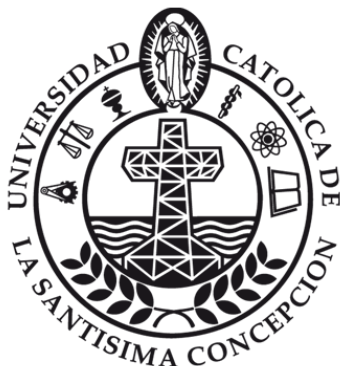


UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN



**IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA
PROMOVER LA HABILIDAD DE REPRESENTACIÓN EN
MATEMÁTICA: INCLUYENDO LA TECNOLOGÍAS EN EL AULA**

POR:

FRANCISCO JAVIER GUANTECURA ACUÑA

**PROYECTO DE INTERVENCIÓN PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL AULA**

DIRECTOR DE PROYECTO:

Ph.D. HERNÁN MORALES PAREDES

CONCEPCIÓN, CHILE

2023



AGRADECIMIENTOS

A Dios que me permitió seguir y no desistir en este proceso.

A Mi director guía Hernán Morales por su paciencia y compromiso.

A Mis compañeros de generación, y en particular a Jessica y Manuel por su gran cobijo.

A la profesora que puso a disposición su tiempo para llevar a cabo este proyecto ML.

Agradecido de corazón.

DEDICATORIA

A mi madre, que le debo todo.



ÍNDICE

RESUMEN 15

INTRODUCCIÓN..... 17

CAPÍTULO I: SITUACIÓN PROBLEMÁTICA Y ANTECEDENTES..... 20

1.1 Presentación de la situación problemática 21

1.2 Justificación de la situación problemática 23

1.3 Antecedentes teóricos y contextuales del problema 26

1.3.1 Duval y los registros de representaciones semióticas 26

1.3.2 El Modelo del conocimiento del contenido tecnológico pedagógico 30

1.3.3 Espacio de trabajo matemático 34

1.3.3.1 El ETM y los planos verticales 37

1.3.3.2 La fibración y los movimientos en el plano y las componentes del ETM..... 37

1.3.3.3 Relación entre el ETM y las competencias..... 41

1.3.4 Las habilidades en el currículum escolar 42

1.3.4.1 Habilidad de representación 42

1.3.4.2 Habilidades digitales 43

1.3.5 Variable aleatoria finita en el currículum nacional: 2do año medio 46

1.3.6 El recuerdo tecnológico de GeoGebra 49

1.4 Árbol del problema 51

CAPÍTULO II: ESTRUCTURACIÓN DEL DIAGNÓSTICO DE LAS CAUSAS Y CONTEXTO 52

2.1 Caracterización de la institución educativa y antecedentes 53

2.2 Plan para recolección de información respecto a las causas 54



2.3 Técnicas de recolección de información: elección y justificación	55
2.3.1 Entrevista semiestructurada	55
2.3.2 Encuesta	56
2.3.3 Grabación de clase	57
2.4 Instrumentos de recolección de información y protocolos: construcción y justificación	57
2.4.1 Cuestionario de encuesta	58
2.4.2 Cuestionario de entrevista	59
2.4.3 Instrumento para la grabación de clases	60
2.5 Validación de instrumentos	61
2.6 Organización de la aplicación del diagnóstico	62
2.7 Carta Gantt de la aplicación del diagnóstico	64
CAPÍTULO III: APLICACIÓN, ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO	65
3.1 Descripción de la aplicación del diagnóstico	66
3.1.1 Descripción de la entrevista semiestructurada	67
3.1.2 Descripción del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria	68
3.1.3 Descripción del diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos	72
3.1.4 Descripción de la grabación de la clase	74
3.2 Análisis de la aplicación del diagnóstico	75
3.2.1 Análisis de la entrevista semiestructurada	75
3.2.2 Análisis del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria	91
3.2.3 Análisis del diagnóstico disciplinar del uso de recursos tecnológicos	98
3.2.4 Análisis de la grabación de la clase 1	104



3.2.4.1	Análisis mediante el ETM de la clase 1	105
3.2.4.1.1	Clase 1 Análisis específico.....	111
3.2.4.2	Análisis de errores de la clase 1.....	119
3.3	Resultados generales del diagnóstico.....	122
3.3.1	Resultados generales de la entrevista semiestructurada	122
3.3.2	Resultados generales del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria	122
3.3.3	Resultados generales del diagnóstico del dominio de recursos tecnológicos.....	123
3.3.4	Resultados generales del análisis de la clase 1	124
3.3.4.1	Resultados análisis ETM	124
3.3.4.2	Resultados análisis de errores	124
3.3.5	Resultados generales divididos por causas.....	125
3.4	Interpretación de las causas del diagnóstico.....	125
CAPÍTULO IV: FORMULACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA.....		128
4.1	Objetivos del proyecto	129
4.1.1	Objetivos general.....	129
4.1.2	Objetivos específicos	129
4.2	Árbol de objetivos.....	131
4.3	Objetivos de indagación.....	132
4.4	Objetivos de la construcción de la propuesta	132
4.5	Árbol de soluciones.....	133
4.6	Diseño de la matriz de marco lógico	135
4.7	Carta Gantt de la aplicación del proyecto	141



CAPÍTULO V: ACTIVIDADES, ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN 141

5.1 Descripción de las capacitaciones 143

5.1.1 Descripción de la capacitación A1 143

5.1.2 Descripción de la capacitación A2 148

5.1.3 Descripción de la capacitación A3 151

5.2 Análisis de la aplicación del proyecto 155

5.2.1 Análisis de clases 155

5.2.1.1 Análisis según el ETM 155

5.2.1.1.1 Análisis mediante ETM de la clase 2 155

5.2.1.1.1.1 Clase 2 análisis específico 162

5.2.1.1.2 Análisis mediante ETM de la clase 3 169

5.2.1.1.2.1 Clase 3 análisis específico 180

5.2.1.2 Análisis de errores de la clase 2 y 3 184

5.2.2 Análisis de diseño de actividades 185

5.2.2.1 Análisis de representación 185

5.2.2.1.1 Análisis específico de las actividades 194

5.2.2.2 Análisis de niveles de GeoGebra 197

5.2.2.2.1 Análisis específico de las construcciones 204

5.2.3 Análisis cuestionario de variable aleatoria de salida 206

5.2.4 Análisis de la entrevista de salida 215

5.2.4.1 Análisis de la entrevista de salida respecto de las habilidades digitales 215

5.2.4.2 Análisis de la entrevista de salida respecto de la habilidades de representación 217



5.3 Resultados de la aplicación del proyecto.....	221
5.3.1 Resultados del análisis de las clases	221
5.3.1.1 Resultados de análisis según el ETM.....	221
5.3.1.2 Resultados del análisis de errores de las clases.....	221
5.3.2 Resultados del análisis del diseño de las actividades.....	222
5.3.2.1 Resultados del análisis de la representación	222
5.3.2.2 Resultados del análisis de los niveles de GeoGebra	224
5.3.3 Resultado del cuestionario variable aleatoria de salida.....	225
5.3.4 Resultados del análisis de entrevista la entrevista de salida.....	226
5.3.4.1 Resultados respecto de las habilidades digitales.....	226
5.3.4.2 Resultados respecto de la habilidad de representación	226
5.3.5 Resultado del proyecto según los indicadores de la matriz de marco lógico	226
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROYECCIONES	230
6.1 Conclusiones	231
6.2 Limitaciones.....	235
6.3 Proyecciones.....	235
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	237
ANEXOS	244

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Causas y técnicas asociadas	54
Tabla 2 Modelo de cuestionario de encuesta.....	59
Tabla 3 Modelo de entrevista semiestructurada	60
Tabla 4 Modelo para la validación de la entrevista semiestructurada.....	62
Tabla 5 Carta Gantt	64
Tabla 6 Formato de la entrevista semiestructurada	67
Tabla 7 Formato del cuestionario disciplinar del uso de recursos tecnológicos	72
Tabla 8 Análisis de la causa 1.1	76
Tabla 9 Análisis de la causa 1.2	79
Tabla 10 Análisis de la causa 2.1	83
Tabla 11 Síntesis de los hallazgos	87
Tabla 12 Pauta de evaluación del apartado conceptual	95
Tabla 13 Pauta de evaluación del apartado de aplicación	96
Tabla 14 Conceptos según calificación variable aleatoria	97
Tabla 15 Puntajes del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria.....	97
Tabla 16 Porcentaje de logro del diagnóstico de recursos tecnológicos según respuesta	103
Tabla 17 Conceptos según porcentaje de logro del diagnóstico de dominio recursos tecnológicos	103
Tabla 18 Porcentajes del diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos	104
Tabla 19 Significados de la interpretación del ETM.....	105
Tabla 20 Análisis del ETM de la clase 1	107
Tabla 21 Análisis de errores de la clase 1	120



Tabla 22 Resultados de la entrevista semiestructurada	122
Tabla 23 Resultados del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria.....	123
Tabla 24 Resultado del diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos	123
Tabla 25 Resultados del diagnóstico	125
Tabla 26 Matriz de marco lógico	135
Tabla 27 Carta Gantt de la aplicación del proyecto	141
Tabla 28 Contenidos trabajos en A1	144
Tabla 29 Contenidos trabajados en A3.....	151
Tabla 30 Análisis del ETM de la clase 2.....	156
Tabla 31 Análisis del ETM de la clase 3.....	170
Tabla 32 Análisis de errores de la clase 2 y 3	184
Tabla 33 Rúbrica de representación	185
Tabla 34 Puntaje asociado al criterio	186
Tabla 35 Actividades diseñadas para promover la habilidad de representación.....	187
Tabla 36 Resumen del análisis de las actividades de representación.....	197
Tabla 37 Rúbrica niveles de GeoGebra.....	198
Tabla 38 Construcciones en GeoGebra	199
Tabla 39 Resumen del análisis de las construcciones	205
Tabla 40 Puntaje del cuestionario de salida de variable aleatoria.....	214
Tabla 41 Análisis de las habilidades digitales en la entrevista de salida	215
Tabla 42 Análisis de la habilidad de representación en la entrevista de salida.....	217
Tabla 43 Porcentaje de logro de las actividades de representación	223



Tabla 44 Matriz de logros 229

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Ejemplo de tratamiento..... 27

Figura 2 Ejemplo de conversión 27

Figura 3 Conversiones y tratamientos del concepto de función lineal..... 29

Figura 4 El marco TPACK y saberes que la componen..... 31

Figura 5 Organización del ETM 35

Figura 6 Fibración tipo 1 38

Figura 7 Fibración tipo 2..... 39

Figura 8 Fibración tipo 3..... 40

Figura 9 Competencias en el ETM..... 41

Figura 10 Representación pictórica y simbólica de la función seno y un punto en GeoGebra..... 49

Figura 11 Árbol del problema 51

Figura 12 Ciclo de la organización del diagnóstico 63

Figura 13 Formato del cuestionario disciplinar de variable aleatoria 69

Figura 14 Respuestas del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria..... 91

Figura 15 Respuestas del diagnóstico disciplinar del uso de recursos tecnológicos..... 99

Figura 16 IC1 111

Figura 17 D1C1 112

Figura 18 C2C1 113

Figura 19 D4C1 114

Figura 20 D5C1 115

Figura 21 D6C1 115



Figura 22 D7C1	116
Figura 23 D8C1	117
Figura 24 D9C1	118
Figura 25 ETM de la clase 1	119
Figura 26 Error 3C1	121
Figura 27 Error 4C1	121
Figura 28 Error 5C1	121
Figura 29 Árbol de objetivos.....	131
Figura 30 Árbol de soluciones	133
Figura 31 Conversión 1.A.1	145
Figura 32 Tratamiento 1.A.1	146
Figura 33 Conversión 2.A.1	147
Figura 34 Conversión 3.A.1	148
Figura 35 Actividad 1.A.2.....	150
Figura 36 Actividad 1.A.3.....	152
Figura 37 Actividad 2.A.3.....	153
Figura 38 Actividad 3.A.3.....	154
Figura 39 I1C2	163
Figura 40 D1C2.....	164
Figura 41 D2C2.....	165
Figura 42 D3C2.....	166
Figura 43 D4C2.....	167



Figura 44 C1C2	168
Figura 45 ETM de la clase 2	169
Figura 46 D1C3.....	181
Figura 47 C1C2.....	182
Figura 48 ETM de la clase 3	183
Figura 49 Error 1C2	184
Figura 50 Actividad 1.....	187
Figura 51 Actividad 2.....	188
Figura 52 Actividad 3.....	188
Figura 53 Actividad 4.....	189
Figura 54 Actividad 5.....	190
Figura 55 Actividad 6.....	191
Figura 56 Actividad 7.....	192
Figura 57 Actividad 8.....	193
Figura 58 Actividad 9.....	194
Figura 59 Construcción 1	199
Figura 60 Construcción 2.....	200
Figura 61 Construcción 3.....	200
Figura 62 Construcción 4.....	201
Figura 63 Construcción 5.....	202
Figura 64 Construcción 6.....	203
Figura 65 Construcción 7	203

Figura 66 Respuestas del cuestionario de salida de variable aleatoria.....	207
Figura 67 Transición del ETM de la profesora	221
Figura 68 Comparación del número de errores en cada clase.....	222
Figura 69 Resultados de los niveles de las construcciones	224
Figura 70 Comparativa de los cuestionarios de variable aleatoria diagnóstico y post intervención	225

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1 Juicio de expertos de la entrevista semiestructurada.....	244
Anexo 2 Juicio de expertos del contenido de variable aleatoria	249
Anexo 3 Juicio de expertos del dominio de recursos tecnológicos.....	252
Anexo 4 Antecedentes del juez experto 1	258
Anexo 5 Antecedentes del juez experto 2.....	259
Anexo 6 Antecedentes del juez experto 3.....	260
Anexo 7 Carta al director	261
Anexo 8 Consentimiento informado.....	262
Anexo 9 Transcripción de entrevista semiestructurada	265
Anexo 10 Firma y aceptación del director	277
Anexo 11 Transcripción de la clase 1	278
Anexo 12 Transcripción de la clase 2	284
Anexo 13 Transcripción de la clase 3	288
Anexo 14 Transcripción de la entrevista semiestructurada de salida	294
Anexo 15 Guía de ejercicios A1	302
Anexo 16 PowerPoint A2	305



UCSC

Anexo 17 Actividad A2317

RESUMEN

Las habilidades matemáticas presentadas en el currículum escolar chileno son en parte, las que permiten que el estudiante pueda desarrollarse de manera transversal en la sociedad y en esta área del saber. Pero en la actualidad, no basta con que con el profesor sea capaz de promover estas habilidades, juntamente con aquella labor, el currículum sugiere, sustentándose en los beneficios educativos y considerando esta la era de la digitalización, el uso de tecnologías. En este sentido, el presente proyecto de intervención reporta los resultados de una implementación que tuvo como objetivo mejorar las prácticas pedagógicas del profesor de educación media en matemática en torno al desarrollo de la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con recursos tecnológicos (GeoGebra). Se trabajó con una profesora de un colegio particular subvencionado [92% de índice de Vulnerabilidad Escolar (IVE)] de la comuna de Lota. Mediante un diagnóstico de entrada se concluyeron déficit respecto al dominio del contenido, uso del software y estrategias para desarrollar la habilidad. Posterior al diagnóstico, se diseñó e implementó una propuesta didáctico-pedagógica que fue analizada, entre otras técnicas, con el Espacio de Trabajo Matemático. Los resultados fueron en suma positivos y muestran que la profesora fue capaz de dominar el contenido disciplinar, diseñar actividades y promover la habilidad de representación con el software. Se concluye en base a los objetivos y a los indicadores de la matriz de marco lógico, que el proyecto de intervención cumplió satisfactoriamente con su propósito.

Palabras claves: Duval, habilidad de representación, Espacio de Trabajo Matemático, tecnologías, GeoGebra, Modelo TPACK, variable aleatoria.

ABSTRACT

The mathematical skills presented in the Chilean school curriculum are, in part, those that allow the student to develop transversally in society and in this area of knowledge. But nowadays, it is not enough that the teacher is able to promote these skills, in conjunction with that work, the curriculum suggests, based on the educational benefits and considering this era of digitalization, the use of technologies. In this sense, this intervention project reports the results of an implementation that aimed to improve the pedagogical practices of the high school teacher in mathematics around the development of the ability of representation in the content of random variable with technological resources (GeoGebra). We worked with a teacher of a private subsidized school [92% of School Vulnerability Index (SVI)] of the commune of Lota. Through an entry diagnostic, deficits were concluded with respect to content mastery, software use and strategies to develop the skill. After the diagnosis, a didactic-pedagogical proposal was designed and implemented, which was analyzed, among other techniques, with the Mathematical Workspace. The results were positive and show that the teacher was able to master the disciplinary content, design activities and promote the skill of representation with the software. Based on the objectives and indicators of the logical framework matrix, it is concluded that the intervention project satisfactorily fulfilled its purpose.

Keywords: Duval, representation skills, Mathematical Workspace, technologies, GeoGebra, TPACK Model, random variable.

INTRODUCCIÓN

La educación, y en particular la educación matemática, es una de las herramientas fundamentales para transformar a los estudiantes en actores pensantes y críticos. Aquella labor es sin duda muy compleja, pues el profesorado debe interiorizar en procesos cognitivos que permitan desarrollar en ellos un aprendizaje que sea significativo. De esta manera es que en Chile mediante el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2015), se introducen en el currículum escolar lineamientos que permiten guiar al profesor para desarrollar aquel conocimiento, esto, entre otros aspectos, considera la promoción en los estudiantes de cuatro habilidades matemáticas básicas, dentro de las cuales se enfatiza la representación, que es justamente la habilidad que se trabajara en este proyecto de intervención.

La habilidad de representar destaca por sobre otro tipo de habilidades, pues es la que permite al estudiante transitar entre diferentes formas de tratar y/o convertir un concepto matemático, es decir, modificar el registro en el cual se presenta el concepto y cambiarlo a uno que sea de mayor comodidad para un análisis, lo que permite demostrar un aprendizaje (Duval, 2006) y una correcta labor del profesor.

Ahora bien, de acuerdo con los nuevos avances y beneficios de las tecnologías en la educación (Grisales, 2018), es que el MINEDUC (2013a), propone que además de trabajar las respectivas habilidades matemáticas, se trabaje con la incorporación de tecnologías al aula, como complemento para su desarrollo y beneficio.

Como es de esperar, aquella tarea es de gran envergadura para el docente, dado que debe contemplar de manera simultánea, al menos tres conocimientos interconectados; el contenido matemático, la capacidad de promover la habilidad matemática y el dominio del o los recursos tecnológicos (Koehler y Mishra, 2006).

En la actualidad, en Chile se han presentado estudios que indican que los profesores no están del todo preparados para el uso de recursos tecnológicos en el aula (Padilla y Conde-Carmona, 2020; Steegman, et al., 2016), lo cual puede denotar una problemática en las implementaciones que MINEDUC solicita y recomienda.

De esta manera, el presente proyecto de intervención tiene como propósito mejorar las prácticas pedagógicas del profesor de educación media en matemática en torno al desarrollo de la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con recursos tecnológicos (GeoGebra), desarrollando capacitaciones que involucren los tres aspectos relacionados.

El proceso, análisis y resultados del proyecto se dan cuenta en el presente escrito. En sí:

En el capítulo I se presenta la situación problemática que se centra en la promoción de la habilidad de representación con recursos tecnológicos en el contenido de variable aleatoria, además se presentan las justificaciones de la problemática asociadas al currículum nacional chileno y el beneficio de las tecnológicas en el aula. Luego, se dan a conocer los antecedentes contextuales y teóricos que darán el sustento para la propuesta y análisis de intervención. Finalmente se presenta el árbol de problemas con las posibles causas vinculadas a la problemática.

En el capítulo II se presentan las características de la institución educacional con la cual se trabajará. Se inicia con el proceso de estructuración del diagnóstico considerando un plan para recolectar la información y corroborar las casusas asociadas, mediante diferentes técnicas e instrumentos de investigación. Se describen cada una de estas técnicas e instrumentos que, a su vez, son sometidos a validaciones por pares para su uso. Se finaliza con la organización de periodos y tiempos para la implementación del diagnóstico lo que se plasma en una primera Carta Gantt.

En el capítulo III se describen cada uno de los instrumentos de recolección de información finales a utilizar, que fueron corregidos por los jueces expertos para realizar el diagnóstico. Se presentan las condiciones y maneras en las que fue aplicado cada instrumento, y luego se describen las respuestas obtenidas mediante la aplicación de aquellos, los análisis y resultados de la implementación.

En el capítulo IV se consideran los resultados obtenidos del capítulo anterior para establecer de manera coherente los objetivos y soluciones del proyecto de intervención. Se diseña la matriz de marco lógico que contempla todas las actividades a realizar para cumplir de manera satisfactoria la implementación del proyecto según los indicadores establecidos. Finalmente se diseña una segunda Carta Gantt para esquematizar y coordinar el proceso descrito.



En el capítulo V se describen los análisis y resultados de la aplicación del proyecto. Se analizan y describen todas las actividades implementadas y realizadas, presentando una síntesis de cada uno de los resultados.

En el capítulo VI se describe el análisis respecto de los resultados y los indicadores presentados en la matriz de marco lógico. Se describe la limitante del proyecto y las futuras proyecciones de este.



CAPÍTULO I

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA Y ANTECEDENTES

1.1 Presentación de la situación problemática

Una de las principales competencias que el profesor de matemática debe dominar, es la de ser capaz de realizar de manera eficiente la enseñanza de su disciplina, lo cual no es suficiente solo con el dominio del conocimiento matemático (conociendo disciplinar), sino que también, requiere del conocimiento del campo de las teorías de la didáctica (Azocar et al., 2013), pues es la didáctica de la matemática la que propone diferentes modelos teóricos de enseñanza-aprendizaje en el marco de la educación (Arteaga y Macías, 2016). De este modo, el docente de matemática debe sostener un domino relacionado entre estas dos áreas del saber, lo cual es denominado según Brousseau (1998) citado en Chamorro (2005), como “saber matemática” (p. 10).

Según el MINEDUC, el cual sostiene un currículum basado en objetivos, la escolaridad de la matemática radica, entre otros aspectos, en la enseñanza de cuatro habilidades básicas que le permitirán al estudiante desarrollarse de manera transversal en esta área y en la sociedad (MINEDUC, 2015). En particular: resolución de problemas, argumentar y comunicar, modelar, y representar. De este modo, es el docente el encargado de gestionar actividades y metodologías innovadoras que permitan promover el desarrollo de estas habilidades, ayudados y considerando de igual forma, el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), las cuales complementan el desarrollo de otras cuatro habilidades en los campos de la: información, comunicación efectiva y colaboración, convivencia digital y tecnología (MINEDUC, 2013a). Campos que conforman las habilidades digitales.

Bajo la gran problemática que se hizo presente en el año 2019 por la crisis sanitaria y el confinamiento, la enseñanza a distancia forjo afrontar la educación desde otra perspectiva, para lo cual no hubo previos preparativos en general, tanto para el cuerpo docente, como para los estudiantes. Si bien en Chile, se hicieron ajustes curriculares y priorizaciones sobre contenidos en las asignaturas (MINEDUC, 2020a), las habilidades se debían promover de igual forma con esta modalidad, lo cual, por consecuencia y trabajo distanciado, hizo que los docentes debieran innovar con tecnologías y la digitalización para formar a los estudiantes de manera remota. La problemática en este sentido, y como es corroborado por Ferrada et al. (2021), es que los docentes no estaban familiarizados con TIC específicas para realizar el trabajo, es decir, programas o softwares que

complementaran el desarrollo de las clases para promover las habilidades en matemática referidas por el MINEDUC. De igual forma, en estudios anteriores ya se había hablado de esta problemática y el escaso conocimiento, ya sea por la formación o las condiciones de trabajo de los docentes de matemática, con tecnologías (Padilla y Conde-Carmona, 2020; Steegman, et al., 2016). De esta manera, es que se presenta una problemática dual, pues en la actualidad existirá una escasa presencia del trabajo para con las habilidades matemáticas, y una carencia del trabajo con TIC, afectando directamente al óptimo desarrollo de los estudiantes.

En suma, con lo anterior, las aulas de matemática, y no tan solo en Chile, se han caracterizado por promover un aprendizaje centrado en el contenido (Preiss et al, 2011; Inostroza, 2016; Villalobos y Quaresma, 2015), y no en el estudiante, lo cual es reconocido como el paradigma tradicional de la enseñanza. Es decir, es el docente el principal actor cuando se realiza una clase de matemática, y el estudiante es relevado a tener un rol pasivo dentro del proceso, escuchando y anotando. Por tal motivo, se desarrolla un aprendizaje que más allá de lo significativo, es memorístico, y se relaciona con procesos de reproducción o copia de determinados procedimientos u algoritmo asociado a un contenido. De este modo, desarrollar las habilidades planteadas en el currículum, se hacen casi inexistentes, lo que implica un escaso progreso conceptual.

Así, es que el presente proyecto de intervención se centrara en una de las cuatro habilidades matemáticas mencionadas, la habilidad de representación; para contribuir sobre la hipótesis fundada de manera empírica y contextual con lo previamente expuesto (se corroborara mediante un diagnóstico) del escaso conocimiento de estrategias, por parte de un profesor de educación media en matemática, para promover la habilidad de representación con recursos tecnológicos. Esta problemática será situada sobre en el contenido de variable aleatoria (segundo medio) del eje de probabilidad y estadística, establecido en el currículum actual chileno.

1.2 Justificación de la situación problemática

Inmersos en la era de la digitalización y las tecnologías, y considerando sus múltiples beneficios a la hora de ejecutar una clase de matemática (Grisales, 2018; Cerda et al., 2017), es que el MINEDUC para cada eje temático de los subsectores que se trabajan en la asignatura, consigna y sugiere diversas actividades que deben llevar consigo el uso de recursos tecnológicos para la enseñanza, con el fin de poder trabajar tanto las habilidades digitales en los estudiantes, como las cuatro habilidades matemáticas, lo cual se plasma en las políticas actuales de la educación en Chile (MINEDUC, 2015). De esta forma, es que el MINEDUC (2013a) presenta un documento denominado matriz de habilidades TIC para el aprendizaje, que contempla las habilidades digitales previamente mencionadas, que un estudiante debe dominar. De estas habilidades se hizo un extracto y fueron adaptadas y evaluadas por el MINEDUC (2013b) en estudiantes de educación media, donde los resultados presentan que del total de estudiantes solamente el 3.3% disponía de habilidades y dominios óptimos en los campos evaluados. De este modo, es que se hace necesario que los docentes tengan un dominio y conocimiento sobre tecnologías y aplicaciones al aula de manera general, distintas plataformas, softwares o programas que permitan el óptimo desarrollo de las clases, y, además, complementen con la promoción de las habilidades en los estudiantes. Así mismo, es importante recalcar que organizaciones internacionales como la organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (UNESCO, 2002), aseguran que las TIC promueven la transformación del profesor, puesto que, a través del uso de ellas, este asume roles secundarios, en los cuales, a través de actividades interactivas los estudiantes desarrollan su propio aprendizaje, que se relaciona de manera directa con el proceso de cambio significativo que se busca respecto del paradigma tradicional, pues es necesario realizar una transición hacia lo constructivista y activar el rol del estudiante para lograr procesos de enseñanza profundos.

Otro punto relevante para considerar es la fuerza e importancia que toma la habilidad de representación al momento de trabajar la matemática. Es tanta su importancia, que está presente en variados currículum internacionales como en Singapur o Estados Unidos, y también en evaluación destacadas como Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) o Programme for International Student Assessment (PISA), esto pues, las diferentes representaciones ofrecen

diversos aspectos de un concepto o relaciones más complejas del mismo o en relación con otros, de esta manera los estudiantes necesitan una variedad de representaciones que refuercen su comprensión sobre un tópico, y en especial en la matemática considerando su abstracción. Estas representaciones por las cuales el estudiante debe transitar son denominadas por Duval (2017): representaciones semióticas (se profundizará sobre aquella en el apartado de antecedentes), y que, en el destacado método de Singapur, es la transición entre distintas formas de representación de un contenido y las relaciones entre estas; Concreto, Pictórico y Simbólico (COPISI). De este modo, es que el trabajo de esta habilidad es fundamental para el estudiantado, pues de esta manera se logra una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, considerando además, que es el pilar de las habilidades básicas matemáticas (Watson y Mason, 2006), pues sin una primera correcta o no, interpretación de los signos o representaciones del contenido, es muy difícil que el estudiante pueda resolver problemas y realizar procesos para la construcción de la modelación y/o de la argumentación y argumentación.

Por otra parte, dentro de los cuatro ejes matemáticos que establece el MINEDUC (2015) que se deben trabajar durante el año académico (números, algebra y funciones, geometría y probabilidad y estadística), la probabilidad y estadística contempla la unidad número 4, es decir, es un contenido que se dispone para el segundo semestre, luego de geometría que, por cuestiones de tiempo y adaptaciones curriculares, hay ocasiones en donde no se logra trabajar de manera completa (Martinic, 2015), lo cual genera una problemática considerando que la asignatura es relevante en el proceso de desarrollo de los estudiantes, pues permite analizar e inferir acerca de datos en variadas áreas de estudio, aportando en los procesos de toma de decisiones.

Sumado a lo anterior, el problema también radica en que generalmente la práctica de la enseñanza de la estadística se promueve en base a reproducción de determinados algoritmos, lo que puede provocar en los estudiantes mecanización de los procesos de un estudio, dejando de lado el análisis e interpretación de la información (Preiss et al, 2011; Inostroza, 2016; Villalobos y Quaresma, 2015). También en Chile, esto se refleja en la forma de evaluación de algunas entidades, por ejemplo, al revisar las últimas nueve Pruebas de Transición Universitaria (PTU) (prueba para ingresar a la educación superior), desde el año 2021, en la página web del Departamento de



Evaluación, Medición y Registro Educativo (DEMRE), se observa que la mayor parte de las preguntas apuntan al cálculo de determinados tópicos estadísticos por sobre el análisis de estos (Modelos de Pruebas - DEMRE). De esta manera, contemplar un trabajo sobre el eje de probabilidad y estadística, es de suma relevancia por el impacto que puede tener sobre el aprendizaje de los estudiantes y la adquisición de habilidades por medio de propuestas didácticas de enseñanza innovadoras.

Complementando lo anterior, se han presentado variadas propuestas didácticas que se apartan del paradigma tradicional para el trabajo de un contenido matemático, considerando la teoría establecida por Duval con los registros de representaciones semióticas; propuestas en los ejes de números, álgebra, geometría (Valbuena-Duarte et al., 2020; Linaza Chauca y Antezana Iparraguirre, 2021; Prada Núñez et al., 2017; Castro Rodríguez et al., 2017) con excelente resultados en torno al desarrollo del aprendizaje del estudiante y mejoras en la enseñanza del contenido. Sin embargo, en la literatura abordada no fue posible encontrar una propuesta para los contenidos establecidos en estadística y en particular para variable aleatoria, de modo que este proyecto de intervención apunta de igual forma, a presentar una propuesta que logre contribuir a ese vacío, aportando al mejoramiento de las prácticas pedagógicas del profesor de matemática.

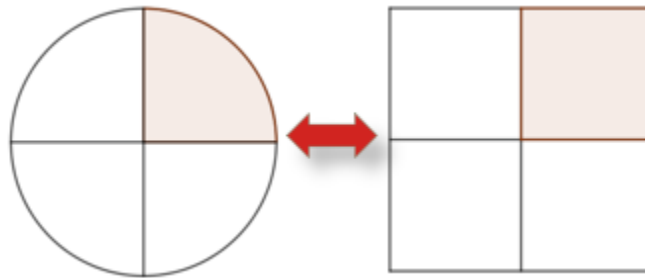
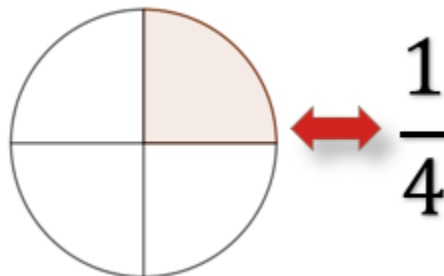
1.3 Antecedentes teóricos y contextuales del problema

1.3.1 Duval y los registros de representaciones semióticas

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemática constituyen un reto para los docentes, en el sentido de que estos deben buscar estrategias para transmitir el contenido matemático y, sobre todo, lograr que el estudiante lo interiorice. Para la educación matemática, según Duval (2004), estos procesos involucran actividades cognitivas como la conceptualización, la reflexión, el planteamiento y la resolución de problemas, pues en matemática los objetos son entes abstractos, a diferencia de otras ciencias donde los objetos pueden ser tangibles o manipulables. De esta manera, para el autor las representaciones constituyen una herramienta importante en el aprendizaje de la matemática, pues permiten acceder a los objetos matemáticos (contenido) y apropiarse de estos.

En la teoría de registros de representación semiótica, a la actividad ligada a la producción de una representación se le llama semiosis, mientras que a la captura conceptual de los objetos matemáticos se le denota como noesis (Duval, 2017). Un registro de representación debe permitir las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis. Esto es, la formación de una representación identificable, tratamiento y conversión. La primera actividad está relacionada con la expresión de una representación mental: “las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que también son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma” (Duval, 2004, p.5). Mientras que, las otras dos actividades están relacionadas con la transformación de las representaciones en otras representaciones. Por una parte, el tratamiento es una transformación que ocurre internamente en un mismo tipo de registro, mientras que la conversión es una transformación desde un registro particular, hacia otro de otro tipo (Duval, 2017).

A continuación, se presenta un ejemplo de tratamiento y conversión de la fracción un cuarto.

Figura 1*Ejemplo de tratamiento***Figura 2***Ejemplo de conversión*

Para la figura 1, se realizó un tratamiento interno en el mismo registro, registro pictórico; en cambio en la figura 2, se inició desde un registro pictórico y se convirtió hacia uno simbólico, fue una transformación fuera del mismo registro.

Respecto de las transformaciones presentadas, la conversión es la que permite la articulación entre los registros de representación, lo que en el currículum escolar se conoce como el COPISI. En la educación, aquellas transformaciones son el resultado del entendimiento de un concepto, por lo tanto, cualquier inconveniente que presente el estudiante sobre aquello, indica que el aprendizaje aún no está consolidado. Según Duval (2006, p. 166), “es el primer umbral de la comprensión en el aprendizaje de la matemática”.

En este sentido, se presentan al menos dos componentes en el proceso cognitivo del desarrollo de habilidades y aprendizaje en los estudiantes, por una parte, la construcción de diversos registros de representación de un concepto matemático y por otra la visualización y aprehensión del concepto.

De esta manera, Páez y Hitt (2003), señalan que la conversión de los objetos matemáticos presenta notorias diferencias en la comprensión de este, cuando se realiza un trabajo eligiendo como punto de partida la vida cotidiana, a la visualización abstracta desde un punto de vista matemático. Lo cual es de suma relevancia, pues los objetos matemáticos son entes abstractos que solamente son accesibles por medio de las representaciones. Por ejemplo, el concepto de variable aleatoria que se trabaja en este proyecto es un ente abstracto, pero posee diversas representaciones semióticas para su comprensión: histograma, diagrama sagital, tablas. Aunque el aprendizaje de este puede interpretarse de diferentes maneras según el contexto y/o la manera de trabajar la representación por parte del profesor, D'Amore (2009) plantea que una de las dificultades en la representación de los objetos matemáticos es el tránsito de un concepto entre sus diversas representaciones.

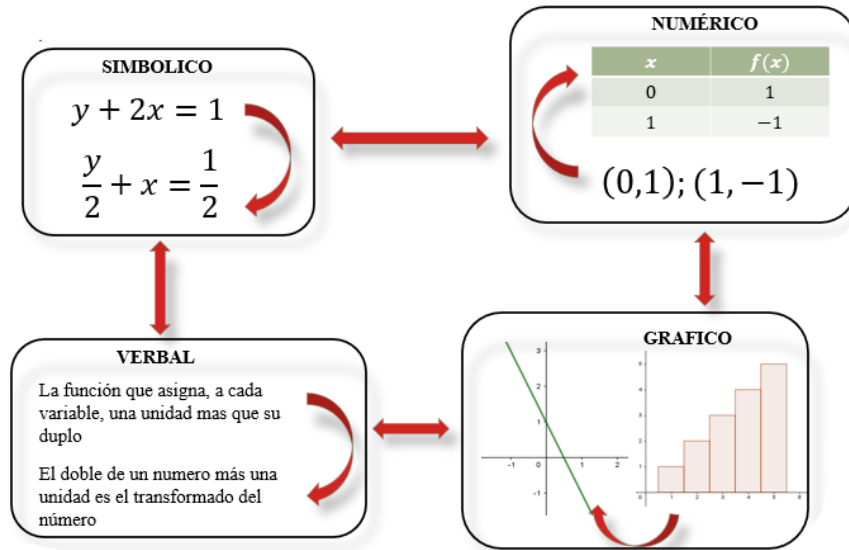
De esta manera la comprensión conceptual de un contenido matemático, en este caso, debe realizarse por medio de las diferentes forma de representación y una correcta aprehensión, como menciona Duval (2017) “no hay noesis sin semiosis” (p.22). Es decir, no hay una aprendizaje significativo, sin antes capturar y/o asimilar el objeto en sí. De otro modo, el estudiante no podrá acceder a una comprensión profunda del concepto matemático, y en particular de la variable aleatoria, si no es capaz de aprehender y realizar una visualización mental de lo que se busca trabajar. Por tal motivo, es que las representaciones que el profesor entrega del contenido matemático, deben ser diversas y analizadas en profundidad.

Considerando lo anterior, y siguiendo los lineamiento de (D'Amore, 2009), un desarrollo correcto de un concepto matemático debería considerar: la representación en un registro particular, tratar la representación en registros internos y convertir los registros desde uno interno hacia otros. Lo cual a su vez debe ir acompañado con procesos reflexivos de análisis e inferencias.

Por ejemplo, el concepto de función lineal es posible analizarlo desde diferentes tipos de registros:

Figura 3

Conversiones y tratamientos del concepto de función lineal



Para la figura 3, se pueden apreciar un total de cuatro conversiones del mismo concepto y en cada tipo de registro se presentan dos tratamientos. De esta forma, cada registro tendrá su potencial para el desarrollo de lo que se busca trabajar con los estudiantes.

Por lo tanto, la labor del docente de matemática debe considerar la apropiación de una variedad de representaciones que le permitan al estudiante realizar tanto conversiones como tratamientos del contenido, de esta manera se posibilitará una conducción del aprendizaje mejorando el desarrollo de las habilidades y mitigando un paradigma tradicional de enseñanza.

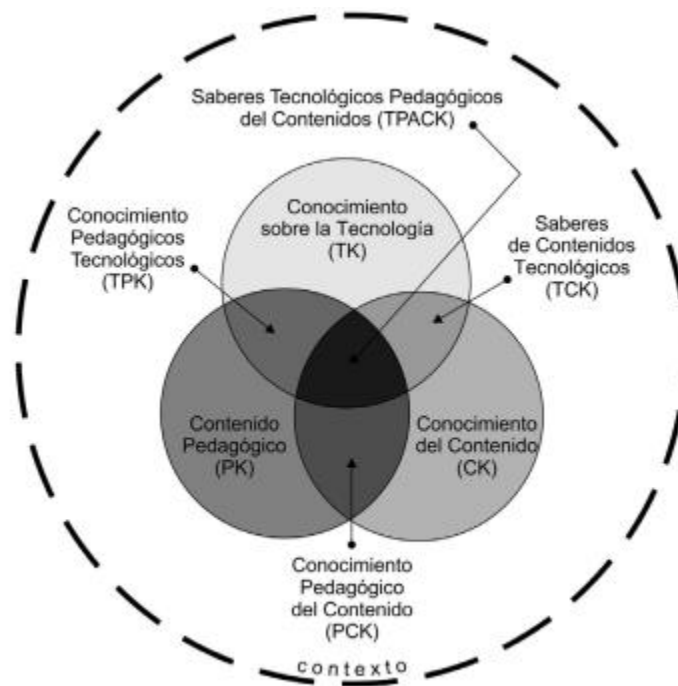
1.3.2 El Modelo del conocimiento del contenido tecnológico pedagógico

Para considerar un referente teórico como base de cuales deben ser las componente fundamentales que un profesor de matemática debe considerar al momento de realizar una clases o diseñar actividades por medio del uso de TIC, se considera a Koehler y Mishra (2006), que propusieron un modelo denominado Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) (Conocimiento del Contenido Tecnológico Pedagógico), el cual presenta descripciones e interpretaciones de cómo se pueden interrelacionar el conocimiento del profesor y su área de trabajo en específico con su práctica pedagógica o los saberes didácticos y el uso de recursos tecnológicos, de tal manera que el docente sea capaz de realizar una labor eficiente en estos campos asegurando un correcto desarrollo cognitivo en los estudiante mediante prácticas innovadoras y de gran impacto.

Lo mencionado, considerando tres componentes principales asociadas al profesor: contenido, pedagogía y tecnología, además de las relaciones e interacciones entre estas, las cuales se conocen como: Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK), Conocimiento Pedagógico Tecnológico (TPK), Conocimiento Tecnológico (TK), Conocimiento Pedagógico (PK), Conocimiento del Contenido (CK), Koehler y Mishra (2006). Lo que se resumen en el siguiente diagrama:

Figura 4

El marco TPACK y saberes que la componen



Nota. Extraído de ¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)? (p.14) por Koehler, M. J., Mishra, P. y Cain, W, 2015, *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 10 (6).

El foco de este proyecto de intervención considera todas, de una u otra manera, las componentes de este modelo, pues se centra en el trabajo con tecnologías, el contenido disciplinar de variable aleatoria y el desarrollo de la habilidad de representación. Las cuales se relacionan respectivamente con las componentes tecnologías, contenidos y pedagogía.

1.3.3.1 Componente del modelo TPACK

Para comprender el significado de cada una de las componentes, se referirá a los autores Koehler et al. (2015) que definen, de la siguiente manera, los conceptos TCK, TPK, PCK, TK, CK y PK:

Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK), considera la interacción que existe entre la tecnológica y en contenido, como estos se influyen y se limitan mutuamente. La tarea del docente no se limita al conocimiento específico, sino que también requiere de una comprensión de las maneras en que el contenido puede cambiar con la aplicación de una tecnología en particular.

Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK), es el conocimiento del profesor para relacionar, de manera efectiva, diversas herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje, a partir de la elaboración de estrategias pedagógicas que permiten aprovechar dichas herramientas o recursos tecnológicos al servicio de las escuelas y sus respectivos contextos.

Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), se refiere al conocimiento pedagógico que se aplica a la enseñanza de un contenido en particular, es decir, las maneras que dispone el profesor de transformar, interpretar y adaptar los conceptos a enseñar, de tal modo de encaminar un aprendizaje significativo en el estudiante.

Conocimiento Tecnológico del Profesor (TK), se entiende como el conocimiento del profesor acerca de las tecnologías, tradicionales o avanzadas, para desarrollar actividades profesionales en la enseñanza, por ejemplo, el conocimiento de sistemas operativos y software, como procesadores de texto, wikis, hojas de cálculo, navegadores, correo electrónico o cualquiera de las herramientas ligadas a la web.

Conocimiento del contenido (CK), es el saber que el profesor ha construido durante su formación y experiencia en la disciplina que enseña particularmente. Que también tiene que ver con el contexto en el cual se encuentra realizando su labor, no será el mismo CK para un contenido de universidad, que uno de enseñanza escolar. Esta componente considera la teoría, ideas, enfoques, pruebas para desarrollar un contenido.

Conocimiento Pedagógico (PK), tiene que ver con todos los conocimientos que dispone el profesor acerca de los procesos y prácticas o métodos de enseñanza y aprendizaje que se dan en el aula. En



este campo se encuentra la comprensión del docente por como aprenden y generan habilidades los estudiantes, las estrategias, actividades y manera de promover el aprendizaje, entre otros.

1.3.3 Espacio de trabajo matemático

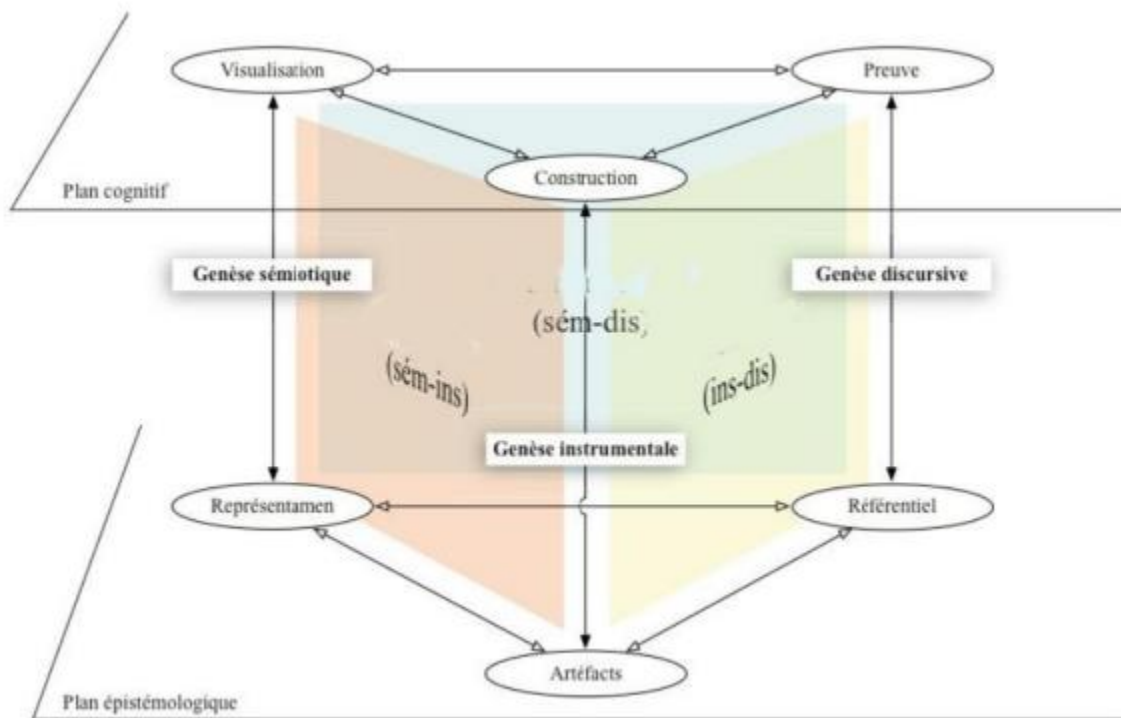
El proceso de enseñanza de la matemática o de un concepto en el desarrollo de una clase, puede ser analizado respecto de diversos elementos teóricos y marcos conceptuales, lo que permite la comprensión del campo disciplinar y pedagógico de enseñanza que dispone el profesor. En la literatura científica y bases de la didáctica de la matemática, se encuentra el Espacio de Trabajo Matemático (ETM) (Kuzniak y Richard, 2014; Kuzniak, 2011; Kuzniak et al., 2016). Como elemento esencial, lo que busca el ETM es comprender lo que se desarrolla en torno al proceso de la matemática en un marco escolar (Montoya et al., 2014).

El espacio de trabajo matemático es reconocido como un lugar dinámico y abstracto que está organizado para comprender y analizar situaciones de enseñanza-aprendizaje (Morales, 2019). El ETM presenta dos planos principales, uno que es de índole epistemológico asociado a los conceptos de la matemática, y otro de índole cognitivo que se vincula al razonamiento de la persona enfrentada a la tarea matemática (objeto matemático). La organización de los planos en el ETM debe comprenderse como un sistema interrelacionado, donde el plano epistemológico no pertenece al profesor ni el cognitivo al estudiante, sino que es una forma de entender un complejo proceso didáctico en la medida que se manifiestan las acciones de enseñanza (Morales, 2019).

El esquema de referencia del ETM es el siguiente:

Figura 5

Organización del ETM



Nota. Extraído de Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas (p. 99) por Morales, H, (2019).

El ETM tiene su origen en los trabajos de investigación de Houdement y Kuzniak (1999), sobre la didáctica de la geometría y la enseñanza de esta materia (Espacio de Trabajo Geométrico [ETG]). En la actualidad, y debido al creciente número de investigaciones que se realizan fuera de este campo, pues no necesariamente un problema de geometría se debe resolver puramente con elementos o conceptos de la geometría, es que Montoya y Vivier (2014), proponen los respectivos espacios de trabajo para cada campo de la matemática: ETM geométrico, ETM álgebra, ETM estadística; y en específico para determinados contenidos o conceptos de cada campo: ETM

funciones, ETM variable aleatoria (el presente proyecto). Cada uno de estos ETM, permite analizar, desde un punto de vista organizado, y considerando los elementos respectivo de cada campo o contenido, el trabajo que se lleva a cabo respecto de lo que puede hacer un profesor y un estudiante.

Como se puede apreciar en la figura 5, el plano epistemológico con el plano cognitivo están conectados por diferentes componentes y génesis. El plano epistemológico contempla las componentes: representamen, artefacto y referencial, que respectivamente son: algo que representa algo en cierto sentido y capacidad; todo lo que ha sufrido una transformación, por pequeña que sea, de origen humano con cierta finalidad; conjunto de propiedades, definiciones, teoremas y axiomas. Respecto a la dimensión cognitiva, se tienen las componentes: visualización, construcción y prueba, que respectivamente son: proceso cognitivo asociado con la identificación y desarrollo de un conjunto de manipulaciones y transformaciones de representaciones o signos; asociado con la acción por uso de los artefactos; se basa en el discurso deductivo y lógico que debe estructurarse en, o conducir a, afirmaciones con un claro estatus teórico (Kuzniak et al., 2022).

Un proceso de relación entre el plano cognitivo y el epistemológico, es denominado génesis, como se aprecia en la figura 5, hay tres génesis considerando la relación: génesis semiótica, génesis instrumental y génesis discursiva. Dependiendo, además, desde que plano sea observada u ocurra la relación, aquella génesis tendrá un diferente significado. En particular, este proyecto de intervención se centra en la relación desde el plano epistemológico hacia el plano cognitivo. Entonces, la génesis semiótica, es el proceso de decodificación e interpretación de signos de una representación; la génesis instrumental, describe la acción del uso adecuado de varias técnicas asociadas al artefacto; la génesis discursiva, se refiere al proceso deductivo del discurso de prueba apoyado en las propiedades de la estructura del referencial (Kuzniak et al., 2022; Kuzniak, 2011).

Esta estructura de génesis entre los dos planos ayuda a entender la circulación del conocimiento dentro del trabajo matemático, lo que da cuenta del progreso del aprendizaje de los estudiantes y de la enseñanza de los profesores. En términos de Kuzniak et al., (2022) “sirven para precisar las validaciones utilizadas para resolver las tareas, es decir, la manera de definir los elementos comunicativos y heurísticos del trabajo matemático” (p.15). Para ilustrar las interacciones entre génesis, nos centramos en las distintas validaciones que pueden apoyar la prueba y la evidencia en

la matemática. Para ello, Richard et al. (2019), proponen formas de describir varios tipos de pruebas en relación con las diferentes génesis y los planos verticales del ETM.

1.3.3.1 El ETM y los planos verticales

Como se puede apreciar en la figura 5, se presentan tres interconexiones entre las génesis, las que dan origen a los planos verticales: [Sem-Dis] semiótica discursiva, [Sem-Ins] semiótica instrumental e [Ins-Dis] Instrumental discursiva (Kuzniak et al., 2022). La generación de estos planos es lo que permite construir un discurso teórico respecto del proceso de aprendizaje de un estudiante o de la enseñanza de un profesor. Para denotar cada una de las posibles relaciones que se producen entre estos planos, se ha establecido el nombre de fibración. Se pueden producir fibraciones internas o externas; las internas se producen en un campo específico del ETM, mientras que las externas se producen en relación con otros ETM (Kuzniak et al., 2022). El presente proyecto de intervención solo se focalizará en las internas, pues interesa caracterizar las clases de la profesora sobre un contenido en particular en el ETM variable aleatoria.

