ideas matemáticas clave.

Tabla 36. Episodio: 22:76co22:160 Sofía3

---

### Diálogo

---

**Sofía:** Pero ahora yo necesito saber. Pensemos que los bloques son bloques de cemento que necesita el ingeniero.

**Sofía:** Y yo necesito saber cuántos. Porque yo voy a ir donde el con la mejor propuesta y le voy a decir “mi curso dice que usted necesita todo este material”.

**Sofía:** Yo no le voy a decir necesita 10 hacia arriba y 17 hacia el lado, yo necesito decirle la cantidad exacta, ¿cómo le puedo dar la cantidad exacta de cada uno de los modelos?

Victoria: Yo sé.

**Sofía:** ¿Cómo?

Victoria: Sumando.

**Sofía:** ¡Sumando! Entonces por cada grupo yo los voy a mandar acá a la pizarra a que sumen, para que me digan cuanto van a necesitar.

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 9)

Tabla 37. Episodio: 22:99co22:170 Sofía3

---

### Diálogo

---

**Sofía:** Medir su alto y su ancho, eso me suena conocido. El alto y el ancho ¿Qué hacíamos nosotros con el alto y el ancho? ¿qué calculábamos?

Estudiantes: El perímetro

**Sofía:** y acá si yo miro esto ¿se parece al perímetro de alguna figura? ¿sí o no?

**Sofía:** y si yo sumé 19 más 15 más 19, ¿qué calculé?

---

**Nota:** Elaboración propia a partir de transcripción de episodios (Anexo 9)

**Análisis:** Una vez se han validado todos los modelos construidos, Sofía realiza una reflexión respecto a las diferentes variables que afectaron la construcción del modelo. En este contexto, la profesora realiza preguntas propiciando que los estudiantes identifiquen una relación matemática subyacente a todas las representaciones conocidas y, a su vez, que consideren los aspectos del contexto real del problema. De este modo la profesora

establece relaciones compartidas entre los modelos construidos y un concepto matemático clave, el cual se encuentra la base de todos los modelos construidos.

### **5.2.2 Resultados respecto a OE2**

En este apartado se presentan los resultados del OE2 que corresponde a la caracterización de la gestión argumentativa de los casos en estudio. Los hallazgos se organizarán siguiendo el orden planteado en los análisis, es decir por casos, considerando los distintos indicadores de gestión argumentativa.

#### **Caracterización de la gestión argumentativa: Caso de Carol.**

**Promoción de la argumentación:** Carol promueve la argumentación orientando discusiones cuyo tema principal son la elección de caminos a seguir hacia la construcción del modelo y el debate sobre la cantidad de bloques en el modelo. En la mayor parte de los episodios registrados la profesora realiza preguntas abiertas propiciando que los estudiantes se posicionen, respecto a cuál propuesta es correcta o cual descartar “¿Sí?, ya. Entonces, tenemos que quedarnos con uno ¿Con cuál nos quedamos?”, y luego solicitando que justifiquen sus respuestas “Y, el del Jean Paul ¿por qué no con el del Jean Paul?”, refutando así la postura de sus compañeros. Por otro lado, Carol promovió igualmente que los estudiantes tomen posturas contrarias respecto a la cantidad correcta de cubos en un modelo “Ahora, yo veo una diferencia entre la Doménica y tú. Mira, miremos acá.”. Utilizando preguntas abiertas tanto para que se posicionen al respecto, como para que justifiquen sus posturas “A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?” “... ¿Por qué no?”, además, propicia que los estudiantes realicen cálculos para fundamentar sus posturas “Ya acá hay nueve, con esta es nueve. (se dirige a Doménica) ... tú ¿dónde dices que hay nueve?”.

**Gestión de respuestas incorrectas:** Carol utiliza las respuestas incorrectas para propiciar discusión matemática, el tema central de estas discusiones es la cantidad correcta de

bloques que se utilizaron en el modelo construido. En este sentido, la profesora al identificar que existen diferentes respuestas evita evaluar alguna de ellas, al contrario, procura que sean los mismos estudiantes que entreguen su apreciación al respecto “Ya, Doménica, ¿estás de acuerdo con que son diez en cada lado?”, además, propicia que realicen cálculos refutar la postura de sus compañeros “Donde están los nueve, a ver dile tú (se dirige a Doménica)”. Además, procura que la discusión se desarrolle en torno a la tarea matemática que se está desarrollando y reorganiza la clase a partir de ella.

**Conexión con ideas matemáticas claves:** Carol no conecta la discusión con ideas matemáticas claves.

#### **Caracterización de la gestión argumentativa: Caso de María.**

**Promoción de la argumentación:** María orienta que los estudiantes discutan sobre la validez del modelo presentado. En este sentido realiza preguntas abiertas propiciando que los estudiantes se posicionen “A ver, levantando la mano ¿es prácticamente lo mismo o no es lo mismo?”, profundicen en sus ideas “¿Entonces? ¿qué piensas?” y, refuten a sus compañeros “Es lo mismo? Estás de acuerdo con Florencia, pero piensas que es lo mismo ¿y, entonces? ¿en qué parte estás de acuerdo con la floo?”.

**Gestión de respuestas incorrectas:** María evita valorar positiva o negativamente las respuestas incorrectas de los estudiantes. En lugar de esto, devuelve las respuestas incorrectas a sus compañeros, a través de preguntas abiertas, para que estos las comenten y se posicionen al respecto “¿Dos? ¿Con dos bebidas alcanzará para todo el curso?” “... A ver, con una botella de tres litros ¿Cuántos vasos alcanzan?”. De este modo, la docente propicia que los estudiantes se den cuenta de las respuestas incorrectas y que movilicen sus conocimientos para justificar sus posturas, refutando a sus compañeros. La profesora procura que la discusión se desarrolle, facilitando la matematización y validación del modelo.

**Conexión con ideas matemáticas claves:** María no conecta la discusión con ideas matemáticas claves.

### **Caracterización de la gestión argumentativa: Caso Sofía**

**Promoción de la argumentación:** Sofía orienta la discusión en torno a la relación que tiene el modelo creado con su contraparte en la realidad. La profesora parafrasea las respuestas de los estudiantes y les realiza preguntas abiertas para que los estudiantes se posicionen y utilicen sus conocimientos previos para justificar y refutar a sus compañeros “Pero, surgió una pregunta. El nacho dijo, al mismo tiempo, y si vienen acá dos buses al mismo tiempo ¿pasan o no?” “... ¿Por qué no?”.

**Gestión de respuestas incorrectas:** Sofía evita validar las respuestas y modelos propuestos por los estudiantes. En lugar de esto, orienta la discusión de modo que sean los mismos estudiantes quienes evalúen si el modelo propuesto por sus compañeros es realmente aplicable en la realidad, propiciando que los estudiantes empleen sus conocimientos previos para refutar el modelo planteado por sus compañeros y de esta forma hacer notar que la respuesta planteada es incorrecta “Ya escucharon lo que dijo lucas, lucas lo había cerrado y dijo que por el medio iban a pasar los autos y los buses ¿puedo hacer una pasarela así?”.

**Conexión con ideas matemáticas claves:** Sofía propicia que los estudiantes discutan sobre los modelos que cada uno de ellos plantea, de modo que establezcan relaciones comparativas entre ellos. En particular, la docente realiza preguntas enfocadas a identificar las generalidades que subyacen a los modelos que se presentaron “Medir su alto y su ancho, eso me suena conocido. El alto y el ancho ¿Qué hacíamos nosotros con el alto y el ancho? ¿qué calculábamos?”, además, procura que sean los estudiantes quienes se den cuenta de los conceptos matemáticos claves que se relacionan a estas. De este modo, se propicia que los estudiantes se den cuenta conecten la discusión en torno a las

respuestas y modelos presentados con conocimientos matemáticos a la base de estos y emerjan las generalidades que relacionan todos estos modelos.

### **5.3 Análisis de datos respecto a OE3: “Relacionar la gestión argumentativa con la gestión de las etapas del ciclo de modelación en el aula matemática”**

En el marco del OE3 se asociará, en una tabla de doble entrada, los códigos Arg Prof y Mod Prof e identificaremos aquellas citas que presentan coocurrencias entre ambos, para esto nos apoyaremos de los resultados obtenidos en OE1. Luego, en base a ello identificaremos las relaciones existentes entre los indicadores de gestión argumentativa y los procesos del ciclo de modelación.

#### **5.3.1 Análisis de datos**

En este se presenta el análisis de las relaciones entre los indicadores de gestión argumentativa y procesos del ciclo de modelación. Se organizará el análisis por caso y se utilizarán las citas transcritas en el marco del OE2 para ejemplificar ciertos puntos.

##### **5.3.1.1 Análisis Caso de Carol**

Antes de comenzar con el análisis cabe recordar que, Carol está desarrollando su clase en un curso de 1er año básico. Además, la tarea matemática consiste en la construcción de un garaje utilizando cubos multibase y considerando el tamaño de un vehículo de juguete. Los estudiantes validan la actividad de acuerdo a su pertinencia de la construcción considerando el tamaño del vehículo, entre otros criterios (ver anexo 1).

## Procesos del ciclo de modelación gestionados mediante promoción de la argumentación

**Tabla 38.** Promoción Argumentación – Procesos de Modelación: Caso Carol

Etapa del Ciclo	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 3	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 4	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5
Mod - Prof – Simplificando	13:36co13:67 Carol1 13:39co13:69 Carol1 13:40co13:72 Carol1	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	s/c	s/c	16:233co16:5 Carol3
Mod - Prof - Interpretando	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Validando	16:237co16:133 Carol3	s/c	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c	s/c

**Análisis:** En el caso de Carol se pudo relacionar la promoción de la argumentación realizada con la gestión de los siguientes procesos del ciclo de modelación: Simplificar, Trabajando con Matemáticas y Validando.

En el episodio 13:36co13:67 Carol 1, la profesora utiliza la argumentación para promover el proceso de simplificación al solicitar a los estudiantes que construyan, al interior del grupo, posibles representaciones del garaje y luego orientando una discusión en la cual los estudiantes deben seleccionar cual de las propuestas es la más adecuada para continuar trabajando en ella. En este contexto, la profesora realiza preguntas para propiciar que los estudiantes se posicionen a favor o en contra de las propuestas entregadas “¿Cuál vamos a eliminar ahora porque no estamos de acuerdo?”, justificando sus posturas y refutando a sus compañeros “Y, el del Jean Paul ¿por qué no con el del Jean Paul?”. Además, esta discusión posibilita que los estudiantes discutan en términos de las variables iniciales que deben ser consideradas para la construcción del modelo. Por otro lado, la mayor parte de los episodios se centran en este proceso del ciclo de modelación, lo que podría estar

relacionado con el hecho de que se trabaja en un primer año básico y por ello, la docente podría considerar que los estudiantes requieran orientación adicional para comprender las variables y condiciones iniciales involucradas en el problema o bien para descartar aquellas que no son relevantes (Aravena, 2016; Gómez, 2007).

Por otro lado, en el episodio 16:233co16:5 Carol 3, Carol también promueve la argumentación para gestionar el proceso trabajando con matemáticas. Lo cual realiza al propiciar una discusión sobre una discrepancia en los cálculos realizados sobre la cantidad de cubos multibase utilizados para construir la representación del garaje. En este contexto, la profesora propicia que los estudiantes adopten posturas diferentes y que contrapongan sus ideas mediante la discusión fundamentada “Ahora, yo veo una diferencia entre la Doménica y tú. Mira, miremos acá.”. Además, procura que los estudiantes expliciten la manera en que realizaron sus cálculos y que rehagan los cálculos matemáticos para fundamentar sus posiciones “A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?”. Por otro lado, destacamentos que en este episodio registra el nivel más alto en el indicador promoción de la argumentación, lo cual puede interpretarse como que la docente es capaz de promover discusiones más profundas cuan el tema central son los cálculos matemáticos.

Finalmente se identificó que, en el episodio 16:237co16:133 Carol3, Carol promueve la argumentación para gestionar el proceso de validación del modelo. Lo cual realiza al propiciar una discusión a nivel de curso respecto a la pertinencia de uno de los modelos construidos por los estudiantes. Con este propósito realiza preguntas propiciando que los estudiantes expresen sus posturas respecto a la validez de la representación y solicitando a la vez justificación para sus posturas “Y ¿Por qué tú dices que a este le falta ser más ancho? ¿para qué?”, refutando el planteamiento de sus compañeros. Destacamos que, a pesar de reconocer un único episodio en el cual se promueve la argumentación para validar el modelo, en él participan todos los estudiantes. En este sentido, consideramos que la argumentación puede enriquecer el proceso de validación del modelo.

**Procesos del ciclo de modelación promovidos mediante la gestión de respuestas incorrectas.**

**Tabla 39.** Gestión Respuestas Incorrectas – Procesos de Modelación: Caso Carol

<b>Etapa del Ciclo</b>	<b>Arg Prof – Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 3</b>	<b>Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 4</b>
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	16:235co16:11 Carol3	15:66co15:66 Carol2 15:70co15:56 Carol2 15:66co15:81 Carol2
Mod - Prof - Interpretando	s/c	15:70co15:51 Carol2
Mod - Prof - Validando	s/c	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c

**Análisis:** Se pudo relacionar la gestión de respuestas incorrectas realizada por Carol con los siguientes procesos: Trabajando con Matemáticas e Interpretando.

La profesora gestiona las respuestas incorrectas de los estudiantes para promover el trabajo con matemáticas e interpretar el modelo. Lo anterior puede apreciarse en el episodio 15:66co15:66 Carol2, donde la profesora identifica que los estudiantes cometen errores de cálculo al contar la cantidad de cubos multibase utilizados para construir el modelo. En este contexto, la profesora aprovecha el error para propiciar que los estudiantes discutan sobre sus respuestas diferentes “Ya, ¿cómo podríamos saber? ¿cómo pudiste tú [Harold] saber cuánto hay de un lado y del otro lado, a ver?” “... Doménica, ¿tú estás de acuerdo?” y, además, los insta a realizar cálculos matemáticos para fundamentar sus posturas. Por otro lado, en uno de estos episodios la profesora promueve que los estudiantes se expresen en términos del problema real, con lo cual aportan al proceso de interpretación.

Un aspecto a destacar de estos episodios es que la profesora procura que los errores respecto a los que se discute son temas centrales a la actividad y es capaz de reorganizar la clase a partir de ellos.

### **Procesos del ciclo de modelación promovidos mediante la conexión con ideas matemáticas claves.**

**Análisis:** No se pudo identificar relaciones entre la conexión con ideas matemáticas y la promoción de los procesos del ciclo de modelación en el caso de Carol. Consideramos que lo anterior puede deberse al hecho de que la actividad es desarrollada en un primer año básico y realizar conexiones abstractas entre la discusión y conceptos matemáticos puede resultar demasiado complejo de abordar para este nivel.

#### **5.3.1.2 Análisis Caso de María**

Previo a la realización del análisis es necesario recordar el contexto en el cual se desarrolla la tarea matemática en el caso de María. En este caso, los estudiantes de 4to año básico deben realizar una cotización para la realización de una convivencia considerando una cuota de \$500 pesos por persona y un listado de artículos a disposición con sus respectivos precios (ver anexo 2). La actividad se validará respecto a cuál es la mejor cotización considerando precio y gustos personales entre otras.

## Procesos del ciclo de modelación gestionados mediante promoción de la argumentación

**Tabla 40.** Promoción Argumentación – Procesos de Modelación: Caso María

Etapa del Ciclo	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 3	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 4	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	7:36co7:115 María 3	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Interpretando	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Validando	7:36co7:30 María3	s/c	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c	s/c

**Análisis:** En el caso de María se relacionó la promoción de la argumentación realizada con los siguientes procesos: Matematizando y Validando.

La docente promueve que los estudiantes argumenten para gestionar los procesos Matematizando y Validando. En este sentido, durante el episodio 7:36co7:30 María3, se aprecia una discusión en la cual María solicita a un grupo de estudiantes que expliciten el modelo matemático que construyeron, para determinar el presupuesto a utilizar en el cumpleaños “¿Cómo puedo representar matemáticamente que le quito?”. Luego, pide a los estudiantes de otros grupos que propongan modelos, alternativos, que consideren más adecuados y que justifiquen sus respuestas “¿hay alguien que tenga una propuesta diferente? ¿Floo?” “Ya, Joan ¿Qué piensas tú? ¿Qué piensas de lo que dice la floo o la Andrea?”. En dicha discusión, la discrepancia de opiniones se produce respecto a la pertinencia de la traducción matemática realizada, en relación a la correcta relación entre las variables. De este modo la profesora procura que los estudiantes justifiquen sus respuestas, a la vez que refutan los planteamientos de sus compañeros. Cabe destacar, que en este episodio se observa una misma situación de argumentación puede promover más de un proceso del ciclo de modelación al mismo tiempo.

## Procesos del ciclo de modelación promovidos mediante la gestión de respuestas incorrectas.

**Tabla 41.** Gestión Respuestas Incorrectas – Procesos de Modelación: Caso María

Etapa del Ciclo	Arg Prof – Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 3	Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 4
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	5:4co5:40 María1	s/c
Mod - Prof - Interpretando	s/c	s/c
Mod - Prof - Validando	7:37co30:151 María3	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c

**Análisis:** María gestiona las respuestas incorrectas de los estudiantes para promover los procesos Trabajando con Matemáticas y Validando.

La profesora gestiona las respuestas incorrectas de los estudiantes para promover el proceso de trabajando con matemáticas. Esto ocurre en el episodio 5:4co5:40 María 1, en el cual la profesora reconoce un error en la estimación de la cantidad de bebidas necesarias para realizar la convivencia “¿Dos? ¿Con dos bebidas alcanzará para todo el curso?”. En este contexto, la profesora solicita al resto de estudiantes que opinen al respecto de la respuesta entregada y que realicen cálculos para sustentar sus respuestas “A ver, con una botella de tres litros ¿Cuántos vasos alcanzan?”. De este modo, la docente gestiona el error como una oportunidad para promover el proceso

Por otro lado, Carol gestiona los errores para promover el proceso de validación. En este caso, la docente propicia que los estudiantes discutan respecto a un error en la traducción matemática de la relación entre las cantidades de dinero disponible y utilizados, al hacer el presupuesto. En este contexto, la profesora realiza preguntas al resto de compañeros

propiciando una discusión que aporta a la validez del modelo, además, propicia que los estudiantes utilicen sus conocimientos previos para refutar a sus compañeros.

Cabe destacar, que esta discusión es central a la gestión argumentativa de María pues la mayor parte de sus episodios se originan en la misma discusión.

### **Procesos del ciclo de modelación promovidos mediante la conexión con ideas matemáticas claves.**

**Análisis:** No fue posible reconocer episodios en los cuales María conectara la discusión con ideas matemáticas claves, esto puede deberse a que, a diferencia de lo ocurrido en los otros casos, la discusión matemática realizada para validar los modelos ya consideraba el análisis de las relaciones matemáticas existentes entre las variables. De este modo, la discusión sobre las relaciones matemáticas podría estar implícitamente reconocida bajo otros códigos de argumentación.

#### **5.3.1.3 Análisis Caso de Sofía**

Antes de relacionar la gestión argumentativa del caso de Sofía con los procesos del ciclo de modelación es necesario recordar la actividad matemática que está desarrollando (ver anexo 3). Bajo la premisa de que un ingeniero nos pide ayuda para construir una pasarela peatonal sobre la autopista que une Concepción y Yumbel. Los estudiantes de 3er año básico deben construir la maqueta de una pasarela, deben tener en cuenta que la pista tiene cuatro vías y que deben transitar autos y buses. Utilizan como herramientas cubos tipo lego y vehículos de juguete (autos y buses) como referencia para el tamaño de la maqueta. Validarán la actividad de acuerdo a cuál es la maqueta más pertinente bajo las condiciones iniciales que se plantearon y que será la que finalmente presentarán al ingeniero.

## Procesos del ciclo de modelación gestionados mediante promoción de la argumentación

**Tabla 42.** Promoción Argumentación – Procesos de Modelación: Caso Sofía

Etapa del Ciclo	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 3	Arg Prof - Promoción Argumentación -Nivel 4	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	s/c	s/c	s/c
Mod - Prof - Interpretando	s/c	22:51co22:149 Sofía3 22:91co22:165 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Validando	s/c	22:20co22:138 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c	s/c

**Análisis:** Sofía promueve que los estudiantes argumenten para gestionar los siguientes procesos del ciclo de modelación: Interpretando y Validado.

En el episodio 22:51co22:149 Sofía3, la profesora pide a los grupos de estudiantes que dibujen en la pizarra las representaciones que construyeron. Posteriormente, realiza preguntas para propiciar que los estudiantes se posicionen a favor o en contra de la pertinencia del modelo en relación con las variables inicialmente presentadas Si pasan 4 [autos], más 1 auto serían 5 vías, ¿se puede o no?,” ... ¿Por qué no se puede?”. En este contexto, la profesora promueve que los estudiantes se posicionen y les solicita justificación para estas posiciones. Esta discusión argumentada aporta al proceso de validación del modelo.

Por otro lado, en el episodio 22:20co22:138 Sofía3, en el cual la profesora pide a los estudiantes que pasen a exponer su representación de la pasarela dibujándola en la pizarra. Luego, realiza diversas preguntas a los estudiantes de otros grupos propiciando que se posicionen a favor o en contra de la pertinencia del modelo construido “Ahora, los compañeros dijeron que utilizaron un total de 40 piezas ¿creen ustedes que su modelo es

el adecuado para mostrárselo al ingeniero?”, “... ¿Por qué no? ¿Por qué creen que no es el adecuado?”, con lo cual se apoya que los estudiantes evalúen y consideren el modelo.

### Procesos del ciclo de modelación promovidos mediante la gestión de respuestas incorrectas.

**Tabla 43.** Gestión Respuestas Incorrectas – Procesos de Modelación: Caso Sofía

Etapa del Ciclo	Arg Prof – Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 3	Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas -Nivel 4
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	s/c	s/c
Mod - Prof - Interpretando	s/c	s/c
Mod - Prof - Validando	21:93co21:93 Sofía2 22:9co22:137 Sofía3 22:9co22:136 Sofía 3	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	s/c	s/c

**Análisis:** Sofía gestiona las respuestas incorrectas para promover el proceso de validación.

En el episodio 22:9co22:136 Sofía3, la profesora solicita que los estudiantes dibujen en la pizarra sus modelos. En este contexto identifica que existe un error en las dimensiones de la representación respecto a la forma de la pasarela y la cantidad de vehículos que pasarán por ahí. En este contexto, evita posicionarse al respecto y procura que sean los compañeros quienes se posicionen y justifiquen respecto a la validez de la representación, de modo que son ellos mismos quienes evidencian el error “Ya escucharon lo que dijo lucas, lucas lo había cerrado y dijo que por el medio iban a pasar los autos y los buses ¿puedo hacer una pasarela así?”. En este sentido, la discusión que realizan aporta a la validación del modelo.

## Procesos del ciclo de modelación promovidos mediante la conexión con ideas matemáticas claves.

**Tabla 44.** Conexión con Ideas Matemáticas Claves – Procesos de Modelación: Caso Sofía

Etapa del Ciclo	Arg Prof – Conexión con Ideas Matemáticas -Nivel 3	Arg Prof - Conexión con Ideas Matemáticas -Nivel 4
Mod - Prof – Simplificando	s/c	s/c
Mod - Prof - Matematizando	s/c	s/c
Mod - Prof - Trabajando con matemáticas	22:76co22:160 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Interpretando	s/c	s/c
Mod - Prof - Validando	22:69co22:69 Sofía3 22:70co22:157 Sofía3 22:99co22:170 Sofía3	s/c
Mod - Prof - Analizando y Proyectando	22:99co22:171 Sofía3 22:104co22:173 Sofía3 22:104co22:174 Sofía3	s/c

**Análisis:** Sofía conectó la discusión con ideas matemáticas claves al promover los siguientes procesos del ciclo de modelación: Trabajando con Matemáticas, Validando y Analizando y Proyectando.

Sofía relaciona la discusión sobre el modelo construido con conceptos matemáticos claves. Esto se observa en un episodio en el cual, promueve que los estudiantes discutan sobre la manera más rápida de determina cuantos bloques se utilizaron para construir el modelo. De este modo, promueve que los estudiantes realicen cálculos para sustentar sus posturas.

Por otro lado, la profesora conecta la discusión sobre la validez del modelo con conceptos matemáticos claves. En el episodio 22:70co22:157 Sofía3, en cual la profesora pide a los estudiantes evaluar la pertinencia de la representación de la pasarela construida de uno de los grupos, a partir, de un modelo que ya ha sido validado previamente “Mira consulta, si en el tuyo, ¿Cuántos bloques necesitaba?” “Y ellas, ¿cuántos ocuparon?” “¿veinticuatro? ¿caben los cuatro entonces?”. En este sentido, las preguntas realizadas por la profesora

están destinadas a relacionar las representaciones construidas estableciendo conexiones entre conceptos matemáticos compartidos entre ellos, lo cual, a su vez aporta a que los estudiantes evalúen el modelo y se expresen sobre su pertinencia

Finalmente, Sofía conecta la discusión con conceptos matemáticos claves para promover el proceso de analizar y proyectar. Esto se observa en el episodio 22:99co22:170 Sofía3, en los que Sofía relaciona los cálculos realizados para determinar la cantidad de bloques necesarios para construir las pasarelas con el concepto matemático de perímetro de un rectángulo “Medir su alto y su ancho, eso me suena conocido. El alto y el ancho ¿Qué hacíamos nosotros con el alto y el ancho? ¿qué calculábamos?” “¿y acá, si yo miro esto? ¿se parece al perímetro de alguna figura? ¿sí o no?”. Dicha discusión, aporta a que los estudiantes sean capaces de expresar el modelo en términos más generales y extenderlo a situaciones similares.

### **5.3.2 Resultados respecto a OE3**

En este apartado se presentan los resultados del OE3 que corresponde a relacionar la gestión argumentativa con los procesos del ciclo de modelación. Los hallazgos se organizarán siguiendo el orden planteado en los análisis, es decir por casos, considerando los distintos indicadores de gestión argumentativa.

#### **Relación Gestión Argumentativa y procesos del Ciclo de Modelación: Caso Carol**

Carol gestiona argumentativamente los procesos del ciclo de modelación promoviendo que los estudiantes argumenten y gestionando sus respuestas incorrectas para propiciar la discusión.

La profesora gestionó, a través, de la promoción de la argumentación los procesos Simplificar, Trabajando con Matemáticas y Validando. De ellos, destacamos que la mayor parte de los episodios de promoción de la argumentación se observaron en el proceso simplificar, lo que puede estar relacionado con el hecho de que los estudiantes de este

curso sean de primer año básico y por ello tengan mayores dificultades para identificar las variables y evaluar caminos para desarrollar la actividad. Además, durante el proceso de Trabajar con Matemáticas, se promovió el indicador a su nivel más alto (nivel 5), lo cual puede significar que, al realizar tareas de modelación, discutir sobre los cálculos realizados puede facilitar este proceso. Finalmente, también se registró relación con el proceso de Validar, situación que se observó también en el resto de los casos.