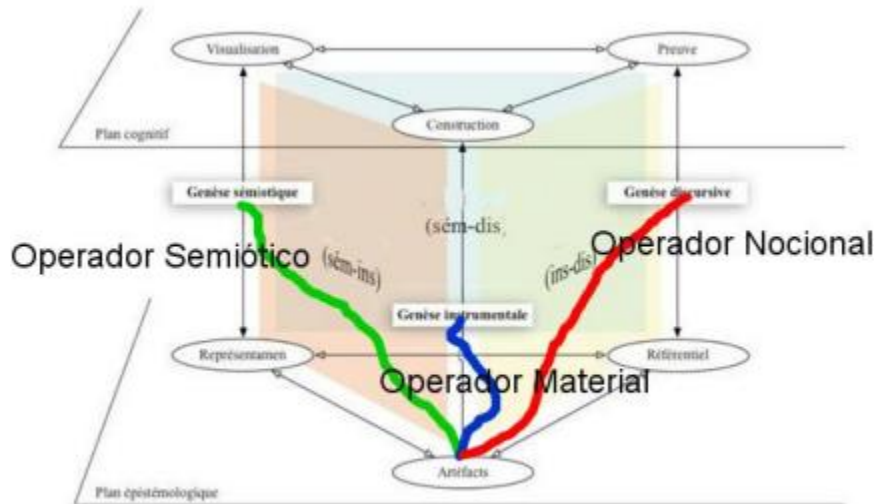
1.3.3.2 La fibración y los movimientos en el plano y las componentes del ETM

Las fibraciones son las que permitirán visualizar las diferentes transiciones y actividades específicas entre las componentes del ETM. Se señalan en particular tres tipos de fibraciones internas que, dependiendo de la componente que se active, recibe un nombre u otro, teniendo así un efecto sobre la génesis semiótica, instrumental y/o discursiva.

El primer caso de fibración, es el tipo 1 y está asociado a la componente del plano epistemológico artefacto, cumpliendo un rol de operador (Richard et al., 2019; Kuzniak et al., 2022). Un operador que puede ser semiótico, material o conceptual, dependiendo del nivel de conexión o influencia asociado a cada plano. Por ejemplo, al realizar una construcción a través de una representación pictórica de un concepto, activaría el operador semiótico. La siguiente figura representa lo mencionado.

Figura 6

Fibración tipo 1

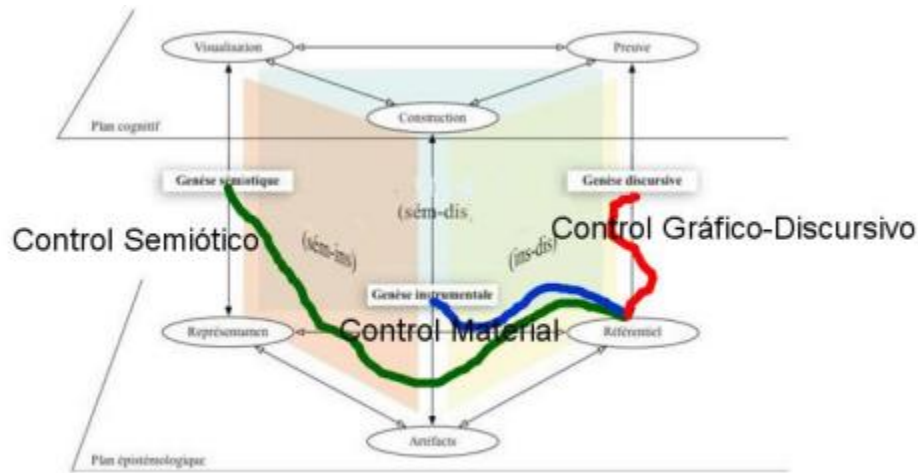


Nota. Nota. Extraído de Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas (p. 101) por Morales, H, (2019).

El segundo caso de fibración se articula desde el plano epistemológico en la componente referencial y cumple un rol de control. De igual modo, dependiendo de intensidad de conexión respecto del cada plano, se muestra un control semiótico, material o gráfico-discursivo (Richard et al., 2019; Kuzniak et al., 2022). Por lo general este tipo de fibración está asociado a un paradigma más tradicional de enseñanza. Por ejemplo, al imponer fórmulas de un contenido sin mayor análisis de estas, se estaría bajo un control gráfico-discursivo. La siguiente figura ilustra lo mencionado.

Figura 7

Fibración tipo 2

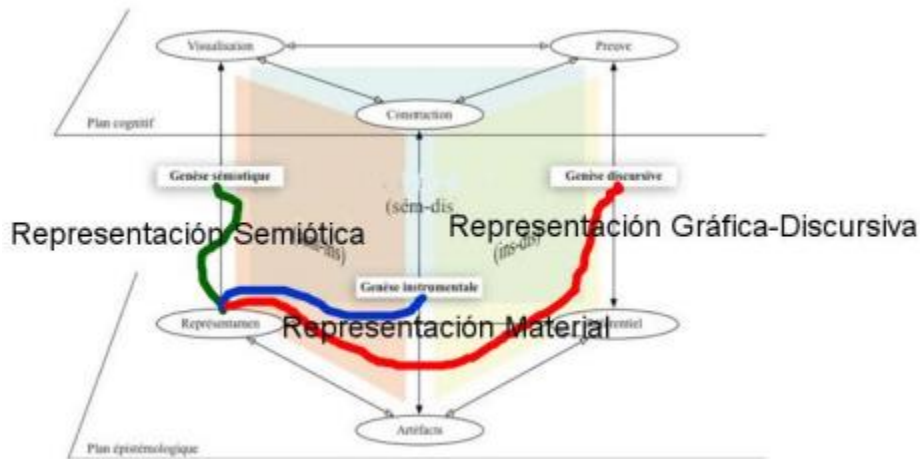


Nota. Extraído de Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas (p. 102) por Morales, H, (2019).

El tercer tipo de fibración está asociado a la componente representamen, y cumple un rol de representación. De manera análoga, la interpretación de este tipo de fibración dependerá de la conexión que se esté realizando, teniendo así una representación semiótica, material o discursiva gráfica (Richard et al., 2019; Kuzniak et al., 2022). Por ejemplo, analizar los elementos necesarios que se requieren para realizar una construcción presentada por medio de un objeto concreto, activaría una representación material. En la siguiente figura se muestra lo mencionado.

Figura 8

Fibración tipo 3



Nota. Extraído de Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas (p. 103) por Morales, H, (2019).

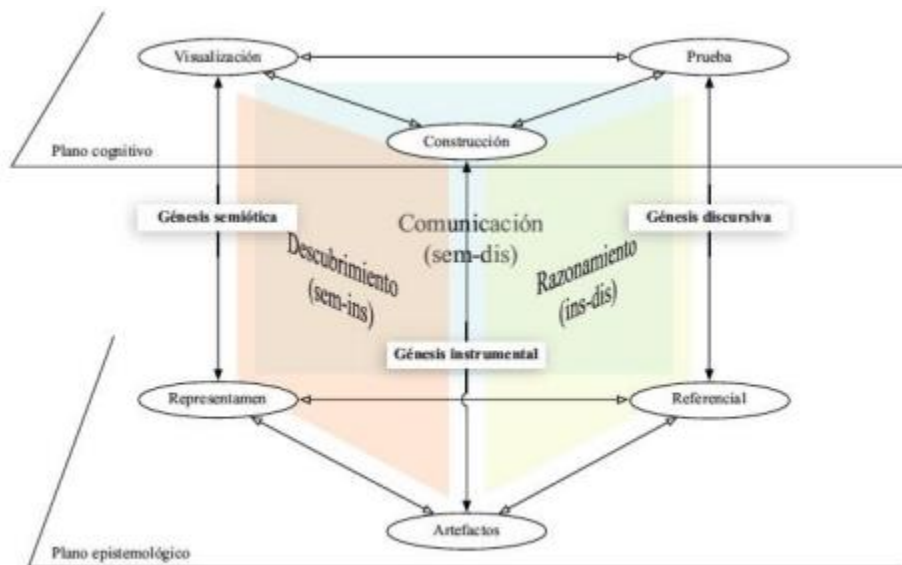
Para este proyecto de intervención, lo que interesa analizar y es relevante dada la problemática inicial establecida, son las posibles fibraciones tipo 3 (cualquiera de las descritas) que la profesora pudiese realizar durante el profesor de enseñanza, es decir, realizar un trabajo más basado en las representaciones. De este modo, será posible desde este referente teórico, verificar si la profesora promueve o no la habilidad de representación, y de igual forma, ver si el plan de acción a realizar tuvo implicación en su metodología de trabajo para el desarrollo de la habilidad.

1.3.3.3 Relación entre el ETM y las competencias

Como el proceso de enseñanza es una práctica dinámica que involucra al profesor con el estudiante, siempre es posible que el estudiante desarrolle o se manifieste determinadas competencias que por medio de una actividad o tarea matemática propuesta por el profesor. De esta manera, Kuzniak y Richard (2014) presentan el siguiente esquema asociado a aquellas competencias.

Figura 9

Competencias en el ETM



Nota. Extraído de Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas (p. 104) por Morales, H, (2019).

De esta forma, cuando hay alguna activación de génesis, en un modo de coordinación, lo que está ocurriendo desde un punto de vista de la competencia matemática, es que esta se manifiesta; por ejemplo, es lo que ocurriría cuando hay activación de la génesis semiótica e instrumental, entonces hay una manifestación de la competencia descubrimiento.

1.3.4 Las habilidades en el currículum escolar

Las habilidades presentes en el currículum nacional son definidas por el MINEDUC (2015) en las bases curriculares como “capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad” (p.22). Lo anterior, asociado a los estudiantes.

Estas habilidades pueden desarrollarse en distintos ámbitos como: intelectual, psicomotriz, afectivo y/o social. También dependerá de la asignatura que el docente este desarrollando, pues para cada una se establecen diferentes habilidades específicas que se buscan en su conjunto, tributar a la definición presentada.

En particular en matemática se presentan cuatro diferentes habilidades establecidas por el MINEDUC (2015): resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Estas habilidades se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas, conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos.

En este sentido, como se presenta en los estándares de la profesión docente, diseñados por el MINEDUC (2021b) y el marco para la buena enseñanza MINEDUC (2021a), es tarea del docente de matemática disponer de las competencias necesarias para lograr promover dichas habilidad en el trascurso del desarrollo de un contenido y eje en particular. Realizando dinámicas, tareas y/o actividades pertinentes para aquello.

1.3.4.1 Habilidad de representación

En particular para el proyecto de intervención, interesa profundizar sobre la habilidad de representar o representación, que es la que se busca que el profesor pueda promover en sus estudiantes en el proceso de desarrollo del contenido de variable aleatoria. Un punto relevante para mencionar es que, dependiendo del contenido a trabajar, las estrategias y diseños para movilizar la habilidad, pueden ser diferentes.

Para comprender lo que busca la habilidad de representación, se desglosara la definición propuesta por el MINEDUC (2015) en las bases curriculares según cada una de las finalidades:

1. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo con las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones.
2. Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
3. Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
4. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas

De esta manera, es posible corroborar, que los elementos que se presentan en el currículum nacional referente a la adquisición de la habilidad de representación por parte de los estudiantes siguen los lineamientos que propone Duval sobre el registro de representación semiótica. Por lo tanto, el docente debe contemplar aquella estructura teórica.

1.3.4.2 Habilidades digitales

Ahora bien, las habilidades que se deben desarrollar en los estudiantes, habilidades matemáticas, también a su vez, deben permitir que este pueda desarrollar otro tipo de habilidades, como se hacía mención en la definición inicial. En este sentido, es que el MINEDUC (2013a), conforme con los cambios en el entorno social, en los estudiantes y en la educación, desarrollo la matriz de habilidades TIC para el aprendizaje, que en términos de este mismo documento son “la capacidad de resolver problemas de información, comunicación y conocimiento, así como dilemas legales, sociales y éticos en ambiente digital” (p.17).

En la actualidad, aquellas habilidades están presente de manera específica en los niveles de tercero y cuarto medio de enseñanza, utilizando el nombre de habilidades digitales. En particular en este proyecto de intervención se trabajará con aquellas habilidades en el curso de segundo medio, pues si bien no están especificadas, las actividades que se presentan en el libro de texto de segundo medio del estudiante, que son entregados por MINEDUC (2020b), las trabajan de igual forma.

Las habilidades digitales se dividen en cuatro campos: información, comunicación efectiva y colaboración, convivencia digital y tecnología. (MINEDUC, 2013a).

1. Información: la dimensión información describe la habilidades para buscar, seleccionar, evaluar y organizar información en entornos digitales y transformar o adoptar la información en un nuevo producto, conocimiento o desarrollar ideas nuevas. Este campo se subdivide en: información como fuente e información como producto.

1.1 Información como fuente: esta subdimensión considera que el estudiante sepa identificar fuentes de información digitales pertinentes y sepa buscar y seleccionar la información digital requerida en función de la tarea a resolver. Una vez que ha encontrado la información que busca, debe ser capaz de evaluar cuán útil y relevante es una fuente de información digital y sus contenidos para la pregunta, problema o tarea que busca resolver; y finalmente sepa guardar y organizar los datos o información digital de forma eficiente para su reutilización posterior.

1.2 Información como producto: esta subdimensión consiste en lo que el estudiante puede hacer con la información en ambientes digitales una vez que esta ha sido recogida y organizada. Específicamente, esta subdimensión considera las habilidades de planificar un producto de información; integrar, refinar, y representar información; y generar nuevos productos de información

2. Comunicación efectiva y colaboración: las habilidades incluidas en esta dimensión deben entenderse como habilidades sociales, donde la capacidad para transmitir e intercambiar información e ideas con otros, así como también deben interactuar y contribuir dentro de un grupo o comunidad es fundamental. Este campo se subdivide como lo indica su nombre: comunicación efectiva y colaboración.

2.1 Comunicación efectiva: Esta subdimensión da cuenta de las habilidades y conocimientos que se necesitan para compartir o transmitir los resultados o productos creados por el estudiante. Específicamente, se entiende como la habilidad de transmitir información a otros, resguardando que los significados sean comunicados de forma efectiva tomando en cuenta medio y receptor.

2.2 Colaboración: esta subdimensión describe las habilidades que se necesitan para trabajar a distancia. En particular, se define como la habilidad de negociar acuerdos dentro del respeto mutuo por las ideas del otro y de desarrollar contenidos con pares a distancia, utilizando distintos medios de comunicación digital.

3. Convivencia digital: las habilidades incluidas en esta dimensión contribuyen a la formación ética general de los estudiantes a través de orientaciones relativas a dilemas de convivencia específicos planteados por las tecnologías digitales en una sociedad de la información. Este campo se subdivide en: ética y autocuidado y TIC y sociedad.

3.1 Ética y autocuidado: esta subdimensión se refiere a la habilidad de evaluar las TIC de forma responsable en términos de decidir sobre los límites legales, éticos y culturales de compartir información y la comprensión de las oportunidades y también los riesgos potenciales (a niveles sociales y técnicos) que pueden encontrarse en Internet. Aquí también es importante la noción de autorregulación, donde se espera que el estudiante pueda discriminar cuándo es mejor utilizar una herramienta digital y cuándo no.

3.2 TIC y sociedad: tiene relación con la capacidad del estudiante de entender, analizar y evaluar el impacto de las TIC en contextos sociales, económicos y culturales. Comprender que la sociedad está cambiando como consecuencia de las tecnologías digitales y que ello tiene implicancias en sus vidas personales y en la forma como se organiza la sociedad en general.

4. Tecnología: esta dimensión define las habilidades funcionales y conocimientos necesarios para nombrar, resolver problemas, operar y usar las TIC en cualquier tarea. Este campo se subdivide en: conocimiento TIC, operar las TIC y usar las TIC.

4.1 Conocimientos TIC: se refiere a la capacidad de manejar y entender conceptos TIC utilizados para nombrar las partes y funciones de los computadores y las redes. Dominar los términos asociados a las TIC y sus componentes es importante para poder resolver problemas técnicos asociados a ellas.

4.2 Operar las TIC: considera la capacidad de usar las TIC de forma segura, de resolver problemas técnicos básicos y de administrar información y archivos.

4.3 Usar las TIC: se refiere a la habilidad de dominar software, hardware y programas de uso extendido en la sociedad, particularmente aquellos que facilitan el aprendizaje individual y con otros

Es relevante mencionar que el presente proyecto de intervención no busca que el docente a intervenir sea capaz de promover de manera específica estas habilidades, lo que se busca es que el docente las conozca y pueda describir su funcionamiento. Lo cual es de suma relevancia para los procesos de desarrollo de los estudiantes en estas áreas y la relación directa con los recursos tecnológicos.

1.3.5 Variable aleatoria finita en el currículum nacional: 2do año medio

El contenido de variable aleatoria que se trabaja en segundo medio es una continuación de los conocimientos que los estudiantes lograron adquirir en años anteriores, es decir, se inicia desde una base establecida que considera el conocimiento de: función, experimento, variable, probabilidad (regla de Laplace), principio multiplicativo y regla aditiva (MINEDUC, 2015), con lo cual se espera que el profesor pueda realizar la progresión.

De esta forma, el profesor para realizar la progresión del contenido debe considerar las respectivas habilidades y el Objetivo de Aprendizaje ([OA] los objetivos de aprendizaje son los que definen los aprendizajes establecidos para cada contenido) asociado para diseñar las tareas y/o dinámicas que permitan establecer una planificación en la construcción del conocimiento.

El contenido de variable aleatoria finita (discreta) es trabajado en la actualidad, según el currículum nacional, en segundo medio. Está asociado al eje de probabilidad y estadística contemplando el OA 10: “mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas: definiendo la variable; determinando los posibles valores de la incógnita; calculando su probabilidad y graficando sus distribuciones” (MINEDUC, 2015, p.154).

El punto anterior guarda estrecha relación con lo presentado en el texto escolar de matemática de segundo medio, pues los estudiantes deben trabajar en la lección 11: “variable aleatoria, definición

de variable aleatoria, probabilidad de una variable aleatoria y gráfica de una función de probabilidad” (MINEDUC, 2020b, p.5).

Además de aquello, el contenido relaciona de manera directa la habilidad de representar, pues el currículum establece trabajar sobre los puntos 1) y 3) expuestos previamente para la habilidad de representación (MINEDUC, 2015).

Los puntos mencionados, son referente a los contenidos específicos que deben ser desarrollados con los estudiantes, pero además de aquello, están los contenidos que el profesor de matemática debe dominar para ser capaz de realizar la enseñanza de aquellos, los cuales son establecidos en los estándares de la profesión docente (MINEDUC, 2021b). Para el caso de los profesores de matemática, se establecen un total de veintiún estándares en donde el número diecinueve está referenciado hacia la conducción del aprendizaje del contenido de variable aleatoria finita, que a su vez establece trece puntos para su cumplimiento:

1. Conoce la aproximación de la distribución binomial por la distribución de Poisson y la usa para estimar probabilidades.
2. Resuelve problemas que involucran la distribución de Poisson.
3. Calcula esperanza, varianza y desviación estándar de variables aleatorias discretas.
4. Conoce elementos del desarrollo histórico del Teorema Central del Límite.
5. Conoce dificultades y errores de los alumnos en el aprendizaje del concepto de variable aleatoria.
6. Articula los contenidos del currículo escolar relacionados a variables aleatorias y sabe cómo estos se relacionan con contenidos de otras áreas.
7. Utiliza simulaciones computacionales y con material concreto para la enseñanza y aprendizaje de las variables aleatorias.
8. Elabora actividades para el aprendizaje de los contenidos relacionados a distribuciones de probabilidad.



9. Planifica actividades para la enseñanza de las distribuciones de probabilidad que enfatizan su aspecto frecuentista.
10. Elabora y analiza problemas para la enseñanza de la distribución Binomial
11. Utiliza juegos como herramienta de motivación en la enseñanza de la unidad de variables aleatorias discretas.
12. Motiva el modelamiento de variables aleatorias discretas a través de experimentos aleatorios.
13. Elabora distintas estrategias de evaluación del aprendizaje de los conceptos de variables aleatorias discretas. (MINEDUC, 2021b, p.128-129)

Los antecedentes expuestos serán los referentes para las construcciones de los instrumentos y cuestionarios a utilizar.

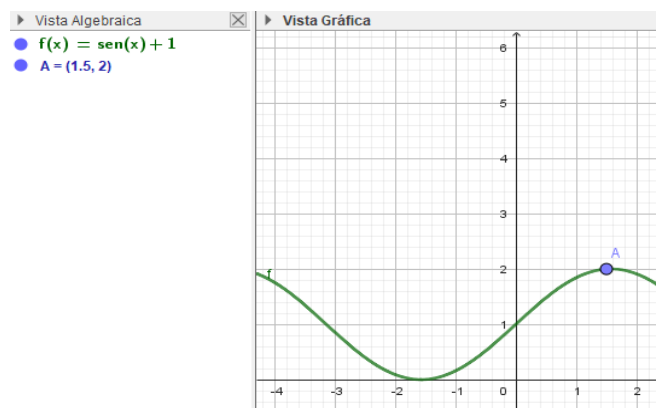
1.3.6 El recuerdo tecnológico de GeoGebra

GeoGebra es un software de matemática dinámica y código libre programado en Java. Su uso es gratuito y está disponible para una gran variedad de plataformas, incluyendo Windows, Linux, MacOS. Se puede trabajar con él de manera online desde su página, con conexión a internet (GeoGebra Clásico) o descargarlo e instalarlo en algún dispositivo tecnológico. Dispone entre sus herramientas el trabajo de la estadística, geometría y el cálculo de manera simultánea.

GeoGebra contempla diferentes tipos de vista en la interfaz de inicio, cada una de las vista proporciona al usuario herramientas y formas de representar un objeto matemático construido en él: vista algebraica, vista gráfica, vista gráfica 3D, hoja de cálculo, calculadora CAS y cálculo de probabilidad. Para el proyecto de intervención se realizará un trabajo con la vista algebraica, gráfica y la hoja de cálculo. Esto pues, la mecánica de GeoGebra, además de permitir las interacciones en las diferentes vistas, es decir, si se construye algo en la vista algebraica, aquel objeto puede interactuar con otro elemento de otra vista, construye a su vez, registros simbólicos en la vista algebraica y registros pictóricos en la vista gráfica, relacionando de esta manera, las representaciones semióticas presentadas por Duval, pero ahora desde un entorno digital por medio del recurso tecnológico.

Figura 10

Representación pictórica y simbólica de la función seno y un punto en GeoGebra





Una de las características principales de GeoGebra es que su interfaz de usuario es muy intuitiva. Es decir, siendo autodidacta uno lo puede aprender a usar. Además de aquello, está disponible una comunidad, en la página del software, que está constantemente compartiendo material, recursos didácticos y ayudando a resolver dudas sobre su uso. Por lo tanto, su implementación con estudiantes no debería concurrir mayoritariamente en problemas.

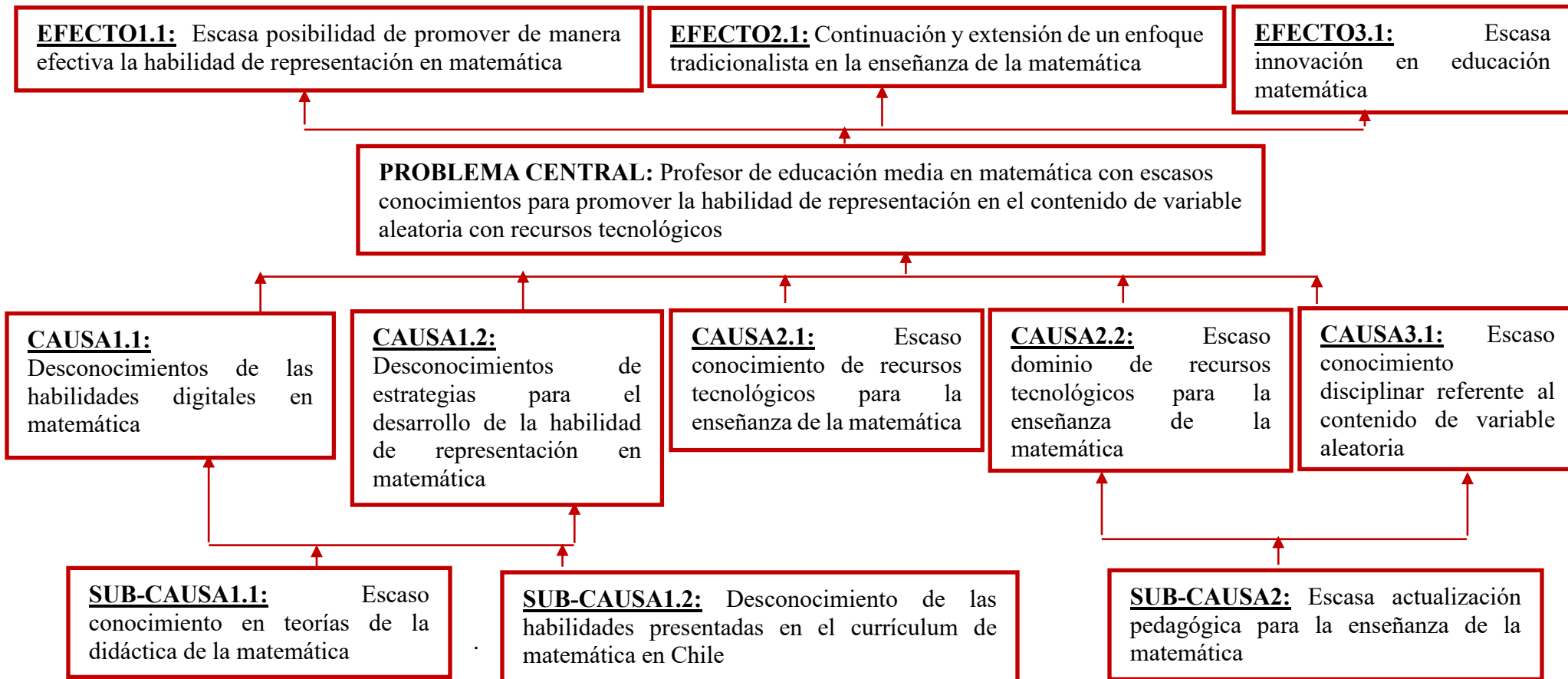
Además de lo integro que son las herramientas del software respecto de la construcción de elementos en la matemática, se han presentado diversos estudios, aplicados desde niveles escolares hasta universitarios, que destacan su uso en el desarrollo de las clases, pues permite facilitar el aprendizaje de los contenidos matemáticos (Cenas, et al., 2021; Arteaga et al., 2019; Leal, et al., 2021). Esto se debe en parte, a que el software permite la representación de aquellos conceptos y da la posibilidad a los estudiantes de corroborar teoremas o formulas mediante la manipulación de estos de manera digital.

De esta forma, dependiendo de la matemática y el nivel que se requiera trabajar, se pueden desarrollar distintas actividades o dinámicas con los estudiantes. Por ejemplo, realizar simulaciones de experimentos, animaciones, construir los elementos de una figura geometría, programar objetos, realizar cálculos, entre muchas otras alternativas (disponible en los foros) que estarán relacionadas con la creatividad y experiencia de cada profesor.

1.4 Árbol del problema

Figura 11

Árbol del problema





CAPÍTULO II

ESTRUCTURACIÓN DEL DIAGNÓSTICO DE LAS CAUSAS Y CONTEXTO

2.1 Caracterización de la institución educativa y antecedentes

El presente proyecto de intervención se llevará a cabo en un establecimiento particular subvencionado de la región del Biobío en la comuna de Lota. Dicho establecimiento, según registros de su proyecto educativo, dispone en la actualidad de una matrícula de 113 estudiantes, distribuidos entre enseñanza prebásica, básica y educación media, con mención científico-humanista. Además de contemplar un 92% de vulnerabilidad según el registro IVE 2022 y disponer de un único profesor de matemática para los respectivos niveles de enseñanza.

En sí, se trabajará con la profesora de educación matemática de enseñanza media, que cuenta con dos años de experiencia laboral, siendo este su primer establecimiento de trabajo. Por lo tanto, ella será el actor principal por intervenir. Se solicitará un trabajo sobre el contenido de variable aleatoria, para así disponer de un curso de segundo año medio.

El establecimiento en los años 2016 y 2017 se encontraba con un nivel de desempeño insuficiente y ya para los años siguientes hasta el 2020 aumento su nivel a medio-bajo, según datos de Agencia de Calidad de la Educación (ACE). Hay que considerar que los niveles de desempeño están asociados a determinados indicadores que muestran y categorizan a los establecimientos respecto del logro, aprendizaje, motivación al estudio (entre otros aspectos) de los estudiantes. Sumado a lo anterior, se presentan los descendidos resultados de las pruebas SIMCE de matemática en los años en 2017 y 2018, promediando 217 puntos en los respectivos cursos, según ACE.

Referente a lo teórico y a las causas y efectos del problema, lo mencionado puede llevar estrecha relación con los índices de vulnerabilidad y los datos entregados del establecimientos, pues como se documenta en Silva (2015), es complejo realizar clases efectivas en aquellos contextos. Generalmente los docentes deben gestionar otro tipo de tareas que son más fundamentales que trabajar sobre un contenido de en particular. De igual manera, se puede relacionar con la transición de la profesora desde la universidad al trabajo dentro del aula de clases (Solís et al., 2016), esto pues, el dominio teórico y práctica de la educación, lo entrega en gran medida la experiencia insertos en el trabajo.

2.2 Plan para recolección de información respecto a las causas

Para realizar el proceso de recolección de información, se hará un primer acercamiento con el establecimiento en donde se aplicará la intervención. Se enviará una carta al director con la información necesaria (firmas, protocolos y resguardos) para solicitar la cooperación de la docente a cargo de las clases de matemática de enseñanza media. Posteriormente, con la docente se realizan cuatro instancias para verificar la existencia de las posibles causas establecidas: primeramente, se realizará una entrevista semiestructurada con preguntas que abarquen las causas 1.1, 1.2 y 2.1. Luego, se trabajará sobre un cuestionario que pueda medir el dominio del contenido de variable aleatoria y su interpretación de los conceptos que la rodean a través de representaciones, tributando a la causa 3.1. Seguido, se trabajará en un cuestionario sobre el dominio de tecnologías y en particular de GeoGebra, que será el programa por utilizar como complemento en el desarrollo de la habilidad de representación, en donde la docente deberá, además de completar el cuestionario, crear una actividad que permita promover la habilidad de representar por medio del software, asociado a la causa 2.2. Finalmente, se le solicitará grabar una clase referente al contenido de variable aleatoria, en donde se puedan apreciar las competencias de la profesora en torno al desarrollo de la habilidad y el dominio del contenido, asociado a las causas 1.2 y 3.1.

Cada una de las técnicas y posibles causas asociadas se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1

Causas y técnicas asociadas

Causa	Técnica
1.1	Entrevista semiestructurada
1.2	Entrevista semiestructurada Grabación de clase
2.1	Entrevista semiestructurada
2.2	Cuestionario
3.1	Cuestionario Grabación de clase

Con la información obtenida tanto con la entrevista semiestructurada, los cuestionarios y la clase, se realizará un análisis cualitativo, con los respectivos instrumentos a especificar, con el fin de verificar y asociar las categorías que se presentaran y las causas posibles asociadas a la problemática.

Se establece que este proyecto de intervención sigue una corriente cualitativa, pues hay factores que acompañan a la subjetividad y que están relacionados con la teoría implícita para el análisis de datos, con la influencia y complejidad de los fenómenos y puntos de visto del encargado del proyecto, considerando además la directa relación con la profesora en cuestión (Paillé y Mucchielli, 2013).

2.3 Técnicas de recolección de información: elección y justificación

Las técnicas de recolección de datos son las que permiten reunir la información necesaria del estudio o proyecto de manera idónea de acuerdo con las necesidades. En este sentido, Hernández et al. (2014) señalan que “la recolección de datos implica la elaboración de un plan detallado de procedimiento que conduzcan a reunir datos con un propósito específico” (p.198). Es por esto, que las técnicas deben considerar los detalles que sean capaces de pesquisar aquella información que otorgue respuesta a las casusas y problemática mencionadas para la intervención, siempre dentro del marco del paradigma establecido.

De esta forma, es que, bajo el paradigma cualitativo de esta intervención, se presentan las siguientes técnicas de recolección de información:

- 1) Entrevista semiestructurada
- 2) Cuestionario
- 3) Grabación de clases

2.3.1 Entrevista semiestructurada

Este tipo de entrevistas en términos de Hernández et al. (2014), “se basan en una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener más información sobre los temas deseados, es decir, no todas las preguntas

están predeterminadas” (p.418). Es por esto, que este tipo de entrevistas presentan un grado mayor de flexibilidad que las estructuradas, debido a que parten de preguntas planeadas que pueden ajustarse a los entrevistados. Dentro de sus ventajas, se encuentra la posibilidad de adaptarse a los sujetos con enormes posibilidades para motivar al interlocutor, aclarar términos, identificar ambigüedades y reducir formalismos. De esta forma, esta técnica es de suma importancia para verificar causas que no necesariamente están en procesos de desarrollo explícito en papel.

2.3.2 Encuesta

Una encuesta es un instrumento de investigación que consiste en un conjunto de preguntas u otros tipos de indicaciones cuyo objetivo es recoger información de un encuestado. Una encuesta de investigación suele ser una mezcla de preguntas cerradas y preguntas abiertas. En término de Hernández et al. (2014), “Una encuesta es un conjunto de preguntas respecto de una variable que se va a medir” (p. 217). En este sentido, la encuesta debe ir en línea con la problemática central que se está planteando a resolver, y sus posibles causas.

Una de las decisiones principales que se debe tener en consideración al momento de realizar una encuesta, es el tipo de pregunta que se desea estipular. Generalmente la encuesta es trabajada con preguntar abierta, cerradas, o mezclas entre ellas, asociadas a la variable a investigar. De este modo y siguiendo los lineamientos de García et al. (2006), se presentan:

Preguntas abiertas: Las preguntas abiertas son preguntas de encuesta de formato libre que permiten a los encuestados responder de manera abierta basándose en su completo conocimiento, sentimiento y comprensión. Es decir, que la respuesta a esta pregunta no se limita a un conjunto de opciones.

Preguntas cerradas: Las preguntas cerradas asociadas a la encuesta, son aquellas que contienen categorías u opciones de respuesta limitadas y estrechas a las opciones dadas, es decir, los encuestados deben limitarse a las respuestas posibles presentadas por el investigador. Ya sea preguntas dicotómicas o múltiples.

De esta forma, esta técnica se ajusta para indagar sobre las causas, pues por una parte es necesario establecer el conocimiento profundo o dominio de la profesora respecto del contenido de variable

aleatoria, y por otro, es necesario conocer el manejo con el recurso tecnológico asociado. Ambas situaciones, son cuantificables desde la correcta confección y análisis de la aplicación de encuestas de los elementos necesarios de observar.

2.3.3 Grabación de clase

La grabación de clases es una forma de recolectar información en formato audiovisual, con el fin de analizar en más detalle las secuencias de las diferentes fases del desarrollo de una clase (Rodríguez et al., 1999). De esta manera, es fundamental obtener el registro audiovisual de la clase de la profesora, pues de esta manera, se podrá verificar si hay elementos que permitan afirmar o no, si se está promoviendo la habilidad de representación con recursos tecnológicos en el aula y verificar el dominio de los contenidos por parte de la profesora.

2.4 Instrumentos de recolección de información y protocolos: construcción y justificación

Los instrumentos para la recolección de información son los medios por los cuales el investigador recolectara la información extraída y presentada en las técnicas de recolección. Cada una de las tres técnicas presentadas, presentara un instrumento para recolectar la información de manera específica. Pero independiente de la técnica a utilizar y su instrumento asociado, por riguridad y confiabilidad de la intervención e investigación de las causas, cada uno de los instrumentos deberá ser sometido a pruebas de valides, tanto del contenido en sí mismo que el instrumento proporciona, como valides del constructo, es decir la forma de construcción de los instrumentos (Useche et al., 2020). Pues de acuerdo con Araneda et al. (2008):

Desde el punto de vista de la rigurosidad de una investigación científica, la credibilidad de los resultados y conclusiones, están sujetos a criterios de validez y confiabilidad de los datos, es decir, que la producción de conocimiento en un área del saber determinada debe responder a procesos objetivos, sistemáticos que permitan evidenciar que las conclusiones dan cuenta y responder a un criterio de veracidad. (p.102)

2.4.1 Cuestionario de encuesta

El instrumento seleccionado para la encuesta será un cuestionario, es decir, un documento que agrupará la serie de preguntas que se formularan a la docente sobre el contenido. Para la construcción del cuestionario se usarán los lineamientos propuestos por Useche et al. (2020):

1. Precisar la naturaleza y tipo de datos, ello determinará el tipo de preguntas que se formularán.
2. Formular preguntas o seleccionar aquellas existentes que se consideren adecuadas, hasta generar un banco de preguntas.
3. Evaluar si las preguntas corresponden con los objetivos establecidos; generalmente deben precisar su redacción, eliminar algunas, en cuanto a su pertinencia.
4. Decidir el tipo de escalas a emplear; se puede usar un solo tipo o se puede combinar diferentes tipos de escalas, ello se precisa de acuerdo con el alcance de los objetivos de la investigación.
5. Redactar las preguntas que se van a realizar: si son abiertas, opciones múltiples, nominales, ordinales, dicotómicas, entre otras.
6. Seleccionar la presentación de las preguntas.
7. Revisar el lenguaje y el sentido de redacción de cada una de las preguntas.
8. Seleccionar los datos de identificación que van a ser solicitados a los encuestados.
9. Imprimir algunos ejemplares del cuestionario y compartirlos con compañeros de trabajo, investigadores y profesores, solicitando sus apreciaciones.
10. Imprimir ejemplares suficientes del nuevo cuestionario para realizar una prueba piloto.
11. Realizar la versión definitiva del cuestionario. La impresión debe ser precisa y legible; prever la reproducción de copias en número suficiente. Seleccionar el tipo y tamaño de letra que permita una lectura adecuada y que varíe de acuerdo con el receptor. (p. 37)

De esta forma y considerando lo mencionado por el autor, se estructura un cuestionario que considere una categoría general que tribute a las posibles causas mencionadas en el árbol de problemas, además de un análisis de juicio de la respuesta, de la siguiente manera:

Tabla 2

Modelo de cuestionario de encuesta

Causa principal asociada	Preguntas	Alternativas	Respuestas	Análisis

2.4.2 Cuestionario de entrevista

De manera análoga a lo establecido para el cuestionario de la encuesta, se realizará un cuestionario para la entrevista semiestructurada, que, a diferencia del método anterior, en este caso se pretende realizar un dialogo con el entrevistado en donde nuevas preguntas puedan surgir dentro de este.

Para llevar a cabo una entrevista semiestructurada se utiliza como base la propuesta de Díaz et al. (2013):

1. Contar con una guía de entrevista, con preguntas agrupadas por temas o categorías, con base en los objetivos del estudio y la literatura del tema.
2. Elegir un lugar agradable que favorezca un diálogo profundo con el entrevistado y sin ruidos que entorpezcan la entrevista y la grabación.
3. Explicar al entrevistado los propósitos de la entrevista y solicitar autorización para grabarla o video-grabarla.
4. Tomar los datos personales que se consideren apropiados para los fines de la investigación.
5. La actitud general del entrevistador debe ser receptiva y sensible, no mostrar desaprobación en los testimonios.

6. Seguir la guía de preguntas de manera que el entrevistado hable de manera libre y espontánea, si es necesario se modifica el orden y contenido de las preguntas acorde al proceso de la entrevista.

7. No interrumpir el curso del pensamiento del entrevistado y dar libertad de tratar otros temas que el entrevistador perciba relacionados con las preguntas.

8. Con prudencia y sin presión invitar al entrevistado a explicar, profundizar o aclarar aspectos relevantes para el propósito del estudio. (p. 163-164)

La estructura para la entrevista semiestructurada tendrá el siguiente formato:

Tabla 3

Modelo de entrevista semiestructurada

Causa principal asociada	Preguntas	Respuesta	Análisis
--------------------------	-----------	-----------	----------

Se estipulará la causa a modo de una categoría, y asociada a esa causa se establecerán las posibles preguntas que se formulan al entrevistado. Luego, se presentará un análisis a la respuesta entregada para verificar si efectivamente la respuesta del entrevistado se asocia a la causa.

2.4.3 Instrumento para la grabación de clases

De las variadas maneras de grabar una clase en la actualidad, se utilizará una cámara digital, la cual estará fija en la parte trasera de la sala, y será anclada a un trípode con cabeza dinámica, de tal manera de focalizar los movimientos y gestiones de la profesora en el aula. Se tomará registro desde un inicio de la clase hasta el cierre, sin un protocolo en particular, de tal manera, que la clase sucede lo más natural posible.

2.5 Validación de instrumentos

Como se mencionó anteriormente, los instrumentos para su confiabilidad deben ser sometidos a pruebas que abalen su funcionalidad. En este caso por su naturaleza, ambos cuestionarios y entrevistas, tanto en su forma, como contenido, serán sometidos a un juicio de expertos para validar su uso.

El juicio de expertos es un método de validación útil para verificar la fiabilidad de un proyecto o instrumentos que serán utilizados en este, lo que se define según Escobar y Cuervo (2008) como “Una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones” (p.28). Luego de que los instrumentos sean sometidos al juicio de los expertos, serán modificados y adaptados según las sugerencias otorgadas, para su posterior utilización.

Considerando lo anterior, es que, en primera instancia, cada uno de los instrumentos serán presentados a docentes expertos del programa de estudio, para verificar su utilidad en términos de estructura. Luego, respecto de los contenidos, para el cuestionario que abarque la causa 3.1, se contara con un experto sobre la materia, ya sea ingenieros en estadística o profesores de matemática con trayectoria en esta área. Para la causa 2.2 y su respectivo cuestionario, se buscará a un experto calificado en el uso de tecnologías o en el uso GeoGebra. Y finalmente, para la entrevista semiestructurada y las causas asociadas, se contará con un profesore de matemática para su validación.

Tanto para las entrevistas, como para las encuestas, se seguirá una estructura similar a llevar a juicio de expertos, de la siguiente manera:

Tabla 4*Modelo para la validación de la entrevista semiestructurada*

Causa principal asociada	Pregunta	Coherencia		Pertinencia		Acepta con reparo	Rechaza	Sugerencia
		Sí	No	Sí	No			

En el modelo de la tabla 4, se presentará la posible causa asociada con su correspondiente pregunta, en este sentido, el juez experto deberá verificar si la pregunta es coherente con la posible causa asociada y si esta, además, es pertinente. Con estos antecedentes deberá estipular si la pregunta es aceptada para el cuestionario establecido, o si hay que realizar correcciones de forma según sugerencias, o hay que eliminar directamente dicha pregunta.

Respecto de las sugerencias de los expertos, se procederán a realizar los ajustes.

2.6 Organización de la aplicación del diagnóstico

Para llevar un orden bajo un criterio lógico, primeramente, se procederá a la confirmación y búsqueda de los jueces expertos de cada ámbito, para realizar las validaciones, tanto estructurales como de contenido a los instrumentos de recolección de información. Continuando con el proceso, y ya obtenidos los instrumentos, se sigue con las respectivas modificaciones y sugerencias para ser aplicados. Luego, se contactará a la docente para coordinar fechas, lugares y horas de la aplicación de los instrumentos.

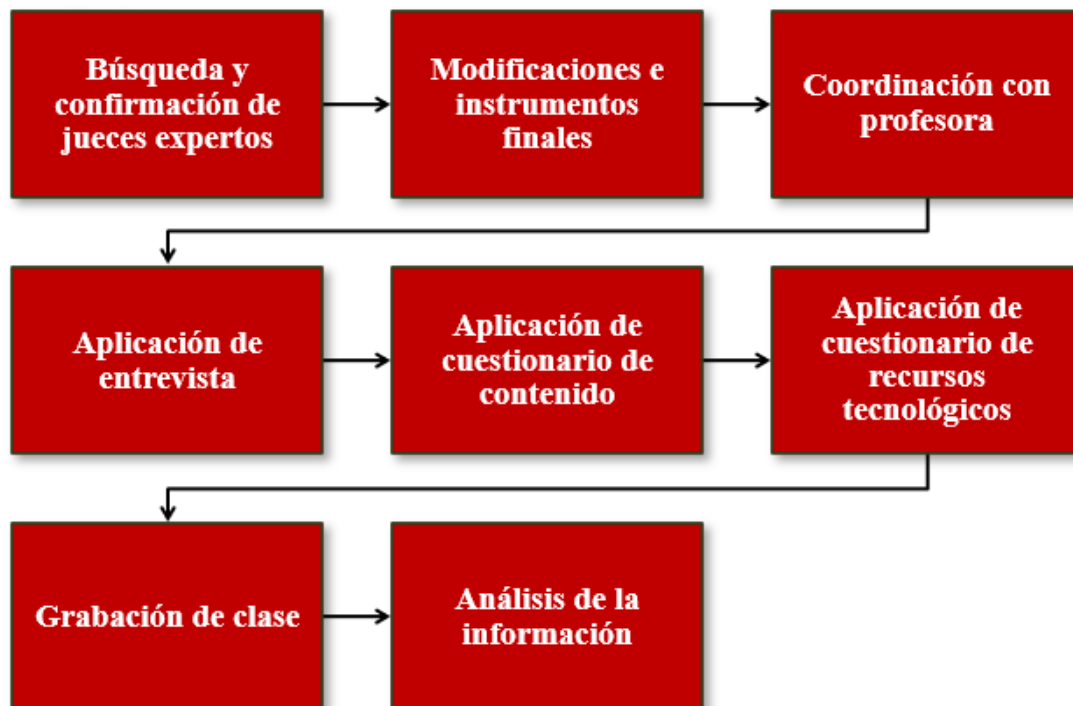
Seguido de lo anterior, se procederá con la entrevista semiestructurada, con la cual se podrán dar luces de los diferentes dominios de la profesora en las categorías. Luego, se aplicará la primera encuesta, que está asociada a los contenidos disciplinares de la variable aleatoria. En este sentido, se hace necesario primero conocer el nivel disciplinar que ella presenta, pues sería contradictorio o difícilmente posible, gestionar actividades, sin un buen dominio del contenido. En esta lógica, realizada la encuesta sobre el contenido, se llevará a cabo la siguiente encuesta, asociada al dominio

sobre recursos tecnológico y su uso para promover la habilidades de representación, en particular con el software GeoGebra. Finalmente, para cerrar el ciclo de la aplicación del diagnóstico y contrastar toda la información anterior, se solicitará a la profesora la grabación de su clase. Posterior a aquello se procederá con los análisis.

Lo anterior se esquematiza de la siguiente manera.

Figura 12

Ciclo de la organización del diagnóstico



2.7 Carta Gantt de la aplicación del diagnóstico

Tabla 5

Carta Gantt

ACTIVIDAD	FECHA 2022-1				
	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio
Elaboración y envío de carta al director	•	•			
Elaboración y envío del consentimiento informado			•		
Diseño y validación de la entrevista semiestructurada	•	•			
Diseño y validación del cuestionario de variable aleatoria	•	•			
Diseño y validación del cuestionario de recursos tecnológicos	•	•			
Aplicación de la entrevista semiestructurada			•		
Aplicación del cuestionario de recursos tecnológicos			•		
Aplicación del cuestionario de variable aleatoria			•		
Grabación de clase			•		
Análisis y resultados de los instrumentos aplicados				•	•



CAPÍTULO III

APLICACIÓN, ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL DIAGNÓSTICO

3.1 Descripción de la aplicación del diagnóstico

Posterior a la validación de cada uno de los instrumentos mencionados en el capítulo anterior, las consideraciones y antecedentes de los jueces expertos se pueden apreciar desde el Anexo 1 hasta el Anexo 6, se realizaron las respectivas modificaciones y se procedió con la aplicación de cada uno de estos. De este modo, en la aplicación se utilizó:

1. Entrevista semiestructurada
2. Cuestionario disciplinar de variable aleatoria
3. Cuestionario disciplinar del dominio de recursos tecnológicos, y en particular GeoGebra.
4. Grabación de clase

El proceso se inició con la presentación al respectivo establecimiento de aplicación con una carta al director (Anexo 7), en donde se especificaron los objetivos y compromisos para con la docente a trabajar. Dicha carta fue aceptada y firmada por el director (Anexo 10). Luego, se hizo contacto con la profesora por medio de correo electrónico, se le informo sobre el proceso a trabajar, y ella acepto y firmo el consentimiento informado, que proporcionaba los detalles del proyecto (Anexo 8). Posterior a esto, con la profesora se acordaron horarios y formas de trabajo.

Primeramente, a la profesora se le aplicó la entrevista semiestructurada la primera semana de mayo, para ser específico, el jueves 5 de mayo del 2022. Dicha entrevista fue realizada online, previo acuerdo según lo establecido en el consentimiento informado, por medio del software Zoom (programa de video conferencias), con una duración de 40 minutos. Luego, a la profesora se le envió de manera digital el cuestionario disciplinar de dominio de recursos tecnológicos y el uso de GeoGebra, con sus respectivas instrucciones, para que fuera entregado la semana siguiente el día jueves 12 de manera presencial en el establecimiento, en donde se aprovechó de aplicar el ultimo diagnóstico asociado al contenido disciplinar de variable aleatoria. Finalmente, el martes 23 de mayo se realizó la grabación de la clase de

manera presencial, con una duración aproximada de 30 minutos en el contenido de variable aleatoria.

De este modo, se concluyó el proceso de diagnóstico.

A continuación, se detallan los acontecimiento y estrategias utilizados en la implementación de cada uno de los instrumentos.

3.1.1 Descripción de la entrevista semiestructurada

La entrevista semiestructurada fue el primer método utilizado para la recolección de información. Dicha entrevista, presento de manera final, un total de nueve preguntas, en donde la mayoría de ellas estaba asociada con una segunda pregunta en el mismo reglón, de este modo, se formulaba un hilo conductor que permitía tener una conversación fluida con la profesora. A su vez, se confeccionaron tres preguntas para cada una de las tres causas especificadas. En donde se trabajó con las causas:

1.1 Desconocimiento de las habilidades digitales en matemática.

1.2 Desconocimiento de estrategias para el desarrollo de la habilidad de representación en matemática.

1.3 Escaso conocimiento de recursos tecnológicos para la enseñanza de la matemática.

El formato y las preguntas se presentan a continuación.

Tabla 6

Formato de la entrevista semiestructurada

Causa	Pregunta
1.1 Desconocimientos de las habilidades digitales en matemática	<p>¿Qué entiende por Habilidades Digitales?, ¿conoces cuáles se describen en el currículum chileno?</p> <p>Si tuviera que elegir alguna habilidad digital para trabajar el contenido de variable aleatoria, ¿cuál sería y como lo haría?</p> <p>¿Qué estrategias utiliza para desarrollar las habilidades digitales con sus estudiantes?</p>

1.2	Desconocimientos de estrategias para el desarrollo de la habilidad de representación en matemática.	<p>¿Qué entiende por la habilidad de representación en matemática?, ¿cómo cree usted que se asocia con la enseñanza de la matemática?</p> <p>¿Trabaja en sus estudiantes el desarrollo de la habilidad matemática de representación?, ¿cómo y por qué?</p> <p>¿Conoce algún proceso o estrategia por el cual se deba trabajar la habilidad de representación en matemática?</p>
2.1	Escaso conocimiento de recursos tecnológicos para la enseñanza de la matemática.	<p>¿Qué aplicaciones, softwares o programas utiliza para desarrollar su clase de matemática?, ¿y en probabilidad y estadística?</p> <p>De la siguiente lista, que aplicaciones, software o programas usa para el estudio de la probabilidad y estadística:</p> <p>R- Estudio; Geogebra; Excel; JASP; SPSS</p> <p>¿Algún otro que no se halla mencionado?</p> <p>¿Cómo conoció los diferentes tipos de software o programas que utiliza (capacitaciones, universidad, etc.) ?, ¿cree que son suficientes?</p>

En el proceso de la entrevista se presentaron diferentes comentarios en la conversación que hicieron que emergieran nuevas preguntas con las cuales se pudo obtener nueva información. La entrevista tuvo una duración total de aproximadamente 40 minutos, de un trabajo online. La entrevista completamente transcrita, se encuentra en el Anexo 9.

3.1.2 Descripción del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria

Para el trabajo desarrollado sobre el diagnóstico disciplinar de variable aleatoria, se formularon en total nueve preguntas a desarrollar en 1 hora y 30 minutos, con una calificación en escala de 1.0 a 7.0 (60%). De las nueve preguntas del cuestionario, las primera cinco estaban asociadas al conocimiento conceptual que debería manejar un docente de matemática para enseñar variable aleatoria en el sistema educativo, y las cuatro finales, asociadas a la aplicación de los conceptos (MINEDUC, 2021b). Para el desarrollo de este diagnóstico, se coordinó con la profesora una ida al establecimiento donde ella está actualmente ejerciendo, y en una sala desocupada se inició su aplicación. Para este diagnóstico la causa asociada fue:

3.1 Escaso conocimiento disciplinar referente al contenido de variable aleatoria

El formato y las preguntas del diagnóstico se presentan a continuación:

Figura 13

Formato del cuestionario disciplinar de variable aleatoria

1. Apartado conceptual (15 PUNTOS)

- P1. ¿Qué es una variable aleatoria y como se clasifica?
- P2. Mencione tres experimentos y clasifíquelos según el tipo de variable aleatoria
- P3. ¿Qué es el valor esperado de una variable aleatoria?
- P4. ¿Qué es un espacio muestral, asociado a un experimento?
- P5. ¿Cuál es el dominio y recorrido de una variable aleatoria?