La profesora gestionó las respuestas incorrectas de los estudiantes para promover los procesos de Trabajar con Matemáticas e Interpretar. De ellos, destaca claramente el proceso de Trabajar con Matemáticas, pues la mayor parte de los episodios se registraron en él lo cual por un lado puede deberse a que los estudiantes a que los estudiantes en esta edad presentan dificultades para contar la cantidad de bloques utilizados, pero, por otro lado, es tomado por la profesora como una oportunidad para que los estudiantes discutan sus puntos de vista al respecto y realicen cálculos para justificar sus posturas.

La profesora no gestionó la actividad conectando con ideas matemáticas claves, nuevamente esto puede deberse a que es difícil para los estudiantes en esta etapa comprender conceptos matemáticos abstractos.

### **Relación Gestión Argumentativa y procesos del Ciclo de Modelación: Caso María**

María gestiona argumentativamente los procesos del ciclo de modelación promoviendo que los estudiantes argumenten y gestionando sus respuestas incorrectas para propiciar la discusión.

La profesora gestionó, a través, de la promoción de la argumentación los procesos Matematizando y Validando. Ambos casos corresponden a una misma cita de promoción de la argumentación, de modo que la profesora usó la misma discusión para promover ambos procesos. En este caso, la discusión se desarrolló respecto a la validez del modelo y en ella, se cuestionaba la traducción matemática realizada. Si bien la profesora no

solicita directamente justificación, se apoya en el parafraseo y preguntas abiertas para que los estudiantes profundicen en sus ideas.

La profesora gestionó las respuestas incorrectas de los estudiantes para promover los procesos de Trabajar con Matemáticas y Validar. En el primer proceso, la profesora propicia una discusión sobre los cálculos realizados y orienta a los estudiantes, a través, de preguntas abiertas para que estos utilicen sus conocimientos previos para justificar. En tanto en el proceso validar, la respuesta incorrecta es sobre la representación matemática para construir el modelo y propicia que sean los estudiantes quienes utilicen sus conocimientos previos para negar la validez de la propuesta.

La profesora no gestionó la actividad conectando con ideas matemáticas claves, nuevamente esto puede deberse a que es difícil para los estudiantes en esta etapa comprender conceptos matemáticos abstractos.

### **Relación Gestión Argumentativa y procesos del Ciclo de Modelación: Sofía**

Sofía gestiona argumentativamente los procesos del ciclo de modelación promoviendo que los estudiantes argumenten, gestionando sus respuestas incorrectas y conectando la discusión con ideas matemáticas claves.

La profesora gestionó, a través, de la promoción de la argumentación los procesos Interpretar y Validar. Se observa que al promover ambos procesos la profesora relaciona la discusión con el contexto real del problema ya sea propiciando que se expresen en términos del contexto real o que utilicen sus conocimientos sobre el contexto real del problema para justificar sus respuestas.

La profesora gestionó las respuestas incorrectas de los estudiantes para promover el proceso validar. En estos episodios la profesora propicia que los estudiantes comenten el modelo planteado por un grupo y de este modo, lo apoyen validándolo o entreguen razones

para desestimarlos. Se observa, además, que propicia que los estudiantes utilicen sus conocimientos previos sobre el contexto real del modelo para apoyar sus posturas.

La profesora Sofía relaciona la discusión con conceptos matemáticos clave, durante la promoción de los procesos de Trabajar con Matemáticas, Validar y Analizar y Proyectar. De estos procesos, destaca la relación encontrada entre el indicador de la gestión argumentativa con el proceso Analizar y Proyectar. Esto podría significar que el relacionar la discusión con conceptos matemáticos subyacentes podría aportar a comprender las fortalezas y debilidades del modelo construido, así como la comprensión sobre los factores que determinan si es posible o no generalizar el modelo.

## **6. Conclusiones y Discusión**

En este último capítulo de la investigación, se presentan la discusión de los resultados y las conclusiones. El apartado 6.1 presenta las conclusiones de la investigación, que consiste en responder a los objetivos de la investigación. El apartado 6.2 consiste en sistematizar los resultados, orientarlos hacia el problema de investigación y discutirlos según la literatura. El apartado 6.3 describirá las limitantes del proyecto. Mientras el apartado 6.4 pondrá de manifiesto las aportaciones, y describirá qué perspectivas tiene este estudio.

### **6.1 Conclusiones**

El estudio realizado a los casos de las profesoras Carol, María y Sofía permitió conocer cómo gestionan argumentativamente tareas matemáticas de modelación, docentes de enseñanza básica que han formación continua en la gestión y planificación de estas habilidades matemáticas.

Respecto al Objetivo Especifico 01 *Reconocer episodios de gestión argumentativa en las distintas etapas del ciclo de modelación*, se pudieron identificar los siguientes episodios de gestión argumentativa en los procesos del ciclo de modelación: 10 episodios de *Promoción de la Argumentación* en el aula, 5 de ellos se registraron en el aula de Carol, 2 en el aula de María y 3 en la clase de Sofía; 10 episodios de *Gestión de Respuestas Incorrectas*, de los cuales 5 se registraron en la clase de Carol, 2 en la clase de María y 3 en la clase de Sofía; 7 episodios de *Conexión con Ideas Matemáticas Claves*, registrados en su totalidad durante la gestión de Sofía. De este modo, se logró identificar un total de 28 episodios de gestión argumentativa, en los 3 casos analizados. De estos hallazgos se desprende que las profesoras, centran su gestión argumentativa durante tareas de modelación en promover la argumentación en los estudiantes y en gestionar sus respuestas incorrectas para propiciar la discusión. Por otro lado, sólo la profesora Sofía utiliza la

conexión con la discusión con ideas matemáticas con este propósito, lo que da a entender que el uso de la conexión con ideas matemáticas se ve condicionada por la actividad matemática desarrollada y que, tanto la promoción de la argumentación como la gestión de respuestas incorrectas son base para gestionar argumentativamente tareas de modelación.

En relación con el Objetivo Especifico 02 *Caracterizar la gestión argumentativa cuando promueve modelación en el aula matemática*. Se logró caracterizar, en base a los episodios identificados, la gestión argumentativa cuando los casos promueven la modelación en el aula matemática. En primer lugar, **Carol** centró su gestión argumentativa en promover que los estudiantes argumenten y en gestionar sus respuestas incorrectas. Además, los temas utilizados en las discusiones que propició la docente se relacionan las distintas posturas adoptadas por los estudiantes al decidir qué aspectos son relevantes para desarrollar el modelo y los diferentes resultados al realizar cálculos al representar el modelo. En segundo lugar, **María** se centró en la promoción de la argumentación y en gestión de respuestas incorrectas. La mayor parte de su gestión argumentativa se desarrolló en una misma discusión, por lo cual, la docente no extendió su gestión a lo largo de la actividad. El tema de la discusión fue la validez o no validez de una traducción matemática, clave en la actividad. En tercer lugar, **Sofía** utilizó promoción de la argumentación, gestión del error y conexión con ideas matemáticas, siendo el único caso que realizó esta acción. La profesora apoya su gestión sobre todo en la parte real del modelo, propiciando discusiones que consideran este aspecto tanto que los estudiantes se posicionen, como para que justifiquen sus respuestas basadas en conocimientos previos sobre el contexto en el cual se desarrolla la problemática.

En relación con el Objetivo Especifico 03 *Relacionar la gestión argumentativa con la gestión de las etapas del ciclo de modelación en el aula matemática*. Se logró relacionar la gestión argumentativa realizada con las etapas del ciclo de modelación, para los tres casos en estudio. En el caso de **Carol**, se pudo relacionar sugestión argumentativa con los procesos de Simplificación y Trabajar Matemáticamente el modelo. Discutir con

argumentos durante el proceso de simplificación puede servir de apoyo para que los estudiantes construyan de manera conjunta una comprensión sobre las características y variables más relevantes del problema, las que luego traducirán en relaciones matemáticas. Es posible que la docente considerara particularmente necesario gestionar argumentativamente este proceso, pues al tratarse de un 1er año básico puede representar una mayor dificultad. Por otro lado, discutir sobre el trabajo matemático entrega a los estudiantes una oportunidad para comprobar sus resultados en comparación con sus compañeros, pudiendo llegar ambos en diálogo a la construcción de conocimiento. En el caso de **María**, su gestión argumentativa se relaciona principalmente con los procesos matematizando y validación. En este caso, la mayor parte de los episodios identificados se originan a partir de un mismo elemento, un error conceptual a la hora de traducir matemáticamente las relaciones entre algunas variables, lo cual afecta los cálculos que se realicen y la validez del modelo. María identifica que este error es central a la actividad y desarrolla en torno a la una discusión extensa que logra desarrollar a la vez distintos procesos del ciclo de modelación. En el caso de **Sofía**, su gestión argumentativa se relaciona con los procesos de trabajar con matemáticas, validar y analizar y proyectar. En este caso, la actividad desarrollada es claramente similar a la propuesta por Carol, sin embargo, el foco de las discusiones se desarrolla en procesos más complejos del ciclo de modelación lo cual pudiese estar relacionado con el hecho de que los estudiantes de Sofía cursan tercer año básico y las dificultades para determinar los aspectos relevantes del problema pueden no ser una oportunidad para la discusión. Por el contrario, su gestión se centra en los procesos de validez y analizar proyectar, en este sentido, apoyándose más en la parte real del problema propiciando que los estudiantes utilicen sus conocimientos previos del problema para posicionarse y justificar y, además, conectando la discusión con conceptos matemáticos claves que facilitan la generalización de los modelos.

Finalmente, se logró cumplir con el Objetivo General de la investigación *Analizar la gestión argumentativa en el aula matemática, de docentes que están promoviendo la habilidad de modelación con estudiantes de enseñanza básica*. De este modo, el análisis

del caso de Carol develó que la profesora al gestionar argumentativamente tareas de modelación, en estudiantes de 1er año básico, prioriza la promoción de la argumentación y la gestión del error de los alumnos, además, la profesora centró su gestión argumentativa cuando los estudiantes se encontraban en la etapa de *Simplificar el modelo*. De manera similar, en caso de María la profesora gestionó argumentativamente la tarea de modelación, en estudiantes de 4to año, mediante la promoción de la argumentación y la gestión de respuestas incorrectas de los estudiantes, en su caso centrando esta gestión en el proceso de *Validar* el modelo. Finalmente, Sofía quien gestionó una tarea de modelación en estudiantes de 3er año básico, lo hizo empleando principalmente la conexión con ideas matemáticas claves y centrando su gestión argumentativa en el proceso Validar. Con ello, mediante el análisis desarrollado fue posible construir una fuerte visión respecto a cómo gestionan argumentativamente tareas de modelación estas docentes enseñanza básica, permitiendo así aportar a comprensión de como se relacionan ambos procesos, argumentar y modelar, al ser promovidos de manera articulada.

## **6.2 Discusión teórica y empírica**

En el siguiente apartado se analiza y discute los resultados obtenidos en la investigación, con el objetivo de contrastar los hallazgos con la información existente. En este sentido, la presente investigación busca comprender cómo promueven la argumentación en el aula matemática docentes que están gestionando tareas matemáticas de modelación con estudiantes de enseñanza básica. En base a los análisis realizados se pudo encontrar qué:

Los casos analizados se centran en promover la argumentación en el aula matemática y en gestionar las respuestas incorrectas, a la hora de gestionar argumentativamente tareas de modelación matemática. Esto puede estar relacionado con el hecho de que la tareas de modelación realizadas cuentan con un contexto que es familiar para los alumnos y las profesoras, lo cual es un facilitador de la discusión pues las profesoras tanto las preguntas como las respuestas de los estudiantes pueden ser sustentadas por su experiencia previa (OCDE, 2017), además, en línea con lo señalado por (Doerr, 2007) tareas de modelación adecuadas facilitan que los alumnos puedan interpretar, explicar y justificar sus modelos.

Lo cual da a entender que, por sus características estas formas de gestionar la argumentación pueden resultar más intuitivas que la conexión con ideas matemáticas claves, en el marco de una tarea de modelación.

Los procesos trabajando con matemáticas y validando, son las etapas que se relacionan más fuertemente con la gestión argumentativa y su número de episodios registrados es casi el mismo. Considero que esto tiene sentido desde un punto de vista empírico, pues la mayoría de las discusiones se produjeron respecto a los cálculos realizados y luego se discutía la validez de estos en relación con el problema real. Sin embargo, el estudio previo realizado por (Dede, 2019), en contextos donde los participantes eran profesores en formación, identificó que desde el punto de vista de los estudiantes, que en una actividad de modelación la mayoría de los argumentos se generaban en las etapas del mundo matemático lo que en cierta forma contradice nuestros resultados. Esta discrepancia podría deberse a que los profesores que gestionaban la actividad en el estudio previo eran inexpertos en la gestión de estas habilidades, pues no recibieron formación previa en el desarrollo de habilidades, cómo si lo hicieron los casos de nuestro estudio, y debido a esto podrían haber priorizado el trabajo con matemáticas por considerarlo más importante.

Se relacionó la etapa de analizar y proyectar utilizando con la gestión mediante conexión con ideas matemáticas claves. Si bien en dos de los casos no se promovió este proceso, uno de los casos si lo hizo, utilizando la conexión con ideas matemáticas claves. Para (Stein et al., 2008), la conexión con ideas matemáticas puede ayudar a los estudiantes a emitir juicios sobre las consecuencias de utilizar cierto enfoque al resolver un problema, respecto a su eficacia, precisión y patrones matemáticos que existen que se pueden discernir. Esto ayudaría a los estudiantes a generalizar los patrones matemáticos relacionados con sus modelos y ser clave para ayudar a proyectar así la solución a distintos contextos con similares características.

Al orientar la discusión, las profesoras propician que los estudiantes consideren las variables y características del problema en la realidad. Lo cual está en línea con la teoría, considerando que estudios previos encontraron que los argumentos construidos en los procesos de simplificar y validar eran sustentados principalmente con los conocimientos

del modelo en la realidad (Dede, 2019) y que para diversos autores el modelamiento es una actividad cíclica, en la cual se transita constantemente entre la realidad y la matemática (Maaß, 2006; OCDE, 2017) De este modo, el promover los estudiantes discutan utilizando sus conocimientos previos sobre el modelo en la realidad, para posicionarse y justificar sus posturas, puede ser un facilitador del proceso de modelación. Las profesoras parafrasean y repiten constantemente las respuestas de los estudiantes. Parecen utilizar esto como estrategia para propiciar que los estudiantes profundicen en sus ideas. Para Lee (2009), el hecho de que el profesor intervenga repitiendo lo que dice el estudiante evita que la discusión se produzca entre ellos, además, al hacerlo los profesores suelen modificar levemente la estructura de lo que se dijo agregando o quitando cosas según su propio criterio, y debería evitarse si se desea que sean ellos quienes discutan. De este modo, repetir las respuestas entregadas por los estudiantes puede ser contraproducente a la hora de buscar que sean ellos quienes comuniquen sus pensamientos e ideas, y que se comuniquen desde su propio conocimiento sin ser sesgados por lo que dice el profesor.

### **6.3 Limitaciones**

Una de las limitantes fue la imposibilidad de reunirse presencialmente con las docentes, así como a los respectivos establecimientos. Dicha situación condicionó la posibilidad de triangular los datos obtenidos con diferentes fuentes de información como entrevistas. Por otro lado, otra limitante fue no haber podido formar parte de la discusión de las tareas matemáticas que se realizaron. Este hecho condicionó el análisis, restando flexibilidad al mismo.

## **6.4 Proyecciones**

Algunas proyecciones que se pueden dar a partir de este estudio para futuras investigaciones son:

- Identificar la estructura de los argumentos desarrollados en tareas de modelación
- Develar la percepción que tienen los docentes y profesores sobre el desarrollo de habilidades matemáticas.
- Analizar las interacciones sociales que se producen en un aula donde se gestiona argumentativamente una tarea de modelación.
- Analizar la importancia del clima de aula en la gestión argumentativa de una tarea de modelación.

## REFERENCIAS

- Agencia de Calidad de la Educación. (2016). *Resultados educativos 2015 para Docentes y Directivos*. Santiago, Chile: Autor.
- Ainscow, M., Farrell, P., & Tweddle, D. (2000). Developing policies for inclusive education: A study of the role of local education authorities. *International journal of inclusive education*, 4(3), 211-229. doi:10.1080/13603110050059150
- Aravena, M. (2016). La modelación matemática en Chile (2016). En J. Arrieta y L. Díaz. (Eds.). *Investigaciones latinoamericanas en modelación: Matemática educativa* (pp.195-234). España: Gedisa.
- Aravena, M., Caamaño, C., & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1), 49-92.
- Ayalon, M., & Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 49, 163-173. doi:10.1016/j.jmathb.2017.11.010
- Bartolomé, M. (1992). Investigación cualitativa en educación: ¿Comprender o transformar? *Revista de Investigación Educativa*, 20. 7-36
- Bauersfeld, H., Krummheuer, G., & Voigt, J. (1988). Interactional theory of learning and teaching mathematics and related microethnographical studies. En H.G. Steiner y A. Vermandel (Eds.). *Foundations and methodology of the discipline of mathematics education (Didactics of Mathematics)* (pp. 174-188). Antwerp: Proceedings of the 2<sup>nd</sup> TME-Conference. University of Antwerp.
- Biembengut, S. (2016). Modelaje Matemático en la Educación Brasileña: Historia de las Ideas e Ideas de las Historias. En J. Arrieta y L. Díaz (Eds.). *Investigaciones latinoamericanas en modelación: Matemática educativa* (pp. 89-108). España: Gedisa.

- Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid, España: La Muralla.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling: A theory for practice. In B. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, D. Lester & A. Wallby (Eds.). *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 145-159). Göteborg: NCTM.
- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht—Trends und Perspektiven. In G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz & E. Schneider (Ed.). *Trends und Perspektiven* (pp. 15–38). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky. S
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects? State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 37-68.  
doi:10.1007/bf00302716
- Boerst, T., Sleep, L., Ball, D. L., & Bass, H. (2011). Preparing teachers to lead mathematics discussions. *Teachers College Record*, 113(12), 2844-2877.  
Retrieved from <https://www.tcrecord.org/Content.asp?ContentID=16496>
- Booth, T., & Ainscow, M. (2015). *Guía para la educación inclusiva: Desarrollando el aprendizaje y la participación en los centros escolares*. Madrid: FUEM, OEI.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. [Tesis Doctoral]. Université de Bordeaux. Recuperado de <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00471995>
- Brousseau, G. (1988). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

- Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda parte). *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 10-21.
- Brousseau, G. (1994). *Perspectives pour la didactique des mathématiques*. In M. Artigue (Ed.). *Vingt Ans de Didactique des Mathématiques en France - Hommage a Guy Brousseau et Gerard Vergnaud* (pp. 51-66). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Brown, R., & Redmond, T. (2007). Collective argumentation and modelling mathematics practices outside the classroom. *Mathematics: Essential research, essential practice, 1*, 163-171.
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn, Grades K-6*. Chicago: Math Solution.
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014a). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(3), 181-200.
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014b). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429.
- Corbin, J. M., & Strauss, A. L. (2010). *Weiterleben lernen: Verlauf und Bewältigung chronischer Krankheit*. Heidelberg, Germany: Huber.
- Czocher, J. A. (2016). Introducing modeling transition diagrams as a tool to connect mathematical modeling to mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(2), 77-106.

- Dede, A. T. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(2), 292-314.
- Delgado, S. D. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Panorama*, 9(16), 32-42.
- Díaz S., L. (2011). *La Observación*. México: Departamento de publicaciones de la UNAM. Recuperado el 04 de 03 de 2019, de Libros UNAM: <http://www.ellibroylarosa.unam.mx/handle/123456789/1277?show=full>
- Doerr, H. M. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P.L. Garbraith, H.W. Henn & M. Niss (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 69-78). Boston: Springer.
- Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. In P. Boero (Ed.). *Theorems in school* (pp. 163-181). Rotterdam: Sense.
- Dyson, A. (2001). Dilemas, contradicciones y variedades en la inclusión. *Apoyos, autodeterminación y calidad de vida: actas de las IV Jornadas de Investigación sobre personas con discapacidad [Salamanca, 15-17 de mayo de 2001]*, 145-160.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational studies in mathematics*, 63(3), 303-323.
- Escudero, J. M., & Martínez, B. (2011). Educación inclusiva y cambio escolar. *Revista iberoamericana de educación*, 55(1), 85-105.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143-162.

- Gascón, J. (2010). Del Problem Solving a los Recorridos de Estudio e Investigación. Crónica del viaje colectivo de una comunidad científica. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 22, 9-35.
- Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. *España: Universidad de Granada*. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\\_teoricos/perspectiva\\_ddm.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf).
- Godino, J. D., & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Educación matemática*, 12(01), 70-92.
- Goizueta, M., & Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 31(1). 61-78
- Gómez, J. (2007). *La Matemática Reflejo De La Realidad. La Modelización Matemática Como Herramienta Para La Enseñanza: Aprendizaje De Las Matemáticas*. España: FISEM.
- Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries*. Boston: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9>
- Hernández, R., Fernández, C., & Batista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México DF: Mc Gray Hill.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp. 229–269). Londres: Routledge
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60–82. doi:10.1016/j.jmathb.2007.02.001

- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. United Kingdom: Cambridge university press.
- Lee, C. (2009). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Lesh, R. E., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113–42. doi: 10.1007/BF02655885.
- Michaels, S., O'Connor, C., & Resnick, L. B. (2008). Deliberative discourse idealized and realized: Accountable talk in the classroom and in civic life. *Studies in philosophy and education*, 27(4), 283-297.
- Ministerio de Educación de Chile. (2012). Decreto no. 439. Establece bases curriculares para la educación básica en asignatura que indica. Publicado en Diario Oficial de la República de Chile, del 28 de enero del 2012. Recuperado <http://bcn.cl/2k3zp>
- MINEDUC. (2013). *Bases Curriculares 2013: Matemática 7° básico a 2° medio*. Impresos Universitaria Santiago.
- MINEDUC. (2016a). *Desarrollo de habilidades: Aprender a pensar matemáticamente. Habilidad de argumentar y comunicar*. Unidad de Currículum y Evaluación y Profesionales del Nivel de Educación Media de la División de Educación General.  
<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/2436/mono-1036.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- MINEDUC. (2016b). *Desarrollo de habilidades: Aprender a pensar matemáticamente. Habilidad de modelamiento matemático*. Unidad de Currículum y Evaluación y Profesionales del Nivel de Educación Media de la División de Educación

- General. <https://media.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/28/2016/09/2-habilidad-de-modelamiento-web.pdf>
- Muñoz, P., & Muñoz, I. (2001). Intervención en la familia: Estudio de casos. *Modelos de investigación cualitativa en educación social y animación sociocultural*, 221-254.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston: Autor.
- Niss, M. (1989). Aims and scope of applications and modelling in mathematics curricula. *Applications and modelling in learning and teaching mathematics*, 22-31.
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 43–59). Berlín: Springer.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, Matemáticas y Ciencias*. Paris, Francia: Autor. Recuperado de [https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework\\_PRELIMINARY%20version\\_SPANISH.pdf](https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework_PRELIMINARY%20version_SPANISH.pdf)
- Ortiz, A. y Ulloa, R. (2019). Promover la argumentación sobre las regularidades en la multiplicación por cero y uno. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (85), 13–20. Recuperado de <https://www.grao.com/es/producto/promover-la-argumentacion-sobre-las-regularidades-en-la-multiplicacion-por-cero-y-uno-un08596503>
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*.

- Pimm, D. (2019). *Routledge Revivals: Speaking Mathematically (1987): Communication in Mathematics Classrooms* (Vol. 4). Routledge.
- Rodriguez, R. (2016). *13th International Congress on Mathematical Education*.
- Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: An ideology, a way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 25-41.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: Un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 13-66.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: NCTM.
- Sol, M., Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Trayectorias modelizadoras en la ESO. *Modelling in Science Education and Learning*, 4, 329-343.
- Solar, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista colombiana de educación*, 74, 155-176.
- Solar, H. y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092–1112. doi:10.1590/1980-4415v30n56a13
- Solar, H., Goizueta, M., Howard, S., & Rojas, F. (2017). La argumentación en el aula matemática. *Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 78, 49-55.
- Solar, H., Treviño, E., San Martín, E., & Ayala, P. (2017). Modelo de apoyo para el desarrollo profesional docente para estructuras de gobierno municipal y Servicios Locales de Educación (SLE). En *Propuestas para Chile Concurso Políticas Públicas 2017*.
- Solar, H., Ortiz, A., Deulofeu, J. & Ulloa, R. (2020). Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms. *International*

*Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–29.

doi:10.1080/0020739x.2020.1733686

Stake, R. E. (1999). Investigación con estudio de casos (R. Filella, trad.). *Madrid: Ediciones Morata*.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, 10(4), 313-340.

Stillman, G. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. En *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 165-180). Boston: Springer.

UNESCO. (2005). *Guidelines for inclusion: Ensuring access to education for all*. Paris: Autor. Recuperado de <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000140224>.

Van Eemeren, F. H., Grootendorst, R., Henkemans, F. S., Blair, J. A., Johnson, R. H., Krabbe, E. C. W., Plantin, C., Walton, D. N., & Willard, C. A. (1996). *Fundamentals of argumentation theory: A handbook of historical backgrounds and contemporary developments*. Hillsdale, NJ, US. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. [http://dx. doi. org/10.2307/358423](http://dx.doi.org/10.2307/358423).

Vanegas Y., D'Ambrosio, U., & Giménez J. (2019). Discurso docente y prácticas matemáticas democráticas en la clase de matemáticas. *Journal of Research in Mathematics Education*, 8 (2), 139-165.

Vygotsky, L. S. (1978). Socio-cultural theory. *Mind in society*, 52-58.

Weston, A. (2011). *Las Claves de la Argumentación* (4ta ed.). Barcelona: Editorial Ariel.

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 423-440.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 458-477.

## ANEXOS

### Anexo 1: Descripción de actividad de Carol.

Cada grupo dispone de una caja de cubos multibase y un auto que estará en la mesa de la profesora y no podrán mover de ahí. Cada grupo construirá su garage con los cubos conectados. Pueden ir una vez a la mesa de la profesora a tomar información. Una vez terminado su garage lo presentan mediante un dibujo.

Validan su trabajo, comprobando si su garage es adecuado para el auto. Evalúan los distintos modelos, determinando cuál es el más pertinente.

### Anexo 2: Descripción de actividad de María.

#### Celebración de cumpleaños 4ºB

En el curso hay estudiantes que ya han estado de cumpleaños. A algunos se les cantó en el colegio, pero a otros no se pudo, porque fue fin de semana o antes de entrar a clases. Antes de salir de vacaciones de invierno, celebraremos **los cumpleaños del primer semestre** del curso con una convivencia.

Para esto juntaremos una cuota de \$500 por niño/a. Con el total de dinero reunido se comprará la comida y los bebestibles en el supermercado que está cerca del colegio.

Tenemos que usar el dinero de la forma **más conveniente** posible, por lo que antes de ir a comprar, debemos tener un plan diseñado o **presupuesto**.