2. Apartado de aplicación (45 PUNTOS)

P6. Consideremos una bolsa de artículos de la siguiente categoría:

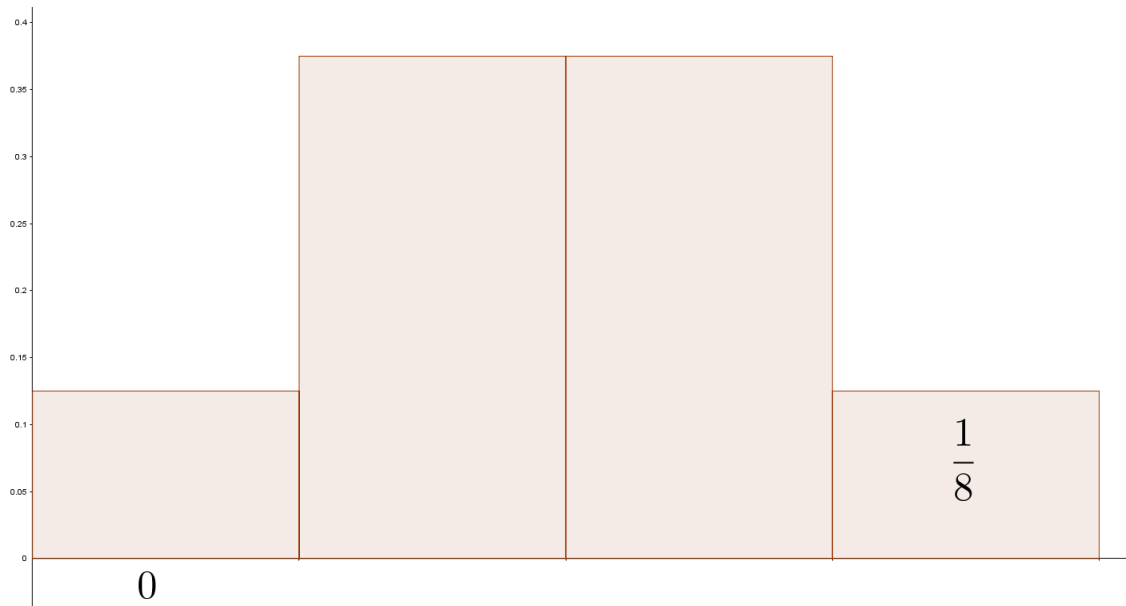
- A, B, C: Artículos defectuosos
- C, E: Artículos aceptables

Se establece la variable aleatoria x como: Número de artículos defectuosos al momento de sacar una muestra de tamaño 2 de la bolsa. Se realiza la siguiente tabla

X	P(X=x)
0	1/10
1	K
2	3/10

Hallar el valor de K y el espacio muestral del experimento

P7. El siguiente histograma corresponde a la variable aleatoria: Numero de caras obtenidas al lanzar 3 monedas de manera simultánea.



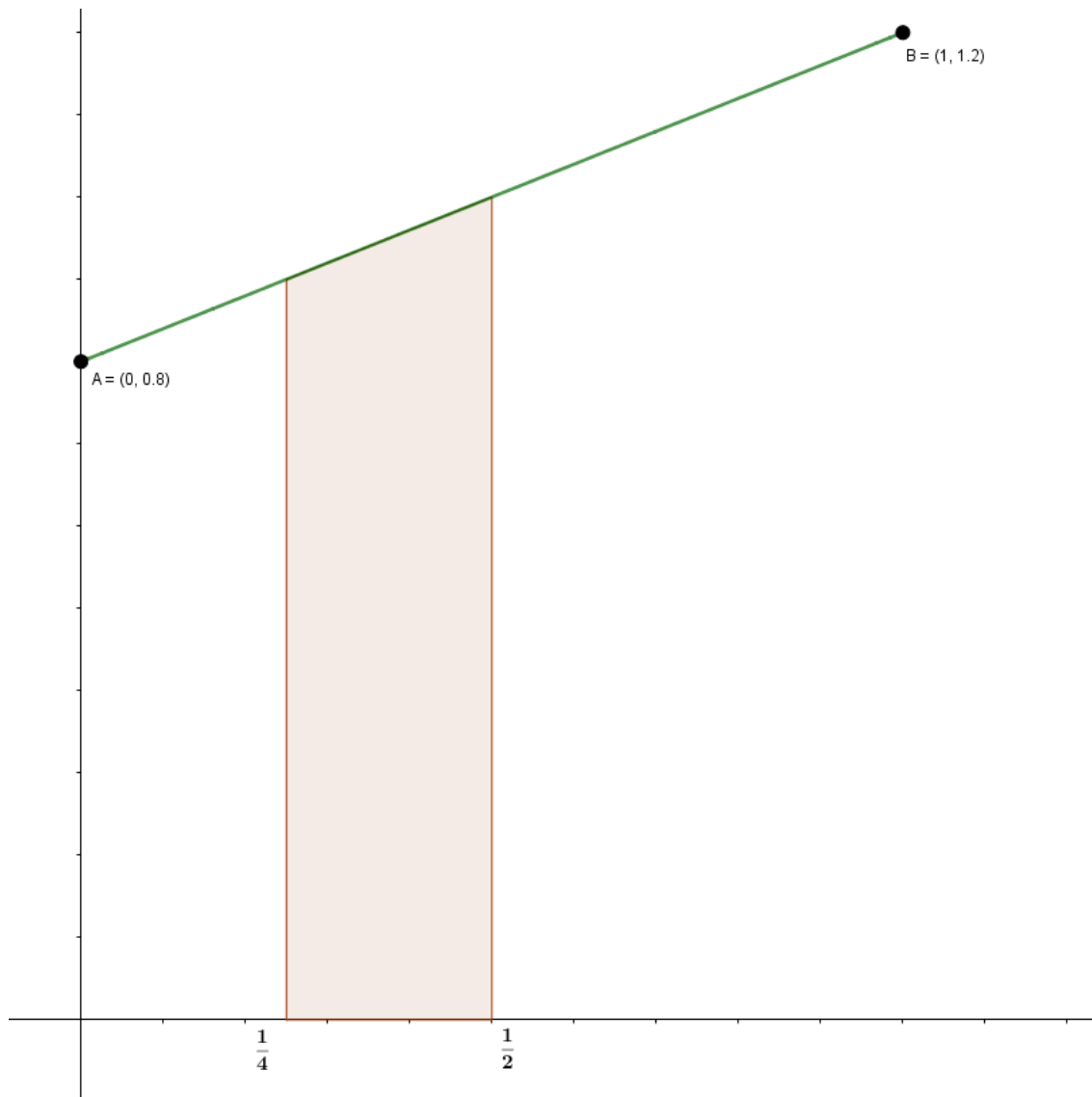
Completar el histograma y hallar la esperanza de la variable aleatoria.

P8. Sea x una variable aleatoria discreta cuya distribución de probabilidad está dada por:

$$\begin{cases} kx^2, & x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & e. o. c \end{cases}$$

Halle el valor de k y grafique.

P9. Suponga que el tiempo de atención (horas) de cada cliente en una estación de servicios es una variable aleatoria continua, con la siguiente función de distribución (verde).



- Halle la probabilidad de que el tiempo de atención este entre 15 y 30 minutos
- Hallar la esperanza de atención
- Hallar la desviación estándar de atención

3.1.3 Descripción del diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos

Para el diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos, se desarrollaron un total de once preguntas en formato escala de Likert, de este modo, las respuestas fueron asignadas según la apreciación de la profesora sobre el conocimiento de recursos tecnológicos y en particular sobre el dominio del software GeoGebra. La disposición del tiempo fue la misma que el cuestionario disciplinar de variable aleatoria, 1 hora y 30 minutos. A diferencia del cuestionario anterior, a la profesora se le envió de manera digital, y ella debió gestionar su tiempo para resolver.

En este cuestionario, y recordando el problema central de este proyecto de intervención, se proporcionó una pregunta (la número 11), en donde se buscaba que la profesora fuera capaz de generar un recurso o actividad con GeoGebra, para el trabajo de variable aleatoria con sus estudiantes y promover a la vez, la habilidad de representación. Aquella pregunta no pudo ser resuelta, y será presentada nuevamente, como uno de los productos del proceso de intervención.

Para este diagnóstico, la causa asociada fue:

2.2 Escaso dominio de recursos tecnológicos para la enseñanza de la matemática.

A continuación, se presenta el formato y preguntas establecidas:

Tabla 7

Formato del cuestionario disciplinar del uso de recursos tecnológicos

Pregunta	Alternativa
1. Según su percepción, que dominio cree que tiene en el uso de softwares para el trabajo de la matemática en general	1. Excelente 2. Buena 3. Regular 4. Mala



2. Según su percepción, que dominio cree que tiene en el uso de GeoGebra para el trabajo de la matemática en general
- Justificar: _____
1. Excelente
 2. Buena
 3. Regular
 4. Mala
3. Se Siente capaz de lograr generar actividades que promuevan la representación en matemática utilizando GeoGebra
- Justificar: _____
1. Sí
 2. No
4. Conoce y saber utilizar el funcionamiento de la barra de entrada de GeoGebra
- Justificar: _____
1. Sí
 2. No
5. Conoce y sabe utilizar la serie de comandos en GeoGebra
- Justificar: _____
1. Sí
 2. No
6. Para que ejes matemáticos puede utilizar GeoGebra
- Justificar: _____
1. Probabilidad y estadística
 2. Algebra y funciones
 3. Geometría
 4. Aritmética
 5. o números
7. Conoce y sabe utilizar scripts en GeoGebra
- Justificar: _____
1. Sí
 2. No
8. En que lenguaje de programación, en general, está escrito y diseñado GeoGebra
- Justificar: _____
1. Java
 2. C++
 3. C
 4. R
 5. Python
- Justificar: _____

-
9. Sabe crear y utilizar botones en Geogebra 1. Sí
2. No
Justificar: _____
10. Sabe utilizar y crear deslizadores en GeoGebra 1. Sí
2. No
Justificar: _____
11. Cree un recursos o actividad ligado a variable aleatoria, ya sea continua o discreta tributando a la habilidad de representación mediante el uso de recursos digitales. Utilice GeoGebra. Subir su archivo GGB. 1. Sí
2. No
Justificar: _____
- Puede responder sí para hacerlo o no, para dejar esta pregunta cómo no contestada.
-

3.1.4 Descripción de la grabación de la clase

Para finalizar el proceso de la implementación del diagnóstico, se ha realizado la grabación de la clase, de ahora en adelante clase 1. Aquella grabación se realizó de manera presencial y siguió los lineamientos descritos en el capítulo anterior. La clase 1 tuvo una duración de aproximadamente 30 minutos, que son la duración oficial de los módulos del establecimiento, donde la profesora trabajo mediante una presentación de PowerPoint el contenido de variable aleatoria, particularmente en el objetivo de aprendizaje 10, mismo que se estableció en los antecedentes.

Finalizada la grabación, se procedió a la transcripción de la clase 1 en formato de texto, la cual se encuentra en el Anexo 11.

3.2 Análisis de la aplicación del diagnóstico

Luego de aplicados los instrumentos para la recopilación de antecedentes, se comienza con el proceso que organiza, contrasta y compendia la información obtenida. Es aquí, donde se analizan los datos, lo cual, en términos de Serrano (1998) citado en Araneda et al. (2008) es:

La etapa de búsqueda sistemática y reflexiva de la información obtenida a través de los instrumentos, constituyendo un momento clave del proceso de investigación, implica trabajar los datos, recopilarlos, organizarlos en unidades manejables, sintetizarlos buscar regularidades o modelos entre ellos, descubrir qué es importante y que van a aportar a la investigación. (p. 97)

En este sentido, no basta con solo recoger datos para la intervención, pues eso no es suficiente para alcanzar conclusiones asociadas a las causas en particular (Rodríguez et al., 1999). De este modo, con los instrumentos seleccionados, se hizo un análisis cualitativa con los cuales se fueron obteniendo los diferentes resultados más abajo presentados.

Para el análisis de los instrumentos, se utilizaron diferentes pautas, categorías y escalas, el ETM y las matrices de registro, que en términos de Hurtado de Barrera (2012) son instrumentos que permiten “asentar datos obtenidos a través de la medición con otros instrumentos, datos obtenido de archivos o registros institucionales” (p.167). De esta manera, las matrices de registros (tablas) son una técnica pertinente para el análisis de entrevista.

El proceso de análisis de cada instrumento se detalla a continuación.

3.2.1 Análisis de la entrevista semiestructurada

Para el análisis de la entrevista semiestructurada, primeramente, se realizó la transcripción de la entrevista en su totalidad, resguardando los datos tanto del establecimiento como de la docente con quien se trabajó. Luego de la transcripción, se hizo una reducción de la entrevista trabajada en una matriz de registro, en donde se presentó la respuesta textual formulada por la profesora respecto de cada una de las causas.

Luego, se analizó por separado cada una de las respuestas, con el fin de interpretar y lograr realizar los hallazgos obtenidos por causa.

Los extractó de la entrevista con las respuesta textuales asociadas por causa, se presentan en las siguientes tablas, posterior a cada tabla se realiza el análisis.

Tabla 8

Análisis de la causa 1.1

Causa	Pregunta	Respuesta
1.1 Desconocimientos de las habilidades digitales en matemática	¿Qué entiendes por habilidades digitales?	Ya. Bucha el uso deeee de no sé, de alguna herramienta, ya sea no sé, PPT, videos, el mismo Geogebra oooo. Sí, eso es lo que entiendo... Pero es la habilidad para usarlo.
	Comentario: Ya, ósea es como a lo que te refieres es como tener un recurso tecnológico con los cuales tú te puedes apoyar en la clase	Sí
	¿Conoces cuáles se describen en el currículum chileno?	No, la verdad ninguna.
	Si tuviera que elegir alguna habilidad digital para trabajar el contenido de variable aleatoria, ¿cuál sería y como lo haría?	Eeeeh bucha la verdad partiría enseñándole como el contenido en sí. Partiendo como de lo previo para llegar a variable aleatoria. Y así yo igual iría estudiante un poquito más, porque igual me acuerdo como super poco.
	*se omitió variable aleatoria dado el desconocimiento de parte de la docente del contenido. Se formula la misma pregunta, pero en un contenido de su comodidad, explicando previamente la habilidad digital de información. En particular selecciono una actividad de algebra	Recién estoy viendo si me funciona. Porque estamos viendo productos notables, pero, igual les enseñe previamente no sé, los conceptos básicos del algebra, términos

¿Qué estrategias utiliza para desarrollar las habilidades digitales con sus estudiantes?

semejantes, su explicación así uno por uno, y después, o polinomio por polinomio, y ahora ya como vamos a pasar al contenido de productos notables, que es lo que nos interesaba, les pedí que investigaran, no sé, así como un trabajo de investigación, y les hice como una rúbrica y todo lo que debía tener no sé, demostración, descripción gráfica, las sumas, las restas, y ahí ellos fueron como investigando. Pero en el momento en que ellos como que hacían el trabajo de investigación, como que copiaban y pegaban, y yo ya cuando me decían “ya profe lo termine”, y yo ya, sinceramente del 1 al 10, ¿cuánto aprendiste o entendiste de lo que hiciste? “la verdad nada...” como que no cacharan nada, y yo ya...

Y ahí les dije mira anda a YouTube y busca un producto notable y anda buscando videos, y yo igual les trataba de buscar los más entretenidos, y fueron como creando ese aprendizaje. Recién estamos como en la parte de que están viendo los videos y ya hoy día lo están como entiendo, recién entendiendo lo que hicieron en el trabajo de investigación.

En el laboratorio ahí fuimos todos juntitos. Como ya vamos en la tercera clase en eso, Ahora están preparando como una presentación para después exponer cada pareja, porque están en parejas, un producto notable

Primeramente, es posible observar el desconocimiento por parte de la docente sobre las habilidades digitales, la profesora asocia dichas habilidades con el recurso digital propiamente tal, y la habilidad (dominio del recurso) de usarlo como herramienta de apoyo en la clase. Esto es concordante con su respuesta en la pregunta número 2, pues directamente menciona que no las conoce.

Para la segunda pregunta, se puede observar el déficit respecto al dominio del contenido de variable aleatoria trabajado en enseñanza media. De esto surge la modificación de la pregunta asociada al trabajo de habilidades digitales. De igual forma en este apartado, la profesora trabaja en cierta medida, la habilidad digital de información con los estudiantes, al realizar un trabajo de investigación en donde deben hallar y presentar características de los productos notables. De este apartado se puede inferir que como la profesora desconoce las habilidades digitales, no está en conocimiento de que habilidad se está desarrollando con la actividad que utilizo, de igual forma y concordancia con lo dicho en la entrevista, desconoce estrategias para lograr desarrollarlas.

Tabla 9

Análisis de la causa 1.2

Causa	Pregunta	Respuesta
<p>1.2 Desconocimientos estrategias para el desarrollo de la habilidad de representación en matemática.</p>	<p>¿Qué entiende por representación?, ¿cómo se asocia con la matemática?</p> <p>¿Trabaja la representación en el contenido de matemática?, ¿cómo y por qué?</p>	<p>Como no sé, hacer como el dibujito por así decirlo, eso es lo que entiendo como de representar, o como recrear tu idea o lo que está aprendiendo como en una representación en un dibujo</p> <p>Por queee ósea igual a veces no entienden de una forma, o no lo visualizan bien como debería ser, y por eso a través de no sé, del dibujo o de no sé, verlo en una pizza, porque yo les hice como una pizza que tenían que ir ellos ir sacando los pedacitos de la pizza, y después pegándolos, y así representando la fracción. Pero igual algunos como no entienden como lo teórico solamente, les hace falta como la otra parte, como que todo va conectado y se requiere Eeeh sipu. Como te contaba a través de las fracciones. Ahora, por ejemplo, también con ese mismo curso creamos una balanza, para introducirnos al contenido de ecuaciones, pero igual hay en algunos, en algunos contenidos, igual me cuesta, me cuesta como hacer el uso de la</p>

Emergente
¿Cómo te sientes en general con las representaciones en los contenidos de matemática?

representación. No es en todo, es como en contenidos específicos y me lo critico.

Sí, eso mismo igual lo he notado, que solo, que recién lo estoy aplicando en algunos contenidos porque este igual sería igual mi primer año de profe en el aula pu, porque antes estábamos solamente online, igual hubo un tiempo híbrido y fueron, no sé, de de 10 estudiantes iba 1, o avances no iba.

Así queeee igual es como mi primer año que trato de implementarlo, pero hay cosas que igual me cuestan aun, por ejemplo, en potencias tratar de ... se me pego

Aah ya. Como en potencias tratar de cómo llevarlo a la vida real, no se... se ve en el crecimiento exponencial de una bacteria, lo mismo con el COVID, pero igual a veces siento que me falta más, no solo eso

Como otras cosas más, o representar las potencias, representarlas no se me ocurre, no se logaritmos, o a ver que más. En geometría es que igual hay contenidos que no he pasado aun, porque no sé, esteeee el año pasado estuvimos con la priorización, pero los primeros meses fue de priorización del año anterior. Por ejemplo, si yo

tenía el sexto, le tenía que pasar contenido los priorizado, pero del quinto, y eso fue como hasta junio/julio. Y después, por ejemplo, si mi curso era quinto, ósea el sexto que yo le estaba haciendo clases, tenía que pasarle los priorizados de quinto básico Sí. Así que ahora ya estamos comooo bien por así decirlo, pero igual no he entrado como al contenido de o al eje de geometría, de probabilidad tampoco, con ningún curso, siempre hemos estado con... y eso más el primer eje que hemos alcanzado aaaaah hacer algo Y por eso igual siento que me falta, cada día igual para ellos enseñarles, me preparado, a veces también no me alcanza a hacer una actividad tan didáctica, o no se me ocurre.

Emergente

¿Crees que ahí también te faltaría este plus para poder trabajar lo que es variable aleatoria respecto de las representaciones?

¿Conoce algún proceso o estrategia por el cual se deba trabajar la habilidad de representación en matemática?

La verdad sí. Si yo no sé el día de mañana, tuviera, así como objetivo enseñarles variable aleatoria, no lo pasaría, pero siii me lo estudiaría antes, trataría de aprenderlo yo primero, para después enseñarlo

Eeehm por ejemplo, con las fracciones, les hago primero dibujar el entero, dibujo como un cuadradito entero, un rectángulo así entero yyy el numerito del denominador nos indica

como las partes que vamos a dividir el entero, y el numerador, la cantidad que vamos a pintar del entero, y así lo hago. Y si quiero ver como la equivalencia entre fracciones, lo mismo. Que hagan como el mismo el entero pero distintas divisiones y ahí ven si es lo mismo

(...) Por ejemplo, en otro contenidooooo no lo podría hacer. Como ya hemos estudiado eso, yo también lo he estudiado más y se los he podido hacer de forma distinta, para que ellos igual lo puedan ver de distinta forma

La docente si comprende la necesidad del trabajo de la representación en matemática, considera que el uso de la representación es fundamental pues es otra forma de entregar el contenido, pero no se hace alusión a una definición más profunda del concepto de la habilidad de representación.

La profesora sí hace un trabajo mediante la representación, pero dicho trabajo es focalizado a algunos contenidos específicos de la matemática. En particular desconoce el trabajo de la representación para el contenido de variable aleatoria. Otra información relevante es que lleva trabajando 1 año en presencialidad en dicho establecimiento, dada la condición sanitaria.

Finalmente, se puede apreciar que la profesora hace alusión a un trabajo particular de representación de manera pictórica de las fracciones, pero no se presenta una estrategia general de como trabajar la habilidad de representación.

Tabla 10

Análisis de la causa 2.1

Causa	Pregunta	Respuesta
2.1 Escaso conocimiento de recursos tecnológicos para la enseñanza de la matemática.	¿Qué softwares o programas utiliza para desarrollar su clase de matemática?, ¿y en probabilidad y estadística?	Eeehm PPT, videos. PPT eeeeh, que otro más, no sé, cuando estamos en clases online, utilizaba harto el Quizizz, que era como un juego online Ya, la verdad ahora recién estamos con cuarto medio repasando el contenido de tercero, pero con probabilidad condicionada Pero recién yo lo estoy introduciendo a los conceptos básicos de probabilidad. Como que es un experimento, eeeh básico super básico No.
	Comentario: Ya ya yaaa. Ósea de momento no se han utilizado...	
	De la siguiente lista, que software o programas para el trabajo de la probabilidad y estadística conoce: R- Estudio Geogebra Excel JASP SPSS ¿Algún otro que no se halla mencionado?	La verdad, no. Aaah sí Pero, así como para llevarlo, me acuerdo que nos enseñaron en la U, recuerdo que tuvimos una clase de eso, pero como de hacerlo yo ahora, no me acuerdo. Pero si se usar Excel como lo básico. Tendría que como más meterme, así como meterle manito por así decirlo al Excel, y así tratar de sacar algo para probabilidad, pero, así como ahora que me lo dijiste, no se me había ocurrido, de hecho,



ahora me acorde que lo enseñaron en la U
No, no me suena la verdad
No, tampoco
Tampoco...
El GeoGebra sí, pero lo conozco, pero no lo he utilizado

¿Cómo conoció los diferentes tipos de software o programas que utiliza (capacitaciones, universidad, etc.) ?, ¿cree que son suficientes?

Excel lo había visto en la universidad
Y con lo que es Geogebra, Ese lo conocí netamente en la U

Emergente
¿Y tuviste alguna profundización en ese programa?

Eeeh en algunos cursos lo utilizaban para trabajar. Eeeh creo que en geometría también lo aplicábamos peroooo, más a fondo así, no me acuerdo.

Emergente
¿Crees que para el trabajo de la matemática son necesarios estos tipos de programas?

Sí, la verdad es que sí, para que sea vea de otra forma, o si no lo entienden de una manera, que yaa eeh lo entiendan de otra, o para lo mismo, para verificar sus resultados.

O sea aparte de la calculadora, así como también, porque no siempre la calculadora les sirve, no sé, para una probabilidad o para una variable aleatoria, igual seria como algo más llamativo y se llevaría a cabo un aprendizaje más significativo. No solamente a lo normal, a lo estandarizado, sino que saldría de lo común y ya por último se acordarían que lo

Emergente
¿Cómo te sientes para trabajar con los estudiantes variable aleatoria y el uso de recursos tecnológicos?

aprendían de otra forma, y fue distinto, y así, a mi parecer sería un aprendizaje más significativo

Así como preparada preparada... no, nada. Tendría que yo prepararme antes

Si me dijeran no sé, mañana tienes que hacer una clase, sí. De hecho, hace poco eeeh la semana pasada, meeee la de UTP me dijo si yo podía o si yo quería la verdad, irme al otro liceo que tienen allá acá en lomas, pero tendría que sacar todas mis cositas de acá, y irme con las mismas horas, pero allá. Pero ya dejaría de hacerle clases acá a los chicos, cien por ciento allá. YYYY ahí me dijo que era solo para cuarto medio, y me nombro como todos los contenidos, y yo igual entre miiii me dio como susto, así como de aquí a mañana tendría que prepararme mucho, y acá con los chiquillos ya tengo como avanzado, ya sé que nivel hay y todo. Y me pasaría lo mismo con variable aleatoria.

En el primer apartado, la profesora confunde software o programa, con recurso tecnológico en general, pues hace mención del uso de Video. De igual forma utiliza el programa PowerPoint y Quizizz, para impartir sus clases de matemática, pero en probabilidad y estadística, no tiene un software o programa asociado para su trabajo.



En el siguiente apartado, se puede apreciar la concordancia con la respuesta anterior, pues la docente reconoce el funcionamiento básico de dos programas del total mencionado, para el trabajo de la probabilidad y estadística, pero no a nivel de poder utilizarlo en el desarrollo de alguna actividad en clases. Siguiendo esta línea, ambos programas los trabajo en la universidad, pero no se ha presentado mayor profundidad.

Otro hallazgo, es que la docente reconoce lo necesario que son la implementación de los recursos tecnológicos al momento de desarrollar una clase, considerando los beneficios, tanto para los estudiantes, como para ella como docente.

Finalmente, considerando una pregunta emergente del proceso, la profesora reconoce el déficit que presenta respecto del uso de recursos tecnológicos con respecto del contenido de variable aleatoria.

Los hallazgos presentados en el análisis anterior fueron sintetizados y transcritos en la tabla 11.

Tabla 11*Síntesis de los hallazgos*

Causa	Hallazgo	Síntesis
1.1	<p>Primeramente, es posible observar el desconocimiento por parte de la docente sobre las habilidades digitales, la profesora asocia dichas habilidades con el recurso digital propiamente tal, y la habilidad (dominio del recurso) de usarlo como herramienta de apoyo en la clase. Esto es concordante con su respuesta en la pregunta número 2, pues directamente menciona que no las conoce.</p> <p>Para la segunda pregunta, se puede observar el déficit respecto al dominio del contenido de variable aleatoria trabajado en enseñanza media. De esto surge la modificación de la pregunta asociada al trabajo de habilidades digitales. De igual forma en este apartado, la profesora trabaja en cierta medida y como forma piloto, la habilidad digital de información con los estudiantes, al realizar un trabajo de investigación en donde deben hallar y presentar características de los productos notables. De este apartado se puede inferir que como la profesora desconoce las habilidades digitales, no está en conocimiento de que habilidad se está desarrollando con la actividad que utilizo, de igual forma y concordancia con lo dicho en la entrevista, desconoce estrategias para lograr desarrollarlas.</p>	<p>Desconocimiento por parte de la docente de las habilidades digitales presentes en el currículum.</p> <p>Déficit respecto al dominio del contenido de variable aleatoria.</p>

-
- 1.2 La docente si comprende la necesidad del trabajo de la representación en matemática, considera que el uso de la representación es fundamental pues es otra forma de entregar el contenido, pero no se hace alusión a una definición más profunda del concepto de la habilidad de representación en matemática.
- La profesora si hace trabajo mediante la representación de contenido, pero dicho trabajo es focalizado a algunos contenidos específicos de la matemática. En particular desconoce el trabajo de la representación para el contenido de variable aleatoria. Otra información relevante es que lleva trabajando 1 año en presencialidad en dicho establecimiento, dada la condición sanitaria.
- Finalmente, se puede apreciar que la profesora hace alusión a un trabajo particular de la representación de manera pictórica en las las fracciones, pero no se presenta una estrategia general de como trabajar la habilidad de representación.
- Escaso conocimiento del concepto de la habilidad de representación en matemática.
- Ausencia de estrategias para trabajar la habilidad de representación en variable aleatoria
- Desconocimiento de estrategias para trabajar la habilidad de representación en matemática.
- 2.1 En el primer apartado, la profesora confunde software o programa, con recurso tecnológico en general, pues hace mención del uso de Video. De igual forma utiliza el programa PowerPoint y Quizizz, para impartir sus clases de matemática, pero en probabilidad y estadística, no tiene un software o programa asociado para su trabajo.
- En el siguiente apartado, se puede apreciar la concordancia con la respuesta anterior, pues la docente reconoce el funcionamiento básico de
- Desconocimiento de softwares y dominio para el trabajo de la probabilidad y estadística, y en particular en variable aleatoria.
-

dos programas del total mencionado, para el trabajo de la probabilidad y estadística, pero no a nivel de poder utilizarlo en el desarrollo de alguna actividad en clases. Siguiendo esta línea, ambos programas los trabajo en la Universidad, pero no se ha presentado mayor profundidad.

Otro hallazgo interesante, es que la docente reconoce lo necesario que son la implementación de los recursos tecnológicos al momento de desarrollar una clase, considerando los beneficios, tanto para los estudiantes, como para ella como docente.

Finalmente, considerando una pregunta emergente del proceso, la profesora reconoce el déficit que presenta respecto del uso de recursos tecnológicos con respecto del contenido de variable aleatoria.

Se puede apreciar de manera general, que la profesora, según su percepción y respuestas, no presenta el dominio necesario para el uso del software Geogebra en la creación de actividades de actividades en el aula de matemática. Esto se sustenta pues, según sus respuestas, desconoce las herramientas básicas del programa, no se siente capaz de generar actividades, y su dominio lo considera regular. De igual forma, la pregunta número 12 que, hacia un consolidado del uso del programa y la creación de actividades en matemática, fue omitida.

2.2

Ausencia de dominio del software GeoGebra, tanto en los elementos básicos, como para la creación de actividades en matemática

3.1

Es posible concluir que la docente se encuentra en el nivel más bajo de la escala referente al dominio del contenido de variable aleatoria, es decir, no hay un dominio de contenido. Esto

Ausencia de dominio del contenido de variable aleatoria. Se presentan mayores conflictos en el apartado de aplicación.



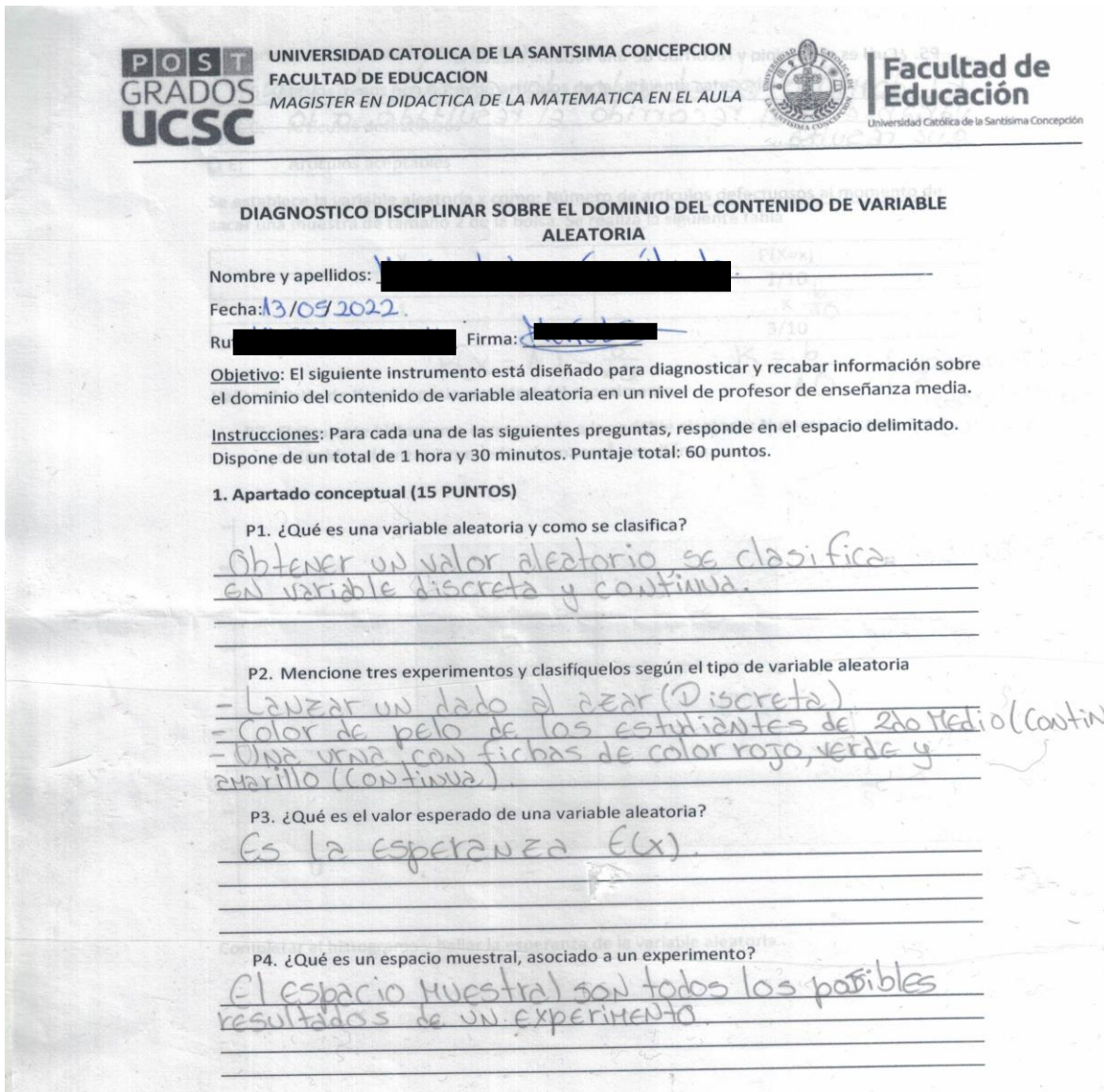
es sustentado bajo el criterio de evaluación (14 puntos de 60, equivalentes a una calificación de 2.2) y su posicionamiento, considerando un porcentaje de exigencia del 60%. La profesora tuvo conflictos de mayor envergadura en el apartado de aplicación (no hubo desarrollo significativo) de variable aleatoria, por sobre el apartado de conceptualización, en donde se pueden apreciar respuestas parciales.

3.2.2 Análisis del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria

Las respuestas que propicio la profesora para este diagnóstico fueron las siguiente:

Figura 14

Respuestas del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria



POST GRADOS UCSC UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION
MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN EL AULA

Facultad de Educación
Universidad Católica de la Santísima Concepción

DIAGNOSTICO DISCIPLINAR SOBRE EL DOMINIO DEL CONTENIDO DE VARIABLE ALEATORIA

Nombre y apellidos: [Redacted]
Fecha: 13/09/2022.
Ru [Redacted] Firma: [Redacted]

Objetivo: El siguiente instrumento está diseñado para diagnosticar y recabar información sobre el dominio del contenido de variable aleatoria en un nivel de profesor de enseñanza media.

Instrucciones: Para cada una de las siguientes preguntas, responde en el espacio delimitado. Dispone de un total de 1 hora y 30 minutos. Puntaje total: 60 puntos.

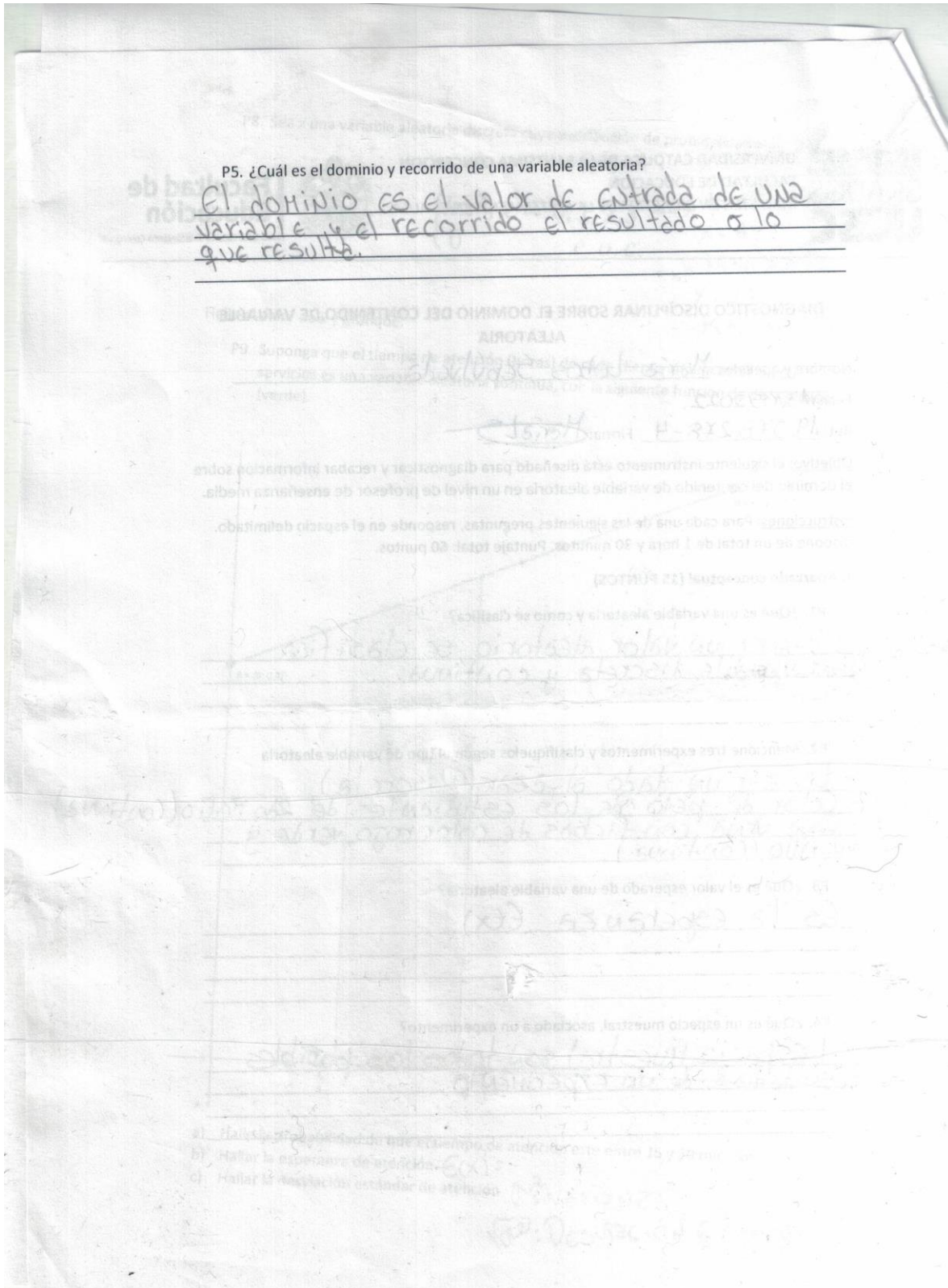
1. Apartado conceptual (15 PUNTOS)

P1. ¿Qué es una variable aleatoria y como se clasifica?
Obtener un valor aleatorio se clasifica en variable discreta y continua.

P2. Mencione tres experimentos y clasifíquelos según el tipo de variable aleatoria
- Lanzar un dado al azar (Discreta)
- Color de pelo de los estudiantes de 2do Medio (continua)
- Una urna con fichas de color rojo, verde y amarillo (continua).

P3. ¿Qué es el valor esperado de una variable aleatoria?
Es la esperanza $E(x)$.

P4. ¿Qué es un espacio muestral, asociado a un experimento?
El espacio muestral son todos los posibles resultados de un experimento.



2. Apartado de aplicación (45 PUNTOS)

P6. Consideremos una bolsa de artículos de la siguiente categoría:

A, B, C: Artículos defectuosos

D, E: Artículos aceptables

Se establece la variable aleatoria x como: Número de artículos defectuosos al momento de sacar una muestra de tamaño 2 de la bolsa. Se realiza la siguiente tabla

X	P(X=x)
0	$\frac{1}{10}$
1	K
2	$\frac{3}{10}$

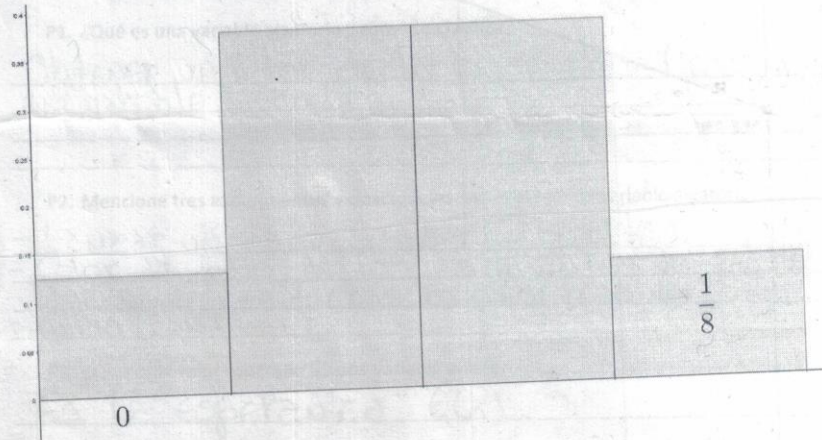
Hallar el valor de K y el espacio muestral del experimento.

$P(X=1) = \frac{6}{10}$

$K = \frac{6}{10}$

Espejo muestra
; 6 Todos los posi
resultados.

P7. El siguiente histograma corresponde a la variable aleatoria: Numero de caras obtenidas al lanzar 3 monedas de manera simultánea.



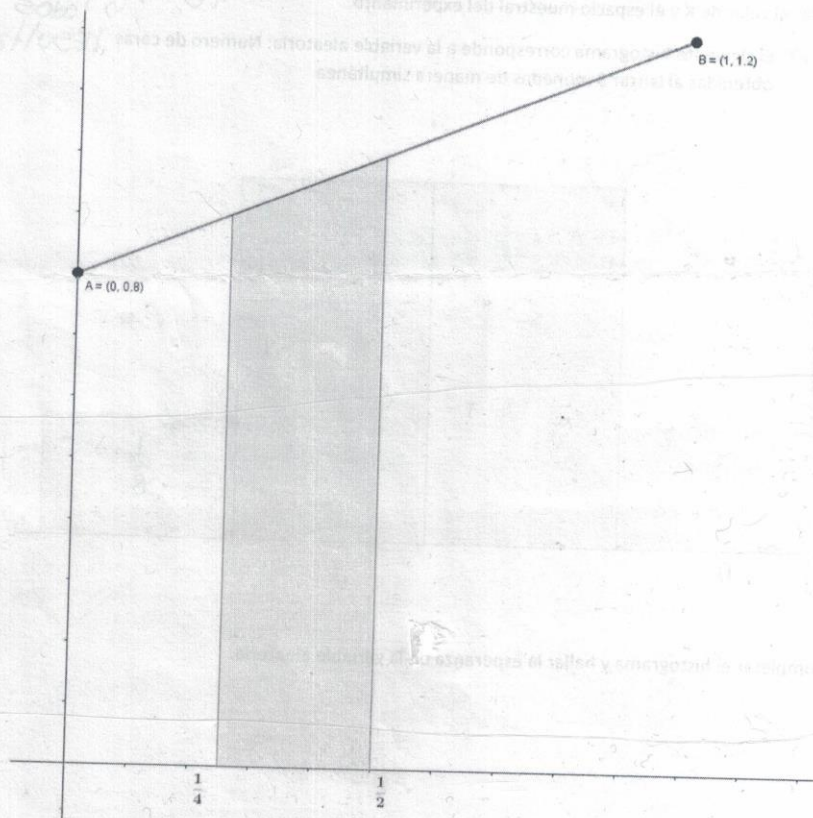
Completar el histograma y hallar la esperanza de la variable aleatoria.

P8. Sea x una variable aleatoria discreta cuya distribución de probabilidad está dada por:

$$\begin{cases} kx^2, & x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} x=0: \\ k \cdot 0^2 = 0 \\ x=1: \\ k \cdot 1^2 = 1k \\ x=2: \\ k \cdot 2^2 = 4k \\ x=3: \\ k \cdot 3^2 = 9k \end{array}$$

Halle el valor de k y grafique.

P9. Suponga que el tiempo de atención (horas) de cada cliente en una estación de servicios es una variable aleatoria continua, con la siguiente función de distribución (verde).



- Halle la probabilidad de que el tiempo de atención este entre 15 y 30 minutos $P(15)$
- Hallar la esperanza de atención $E(x) =$
- Hallar la desviación estándar de atención σ^2 : Varianza

$\sqrt{\sigma^2}$: Desviación estándar.

Para el análisis de este diagnóstico, se utilizaron dos pautas en donde se estableció una significación dependiendo del puntaje obtenido por la profesora en los apartados conceptuales y de aplicación. Esto referente a la calificación que obtuvo en el diagnóstico.

Las pautas utilizadas para cada uno de los apartados fueron las siguientes:

Tabla 12

Pauta de evaluación del apartado conceptual

Pregunta/puntaje	3	2.25	1.5	0.75	0
P1	Define correctamente variable aleatoria y su clasificación	Define parcialmente correcto el concepto de variable aleatoria y su clasificación	No define el concepto de variable aleatoria, pero si su clasificación	No define el concepto de variable aleatoria y solo da una clasificación	No define el concepto de variable aleatoria ni clasifica
P2	Menciona los tres experimentos y sus clasificaciones de manera correcta	Menciona dos experimentos y sus clasificaciones de manera correcta	Menciona un experimento correcto y su clasificación	Menciona al menos un experimento o correcto sin su clasificación	No menciona ni clasifica ningún experimento
P3	Define correctamente el concepto de valor esperado		Define parcialmente correcto el concepto de valor esperado		No define correctamente el concepto de valor esperado
P4	Define correctamente el concepto de espacio muestral		Define parcialmente correcto el concepto de espacio muestral		No define correctamente el concepto de espacio muestral

P5	Define correctamente el concepto de dominio y recorrido asociado a la variable aleatoria	Define correctamente al menos un concepto de dominio o recorrido de variable aleatoria	No define correctamente ninguno de los conceptos
----	------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------

Tabla 13
Pauta de evaluación del apartado de aplicación

Puntajes/ Preguntas	11.2500	8.4375	5.6250	2.8125	0
P6	Logra hallar el espacio muestral del experimento y además logra hallar el valor de k	Logra hallar al menos una de las características solicitadas			No logra resolver el problema
P7	Logra completar el histograma y además halla la esperanza asociada	Logra hallar al menos una de las características solicitadas			No logra resolver el problema
P8	Logra hallar el valor de k, y grafica la situación	Logra hallar al menos una de las características solicitadas			No logra resolver el problema
P9	Completa de manera correcta el problema, resolviendo las alternativas: a, b y c	Completa al menos 2 preguntas de manera correcta	Completa al menos 1 pregunta de manera correcta	Completa al menos 1 pregunta de manera correcta	No logre resolver el problema

Luego, dependiendo del puntaje total, se categorizará a la docente según uno de los siguientes conceptos:

Tabla 14

Conceptos según calificación variable aleatoria

Calificación	Concepto
1.0-3.9	No se presenta dominio sobre el contenido de variable aleatoria
4.0-4.9	Se presenta un dominio mínimo sobre el contenido de variable aleatoria
5.0-5.9	Se presenta un dominio necesario sobre el contenido de variable aleatoria
6.0-7.0	Se presenta un dominio destacado sobre el contenido de variable aleatoria

Considerando los antecedentes mencionados, y a través del análisis del diagnóstico realizado por la profesora, se obtuvieron los siguientes resultados.

Tabla 15

Puntajes del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria

Pregunta	Análisis de respuesta	Puntaje
P1	La profesora no define el concepto de variable aleatoria, pero si menciona su clasificación.	1.500
P2	La profesora menciona de manera correcta el lanzamiento de un dado asociado a un variable discreta, pero los otros dos ejemplos mencionados no son experimentos.	1.500
P3	La profesora no define el concepto de valor esperado.	0
P4	La profesora define de manera correcta el espacio muestral.	3,0000
P5	La profesora asociado el concepto de dominio y	0

	recorrido al de una función, mas no al de variable aleatoria.	
P6	La profesora asociado correctamente el concepto de suma de probabilidades de la distribución y halló el valor de k, pero no estipuló el espacio muestral del experimento.	5.6250
P7	La profesora no logró resolver el problema	0
P8	La profesora no logró resolver el problema	0
P9	La profesora no logró resolver el problema	0

De este modo, la profesora logró obtener un puntaje total de 11.625 puntos, lo que asociado a una escala de 60 puntos con un 60% de exigencia, califica como un 2.0. Categorizando de este forma, en el concepto de no presentar dominio sobre el contenido de variable aleatoria.


3.2.3 Análisis del diagnóstico disciplinar del uso de recursos tecnológicos


Las respuestas al diagnóstico de la profesora fueron las siguientes:



Figura 15

Respuestas del diagnóstico disciplinar del uso de recursos tecnológicos


UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION
MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN EL AULA
matemática, utilizando GeoGebra


Facultad de Educación
Universidad Católica de la Santísima Concepción

DIAGNOSTICO DISCIPLINAR SOBRE EL USO DE GEOGEBRA Y RECURSOS TECNOLOGICOS

Nombre y apellidos: [REDACTED]
 Fecha: 13/05/2022
 Ru: [REDACTED] Firma: [REDACTED]

Objetivo: El siguiente instrumento está diseñado para diagnosticar y recabar información sobre el dominio de recursos tecnológicos y el uso de GeoGebra para la enseñanza de la matemática.

Instrucciones: Para cada una de las siguientes preguntas, encerrar una única alternativa, justificando su respuesta. Dispone de un total de 1 hora y 30 minutos.