Con tu equipo debes pensar qué te gustaría que haya en la convivencia. Luego observar el catálogo, comparar los precios y seleccionar lo que debemos comprar según el criterio que ustedes definan.

Ej: Productos más saludables – productos más económicos – productos más convenientes – productos por mayor cantidad – productos más sabrosos – etc.

**La propuesta más conveniente, según el curso, será la que elijamos para realizar la celebración.**

#### Actividad

1. Determinen cuánto dinero tienen en total para gastar. Recuerden que al diseñar el presupuesto, no pueden pasarse de ese total.

R: \_\_\_\_\_

---

2. Observen el catálogo de precios en conjunto. Determinen qué criterio usarán para seleccionar los productos. El criterio puede ser por precio, por sabor, por saludable, mayor cantidad de productos, ahorrar, etc.

R: El criterio que usaremos será \_\_\_\_\_

---

3. Organicen la información de los productos seleccionados en una tabla que les ayude a determinar el presupuesto final.

Producto	Precio venta	Cantidad a comprar	Total \$ producto

---

4. ¿Cuál es el presupuesto de cumpleaños que proponen?

---

5. ¿Les sobró dinero?

---

6. ¿Cómo determinaron el presupuesto final?, ¿qué operaciones matemáticas hicieron?

<p>7. ¿Por qué el presupuesto que diseñaron ustedes es el más conveniente para nuestro curso?</p>
<p>7. Si mantuviéramos los productos a comprar, pero el supermercado cambia los precios la próxima semana. ¿Cómo incluir este cambio en el presupuesto que realizaron?</p>
<p>8. ¿En qué otras situaciones serviría hacer un presupuesto?</p>
<p>9. ¿Cómo se puede hacer un presupuesto de manera general? Explica el paso a paso</p>

### Anexo 3: Descripción de actividad de Sofía (3er año básico):

#### PASARELA PEATONAL "VALLE ALTO"



Sobre la carretera de 4 vías, que conecta Yumbel con Concepción, por la cual sólo transitan autos y camiones se construirá una nueva pasarela peatonal llamada "Valle Alto".

El ingeniero a cargo de la obra necesita ayuda para saber cómo construir la pasarela de tal modo que todos los autos y camiones que por ahí transitan puedan utilizar la carretera sin pasar a llevar la pasarela, utilizando la menor cantidad de material posible para su construcción.

#### ACTIVIDAD:

Reúnete con tu equipo de trabajo para diseñar y construir una maqueta de la pasarela "Valle Alto" con los materiales que se les entregaron, considerando como referencias las medidas del auto y del camión que están en la mesa de tu profesora.

1. ¿Cuál es la medida de su pasarela? Expliquen cómo la determinaron.
2. Comenten sus respuestas con los otros equipos y decidan cuál de todos sus procedimientos será de mayor utilidad para el ingeniero.

### Anexo 4: Exportación tablas de coocurrencias ATLAS.ti: Todos los casos

#### ATLAS.ti – COOCURRENCIA GESTIÓN ARGUMENTATIVA – ETAPA SIMPLIFICAR

	●  Mod - Prof - Simplificando... ① 22	●  Mod - Prof - Simplificando... ① 45
●  Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3 ① 5		3
●  Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4 ① 6		
●  Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5 ① 1		

**Columna [3]: Mod - Prof - Simplificando - Prof - Promueve que se considerer Linea [3]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
13:67	Carla 1.mp4	0:33:12.471	0:33:43.814	13:36	Carla 1.mp4	0:33:27.333	0:33:33.337
13:69	Carla 1.mp4	0:35:15.042	0:35:33.450	13:39	Carla 1.mp4	0:35:26.148	0:35:34.587
13:72	Carla 1.mp4	0:36:56.180	0:37:03.701	13:40	Carla 1.mp4	0:36:41.597	0:37:26.219

	Mod - Prof - Simplificando... 22	Mod - Prof - Simplificando... 45
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 3 6		
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 4 0		

	Mod - Prof - Simplificando... 22	Mod - Prof - Simplificando... 45
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3 9		
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4 3		

**ATLAS.ti – INFORME TABLAS DE COOCURRENCIA GESTIÓN ARGUMENTATIVA – ETAPA MATEMATIZAR**

	Mod - Prof - Matematizand... 5	Mod - Prof - Matematizand... 14	Mod - Prof - Matematizand... 3
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3 5	1		
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4 6			
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5 1			

	Mod - Prof - Matematizand... 5	Mod - Prof - Matematizand... 14	Mod - Prof - Matematizand... 3
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni... 6			
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni... 0			

	Mod - Prof - Matematizand... 5	Mod - Prof - Matematizand... 14	Mod - Prof - Matematizand... 3
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3 9			
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4 3			

**ATLAS.ti – INFORME TABLAS DE COOCURRENCIA GESTIÓN ARGUMENTATIVA – ETAPA TRABAJAR CON MATEMÁTICAS**

	Mod - Prof - Trabajando co... 10	Mod - Prof - Trabajando co... 40	Mod - Prof - Trabajando co... 22	Mod - Prof - Trabajando co... 1
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3 5				
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4 6				
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5 1		2		

**Columna [2]: Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Prof - Promueve la Linea [1]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
16:5	Carla 3.mp4	0:08:20.343	0:12:27.624	16:233	Carla 3.mp4	0:08:59.206	0:09:12.238
16:11	Carla 3.mp4	0:02:07.286	0:20:10.837				

	Mod - Prof - Trabajando co...	Mod - Prof - Trabajando co...	Mod - Prof - Trabajando co...	Mod - Prof - Trabajando co...
	10	40	22	1
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni...	6			1
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni...	0			

**Columna [1]: Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Prof - Promueve que se realicen cálculos y proce Linea [1]: Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
22:160	Soraya 3.mp4	0:52:48.818	0:54:13.980	22:76	Soraya 3.mp4	0:52:33.409	0:53:31.484

	Mod - Prof - Trabajando co...	Mod - Prof - Trabajando co...	Mod - Prof - Trabajando co...	Mod - Prof - Trabajando co...
	10	40	22	1
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3	9	1	2	
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4	3		2	1

**Columna [1]: Mod - Prof - Trabajando con Matematicas - Prof - Promueve discusion sobre matematicas Linea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
5:40	17:17 - 17:45	0:17:17.403	0:17:45.965	5:4	17:21 - 17:28	0:17:21.680	0:17:28.919

**Columna [2]: Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Prof - Promueve la explicitacion de etragias Linea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
16:11	Carla 3.mp4	0:02:07.286	0:20:10.837	16:235	Carla 3.mp4	0:13:28.112	0:14:40.906
16:250	Carla 3.mp4	0:13:28.570	0:16:09.446				

**Columna [2]: Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Prof - Promueve la explicitacion de etragias Linea [2]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
15:56	Carla 2 PAR...	0:37:25.860	0:37:45.027	15:66	Carla 2 PAR...	0:15:43.500	0:20:08.852
15:81	Carla 2 PAR...	0:15:36.219	0:15:43.729	15:70	Carla 2 PAR...	0:37:19.456	0:38:55.635

**Columna [1]: Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Prof - Promueve que se realicen cálculos y procedii Linea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador	Nombre	Empezar	Fin	Identificador	Nombre	Empezar	Fin
15:66	Carla 2 PAR...	0:15:43.500	0:20:08.852	15:66	Carla 2 PAR...	0:15:43.500	0:20:08.852

**ATLAS.ti – INFORME TABLAS DE COOCURRENCIA GESTIÓN ARGUMENTATIVA – ETAPA INTERPRETAR**

	Mod - Prof - Interpretando...	Mod - Prof - Interpretando...
	34	12
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3	5	2
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4	6	9
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5	1	

**Columna [2]: Mod - Prof - Interpretando - Prof - Promueve la interpretación** **Línea [1]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
7:146	Marion 3.mp4	0:17:10.154	0:17:17.045	7:36	Marion 3.mp4	0:16:45.875	0:18:41.994
7:147	Marion 3.mp4	0:17:18.021	0:17:19.045				

**Columna [9]: Mod - Prof - Interpretando - Prof - Promueve la interpretación** **Línea [5]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
22:84	Soraya 3.mp4	1:00:22.366	1:00:25.474	22:28	Soraya 3.mp4	0:10:12.844	0:11:27.401
22:139	Soraya 3.mp4	0:11:19.768	0:11:36.472	~ 22:44	Soraya 3.mp4	0:20:00.140	0:23:19.150
22:145	Soraya 3.mp4	0:21:49.693	0:21:59.264	22:51	Soraya 3.mp4	0:24:09.334	0:30:10.030
22:146	Soraya 3.mp4	0:22:00.717	0:22:50.357	22:73	Soraya 3.mp4	0:43:10.761	0:47:22.087
22:149	Soraya 3.mp4	0:24:31.488	0:25:07.507	22:91	Soraya 3.mp4	1:00:00.207	1:00:50.219
22:151	Soraya 3.mp4	0:28:46.465	0:29:02.055				
22:159	Soraya 3.mp4	0:43:54.193	0:47:21.536				
22:165	Soraya 3.mp4	0:59:49.310	1:00:11.050				
22:166	Soraya 3.mp4	1:00:34.984	1:00:40.036				

	● Mod - Prof - Interpretando... 34	● Mod - Prof - Interpretando... 12
● Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni... 6		
● Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni... 0		

	● Mod - Prof - Interpretando... 34	● Mod - Prof - Interpretando... 12
● Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3 9		
● Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4 3	1	

**Columna [1]: Mod - Prof - Interpretando - Prof - Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados e** **Línea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
15:51	Carla 2 PAR..	0:33:33.614	0:39:42.689	15:70	Carla 2 PAR..	0:37:19.456	0:38:55.635

## ATLAS.ti – INFORME TABLAS DE COOCURRENCIA GESTIÓN ARGUMENTATIVA – ETAPA VALIDAR

	Mod - Prof - Validando - Pr... 18	Mod - Prof - Validando - Pr... 9	Mod - Prof - Validando - Pr... 36
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3	4	1	1
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4			5
Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5			

### Columna [4]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve la discusion de modelos y resultados

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
7:30	Marion 3.mp4	0:18:30.908	0:18:40.988
7:148	Marion 3.mp4	0:17:24.081	0:17:28.302
7:149	Marion 3.mp4	0:17:33.807	0:17:35.008
7:150	Marion 3.mp4	0:18:12.539	0:18:14.126

### Línea [1]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3

Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
7:36	Marion 3.mp4	0:16:45.875	0:18:41.994

### Columna [1]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-vali... Línea [1]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
16:141	Carla 3.mp4	0:25:09.844	0:28:25.088

Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
16:237	Carla 3.mp4	0:25:08.160	0:28:25.223

### Columna [1]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando Línea [1]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
16:133	Carla 3.mp4	0:25:05.957	0:25:09.845

Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
16:237	Carla 3.mp4	0:25:08.160	0:28:25.223

### Columna [5]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando Línea [3]: Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
22:138	Soraya 3.mp4	0:05:20.365	0:05:42.125
22:144	Soraya 3.mp4	0:19:26.914	0:21:34.978
22:147	Soraya 3.mp4	0:22:51.814	0:23:16.519
22:150	Soraya 3.mp4	0:26:16.861	0:28:45.579
22:152	Soraya 3.mp4	0:29:03.859	0:30:07.495

Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
22:20	Soraya 3.mp4	0:05:28.048	0:07:40.814
22:44	Soraya 3.mp4	0:20:00.140	0:23:19.150
22:51	Soraya 3.mp4	0:24:09.334	0:30:10.030

	Mod - Prof - Validando - Pr... 18	Mod - Prof - Validando - Pr... 9	Mod - Prof - Validando - Pr... 36
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni...	1		3
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni...			

### Columna [1]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve la discusion de modelos y resultados

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
22:170	Soraya 3.mp4	1:05:55.473	1:06:56.487

### Línea [1]: Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 3

Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla

Identificador	Nombre	Empezar	Fin
22:99	Soraya 3.mp4	1:06:19.684	1:07:22.014

**Columna [3]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve que se evalúe el modelo/resultado con Línea [3]: Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
🎧 ~ 22:69	Soraya 3.mp4	0:40:50.209	0:40:57.864	🎧 22:40	Soraya 3.mp4	0:14:34.846	0:16:21.132
🎧 22:142	Soraya 3.mp4	0:15:47.692	0:16:06.620	🎧 ~ 22:69	Soraya 3.mp4	0:40:50.209	0:40:57.864
🎧 22:157	Soraya 3.mp4	0:41:55.235	0:42:17.211	🎧 ~ 22:70	Soraya 3.mp4	0:41:55.010	0:42:09.547

	● 🎧 Mod - Prof - Interpretando...	● 🎧 Mod - Prof - Validando - Pr...	● 🎧 Mod - Prof - Validando - Pr...	● 🎧 Mod - Prof - Validando - Pr...
	🎧 34	🎧 18	🎧 9	🎧 36
● 🎧 Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3	🎧 9	3	2	2
● 🎧 Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4	🎧 3	1		

**Columna [1]: Mod - Prof - Interpretando - Prof - Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados Línea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
🎧 15:51	Carla 2 PAR..	0:33:33.614	0:39:42.689	🎧 15:70	Carla 2 PAR..	0:37:19.456	0:38:55.635

**Columna [3]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve la discusión de modelos y resultados**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
🎧 7:30	Marion 3.mp4	0:18:30.908	0:18:40.988
🎧 7:151	Marion 3.mp4	0:18:50.232	0:18:54.425
🎧 7:152	Marion 3.mp4	0:18:57.993	0:19:38.822

**Línea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
🎧 7:37	Marion 3.mp4	0:18:30.546	0:19:49.072

**Columna [2]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-validez Línea [2]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
🎧 21:93	Soraya 2.mp4	0:55:36.876	0:56:03.813	🎧 21:93	Soraya 2.mp4	0:55:36.876	0:56:03.813
🎧 22:137	Soraya 3.mp4	0:05:08.361	0:05:16.217	🎧 22:9	Soraya 3.mp4	0:04:07.036	0:05:21.475

**Columna [2]: Mod - Prof - Validando - Prof - Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando Línea [1]: Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
🎧 22:136	Soraya 3.mp4	0:04:07.112	0:04:14.168	🎧 22:9	Soraya 3.mp4	0:04:07.036	0:05:21.475
🎧 22:138	Soraya 3.mp4	0:05:20.365	0:05:42.125				

**ATLAS.ti – INFORME TABLAS DE COOCURRENCIA GESTIÓN ARGUMENTATIVA – ETAPA ANALIZAR Y PROYECTAR**

	● 🎧 Mod - Prof - Analizando y P...	● 🎧 Mod - Prof - Analizando y P...	● 🎧 Mod - Prof - Analizando y P...	● 🎧 Mod - Prof - Analizando y P...
	🎧 10	🎧 2	🎧 6	🎧 0
● 🎧 Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 3	🎧 5			
● 🎧 Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 4	🎧 6			
● 🎧 Arg Prof - Promocion Argumentacion - Nivel 5	🎧 1			

	Mod - Prof - Analizando y P... 10	Mod - Prof - Analizando y P... 2	Mod - Prof - Analizando y P... 6	Mod - Prof - Analizando y P... 0
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni... 6	3		1	
Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Ni... 0				

**Columna [3]: Mod - Prof - Analizando y proyectando - Prof - Promueve la generalizacion de modelos Linea [2]: Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
22:171	Soraya 3.mp4	1:06:57.191	1:07:07.260	22:99	Soraya 3.mp4	1:06:19.684	1:07:22.014
22:172	Soraya 3.mp4	1:07:15.003	1:07:21.863	22:104	Soraya 3.mp4	1:09:13.399	1:09:43.274
22:173	Soraya 3.mp4	1:09:00.173	1:09:26.732				

**Columna [1]: Mod - Prof - Analizando y proyectando - Prof - Promueve que se identifiquen las fortal Linea [1]: Arg Prof - Conexion con ideas Matematicas - Nivel 3**

Buscar citas correspondientes a las columnas de la tabla				Buscar citas correspondientes a las filas de la tabla			
Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin	Identificador ▲	Nombre	Empezar	Fin
22:174	Soraya 3.mp4	1:09:27.122	1:10:05.748	22:104	Soraya 3.mp4	1:09:13.399	1:09:43.274

	Mod - Prof - Analizando y P... 10	Mod - Prof - Analizando y P... 2	Mod - Prof - Analizando y P... 6	Mod - Prof - Analizando y P... 0
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 3 9				
Arg Prof - Gestion Respuestas Incorrectas - Nivel 4 3				

## Anexo 5: Descripción de códigos Gestión Argumentativa: Arg Prof-

### Promoción de la argumentación

Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 1	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 2	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 3	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 4	Arg Prof - Promoción Argumentación - Nivel 5
El docente no promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones.  El docente no promueve que los estudiantes discutan sus distintas respuestas y posiciones.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones y que refuten las de otros.  El docente no promueve que los estudiantes discutan sus distintas respuestas y posiciones.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones y que refuten las de otros.  El docente promueve que los estudiantes discutan sus distintas respuestas y posiciones.	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas y posiciones y que refuten las de otros.  El docente promueve que los estudiantes discutan sus distintas respuestas y posiciones, y que fundamenten esta discusión.

### Gestión Respuestas Incorrectas

Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 1	Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 2	Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 3	Arg Prof - Gestión Respuestas Incorrectas - Nivel 4
El docente se limita a evaluar las respuestas incorrectas de los estudiantes sin incorporarlas a la clase.  o El docente ignora las respuestas incorrectas de los estudiantes.	El docente evalúa las respuestas incorrectas de los estudiantes guiando su discusión en clase	El docente no evalúa las respuestas incorrectas de los estudiantes y las incorpora a la discusión de la clase.  El docente no reorganiza la clase a partir de las respuestas incorrectas de los estudiantes.	El docente no evalúa las Respuestas incorrectas del estudiante y las incorpora a la discusión de la clase.  El docente reorganiza la clase a partir de las respuestas incorrectas de los estudiantes.

### Conexión con Ideas Matemáticas

Arg Prof - Conexión con ideas Matemáticas-	Arg Prof - Conexión con ideas Matemáticas –	Arg Prof - Conexión con ideas Matemáticas –	Arg Prof - Conexión con ideas Matemáticas –
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
El docente no conecta la discusión del aula con ideas matemáticas clave.	El docente conecta de manera simple la discusión del aula con ideas matemáticas clave.	El docente conecta de manera compleja la discusión del aula con ideas matemáticas clave.	El docente promueve que los estudiantes conecten la discusión del aula con ideas matemáticas clave.

## Anexo 6: Descripción de códigos Modelación

### Proceso Simplificando

Mod - Prof – Simplificando - Promueve la discusión del problema para comprenderlo	Mod - Prof – Simplificando - Promueve que se consideren acciones y caminos hacia una solución	Mod - Prof – Simplificando - Promueve el uso de sistemas de representación
El profesor promueve la discusión del problema para facilitar su comprensión o para cerciorarse de que los estudiantes lo han comprendido. Por ejemplo, dirige la conversación hacia la identificación de las condiciones iniciales bajo las cuales ha sido formulado el problema; promueve que se identifiquen restricciones, datos y variables y que se decida cuáles son relevantes y cuáles no; promueve que se identifiquen sus relaciones (e.g., cuál es la variable independiente y cuál la dependiente); solicita que los estudiantes amplíen o discutan información presentada en el problema; formula preguntas que facilitan la comprensión del problema o dirigen la atención hacia una solución. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	El profesor promueve que los estudiantes consideren acciones y caminos hacia una solución. Por ejemplo, en relación con la necesidad de considerar distintos casos; o en relación con la necesidad de dejar de lado algunas variables; o en relación con posibles vías para resolver el problema. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que utilicen sistemas de representación tales como tablas, esquemas, dibujos, símbolos o gráficas y/o que relacionen distintas representaciones. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.

### Proceso Matematizando

Mod - Prof - Matematizando - Promueve la traducción a lenguaje matemático	Mod - Prof - Matematizando - Promueve el hallazgo de una expresión matemática que representa el problema	Mod - Prof - Matematizando - Promueve que se formule el modelo matemático que han encontrado
Promueve que expresen mediante nociones matemáticas (no necesariamente formales o en la jerga de la matemática escolar) aspectos de la situación real planteada en el problema. Por ejemplo, recurriendo a representaciones (e.g., esquemas) que relacionan de manera cuantitativa las variables del problema. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve el hallazgo de relaciones matemáticas entre los datos y su representación a través de expresiones matemáticas reconocibles (en función del nivel). Como parte de esta actividad, es posible que el profesor solicite el uso de notación y lenguaje matemático (i.e. que se formalicen nociones empleadas). Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes formulen el modelo matemático encontrado. Este código pretende capturar el momento en que el profesor solicita que el modelo encontrado sea expresado or los estudiantes.

### Proceso Trabajando con matemáticas

Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve discusión sobre matemáticas	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Promueve que se realicen cálculos y procedimientos para encontrar una solución matemática	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas - Promueve que se use el modelo colocando datos para dar respuesta al problema	Mod - Prof - Trabajando con matemáticas -Promueve la explicitación de estrategias
Promueve que los estudiantes discutan sobre los conocimientos matemáticos que ponen en juego. Tal vez lo hace con el fin de aclarar/extender este conocimiento o con el fin de relacionar este conocimiento con la situación real. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se realicen estimaciones, aproximaciones y cálculos, y que se utilicen propiedades, algoritmos y procedimientos con el fin de llegar a una solución matemática a la tarea. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se utilice el modelo encontrado en el caso de la situación planteada para encontrar una solución en términos matemáticos. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se expliciten las estrategias que han utilizado para construir el modelo y que se comuniquen los cálculos, los ajustes, las regularidades, los procesos que han seguido. El profesor no necesariamente solicita que tales estrategias sean justificadas. En cambio, el foco está en que se hagan explícitas. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.

### Proceso Interpretando

---

Mod - Prof - Interpretando -Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados en términos del problema real	Mod - Prof - Interpretando -Promueve que se comunique un modelo/resultado
---	---

---

Promueve que los estudiantes interpreten el modelo y sus resultados y que presenten una solución en el contexto real. Es decir, promueve que reinterpreten las nociones y relaciones matemáticas en términos de los elementos y aspectos de la situación real. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes expliciten el modelo en términos matemáticos. Por ejemplo, que establezcan una relación que podría escribirse como una función, una ecuación, una fórmula o una gráfica. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.
---	--

---

### Proceso Validando

---

Mod - Prof - Validando -Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando pertinencia	Mod - Prof - Validando - Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no-validez de su modelo o solución y que recomienzen el ciclo	Mod - Prof - Validando - Promueve la discusión de modelos y resultados
--	--	--

---

Promueve que los estudiantes evalúen el modelo y se expresen en relación con su pertinencia en la situación real. Para ello, es posible que el profesor llame la atención sobre la adecuación o implicaciones de los resultados numéricos o que expliquen de qué manera el modelo representa cierto aspecto de la situación real. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes reflexionen sobre su modelo o solución para observar que este(a) no es válido(a), y que se recomience el ciclo (i.e. situarse en una fase previa, no necesariamente en la fase SIMPLIFICANDO). Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se discuta sobre los modelos construidos y sobre los resultados obtenidos por distintos estudiantes o grupos de estudiantes. El profesor puede promover la oposición de ideas sobre distintos modelos o resultados o la discusión de modelos y resultados equivalentes/comparables. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.
--	--	---

---

## Proceso Analizando y proyectando

---

Mod - Prof - Analizando y Proyectando - Promueve que se identifiquen las fortalezas y limitaciones del modelo	Mod - Prof - Analizando y Proyectando -Promueve la generalización de modelos y/o resultados	Mod - Prof - Analizando y Proyectando -Promueve que los estudiantes establezcan una relación entre el modelo generalizado y la situación real	Mod - Prof - Analizando y Proyectando -Solicita solución al problema con base en el modelo
Promueve que los estudiantes identifiquen las fortalezas y las limitaciones del modelo. Por ejemplo, que analicen la posibilidad de utilizarlo en condiciones similares a la situación particular propuesta. Promueve que se identifiquen limitaciones del modelo discutiendo en qué situaciones no es aplicable o las restricciones o modificaciones necesarias para poder utilizarlo. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que se generalicen modelos presentados o que se expresen de maneras más generales. Posiblemente propone para ello algunas condiciones iniciales concretas y distintas a las originales, o situaciones modificadas en sentidos particulares. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	Promueve que los estudiantes establezcan una relación entre el modelo y ciertas clases de fenómenos reales que el modelo describe. Es posible que el profesor haga esto mediante preguntas abiertas, cerradas o alusiones más o menos explícitas.	En el caso de haber llegado a un modelo generalizado, promueve que este se valide con los datos iniciales y/o con otros datos y condiciones iniciales, para llegar a una solución al problema real con base en el modelo general.

---

## **Anexo 7: TRANSCRIPCION DE EPISODIOS CASO DE CAROL**

### **Episodio: 13:36co13:67 Carol1**

Carol: ¿Cuál vamos a eliminar ahora porque no estamos de acuerdo?

Harold: El de la Doménica y el de la Sofí

Carol: ¿Son iguales ellos?

Niña2: Sí

Carol: ¿Sí?, ya. Entonces, tenemos que quedarnos con uno ¿Con cuál nos quedamos?

Harold: Con ninguno de ellos-

Carol: Y, el del Jean Paul ¿por qué no con el del Jean Paul?

Harold: El del Jean Paul si

Carol: Ya, entonces ¿con cuál nos quedamos?

Harold: ¡Con este!

### **Episodio: 13:39co13:69 Carol1**

Carol: Ya, ¿con cuál nos quedamos? Agustín.

Niña1\*: Con el de la Chía.

Carol: ¿Con el de la Chía? ¿Con cuál dices tú?

Agustín: Con el mío.

Carol: Con el tuyo, y ¿por qué no con el de la Chía?

Agustín: Es demasiado Alto.

Carol: Es demasiado alto...

### **Episodio: 13:40co13:72 Carol1**

Carol: Ya, Fernanda. No estamos de acuerdo con este, porque dicen que es muy...

Niña1: Chiquito.

Carol: Muy Chico, muy angosto. Ya, ¿cuál más eliminamos?

Agustín: Está bien la altura, pero necesita ser más ancho (hace el gesto con las manos)

Carol: Está bien la altura tú dices con el de Fernanda, pero necesitaba ser más...

Agustín: Ancho.

Carol: Ya, entonces ¿con cuál estamos de acuerdo?

Niña3: Con el de la Chía.

Carol: Ya, ¿cuál más eliminamos? ¿cuál más eliminamos?

Niña\*\*: El de la Claudia

Carol: El de la Claudia, ¿por qué eliminamos el de la Claudia?

Niña\*\*: Muy chiquito.

Carol: En que sentido es muy chico, muéstrame.

Agustín: La anchura.

Carol: La anchura, ¿Cuál es la anchura?

Niño: El ancho, necesita ser más ancho.

Carol: Necesita ser más ancho, y este no es muy ancho. Ustedes dicen.

Agustín: Esta bien la altura.

Carol: Está bien la altura, pero necesita ser más ancho.

### **Episodio: 16:233co16:5 Carol3**

Carol: Tu dibujaste nueve, nueve, nueve (se dirige a una Doménica)

Carol: y, tú Harold tienes nueve, siete, nueve.