P1. Según su percepción, ¿qué dominio cree que tiene en el uso de softwares para el trabajo de la matemática en general?

a. Excelente
 b. Buena
 c. Regular
 d. Mala

Justificar:

P2. ¿Conoce y sabe utilizar el software GeoGebra?

a. Sí
 b. No

Justificar:
 Si conozco el software GeoGebra pero no tan a fondo



P3. Se Siente capaz de lograr generar actividades que promuevan la habilidad de representación en matemática, utilizando GeoGebra

a. Excelente
b. Buena
c. Regular
 d. Mala

Justificar:

P4. Conoce y saber utilizar el funcionamiento de la barra de entrada de GeoGebra

a. Sí
b. No

Justificar:

Sí, pero super poco

P5. Conoce y sabe utilizar la serie de comandos en GeoGebra

a. Sí
 b. No

Justificar:

P6. Según su percepción, ¿qué dominio cree que tiene en el uso de GeoGebra para el trabajo de la matemática en general?

a. Excelente
b. Buena
 c. Regular
d. Mala

Justificar:

P10. Sabe crear y utilizar botones en Geogebra

a. Sí
 b. No

Justificar:

P11. Sabe utilizar y crear deslizadores en GeoGebra

a. Sí
 b. No

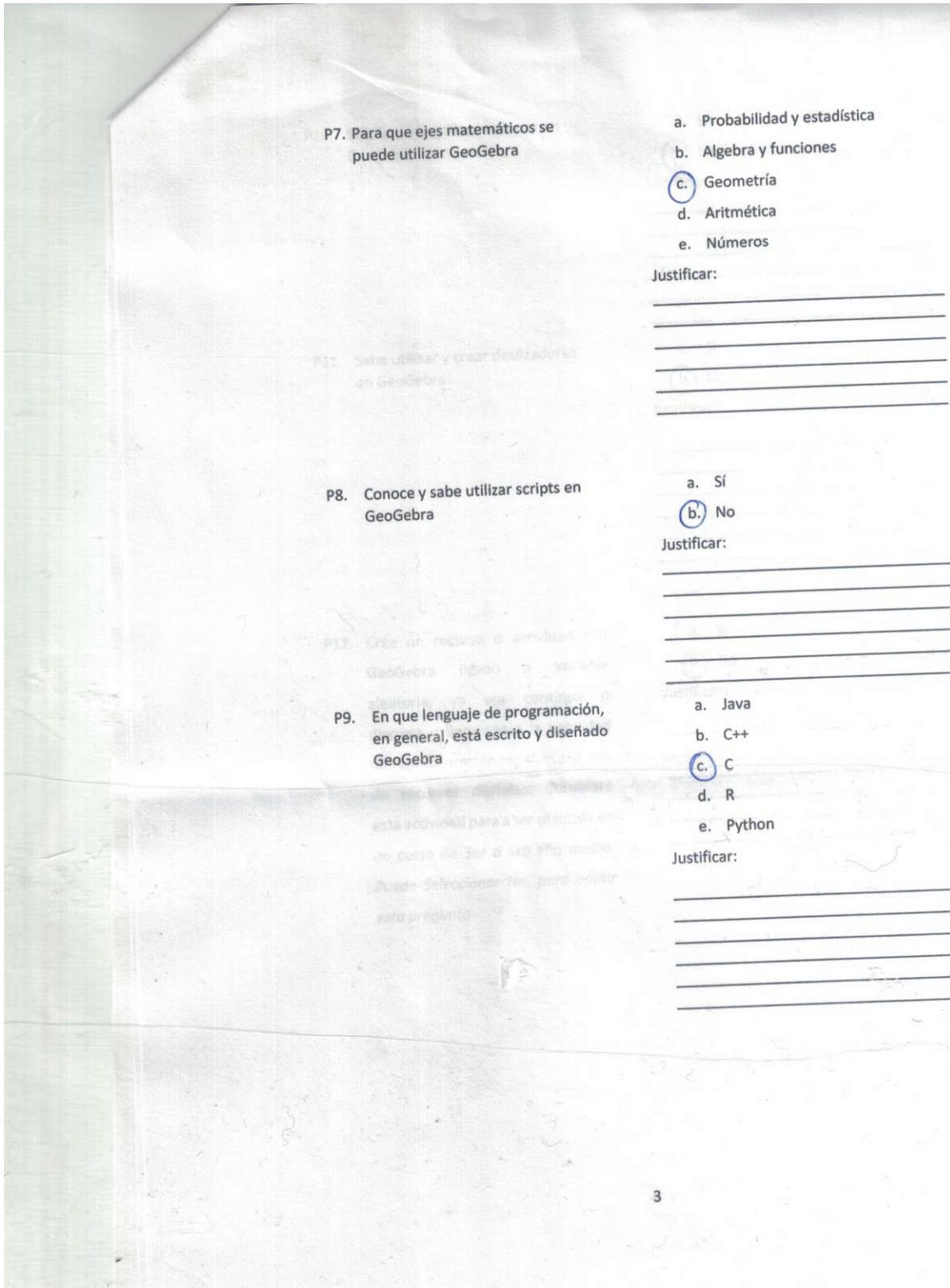
Justificar:

P12. Cree un recurso o actividad con GeoGebra ligado a variable aleatoria, ya sea continua o discreta, tributando a la habilidad de representación mediante el uso de recursos digitales. Considere esta actividad para a ser utilizada en un curso de 3er o 4to año medio. Puede Seleccionar No, para omitir esta pregunta

a. Sí
 b. No

Justificar:

4



P7. Para que ejes matemáticos se puede utilizar GeoGebra

- a. Probabilidad y estadística
- b. Álgebra y funciones
- c. Geometría
- d. Aritmética
- e. Números

Justificar:

P8. Conoce y sabe utilizar scripts en GeoGebra

- a. Sí
- b. No

Justificar:

P9. En que lenguaje de programación, en general, está escrito y diseñado GeoGebra

- a. Java
- b. C++
- c. C
- d. R
- e. Python

Justificar:

Para el análisis del diagnóstico de recursos tecnológicos, se utilizó una matriz de registro considerando las respuestas de la profesora, en donde se categorizo cada una de sus respuestas tributando a un porcentaje de logro, ya sea por respuesta correcta, incorrecta, parcial, etc. Este desglose se adjunta a continuación.

Tabla 16

Porcentaje de logro del diagnóstico de recursos tecnológicos según respuesta

Concepto	Porcentaje
Excelente	100%
Buena	66%
Regular	33%
Mala	0%
Sí	100%
No	0%
Sí con reparo	50%
Respuesta correcta	100%
Respuesta incorrecta	0%

De esta forma, respecto del porcentaje promedio obtenido por la profesora, se categoriza según los siguientes conceptos.

Tabla 17

Conceptos según porcentaje de logro del diagnóstico de dominio recursos tecnológicos

Porcentaje de logro	Concepto
0-25%	No se presenta dominio sobre el uso del recursos tecnológico GeoGebra
25%-50%	Se presenta un dominio mínimo sobre el uso del recurso tecnológico GeoGebra
50%-75%	Se presenta un dominio suficiente sobre el uso del recurso tecnológico GeoGebra
75%-100%	Se presenta un dominio destacado sobre el uso del recurso tecnológico GeoGebra

Considerando los antecedentes expuestos, la profesora obtuvo los siguientes resultados.

Tabla 18

Porcentajes del diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos

Pregunta	Respuesta	Comentario	Porcentaje de logro
P1	Regular		33%
P2	Sí	Sí conozco el software GeoGebra, pero no tan afondo.	50%
P3	Mala		0%
P4	Sí	Sí, pero super poco.	50%
P5	No		0%
P6	Regular		33%
P7	Geometría		0%
P8	No		0%
P9	C		0%
P10	No		0%
P11	No		0%
P12	No		0%

Lo que, a través de un promedio simple, deja a la profesora con un porcentaje de logro de aproximadamente el 14%, de esta manera, la profesora queda en la categoría más baja de no dominio del software.

3.2.4 Análisis de la grabación de la clase 1

El análisis de la grabación de la clase 1 se realizará en base a las causas 1.2 y 3.1. La causa 1.2 será analizada mediante el ETM verificando el cumplimiento de los criterios asociados a la habilidad de representación con recursos tecnológicos y para la causa 3.1, se realiza un análisis considerando los errores de procedimiento o conceptuales que la profesora pudiese cometer en el proceso.

En el siguiente apartado se detalla lo expuesto.

3.2.4.1 Análisis mediante el ETM de la clase 1

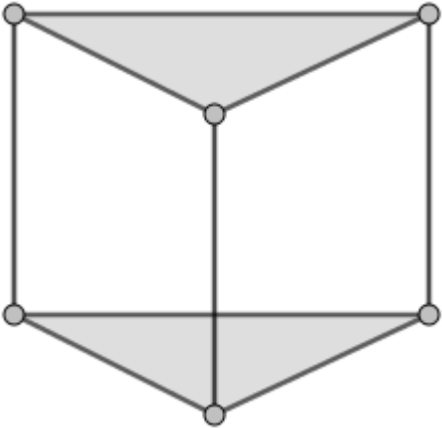
Para el análisis de la sesión de la clase 1 grabada, se utilizará el ETM como marco estructural de referencia para verificar si la profesora logra promover la habilidad de representación en el aula de clases, ya sea con recursos tecnológicos o no. Por lo tanto, para el análisis se transcribirá la clase completa y se analizarán fragmentos de actividades, diálogos y/o guías que se realice la profesora con los estudiante.

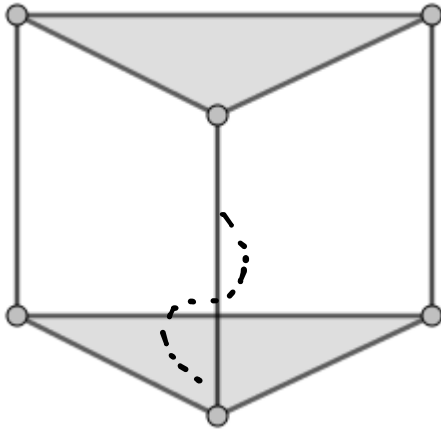
Para la interpretación del ETM, se considerará que cualquier tipo de fibración tipo 3, estará promoviendo, en algún grado, la habilidad de representación, y por lo tanto estará justificando la causa 1.2. También se tendrá en consideración si aquella actividad conlleva o no, el uso de recursos tecnológicos, en ese sentido se debería producir una fibración tipo 1 como operador semiótico en la componente artefacto.

Para realizar el análisis de la clase, se tendrán en consideración los siguientes códigos y adecuaciones del ETM:

Tabla 19

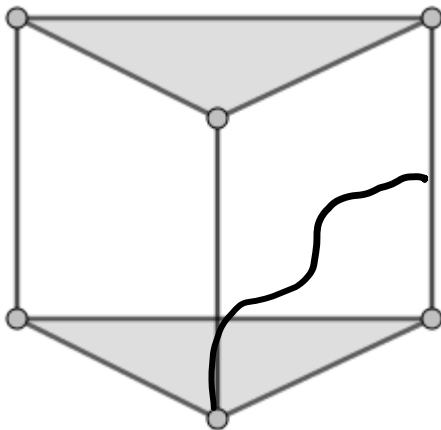
Significados de la interpretación del ETM

Código	Significado	Interpretación didáctica
	El Espacio de Trabajo Matemático	Es la estructura básica con la cual se analizan las clases.



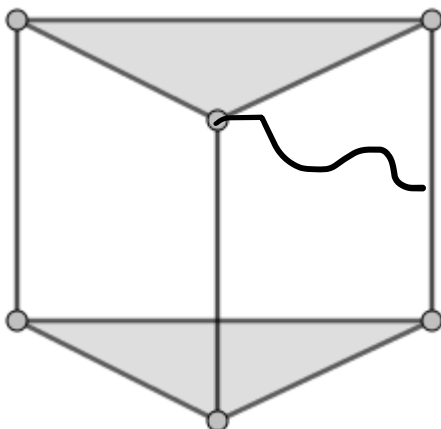
Un trazo discontinuo significa que hay una manifestación de la respectiva componente del plano hacia una génesis, más no de manera significativa.

En este ejemplo el profesor activa la componente artefacto mediante un trabajo de construcción, mas no necesariamente hay presencia de una génesis instrumental como operador material.



Un trazo continuo desde el plano inferior significa que hay una fibración en el plano epistemológico activada por el profesor. Se produce una génesis respecto de la manifestación.

En este ejemplo se produce fibración. La manifestación de la componente artefactos tiene un efecto como operador nocional sobre la génesis discursiva



Un trazo continuo desde el plano superior significa que hay una fibración en el plano cognitivo activada por la manifestación de una competencia o habilidad en la respuesta o hallazgo del estudiante.

Este ejemplo es una respuesta del alumno que muestra la evidencia de una competencia de razonamiento, que mediante la construcción fue capaz de dar respuesta a alguna situación matemática.

Nota. Los trazos segmentados serán presentados en el escrito con un *

Tabla 20
Análisis del ETM de la clase 1

Momento	Minuto	Código	Tipo de fibración	Evidencia: texto y/o imágenes	Comentario
Inicio	0:00-1:55	IC1	*2 (Control gráfico-discursivo)	<p>PROFESORA: ¿Ya? Cambiamos entonces. Antes de comenzar de lleno con el contenido, vamos a partir con una pregunta, ¿alguien sabe, conoce o cree que es una variable aleatoria, o se le ocurre a través del nombre? Variable aleatoria, ¿la han escuchado alguna vez?</p> <p>ESTUDIANTE: Parece que sí.</p> <p>Alguien, ¿no?, ni con el nombre no se le asocia algo</p> <p>ESTUDIANTE: Escoger un valor al azar</p> <p>PRFESORA: Puede ser, muy bien.</p> <p>ESTUDIANTE: Algo aleatorio.</p>	<p>La profesora, a través de una pregunta, genera un dialogo y discusión en torno al concepto de variable aleatoria.</p> <p>La profesora les da un tiempo a los estudiantes para anotar el objetivo.</p>
Desarrollo	1:56-34:02	D1C1	*2 (Control semiótico)	<p>PROFESORA: Por ejemplo, nosotros vimos harto o mucho, lo de lanzar el dado. ¿Se acuerdan? Ya, entonces que valor número numérico le podríamos haber asociado al lanzamiento del dado, que valores numéricos le asociábamos.</p> <p>ESTUDIANTES: ...</p> <p>PROFESORA: A un dado normal, ¿qué valores numéricos le asociamos?</p> <p>ESTUDIANTE: Entre 1 al 6.</p> <p>PROFESORA: La variable se puede clasificar en dos variables, la primera y en la que más nos enfocaremos va a ser la variable aleatoria discreta, ya (...)</p> <p>PROFESORA: Y también se clasifica en la variable continua, ¿ya? Que es otro tipo de variable, esta variable es continua si (...)</p>	<p>La profesora proyecta y de manera verbal solicita a los estudiantes pensar en los posibles valores numéricos de lanzar un dado normal.</p> <p>La profesora les da un tiempo a los estudiantes para anotar lo proyectado.</p> <p>La profesora proyecta y lee diferencias entre los tipos de variables: discretas y continuas. Verbaliza diferentes tipos de ejemplos.</p> <p>La profesora les da un tiempo a los estudiantes para anotar lo proyectado.</p>
		D2C1	*2 (control gráfico-discursivo)		

D3C1	*2 (control gráfico-discursivo)	<p>PROFESORA: Quiero hacer una pregunta antes de continuar, ahora viene la función de probabilidad, ya. Relacionado a lo mismo de variable aleatoria, con el nombre de función de probabilidad, ¿a alguien se le ocurre que puede ser una función de probabilidad?</p> <p>ESTUDIANTES: ...</p> <p>PROFESORA: ¿No?, no se les ocurre, función de probabilidad, relacionada a la variable aleatoria, ¿no? A ver la Karen nos dice que puede ser la probabilidad de que ocurra algún número, muy bien.</p>	La profesora continua con un nuevo contenido, y solicita a los estudiantes de manera verbal, alguna concepción de este concepto.
D3C1	*2 (control gráfico-discursivo)	<p>PROFESORA: Su nombre lo dice, la función de probabilidad es la probabilidad de que ocurra el evento o que ocurra nuestra variable aleatoria. Entonces, ahora. Sea X una variable aleatoria discreta con posibles valores x_1 (...) Se llama función de probabilidad o función de masa, al conjunto (...) Es decir, así se define la función de probabilidad. La probabilidad de que ocurra X es igual a mi probabilidad, dándole valores para i, ¿ya?</p>	La profesora proyecta y lee la definición de función de probabilidad. La profesora le da un tiempo a los estudiantes para anotar lo proyectado.
D4C1	*2 (control semiótico)	<p>PROFESORA: Entonces ahora vamos a anotar el ejemplo, entonces ahora nuestra variable la tenemos definida, nuestra variable aleatoria discreta, cierto, va a ser el resultado de lanzar un dado. Por qué discreta, porque solo tiene un valor finito, entonces la función de probabilidad, esta acá abajito, mi x va a tomar valores entre 1, 2, 3, 4, 5 y 6 por que son los valores que tiene un dado normal. Entonces, la probabilidad de mi variable (...)</p>	La profesora proyecta y explica de manera verbal un ejemplo resuelto, por medio de la representación de una tabla, de la función de probabilidad de lanzar un dado y anotar su resultado (número de la cara).

D5C1	*2 gráfico- discursivo)	(control	PROFESORA: Entonces acá esta propiedad matemática, la primera nos dice que la probabilidad, o nuestra función de probabilidad, cierto, va entre menor o igual que 0, pero... ósea mayor o igual que 0, pero menor o igual que 1, ¿ya?, como nosotros vimos anteriormente, las probabilidad van desde 0 a 1 o de 0% al 100%, aquí se vuelve a repetir, súper importante esta propiedad. PROFESORA: ¿Qué será la función de distribución? ESTUDIANTE: Ver como se distribuye. PROFESORA: Muy bien por ahí va la idea. Ya Exequiel, lea lo que está ahí, fuerte y claro, con el ejemplo y todo. ESTUDIANTE: La función de distribución (...) PROFESORA: Entonces, lo que quiere decir aquí, que la función de distribución acumulada se denota con esto de acá, con una F mayúscula (...) PROFESORA: Si se fijan, acá tengo la función de probabilidad, y como es una función de distribución lo que hacemos aquí, es, mi primer dato, lo mantengo, y al que, al primero le sumo el que sigue, por eso se llama acumulada, voy acumulando mis resultados, entonces ahora vamos a tener. Para obtener mi función acumulada, sería ir sumando nuestra probabilidad.	La profesora proyecta y explica de manera verbal las propiedades de la función de probabilidad. La profesora inicia con el contenido de distribución de probabilidad acumulada. Pregunta a los estudiantes sobre aquel concepto, y solicita que Exequiel que lea la definición.
D6C1	*2 gráfico- discursivo)	(control		
D7C1	2 semiótico)	(control		La profesora proyecta y explica de manera verbal un ejemplo resuelto, por medio de la representación de una tabla, de la función de probabilidad acumulada de lanzar un dado normal y anotar el resultado (número de la cara). La profesora les da un tiempo a los estudiantes para que anoten los proyectado.

		D8C1	*2 (control gráfico-discursivo)	<p>PROFESORA: Ya, ahora igual que con la función de probabilidad, con la función de distribución, también vamos a ver sus propiedades, ósea lo que, si o si se va a cumplir, ¿ya? Esto quiere decir la primera, que, si mi función de distribución va de menor infinito, mi resultado va a ser negativo, automáticamente, ¿ya? (...)</p>	<p>La profesora proyecta y explica de manera verbal las propiedades de la función de probabilidad acumulada.</p>
				<p>PROFESORA: Ya, recordar que la variable aleatoria se clasifica en dos variables, en la variables discretas, ¿que tenían las variables discretas? ESTUDIANTE: Eeehm números finitos. PROFESORA: Números finitos, muy bien ¿y la variable continua? ESTUDIANTE: Infinitos.</p>	<p>La profesora cierra la clase realizando un resumen de manera verbal de lo visto en la clase.</p>
Cierre	34:03-34:55	C1C1	*2 (control gráfico-discursivo)	<p>Números Infinitos, vimos el ejemplo de lanzar un dado, que era de la variable discreta, el número de hijos de un grupo familiar también es una variable discreta porque es un valor finito, vimos que los kilometrajes de un auto, era una variable continua, porque tenía números decimales o pertenecientes a R, y también vimos las propiedades de cada cosa, ¿ya?, así que hasta aquí dejamos nuestra clase.</p>	

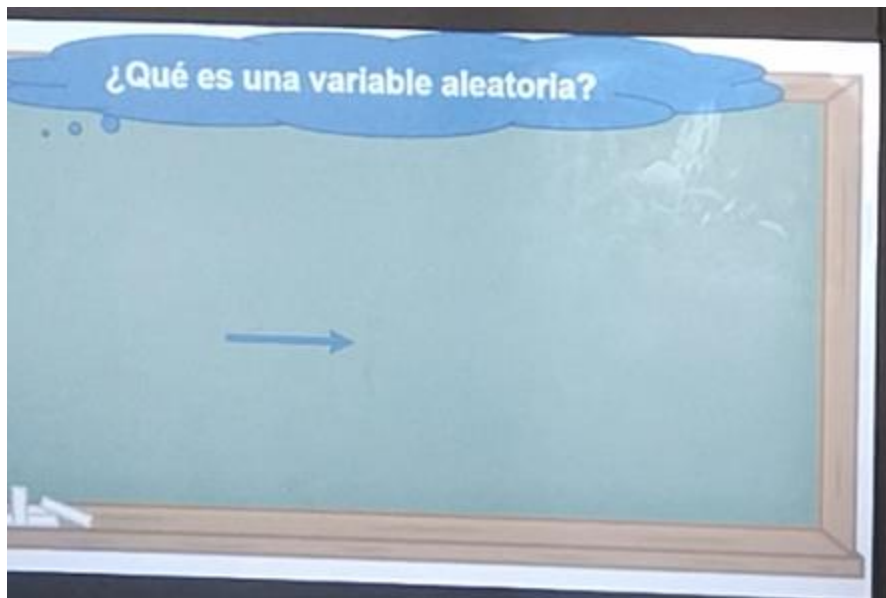
Ahora bien, se analizará de manera específica cada una de las instancias presentadas en la tabla 20, según el código y momento de la clase.

3.2.4.1.1 Clase 1 Análisis específico

IC1

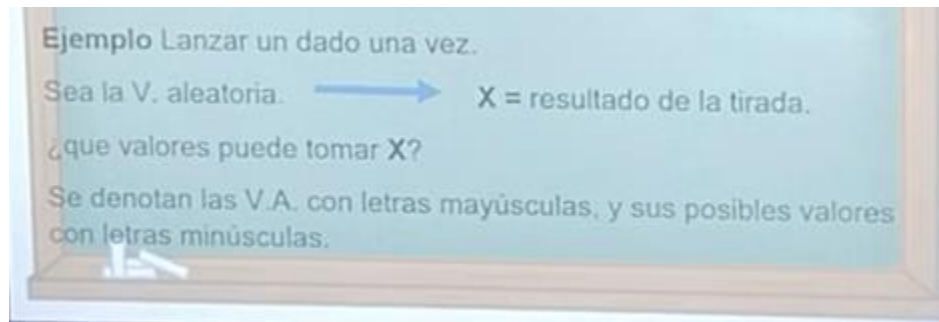
Figura 16

IC1



Para el inicio de la clase, la profesora plantea la pregunta: ¿qué es una variable aleatoria? Esta pregunta no es acompañada de una estructura visual que le permita al estudiante conectar con alguna idea, por lo tanto, la profesora activa la componente epistemológica del referencial, generando de manera incipiente una génesis discursiva mediante operador nocional.

D1C1

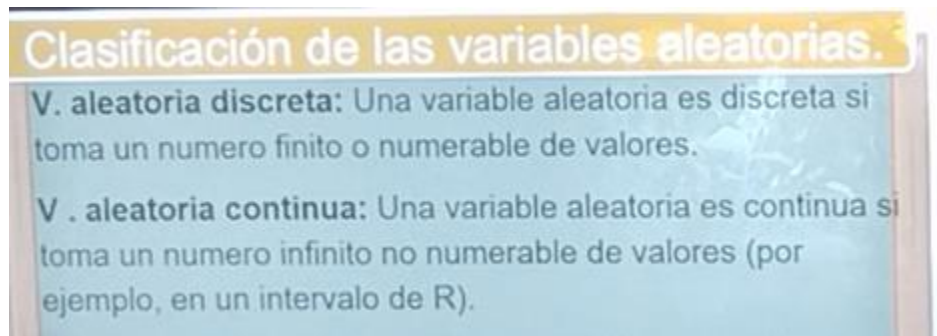
Figura 17*D1C1*

Para el inicio del desarrollo de la clase, la profesora proyecta y verbaliza el ejemplo del experimento de lanzar un dado y pensar en los posibles valores resultantes de sus caras. Este proceso podría generar un proceso cognitivo visual en donde el estudiante se sitúe con aquel dado y los resultados de lanzarlo, o imaginar las caras de los dados. Por lo tanto, se está activando el plano epistemológico, de manera no profunda, mediante el componente referencial, una génesis semiótica de control.

D2C1

Figura 18

C2C1

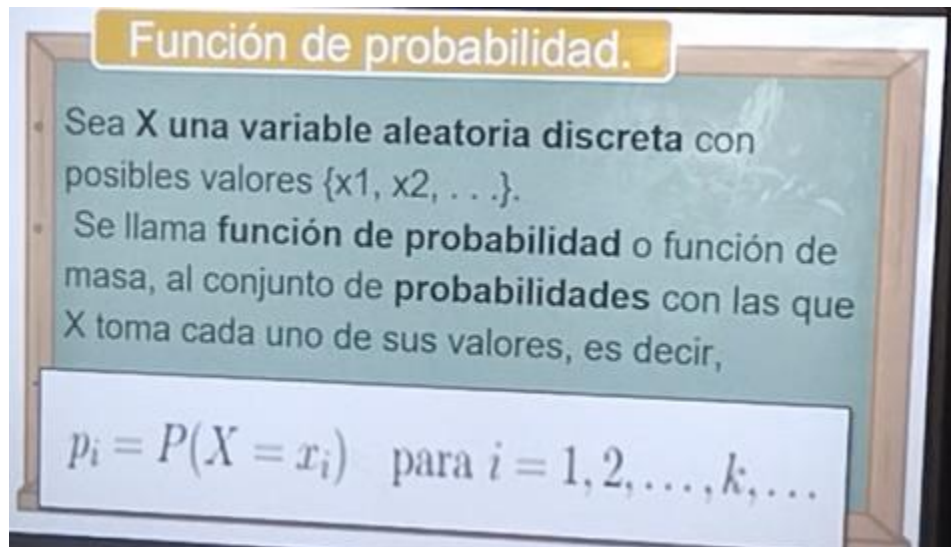


Luego, la profesora proyecta y lee las características de las variables continuas y discretas. En este sentido, la profesora instauro el conocimiento sin mayor análisis por parte del estudiante. Por lo tanto, se activa de manera incipiente la componente del plano epistemológico, el referencial por medio de un control gráfico discursivo.

D3C1

La profesora inicia con un nuevo contenido, planteando una pregunta de manera verbal: ¿a alguien se le ocurre que puede ser una función de probabilidad? Una estudiante realiza una respuesta y la profesora la valida y continua con la presentación. Por lo tanto, como el único elemento de sustento de la profesora fue la pregunta propiamente tal, activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

D4C1

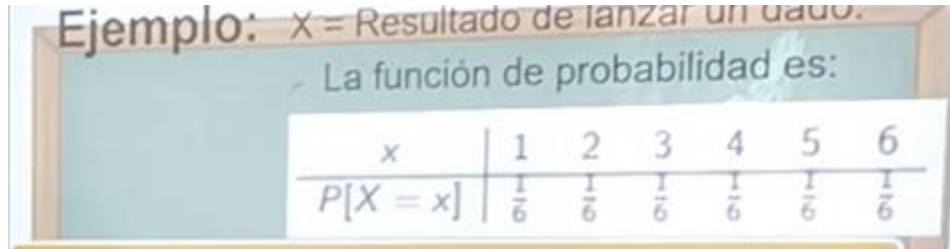
Figura 19*D4C1*

Luego, la profesora procede a instaurar la definición del concepto de función de probabilidad, explicando en que consiste y proyectando la definición analítica. Nuevamente, como hay una imposición del contenido más que un análisis de este, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

D5C1

Figura 20

D5C1



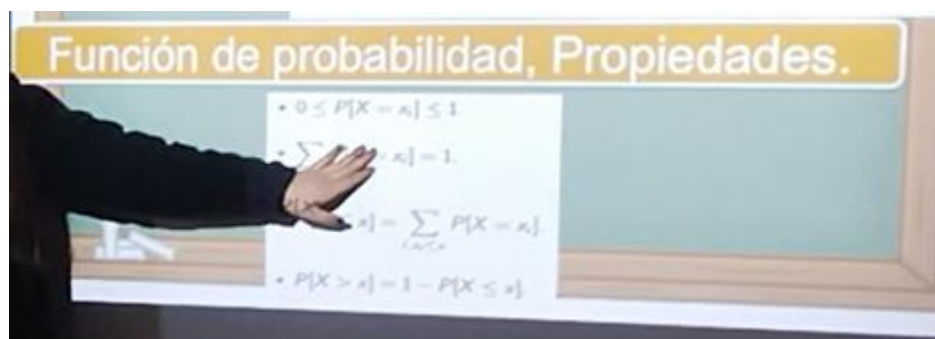
x	1	2	3	4	5	6
$P[X = x]$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Posteriormente, la profesora procede a ejemplificar el concepto de función de probabilidad o función de distribución, proyectando un ejemplo resuelto, en representación tabular, del experimento del lanzamiento de un dado normal asociado a la variable aleatoria: anotar el resultado del número de su cara. Como la profesora instaura el ejemplo mediante una representación, sin mayor análisis por parte de los estudiantes, se activa de manera incipiente el plano epistemológico en la componente referencial mediante un control semiótico en la génesis semiótica.

D6C1

Figura 21

D6C1

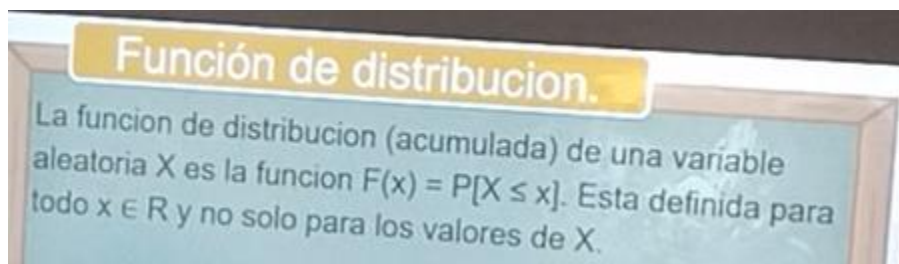


Para concluir con este contenido, la profesora proyecta y explica de manera verbal, las propiedades asociadas a una función de probabilidad bien definida. Las propiedades matemática son instauradas sin mayor análisis por parte de los estudiantes. Por lo tanto, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

D7C1

Figura 22

D7C1



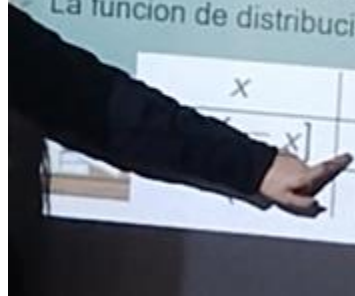
La profesora introduce un nuevo contenido, la función de distribución acumulada. Inicia preguntando a los estudiantes sobre aquel concepto, pero no obtiene mayores respuestas. Luego, solicita a un estudiante leer la definición y posteriormente procede a explicarla. Nuevamente, se produce una imposición del contenido por sobre un desarrollo de este. Por lo tanto, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

D8C1

Figura 23*D8C1*

Ejemplo $X =$ resultado de lanzar un dado.
La función de distribución es

x	1	2	3	4	5	6
$F(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$

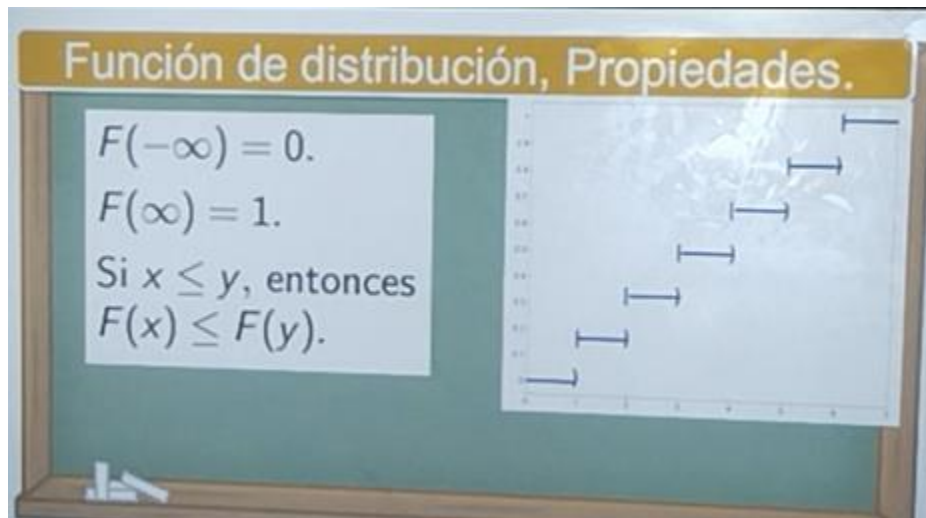


Luego, la profesora proyecta y explica de manera verbal un ejercicio resuelto, en representación tabular, de la función de probabilidad acumulada, asociado al experimento y variable aleatoria del lanzamiento de un dado, mencionado con anterioridad. Como hay presencia de una representación, pero no hay un análisis en profundidad por parte de los estudiantes de aquello, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control semiótico en la génesis semiótica.

D9C1

Figura 24

D9C1



Luego, para finalizar con aquel contenido, la profesora proyecta y explica de manera verbal, las propiedades de la función de distribución acumulada. Aquellas propiedades son impuestas y no hay un análisis de cada una. De igual modo con la representación gráfica de la función de distribución acumulada. Entonces, como hay presencia de una representación y además fórmulas de trabajo, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control semiótico en la génesis semiótica.

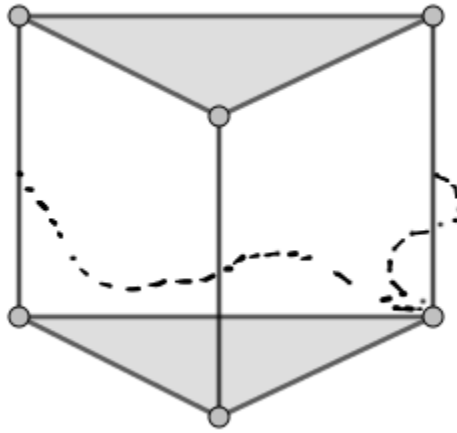
C1C1

Para finalizar la clase, la profesora de manera verbal realiza un resumen de las características de la variable aleatoria, mencionando la función de distribución y la diferencia entre variable continua y discreta. Por lo tanto, como no hay presencia de una mayor reflexión por parte de los estudiantes respecto del contenido y de la sesión realizada, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

Con los datos analizados y expuestos en el apartado anterior, es posible construir el siguiente espacio de trabajo matemático para la profesora en esta primera clase de variable aleatoria.

Figura 25

ETM de la clase 1

**3.2.4.2 Análisis de errores de la clase 1**

De igual forma, se analizará la cantidad de posibles errores conceptuales o de procedimientos respecto del contenido variable aleatoria, que pudiese cometer la profesora al realizar la respectiva clase 1. De manera similar a la matriz anterior, se confeccionará otra con los relatos de la profesora en el desarrollo de la sesión, considerando que al menos un error, concurrirá a la causa 3.1.

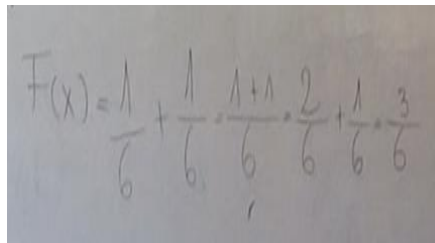
A continuación, se presentan los errores visualizados en el proceso de la clase 1.

Tabla 21

Análisis de errores de la clase 1

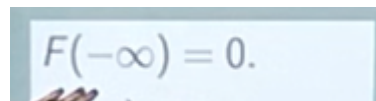
Número de la clase	Minuto	Evidencia: texto y/o imágenes	Error
1	12:30-12:47	<p>PROFESORA: Y un ejemplo de una variable continua que sea un valor infinito. ¿No se les ocurre? Las edades, una variable como edades, ustedes mismos, sus edades, ¿son continuas o discretas?</p> <p>ESTUDIANTE: Continuas.</p> <p>PROFESORA: ¿Por qué?</p> <p>ESTUDIANTE: Porque son eeh diferentes.</p> <p>PROFESORA: ¿Cierto?</p>	<p>La profesora pregunta a los estudiantes que tipo de variables (continua o discreta) son sus edades. Uno de los estudiantes responde: continua. La profesora lo valida.</p>
	21:40-22:00	<p>PROFESORA: Ya, anoten eso para que pasemos al otro. ¿Y la probabilidad de que salga 5 al lanzar ese dado?</p> <p>ESTUDIANTE: 1 entre 6</p> <p>PROFESORA: 1 entre 6, muy bien. Porque solamente vamos a tener un solo 5 dentro de ese dado. ¿Y si lanzo dos dados?, ¿cuál es la probabilidad de obtener 5?</p> <p>ESTUDIANTE: 2 entre 12</p> <p>PROFESORA: 2 entre 12, muy bien. Super bien.</p>	<p>La profesora pregunta por la probabilidad de obtener el número cinco al lanzar dos dados de manera simultánea, a lo que un estudiante responde: dos de doce. La profesora lo valida.</p>
	28:48-30:10	<p>PROFESORA: Que es más que nada o a simple vista, si se fijan, acá tengo la función de probabilidad, y como es una función de distribución lo que hacemos aquí, es, mi primer dato, lo mantengo, y al que, al primero le sumo el que sigue, por eso se llama acumulada, voy acumulando mis resultados, entonces ahora vamos a tener (...)</p>	<p>La profesora realiza el cálculo de la probabilidad acumulada para el ejemplo del lanzamiento de un dado asociado a la variable aleatoria: número de la cara obtenida. El cálculo</p>

Figura 26*Error 3C1*


$$F(x) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1+1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{3}{6}$$

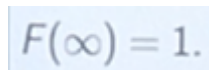
Esto quiere decir la primera, que, si mi función de distribución va de menor infinito, mi resultado va a ser negativo, automáticamente, ¿ya?

32:00-
32:10**Figura 27***Error 4C1*


$$F(-\infty) = 0.$$

Si mi función va de los, ósea de los infinitos positivos, entonces el resultado va a ser 1, ¿ya?

32:11-
32:18**Figura 28***Error 5C1*


$$F(\infty) = 1.$$

lo realiza sobre un mismo renglón, no distinguiendo cada una de la probabilidades acumuladas.

La profesora asocia el concepto de infinito como un “número” al evaluar en la función de distribución.

Además, menciona que el resultado de aquel valor será negativo, siendo que en la presentación está el valor de cero.

La profesora asocia el concepto de infinito como un “número” al evaluar en la función de distribución.

3.3 Resultados generales del diagnóstico

3.3.1 Resultados generales de la entrevista semiestructurada

Siguiendo los lineamientos del proceso descrito y realizado en el apartado anterior. Se tienen los siguientes hallazgos asociados a cada una de las causas trabajadas en la entrevista.

Tabla 22

Resultados de la entrevista semiestructurada

Causa	Hallazgo sintetizados
1.1	Desconocimiento por parte de la docente de las habilidades digitales presentes en el currículum. Déficit respecto al dominio del contenido de variable aleatoria. Escaso conocimiento del concepto de la habilidad de representación en matemática.
1.2	Ausencia de estrategias para trabajar la habilidad de representación en variable aleatoria. Desconocimiento de estrategias para trabajar la habilidad de representación en matemática.
2.1	Desconocimiento de softwares y dominio para el trabajo de la probabilidad y estadística, y en particular en variable aleatoria.

3.3.2 Resultados generales del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria

Según la pauta evaluativa y los puntajes asociados presentados en la siguiente tabla, se tienen los siguientes resultados:

Es posible concluir que la docente se encuentra en el nivel más bajo de la escala referente al dominio del contenido de variable aleatoria, es decir, no hay un dominio de contenido. Esto es sustentado bajo el criterio de evaluación (11.625 puntos de un total de 60, equivalentes a una calificación de 2.0) y su posicionamiento, considerando un porcentaje de exigencia del 60%. La profesora tuvo conflictos de mayor envergadura en el apartado de aplicación (no hubo desarrollo significativo) de variable aleatoria, por sobre el apartado de conceptualización, en donde se pueden apreciar respuestas parciales.

Dichos hallazgos, que están asociados a la causa 3.1 se sintetizaron en la siguiente matriz de registro:

Tabla 23

Resultados del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria

Causa	Hallazgo sintetizado
3.1	Ausencia de dominio del contenido de variable aleatoria. Se presentan mayores conflictos en el apartado de aplicación del contenido.

3.3.3 Resultados generales del diagnóstico del dominio de recursos tecnológicos

Continuando con el análisis, ahora para el diagnóstico de dominio de recursos tecnológicos, que está asociado a la causa 2.2 y el software GeoGebra. Se puede apreciar de manera general, que la profesora, según su percepción y respuestas, no presenta el dominio necesario para el uso del software Geogebra en la creación de actividades en el aula de matemática. Esto se sustenta pues, según sus respuestas, desconoce las herramientas básicas del programa, no se siente capaz de generar actividades, y su dominio lo considera regular. De igual forma, la pregunta número 11 que, hacia un consolidado del uso del programa, creación de actividades y la habilidad de representación, fue omitida. Finalmente, su porcentaje de logro fue del 14% lo que la categoriza en el nivel más bajo considerando la ausencia de dominio sobre el uso del recurso tecnológico.

Tabla 24

Resultado del diagnóstico disciplinar de recursos tecnológicos

Causa	Hallazgo sintetizado
2.2	Ausencia de dominio del software GeoGebra, tanto en los elementos básicos, como para la creación de actividades en matemática.

3.3.4 Resultados generales del análisis de clase 1

3.3.4.1 Resultados análisis ETM

Como se pudo apreciar en el diagrama del ETM de la profesora para la clase 1, la profesora realizó una clase bajo un paradigma tradicional, es decir, mayoritariamente impuso un contenido sin mayor análisis por parte de ella y de los estudiantes.

No hubo presencia de un trabajo para promover la habilidad de representación, según el criterio establecido. Hubo mayoritariamente presencia de la componente referencial que esta designada con un * pues no alcanzo a realizar una fibración, es decir, no se activó de manera significativa.

Por lo tanto, la profesora no promueve la habilidad de representación en el aula, lo cual se condice con los resultados presentados en la entrevista respecto de la causa 1.2.

3.3.4.2 Resultados análisis de errores

La profesora en el total de la clase cometió cinco errores, de los cuales dos podrían ser categorizados como de preocupación alta y los otros tres como de preocupación media. Considerando las consecuencias que podría ocasionar sobre el estudiante respecto del aprendizaje. En cualquiera de los casos, hay presencia de la causa 3.1 lo que se condice con los resultados del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria.

De manera más específica, en los primeros minutos de la clase, la profesora asocia una variable discreta (edad) a una continua. Luego, afirma que la probabilidad de obtener el número cinco en el lanzamiento de dos dados, es de aproximadamente el 17%, considerando una linealidad entre la cantidad de dados y el resultado del lanzamiento. Aquellas dos situaciones mencionadas serían categorizadas como de preocupación alta.

Por otra parte, en una preocupación intermedia, se tiene el incorrecto cálculo de los respectivos valores de la función de distribución acumulada, realizando cálculos en un mismo reglón para valores diferentes. Finalmente, los últimos dos errores, son atribuidos a la misma situación, confundir el concepto de infinito como si fuera un valor numerable.

3.3.5 Resultados generales divididos por causas

De esta, manera, y según el análisis y hallazgos presentado, se confecciono una tabla final que relaciona la causa, con el hallazgo de cada uno de los instrumentos aplicados.

Tabla 25

Resultados del diagnóstico

Causa	Hallazgo sintetizados
1.1	Desconocimiento por parte de la docente de las habilidades digitales presentes en el currículum. Escaso conocimiento del concepto de la habilidad de representación en matemática.
1.2	Ausencia de estrategias para trabajar la habilidad de representación en variable aleatoria. Desconocimiento de estrategias para trabajar la habilidad de representación en matemática.
2.1	Desconocimiento de softwares y dominio para el trabajo de la probabilidad y estadística, y en particular en variable aleatoria.
2.2	Ausencia de dominio del software GeoGebra, tanto en los elementos básicos, como para la creación de actividades en matemática.
3.1	Ausencia de dominio del contenido de variable aleatoria. Se presentan mayores conflictos en el apartado de aplicación del contenido. Déficit respecto al dominio del contenido de variable aleatoria.

Dichos resultados, serán con los cuales, en capítulos posteriores, se esquematizarán las actividades, objetivos y posibles soluciones mediante la intervención.

3.4 Interpretación de las causas del diagnóstico

Luego de completado el proceso de análisis y de la presentación de los resultados obtenidos por medio de los instrumentos del diagnóstico, es posible comprender cuales han sido las causas que incidieron en que la profesora demostrara escasos conocimientos tecnológicos para promover la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria.

Primeramente, y solo con la aplicación de la entrevista semiestructurada, se pudieron observar las carencias que presentaba la profesora respecto del dominio disciplinar sobre el

contenido de variable aleatoria, asociado a la causa 3.1. Siendo este un punto clave, que luego se fue acreditando tanto con el diagnóstico disciplinar de variable aleatoria, en donde la profesora obtuvo una calificación de 2.0, y la grabación de la clase 1 respecto de los errores cometidos. El problema de esta causa, es que en cierta medida podría contener a las demás, pues para la correcta enseñanza de la matemática, y en general de cualquier asignatura, debe existir un dominio disciplinar acorde a lo que se debe enseñar, como menciona Beltrán et al. (2018) “El personal docente, al no tener un dominio del conocimiento erudito de una materia, dificulta los procesos de enseñanza y aprendizaje y, por tanto, entorpece el rendimiento y el desempeño educativo, la formación y educación” (p.350). En este sentido, será muy poco probable que la profesora no teniendo un dominio disciplinar acorde, sea capaz de trabajar la habilidad de representación con recursos tecnológicos. De igual forma, hay que recordar que ser un experto en el contenido, en este caso variable aleatoria, es una condición necesaria, mas no suficiente para una correcta enseñanza, pues la teoría didáctica también juega un rol fundamental (Azocar et al., 2013). De lo anterior, es posible concluir que no existe un dominio por parte de la profesora sobre el contenido de variable aleatoria a un nivel de profesor de enseñanza media.

Continuando con las causas 1.1 y 1.2 que se presentaron en la entrevista semiestructurada. Se pudo apreciar que la profesora si bien, estaba en conocimiento del nombre de las diferentes habilidades matemáticas que se deben trabajar en el aula (se descarta la sub-causa 1.2), no es capaz de formular una definición formal sobre la habilidad de representación ni de cómo desarrollarla en el contenido de variable aleatoria. Lo que también se pudo contrastar con la clase 1, pues según el análisis, no se logró promover la habilidad.

En este punto, es necesario mencionar que la profesora sí realiza representaciones para trabajar sobre otros contenidos como, por ejemplo, operaciones con números enteros o ecuaciones, sin embargo, la representación es utilizada más para una introducción en el contenido, que, para el desarrollo de esta misma.

De igual forma, la profesora desconoce un procedimiento o estrategias optimas que le permitan un desarrollo de la habilidad para con sus estudiantes, es decir, no hay un sustento

teórico (se considera la sub-causa 1.1). A su vez, las habilidades digitales que se presentan en el currículo nacional, son para ella desconocidas respecto de lo que buscan y sus definiciones, sin embargo, a través de preguntas emergentes en la entrevista, se logró establecer que la profesora sí había realizado un trabajo de investigación en la red con sus estudiantes, aunque en el contenido de algebra y funciones sobre productos notables, pero al igual que en la habilidad de representación, desconocía cual era la habilidad, en este caso, digital que se estaba desarrollando. De esta manera, se puede apreciar el cumplimiento de ambas causas, 1.1 y 1.2.

En línea con lo presentado hasta momento, sigue el análisis para la causa 2.1 y 2.2. La primera causa también se trabajó en la entrevista semiestructurada y como se presentó en el apartado de resultados, la docente dice conocer, del total de cinco instrumentos, solo GeoGebra y Excel para el trabajo del contenido de probabilidad y estadística, denotando su falta de bagaje de recursos tecnológicos para su aplicación al aula. Ahora bien, por una parte, es fundamental conocer dichos recursos tecnológicos, pero adicional a aquello, es necesario saber operarlos para el trabajo del contenido en específico (Koehler y Mishra, 2006). Es por esto, por lo que luego se trabajó con el dominio del software GeoGebra. De dicho diagnóstico, fue posible concluir que la profesora no poseía un dominio del recurso. Como se mencionó en la entrevista semiestructurada, tanto los recursos tecnológicos como el trabajo con estos, fueron incipientes en la universidad. De este modo, ambas causas están asociadas a una escasa actualización con recursos tecnológicos (sub-causa 2) en el aula, actualizaciones que le permitirían mejorar sus prácticas docentes y en particular promover la habilidad representación en el contenido de variable aleatoria. Lo cual es de suma importancia, pues estos elementos permiten al docente construir un aprendizaje significativo en sus estudiantes (Jama y Cornejo, 2016).

De esta manera, se pudieron confirmar las causas presentadas en el árbol del problema.



CAPÍTULO IV

FORMULACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

4.1 Objetivos del proyecto

Como se presentó a través del análisis de la aplicación de los diversos instrumentos de recolección de información, resumidos en la tabla 25, fue posible corroborar las causas del árbol de problemas asociadas a que la profesora manifiesta escaso conocimiento del contenido variable aleatoria lo que le dificulta desarrollar la habilidad de representar con recursos tecnológico. Esta situación crea una problemática sustancial, pues no se estará promoviendo habilidades matemáticas para con sus estudiantes. En este sentido, es posible que se genere un efecto bola de nieve que perjudique el óptimo desarrollo pedagógico de la profesora y el proceso de aprendizaje. Por lo tanto, se hace necesario gestionar e implementar una intervención con la cual se pueda dar solución, ya sea total o parcial a las causas asociadas.

A continuación, se presentan los objetivos específicos y general para la formulación del proyecto de intervención, dichos objetivos fueron establecido según el diagnóstico y son los que darán el lineamiento para el proceso a desarrollar. Es importante recordar que los objetivos son la guía de estudio y serán los referentes durante todo el diseño, análisis e implementación de la intervención (Hernández et. al, 2014).

4.1.1 Objetivos general

Mejorar las prácticas pedagógicas del profesor de educación media en matemática en torno al desarrollo de la habilidad de representación en variable aleatoria con recursos tecnológicos.

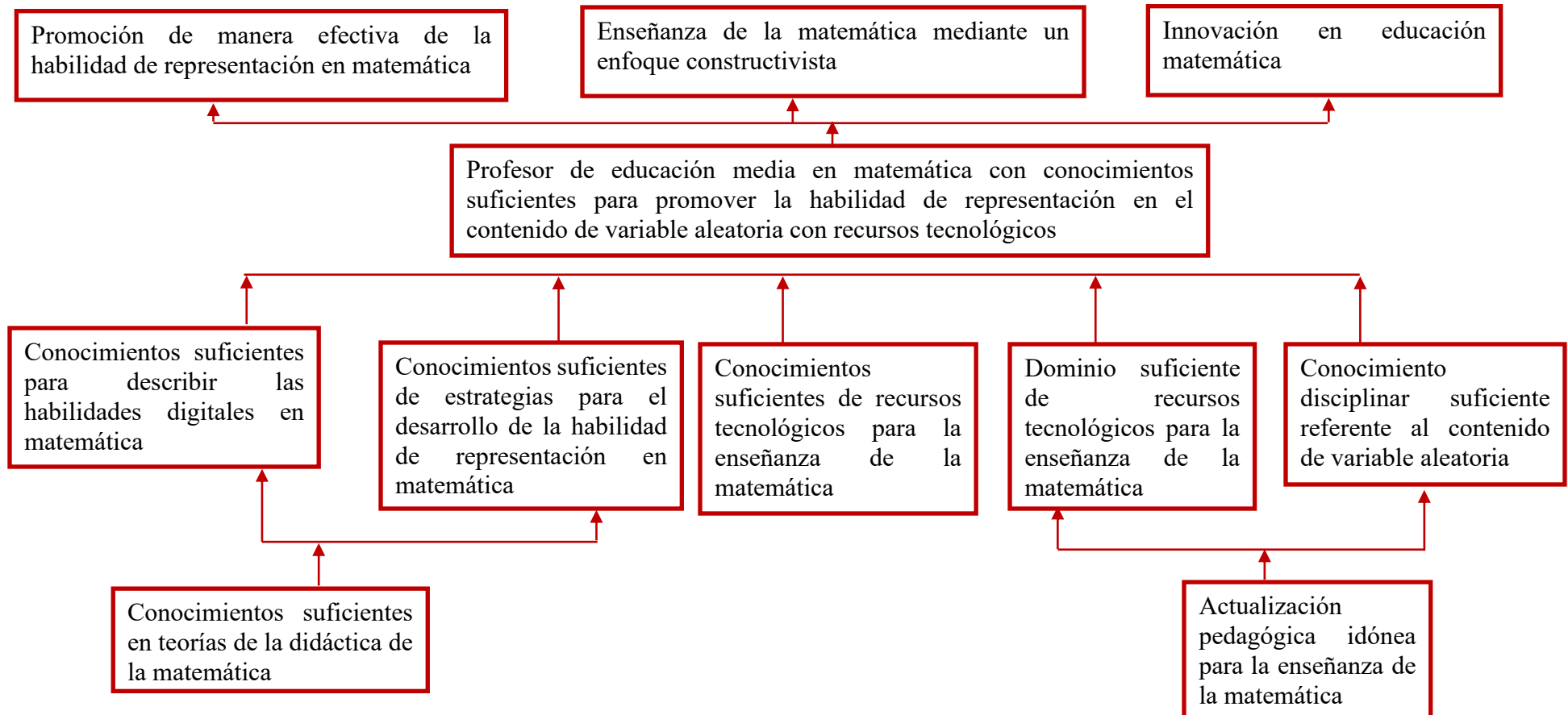
4.1.2 Objetivos específicos

1. Incorporar metodologías de trabajo en el aula que promuevan la habilidad de representación
2. Diseñar actividades de aprendizaje que promuevan la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria
3. Diseñar actividades de aprendizaje para promover la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con GeoGebra.
4. Demostrar dominio del contenido de variable aleatoria.



Para establecer una guía del abordamiento de las causas y problemas hallados en el proyecto, en la figura 29, se presenta el árbol de objetivos. Dicho árbol se crea mediante el árbol de problemas, en donde las raíces y hojas son transformadas en fines. El árbol de objetivos describe todos los componentes necesarios para alcanzar las metas del proyecto, además de identificar las áreas de intervención que se plantean.

4.2 Árbol de objetivos

Figura 29
Árbol de objetivos


4.3 Objetivos de indagación

Ahora bien, para iniciar el proceso de implementación del proyecto, es necesario conocer las actividades claves para responder a los objetivos presentados. En este sentido, se deben establecer cuáles serán las tareas imprescindibles que se deben llevar a cabo.