Carol: Ahora, yo veo una diferencia entre la Doménica y tú. Mira, miremos acá.

Harold: ¿por qué?

Carol: Mira, miremos acá nueve, nueve, nueve. Y, tú tienes nueve, siete, nueve.

Doménica: Sí, porque esto tiene nueve en cada lado.

Carol: A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?

Harold: No.

Carol: ¿Por qué no?

Harold: Porque no debe contar esta, pues este (cubito) completa a esta.

Carol: Ya acá hay nueve, con esta es nueve. (se dirige a Doménica)

Carol: Ya, tú ¿dónde dices que hay nueve?

Doménica: Aquí.

Carol: Este completo es nueve. desde el negro hasta el verde. Es nueve ¿cierto?

Doménica: Sí.

Carol: Ya, y después tú dices que hay nueve acá.

Carol: Nueve también dice que hay para acá.

Harold: Pero...Este (cubito) completa a esta (columna), para que sean nueve.

Doménica: Pero es que aquí uno, dos, tres..., siete. (vuelve a contar los cubitos y obtiene 7 en lugar de los 9 que había contado en un principio)

Carol: ¿Acá hay siete?

Harold: No, está contando mal. Uno, dos..., ocho, nueve (cuenta los cubitos con el dedo).

Carol: Nueve, acá contamos nueve.

Doménica: y aquí también, pero aquí contaríamos siete.

Doménica: Pero ¡es que faltaría uno!, porque el otro día conté nueve.

Carol: Este es el mismo del otro día, tu dices que acá hay nueve, acá hay 9 y acá ¿cuántos hay Harold?

Harold: Siete.

Carol: ¿por qué siete?

Harold: Porque este (cubito), completa esta (columna). Y, entonces esto queda así.

Carol: Ya, ¿cuentas el verde de acá?

Harold: No.

Carol: ¿Por qué no cuentas el verde?

Harold: Porque está con los nueve (forma parte de otra columna, la que tiene 9 cubos).

Carol: Está con este de acá, ahí estaría ¿cierto, o no? (desarma la figura, de modo que las columnas quedan separadas)

Harold: Sí, ahí contamos nueve.

Carol: Ahí tendríamos nueve, ya ¿Dónde más hay nueve?

Harold: Acá.

Carol: Acá, ya entonces lo vamos a sacar también ahí.

Carol: Ya, entonces ¿Cuáles serían los otros, Doménica?

Doménica: Faltaría uno aquí, porque yo el otro día conté nueve.

Carol: Es el mismo del otro día.

Carol: Mire el Harold tiene siete y tú tienes nueve, ¿quién crees que tiene la razón? ¿Harold o tú? Porque es el mismo del otro día.

Niña3: Harold.

Carol: Harold, ¿Cuántos hay acá arriba Doménica)

Doménica: Siete.

Carol: Siete, y este de acá que tú cuentas es del otro lado.

### **Episodio: 16:237co16:133 Carol3**

Carol: Vamos a ver este de acá (modelo) primero, este es el de la Doménica.

Carol: Todos entraron, ¿hay alguno que podemos dejar fuera? ¿hay alguno que no haya entrado?

Alumnos: Noo

Carol: Todos entraron verdad, ¿cierto?

Carol: Pero, miren este. Este garaje, ¿estará super bien para este auto?

Alumnos: (responden a coro ¡sii! ¡noo! ¡sii! ¡noo!)

Carol: ¿por qué no, Agustín?

Agustín: Porque no es demasiado ancho.

Carol: Porque no es demasiado ancho.

Carol: A ver Agustín ven a mostrar que es lo que falta, porque yo no lo sé.

Agustín: Anchura.

Carol: Anchura y ¿cuál sería la anchura?

Agustín: Más así (hace el gesto)

Carol: Más para el lado ¿cierto?

Carol: Y ¿Por qué tú dices que a este le falta ser más ancho? ¿para qué?

Doménica: Porque así caen y no chocan las ruedas.

Carol: No chocan las ruedas, la Doménica dice que no chocan las ruedas.

Niña1\*: Porque si no se puede rajarse el auto.

Carol: Rajar el auto, se puede romper el auto.

Doménica: Sí, pero no choca.

Carol: No choca, la Doménica dice que no choca.

Agustín: En la vida real esto es un garaje así y, si no entra (el vehículo) tan bien podría rajarse.

Carol: Podría rajarse si no es muy ancho, podría irse de lado tu dices. Ya, y por qué más tú dices que no estamos de acuerdo o ¿estamos de acuerdo en que entra super bien el auto?

Alumnos: ¡Sí!, ¡está bien!, ¡está bien!

Carol: ¿Está bien, entra sumamente bien el auto?

Carol: Los autos cuando entran a un garaje ¿qué deben hacer después?

Alumnos: Cerrar la puerta del garaje.

Carol: cerrar la puerta del garaje ¿por qué deben cerrar la puerta del garaje?

Alumnos: Para que no se metan los ladrones.

Carol: Ya y cuando va manejando, ¿quién se tiene que bajar de este auto?

Alumnos: ¡El caballero!

Carol: ¡El caballero! Y acá se podrá bajar el caballero del auto sumamente bien.

Carol: por qué no Felipe-

Felipe: Porque la puerta toca.

Carol: Por qué tú crees que la puerta puede tocar.  
Alumna: Porque en la vida real si abre la puerta se choca.

### **Episodio: 16:235co16:11 Carol3**

Carol: ¿Cuál está haciendo? ¿Este de acá, este de acá o este de acá?  
Alumna1: Este.  
Carol: Este, ¿y este tiene?  
Alumna\_1: Once.  
Carol: Once para arriba  
Carol: Para el lado ¿Cuántos tiene?  
Alumna\_1: Ocho.  
Carol: uno, dos, tres... siete (enumera) ¿hasta dónde? ¿ese también lo cuentas?  
Alumna: uno, dos, tres... ocho.  
Carol: Chía mira, la compañera dice que aquí hay ocho ¿tú estás de acuerdo con ella? Carol: A ver cuéntalos.  
Chía: Uno, dos, tres... ocho.  
Carol: Ocho, ósea contamos este de acá también.  
Alumna1: este lo dejamos.  
Carol: Sí, mira ¿Cuántos tenemos acá arriba?  
Alumna1: Aquí son ocho.  
Carol: A ver.  
Alumna1: Uno, dos, tres... ocho.  
Carol: Ocho ¿Este lo cuentas? ¿Este lo cuentas, o este de a donde es?

### **Episodio: 15:66co15:66 Carol2**

Carol: A ver.  
Harold: Diez en este y diez en este.  
Carol: Ya, ¿Doméncia tú estás de acuerdo?  
Doméncia: Yo conté ocho a los lados, yo conté ocho.  
Carol: Ella Contó Ocho a los lados (se dirige a Harold)  
Harold: Entonces contó mal.  
Carol: A ver.  
Harold: Uno, dos, tres... nueve. (le da nueve y hace una mueca)  
Carol: Ya ¿cuánto cuentas tú a los lados?  
Harold: Yo conté diez a cada lado, para que sean veinte.  
Carol: Cuales son los diez (le pasa el modelo para que le muestre)  
Harold: Yo conté diez a los lados, para que sean veinte.  
Carol: Ya, Doméncia, ¿estás de acuerdo con que son diez en cada lado?  
Doméncia: No.  
Carol: Doméncia dice que no.  
Doméncia: ¿pero esos también cuentan?  
Carol: Si, esos también cuentan (se refieren a la pieza de la esquina donde se juntan las columnas).  
Doméncia: Ah, entonces serían nueve y no diez.

Carol: Da nueve dice la Doménica y no diez (se dirige a Harold).  
Carol: Donde están los nueve, a ver dile tú (se dirige a Doménica)  
Doménica: Acá (señala la columna).  
Carol: Mira, mira (le muestra a Harold, quien nota su error, pero voltea la cabeza para no mirar).

### **Episodio: 15:70co15:56 Carol2**

Carol: Tu compañera dice que son nueve para arriba, ¿contaríamos nueve también para el lado?  
Harold: No  
Carol: A ver ¿Cómo contarías tú?  
Harold: Uno, dos, tres... siete (enumera)  
Carol: hasta acá.  
Harold: Sí, hasta acá.  
Carol: ¿y por qué no hasta acá?  
Harold: Porque acá es uno y acá es otro.  
Carol: Acá es uno dice Harold, acá es otro ¿entonces hasta donde contaríamos?

## **Anexo 8: TRANSCRIPCION DE EPISODIOS CASO DE MARÍA**

### **Episodio: 7:36co7:115 María 3**

María: Ya ahora si Joan ¿Qué me estabas diciendo entonces?  
Joan: Que a lo que gastamos le restamos lo que tenemos.  
María: Ya a lo que gasté,  
Joan: Le quitamos...  
María: ¿cómo le quito? ¿Como puedo representar matemáticamente cuando quito?  
Joan: Le restamos  
María: Le resto y ¿qué obtendría?  
Joan: Lo que nos sobra  
María: O sea el ¿DS? (dinero sobrante)  
María: Ya, esa es la propuesta del grupo de Joan del grupo seis.  
María: ¿Hay alguien que tenga una propuesta distinta?

### **Episodio: 7:36co7:146 María3**

María: Ya, esa es la propuesta del grupo de Joan del grupo seis.  
María: ¿Hay alguien que tenga una propuesta distinta?  
María: ¿Floo?  
Florencia: Que, al dinero disponible le restamos el dinero que voy a gastar.  
María: Que al dinero disponible le restamos el dinero que voy a gastar, ¿eso? ¿Y que obtendría si hago eso?  
Florencia: El dinero que sobra

### **Episodio: 7:36co7:30 María3**

María: A ver, levantando la mano ¿es prácticamente lo mismo o no es lo mismo?

Andrea: Sí, porque vamos a cambiar la posición de DD (dinero disponible).

María: ¿Cómo lo hicieron? A ver, veamos que dice la floo.

Florencia: Es que yo lo hice así porque a lo que gastaron, que es \$15.240, no se le puede restar \$17.500 porque es un número mayor el \$17.500. Así que no se puede restar el \$15.200, porque el número que le vamos a restar es mayor.

Andrea: Esta bien, pero es como una propuesta distinta, solo cambia las posiciones.

María: ¿Entonces? ¿qué piensas?

Andrea: Tiene Florencia un poquito de razón, porque le puede restar a un número menor uno mayor. Entonces, es prácticamente lo mismo, pero le cambiamos de posiciones.

María: ¿Es lo mismo? Estás de acuerdo con Florencia, pero piensas que es lo mismo ¿y, entonces en qué parte estás de acuerdo con la floo?

### **Episodio: 5:4co5:40 María1**

María: Ya, bebidas ¿una bebida de tres litros para todo el curso?

Alumna: ¡Dos!, dos bebidas de tres litros.

María: ¿Dos? ¿Con dos bebidas alcanzará para todo el curso?

Alumna 2: Tres.

Alumna 3: Es que sobran.

María: A ver, con una botella de tres litros ¿Cuántos vasos alcanzan?

### **Episodio: 7:37co30:151 María3**

María: ¿Es lo mismo? Estás de acuerdo con Florencia, pero piensas que es lo mismo ¿y, entonces en qué parte estás de acuerdo con la floo?

Andrea: Estoy de acuerdo con Florencia en que un número que es menos no se le puede restar otro que, es más.

María: Ya, Joan ¿Qué piensas tú? ¿Qué piensas de lo que dice la floo o la Andrea?

Joan: Las dos están bien.

María: ¿las dos están bien?

María: ¿las dos fórmulas servirían?

María: Ya, ¿quién más piensa que es lo mismo restar el dinero que quiero gastar en todos los productos menos el dinero que juntó todo el curso, es decir el dinero disponible?

María: Que eso es lo mismo que el dinero disponible, todo lo que tiene el curso le resto lo que voy a gastar.

María: ¿Quién piensa que es lo mismo? ¿quién piensa que es distinto?

## **Anexo 9: TRANSCRIPCION DE EPISODIOS CASO DE SOFÍA**

### **Episodio: 22:51co22:149 Sofía3**

Sofía: Si pasan 4 más 1 auto serían 5 vías

Verónica: No se puede

Sofía: ¿Por qué no se puede?

Verónica: Porque si nos damos cuenta de que solamente pueden pasar en esas cuatro vías, 2 buses y 2 autos, y los buses son más grandes que los autos. Entonces no podríamos.

### **Episodio: 22:91co22:165 Sofía3**

Sofía: Tenemos acá el de las compañeras, que las compañeras sumaron y verónica me dice “miss tengo una duda, no sé si 80 o 56” ¿por qué estabas en la duda verónica?

Verónica: Porque cuando contamos los bloques eran 56 y yo sumé  $24 + 24 + 16 + 16$ , más otro resultado y me dio 80.

Sofía: ¿qué creen ahí que sucedió con la verónica? ¿qué pasó?

Niña: Profe es que primero dieron que habían puesto ese 24 abajo porque creían que lo de arriba estaba abajo igual.

Sofía: Entonces, ¿tú dices que se están sumando dos veces la misma cosa?

Verónica: Miss, lo de abajo no se contaría porque sería solamente una fila de 24 y no dos de 24.

### **Episodio: 22:20co22:138 Sofía3**

Sofía: Ahora, los compañeros dijeron que utilizaron un total de 40 piezas ¿creen ustedes que su modelo es el adecuado para mostrárselo al ingeniero?

Alumnos: No

Sofía: ¿Por qué no? ¿Por qué creen que no es el adecuado?

### **Episodio: 22:9co22:136 Sofía**

Sofía: Ya escucharon lo que dijo lucas, lucas lo había cerrado y dijo que por el medio iban a pasar los autos y los buses ¿puedo hacer una pasarela así?