Para desarrollar los objetivos específicos, se hace necesario realizar los siguientes objetivos de indagación:

1. Analizar el conocimiento disciplinar del docente para el trabajo de variable aleatoria
2. Analizar el conocimiento disciplinar del docente respecto del dominio tecnológico de GeoGebra
3. Analizar el conocimiento didáctico-pedagógico de la profesora respecto del desarrollo de la habilidad matemática de representación
4. Analizar el conocimiento didáctico-pedagógico de la profesora para promover la habilidad de representación con recursos tecnológicos

4.4 Objetivos de la construcción de la propuesta

Luego de la aplicación del proyecto, se espera la resolución de las problemáticas presentadas y, además, que la docente implemente nuevas herramientas que le puedan ayudar a mejorar sus prácticas pedagógicas. En este sentido, se establecen los objetivos de la construcción de la propuesta, con los cuales se contempla que la docente pueda:

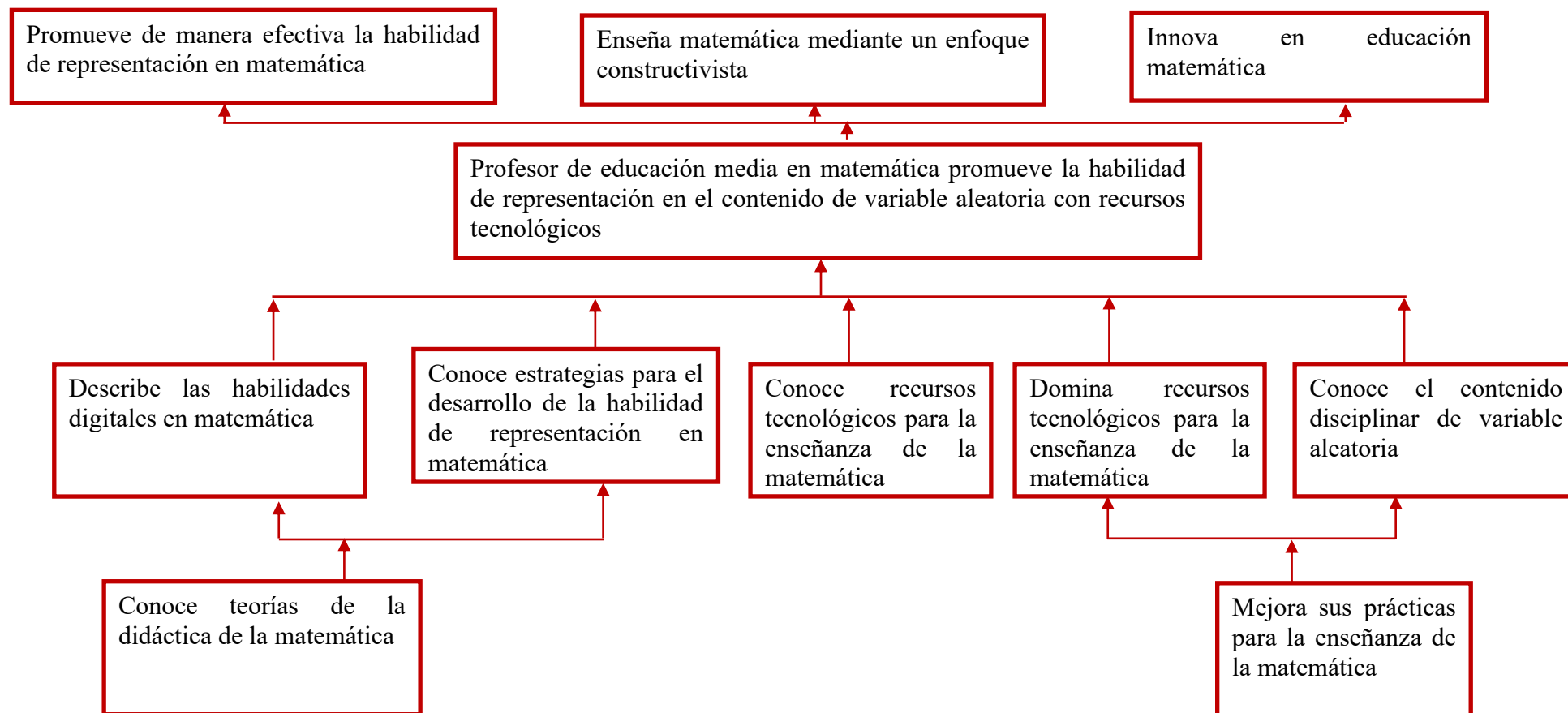
- 1) Estar capacitada para la conducción y enseñanza del contenido de variable aleatoria
- 2) Estar capacitada para diseñar actividades que promuevan la habilidad de representación.
- 3) Estar capacitada para diseñar actividades que promuevan la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con GeoGebra
- 4) Estar capacitada para utilizar GeoGebra como un complemento en el aula de clases

A continuación, en la figura 30, se encuentra el árbol de soluciones. En dicho árbol se establecen de manera ordenada, los resultados que se desean obtener con la profesora posterior a la intervención.

4.5 Árbol de soluciones

Figura 30

Árbol de soluciones





Dado que el proceso de intervención conlleva una larga lista de operaciones con las cuales se busca abordar y solucionar las problemáticas, operaciones en donde se verá involucrada la profesora, el establecimiento, el encargado de la ejecución, etc., es necesaria la construcción de un instrumento que permita contrastar de manera clara, el seguimiento del proyecto, en donde se establezcan: las acciones a llevar a cabo en la implementación, los medios de indicación de logro de dichas acciones, y finalmente, las formas de verificación de los resultados de las acciones realizadas (Ortegón et. al, 2015). En la tabla número 21, se encuentra la matriz de marco lógico, matriz que esquematiza lo previamente mencionado.

4.6 Diseño de la matriz de marco lógico

Tabla 26

Matriz de marco lógico

	Resumen de objetivos	Narrativo de Indicadores	Medios de verificación
Fin	Mejorar las prácticas pedagógicas del profesor de educación media en matemática en torno al desarrollo de la habilidad de representar en el contenido de variable aleatoria.	<i>IFI</i> : Presenta en al menos dos clases, la activación del plano epistemológico en la componente representamen generando una fibración tipo 3, en cualquiera de las génesis.	<i>MVI</i> : Análisis de video clase mediante el ETM.

Propósito

Diseñar actividades de *IPI*: Diseña al menos dos actividades que promuevan la *MV2*: Rúbrica de aprendizaje que promuevan la habilidad de representación por medio del software representación. habilidad de representación por GeoGebra en el contenido de variable aleatoria. Ambas . medio de recursos tecnológicos actividades deben cumplir al menos con un 70% de los en el contenido de variable criterios de la rúbrica de representación. aleatoria.

Componentes	<p><i>R1:</i> Profesor con conocimiento suficiente para enseñar el contenido de variable aleatoria.</p>	<p><i>IC1:</i> Completa al menos una clase donde no se presenten errores conceptuales o procedimentales en el contenido de variable aleatoria.</p>	<p><i>MV3:</i> Matriz de errores.</p>
	<p><i>R2:</i> Profesor con conocimientos suficientes para utilizar GeoGebra como recurso tecnológico en el aula.</p>	<p><i>IC2:</i> Diseña al menos dos actividades de aprendizaje mediante el uso del software GeoGebra respecto del contenido de variable aleatoria de a lo sumo nivel 3.</p>	<p><i>MV4:</i> Rúbrica de niveles de GeoGebra.</p>
	<p><i>R3:</i> Profesor con conocimientos suficientes para promover la habilidad de representación en matemática.</p>	<p><i>IC3:</i> Diseña al menos cuatro actividades de aprendizaje que promuevan la habilidad de representación en matemática respecto del contenido de variable aleatoria. Todas las actividades deben cumplir al menos con un 60% de los criterios de la rúbrica de representación.</p>	<p><i>MV2:</i> Rúbrica de representación.</p>



Actividades	<i>AI:</i>	<i>IAI-1:</i> Obtiene al menos un 60% de logro en la realización del cuestionario disciplinar de variable aleatoria en el apartado conceptual.	<i>MV5:</i> Pauta de evaluación.
	Implementar capacitaciones teórico prácticas de los principales contenidos de variable aleatoria asociados al currículum escolar.	<i>IAI-2:</i> Obtiene al menos un 60% de logro en la realización del cuestionario disciplinar de variable aleatoria en el apartado de aplicación.	
	Analizar y resolver problemas asociados al contenido de variable aleatoria en diversas formas de representación.	<i>IAI-3:</i> Aprueba el cuestionario disciplinar de variable aleatoria con nota superior o igual a 5.0.	
	Comparar los modelos discretos y continuos de variable aleatoria.		

A2:	<i>IA2-1:</i> Diseña en GeoGebra al menos dos construcciones de a lo menos nivel 2.	<i>MV4:</i> Rúbrica de niveles de GeoGebra.
Implementar capacitaciones teórico-prácticas de las principales herramientas y usos del software GeoGebra.	<i>IA2-2:</i> Diseña en GeoGebra al menos dos construcciones de simulación de variable aleatoria de nivel 4.	
Diseñar actividades mediante el software GeoGebra para promover la habilidad de representación.		
Representar conceptos matemáticos y simular experimentos aleatorios mediante el software GeoGebra.		

A3:	<i>IA3.1:</i> Satisface el indicador <i>IC3</i> .	<i>MV5:</i> Análisis de entrevista de salida.
Implementar capacitaciones teórico-prácticas de la habilidad de representación en matemática y las habilidades digitales.	<i>IA3.2:</i> Describe de manera correcta en qué consisten las habilidades digitales.	
Diseñar e identificar tareas matemáticas que promuevan la habilidad de representación.	<i>IA3.3:</i> Describe de manera correcta en qué consiste y cómo se promueve la habilidad de representación.	
Analizar los fundamentos para promover la habilidad de representación en matemática.		
Describir las habilidades digitales.		

4.7 Carta Gantt de la aplicación del proyecto

Tabla 27

Carta Gantt de la aplicación del proyecto

ACTIVIDAD	FECHA 2022-2				
	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Diseño y formato de las capacitaciones A1, A2 y A3	•	•			
Coordinación de la intervención con la profesora	•				
Implementación de A1		•			
Implementación de A2		•			
Implementación de A3		•			
Grabación de clases			•		
Aplicación de la entrevista de salida				•	
Análisis y resultados de la implementación			•	•	•



CAPÍTULO V

ACTIVIDADES, ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

5.1 Descripción de las capacitaciones

Para concretar las actividades mencionadas en la matriz de marco lógico y cumplir con los objetivos del proyecto, se realizaron en conjunto con la profesora seis capacitaciones teórico-prácticas de manera remota con ayuda del software Zoom, grabando cada sesión de 2 horas y 30 minutos cada una; dos para los conceptos de variable aleatoria, dos para los conceptos de las habilidades tanto de representación como de las habilidades digitales y dos para el trabajo con GeoGebra. En coordinación con la profesora, y por su trabajo en el colegio, las sesiones se realizaron los días sábado y domingo, dando un total de tres semanas de trabajo distribuidos durante los fines de semana. En particular, la intervención se llevó a cabo entre los meses de septiembre y octubre del 2022.

En cada una de las capacitaciones que se realizaron, se fueron solicitando tareas que la profesora debía realizar, durante la sesión o para la casa, para lograr los indicadores establecidos en la matriz de marco lógicos. Las tareas que fueron dejadas para la casa, la profesora debía gestionar su tiempo y entregarlas como plazo máximo el 31 de octubre a las 23:59hrs.

A continuación, se describen las sesiones.

5.1.1 Descripción de la capacitación A1

Para el inicio de la fase de intervención, las dos primera sesiones estuvieron asociadas al contenido de variable aleatoria, pues se necesita consolidar un conocimiento, primeramente, antes de iniciar con el desarrollo de las habilidades y el uso del GeoGebra.

Para estas sesiones se realizó un trabajo teórico-práctico, con ayuda de una pizarra digital, considerando el trabajo a distancia, denominada OpenBoard, que permitía en tiempo real, presentar a la profesora lo que se escribía ahí por medio de Zoom y una tableta digitalizadora.

En esta sesión se profundizaron los principales contenidos asociados a variable aleatoria, siguiendo los lineamientos entregados por el MINEDUC, considerando algunos puntos relevantes de los estándares (MINEDUC, 2021b), del currículum (MINEDUC, 2015) y

conceptos que el encargado del proyecto considera necesarios. Lo cual se resumen en la siguiente tabla:

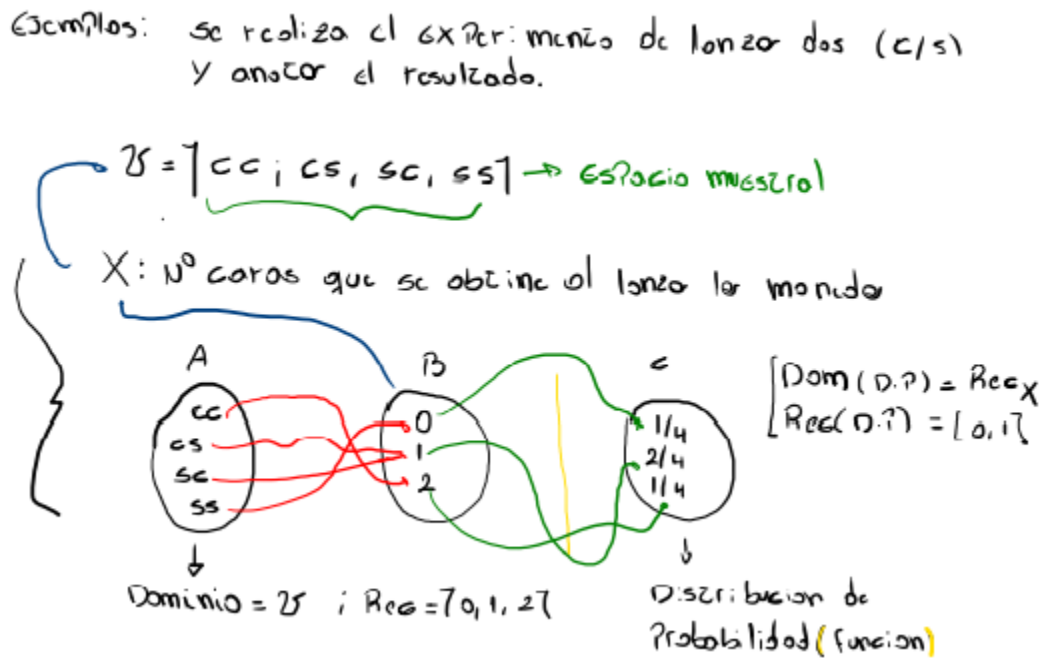
Tabla 28*Contenidos trabajos en A1*

Contenidos
Definición de variable aleatoria finita y continua
Definición del concepto de función
Definición del concepto de experimento
Definición del concepto de espacio muestral
Construcción de una variable aleatoria finita por medio de un experimento
Dominio y recorrido de una variable aleatoria y de una función de probabilidad
Cálculo de probabilidad de una variable aleatoria discreta y continua
Propiedades de una función de probabilidad
Definición de función de probabilidad acumulada (distribución acumulada)
Cálculo de probabilidad mediante la función de probabilidad acumulada
Definición de valor esperado y varianza de una variable aleatoria finita y continua
Cálculo de valor esperado y varianza de una variable aleatoria finita y continua
Formas de representar una variable aleatoria y su función de probabilidad: histogramas, tablas, diagrama sagital, esquemas, plano cartesiano.

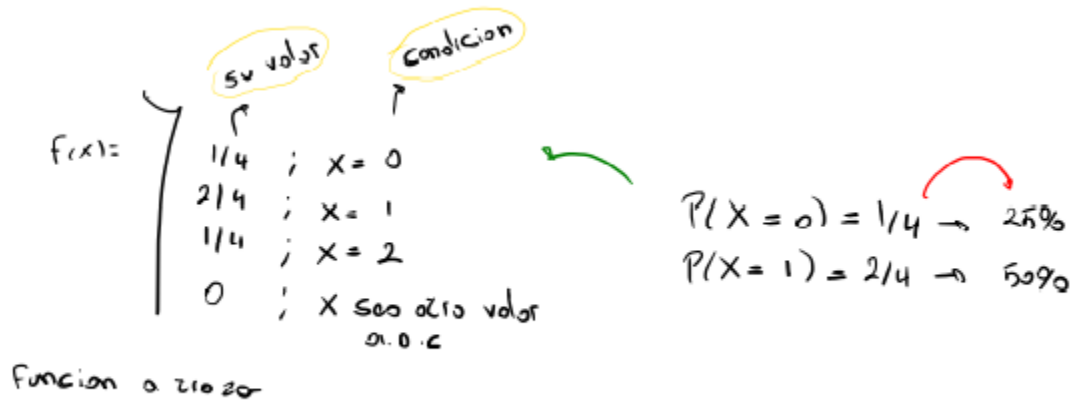
En la primera y parte de la segunda sesión, se realizó un trabajo de construcción de los conocimientos asociados a la variable aleatoria, tanto discreta como continua, mediante una práctica ligada a las representaciones semióticas establecidas en el marco teórico (Duval, 2006), considerando tratamientos y conversiones de los conceptos presentados.

Figura 31

Conversión I.A.1



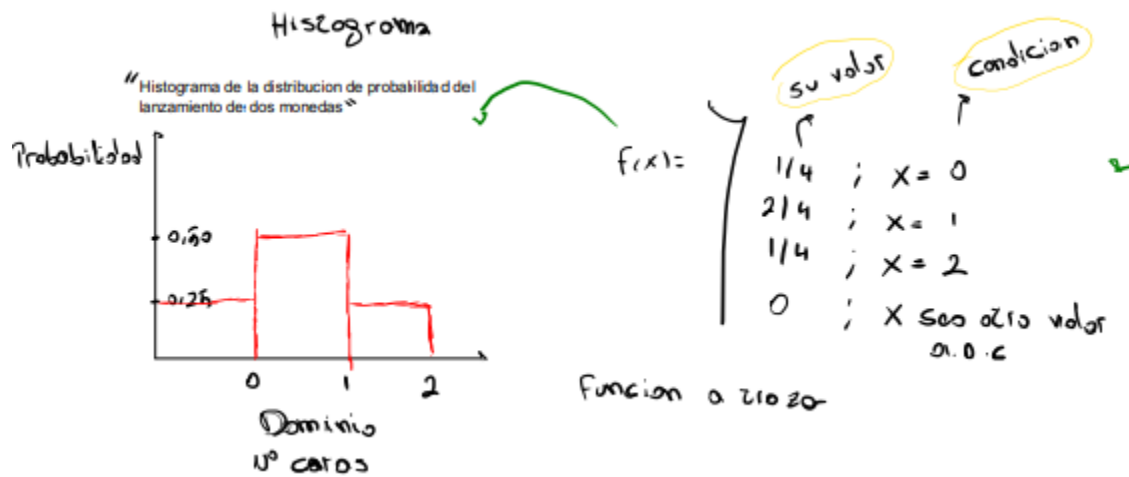
Nota. Se presenta el experimento del lanzamiento de dos monedas asociado a la variable aleatoria número de caras obtenido. Hay presencia de un conversión de registros, de conjuntos a sagital.

Figura 32*Tratamiento I.A.1*

Nota. Se presentan los cálculos de probabilidad del experimento de la figura 30. Se realiza un tratamiento entre registros simbólicos.

Figura 33

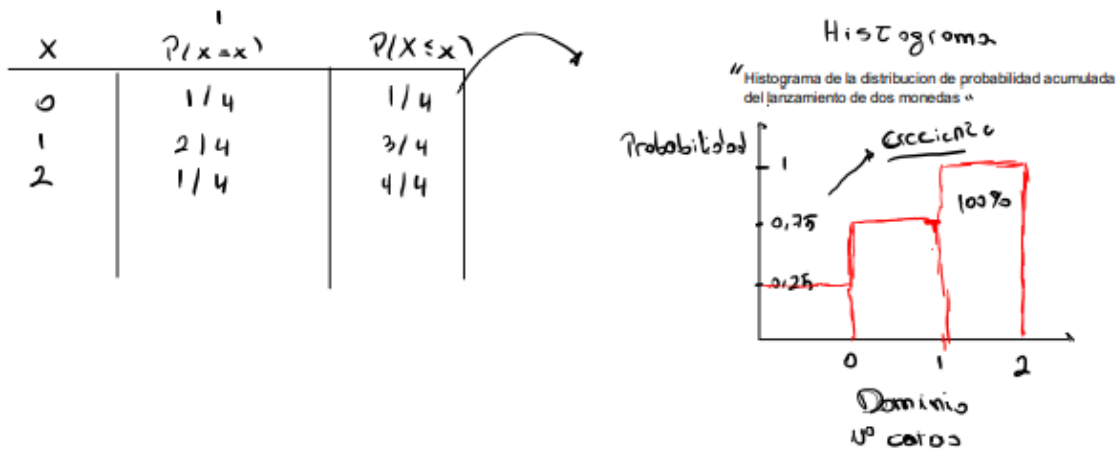
Conversión 2.A.1



Nota. De lo presentado en la figura 31, se realiza una conversión desde el registro simbólico hacia el pictórico.

Figura 34

Conversión 3.A.1



Nota. De lo presentado en la figura 31, se realiza una conversión desde un registro tabular hacia un registro pictórico.

Luego, para cerrar con el proceso de la segunda sesión, se trabajó sobre el desarrollo de ejercicios y problemas, extraídos y algunos reformulados, de Rodríguez (2007) y Mendenhall y Sincich (1997). Aquella guía fue incluida en el Anexo 15.

Finalmente, a la profesora se le dejó como tarea, la realización del diagnóstico disciplinar de variable aleatoria, que será analizado en líneas posteriores.

5.1.2 Descripción de la capacitación A2

Para la segunda fase de la intervención, se trabajó en el reconocimiento y diseño de actividades para promover la habilidad de representación y la descripción de las habilidades digitales, trabajo realizado con la ayuda de una presentación PowerPoint, adjuntada en el Anexo 16.

En la primera sesión, se realizó una trayectoria histórica del concepto de semiótica en general, para luego introducir la representación semiótica, considerando a Duval (2006), asociándolo

a la matemática y a los modelos internacionales que la utilizan como referente para realizar evaluación. Posteriormente, se estructuran las conversiones y tratamientos según el modelo COPISI que se solicita trabajar, entre otros aspectos, el MIEDUC (2015). Posterior a aquello, se presenta la definición formal de la habilidad de representación, donde se analizan los elementos claves para promoverla y finalmente, se describen las habilidades digitales.

En la segunda sesión, a la profesora se le presentaron siete diferentes actividades, cada una con un respectivo código, extraídas del MINEDUC (2015) referentes a variable aleatoria. La profesora debía identificar qué criterios de la representación se manifestaban y si la actividad promovía la habilidad o no, justificando.

A continuación, se presenta el modelo utilizado con una actividad de lo mencionado. La guía completa se encuentra en el Anexo 17.

Figura 35

Actividad 1.A.2



UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA
CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION
MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN EL
AULA



Facultad de
Educación
Universidad Católica de la Santísima Concepción

Considera las siguientes actividades según su código y completa la tabla de análisis, respecto de los criterios de la habilidad de representación:

1. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo con las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones.
2. Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
3. Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
4. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas

Justifica si la actividad promueve o no, la habilidad de representación en los estudiantes.

Actividad	Código
<p>En otro juego de “contar al azar”, también se lanza cinco veces una moneda y se anota cara y sello, respectivamente. Se cuentan los cambios de cara a sello y al revés. Se gana con el mayor número de cambios. Luego las alumnas y los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none">• Elaboran un árbol o una tabla de posibilidades para cinco lanzamientos.• Responden cuáles son los números posibles que resultarán del conteo.• Una variable aleatoria X representa los números posibles. Calculan las probabilidades $P(X = x_i)$ de los valores x_i que puede tomar la variable aleatoria X.	A2.1

Código de la actividad	¿Promueve la habilidad de representación?	Criterios que se cumplen	Justificación

Posterior a aquello, a la profesora se le solicitó diseñar dos actividades que pudieran promover la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria.

Finalizada la sesión y como tarea, la profesora debía diseñar, referente al mismo contenido, cinco nuevas actividades para promover la habilidad de representación.

Dichas actividades confeccionadas por la profesora, tanto en la sesión como de tarea, se presentarán en el proceso de análisis.

5.1.3 Descripción de la capacitación A3

Para aplicar y consolidar los aprendizajes de las sesiones anteriores, y poder trabajarlo desde una perspectiva tecnológica, es que finalmente en la tercera capacitación, se implementó el GeoGebra para la construcciones de representaciones y actividades en el contenido de variable aleatoria, de este modo se realiza la integración que plantean Koehler y Mishra (2006), entre el conocimiento, la pedagogía y la componente tecnológica.

En la primera sesión, se introdujeron los elementos principales del Software:

Tabla 29

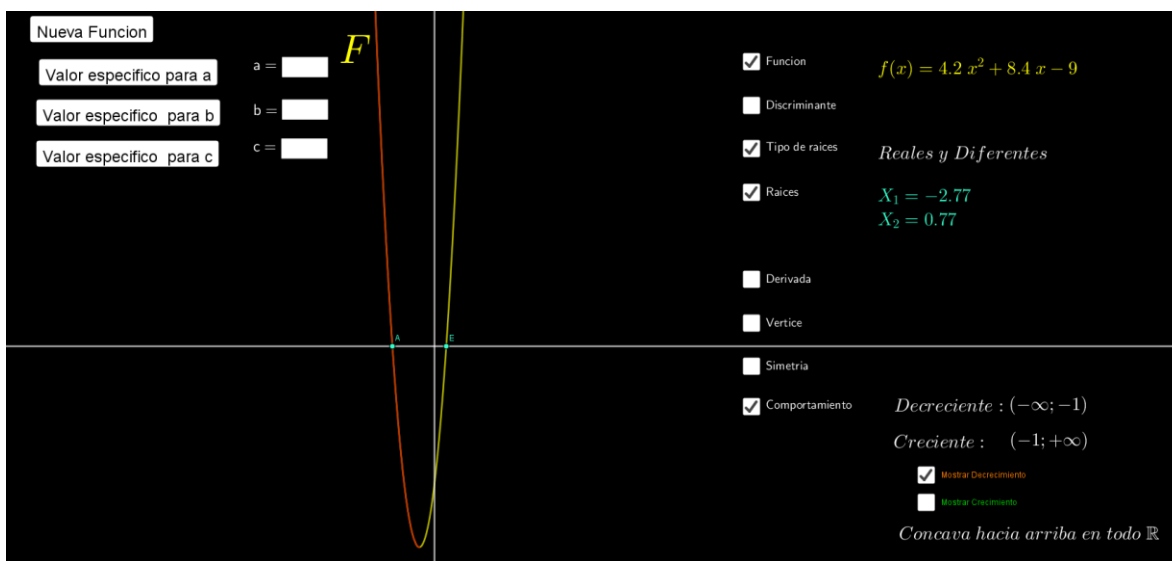
Contenidos trabajados en A3

Contenidos
Instalación de GeoGebra clásico 5
Interfaz y vista gráfica, algebraica y hoja de calculo
Herramientas de la vista algebraica, gráfica y hoja de cálculo.
Propiedades y preferencias de la vista algebraica, gráfica y hoja de calculo
Barra de entrada y comandos básicos
Scripts básicos para asociar a botones
Niveles de complejidad de las construcciones

El trabajo se desarrolló mediante una coordinación de las pantallas de Zoom (en paralelo), explicando y construyendo de manera simultánea los elementos fundamentales de una parábola y mediante el desarrollo de un problema de estadística.

Figura 36

Actividad 1.A.3



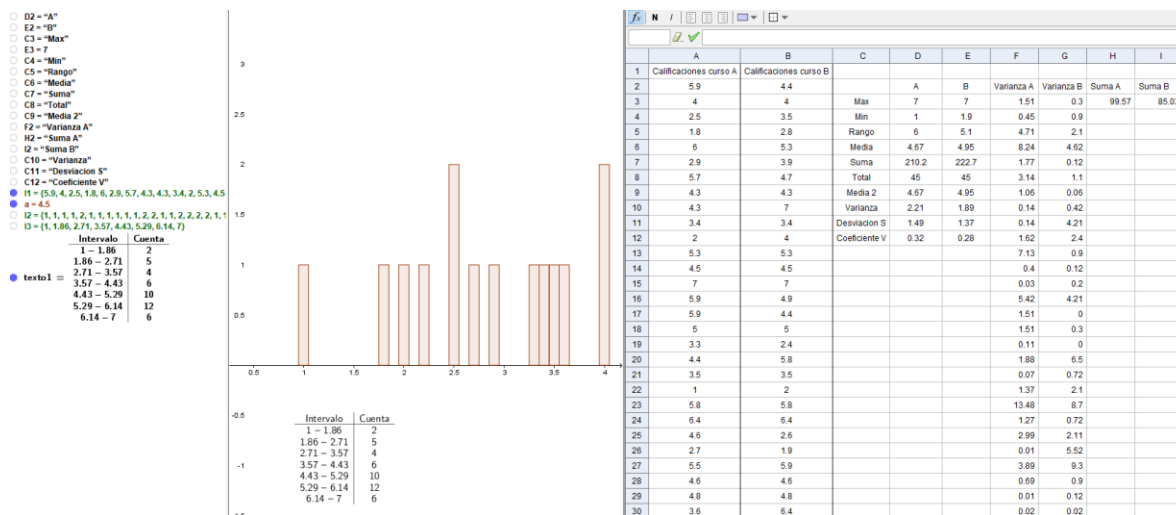
Nota. Actividad completada realizada en la capacitación: elementos de una parábola.

Figura 37
Actividad 2.A.3

Actividad. Para participar en una olimpiada de Ciencias, el profesor debe elegir un curso de un colegio. Las calificaciones de los 45 estudiantes de los dos cursos entre los que se escogerá al representante del colegio en la olimpiada se ordenaron en las siguientes tablas:

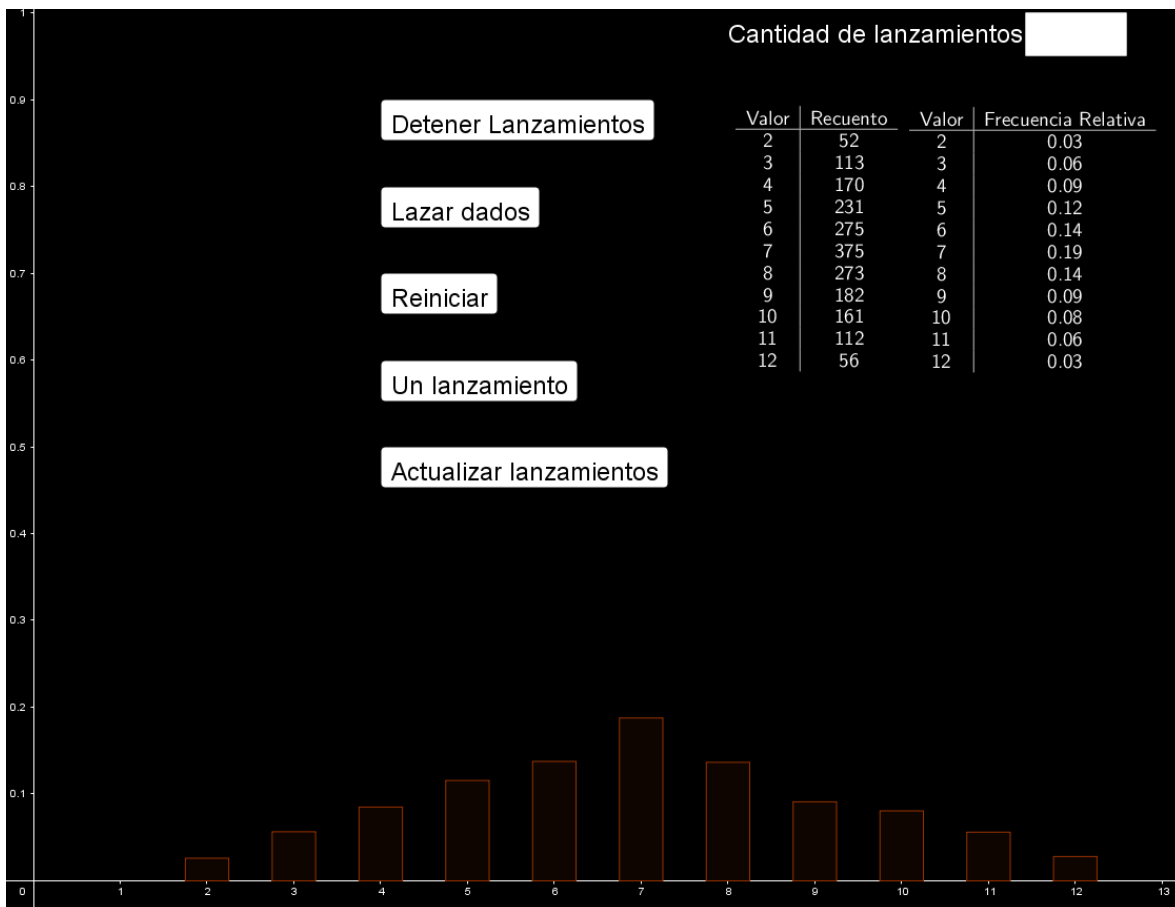
	Calificaciones curso A	Calificaciones curso B
	5.9	4.4
	4.0	4.0
	2.5	3.5
	1.8	2.8
	6.0	5.3
	2.9	3.9
	5.7	4.7
	4.3	4.3
	4.3	7.0
	3.4	3.4

- PREGUNTAS**
- ¿Cuál es el rango de las calificaciones del curso A, ¿y del curso B?
 - ¿Cuál es el promedio y la desviación media de las calificaciones del curso A?, ¿y del curso B?
 - ¿Cuál es la varianza de los datos obtenidos para curso?, ¿y la desviación estándar?
 - ¿Cuál es el coeficiente de variación para ambos cursos?
 - ¿Qué curso tiene calificaciones más homogéneas?
 - Con los resultados anterior, ¿qué decisión debe tomar el profesor?



Nota. Problema propuesto y su solución por medio de GeoGebra.

Para la segunda parte del trabajo con GeoGebra, se construyó en conjunto con la profesora, la simulación del experimento del lanzamiento de dos dados, asociado a la variable aleatoria suma de las caras.

Figura 38
Actividad 3.A.3


Nota. Construcción de la simulación de la variable aleatoria asociada al experimento de lanzar dos dados y sumar sus caras.

Finalizando la actividad, se le solito a la profesora diseñar dos simulaciones de experimentos que permitan trabajar la habilidad de representación mediante el uso del GeoGebra, además de tres construcciones que permitieran visualizar un concepto matemática de manera geométrica.

Las actividades diseñadas por la profesora serán presentadas en los análisis.

5.2 Análisis de la aplicación del proyecto

Para verificar si el proyecto implementado logró cumplir con los objetivos establecidos y con los indicadores de la matriz de marco lógico, se presentarán los análisis que se realizaron respecto de las actividades propuestas y diseñadas por la profesora. Además de aquellas actividades, y como complemento para el análisis, a la profesora se le solicitó la grabación de dos clases más del contenido de variable aleatoria y una última entrevista semiestructurada de salida.

5.2.1 Análisis de clases

Posterior a la intervención, como se mencionó, a la profesora se le solicitó la grabación de dos clases respecto del contenido de variable aleatoria (clase 2 y clase 3), una cada semana, en específico la primera y segunda semana de octubre. Cada clase tuvo una duración de aproximadamente 30 minutos, similar a la clase grabada en el diagnóstico (clase 1).

Ambas clases grabadas serán analizadas, por una parte, respecto del ETM para verificar si es que la profesora pudo gestionar de manera efectiva la habilidad de representación, y por otra, respecto de los errores conceptuales o procedimentales cometidos, para verificar el dominio del contenido.

5.2.1.1 Análisis según el ETM

Para cada uno de los análisis se realizó un proceso análogo a la revisión de la clase 1, en donde se transcribieron de manera textual los diferentes momentos de la clase (Anexo 11 y 12), se codificaron y luego se realizó un análisis específico de cada instancia de la clase. De esa manera, se categoriza cada momento.

5.2.1.1.1 Análisis mediante ETM de la clase 2

Se inicia con el análisis de la clase 2.

Tabla 30

Análisis del ETM de la clase 2

Momento	Minuto	Código	Tipo de fibración	Evidencia: texto y/o imágenes	Comentario
Inicio	0:00-1:00	I1C2	3 (representación semiótica)	<p>PROFESORA: Vamos a partir con situaciones de la vida real, de hecho, la variable aleatoria se utiliza mucho en los juegos de azar, de hecho, la utilizan para descubrir algún desarrollo, algún, como “tips” que tenga ese juego para poder ganar, ¿ya? Se utiliza muchos en los juegos o en los casinos, por ejemplo, este juego que podemos ver acá es una ruleta o más conocido como el paño, ¿ya? En esta ruleta esta eeh (...)</p>	La profesora introduce el contenido de variable aleatoria mediante la representación de un una imagen del juego del <<paño>>.
Desarrollo	1:10-25:10	D1C2	2 (control gráfico-discursivo) 2 (control semiótico)	<p>PROFESORA: Vamos a partir con una pregunta igual, ¿qué es la variable aleatoria?, ¿alguien se acuerda que es la variable aleatoria? ESTUDIANTE: Eeehm un número aleatorio. PROFESORA: Un número aleatorio, sí. ¿Qué sería una v.a? Nos dicen que es un número aleatorio. ¿Qué otra cosa puede ser una v.a? ESTUDIANTE: Un número al azar o que uno no sepa que va a salir. PROFESORA: Muy bien, muy buenas las respuestas, entonces vamos a agrupar todo esto que me acaban de decir, y vamos a ver el concepto, la definición de variable aleatoria. (...) ¿se acuerdan que era el experimento?</p>	La profesora introduce los contenidos básicos de la variable aleatoria (experimento, espacios muestral), de manera verbal y con ejemplos en conjunto y en discusión con los estudiantes. La profesora les da tiempo a los estudiantes de anotar lo proyectado.

Nosotros también lo vimos eso, ¿Qué era un experimento?, entonces en poca palabras nuestra variable aleatoria, es un valor, un número como ustedes dijeron, asociado a un experimento, ¿qué era un experimento?

ESTUDIANTE: Ehhm

PROFESORA: ¿Qué puede ser un experimento?, ¿el nombre no les dice nada?

ESTUDIANTE: Era como una prueba que hacíamos, como usted lo dijo, como con el juego, tirar el este (dado) y ver qué número salía, dependiendo de cuantos números había en la ruleta.

PROFESORA: Entonces podríamos decir que es un procedimiento (...) el experimento es un procedimiento que realiza con el propósito de obtener alguna observación, en este caso, como decía el Boris, el procedimiento de la ruleta, el experimento vendría siendo el procedimiento que utilizamos para encontrar alguna información, o cuando hacemos el lanzamiento de un dado. Nuestro experimento sería lanzar el dado, que sería el procedimiento que hacemos para obtener un resultado. ¿Y que sería el espacio muestral? Otro concepto.

ESTUDIANTE: Los posibles resultados

PROFESORA: Todos los posibles resultados, muy bien. ¿Y de quien serian esos resultados?, ¿a base de qué?

ESTUDIANTE: Del experimento

		<p>PROFESORA: A base del experimento, muy bien. Entonces tenemos un experimento, que es el procedimiento que utilizamos, y el espacio muestral serian todos los posibles valores o resultados de un experimento.</p>	
		<p>PROFESORA: Vamos a ver un ejemplo primero, ¿ya? Se realiza un experimento de lanzar un dado y anotar el resultado, ese sería nuestro experimento, ¿pero sería nuestra variable aleatoria?</p>	
		<p>ESTUDIANTE: No</p>	
		<p>PROFESORA: ¿Por qué no? Nosotros dijimos que la variable aleatoria era un valor, ósea un valor un número, acá ¿nos entregan algún número?</p>	
		<p>ESTUDIANTE: No</p>	
		<p>PROFESORA: Entonces no, solo tenemos el experimento. Entonces yo ahora también definí la variable aleatoria, siempre la v.a es en relación a nuestro experimento, si mi experimento es lanzar un dado y obtener un resultado, entonces yo puedo decir que mi variable aleatoria X, siempre se denota con una letra mayúscula, o puede ser una Y mayúscula una A mayúscula, cualquier letra, pero generalmente se ocupa la X. Entonces, mi variable va a ser, obtener un número primo, de ese lanzamiento del dado, ¿ya? Que otra variable aleatoria podría obtener, con ese mismo experimento, relacionado a ese experimento, porque pueden haber muchas, yo hice una sola</p>	<p>La profesora presenta un ejemplo de un experimento: lanzar un dado normal. Al experimento le asocia la variable aleatoria: obtener un número primo. Se produce un dialogo en torno a los valores posibles de la variable aleatoria y al espacio muestral. La profesora les da tiempo a los estudiantes de anotar lo proyectado.</p>
D2C2	2 (control gráfico-discursivo) 2 (control semiótico)		



ESTUDIANTE: Obtener un número par

PROFESORA: Obtener un número par. ¿Qué otro experimento puede ser?

ESTUDIANTE: Obtener el número 5.

PROFESORA: Obtener el número 5, obtener un número mayor que 5, ¿cierto? Muy bien. Entonces, si ya dijimos que nuestro experimento es lanzar el dado y anotar el resultado, la variable aleatoria sería obtener un número primo, ¿y cuál es el espacio muestral entonces?

ESTUDIANTE: Del 1 al 6.

PROFESORA: Del 1 al 6, muy bien. Y que valores puede tomar X.

ESTUDIANTE: El 3, el 5 y el 1.

PROFESORA: Ya entonces, se denota, eso lo acabamos de mencionar, se denota con letra mayúscula. Ahí ustedes ponen la respuesta del espacio muestral. Recordar que el espacio muestral eran todos los posibles resultados, y como es un dado normal, todos son sus posibles resultados, como decía Exequiel, van a ser del 1 al 6, ¿ya? Y los valores de x, van a ser solamente los números primos, que son esos los que nos interesa de la variable aleatoria.

D3C2	3 (gráfica discursiva) 3 (representación semiótica)	<p>PROFESORA: También vamos a introducir otra parte del contenido, que es la distribución de probabilidad, que es más que nada lo que habíamos visto antes de la probabilidad, el cálculo netamente. Entonces, en el primer conjunto que tengo acá, solamente tengo los posibles resultados, que serían del 1 al 6, ¿ya? Ahora, cuales serían los números primos que mencionaron delante.</p> <p>ESTUDIANTE: El 3 el 5 y el 1.</p> <p>PROFESORA: El 1, el 3 y el 5. Entonces cual sería, su distribución de probabilidad, como lo vimos anteriormente, serían los casos posibles partido los casos, ¿cuáles?</p> <p>ESTUDIANTE: Eeeeh</p> <p>PROFESORA: Casos to... ¿cómo calculábamos una probabilidad normal?</p> <p>ESTUDIANTE: Aaaah</p> <p>PROFESORA: Por ahí va. Utilizábamos como una formulita, ¿qué usábamos ahí?, ¿no se acuerdan?</p> <p>ESTUDIANTE: Hmmm</p> <p>PROFESORA: Lo hicimos mucho.</p> <p>ESTUDIANTE: Donde se divide...</p> <p>PROFESORA: ¿Qué va arriba?</p> <p>ESTUDIANTE: Arriba van los posibles casos, y abajo los casos favorables.</p> <p>ESTUDIANTE: No... aaah viste.</p> <p>PROFESORA: Favorables sobre totales, casi, estaba por ahí. Entonces, en relación a eso mismo vamos a construir la</p>	La profesora introduce el contenido de distribución de probabilidad mediante el experimento del lanzamiento del dado. En conjunto con los estudiantes realizan la construcción de un diagrama sagital para la representación del concepto.
------	--------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



distribución de probabilidad, ¿ya?
Que es utilizando la regla de Laplace, como decía el Exequiel, caso posibles partido casos totales. Muy bien.

Entonces, si yo quiero saber la distribución de probabilidad, cuantos casos acá tengo de los que me interesa primero, ¿cuántos número primos tengo?

ESTUDIANTE: 3

PROFESORA: ¿De un total de cuantos?

ESTUDIANTE: 6

PROFESORA: ¿Entonces como quedaría la distribución de probabilidad?

ESTUDIANTE: 3 de 6

PROFESORA: 3 de 6, esos serian para los números primos, y para los que no son primos, ¿cuál sería su distribución de probabilidad?
¿Cuántos tengo que no son primos?

ESTUDIANTE: 3

PROFESORA: ¿De cuantos?

ESTUDIANTE: de 6

PROFESORA: 3 de 6, fácil. Y listo. 3 de 6 porque son 3 números primos de un total de 6, y 3 de 6 también porque son 3 que no son números primos de un total también de 6.

		D4C2	*3 (gráfica discursiva)	<p>PROFESORA: Ya los que ya terminaron, deben utilizar el mismo experimento de recién, y ustedes definir su propia variable aleatoria. No sé, la probabilidad de sacar un número par, hay muchos tipos de variables aleatorias, no les voy a decir más, sino me las van a copiar. Entonces definir una variable aleatoria y calcular su probabilidad o su distribución de probabilidad. Lo mismo que hicimos recién.</p>	<p>La profesora deja como tarea la creación de una variable aleatoria con el experimento del dado. Los estudiante deben calcular la función distribución de la variable aleatoria.</p>
Cierre	25:11-28:32	C1C2	1 (operador material)	<p>PROFESORA: Otra más. Ya, rapidito entre los que hemos terminado, vamos a hacer una competencia de dado. Los vamos a tirar al suelo para no tener problemas. La dinámica de esta actividad es lanzar los dados, y el que obtenga la mayor suma entre los dos, se gana la décima.</p>	<p>La profesora realiza una dinámica de competencia, dos a dos, en donde los estudiantes deben lanzar dos dados y sumar sus caras. El estudiante que obtiene el número mayor gana y pasa a la siguiente ronda a competir con otro compañero.</p>

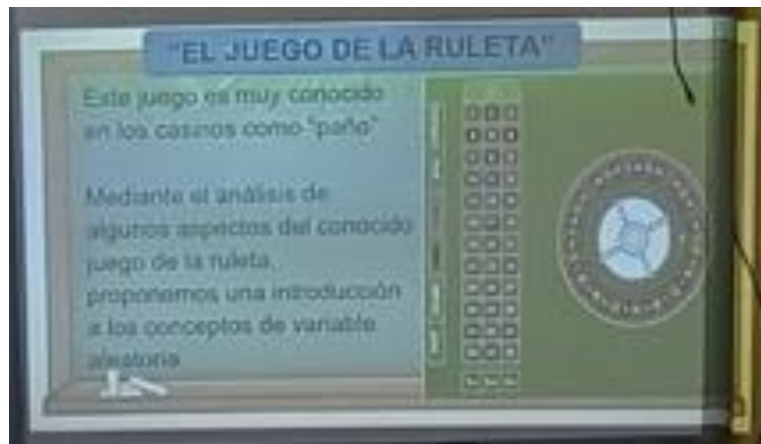
5.2.1.1.1.1 Clase 2 análisis específico

Seguido, se presenta el análisis cada instancia y momento de la clase, según la codificación.

IIC2

Figura 39

IIC2

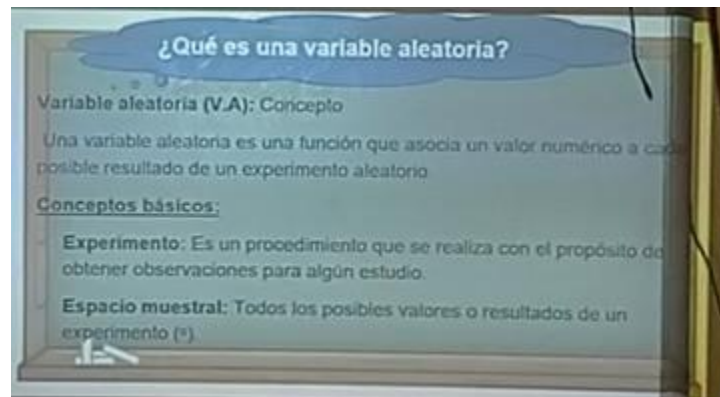


La profesora inicia la clase introduciendo el contenido de variable aleatoria, situando a los estudiante con una representación pictórica del juego del paño. Aquella representación sirve como un soporte visual para que el estudiante reconozca en, cierta medida, donde se presenta el contenido de variable aleatoria en la vida real. Pero no hay presencia de una discusión más llevadera de aquello. Por lo tanto, la profesora activa en un determinado grado, el plano epistemológico con la componente representamen mediante una representación semiótica en dicha génesis.

D1C2

Figura 40

D1C2

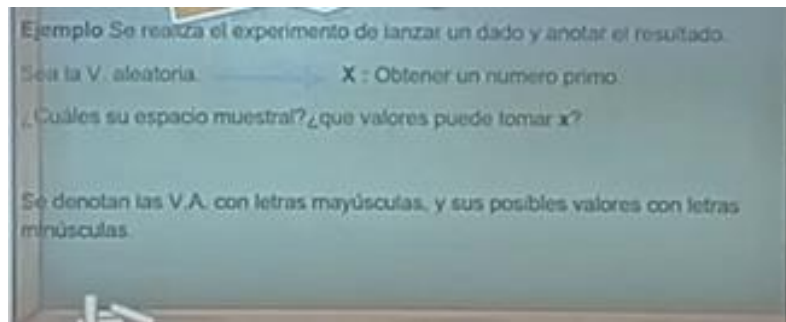


Luego, la profesora en conjunto con los estudiantes dialoga y discuten sobre los conceptos de: variable aleatoria, experimento y espacio muestral. A diferencia de la clase 1, la profesora fue capaz de conducir una discusión mediante una pertinente secuencia entorno a los conceptos mencionados, con preguntas como: ¿qué es la variable aleatoria?, ¿alguien se acuerda que es la variable aleatoria?, ¿se acuerdan qué era el experimento?, ¿qué era un experimento? De igual forma, mediante el experimento del lanzamiento de un dado, y la variable aleatoria asociada, por la profesora, de anotar el número de la cara resultando, se fueron conectando las ideas de manera simultánea con los conceptos. Por lo tanto, la profesora activa una fibración tipo 2 en el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo, y a su vez, un control semiótico en la génesis semiótica.

D2C2

Figura 41

D2C2

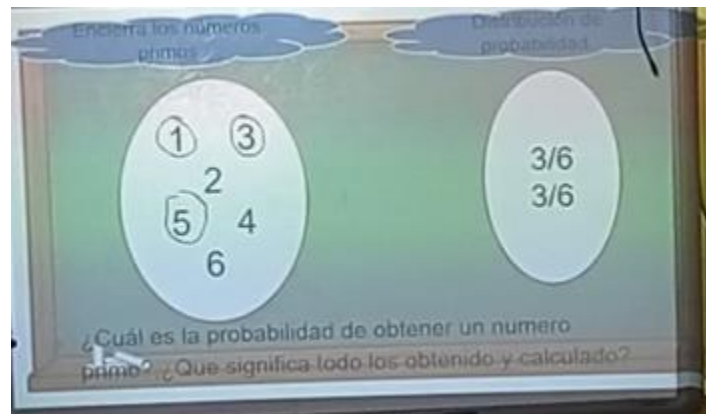


La profesora presenta y discute otro ejemplo con los estudiantes. Propone el ejemplo del experimento del lanzamiento de un dado normal, asociado a la variable aleatoria: obtener un número primo. Pregunta a los estudiantes si el experimento es la variable aleatoria, lo cual hace reflexionar a los estudiantes, que la variable aleatoria se asocia al experimento, pero no es el experimento propiamente tal. Se discute con preguntas como: ¿cuáles es el espacio muestral?, ¿qué valores puede tomar la variable aleatoria? De igual manera, se dialoga sobre otros posibles ejemplos presentados por los estudiantes. Por lo tanto, la profesora activa una fibración tipo 2 en el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo, y a su vez, un control semiótico en la génesis semiótica.

D3C2

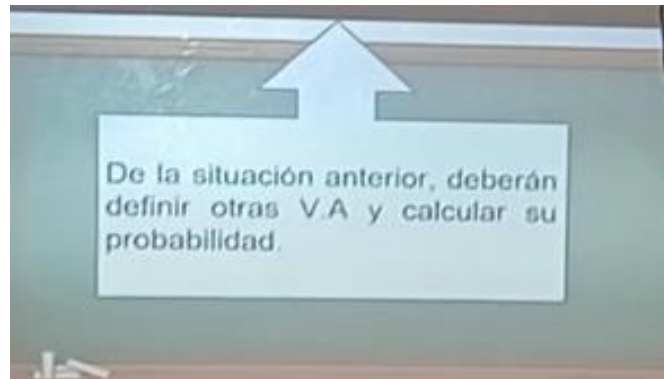
Figura 42

D3C2



La profesora introduce el concepto de función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria mediante la construcción de un diagrama sagital, junto con los estudiantes, referente al ejemplo mencionado en D2C2. Se confecciona el espacio muestral, y luego se calculan las respectivas probabilidades, verificando en el diagrama los números favorables respecto de los totales. Por lo tanto, como los estudiantes realizan un análisis referente a la representación sagital, la profesora activa una fibración tipo 3 en el plano epistemológico con la componente representamen mediante la representación gráfica discursiva.

D4C2

Figura 43*D4C2*

Luego, la probabilidad solicita a los estudiantes definir una variable aleatoria, diferente, con el mismo experimento del lanzamiento del dado y calcular su distribución de probabilidad. Dado que el proceso que deben realizar los estudiantes es mayoritariamente de replicación, por sobre un análisis, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

C1C2

Figura 44

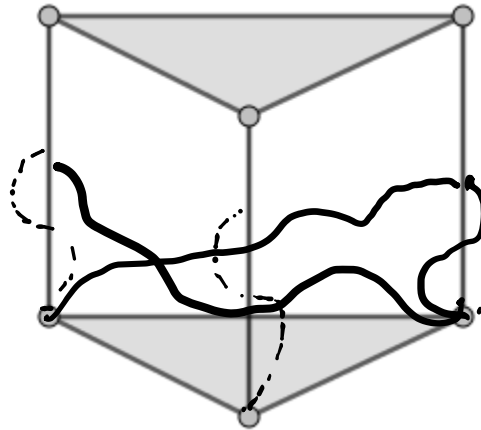
C1C2



Luego de finalizar la actividad de D4C2, la profesora realiza un cierre de clase mediante una competencia entre los estudiantes. La dinámica es lanzar dos dados y sumar sus caras, aquel estudiante cuya suma sea mayor y pasa a la siguiente ronda. El ganador obtiene una décima como recompensa.

La dinámica del juego presentada por la profesora está asociada al experimento del lanzamiento de dos dados respecto de la variable aleatoria suma de sus caras. De este modo, es posible construir de forma experimental aquel experimento. Aquellas consideraciones no quedan del todo claras en la clase. Por lo tanto, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente artefacto mediante un operador material en la génesis instrumental.

Con los datos analizados y expuestos en el apartado anterior, es posible identificar el siguiente espacio de trabajo matemática para la profesora en esta primera clase de introducción a la variable aleatoria.

Figura 45*ETM de la clase 2***5.2.1.1.2 Análisis mediante ETM de la clase 3**

Continuando, se presenta el análisis de la clase 3.

Tabla 31
Análisis del ETM de la clase 3

Momento	Minuto	Tipo de fibración	Evidencia Texto o imágenes	Comentario
Inicio	0:00-1:32	2 (control gráficos-discursivo)	<p>PROFESORA: El objetivo de clase del día de hoy es, conocer la probabilidad experimental y teórica. Aquí me voy a detener un poquitito, ¿qué será la probabilidad experimental?, ¿se le asociará algo el nombre?</p> <p>ESTUDIANTE: ¿Al experimentar un evento?</p> <p>PROFESORA: ¿Qué puede ser probabilidad experimental? La palabra experimental, ¿les hará algo de ruido?</p> <p>ESTUDIANTE: Como comprobar, algo que puede ser así.</p> <p>PROFESORA: Puede ser así. ¿Alguna otra cosa? Boris dice que es como probar, Leo dice algo que puede ser. ¿Qué más puede ser?</p> <p>ESTUDIANTE: Experimentar una probabilidad.</p> <p>PROFESORA: Experimentar una probabilidad, como el nombre lo dice, ¿cierto? La probabilidad experimental, es cuando experimentamos un suceso. Nos sabemos realmente si es así, pero tratamos de experimentar, de jugar e ir probando. ¿Y que sería la probabilidad teórica?</p>	<p>La profesora comienza exponiendo el objetivo de la clase y luego abre la discusión en conjunto con los estudiante en torno al concepto de probabilidad experimental y teórica.</p>



		<p>ESTUDIANTE: La teoría de esa probabilidad. PROFESORA: Sí, por ahí va. Es algo en donde hacemos el cálculo analítico, ¿ya? Lo vamos a ir viendo de a poquito a medida que vayamos avanzando la clase.</p>
<p>Desarrollo 2:04-17:25</p>	<p>1 (operador material) 3 (representación gráfica discursiva) 3 (representación material)</p>	<p>PROFESORA: Entonces ahora vamos a utilizar el material concreto que son nuestros 2 daditos, ¿ya? He instrucciones, en parejas vamos a realizar una competencia con los dados antes de partir, ¿ya? Lanzamos los dados 4 veces, por ejemplo, con el Boris. Tus dados Boris, con el Leo. Lanzar ambos dados 4 veces y anotar los posibles resultados de la suma. Ya, el primer lanzamiento del Leo ¿cuánto le salió? ESTUDIANTE: 3 más 2 igual a 5 PROFESORA: 3 más 2 igual a 5, entonces su primer lanzamiento el resultado de la suma es 5. Y Ahí ustedes van completando. Yo voy a completar los del Leo. Lo ideal es que ustedes completen la suya. Con esto estaríamos trabajando la probabilidad experimental. Ya en el segundo lanzamiento Leo, cuanto te dio. ESTUDIANTE: 5 más 1 igual a 6 PROFESORA: 5 más 1, 6.</p> <p>La profesora introduce el concepto de probabilidad experimental mediante el experimento de lanzar dos dados, asociado a la variable aleatoria de sumar sus caras. Cada estudiante con sus dados debe realizar cuatro lanzamientos y construir una representación tabular. Con dichos resultados deben calcular las respectivas probabilidades y luego concluir cual es la suma de todas las probabilidades. De esta manera, la profesora concluye que la suma de las probabilidades de una variable aleatoria, bien establecida, debe dar 1.</p>



ESTUDIANTE: Después me dio, 4 más 1 que es igual a 5, y después 2 más 1

PROFESORA: Ya ahí van completando sus resultados. Lo idea es que copien la tablita y la vayan completando según sus resultados. Yo anote los resultados del Leo.

Si a alguien le faltó un dado, acá yo tengo.

Miren el Boris encontró dados online, dos, y los fue lanzamiento en el mismo celular. Super buena estrategia y ahí va sacando altiro la suma.

*la profesora revisa y corrige el trabajo de los estudiantes.

¿Listo?

¿Cómo vamos con los lanzamientos?

ESTUDIANTE: Bien

¿Todos tienen los lanzamientos listos?

ESTUDIANTE: Sí

Vamos a hacer ahora la probabilidad. Entonces, vamos a utilizar el mismo ejemplo del Leo. Nosotros vimos en clases anteriores que, para calcular la probabilidad o la distribución de probabilidad, teníamos que ver los casos favorables con los casos totales. Entonces, aquí yo voy a completar la tablita para el Leo. Entonces, el primer, la probabilidad teórica, cuantos 5 le salieron al Leo.

ESTUDIANTE: 2



PROFESORA: Entonces su probabilidad va a ser 2. ¿De cuántos lanzamientos fueron?

ESTUDIANTE: 4

PROFESORA: 4, con el 6, ¿cuántos 6 le salieron?

ESTUDIANTE: 1

PROFESORA: ¿1 de cuántos?

ESTUDIANTE: De 4

PROFESORA: De 4 lanzamiento. ¿El 5 lo vuelvo a poner?, no porque ya lo hice con el primer 5, ¿ya? Se hace una vez, porque ya sabemos que el 5 salió 2 veces de 4. Y con el 3, ¿cuántas veces salió el 3?

ESTUDIANTE: 1

PROFESORA: 1 de 4, y listo. Podríamos ir haciendo más lanzamiento, de hecho, puede que el 5 vuelva a salir más veces o un números más grandes, ¿cuál es la suma más alta que nos puede dar?

ESTUDIANTE: 12

PROFESORA: 12 cierto, porque el mayor número es 12. Muy bien. ¿Todos hicieron el cálculo de su distribución de probabilidad?, ¿sí?

ESTUDIANTE: Sí

PROFESORA: Nosotros también vimos que la probabilidad tenía un rango de valor, ¿cuál era ese rango de valor?

ESTUDIANTE: 12

PROFESORA: No, no, no. La probabilidad.

ESTUDIANTE: 1 al 6



PROFESORA: No, la probabilidad. No estoy hablando del dado, del contenido de probabilidad, entre que valores se movía. Teníamos unos que eran valores pequeñitos y otros que eran porcentajes. Por ahí el Exequiel se la sabe, ¿cuánto es Exequiel?

ESTUDIANTE: Entre 0 y 1

PROFESORA: Entre 0 y 1, entre 0 y el 100%. Muy bien Exequiel. Entonces como me dicen que la probabilidad siempre siempre tiene que ir entre 0 y 1. Sumen sus probabilidades, y ¿cuánto les da? Veamos, veamos si nuestras probabilidades están correctas. Sumen sus probabilidades.

¿Cuánto les darían las probabilidades?, suma de fracciones. ¿Tienen igual o distinto denominador?

ESTUDIANTE: Iguales

PROFESORA: Conservamos el denominador entonces, ¿y qué hacemos con los numeradores?

ESTUDIANTE: Se suman

PROFESORA: Se suman directamente, muy bien.

ESTUDIANTE: Sería 4 de 4

PROFESORA: ¿Y 4 de 4 cuánto es?, ¿4 por cuanto me da 4?

ESTUDIANTE: 1

PROFESORA: Entonces cual sería el cálculo de probabilidad, ¿estará bien nuestra probabilidad?

ESTUDIANTE: Sí porque está dentro del 0 y el 1

PROFESORA: Muy bien. Sí porque está dentro del 0 y el 1.

Ya, al Boris le dio 1, a la Oriette ¿cuánto le dio?

ESTUDIANTE: También me dio 1.

A la Montse también le dio 1. ¿Y al Leo cuanto le dio en la suma?

ESTUDIANTE: 2

Ahí te quedaría 4 de 4, y 4 de 4 ¿Cuánto es?

ESTUDIANTE: Eehm 0

PROFESORA: ¿4 por cuanto me da 4?

ESTUDIANTE: 4 por 1

PROFESORA: ¿Y al Rodolfo cuanto le dio?

*la profesora corrige a Rodolfo

PROFESORA: ¿Listo?, ya. Entonces si yo sumo mi probabilidad, a mí también me da 1. O al Leo también le da 1. Entonces a todos nos dio 1, ¿cierto?

ESTUDIANTE: Sí

PROFESORA: Entonces si en la suma de la distribución de probabilidad, nos da 1, podemos decir que nuestro resultado está correcto. Y cuidado con esto, Qué pasa si yo aquí me hubiera equivocado, y hubiera dicho que, hubiera agregado al 5, hubiera cambiado ¿no cierto?, la suma no me hubiera dado 1, me hubiera mucho más, ¿ya? Así que eso, hay que tener

			<p>cuidado sobre todo cuando los números se repiten, mucho ojo ahí. Entonces esa pregunta ya la respondimos, que valor nos da la suma de la distribución.</p>
Cierre	34:03-34:55	<p>3 (representación gráfica discursiva) 3 (representación material)</p> <p>Activación de la competencia de comunicación por el estudiante</p>	<p>PROFESORA: Muy bien, a eso quería llegar. Entonces ahora, vamos a lanzar, vamos a hacer esta suma de los dados, todos juntitos van a tratar de realizarlo ustedes, que pasa. Voy a explicarlo primero, y de ahí les voy a dar un tiempito para que lo hagan solitos. Entonces, la probabilidad teórica, que pasaría si yo realizo el primer lanzamiento, lo ideal es que lo vayan llenando acá, lo voy a hacer acá en la pizarra para que se entienda. Tengo mi primer dado que está en la parte superior, y ese dado lo lanzo una vez, y me salió 1, ¿ya? Y lanzo mi segundo dado que también me salió 1, ¿cuánto será la suma?</p> <p>ESTUDIANTE: 2</p> <p>PROFESORA: 2, lo mismo con el 2, tienen que tratar de llenar toda la tablita. Entonces ahora, si yo lanzo el dado, pero ahora me sale 2, en mi primer dado, pero en mi segundo dado me sale 1, ¿cuánto sería la suma?</p> <p>ESTUDIANTE: 3</p> <p>PROFESORA: 3, y así lo van completando. Lo mismo hacia al lado, y lo mismo hacia abajo, hasta llegar al 6. Aquí les va a quedar todo esto</p> <p>La profesora realiza una segunda actividad con el experimento del lanzamiento de ambos dados y la variable aleatoria definida como la suma de las caras. En estas ocasiones, se trabaja sobre la probabilidad teórica, donde los estudiantes diagraman todos los posibles resultados del lanzamiento y suma de los dados, calculando el espacio muestral y comparando así, ambas probabilidades, teórica con experimental. Además, se puede apreciar como un estudiante desde su diagrama, visualiza que la suma de siete es la que más se repite y por ende la que tiene mayor probabilidad de salir al lanzar los dados.</p>



completo. Va a quedar como un cuadradito lleno de puros números. Aquí vamos a hacer la probabilidad teórica, que pasa en la teoría, si será cierto nuestro experimento.

ESTUDIANTE: ¿Profe, y los resultados como los acomodo en la tabla?

PROFESORA: Acá me están diciendo que en mi dado 1 salió 1, y en mi dado 2 salió 1 también, ¿cuánto será la suma?

ESTUDIANTE: Aaaah y lo mismo que si me sale 2 y 2.

PROFESORA: Sí, y ahí vas completando todos los espacios.

*La profesora revisa y corrige el trabajo de los estudiantes.

PROFESORA: ¿Leo listo?, ¿Cuál sería el espacio muestral?, Leo, de ese experimento

ESTUDIANTE: Del 2 al 12.

PROFESORA: Anótelo.

Después que tengan los resultados de todas las sumas, definan el espacio muestral, recuerden que su espacio muestral era una herradura con los corchetes, lo van definiendo. Recuerden que el espacio muestral son todos los posibles resultados de nuestro experimento, en este caso el experimento es el lanzamiento de los dos dados.

*La profesora revisa el trabajo de los estudiantes.

PROFESORA: Ya entonces que resultados les dieron.



Muchos resultados, ¿cierto?
Pero que conforma nuestro espacio muestral. ¿Cuáles números lo conforman?

ESTUDIANTE: Del 2 al 12

PROFESORA: Porque del 2 al 12

ESTUDIANTE: Porque no hay ningún 1.

ESTUDIANTE: Porque son las sumas

PROFESORA: Porque son los resultados de las sumas que nos dieron de lanzar los dados, ¿cierto?

Nosotros vimos que, en adelante, obtener un 5, nos daba el 50%, ¿cierto? En la probabilidad experimental. Pero ahora en la probabilidad teórica veamos pu. ¿Cuál es la probabilidad?, ¿cuál sería la probabilidad, de que mi x, o de que yo sacara un 5? ahora en lo que hicimos recién. Veamos, ¿cuántos resultados tuvimos en total?, partamos por ahí.

ESTUDIANTE: ¿Todos estos?

PROFESORA: Todos esos, cuéntelos.

ESTUDIANTE: Son 11 resultados

PROFESORA: ¿11?

ESTUDIANTE: Porque se repiten, pero son 11. 11 resultados.

PROFESORA: Nosotros vimos el principio multiplicativo, que era para ver cuántos combinaciones o posibles combinaciones



íbamos a tener, y lo único que teníamos que multiplicar eran los posibles resultados de cada uno, ¿ya?

ESTUDIANTE: 6 por 6, son 36 resultados.

PROFESORA: Muy bien. ¿Entonces cuantos resultados tendremos?

ESTUDIANTE: 36

PROFESORA: 36, porque estamos lanzando 2 dados, ¿y cuantas caras tiene cara dado?

ESTUDIANTE: 6

PROFESORA: 6, ¿cierto? El primer dado tiene 6 y el segundo dado también tiene 6, por principio multiplicativo, multiplicamos 6 por 6, 36. Entonces, voy a tener 36 posibilidades, ¿ya? Entonces, ahora ustedes vean su tablita. ¿Cuántas opciones tuvimos de 5?

*Los estudiantes analizan la pregunta

ESTUDIANTE: Solo los 5.

PROFESORA: Sin contar los dados, solo los resultados.

ESTUDIANTE: 4

PROFESORA: Al Leo cuanto le dio, ¿cuántas veces 5?

ESTUDIANTE: 4

PROFESORA: Y a la Oriette

ESTUDIANTE: 4

PROFESORA: Entonces veamos.

ESTUDIANTE: La que más se repite es el 7

PROFESORA: El 7, entonces que será eso, ¿será una probabilidad alta o baja?

ESTUDIANTE: Alta

PROFESORA: Alta, muy bien Leo. Entonces, pero queremos probar con el 5, por esa es la experimental y la teórica. Entonces, ¿cuánto es la probabilidad de 4 partido 36?, ¿cuánto nos dará 4 dividido 36? Entonces nos da 0.11, ¿cuánto sería en porcentaje?

ESTUDIANTE: 11%

PROFESORA: 11% y ¿cuánto nos había dado en la otra la experimental?

ESTUDIANTE: A mí me había dado 50%

PROFESORA: 50%, la teórica nos dio 11% y la experimental 50%. Entonces, ¿se acerca? Para nada cierto.

5.2.1.1.2.1 Clase 3 análisis específico

Finalmente se presenta el análisis específico según la codificación de la clase 3.

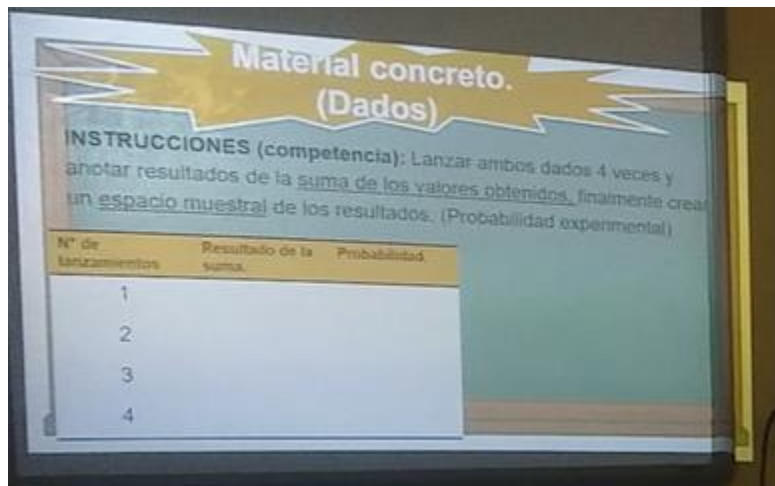
IIC3

La profesora inicia la clase abriendo el debate sobre el concepto de probabilidad teórica y probabilidad experimenta. Guía la discusión con preguntas pertinentes, y en conjunto con los estudiantes, establecen el concepto de probabilidad experimental. No así, para el concepto de probabilidad teórica que es abordado de manera superficial. Por lo tanto, la profesora activa de manera incipiente el plano epistemológico con la componente referencial mediante un control gráfico discursivo en la génesis discursiva.

D1C3

Figura 46

D1C3



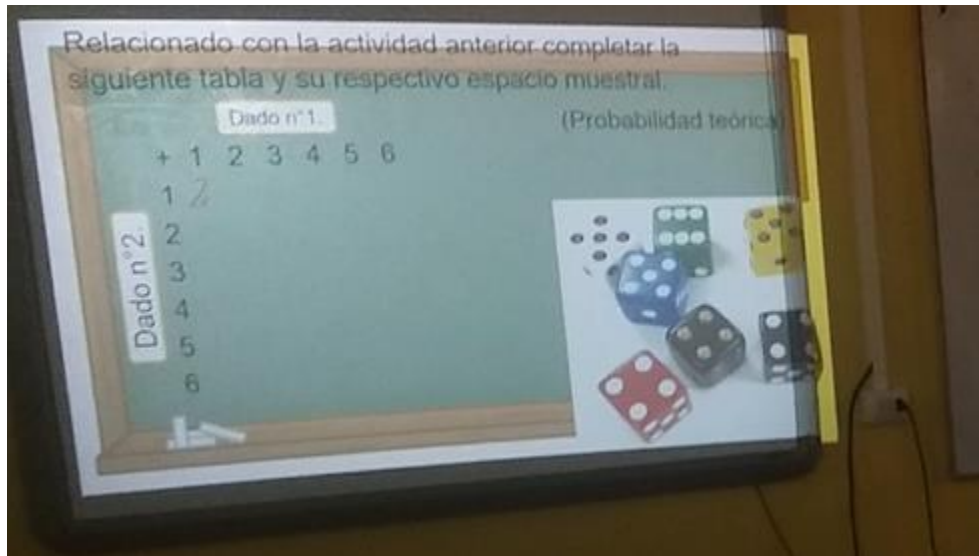
Para el trabajo de la probabilidad experimental, la profesora solicitó a los estudiantes traer dos pares de dados normales. Cada estudiante de manera individual deberá lanzar cuatro veces los pares de dados y apuntar el resultado de la suma de las caras. Con aquellos resultados deberán confeccionar un registro tabular respecto de los resultados y la distribución de probabilidad.

La profesora conduce y corrige a los estudiantes de tal manera que todos logren confeccionar la tabla. Una vez completada la tabla, los estudiantes calculan la suma de las probabilidades de la distribución y concluyen en conjunto que la suma de las probabilidades, para una variable bien definida, debe dar 1 o el 100%. Como la profesora a través de los dados solita la construcción de una representación tabular activa una fibración tipo 1 en el plano epistemológico con la componente artefacto mediante un operador material en la génesis instrumental. De igual manera, como los estudiantes a través de la representación realizan inferencias sobre las probabilidades, la profesora activa una fibración tipo 3 en el plano epistemológico con la componente representamen mediante una representación gráfica discursiva en la génesis discursiva.

C1C3

Figura 47

C1C2



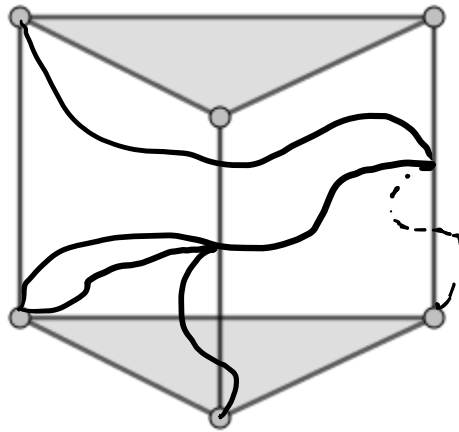
Finalmente, la profesora trabaja sobre la probabilidad teórica del experimento del lanzamiento de ambos dados asociado a la variable aleatoria: suma de las caras. Los estudiantes deben completar la tabla respecto de la representación entregada por la profesora, y hallar el espacio muestral, la cantidad de posibilidades de los lanzamientos y comparar la probabilidad experimental de obtener una suma de cinco, con la probabilidad teórica de obtener dicha suma. Por lo tanto, como los estudiantes a través de una representación presentada por la profesora deben confeccionar el registro, se activa una fibración tipo 3 en el plano epistemológico con la componente representamen mediante una representación en la génesis instrumental. Además, como los estudiantes a través de la representación logran realizar las inferencias solicitadas por la profesora, se activa una fibración tipo 3 en el plano epistemológico con la componente representamen mediante una representación gráfica discursiva en la génesis discursiva. También en este cierre de clase, se puede oír como un estudiante razona visualizando la tabla, que la suma más probable de ocurrir es la de siete, pues es la que más casos favorables tiene. En este sentido, se activa por el estudiante el plano

cognitivo en la componente visualización hacia una génesis discursiva, por la competencia de comunicación.

Lo expuesto anteriormente se puede traducir en el siguiente diagrama.

Figura 48

ETM de la clase 3

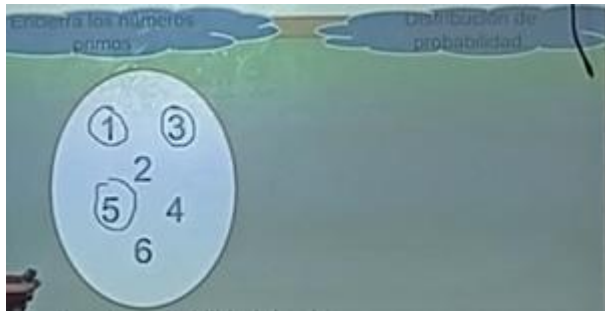


5.2.1.2 Análisis de errores de la clase 2 y 3

Como se mencionó en el apartado anterior, se realiza un análisis de los momentos de clases y los respectivos extractos para corroborar los errores cometidos, errores conceptuales o procedimentales.

Tabla 32

Análisis de errores de la clase 2 y 3

Número de la clase	Minuto	Extracto	Error
2	10:20-10:33	<p>PROFESORA: Y que valores puede tomar X. ESTUDIANTE: El 3, el 5 y el 1. PROFESORA: Ahí está.</p>	<p>La profesora pregunta a los estudiantes los posibles valores del experimento de lanzar un dado asociado a la variable aleatoria: obtener un número primo. Un estudiante responde el 3, 5 y el 1. La profesora lo valida.</p> <p>La situación se reitera, cuando la profesora encierra dichos valores en la construcción de un diagrama sagital para representar la función de distribución de aquella variable aleatoria.</p>
	14:20-14:30	<p>PROFESORA: Ahora, cuales serían los números primeros que mencionaron denante. ESTUDIANTE: El 3 el 5 y el 1. PROFESORA: El 1, el 3 y el 5.</p> <p>Figura 49 <i>Error IC2</i></p> 	
3	0:00-0:00		No hay presencia

5.2.2 Análisis de diseño de actividades

La profesora en total, considerando las tareas realizadas en las sesiones y las tareas para la casa, diseñó catorce actividades, con cada una de ellas, dependiendo de sus características, será análisis respecto de la promoción de la habilidad de representación y de los niveles de construcción de GeoGebra, considerando la pertinencia y las respectivas rúbricas que se presentan en cada apartado.

5.2.2.1 Análisis de representación

Para el análisis de las actividades asociadas a la representación, se construyó una rúbrica en base a dicha habilidad, estructurándola según lo presentado en el apartado teórico de la habilidad (MINEDUC, 2015).

La rúbrica se presenta a continuación.

Tabla 33

Rúbrica de representación

Criterio	Código
La actividad permite al estudiante elegir o elaborar representaciones de acuerdo con las necesidades, identificando sus limitaciones.	C1
La actividad permite al estudiante transitar entre los distintos niveles de representación (tratamiento o conversión).	C2
La actividad permite al estudiante organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.	C3
La actividad permite al estudiante representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.	C4

Asociado a la rúbrica, y dependiendo del grado en que se presente cada criterio en la actividad, se asignara un puntaje según la siguiente tabla:

Tabla 34*Puntaje asociado al criterio*

Criterio	Descripción	Puntaje asignado
No observado	El indicador no se observa en el diseño de la actividad analizada	0 puntos
Parcialmente observado	El indicador se observa, pero no tiene la evidencia suficiente para respaldarlo	1 punto
Observado	El indicador se observa con la suficiente evidencia para respaldarlo	2 puntos

Establecido los criterios, se presenta a continuación el análisis en cuestión.

Para organizar el análisis, se procedió con la categorización de cada una de las actividades diseñadas por la profesora, asociándole un código. Luego, se argumenta y justifica el puntaje y los criterios asignados mediante un análisis específico de cada actividad.

Tabla 35*Actividades diseñadas para promover la habilidad de representación*

Actividad	Código
Figura 50	

*Actividad 1***Actividad practica “Ruleta”.****INSTRUCCIONES:**

- De manera individual y con la ruleta creada en GeoGebra, realizar 20 lanzamientos.
- Completar la tabla según la distribución de probabilidad y la acumulada.
- Con la información de la tabla, realice un histograma y concluya algo respecto de la información que entrega.
- Calcule $P(x < 3)$, $P(x = 4)$, $P(1 \leq x \leq 2)$. Compare aquellos resultados con la probabilidad teórica.

A1

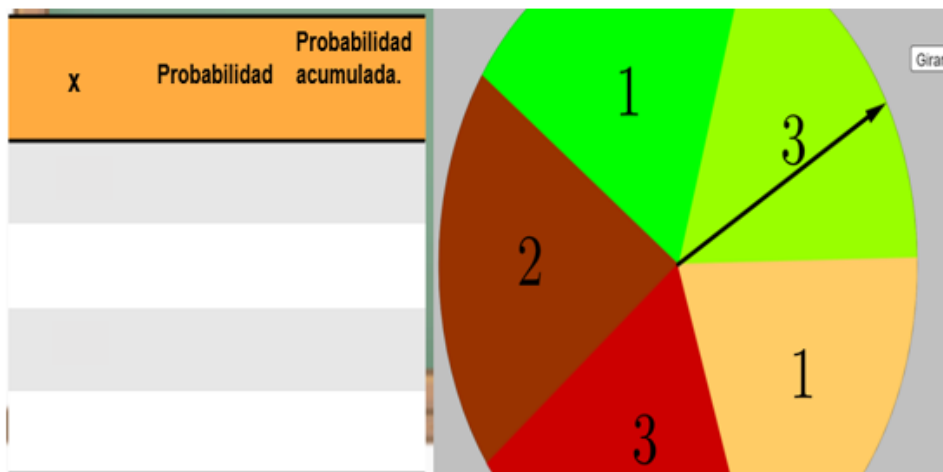


Figura 51

Actividad 2

Guía práctica

- a) La siguiente tabla presenta la distribución de los huéspedes del hotel “El Inca”, según nacionalidad. De acuerdo con esta tabla, ¿cuáles son los valores de los sectores en grados del gráfico circular? Rellene cada sector con dicho valor según su probabilidad. Complete la tabla agregando distribución de probabilidad y la distribución acumulada.

A2

Nacionalidad	Nº turistas
Italiano	12
Argentino	8
Francés	4
Colombiano	2
Español	6
Total	32

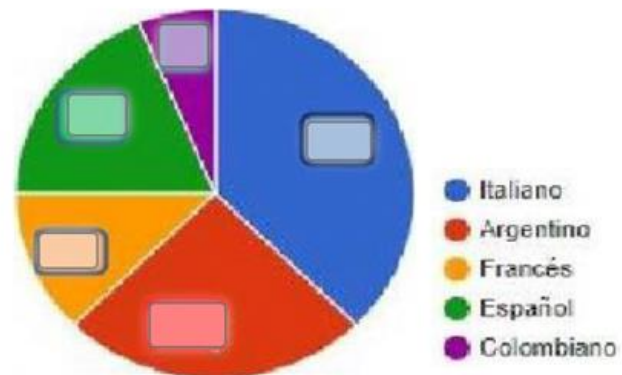


Figura 52

Actividad 3

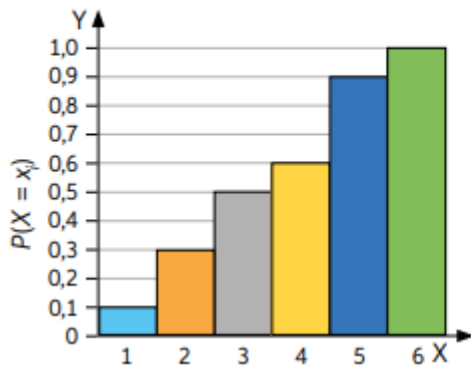
- b) Una variable aleatoria X puede tomar los valores 30, 40, 50 y 60 con probabilidades 0.4, 0.2, 0.1 y 0.3.
- Define una variable aleatoria para la situación planteada.
 - Confecciona una forma de representación para la función de distribución de probabilidad y su acumulada.
 - Determina $P(x=40)$
 - Determina $P(x \leq 40)$

A3

Figura 53

Actividad 4

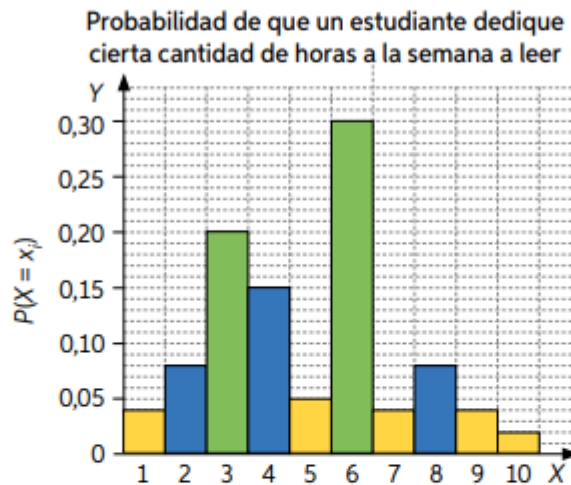
c) Determina la función de probabilidad correspondiente a cada gráfico de función de distribución de la variable aleatoria.



A4

Figura 54*Actividad 5*

- d) En el siguiente gráfico se tiene la probabilidad de la variable X: cantidad de horas a la semana destinadas a leer por un estudiantes. Analiza y responde.



A5

- Se escoge un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que destine 3 horas a leer?
- Utilizando una tabla, determina la probabilidad acumulada de la variable aleatoria.
- Construye el gráfico de la función de distribución de la variable aleatoria.
- ¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar un estudiante que destine a lo más 6 horas a la lectura?
- ¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar un estudiante que lea entre 4 y 8 horas (ambas incluidas)?
- ¿Qué estrategia podrías utilizar para calcular la probabilidad anterior?

Figura 55*Actividad 6*

- e) Sea f una función de probabilidad de una variable aleatoria X discreta, cuyo recorrido es $\{1, 2, 3, 4\}$. De acuerdo con la tabla que representa la función de probabilidad de X y acumulada, de la distribución presentada a continuación, ¿cuál es el valor de z ?

A6

Función de probabilidad de X				
x	1	2	3	4
$f(x) = P(X = x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	z	$\frac{1}{4}$

Figura 56

Actividad 7

Materiales: un par de dados normales.

INSTRUCCIONES:

- Lanzar ambos dados 10 veces y completa la tabla respecto de la suma de las caras.
- Calcula, con la probabilidad experimental, la probabilidad de que la suma de los dados sea 7.

Nº de lanzamientos	Resultado de la suma.	Probabilidad.
1		
2		

¿Qué valor nos da la suma de las probabilidades?

A7

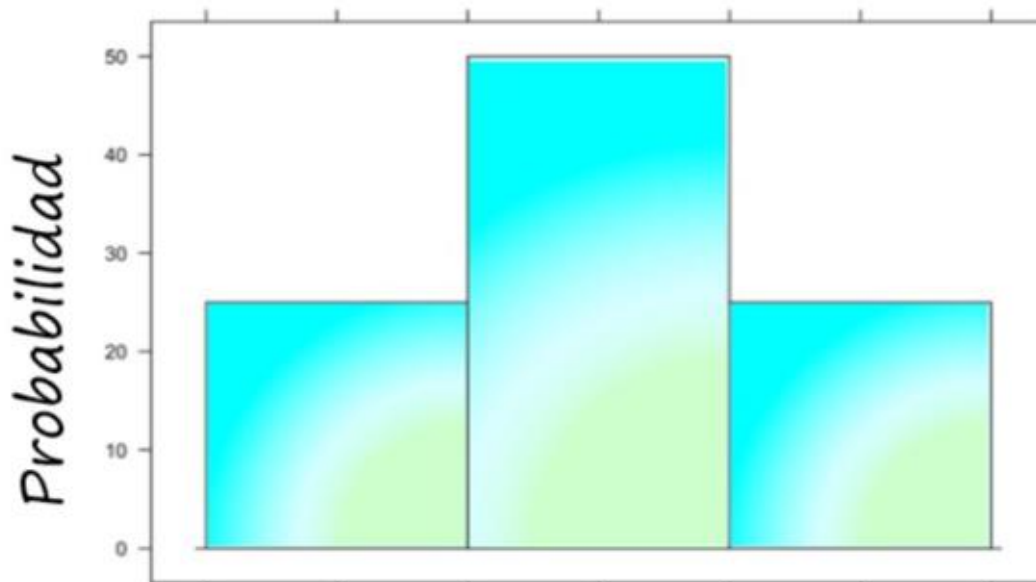
- Relacionado con la actividad anterior, hallar la cantidad de posibilidades totales de la suma del lanzamiento de los dados (usar la tabla). Calcular nuevamente la probabilidad de que la suma sea 7. Concluye respecto de la probabilidad teórica y la experimental en ambas situaciones.

		Dado nº1.					
		1	2	3	4	5	6
Dado nº2.	1	2	3				
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Figura 57*Actividad 8*

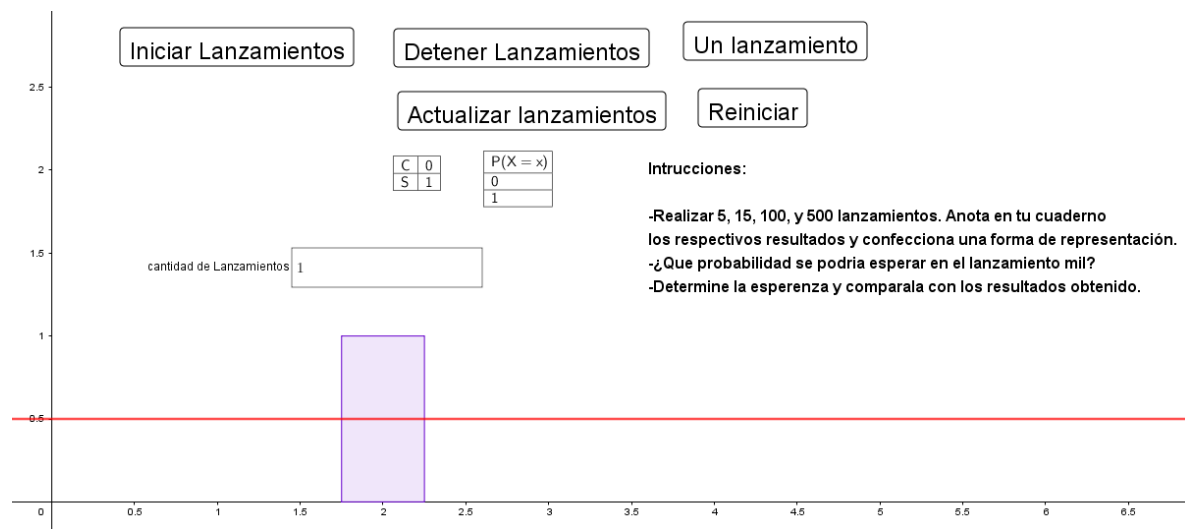
Sea X la variable aleatoria del lanzamiento de dos monedas de manera simultánea definida como “número de caras obtenido”.

- a) Completar el histograma.



A8

- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una cara en cualquiera de las dos monedas?
c) ¿Cuál es la probabilidad de no obtener ninguna cara de las dos monedas?
d) Calcular $P(x=3)$, $P(x<2)$

Figura 58
Actividad 9


A9

5.2.2.1.1 Análisis específico de las actividades

A continuación, se realiza el análisis caso a caso de cada una de las actividades, considerando la rúbrica y puntajes presentados.

A1

La actividad diseñada se realizó mediante el uso de GeoGebra, la profesora diseñó aquella ruleta funcional en el programa. De igual forma, en la pregunta c), se hace posible que el estudiante transite sobre otro registro de representación que la profesora solicita (histograma), realizando una conversión, de modo que se cumple C2.

Las preguntas b), c) y d), en conjunto, le permiten al estudiante organizar, analizar e inferir respecto de las representaciones confeccionadas, por lo tanto, se presenta C3.

Para la pregunta c), se hace necesaria la representación en forma de histograma para resolver la pregunta, por lo tanto, se cumple C4.

A2

La pregunta de esta actividad necesita de un análisis para completar el diagrama de torta con las probabilidades, pero aquel análisis se realiza directamente con la información que presenta la tabla, por lo tanto, cumple de manera incipiente con C3. De igual forma, como el estudiante debe confeccionar la función de distribución y su acumulada, al costado de la tabla, se realiza un tratamiento de la representación, por lo tanto, se cumple con C2.

A3

La actividad permite al estudiante, en la pregunta b), diseñar una representación que sea pertinente para la organización de los datos, pero no solicita identificar limitaciones o realizar alguna inferencia, por lo tanto, se cumple parcialmente C1 y C3. De igual manera, cumple parcialmente con C4, pues se hace necesaria la representación para responder la pregunta, mas no hay un análisis o desarrollo sobre aquella representación.

A4

La actividad permite al estudiante, si bien no se especifica, realizar una forma de representación y organización del análisis que se realiza en los histogramas, para hallar la función de probabilidad. Por lo tanto, se cumple C3 y en cierta manera C1, pues no está explicitado. De igual forma, se podría generar una conversión o tratamiento dependiendo de la representación que realice, cumpliendo en cierta medida con C2, pues no está explicitado.

A5

Para esta actividad, todas las preguntas en su conjunto permiten que el estudiante realice inferencias, organice y analice la información de las representaciones. Por lo tanto, hay presencia clara de C3. De igual modo, hay presencia de C2, pues en la pregunta b), el estudiante debe realizar una transformación de la gráfica de probabilidad, hacia la de distribución, similar a lo que se solicita en c), que, además, deja libre elección al estudiante para realizar una representación, cumpliendo así, parcialmente con C1, pues no hay presencia de análisis de limitantes.

A6

En esta actividad solo hay presencia de un análisis e inferencia, pues la tabla ya está organizada respecto de lo que se solicita hallar. De esta forma, hay una presencia no suficiente de C3.

A7

Esta actividad inicia con la confección desde un registro concreto, hacia una transformación a registro tabular, en la letra a), y luego se realiza una conversión hacia un diagrama, en la letra c). Por lo tanto, se cumple con C2. De igual manera, es necesario organizar los registros respecto de la suma de los datos obtenidos en los lanzamientos de los dados, para hallar las probabilidad solicitadas. De este modo, se cumple con C3. En ambos casos, tanto para b) como para c), el estudiante necesita de la representación para concluir respecto de la suma de las probabilidad y las comparativas de lo experimental con lo teórico, por ende, se cumple con C4.

A8

La actividad, en el proceso de desarrollo de a), b), c) y d) hace necesaria la organización y análisis de la información en el histograma para responder. Por lo tanto, se presenta C3.

A9

La actividad diseñada hace uso de GeoGebra con una simulación funcional. La primera pregunta permite al estudiante confeccionar un tipo de representación por su cuenta, considerando la cantidad de lanzamiento, el estudiante deberá analizar que representación es más adecuada para aquello, por lo tanto, se cumple C1. De igual manera, el estudiante analizando la representación debe inferir que ocurrirá cuando se lance mil veces la moneda, por lo tanto, es necesaria la representación para responder las situaciones, cumpliéndose así, C3 y C4.

Con la información mencionada anteriormente, se puede confeccionar la siguiente tabla resumen con los valores especificados de cada criterio y porcentaje de logro.

Tabla 36

Resumen del análisis de las actividades de representación

Actividad\Criterio	C1	C2	C3	C4	Porcentaje de logro por actividad
A1	0	2	2	2	75.0%
A2	0	2	1	0	37.5%
A3	1	0	1	1	37.7%
A4	1	1	2	0	50.0%
A5	1	2	2	0	62.5%
A6	0	0	1	0	12.5%
A7	0	2	2	2	75.0%
A8	0	0	2	0	25.0%
A9	2	0	2	2	75.0%

5.2.2.2 Análisis de niveles de GeoGebra

Para analizar las actividades por niveles de construcción de GeoGebra, primeramente, se confecciono una tabla con las actividades que fueron construidos por este medio. Luego, se diseñó una rúbrica que contempla los diferentes niveles de construcción de cada una de las actividades, considerando los elementos que están presente en dicha construcción y su funcionalidad.

A continuación, se presenta la rúbrica.

Tabla 37*Rúbrica niveles de GeoGebra*

Criterio	Nivel
La construcción considera uno o más elementos aislados que forman una o más representaciones.	1
La construcción considera la concatenación de diversos elementos, no programables, que forman una o más representaciones y que permiten la identificación y caracterización del objeto.	2
Considera el nivel 2, pero, además, las representaciones presentan dinámica de movimiento.	3
Considera el nivel 3, pero además se incluyen secuencias programables que permiten la funcionalidad de la representación.	4

Establecido los criterios, se presentan las actividades y construcciones que cumplen con el criterio de ser realizadas por el software GeoGebra.

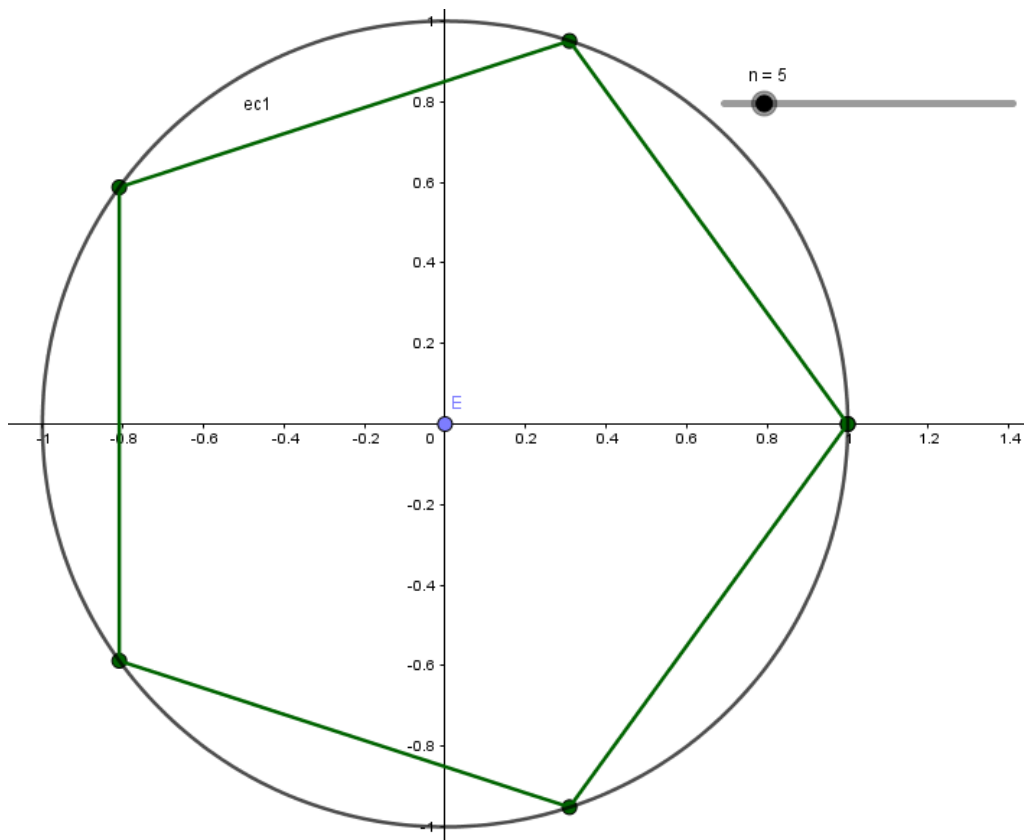
Tabla 38

Construcciones en GeoGebra

Registros de GeoGebra	Código
-----------------------	--------

Figura 59

Construcción 1



G1

Figura 60

Construcción 2

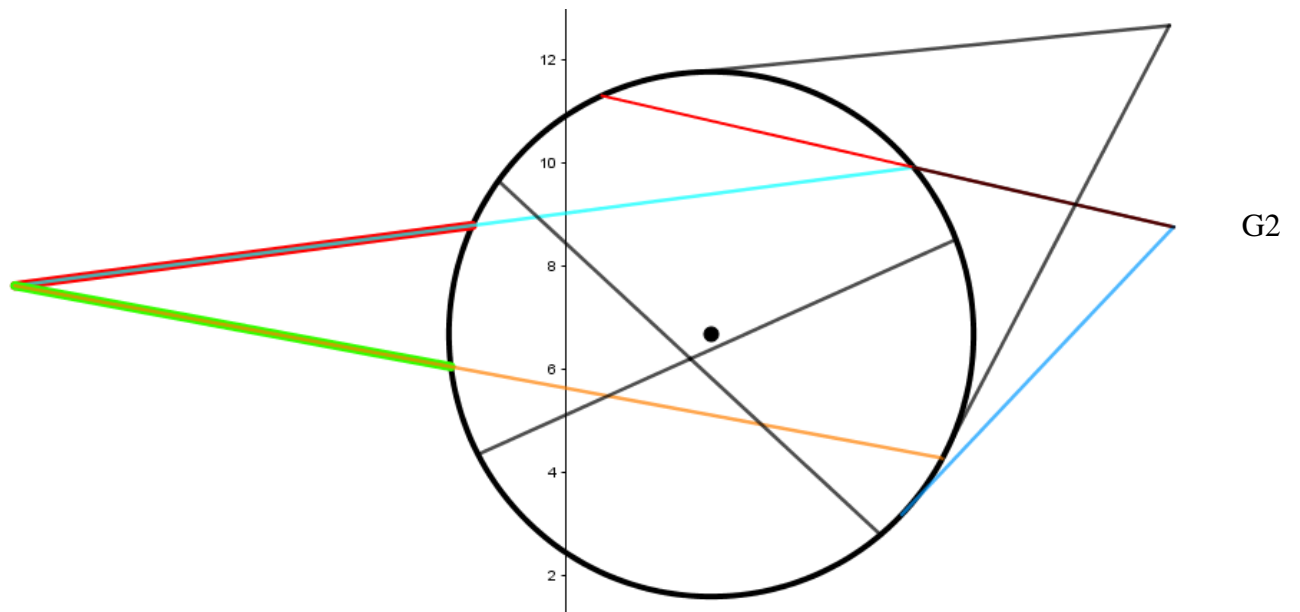


Figura 61

Construcción 3

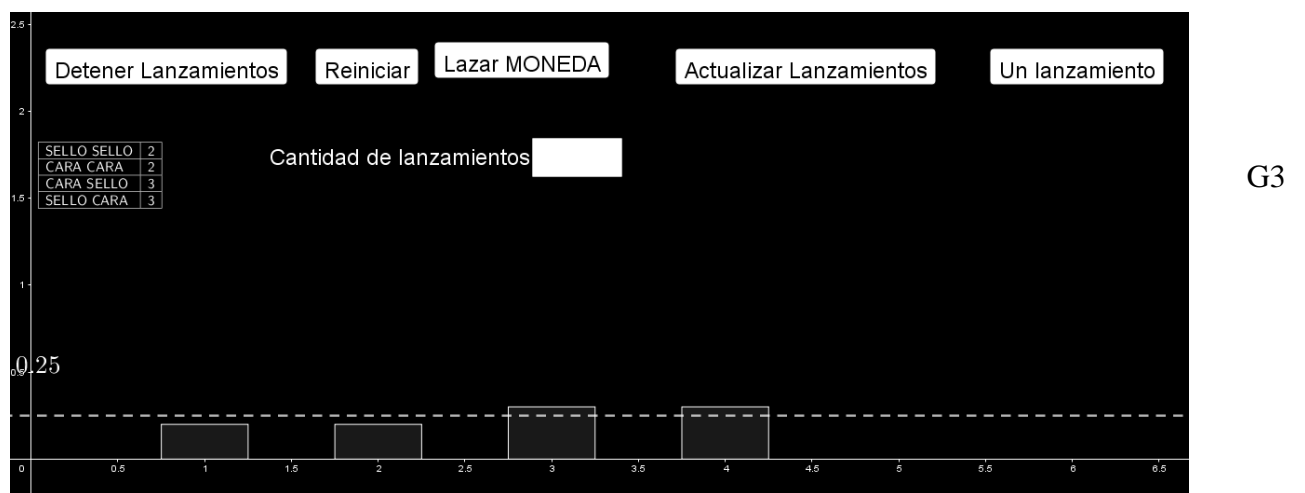
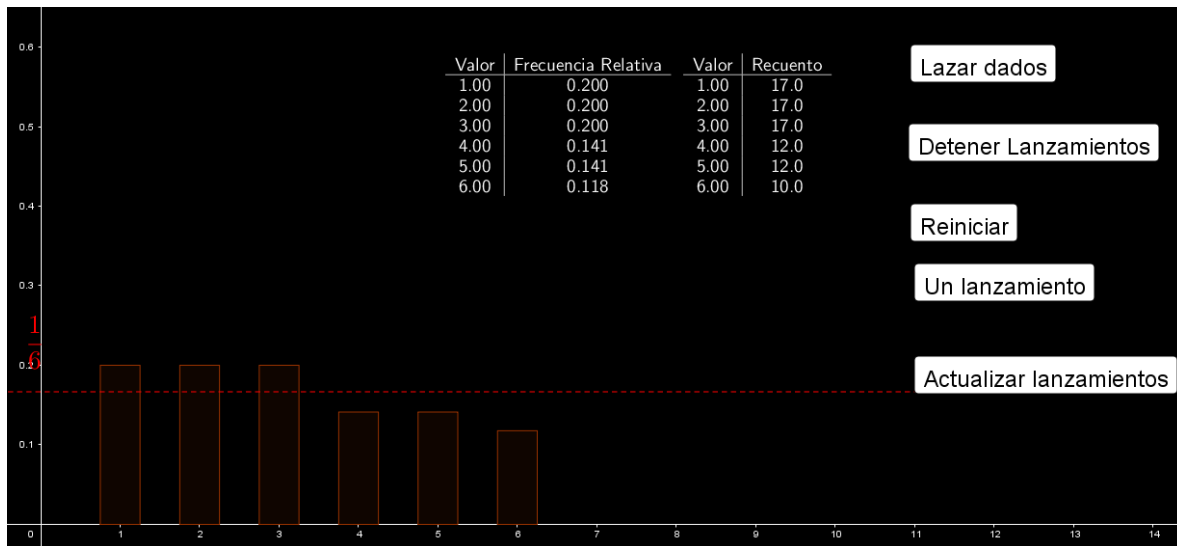


Figura 62

Construcción 4



G4

Figura 63

Construcción 5

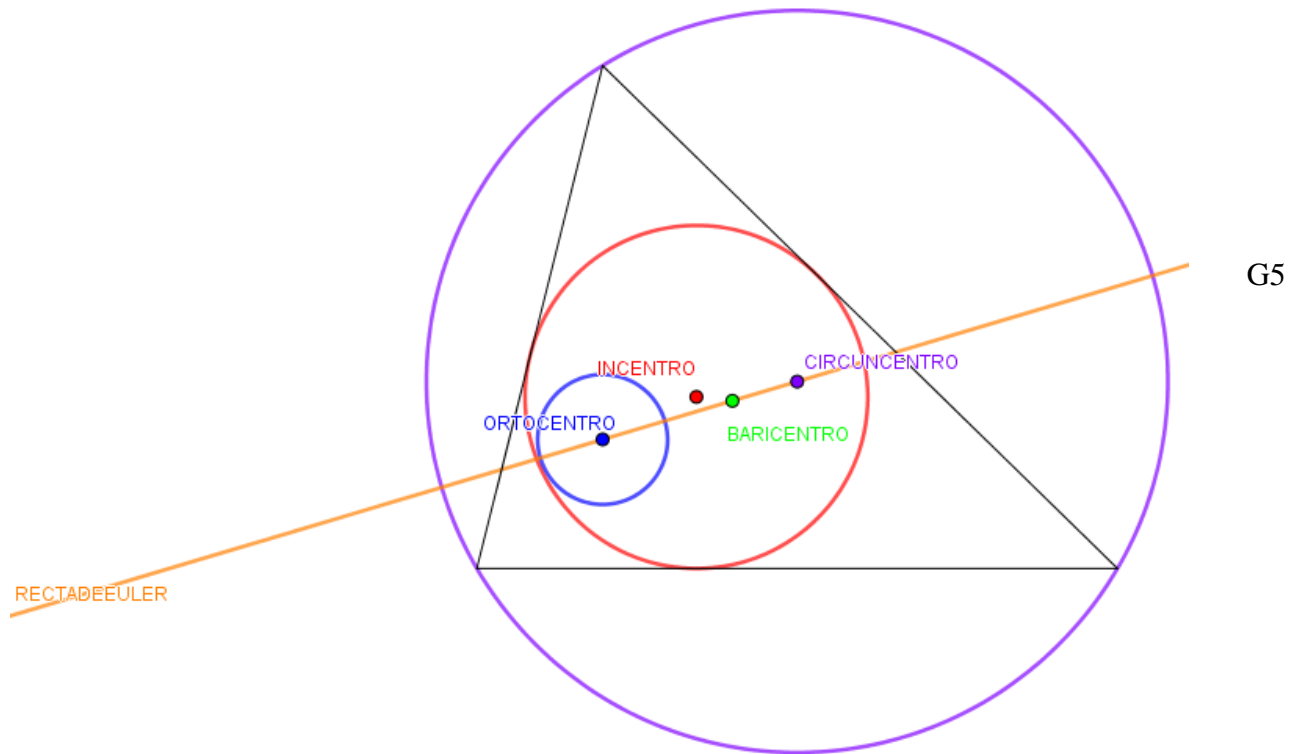
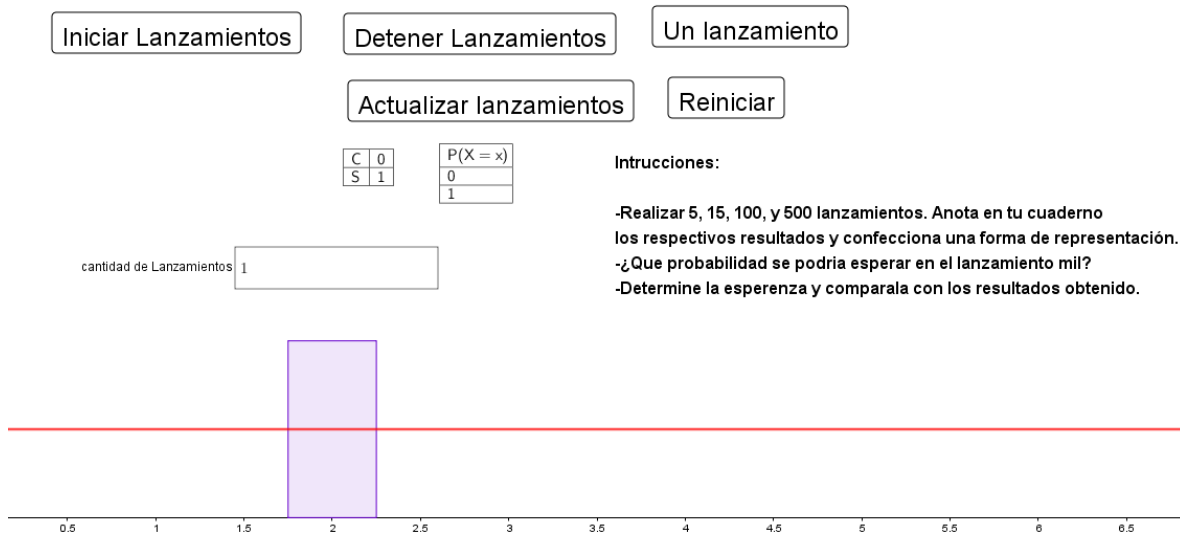


Figura 64

Construcción 6



G6

Figura 65

Construcción 7



G7

5.2.2.2.1 Análisis específico de las construcciones

Presentadas las codificaciones, se continua con el análisis de cada una de las construcciones.