Niños: No

Victoria: No, no se puede hacer una pasarela así. Porque la profesora dijo que teníamos que hacer pasar cuatro y el bus es muy ancho.

Benjamín: Por ahí solo puede caber una moto

Sofía: Escucharon lo que dijo el benja, que por ahí solo puede caer una moto.

### **Episodio: 21:93co21:93 Sofía2**

Sofía: Cuando tu mamá va manejando hacia Los Ángeles, cierto. Tu mamá va hacia Los Ángeles y viene una pasarela ¿se juntan todos los autos en una fila y luego vuelven a abrirse? O ¿siguen pasando normal?  
Sofía: ¿Siguen pasando normal o no Nacho?

### **Episodio: 22:76co22:160 Sofía3**

Sofía: Tenemos que ver algo. Comprobamos cada uno de los modelos, los cinco modelos.  
Sofía: Hay algunos que quedaban muy angostos, otros muy bajos, otros muy altos y había otro que estaba ancho.  
Sofía: Pero ahora yo necesito saber. Pensemos que los bloques son bloques de cemento que necesita el ingeniero.  
Sofía: Y yo necesito saber cuántos. Porque yo voy a ir donde el con la mejor propuesta y le voy a decir “mi curso dice que usted necesita todo este material”.  
Sofía: Yo no le voy a decir necesita 10 hacia arriba y 17 hacia el lado, yo necesito decirle la cantidad exacta, ¿cómo le puedo dar la cantidad exacta de cada uno de los modelos?  
Victoria: Yo sé.  
Sofía: ¿Cómo?  
Victoria: Sumando.  
Sofía: ¡Sumando! Entonces por cada grupo yo los voy a mandar acá a la pizarra a que sumen, para que me digan cuanto van a necesitar.

### **Episodio: 22:69co22:69 Sofía3**

Sofía: Pero fíjense en los números, miren ¿si en el de los compañeros con 22 cabe? ¿en el de 24 caben o no?

### **Episodio: 22:70co22:157 Sofía3**

Sofía: Mira consulta, si en el tuyo cuantos ¿bloques necesitaba?  
Sofía: veintidós y ¿cabían los cuatro buses?  
Benjamín: Sí.  
Sofía: Ellas ¿cuántos ocuparon?  
Sofía: 24 ¿cabén los cuatro entonces?  
Benjamín: Sí, pero caben más de cuatro.

### **Episodio: 22:99co22:170 Sofía3**

Sofía: Medir su alto y su ancho, eso me suena conocido. El alto y el ancho ¿Qué hacíamos nosotros con el alto y el ancho? ¿qué calculábamos?  
Estudiantes: El perímetro  
Sofía: ¿qué cosa?  
Estudiantes: El perímetro  
Sofía: y acá si yo miro esto ¿se parece al perímetro de alguna figura? ¿si o no?  
Sofía: y si yo sumé 19 más 15 más 19, ¿qué calculé?

Estudiantes: El perímetro

Sofía: ¿el perímetro de qué?

### **Episodio: 22:99co22:171 Sofía3**

Sofía: Ahora, ¿cómo poder saber que pasarela está correcta o qué pasarela es la más cercana a lo correcto?

Sofía: Qué tendría que hacer yo

Victoria: Medir los autos.

Sofía: Medir los autos verdad, como dice victoria para poder comprobar.

### **Episodio: 22:104co22:173 Sofía3**

Sofía: Con lo que me dijeron del perímetro. Que es lo que realmente andaba buscando con este problema, que nosotros pudiésemos calcular el perímetro.

Sofía: Si yo les hubiese dicho a ustedes ¡Chicos, clase de perímetro! ¿qué habrían dicho ustedes?

Sofía: Ah ¡qué fome!, pero al plantearles el problema de la pasarela y los bloques ustedes calcularon el perímetro sin darse cuenta.

Sofía: Obviamente a todos nos dieron medidas diferentes, porque yo a nadie le di las medidas de los autos. A nadie le dije ¿qué pasa si es que pasan cuatro buses al mismo tiempo?

Sofía: ¿eso a quién se le ocurrió? ¡A ustedes!

Sofía: Ustedes dijeron, son cuatro buses ¿pueden pasar?



**MAGISTER EN PSICOPEDAGOGÍA Y EDUCACIÓN ESPECIAL**

**PAUTA EVALUACIÓN TESIS MAGÍSTER EN PSICOPEDAGOGÍA Y EDUCACIÓN ESPECIAL**

<b>Título de la Tesis: Gestión en tareas matemáticas de modelación: estudio de caso</b>	
Autor(a)	Jonathan Pérez Astorga
Director de Tesis	Andrés Ortiz Jiménez
Programa	<b>Magíster en Psicopedagogía y Educación Especial</b>
Nombre del Evaluador	Carmen Cecilia Espinoza Melo

**Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.**

**1. De los Aspectos Formales (10%)**

Indicadores	Nota
1. Presentación de la Tesis de acuerdo a formato oficial	70
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	70
3. Resumen (en español e inglés)	70
4. Correcto uso de ortografía	65
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	68
6. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 6Th Edition.	70
<b>Promedio</b>	6,9

**2. De la Formulación del Problema (20%)**

Indicadores	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes contextuales, teóricos y empíricos	66
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio	66
3. Formulación de la interrogante de investigación	66
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de la disciplina	66
5. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	66
<b>Promedio</b>	6,6

**3. Del Marco Teórico (20%)**

Indicadores	Nota
1. Antecedentes teóricos : presentación ordenada y coherente de los capítulos, apartados y sub apartados teóricos que sustentan la investigación	70
2. Aproximación al estado de arte de la problemática de investigación	70
3. Pertinencia, relevancia y actualización de las fuentes de referencia para la investigación	70
<b>Promedio</b>	70



**4. Del Marco Metodológico (20%)**

Indicadores	Nota
1.Paradigma y Enfoque de la investigación	70
2.Diseño de la investigación: operacionalización de la investigación en fases	70
3. Muestra o Participantes	70
4. Estrategias, técnicas e instrumentos de recogida de datos	70
5. Estrategias de análisis de datos	70
6. Criterios de rigor científico	70
<b>Promedio</b>	<b>70</b>

**5. De los Resultados (20%)**

Indicadores	Nota
1. Presentación de resultados de forma clara y sintética	65
2. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	65
3. Tablas, figuras o gráficos bien contruidos	65
<b>Promedio</b>	<b>65</b>

**6. De las Conclusiones, Discusión y Proyecciones (10%)**

Indicadores	Nota
1. Conclusiones respecto de los objetivos propuestos	65
2. Discusión de resultados, según el marco teórico referencial y el estado del arte	65
3. Limitaciones y proyecciones del estudio	65
<b>Promedio</b>	<b>65</b>

**Observaciones:**

**Muy buen trabajo.**  
**Revisar la redacción en el escrito.**  
**En el capítulo de las conclusiones dar respuesta a cada objetivo específico y objetivo general de la investigación para que ayude a la lectura.**



**Calificación Final**

	Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)	Porcentaje	Ponderación
1.Aspectos Formales	6,9	10%	0,69
2.Formulación	6,6	20%	1,32
3. Marco Teórico	7,0	20%	1,4
4.Marco Metodológico	7,0	20%	1,4
5.Resultados	6,5	20%	1,3
6.Conclusiones y Discusión	6,5	10%	0,65
<b>Calificación Final</b>		6,76	

**Dra. Carmen Cecilia Espinoza Melo**  
**NOMBRE Y FIRMA**

**FECHA 29 de marzo 2021.**



## MAGISTER EN PSICOPEDAGOGÍA Y EDUCACIÓN ESPECIAL

### PAUTA EVALUACIÓN TESIS MAGÍSTER EN PSICOPEDAGOGÍA Y EDUCACIÓN ESPECIAL- PROFESOR INFORMANTE-

**Título de la Tesis:** Gestión argumentativa en tareas matemáticas de modelación: estudio de casos

Autor	Jonathan Pérez Astorga
Director de Tesis	Andrés Ortiz Jiménez
Programa	<b>Magíster en Psicopedagogía y Educación Especial</b>
Nombre del Evaluador	Horacio Solar

Nota: Evalúe de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

#### 1. De los Aspectos Formales (10%)

Indicadores	Nota
1. Presentación de la Tesis de acuerdo a formato oficial	7
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	7
3. Resumen (en español e inglés)	7
4. Correcto uso de ortografía	7
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	7
6. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 6Th Edition.	6,5
<b>Promedio</b>	<b>6,9</b>

#### 2. De la Formulación del Problema (20%)

Indicadores	Nota
1. Construcción del objeto de estudio a partir de la presentación de antecedentes contextuales, teóricos y empíricos	7
2. Supuestos o hipótesis de trabajo en correspondencia con el objeto de estudio	7
3. Formulación de la interrogante de investigación	7
4. Relevancia del problema de investigación en el contexto de la disciplina	7
5. Objetivos formulados con claridad y coherentes con el problema y el objeto de estudio.	7
<b>Promedio</b>	<b>7</b>



### 3. Del Marco Teórico (20%)

Indicadores	Nota
1. Antecedentes teóricos : presentación ordenada y coherente de los capítulos, apartados y sub apartados teóricos que sustentan la investigación	7
2. Aproximación al estado de arte de la problemática de investigación	7
3. Pertinencia, relevancia y actualización de las fuentes de referencia para la investigación	7
<b>Promedio</b>	<b>7</b>

### 4. Del Marco Metodológico (20%)

Indicadores	Nota
1. Paradigma y Enfoque de la investigación	7
2. Diseño de la investigación:	7
3. Muestra o Participantes	7
4. Estrategias, técnicas e instrumentos de recogida de datos	7
5. Estrategias de análisis	7
6. Criterios de rigor científico	6,5
<b>Promedio</b>	<b>6,9</b>

### 5. De los Resultados (20%)

Indicadores	Nota
1. Presentación de resultados de forma clara y sintética	6,5
2. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	6,5
3. Tablas, figuras o gráficos bien contruidos	6,5
<b>Promedio</b>	<b>6,5</b>

### 6. De las Conclusiones, Discusión y Proyecciones (10%)

Indicadores	Nota
1. Conclusiones respecto de los objetivos propuestos	6,5
2. Discusión de resultados, según el marco teórico referencial y el estado del arte	6,5
3. Limitaciones del estudio	6
4. Proyecciones del estudio	5
<b>Promedio</b>	<b>6</b>



#### Observaciones:

La tesis "Gestión argumentativa en tareas matemáticas de modelación: estudio de casos" presentada por el estudiante Jonathan Pérez tiene como propósito caracterizar la gestión de 3 profesoras de enseñanza básica que han sido formados para promover la modelación por medio de la argumentación en el aula de matemáticas.

Para ello, el estudiante es capaz de presentar una problemática relevante, en que relaciona la argumentación con la inclusión, enmarcando el proyecto dentro de las líneas del propio programa de magister.

El marco teórico presentado es apropiado y actualizado para analizar los datos presentados

El diseño metodológico es claro, y contiene todos los aspectos que permiten entender como se diseño el proyecto: participantes, instrumentos de investigación y estrategias metodológicas. Hay algunos aspectos a mejorar que se detallan en las "observaciones"

El análisis y resultados son muy completos, con un uso metódico y consistente en las estrategia de análisis que se logra encontrar resultados que son relevantes. En las observaciones se presentan sugerencias para justificar algunos de los hallazgos encontrados

Las conclusiones son coherentes con los objetivos, se presentan una discusión relevante contrastando los resultados con la literatura en el área. En las observaciones se presentan algunas sugerencias para pulir la discusión. Las Proyecciones requieren más desarrollo.

#### Observaciones

-En cuanto a aspectos formales, se requiere homogenizar nombres de los casos, Ejemplo: en algunos pasajes aparece Carla en vez de Carol", Del mismo modo Soraya en vez de Sofía.

- Bien por el uso de un software en las referencias. Se requiere revisar algunas referencias.

-Pag 61. No es claro cuáles son criterios para seleccionar los episodios representativos

- En el análisis queda la duda de la relevancia de la categoría "Conexión con ideas matemáticas claves" ya que no se alcanza a apreciar resultados relevantes en esta categoría.

- Pag 71. Análisis tabla 34 y tabla 35. si bien se desencadena la confrontación de posturas, no se aprecia el seguimiento de la discusión. Ello es clave para analizar la interacción argumentativa entre los estudiantes

-Pag 73: apartado 5.2.2 Para caracterizar el caso de Carol, hubiera sido deseable citar ejemplos/evidencias para justificar el análisis

-pag 78: Se sugiere utilizar fragmentos de transcripciones de la clase Carol para dar evidencia del análisis

-pag 94: revisar discusión de resultados artículo de Dede (2019), ya que el contexto de participantes de esa investigación es con profesores en formación y por tanto puede ser no pertinente comparar la actividad de modelación de esos participantes con el desarrollo de modelación en el aula de matemáticas escolar de enseñanza básica.

-pag 95: señalar con que se pretende triangular los datos obtenidos.. ¿con entrevistas?



**Calificación Final**

	<b>Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)</b>	<b>Porcentaje</b>	<b>Ponderación</b>
<b>1.Aspectos Formales</b>	6,9	10%	0,69
<b>2. Formulación del Problema</b>	7	20%	1,4
<b>3. Marco Teórico</b>	7	20%	1,4
<b>4.Marco Metodológico</b>	6,9	20%	1,38
<b>5.Resultados</b>	6,5	20%	1,3
<b>6.Conclusiones y Discusión</b>	6	10%	0,6
	<b>Calificación Final</b>		<b>6,77</b>

Dr. Horacio Solar  
Departamento de Didáctica  
Facultad de Educación  
PUC  
e-mail: hsolar@uc.cl

Santiago, 22-03-2021