G1

Esta construcción representa un polígono regular de n lados inscrita sobre un circunferencia. El deslizador indica la cantidad de lados, de modo que cuando este aumenta o disminuye, se ve afectada la figura. Por lo tanto, dicha construcción está asociada a un nivel 3.

G2

Esta construcción representa los diferentes elementos de una circunferencia. Concatena diferentes elementos de GeoGebra, pero no hay dinámica ni programables dentro de la construcción. Por lo tanto, coincide con un nivel 2.

G3

Esta construcción, es la simulación del experimento de lanzar dos monedas de manera simultánea. Aquella construcción considera botones y casillas de entrada que fueron programados para realizar una determina acción al interactuar. Los elementos que se utilizaron están concatenados de tal manera que cada lanzamiento refleje resultados en la tabla y además en la gráfica. Por lo tanto, dicha construcción es de nivel 4.

G4

Esta construcción es análoga a G3. Se reutilizo el archivo de GeoGebra y se modificaron determinados aspectos para que ahora la simulación ejecute el experimento del lanzamiento normal de un dado, pero además se incluyen tablas de frecuencias. Por lo tanto, dicha construcción es de nivel 4.

G5

Esta construcción representa los elementos secundarios de un triángulo y pruebas de aquellas propiedades. La construcción no presenta dinámica ni elementos programables, es una

construcción que permite de manera visual, estudiar dichos elementos. Por lo tanto, aquella construcción es de nivel 2.

G6

Esta construcción es análoga a G3, se reutilizó el archivo de GeoGebra, pero se modificó para simular el experimento del lanzamiento de solo una moneda. Incluye además una actividad que deben realizar los estudiantes. Por lo tanto, esta construcción también es de nivel 4.

G7

Esta construcción representa una ruleta funcional, que, al presionar el botón, se mueve la manilla e indica un valor. Esta construcción contiene un botón que fue programado de tal manera, que al presionarlo la manilla se mueva. Por otra parte, la ruleta fue construida con la concatenación de elementos con una dinámica de movimiento asociada al botón. De igual manera que G6, esta construcción está asociada a una actividad. Por lo anterior, G7 es de nivel 4.

Lo anterior se puede resumir en la siguiente tabla.

Tabla 39

Resumen del análisis de las construcciones

Construcción	Nivel
G1	3
G2	2
G3	4
G4	4
G5	2
G6	4
G7	4



5.2.3 Análisis cuestionario de variable aleatoria de salida

Otra de las componentes que se le solicitó a la profesora para verificar el dominio del contenido de variable aleatoria, fue que, como tarea, rehiciera el cuestionario que se le solicitó en una etapa de diagnóstico. La manera de analizar el instrumento será la misma, con las mismas escalas y distinciones.

Las respuestas de la profesora fueron las siguientes:

Figura 66*Respuestas del cuestionario de salida de variable aleatoria*

UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION
MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN EL AULA



Facultad de
Educación
Universidad Católica de la Santísima Concepción

DIAGNOSTICO DISCIPLINAR SOBRE EL DOMINIO DEL CONTENIDO DE VARIABLE ALEATORIA

Nombre y apellidos: [REDACTED]

Fecha: 20/09/2022

Rut: [REDACTED]

Firma: _____

Objetivo: El siguiente instrumento está diseñado para diagnosticar y recabar información sobre el dominio del contenido de variable aleatoria en un nivel de profesor de enseñanza media.

Instrucciones: Para cada una de las siguientes preguntas, responde en el espacio delimitado. Dispone de un total de 1 hora y 30 minutos. Puntaje total: 60 puntos.

1. Apartado conceptual (15 PUNTOS)

P1. ¿Qué es una variable aleatoria y como se clasifica?

Respuesta: Una V.A es una función con valores numéricos definidos sobre un espacio muestra. Se clasifican en variables discretas y continuas.

P2. Mencione tres experimentos y clasifíquelos según el tipo de variable aleatoria

Respuesta:

- 1) Se estudia la estaturas de los estudiantes de enseñanza media. (V. A Continua)
- 2) Se realiza el experimento del lanzamiento de 2 monedas y anoto el resultado. (V.A Discreta)
- 3) Se estudia el estado (en buen estado o defectuosas) de las maquinarias de una determinada empresa. (V.A Discreta).

P3. ¿Qué es el valor esperado de una variable aleatoria?

Respuesta: Es el valor promedio que se espera obtener de una distribución de probabilidad.

P4. ¿Qué es un espacio muestral, asociado a un experimento?

Respuesta:

El experimento es el procedimiento que se realiza para llevar a cabo algún estudio y el espacio muestral son todos los posibles resultados que podamos obtener de un experimento.

P5. ¿Cuál es el dominio y recorrido de una variable aleatoria?

Respuesta: El dominio de una variable aleatoria son sus valores de partida o espacio muestral, al cual se le asocia un elemento de llegada o variable aleatoria "recorrido".

2. Apartado de aplicación (45 PUNTOS)

P6. Consideremos una bolsa de artículos de la siguiente categoría:

A, B, C: Artículos defectuosos

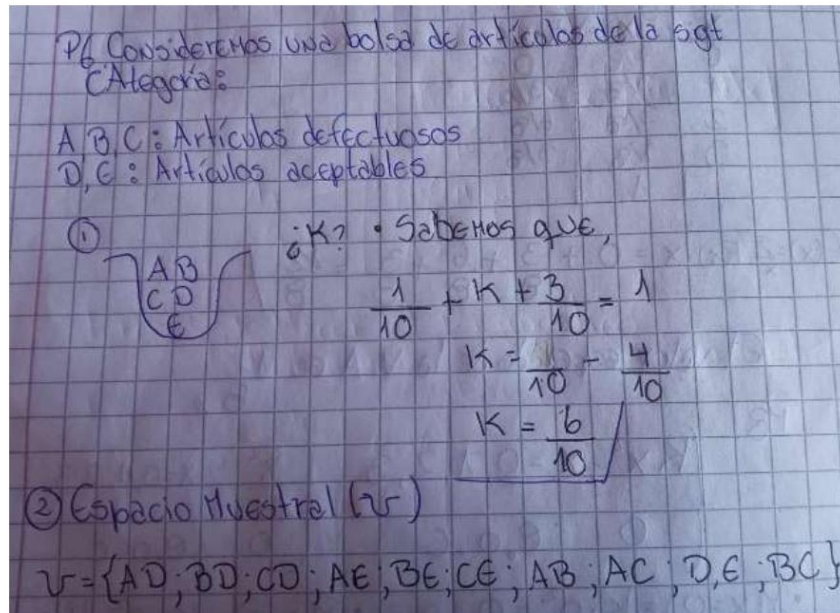
D, E: Artículos aceptables

Se establece la variable aleatoria x como: Número de artículos defectuosos al momento de sacar una muestra de tamaño 2 de la bolsa. Se realiza la siguiente tabla

X	P(X=x)
0	1/10
1	K
2	3/10

Hallar el valor de K y el espacio muestral del experimento.

Solucion:



P6 Consideremos una bolsa de artículos de la siguiente categoría:

A, B, C: Artículos defectuosos
D, E: Artículos aceptables

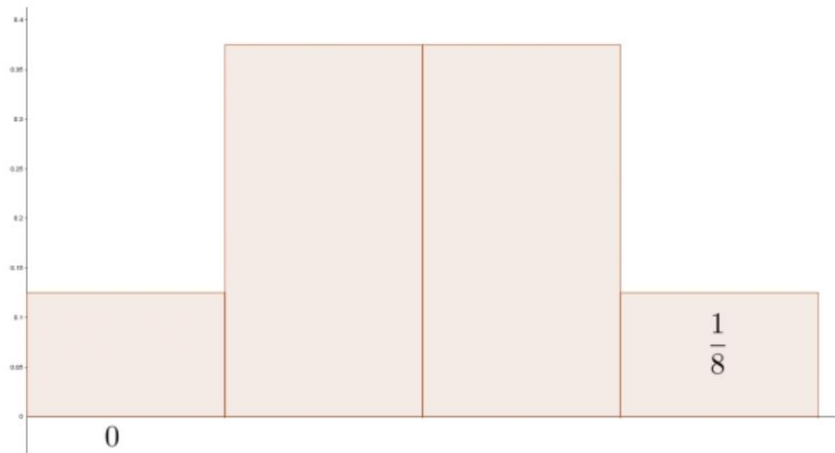
① ¿K? Sabemos que,

$$\frac{1}{10} + K + \frac{3}{10} = 1$$
$$K = \frac{4}{10} - \frac{4}{10}$$
$$K = \frac{6}{10}$$

② Espacio Muestral (Ω)

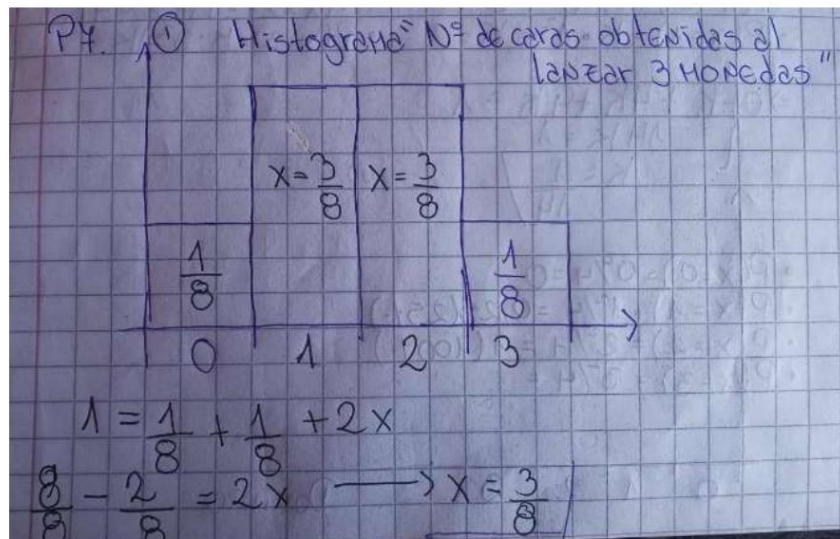
$$\Omega = \{AD, BD, CD, AE, BE, CE, AB, AC, D, E, BC\}$$

P7. El siguiente histograma corresponde a la variable aleatoria: Numero de caras obtenidas al lanzar 3 monedas de manera simultánea.



Completar el histograma y hallar la esperanza de la variable aleatoria.

Solucion:



② Esperanza de la V.A. $\mu = E(x) = \sum_x F(x) \cdot x$

x	P(x=x)	F(x)·x
0	1/8	0
1	3/8	3/8
2	3/8	6/8
3	1/8	3/8
	1	

$$E(x) = \sum_x F(x) \cdot x = 0 + \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} = \frac{12}{8}$$

El valor esperado de la V.A es $\frac{12}{8}$

P8. Sea x una variable aleatoria discreta cuya distribución de probabilidad está dada por:

$$\begin{cases} kx^2, & x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{e. o. c} \end{cases}$$

Halle el valor de k y grafique.

Solucion:

$\bullet P(x=0) = k \cdot 0^2 = 0$ $\bullet P(x=2) = k \cdot 2^2 = 4k$
 $\bullet P(x=1) = k \cdot 1^2 = k$ $\bullet P(x=3) = k \cdot 3^2 = 9k$

Podemos decir que,

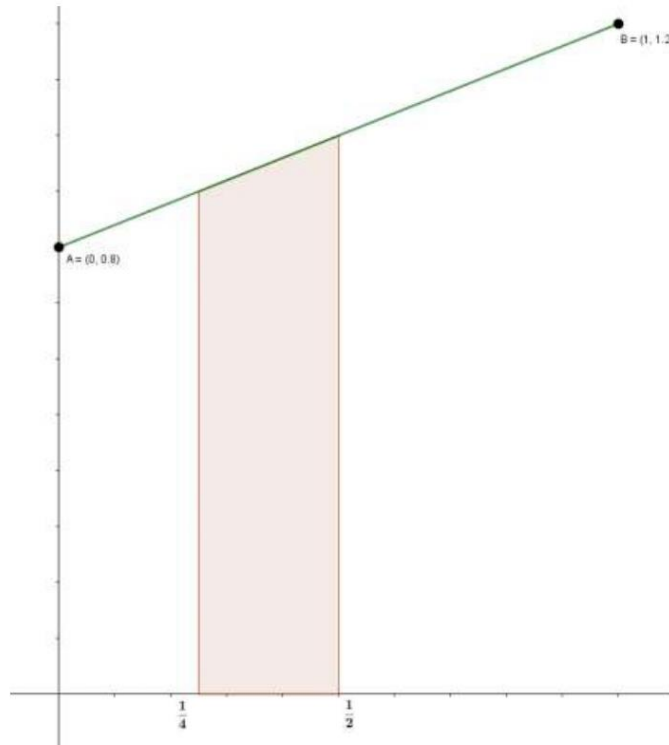
$$0 + k + 4k + 9k = 1$$

$$14k = 1$$

$$k = \frac{1}{14}$$

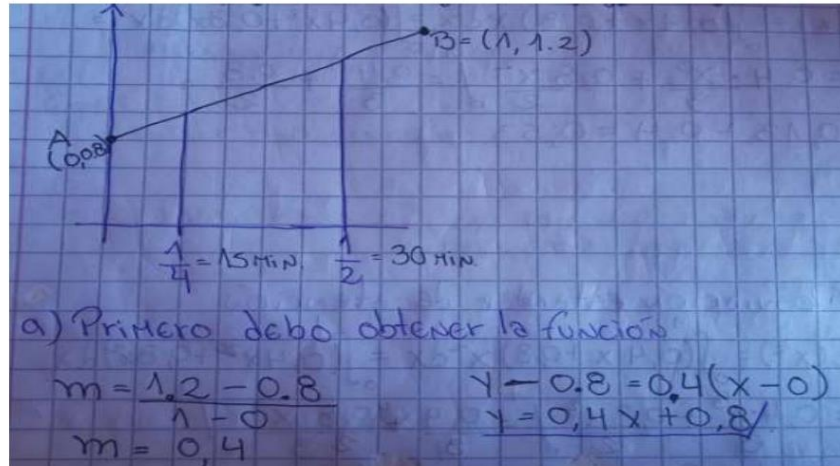
$\left\{ \begin{matrix} x^2 \\ 14 \end{matrix} \right\}, x=0, 1, 2, 3$

P9. Suponga que el tiempo de atención (horas) de cada cliente en una estación de servicios es una variable aleatoria continua, con la siguiente función de distribución (verde).



- Halle la probabilidad de que el tiempo de atención este entre 15 y 30 minutos
- Hallar la esperanza de atención
- Hallar la desviación estándar de atención

Solucion:



a) $P(1/4 \leq x \leq 1/2) = \int_{1/4}^{1/2} f(x) dx = \int_{1/4}^{1/2} (0.4x + 0.8) dx$

$$= \left[\frac{0.4x^2}{2} + 0.8x \right]_{1/4}^{1/2} = \frac{0.4(1/2)^2 + 0.8(1/2)}{2} - \left[\frac{0.4(1/4)^2 + 0.8(1/4)}{2} \right] = 0.45 - 0.2125$$

$$= 0.2375 / (24\%)$$

∴ la probabilidad de que el tiempo de atención este entre 15 y 30 minutos es de 24%.

b) Esperanza de atención

$$E(x) = \int_0^1 (0,4x + 0,8) x dx = \int_0^1 (0,4x^2 + 0,8x) dx =$$
$$= 0,4 \cdot \frac{x^3}{3} + 0,8 \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{0,4}{3} + \frac{0,8}{2} =$$
$$= 0,13 + 0,4 = 0,53$$

∴ Se espera que el tiempo de espera de atención sea del 53%.

c) Desviación estándar de atención

$$\bullet E(x^2) = \int_0^1 (0,4x + 0,8) x^2 dx = \int_0^1 (0,4x^3 + 0,8x^2) dx$$
$$= 0,4 \cdot \frac{x^4}{4} + 0,8 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{0,4}{4} + \frac{0,8}{3} =$$
$$= 0,1 + 0,26 = 0,36 \text{ (36\%)}$$
$$\bullet \sigma^2 = 0,36 - 0,53^2 = 0,36 - 0,2809$$
$$\sigma^2 = 0,0791$$

Finalmente, $\sigma = 0,28$

De aquellas respuestas es posible realizar la siguiente tabla con los respectivos puntajes.

Tabla 40

Puntaje del cuestionario de salida de variable aleatoria

Pregunta	Análisis de respuesta	Puntaje
P1	La profesora define de manera correcta el concepto de variable aleatoria y su clasificación	3.0000
P2	La profesora menciona de manera correcta los tres experimentos y sus respectivas clasificaciones	3.0000
P3	La profesora define de manera correcta el concepto de valore esperado	3.0000
P4	La profesora define de manera correcta el concepto de espacio muestral	3.0000
P5	La profesora define de manera correcta el concepto de dominio y recorrido de una variable aleatoria	3.0000
P6	La profesora logre hallar el valor de k y además construir el espacio muestral	11.2500
P7	La profesora determina los valores del histograma y además logra determinar el valor esperado	11.2500
P8	La profesora halla el valor de k , pero no grafica la función.	5.6250
P9	La profesora completa de manera correcta el problema	11.2500

De esta manera, la profesora logró un puntaje total de 54.375 puntos del total de 60, lo que tributa según una escala del 60% a un 6.3. Por lo tanto, la profesora presenta un dominio destacado en el contenido de variable aleatoria, según las categorías.

5.2.4 Análisis de la entrevista de salida

Para finalizar el proceso de implementación del proyecto, se le solicitó a la profesora una última entrevista, una entrevista de salida (Anexo 14). Aquella entrevista contemplo las mismas preguntas que la entrevista semiestructurada utilizada en el diagnóstico, incluyendo además preguntas asociadas al proceso y su percepción sobre aquello. La entrevista fue realizada de manera online, la primera semana noviembre, teniendo una duración aproximada de 35 minutos.

Aquella entrevista será analizada mediante un proceso cualitativo interpretando y verificando si se cumple o no, el indicador asociado. Similar a la entrevista del diagnóstico.

5.2.4.1 Análisis de la entrevista de salida respecto de las habilidades digitales

Tabla 41

Análisis de las habilidades digitales en la entrevista de salida

Pregunta	Respuesta	Análisis
¿Qué entiende por habilidades digitales?, ¿cuáles se describen en el currículum chileno?	Primera parte de la respuesta: PROFESORA: Ya, lo que entiendo por habilidades digitales, es el saber usar utilizar una herramienta tecnológica. Ya sea no sé, el GeoGebra el Excel, y no solo también saberlo utilizar, sino que con algún contenido en particular. Saber utilizarlo, pero también para... que sea como una herramienta complementaria para algún contenido	La profesora se aproxima y da luces del significado de las habilidades digitales, pero no menciona dos concetos fundamentales, uno relacionado a que las habilidades son para ser desarrolladas en los estudiantes y que se desarrollan mediante la resoluciones de determinados problemas. Para el segundo apartado, la profesora menciona dos

ENTREVISTADOR: Aaah, perfecto. Como utilizarla como un medio cuando uno desarrolla la clase.
PROFESORA: Sí.

Segunda parte de la respuesta:

PROFESORA: Eeehm. Buscar información,

ENTREVISTADOR: Ya, sí. Esa es una.

PROFESORA: También saber cómo almacenar la información, no solo eeeh, el buscarla y ya encontré algo. No, sino que saber buscar que me interesa, como resumir la información.

ENTREVISTADOR: Aaah ya ya. Perfecto.

PROFESORA: Comunicar, también saber comunicar la información obtenida. Y también crear alguna herramienta o... sí crear alguna herramienta o... a ver

ENTREVISTADOR: Crear una herramienta, ¿cómo crear un insumo, para que el estudiante lo pueda utilizar?, ¿a eso se refiere?

PROFESORA: Sí, como un... como un contenido digital o... un nuevo contenido a través de las herramientas tecnológicas.

campos de las habilidades digitales: la información y la comunicación efectiva y colaborativa. Se dan luces del campo tecnologías, pero no se menciona la convivencia social.

Si tuviera que elegir alguna habilidad digital para trabajar el contenido de variable aleatoria, ¿cuál sería y como lo haría?

PROFESORA: Sí. Eeehm bueno yo lo haría a través eeeh de no sé, de encuestas que puedan realizar los estudiantes o buscar información a través de Google de alguna página de estadística.

ENTREVISTADOR: Ya y si por ejemplo el estudiante, okay. Supongamos recobra información o

La profesora selecciona el campo de la habilidad de información (se infiere), en donde el estudiante debe buscar información en la red, organizarla y luego generar algún producto o responder un problema.

recaba información de una página.
¿Qué podría hacer con esa información, por ejemplo?

PROFESORA: Organizarla. Por ejemplo, si estamos en el contenido de variable aleatoria, podría el organizar sus datos a través de tablas, distintas representaciones, eehm y así también utilizar herramientas como Excel, GeoGebra, y también igual estaríamos trabajando las habilidades digitales.

Según el análisis realizado, la profesora no fue capaz de realizar una descripción de las habilidades digitales, pues en su respuesta deja fuera los elementos fundamentales: que se desarrollan en los estudiantes y que el trabajado se realiza por medio de la resolución de problemas en el ámbito digital. Además, cuando las describe, no considera todos los campos que las componen, pues deja fuera la convivencia digital y se debe inferir el campo de las tecnologías.

5.2.4.2 Análisis de la entrevista de salida respecto de la habilidades de representación

Tabla 42

Análisis de la habilidad de representación en la entrevista de salida

Pregunta	Respuesta	Análisis
¿Qué entiende por representación?, ¿cómo se asociada con la matemática?	Primera parte de la respuesta: PROFESORA: Ya. La representación la asocio como la creación con... no concreta pero que nos da como una idea o imagen de lo que estamos trabajando. ENTREVISTADOR: Ya... okay. ¿y por qué menciona como no concreto, a que se refiere con eso? O ¿no necesariamente concreto?	La profesora relaciona la representación con diferentes formas de presentar un contenido. La asociación que realiza con la matemática, la ve como una manera de ordenar o estructurar los contenidos, en una representación.

PROFESORA: No necesariamente concreto, porque la podemos hacer en una hojita, en un papel, con papel y lápiz.

ENTREVISTADOR: Aaaah okay.

PROFESORA: No necesariamente algo que tengamos físico.

ENTREVISTADOR: O sea podemos tener como algo concreto, por ejemplo, eeehm, ¿qué podría ser concreto?, si me da un ejemplo.

PROFESORA: Un dado.

Segunda parte de la respuesta:

PROFESORA: Eeeeh ya que nos sirve como para eeehm, para la información tenerla como más ordenada o concisa, a eso creo yo que sirve la representación en la matemática, nos permite llevar un poquito más de orden en alguna información de algún contenido.

ENTREVISTADOR: Okay, pero ese orden es para el docente o ese orden es más para el estudiante.

PROFESORA: Eeehm ambos.

ENTREVISTADOR: Aaah para ambos. Vale.

PROFESORA: Eeeeh sí

ENTREVISTADOR: ¿Y cómo lo hace?, ¿y por qué lo hace?

PROFESORA: Eeeh bueno en la matemática un científico o filósofo, no me acuerdo muy bien, dice que es muy importante pasar por distintos tipos de representación. Porque así al verla de distintas formas la matemática, en este caso, por que tiende a ser un poco más abstracta la matemática, así queee... eeeh viéndola de distintas representaciones nos facilita un

La profesora sustenta su respuesta en base a un autor (Duval), que no menciona, resaltando que trabaja la representación por la necesidad de una mejor comprensión sobre los contenidos para con los estudiantes, pues la matemática es abstracta y necesita de ser tratada mediante transición entre distintas representaciones.

¿Trabaja la representación en el contenido de matemática?, ¿Cómo y por qué?

poquito más tanto al profesor como al estudiante.

ENTREVISTADOR: Aaah okay. Ya le entiendo la idea. O sea, laaa, los tipos de representación porque me había menciona uno, no cierto. Había mencionado el concreto, pero ¿cuál otro hay?

PROFESORA: El pictórico y el simbólico.

ENTREVISTADOR: Aaah perfecto. Entonces la idea es sobre este autor que menciona, es que el estudiante sea capaz de poder transitar entre estos tipos de representación.

PROFESORA: Exacto, le facilita el aprendizaje de algún contenido en particular.

ENTREVISTADOR: Okay. Eeeehm entonces tenemos el por qué, ¿por qué lo hace?, lo hace porque de esa manera el estudiante le facilita la transición entre los diferentes contenidos matemáticos. Y ahora el cómo, como podríamos responder eso. Porque la pregunta es, dice, ¿trabaja la representación en el contenido de matemática?, la respuesta es sí, no cierto. Eeeehm, cómo y por qué, el por qué es netamente un poco dirigido hacia el estudiante, por el aprendizaje, y ahora la pregunta es, ¿cómo?, ¿cómo lo hace?

PROFESORA: ¿Cómo que tipos de representación se trabaja?

ENTREVISTADOR: Eeeh sí, podría ser. Podríamos inclusive traer a colación quizás algún contenido, el mismo de variable aleatoria podría ser, y con eso... quizás ejemplificar.

PROFESORA: Con el contenido de variable aleatoria, puede ser a través



de gráficos, que también puedan inferir alguna información a través de tablas de valores, haciendo algún calculo entre medio. Eeeh diagramas sagitales también.

ENTREVISTADOR: Buenísima.

PROFESORA: Yyy interpretando también la información

Según el análisis realizado, la profesora fue capaz de comprender y además sustentar mediante el referente teórico (aunque no mencionó el nombre), la necesidad del uso de las representaciones y como debe ser el proceso de transición entre cada uno de los registros cuando se trabaja con un contenido matemático.

5.3 Resultados de la aplicación del proyecto

5.3.1 Resultados del análisis de las clases

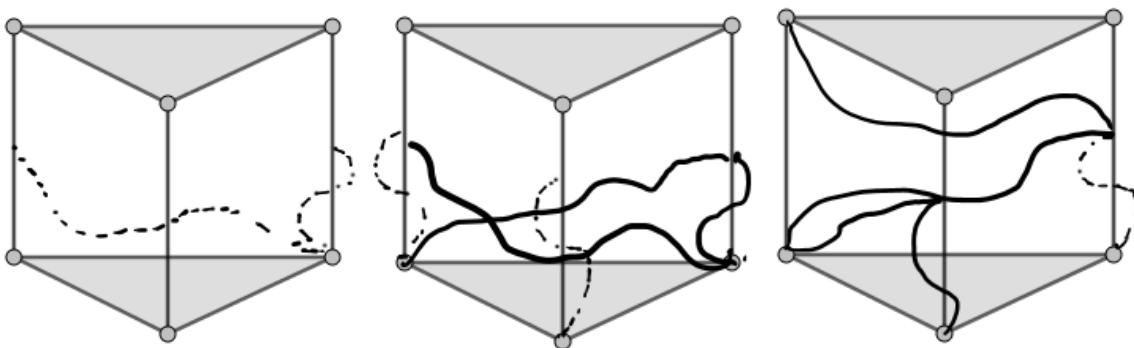
En este apartado se presentan de manera sintetizada los resultados del análisis de la implementación del proyecto.

5.3.1.1 Resultados de análisis según el ETM

Del análisis de la clase según el ETM fue posible caracterizar las clases 2 y 3 de la profesora en el desarrollo de una clase de matemática en el contenido de variable aleatoria. Lo que se presenta a continuación con la comparativa de la clase 1.

Figura 67

Transición del ETM de la profesora



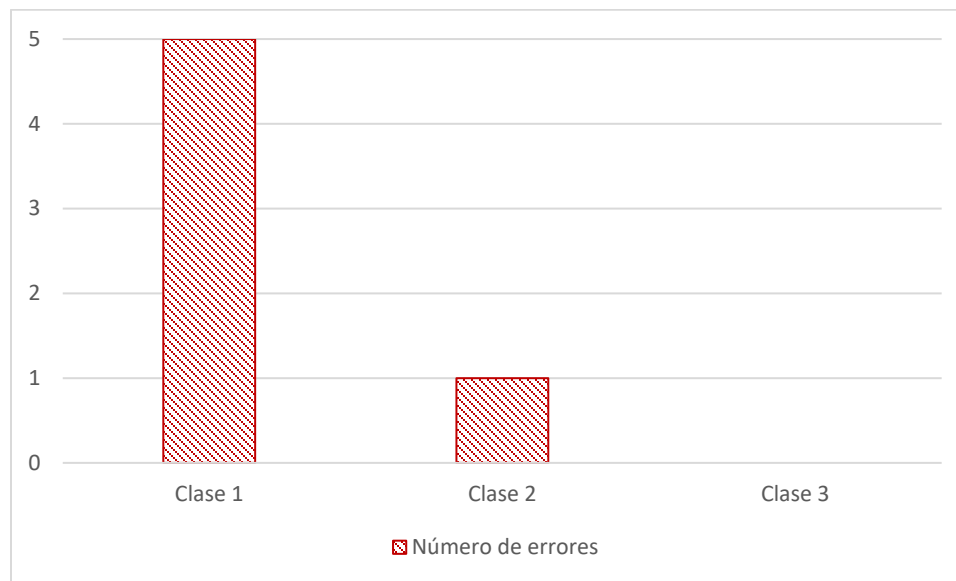
Como resultado del análisis, se puede apreciar que además de transaccionar hacia un tipo de clase más constructivista respecto de la primera sesión de diagnóstico, la profesora logró activar en ambas clases (2 y 3), las fibraciones de tipo 3.

5.3.1.2 Resultados del análisis de errores de las clases

El análisis de errores de cada una de las tres clases se presenta de manera sintetizada en la siguiente figura:

Figura 68

Comparación del número de errores en cada clase



Se puede apreciar en el gráfico como fue el cambio que se produjo respecto del dominio del contenido por parte de la profesora. En la primera sesión de diagnóstico la profesora cometió un total de cinco errores relacionados a procedimientos o conceptos. Para la clase 2, la cantidad de errores se redujo a uno, que no necesariamente estaba relacionado con el contenido de variable aleatoria, pues fue asociado a un error del campo de los números. Finalmente, para la clase 3, la profesora no tuvo errores en el desarrollo de la clase.

5.3.2 Resultados del análisis del diseño de las actividades

5.3.2.1 Resultados del análisis de la representación

De las catorce actividades diseñadas por la profesora, nueve fueron categorizadas para promover la habilidad de representación, algunas con y otras sin GeoGebra en el contenido de variable aleatoria. Cada una de las actividades fue analizada con la rúbrica de representación y los puntajes asociados, obteniendo así, los siguientes resultados:

Tabla 43*Porcentaje de logro de las actividades de representación*

Actividad	Porcentaje de logro por actividad
A1	75.0%
A2	37.5%
A3	37.7%
A4	50.0%
A5	62.5%
A6	12.5%
A7	75.0%
A8	25.0%
A9	75.0%

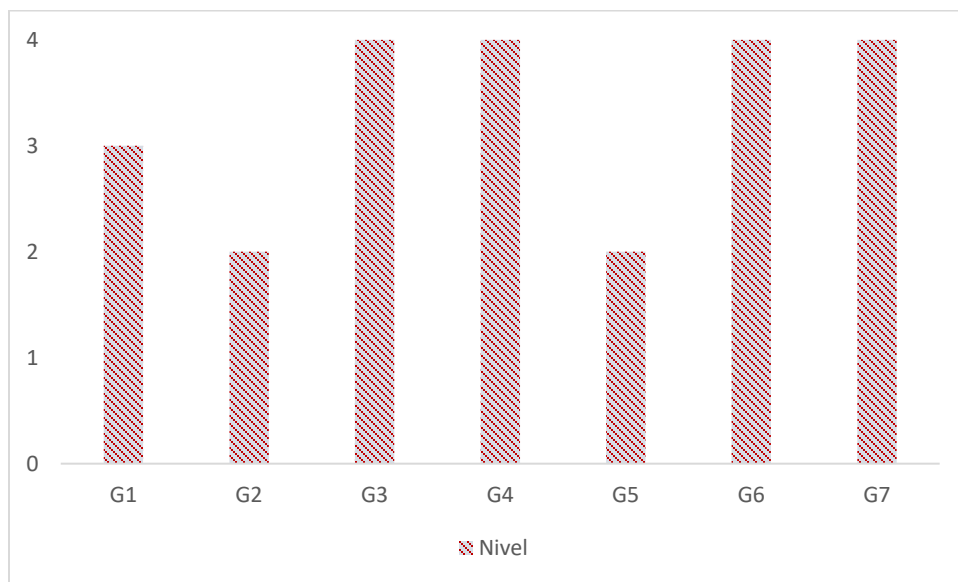
De la tabla se puede observar que la profesora fue capaz de diseñar dos actividades, A1 y A9, que promovieran la habilidad de representación con el software GeoGebra, en donde ambas cumplen con un 75% de los criterios de la rúbrica. De igual forma, incluidas estas actividades, la profesora logró diseñar un total de cuatro que promovieran la habilidad, con un porcentaje de logro superior al 60%. Acá se incluyen A7 y A5. Las demás actividades si bien promueven la habilidad de representación respecto de algún criterio, no están bajo el estándar propuesto en los indicadores de la matriz de marco lógico.

5.3.2.2 Resultados del análisis de los niveles de GeoGebra

Del total de las catorce actividades diseñadas por la profesora, siete fueron construcciones con GeoGebra, cada una de estas fue analizada con la respectiva rúbrica de niveles, mostrando a continuación el resumen de los resultados:

Figura 69

Resultados de los niveles de las construcciones



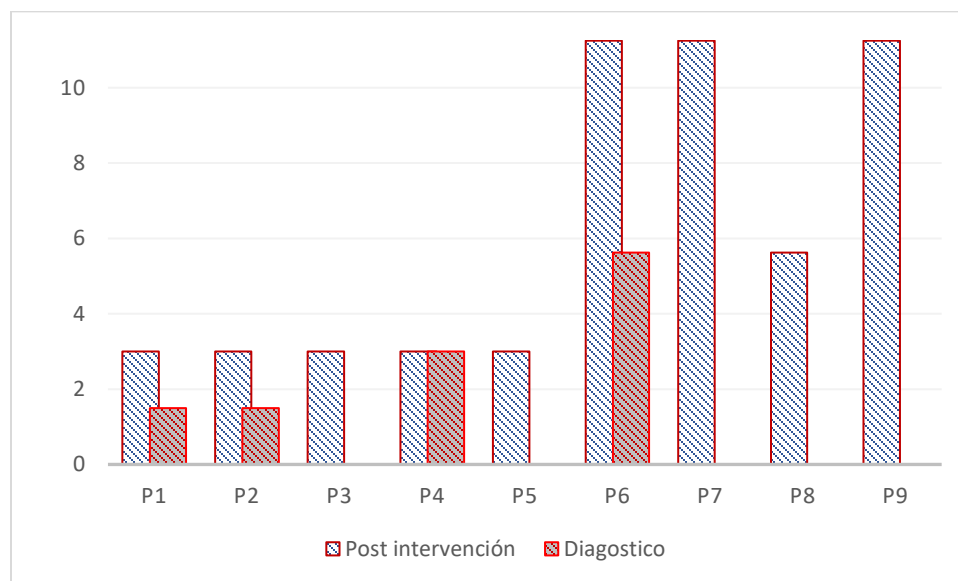
En la tabla se puede observar que el 100% de las construcciones son de a lo menos de nivel 2, aproximadamente el 14% de nivel 3 y aproximadamente el 57% de nivel 4. De estos resultados se puede observar el dominio que adquirió la profesora al momento de diseñar determinar construcciones con el software GeoGebra, no tan solo en el contenido de variable aleatoria

5.3.3 Resultado del cuestionario variable aleatoria de salida

Respecto de ambos cuestionario que fueron resueltos por la profesora, a continuación, se puede ver en perspectiva los resultados y cambios que se produjeron.

Figura 70

Comparativa de los cuestionarios de variable aleatoria diagnóstico y post intervención



En lo conceptual, en un inicio la profesora obtuvo un 40% del puntaje total de ese apartado, lo cual contraste en gran medida con el 100% que obtuvo posterior. De igual manera para el apartado de aplicación, la profesora en primera instancia obtuvo solo puntaje en P6, equivalente al 12.5% del total del puntaje de aquel apartado, a diferencia del 87.5% posterior a la intervención. En este mismo sentido, se pueden comparar las diferencias entre calificación, subiendo de un 2.0 de la primera aplicación a 6.3 en la segunda.

5.3.4 Resultados del análisis de entrevista la entrevista de salida

5.3.4.1 Resultados respecto de las habilidades digitales

Según el análisis de la entrevista, la profesora no logró describir de manera eficiente las habilidades digitales. Esto pues, la respuesta que entrego no describió los elementos fundamentales, por una parte, considerar que las habilidades digitales son para que los estudiantes las puedan promover, y a su vez, son trabajadas mediante entornos digitales en la resolución de problemas. Además de esto, la profesora no menciona todos los campos que componen a las habilidades digitales, dejando fuera la convivencia digital e infiriendo por medio de su respuesta, el campo de la tecnología.

5.3.4.2 Resultados respecto de la habilidad de representación

Según el análisis realizado, la profesora fue capaz de describir en que consiste la habilidad de representación, mencionado que es una manera de trabajar la matemática en forma más ordenada para que el estudiante sea capaz de lograr un aprendizaje y el contenido sea más fácil de comprender, aquella respuesta la sustenta en base a Duval (no menciona su nombre). Por otra parte, describe formas de promover aquella habilidad, en específico con un ejemplo del contenido de variable aleatoria, mencionado los diferentes cambios de registro de un contenido, como en tablas o gráficos, realizando análisis, cálculos e inferencias.

5.3.5 Resultado del proyecto según los indicadores de la matriz de marco lógico

La matriz de marco lógico fue el instrumento que se utilizó para verificar el cumplimiento y avance de la implementación del proyecto de intervención. A continuación, se detallan los indicadores y resultados de aquel trabajo, considerando el logro o no, de cada uno de estos.

Conforme al análisis realizado, el fin del proyecto buscaba mejorar las prácticas pedagógicas de la profesora al interior del aula de clases. En particular, se esperaba que la profesora fuera capaz de promover la habilidad de representación. Aquello se pudo lograr, dado que respecto del análisis del ETM, la profesora cumplió con el indicador *IF1*, donde se le solicitó realizar al menos dos clases que generaran una activación de la fibración tipo 3, es decir, utilizar el representamen para construir el aprendizaje.

Para el caso del propósito y su indicador *IP1*, que buscaba que la profesora fuera capaz de diseñar dos actividades con el recurso tecnológico GeoGebra, pero que además las actividades promovieran la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con al menos un 70% de los indicadores de la rúbrica de representación, también fue logrado. La profesora logró diseñar dos simulaciones con el software que contemplan un 75% de los criterios de la rúbrica y son factibles de implementar en el aula para promover la habilidad. En este mismo sentido, la componente *R2*, asociada a los conocimientos suficientes para implementar GeoGebra en el aula, igualmente fue realizada de manera satisfactoria, pues su indicador *IC2*, solicitaba la construcción de al menos dos actividades de aprendizaje con GeoGebra de a lo sumo nivel 3, y ambas simulación son actividades de aprendizaje de nivel 4. Lo que además permite el cumplimiento del segundo indicador (*IA2.2*) de la segunda capacitación (*A2*), pues solicitaba la construcción de dos simulaciones referentes al contenido de variable aleatoria de nivel 4. Así mismo, la profesora construyó siete actividades con GeoGebra, donde el 100% de aquellas fueron de nivel 2 o superior, en este sentido, se cumple con creces el primer indicador (*IA2.1*) de esta capacitación, pues solicitaba diseñar al menos dos construcciones en GeoGebra de al menos nivel 2.

Para el caso de la primera capacitación (*A1*) y sus indicadores, la profesora debía desarrollar nuevamente el cuestionario de variable aleatoria. Para esta oportunidad, la profesora obtuvo una calificación de 6.3, donde en el apartado conceptual obtuvo un 100% de logro y para el apartado de aplicación un 87.5%. Por lo tanto, la profesora cumplió con los tres indicadores, pues *IA1.1* solicitaba un 60% de logro en el apartado conceptual, *IA1.2* solicitaba un 60% de logro en el apartado de aplicación y *IA1.3* solicitaba una calificación superior o igual a 5.0.

Para el caso de la componente *R3*, que consideraba los conocimientos suficientes para promover la habilidad de representación en matemática, asociado a su indicador *IC3*, que solicitaba el diseño de al menos cuatro actividades que promovieran la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con al menos un 60% de los criterios de la rúbrica de representación, fue logrado, pues para este caso, la profesora diseñó un total de nueve actividades, de las cuales todas promovían en un cierto grado la habilidad de

representación en el contenido de variable aleatoria. De ese total de actividades, y como se señala en el análisis, cuatro obtuvieron un porcentaje de a lo menos 60% de los criterios según la rúbrica de representación.

Para el caso de la componente *RI*, que consideraba los conocimientos suficientes para enseñar el contenido de variable aleatoria, asociado a su indicador *IC1*, que solicitaba que la profesora completara al menos una clase sin errores conceptuales o procedimentales en el contenido de variable aleatoria, fue logrado, pues la profesora al realizar las dos últimas clases que fueron grabadas y analizadas, cometió un solo error en la clase 2, que fue asociado al campo de números pero que también se consideró; y para la clase 3 (clase final), no se visualizaron errores.

Finalmente, para el caso de la tercera capacitación (*A3*), se da por cumplido el indicador *IA3.1*, pues solicitaba el cumplimiento de *IC3*, que como se mencionó en líneas anteriores, fue satisfecho. Para el indicador *IA3.2*, que solicitaba que la profesora fuera capaz de describir las habilidades digitales, no fue logrado, pues según el análisis realizado en la entrevista semiestructurada de salida, la profesora omitió campos en la descripción y no mencionó las características fundamentales: son habilidades por desarrollar en los estudiantes y se promueven resolviendo problemas en ambiente digital. Por su parte, el indicador *IA3.3*, que solicitaba que la profesora fuera capaz de describir de manera correcta la habilidad de representación y las formas de promoverla en sus estudiantes, fue logrado. Esto pues, la profesora en la entrevista fue capaz de mencionar estrategias para promover la habilidad, consideró los cambios de registros presentados en la teoría de las representaciones semióticas de Duval, además de argumentar su utilidad en el aprendizaje de los estudiantes.

Lo descrito en los párrafos anteriores, se sintetiza en la siguiente tabla que considera el cumplimiento o no, de cada uno de los indicadores de la matriz de marco lógico.

Tabla 44*Matriz de logros*

Indicador	Cumplimiento del indicador
<i>IF1</i>	Logrado
<i>IP1</i>	Logrado
<i>IC1</i>	Logrado
<i>IC2</i>	Logrado
<i>IC3</i>	Logrado
<i>IA1.1</i>	Logrado
<i>IA1.2</i>	Logrado
<i>IA1.3</i>	Logrado
<i>IA2.1</i>	Logrado
<i>IA2.2</i>	Logrado
<i>IA3.1</i>	Logrado
<i>IA3.2</i>	No logrado
<i>IA3.3</i>	Logrado

De esta forma, se puede apreciar el cumplimiento casi total de los indicadores propuestos. Por lo tanto, el proceso de intervención guiado por la matriz de marco lógico fue en su defecto satisfactorio.



CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROYECCIONES

6.1 Conclusiones

El presente apartado da cuenta de las conclusiones del proyecto de intervención en base a los objetivos propuestos y a los indicadores presentados en la matriz de marco lógico. Para presentar las conclusiones es pertinente recordar que el objetivo general del proyecto era: mejorar las prácticas pedagógicas del profesor de educación media en matemática en torno al desarrollo de la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria con recursos tecnológicos, que se consolidó mediante la confirmación de las causas presentadas en el árbol de problemas. Para llevar a cabo aquel objetivo general, se propusieron cuatro objetivos específicos asociados a las actividades propuestas en la matriz de marco lógico.

En este sentido, diseñar y aplicar una propuesta que pudiera dar solución, total o parcial, a las causas del árbol de problema, debía considerar la articulación entre las tres componentes fundamentales presentadas en el modelo TPACK (Koehler y Mishra, 2006): el contenido, la pedagogía y la tecnología, es decir, el contenido de variable aleatoria, la habilidad de representación y el uso del software GeoGebra.

Considerando la necesidad del dominio del contenido disciplinar para lograr promover la habilidad de representación con el recurso tecnológico, es que se inició el proceso de intervención con una primera capacitación que pudiera solventar aquella problemática asociada al escaso dominio del contenido por parte de la profesora. Aquella primera capacitación, que fue desarrollada siguiendo los lineamientos de Duval y los registros de representaciones semióticas, consideró los elementos fundamentales para conducir el aprendizaje del contenido de variable aleatoria en un nivel escolar. En particular y según el objetivo específico 4, la profesora debía demostrar un dominio del contenido de variable aleatoria. Para aquello, posterior al proceso de intervención, en la matriz de marco lógico, se le solicitó ejecutar al menos una clase, sobre el contenido, que no presentara errores conceptuales o procedimentales y realizar nuevamente el cuestionario de variable aleatoria y aprobarlo con una calificación superior o igual 5.0 con un 60% de logro en los apartados conceptuales y de aplicación. Para este caso, fueron considerables los cambios que se presentaron respecto del inicio del proceso de intervención, la profesora demostró seguridad

y conocimientos en la conducción de la clase 3, tanto en la presentación de los contenidos, discusiones con los estudiantes como en la resolución de problemas, no visualizándose errores. Además, en el cuestionario logró una calificación de 6.3 con ambos apartados superiores al 85%, superando con creces los resultados presentados en el diagnóstico. Es decir, ambas condiciones fueron satisfechas. De esta forma, la profesora logró demostrar que cuenta con las condiciones suficiente para enseñar el contenido de variable aleatoria.

Ahora bien, los conocimientos matemáticos son fundamentales para que el profesor pueda promover habilidades en sus estudiantes, pero también es necesario que conozca e implemente estrategias que le permitan desarrollarlas. Considerando este déficit presentado en las causas del problema, es que se implementó una segunda capacitación que consideraba los fundamentos de la habilidad de representación y cómo promoverla en el contenido de variable aleatoria. Para esta capacitación, la profesora diseñó e identificó la habilidad en diferentes actividades propuestas. En particular y considerando el objetivo específico 2, es que en la matriz de marco lógico se estableció que la profesora debía ser capaz de diseñar actividades de aprendizaje que promovieran la habilidad. Para este caso, la profesora logró diseñar un total de nueve actividades, que, mediante el análisis de la rúbrica de representación, promovían en mayor o menor medida la habilidad. En este sentido, las actividades consideraban los cambios de registro, el análisis y la inferencia acerca de información entregada, permitiéndole al estudiante analizar que estructura de representación es la más idónea para un determinado problema. Por lo tanto, la profesora demostró competencias que permiten confirmar que cuenta con las condiciones suficientes para promover la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria.

Luego de que la profesora fuera capaz de diseñar actividades y conocer los fundamentos esenciales de la habilidad de representación, se procedió con una capacitación que pudiera solventar el dominio y uso del software en torno a la habilidad y el contenido presentado, considerando el objetivo específico número 3. Para este caso, se implementó una tercera capacitación con la cual la profesora aprendiera a diseñar actividades con el software GeoGebra, desde representaciones que dieran cuenta de los elementos fundamentales de un

concepto geométrico, hasta simulaciones funcionales de experimentos aleatorios. En particular, la profesora diseñó un total siete actividades con el software, solicitadas en la matriz de marco lógico, donde el 100% fue considerada de nivel 2 o superior según el análisis de la rúbrica de niveles de construcción. De aquellas siete actividades, dos fueron simulaciones de experimentos aleatoria que promovían la habilidad de representación. De esta manera, la profesora fue capaz de diseñar actividades de aprendizaje por medio del software, logrando construcciones de alto nivel, transitando y concatenando las diversas herramientas que fueron aprendidas. De esta manera, la profesora demostró que cuenta con las condiciones suficientes para implementar GeoGebra como un complemento en sus actividades en el aula para promover la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria.

En línea con lo anterior, el propósito del proyecto de intervención buscaba que la profesora fuera capaz de diseñar actividades de aprendizaje que promovieran la habilidad de representación por medio de recursos tecnológicos en el contenido de variable aleatoria. Aquel propósito se fue desarrollando con las capacitaciones y las tareas entregadas por la profesora, que, con lo descrito en líneas anteriores, fue cumplido, pues la profesora logró diseñar un total de catorce actividades de aprendizaje que promovieran la habilidad de representación, de las cuales siete consideraban como medio el uso de GeoGebra. En este sentido, la profesora logró adquirir las competencias suficientes para completar el ciclo de trabajo del modelo TPACK.

Finalmente, las competencias adquiridas por la profesora en las capacitaciones debían ser incorporadas, además, en el aula de clases, asociado al objetivo específico 1. Conforme a lo anterior y en relación con el fin del proyecto que buscaba mejorar las prácticas pedagógicas de la profesora al interior del aula de clases respecto de la promoción de la habilidad de representación en el contenido de variable aleatoria, fue logrado, pues como se presentó en los análisis de las clases por medio del ETM, la profesora condujo el proceso de aprendizaje de los estudiantes por medio del uso de diferentes tipos de representaciones, lo cual se plasmó en las fibraciones de tipo 3 que se lograron realizar. Además del logro de aquello, se pudieron



apreciar modificaciones en las estructuras de las clases en general, dado que en el análisis se presenta un cambio significativo de paradigma respecto de su primera sesión (clase 1). Se observa cómo la profesora empleó en aquellas últimas sesiones el paradigma constructivista por sobre el tradicional.

De esta manera, se da por completado el proyecto de intervención, cumpliendo mayoritariamente con los indicadores de la matriz de marco lógico y satisfaciendo los objetivos establecidos.

6.2 Limitaciones

Referente a las limitaciones que tuvo el proyecto de intervención, se presentan la siguiente:

El tiempo fue una limitante. Esto pues, el tiempo de intervención fue de solo seis sesiones distribuidas en tres semanas, en donde se debían aplicar todas las capacitaciones para que la profesora se desempeñara de manera satisfactoria en los tres campos abordados, el contenido de variable aleatoria, la habilidad de representación y el software GeoGebra. Aquello también pudo ser la condicionante para que el indicador IA3.2 de la matriz de marco lógico que solicitaba que la profesora describiera las habilidades digitales, no se cumpliera, considerando la gran cantidad de contenidos planificados para desarrollar en la intervención.

6.3 Proyecciones

Referente a las posibles proyecciones que se enmarcan sobre este proyecto de intervención, se destacan las siguiente:

Una forma de proyectar este proyecto de intervención es continuando con el proceso formador de la profesora en torno a la limitante del trabajo sobre las habilidades digitales. Es decir, diseñar un plan de acciones para completar aquel ciclo, pudiendo de esta manera promover, más que describir las habilidades digitales.

Como el proyecto genero una base para el desarrollo de la habilidad de representación, es posible diseñar pautas o rúbricas calibradas que puedan ser asociadas a los criterios presentados para saber si una determinada actividad está promoviendo la habilidad de manera significativa o no. De igual forma para las construcciones realizadas con GeoGebra, se pueden estructuras y calibras pautas o rúbricas para analizar los niveles de aquellas actividades.

También, el proyecto de intervención podría ser utilizado como base para ser aplicado y ayudar a la comunidad educativa de profesores de matemática en otros establecimientos y/o a una mayor cantidad de participantes. De esta manera se podrían estructurar capacitación en las áreas específicas abordadas o talleres en conjunto con otras comunidades formadoras.



También sería interesante replicar este proyecto, pero realizando modificaciones en torno a la habilidad que se desea trabajar, en particular acá se dio énfasis a la habilidad de representación, pero se podría ajustar el marco teórico para desarrollar alguna de las otras tres habilidades matemáticas propuestas en el currículum. De manera análoga para el contenido, pues el proyecto se centró en el eje de probabilidad y estadística y en particular en la enseñanza de la variable aleatoria finita.

De igual manera, se podrían realizar determinadas reducciones al proyecto para trabajar directamente la habilidad de representación sin incluir los artefactos tecnológicos. De esta forma, se puede enfatizar en mayor grado su desarrollo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Araneda, A., Parada, M., y Vásquez, A. (2008). *Investigación cualitativa en educación y pedagogía*. UCSC.
- Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, J. F., & Del Sol Martínez, J. L. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102-108. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1112>
- Arteaga, B., y Macías, J. (2016). *Didáctica de la matemática en educación infantil*. UNIR.
- Azocar, K., Bara, M., y León, N. (2013). Planificación de la matemática escolar como elemento clave en la formación del docente. *Paradigma*, 32(2), 177-200. <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/524>
- Beltrán Veliz, j., Navarro Aburto, B., y Peña Troncoso, S. (2018). Prácticas que obstaculizan los procesos de transposición didáctica en escuelas asentadas en contextos vulnerables: Desafíos para una transposición didáctica contextualizada. *Revista educación*, 42(2), 335-355. <https://dx.doi.org/10.15517/revedu.v42i2.27571>
- Castro Rodríguez, M.G., Gonzales Quezada, M.D., Flores García, S., Ramírez Sandoval, O., Cruz Quiñones, M.D., y Fuentes Morales, M.C. (2017). Registros de representación semiótica del concepto de función exponencial. Parte 1. *Entreciencias*, 5(13). <https://revistas.unam.mx/index.php/entreciencias/article/view/62166>
- Cenas Chacón, F.I., Blaz Fernández, F.E., Gamboa Ferrer, L.R., y Castro Mendicilla . (2021). Geogebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. *Horizontes*, 5(18), 382-390. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.181>

- Cerda, C., Huate-Nahuel, J., Molina-Sandoval, D., Ruminot-Martel, E., y Saiz, J. (2017). Uso de tecnologías digitales y logro académico en estudiantes de pedagogía chilenos. *Estudios Pedagógicos*, 54(3), 119-113. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052017000300007>
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. PEARSON.
- D'Amore, B. (2009). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista científica*, (11),150-164. <https://doi.org/10.14483/23448350.419>
- Díaz-Bravo, L., Torruco-García, U., Martínez-Hernández, M y Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en educación media*, 2(7), 162-167. <http://riem.facmed.unam.mx/index.php/riem/article/view/430>
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. U del Valle.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática. La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9(1). 143-168. <http://eudml.org/doc/44160>
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer.
- Escobar-Pérez, J. y Cuervo-Martínez, Á. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición*, 6(1), 27-36. https://www.researchgate.net/publication/302438451_Validez_de_contenido_y_juicio_de_expertos_Una_aproximacion_a_su_utilizacion
- Ferrada, V., González, N., Ried, A., Vergara, D., y Castillo, F. (2021). Formación docente en TIC y su evidencia en tiempos de COVID-19. *Revista Saberes Educativos*, (6), 144-168. <https://doi.org/10.5354/2452-5014.2021.60715>

- García, F., Alfaro, A., Hernández, A. y Molina, M. (2006). Diseño de Cuestionarios para la recogida de información: metodología y limitaciones. *Revista Clínica de Medicina de Familia*, 1(5), 232-236. <https://revclinmedfam.com/article/diseno-de-cuestionarios-para-la-recogida-de-informacion-metodologia-y-limitaciones>
- Grisales, M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. <https://orcid.org/0000-0002-4385-4474>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. Mc Graw Hill.
- Houdement, C., y Kuzniak, A. (1999). Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 283-312. <https://www.jstor.org/stable/3483145>
- Hurtado de Barrera, J. (2012). *El proyecto de investigación: comprensión holística de la metodología y de la investigación*. Ediciones Quirón.
- Inostroza, F. (2016). Análisis crítico del discurso de profesores de matemáticas y sus estudiantes: subjetividades y saberes en aulas heterogéneas. *Estudios Pedagógicos*, 42(3), 233-241. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000400012>
- Jama-Zambrano, V.R y Cornejo-Zambrano, J.K. (2016). Los recursos tecnológicos y su influencia en el desempeño de los docentes. *Dominio de las ciencias*, 2(núm. esp.), 201-219. <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/446411>
- Koehler, M. J., Mishra, P. y Cain, W. (2015). ¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)? *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 10 (6), 9-23. <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc/article/view/11552>
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses géneses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9-24. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-01060043>

- Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E., y Richard, P.R. (2022). *Mathematical Work in Educational Context*. Springer.
- Kuzniak, A., Tanguay, D., y Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 721–737. <https://doi.org/gf74w3>
- Kuzniak, A., y Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17 (4-1), 5-39. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1741a>
- Leal Ramírez, S., Lezcano Rodríguez, L.E., y Gilberto Benítez, E. (2021). Usos innovadores del software GeoGebra en la enseñanza de la matemática. *Varona*, (72), 51-53. <http://revistas.ucpejv.edu.cu/index.php/rVar/article/view/1157>
- Linaza Chauca, D., y Antezana Iparraguirre, R.P. (2021). Representación semiótica en el aprendizaje de conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo. *Horizonte de la Ciencia*, 11(21), 177-188. <https://www.redalyc.org/journal/5709/570967307013/html/>
- Martinic, S (2015). El tiempo y el aprendizaje escolar, la experiencia de la extensión de la jornada escolar en Chile. *Revista Brasileira de Educação*, 20(61), 484- 495. <http://doi.org/c8dk>
- Mendenhall, W., y Sincich, T. (1997). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. Prentice Hall.
- MINEDUC. (2013a). *Matriz de Habilidades Tic para el Aprendizaje*. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/2165>
- MINEDUC. (2013b). *¿Qué dice el SIMCE TIC? Desarrollo de habilidades digitales para el siglo XXI en Chile*. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/2130>
- MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. <https://n9.cl/n74mk>
- MINEDUC. (2020a). *PRIORIZACIÓN CURRICULAR COVID-19 MATEMÁTICA*. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/14472>

- MINEDUC. (2020b). *MATEMÁTICA TEXTO DEL ESTUDIANTE 2° MEDIO*.
<https://n9.cl/r1fgv>
- MINEDUC. (2021a). *ESTÁNDARES PARA LA PROFESIÓN DOCENTE: MARCO PARA LA BUENA ENSEÑANZA*.
<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/17596>
- MINEDUC. (2021b). *ESTÁNDARES DE LA PROFESIÓN DOCENTE: CARRERAS DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA EDUCACIÓN MEDIA*.
<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/17598>
- Mishra, P. Y Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for integrating technology in teachers' knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6), 1017–1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>
- Montoya, E., Mena, A., y Mena J. (2014). Circulaciones y génesis en el espacio de trabajo matemático. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17 (4-1), 181-197. <https://doi.org/h7v2>
- Montoya, E., y Vivier, L. (2014). Les changements de domaine dans le cadre des Espaces de Travail Mathématique. *Annales De Didactique Et De Sciences Cognitives*, 19, 73-101. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.17419>
- Morales, H. (2019). *Estudio de la influencia del proceso de formación docente sobre el sistema de creencias hacia el trabajo matemático del concepto de área, en estudiantes de pedagogía en matemáticas* [Tesis de Doctorado, Université de Montréal]. <https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/22432>
- Ortegón, E., Pacheco, J.F., y Prieto, A. (2015). *Metodología del marco lógico para la planificación, el seguimiento y la evaluación de proyectos y programa*. Naciones Unidas.

- Padilla, I. y Conde-Carmona, R. (2020). Uso y formación en TIC en profesores de matemática: un análisis cualitativo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (60), 116-136. <https://www.redalyc.org/journal/1942/194263234007/>
- Páez, R.E., y Hitt, F. (2003). Dificultades de aprendizaje del concepto de límite de una función en un punto. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (32), 97-108. <https://www.grao.com/es/producto/dificultades-de-aprendizaje-del-concepto-de-limite-de-una-funcion-en-un-punto>
- Paillé, P., y Mucchielli, A. (2013). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales*. Armand Colin.
- Prada Núñez, R., Hernández-Suarez, C.A. y Jaime Contreras, L.A. (2017). REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA DE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN: CONCEPCIONES DE LOS ESTUDIANTES QUE TRANSITAN DEL COLEGIO A LA UNIVERSIDAD. *Panorama*, 11(20), 33-44. <https://doi.org/10.15765/pnrm.v11i20.1008>
- Preiss, D., Larraín, A., y Valenzuela, S. (2011). Discurso y Pensamiento en el Aula Matemática chilena. *Psyche*, 20(2), 131-146. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-22282011000200011>
- Richard, P.R., Venant, F., y Gagnon, M. (2019). *Issues and challenges about instrumental proof*. Springer.
- Rodríguez Ojeda, L. (2007). *Probabilidad y estadística básica para ingenieros*.
- Rodríguez, G., Gil, J., y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Aljibe.
- Silva Pino, J.M. (2015). *Educación en contextos vulnerables: una crítica al sistema educativo* [Tesis de pregrado, Universidad Alberto Hurtado]. <https://repositorio.uahurtado.cl/discover>

- Solís Zañartu, M.C., Núñez Vega, C., Contreras Valenzuela, I., Vásquez Lara, N., y Ritterhaussen Klaunning, S. (2016). Inserción Profesional Docente: problemas y éxitos de los profesores principiante. *Estudios Pedagógicos*, 42(2), 331-342. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052016000200019>
- Stegman, C., Pérez-Bonilla, A., Prat, M., y Juan, A. (2016). Math-Elearning@cat: Factores claves del uso de las TIC en Educación Matemática Secuenciar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 19(3), 287-310. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1932>
- UNESCO. (2002). *Las Tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente: guía de planificación*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000129533_spa
- Useche, M.C., Artigas, W., Queipo, B., y Perozo, É. (2020). *Técnicas e instrumentos de recolección de datos cuali-cuantitativos*. Gente nueva.
- Valbuena-Duarte, S., Tamara-Gutiérrez, Y., y Berrio-Valbuena, J. (2020). intervención didáctica tecnológica para el estudio de las secciones cónicas basadas en el potencias semiótico. *Formación Universitaria*, 14(1), 181-194. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062021000100181>
- Villalobos, C., y Quaresma, M. (2015). Sistema escolar chileno: características y consecuencias de un modelo orientado al mercado. *Convergencia Revista de Ciencias Sociales*, (69), 63-84. <https://convergencia.uaemex.mx/article/view/3634>
- Watson, A. y Mason, J. (2006). Seeing an exercise as a single mathematical object: using variation to structure sense-making. *Mathematics thinking and learning*, 8(2) , 91–111. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0802_1

ANEXOS**Anexo 1** Juicio de expertos de la entrevista semiestructurada**CUESTIONARIO PARA LA VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO****ESTIMADO EXPERTO/A:**

A continuación, encontrará un instrumento que se ha diseñado para recoger información sobre el conocimiento tecnológico del profesor de matemática para desarrollar la habilidad curricular de representación, en el eje temático de probabilidad y estadística, con recursos tecnológicos.

Para realizar la validez del instrumento, le solicitamos a usted que evalúe la calidad de cada ítem, utilizando los siguientes criterios:

Criterio	Definición
Pertinencia	Se refiere al grado de relación entre el ítem y la causa principal asociada de la recogida de datos.
Coherencia	Dice relación con la estructura y formulación precisa de la pregunta

Causas asociadas a la recogida de datos

Número causa	Descripción
1.1	Desconocimientos de las habilidades digitales en matemática
1.2	Desconocimientos estrategias para el desarrollo de la habilidad de representación en matemática.
2.1	Escaso conocimiento de recursos tecnológicos para la enseñanza de la matemática.

INSTRUCCIONES:

Valore, clasificando los criterios de pertinencia y coherencia, de acuerdo con su juicio como experto, marcando con una equis (X) su respuesta en la casilla correspondiente. Ejemplo:

Pregunta	Coherencia	Pertinencia	Acepta	Rechaza
----------	------------	-------------	--------	---------



	Sí	No	Sí	No		Acepta con reparo		Sugerencia
¿Qué entiende por Habilidades Digitales?, ¿cuáles se describen en el currículum chileno?	X		X		X			No Hay sugerencias

Si usted considera necesario agregar observaciones al indicador, por favor regístrelo en el espacio delimitado para sugerencias.

Causa principal asociada	Pregunta	Coherencia		pertinencia		Acepta	Acepta con reparo	Rechaza	Sugerencia
		Sí	No	Sí	No				
1.1	1. ¿Qué entiende por Habilidades Digitales?, ¿cuáles se describen en el currículum chileno?	X		X			X		Redactaría la segunda pregunta como: ¿Conoces cuáles se describen en el currículum chileno?
	2. Si tuviera que gestionar alguna habilidad digital en el contenido de variable aleatoria, ¿Cuál sería y como lo haría?	X		X			X		Si tuviera que elegir alguna habilidad digital para trabajar el contenido de variable aleatoria, ¿cuál sería y como lo haría?
	3. ¿Cómo desarrolla las habilidades digitales con sus estudiantes?	X		X			X		¿Qué estrategias utiliza para desarrollar las habilidades digitales con sus estudiantes?
1.2	1. ¿Qué entiende por representación?, ¿cómo se asocia con la matemática?	X		X			X		¿Qué entiende por la habilidad curricular <i>representación</i> ? ¿Cómo cree usted que se asociaría con la enseñanza de la matemática?
	2. ¿Trabaja la representación en el contenido	X		X			X		¿Trabaja en sus estudiantes el desarrollo de la



	de matemática?, ¿cómo y por qué?							habilidad de <i>representación</i> en los contenidos de matemática? ¿cómo y por qué?
	3. ¿Conoce algún proceso o estrategia por el cual se deba trabajar la representación?	X		X		X		
2.1	1. ¿Qué softwares o programas utiliza para desarrollar su clase de matemática?, ¿ y en probabilidad y estadística?	X		X			X	¿Qué softwares, aplicaciones o programas utiliza para realizar su clase de matemática? ¿Utiliza los mismos u otros en probabilidad y estadística, cuáles?
	2. De la siguiente lista, que software o programas para el trabajo de la probabilidad y estadística conoce: R- Estudio Geogebra Excel JASP SPSS	X		X			X	De la siguiente lista, que software o programas para el estudio de la probabilidad y estadística.....



¿Algún otro que no se halla mencionado?								
3. ¿Cómo conoció los diferentes tipos de software o programas que utiliza (capacitaciones, universidad, etc.) ?, ¿cree que son suficientes?	X		X		X			

Anexo 2 Juicio de expertos del contenido de variable aleatoria

CUESTIONARIO PARA LA VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

ESTIMADO EXPERTO/A:

A continuación, encontrará un instrumento que se ha diseñado para recoger información sobre los conocimientos tecnológicos del profesor de matemática para promover la habilidad de representación en probabilidad y estadística con recursos tecnológicos.

Para velar por la validez del instrumento, le solicitamos a usted que evalúe la calidad de cada ítem, utilizando los siguientes criterios:

Criterio	Definición
Pertinencia	Se refiere al grado de relación entre el ítem y el objetivo de la recogida de datos.
Coherencia	Dice relación con la estructura y formulación precisa de la pregunta

Causas asociadas

Número causa	Descripción
3.1	Escaso conocimiento disciplinar referente al contenido de variable aleatoria

INSTRUCCIONES:

Valore, clasificando los criterios de pertinencia y coherencia, de acuerdo con su juicio como experto, marcando con una equis (X) su respuesta en la casilla correspondiente. Las preguntas de las 6 a 9, se encuentran en el borrador por cuestiones de espacio. Ejemplo:

Pregunta	Coherencia		Pertinencia		Acepta	Acepta con reparo	Rechaza	Sugerencia
	Sí	No	Sí	No				
¿Qué es una variable aleatoria y como se clasifican?	X		X		X			No Hay sugerencias

Si usted considera necesario agregar observaciones/sugerencias al indicador, por favor regístrelo en el espacio delimitado para las observaciones al indicador.

Causa principal asociada	Pregunta	Coherencia		pertinencia		Acepta	Acepta con reparo	Rechaza	Sugerencia
		Sí	No	Sí	No				
3.1	1. ¿Qué es una variable aleatoria y como se clasifican?	x		x		X			Una variable aleatoria se define como... (Escala Likert)
	2. Mencione tres experimentos y clasifíquelos según el tipo de variable aleatoria	x		x		X			Según los siguientes ejemplos de experimento aleatorio:..., clasifíquelos según el tipo de variable aleatoria (Alternativas)
	3. ¿Qué es el valor esperado de una variable aleatoria?	x		x		X			El valor esperado de la variable aleatoria representa:... (Escala Likert)
	4. ¿Qué es un espacio muestral, asociado a un experimento?	x		x		X			El espacio muestral asociado al siguiente experimento es : Pueden ser alternativas o

									dar definición de experimento aleatorio y dar como opción de respuesta una escala Likert desde muy poco de acuerdo hasta muy de acuerdo
	5. ¿Cuál es el dominio y recorrido de una variable aleatoria?	x		x		X			Ejemplo de dominio y recorrido y escala Likert para respuesta
	6.	x		x		X			
	7.	x		x		X			
	8.	x		x		X			
	9.	x		x		X			

Comentarios:

En general, las sugerencias van enfocadas hacia la construcción de un “instrumento de medición”. Dicho esto, hay que recordar que un instrumento de medición debe “medir” el interés del investigador, para variables cualitativas la unidad de medición puede recaer en una escala Likert con ciertos niveles de percepción (desde lo más bajo a lo más alto).

Para corroborar si el instrumento está cumpliendo con su objetivo, recomiendo realizar una validez de contenido y de constructo.

Anexo 3 Juicio de expertos del dominio de recursos tecnológicos

CUESTIONARIO PARA LA VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO

ESTIMADO EXPERTO/A:

A continuación, encontrará un instrumento que se ha diseñado para recoger información sobre los conocimientos tecnológicos del profesor de matemática para promover la habilidad de representación en probabilidad y estadística con recursos tecnológicos.

Para velar por la validez del instrumento, le solicitamos a usted que evalúe la calidad de cada ítem, utilizando los siguientes criterios:

Criterio	Definición
Pertinencia	Se refiere al grado de relación entre el ítem y el objetivo de la recogida de datos.
Coherencia	Dice relación con la estructura y formulación precisa de la pregunta

Causas asociadas

Número causa	Descripción
2.2	Escaso dominio de recursos tecnológicos para la enseñanza de la matemática.

INSTRUCCIONES:

Valore, clasificando los criterios de pertinencia y coherencia, de acuerdo con su juicio como experto, marcando con una equis (X) su respuesta en la casilla correspondiente. Ejemplo:

Pregunta	Coherencia		Pertinencia		Acepta	Acepta con reparo	Rechaza	Sugerencia
	Sí	No	Sí	No				



Según su percepción, ¿qué dominio cree que tiene en el uso de softwares para el trabajo de la matemática en general?	1. Excelente	X		X		X			No Hay sugerencias
	2. Buena 3. Regular 4. Mala Justifica de ser necesario: _____								

Si usted considera necesario agregar observaciones/sugerencias al indicador, por favor regístrelo en el espacio delimitado para las observaciones al indicador.



Causa principal asociada	Pregunta	Alternativa	Coherencia		pertinencia		Acepta	Acepta con reparo	Rechaza	Sugerencia
			Sí	No	Sí	No				
2.2	1. Según su percepción, que dominio cree que tiene en el uso de softwares para el trabajo de la matemática en general	1. Excelente 2. Buena 3. Regular 4. Mala Justifica de ser necesario: _____	X		X		X			
	2. Según su percepción, que dominio cree que tiene en el uso de GeoGebra para el trabajo de la matemática en general	1. Excelente 2. Buena 3. Regular 4. Mala Justifica de ser necesario: _____	X		X		X			
	3. Se Siente capaz de lograr generar actividades que promuevan la representación en matemática utilizando	1. Sí 2. No Justifica de ser necesario: _____	X		X		X			



	GeoGebra									
	4. Conoce y saber utilizar el funcionamiento	1. Sí 2. No	X		X		X			

	de la barra de entrada de GeoGebra	Justifica de ser necesario: _____								
	5. Conoce y sabe utilizar la serie de comandos en GeoGebra	1. Sí 2. No Justifica de ser necesario: _____	X		X		X			
	6. Para que ejes matemáticos puede utilizar GeoGebra	1. Probabilidad y estadística 2. Algebra y funciones 3. Geometría 4. Aritmética 5. o números Justifica de ser necesario: _____	X		X		X			



7. Conoce y sabe utilizar scripts en GeoGebra	1. Sí 2. No Justifica de ser necesario: _____	X		X		X			
8. En que lenguaje de programación, en general, está escrito y diseñado GeoGebra	1. Java 2. C++ 3. C 4. R 5. Python	X		X		X			
9. Sabe crear y utilizar botones en Geogebra	1. Sí 2. No	X		X		X			



		Justifica de ser necesario: _____							
10. Sabe utilizar y crear deslizadores en GeoGebra	1. Sí 2. No		X		X		X		
		Justifica de ser necesario: _____							
11. Cree un recurso o actividad ligado a variable aleatoria, ya sea continua o discreta tributando a la habilidad de representación mediante el uso de recursos digitales. Utilice GeoGebra. Subir su archivo GGB. Puede responder sí para hacerlo o no, para dejar esta pregunta.	1. Sí 2. No	Justifica de ser necesario: _____	X		X		X		

COMENTARIO:

En todas las sentencias o preguntas, eliminar "de ser necesario". Es mejor obligar a que justifique su respuesta, para conocer el argumento de su alternativa elegida



Anexo 4 Antecedentes del juez experto 1


ANTECEDENTES DEL JUEZ/A EXPERTO/A:

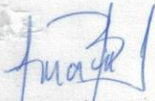
INFORMACIÓN PERSONAL:

Nombre y dos apellidos:	Miguel Lagos Parrientos
Ciudad y país:	Concepcion / Chile
Teléfono:	+56 9 44625263
Correo electrónico:	mlagos@ucsc.cl

INFORMACIÓN ACADÉMICA:

Título de pregrado y universidad que lo otorga:	Profesor de Matemáticas PDC
Título de posgrado y universidad que lo otorga:	Magister Gratia Tributaria y Financiera
Institución y cargo en que trabaja:	UCSC

Firma Investigador Responsable: 
Nombre: Francisca González
Fecha: 22/04/2022

Firma Juez/a Experta/o: 
Nombre: Miguel Lagos
Fecha: 22/04/2022



Anexo 5 Antecedentes del juez experto 2

ANTECEDENTES DEL JUEZ/A EXPERTO/A:

INFORMACIÓN PERSONAL:

Nombre y dos apellidos: Pablo Chávez Merino
Ciudad y país: Tomé, Concepción, Chile
Teléfono: 936449220
Correo electrónico: pchavez@ucsc.cl

INFORMACIÓN ACADÉMICA:

Título de pregrado y universidad que lo otorga: Licenciado en Estadística – Universidad del Bío-Bío
Título de posgrado y universidad que lo otorga:
Institución y cargo en que trabaja: Universidad Católica de la Santísima Concepción – Docente Part-time

Firma Estudiante Responsable

Firma Juez/a Experta/o:



Anexo 6 Antecedentes del juez experto 3

ANTECEDENTES DEL JUEZ/A EXPERTO/A:

INFORMACIÓN PERSONAL:

Nombre y dos apellidos: Hernán Morales Paredes
Ciudad y país: Concepción, Chile
Teléfono: +56996107590
Correo electrónico: hmorales@ucsc.cl

INFORMACIÓN ACADÉMICA:

Título de pregrado y universidad que lo otorga: Profesor de Matemática y Física. Universidad de Concepción.
Título de posgrado y universidad que lo otorga: Ph.D. Sciences de l'education option didactique. Universidad de Montreal, Canadá
Institución y cargo en que trabaja: Universidad Católica de la Santísima Concepción. Académico.

Firma Estudiante Responsable

Firma Juez/a Experta/o:

Anexo 7 Carta al director



Carta de presentación Director

Concepción, abril de 2022

Sr: [REDACTED]

Director Nivel Medio del establecimiento [REDACTED]

Presente:

Estimado Sr. [REDACTED], por medio de la presente, solicitamos a usted vuestra autorización para llevar a cabo acciones que forman parte de un proyecto de intervención en el colegio que usted se desempeña como director, el que tiene como propósito, en primera instancia: *Diagnosticar los conocimientos tecnológicos del profesor de matemática para promover la habilidad de representación en probabilidad y estadística con recursos tecnológicos*. Una vez detectada la problemática, se ejecutarán una serie de medidas en conjunto con el docente de matemática para dar solución a esta.

La intervención será realizada por el estudiante abajo firmante, cuya elaboración, ejecución, y defensa, le permitirán optar al grado de: Magister En Didáctica de la matemática en el Aula por la Universidad Católica de la Santísima Concepción, siendo este apartado del proyecto de intervención, guiado por la académica y jefa del Dpto. de Didáctica, Dra. Carmen Espinoza Melo. Los cuales al término del proceso podrán compartir los resultados de este y a su vez comprometen cautelar que estos tendrán solo uso académico, y **se velará por el anonimato tanto del establecimiento, como de los participantes.**

Durante este tiempo, solicitamos su colaboración para llevar a cabo los siguientes aspectos aplicados al docente a cargo del curso de matemática:

1. Una entrevista semiestructurada
2. Aplicar diagnóstico disciplinar
3. Realizar una revisión de actividades respecto del contenido a trabajar
4. Ejecutar una intervención para solventar la problemática detectada respecto del diagnóstico y propositivo mencionado

Francisco Guantecura Acuña



Carmen Espinoza Melo



Anexo 8 Consentimiento informado**CONSENTIMIENTO INFORMADO****1. Introducción**

Estimada docente

Junto con saludarle cordialmente, queremos invitarle a participar del proyecto de intervención **Implementación de GeoGebra para promover la habilidad de representación en matemática**: *Una aplicación de las representaciones semióticas sobre la enseñanza de la variable aleatoria*, cuyo Investigador Responsable es **Francisco Guantecura Acuña, RUT: 18.687.285-1 (fguantecura@ucsc.cl)**, estudiante de la Facultad de educación de la Universidad Católica de la Santísima Concepción. El presente documento tiene como finalidad darle a conocer los detalles del proyecto de intervención y solicitarle su consentimiento informado para participar en él.

2. Objetivo de la intervención

Diagnosticar los conocimientos tecnológicos del profesor de matemática para promover la habilidad de representación en probabilidad y estadística con recursos tecnológicos.

3. Breve descripción del proyecto

Este apartado del proyecto está diseñado para diagnosticar los conocimientos tecnológicos del profesor de matemática para promover la habilidad de representación en probabilidad y estadística con recursos tecnológicos. *Posteriormente se realizará una intervención con la cual se estima solucionar la problemática diagnosticada.*

4. Metodología

En la metodología se trabajará con el docente de matemática del establecimiento, con la aplicación de tres instrumentos y una revisión documental.

1. Entrevista semiestructura (1)
2. Cuestionario conocimientos (2)
3. Revisión de actividades realizadas por el docente

Para la entrevista semiestructura, se establecerá un lugar y hora (modalidad presencial u online) en concordancia con el docente a cargo de la asignatura de matemática. La entrevista semiestructurada consta de 10 preguntas, pudiéndose extender de acuerdo con el relato, con una duración total de a lo más 1 hora.

Para la aplicación de los cuestionarios disciplinares, se establecerán dos fechas continuas (modalidad presencial u online) en concordancia con el docente a cargo de la asignatura de matemática. Cada diagnóstico consta con 10 preguntas y con una duración total de 1 hora y 30 minutos.

Para la revisión de actividades, se solicitará al docente a cargo de la asignatura de matemática material (físico o digital) sobre: guías, leccionario, y evaluaciones, respecto del contenido establecido.

5. Su participación en el estudio

Su participación consistirá en realizar y acceder a completar los instrumentos mencionado en la metodología. De igual forma, dar las autorizaciones correspondientes para el uso de los datos hallados en el proceso de estudio y posterior intervención.

Su contribución en este estudio es de carácter libre y voluntario, pudiendo solicitar ser excluida de este y que sus intervenciones no sean consideradas sin justificación previa ni perjuicio para usted.

Si usted colabora lo hace bajo su expreso consentimiento informado que firma y autoriza.

6. Confidencialidad

La información que se genere a partir del trabajo será tratada confidencialmente. Actuará en calidad de protector de los datos el encargado del proyecto de intervención Responsable, **Sr Francisco Guantecura Acuña**. Sus datos personales no van a ser utilizados, ni en los informes parciales o en la publicación de los resultados de la investigación, ya que solo se utilizarán códigos y/o edad y/o género y/o menciones ficticias si fuera necesario.

7. Beneficios

Los resultados obtenidos en esta intervención serán una contribución al conocimiento de la didáctica de la matemática y a la formación de futuros docentes en torno al uso de recursos tecnológicos para promover la habilidad de representación en probabilidad y estadística. Dichos resultados respaldados bajo sustento teórico.

Su participación tendrá un incentivo monetario de \$30.000 (treinta mil pesos) que serán depositados al finalizar el proceso de intervención, además de un certificado de constancia por participar en el proceso. Dichos beneficios serán entregados y corren por cargo del encargado del proyecto de intervención, Sr Francisco Guantecura Acuña.

8. Costos

Su participación no implica costo alguno para usted, cualquier requerimiento de recursos financiero será asumido por los encargados del proyecto de intervención.

9. Riesgos o molestias asociadas a la participación

La investigación no implica riesgo alguno para usted, su participación será personal y confidencial. Sin perjuicio de lo anterior, estará garantizada la posibilidad de detener su participación si se sintiera afectada o decidiera sin mediar explicación alguna retirarse.

10. Derechos

Si ha leído y firmado este documento está señalando su voluntad y decisión de participar de esta investigación. Sin embargo, podrá poner fin a ésta cuando lo desee sin ningún tipo de perjuicio en su contra.

11. Contacto

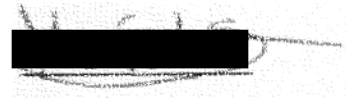
Si tiene alguna consulta o estima que no se ha respetado este acuerdo, podrá presentar una queja formal al encargado del proyecto de intervención Responsable, Sr. Francisco Guantecura Acuña (**fguantecura@ucsc.cl**, **fono: 986508225**) y/o al jefe de programa de Magister, Sr. Andrés Ortiz (**aortiz@ucsc.cl**) y/o a la presidente del Comité de Ética de la Universidad Católica de la Santísima Concepción. Esta propuesta ha sido revisada y aprobada por el Comité de Ética de la Universidad Católica de la Santísima Concepción.

12. Declaración

Yo, declaro haber leído y comprendido de manera libre y voluntaria
[Redacted], Rut:
[Redacted]. que he sido informada de los aspectos generales y
éticos de la investigación, conozco los beneficios y riesgos de mi participación.



Firma Encargado proyecto intervención



Firma Docente Participe

Nota: Se deja constancia en este instante que este documento será firmado en dos copias originales, quedando una de ellas en manos del encargado del proyecto de intervención responsable y la otra en manos del participante.

Anexo 9 Transcripción de entrevista semiestructurada

- PROFESORA 1 Ah que calculador.
- ENTREVISTADOR 1 Eeeh Sipo en total son 9 preguntas, en lo que tiene el cuestionario. Entonces lo primero es que, más que como que pregunta y respuesta, la idea es que vayamos formando un dialogo y en base a las respuestas que vayan saliendo, podemos ir... ir conversando. En realidad, las respuestas que vayas dando es lo que se te venga... tal cual como lo que te había dicho en el GeoGebra ósea, en el tecnológico que te mande, el instrumento, sino que, en base a tu experiencia, y lo lo que opines acerca a la pregunta, lo que se te venga en realidad, no hay respuesta correcta ni incorrecta, para lo que es la entrevista. Que otra cosita... eeeeh bueno lo otro es con respecto al consentimiento informado, que me parece que no te lo he enviado, pero te lo voy a hacer llegar, que ahí lo que se explica más o menos, es todo el proceso que vamos a ir trabajando. Que la primera parte tiene que ver con lo de los diagnósticos no cierto, y que posteriormente seria la intervención o esta capacitación para poder solventar las problemáticas que hallemos después de analizar los diagnósticos que vamos a aplicar. Eeeeh también no está demás decirlo, queee laaa ósea, tu participación acá es complementate voluntaria, así que, si en algún momento quieres desistir de seguir trabajando, no van a haber consecuencias ni nada por el estilo, sino que también es una decisión personal. Eeeehm lo otro es son, bueno los correos que van a estar a disposición para poder hacer contacto en el caso de lo que lo necesitaras o si es que el en tu colegio te lo solicitaran también, está mi correo te lo voy a dejar acá abajo en el chat, es el fquantecura@ucsc.cl y el otro es el del jefe de programa, que también bueno, en algún caso "X" puede que lo te lo soliciten o lo necesiten no sé, también te lo puedo dejar acá que es el aortiz@ucsc.cl. Ahí están los dos correitos. El consentimiento, yo creo que te lo voy a llevar impreso también el día viernes, porque a esta cosa igual hay que dejarle una mosquita, en la parte al final abajo, entonces te lo puedo llevar impreso y ese día lo... le pegas la mosquilla. Ya, dicho esto, démosle con lo que son las la primera parte de este diagnóstico, que es una entrevista semiestructurada respecto a la representación y habilidades digitales. Son en total 9 preguntas, tenemos una parte, segunda parte y tercera parte, cada una de las partes tiene 3 preguntas asociadas, ¿vale? Entonces, vayamos con la primera pregunta, dice: ¿Qué entiendes por habilidades digitales?, que es lo que se tiene viene a la cabeza si es que yo te pregunto, ¿qué entiendes por habilidades digitales?
- PROFESORA 2 Ah, yo pensé que eran las preguntas de acá. ¿No eran estas, o sí?
- ENTREVISTADOR 2 No, esas son las de GeoGebra. Si gustas te envió el formato, no hay problema
- PROFESORA 3 No pero igual está bien así
- ENTREVISTADOR 3 ¿Sí?
- PROFESORA 4 Así me las dices tú y yo no las necesito leer
- ENTREVISTADOR 4 Ya, no se preocupe
- PROFESORA 5 Ya, que entiendo por habilidades tecnológicas.
- ENTREVISTADOR 5 Habilidades digitales, sí tecnológicas.

- PROFESORA 6 Ya. Bucha el uso deeee de no sé, de alguna herramienta, ya sea no sé, PPT, videos, el mismo Geogebra oooo. Sí, eso es lo que entiendo.
- ENTREVISTADOR 6 Ya excelente.
- PROFESORA 7 Pero es la habilidad para usarlo.
- ENTREVISTADOR 7 Ya, ósea es como a lo que te refieres es como tener un recurso tecnológico con los cuales tú te puedes apoyar en la clase
- PROFESORA 8 Sí.
- ENTREVISTADOR 8 Ah ya excelente, capto. Ahora bien, en el currículum aparecen un par de estrategias, más o menos definidas, con las cuales uno debiese trabajar lo que son estas habilidades digitales. No sé si es que conoces algunas que se describan ahí en el currículum, o recuerdes algunas en particular.
- PROFESORA 9 No, la verdad ninguna.
- ENTREVISTADOR 9 ¿No? Okay. En total son, son 4 las que aparecen establecidas que hacen como el compendio, porque en realidad como que siempre uno eeeeh se maneja como con el genérico, no cierto, esto de trabajar con recursos tecnológicos, pero igual en el currículum como que se intentó, se hizo en realidad, un desglose más particularizado, y está por ejemplo lo que se llama la información, la comunicación, la tecnología, y la convivencia digital. Que son esas 4, entonces esas 4 como que se van subdividiendo, y cada una tiene sus característica y objetivos distintos. Y cuál es la idea en general de esta, este tipo deeee habilidades, es que mientras uno esté trabajando algún contenido, la idea es poder tomar quizás alguna, como para poder completar, complementar, lo que es ese contenido. Entonces, en base a esa a esa a ese tipo de habilidades digitales, la siguiente pregunta hacía alusión a tomar alguna de estas habilidades, y tratar de relacionarlas con el contenido de variable aleatoria. Como es que se pudiese trabajar, si es que nosotros tomamos alguna habilidad, el contenido de variable aleatoria con recursos digitales. Ahora bien, si es que no recuerdas lo queeee lo que aparecía en el currículum de manera específica, llevémoslo a algo más genérico. Por ejemplo, si tomásemos solamente el contenido de variable aleatoria, como lo trabajarías con los estudiantes para poder promover, por ejemplo, lo que son estas habilidades digitales ooooo el trabajo de recursos digitales, porque una cosa es el trabajo que el docente puede hacer con recursos digitales, pero lo otro es que hacemos para que el estudiante aprenda estas habilidades digitales.
- PROFESORA 10 Eeeeh bucha la verdad partiría enseñándole como el contenido en sí. Partiendo como de lo previo para llegar a variable aleatoria. Y así yo igual iría estudiante un poquito más, porque igual me acuerdo como super poco.
- ENTREVISTADOR 10 ¿Del contenido como tal?
- PROFESORA 11 Sí
- ENTREVISTADOR 11 Ah okay, okay. Pero en el caso de queeee supongamos que nos cambiamos de contenido, ¿vale? Olvidémonos un poco de variable aleatoria, vayamos a un contenido que, en el cual te puedas sentir cómoda. No sé si tiene algún contenido que te guste más en matemática
- PROFESORA 12 Eeeh looooo no sé, operaciones con números enteros.

- ENTREVISTADOR 12 Ya okay, tomemos ese. Las operatorias con números enteros, ¿vale? Entonces estamos con estudiantes no cierto, estamos trabajando ese contenido en particular. Eeeh como lo harías, por ejemplo, para poder eeeh enseñarles a ellos, el trabajo con números enteros no cierto, pero además, que no solamente aprendan los números enteros, sino que ellos también puedan desarrollar lo que es el trabajo, por ejemplo, con alguna habilidad tecnológica, por ejemplo, hay una habilidad que se llama información, ya. ¿En qué consiste esta habilidad?, consiste en que los estudiantes a través de internet, puedan buscar algunas herramientas que les permitan trabajar lo que sería en este caso, las operatorias con números enteros.
- PROFESORA 13 Hmm se me había ocurrido igual otro ejemplo, pero con otro curso que lo estoy aplicando
- ENTREVISTADOR 13 A ver...
- PROFESORA 14 Recién estoy viendo si me funciona. Porque estamos viendo productos notables, pero, igual les enseñe previamente no sé, los conceptos básicos del algebra, términos semejantes, su explicación así uno por uno, y después, o polinomio por polinomio, y ahora ya como vamos a pasar al contenido de productos notables, que es lo que nos interesaba, les pedí que investigaran, no sé, así como un trabajo de investigación, y les hice como una rúbrica y todo lo que debía tener no sé, demostración, descripción gráfica, las sumas, las restas, y ahí ellos fueron como investigando. Pero en el momento en que ellos como que hacían el trabajo de investigación, como que copiaban y pegaban, y yo ya cuando me decían “ya profe lo termine”, y yo ya, sinceramente del 1 al 10, ¿cuánto aprendiste o entendiste de lo que hiciste? “la verdad nada...” como que no cacharan nada, y yo ya...
- ENTREVISTADOR 14 Ellos estaban copiando y pegando lo que aparecía en internet, ¿o no?, copy/paste
- PROFESORA 15 Sipo, una cosa así
- ENTREVISTADOR 15 Ah ya
- PROFESORA 16 Y ahí les dije mira anda a YouTube y busca un producto notable y anda buscando videos, y yo igual les trataba de buscar los más entretenidos, y fueron como creando ese aprendizaje. Recién estamos como en la parte de que están viendo los videos y ya hoy día lo están como entiendo, recién entendiendo lo que hicieron en el trabajo de investigación.
- ENTREVISTADOR 16 Ah ya perfecto. Bueno ahí de manera indirecta, si te fijas, eeh si bien no estaba el tecnicismo de lo que es la la habilidad de información, ellos tuvieron que buscar po, ellos tuvieron que buscar. Y de hecho es como bien general esto queee le pasa a varios profes no cierto, a mi igual me pasaba, queee que uno se maneja como con el concepto genérico de una habilidad o de TICs no cierto, ese es el otro nombre que uno le asocia, y claro uno los manda a trabajar no cierto, y puede ocurrir que pase esto que toman lo que pillan en internet y lo llegan y lo copian, pero quizás ahí faltó un filtro, para que vean si efectivamente lo que están tomando de internet les sirve, eeeh quizás también tener en cuenta, el de que si sacan algo de internet deben tener cuidado con las citas de repente entonces, por lo menos en las habilidades digitales que que se establecen en el currículum chileno, como que se tratan de de de hacer ese desglose de cada uno de estas posibles situaciones que pudiesen pasar. Y ahora con la la

actividad que tú les diste a los estudiantes igual es bueno porque se está promoviendo el la parte de la información, es decir, buscar información en la red, para después ellos usarla como con complemento en el contenido que están trabajando, producto notables en este caso. Ahora eeeeh con respecto a lo mismo, eeeeh ellos tienen internet en la casa, o como lo hicieron para hacer esta búsqueda en la red.

PROFESORA 17 Eeeh en computación en el colegio

ENTREVISTADOR 17 Aaah ya

PROFESORA 18 En el laboratorio ahí fuimos todos juntitos. Como ya vamos en la tercera clase en eso, Ahora están preparando como una presentación para después exponer cada pareja, porque están en parejas, un producto notable

ENTREVISTADOR 18 Aaah ya perfecto. Ósea, ¿esto te lo tienen que después presentar?

PROFESORA 19 Sí

ENTREVISTADOR 19 Aaah ya perfecto. Si otra cosa, ¿tienen entonces, laboratorio de computación allá en el colegio?

PROFESORA 20 Sí

ENTREVISTADOR 20 Aaah ya perfecto. ¿Mas o menos cuantos computadores manejan?, ¿no tienes más o menos un número?

PROFESORA 21 Nooo son como unos 20, pero ellos son pocos así que igual alcanza uno para cada uno

ENTREVISTADOR 21 Aaah ya, nunca han quedado como cortos deee

PROFESORA 22 Noo

ENTREVISTADOR 22 Aaah ya excelente. Ya, bueno en esa conversación que tuvimos te lance las tres preguntas de la primera parte. Así que ahora vayámonos con la segunda.

PROFESORA 23 Aaah buena (risas)

ENTREVISTADOR 23 La segunda parte, bueno son tres preguntas más. La primera dice, eeeeeh bueno aquí ya nos vamos con las habilidades más específicas de lo que son el currículum de matemática. No sé si recuerdas cuales eran las principales queee, que aparecen de manera específica para matemática.

PROFESORA 24 Modelar, argumentar, comunicar, comunicar y argumentar, representar ¿la dije?

ENTREVISTADOR 24 Eeeeh no. Ahí van tres, ¿cuál falta?, ¿son cuatro no cierto?

PROFESORA 25 Resolver problemas

ENTREVISTADOR 25 Buena, ahí están las cuatro. Sí, muy bien, excelente. Eeeeh bueno con respecto a eso, ahora yendo a algo más específico. ¿Qué entiendes por la habilidad de representar?

PROFESORA 26 Como no sé, hacer como el dibujito por así decirlo, eso es lo que entiendo como de representar, o como recrear tu idea o lo que está aprendiendo como en una representación en un dibujo

ENTREVISTADOR 26 Aaah ya

PROFESORA 27 No sé, puede ser así como con cuadraditos. Con las fracciones lo utilizamos

ENTREVISTADOR 27 Ah por ejemplo cuando dices un medio haces un...

PROFESORA 28 Ajaaaam..

ENTREVISTADOR 28 Ya te entiendo

PROFESORA 29 Si el entero y que lo partan...

- ENTREVISTADOR 29 Ya, eeeh. ¿Como crees que la representación eeeh se asocia con la enseñanza de la matemática?, ¿porque porque crees que finalmente la representación está ahí en las, dentro de las habilidades?, y asociada a la matemática
- PROFESORA 30 Por queee ósea igual a veces no entienden de una forma, o no lo visualizan bien como debería ser, y por eso a través de no sé, del dibujo o de no sé, verlo en una pizza, porque yo les hice como una pizza que tenían que ir ellos ir sacando los pedacitos de la pizza, y después pegándolos, y así representando la fracción. Pero igual algunos como no entienden como lo teórico solamente, les hace falta como la otra parte, como que todo va conectado y se requiere.
- ENTREVISTADOR 30 Ósea lo ves como un complemento, ¿o no?
- PROFESORA 31 Sí, igual como los problemas, laaa eso igual es como que complemente igual looo no solo lo simple, o lo... no solo eso...
- ENTREVISTADOR 31 Ya, entiendo entiendo entiendo. Eeeh bueno tenemos esta pregunta okay. Eeeh lo otro es, bueno, igual lo estuvimos conversando recién, pero tengo formular la pregunta igual. Eeeh ¿trabajas con tus estudiantes el desarrollo de la habilidad de representación?
- PROFESORA 32 Eeeh sipu. Como te contaba a través de las fracciones. Ahora, por ejemplo, también con ese mismo curso creamos una balanza, para introducirnos al contenido de ecuaciones, pero igual hay en algunos, en algunos contenidos, igual me cuesta, me cuesta como hacer el uso de la representación. No es en todo, es como en contenidos específicos y me lo critico.
- ENTREVISTADOR 32 Sí de hecho para allá iba, ¿cómo te sientes en general con las representaciones en los contenidos? Por qué en matemática tenemos varios contenidos, ¿no cierto?, ¿hay algún contenido en particular que sientas que la habilidad de representación, eeeh no esté muy desarrollada?, o quizás no se si la palabra sea muy desarrollada, sino que no tengas de momento, eeeh lo los contenidos oooo las formas de poder llevar a representar algún contenido. Por uno muy bien se puede manejar en la parte teórica, ¿no cierto?, pero de ahí llevar lo teórico a algo de representación, puede que haya algún problema entre medio.
- PROFESORA 33 Sí, eso mismo igual lo he notado, que solo, que recién lo estoy aplicando en algunos contenidos porque este igual sería igual mi primer año de profe en el aula pu, porque antes estábamos solamente online, igual hubo un tiempo hibrido y fueron, no sé, de de 10 estudiantes iba 1, o avances no iba.
- ENTREVISTADOR 33 Hmmm
- PROFESORA 34 Así queeee igual es como mi primer año que trato de implementarlo, pero hay cosas que igual me cuestan aun, por ejemplo, en potencias tratar de ... se me pego
- ENTREVISTADOR 34 No, te escucho bien
- PROFESORA 35 Aah ya. Como en potencias tratar de cómo llevarlo a la vida real, no se... se ve en el crecimiento exponencial de una bacteria, lo mismo con el COVID, pero igual a veces siento que me falta más, no solo eso.
- ENTREVISTADOR 35 Ya...
- PROFESORA 36 Como otras cosas más, o representar las potencias, representarlas no se me ocurre, no se logaritmos, o a ver que más. En geometría es que igual hay contenidos que no he

pasado aun, porque no sé, esteeee el año pasado estuvimos con la priorización, pero los primeros meses fue de priorización del año anterior. Por ejemplo, si yo tenía el sexto, le tenía que pasar contenido los priorizado, pero del quinto, y eso fue como hasta junio/julio. Y después, por ejemplo, si mi curso era quinto, ósea el sexto que yo le estaba haciendo clases, tenía que pasarle los priorizados de quinto básico.

ENTREVISTADOR 36

Aaah ya, como ir retomando los contenidos anteriores.

PROFESORA 37

Anteriores. Y eso fue hasta como junio/julio, y después de julio en adelante, ahí pase los contenidos que correspondían a sexto, pero igual como yo tenía clase una hora a la semana con cada curso, igual era poco lo que avanzamos online, casi nada.

ENTREVISTADOR 37

Claro, se siente mucho el cambio

PROFESORA 38

Sí. Así que ahora ya estamos comoo bien por así decirlo, pero igual no he entrado como al contenido de o al eje de geometría, de probabilidad tampoco, con ningún curso, siempre hemos estado con... y eso más el primer eje que hemos alcanzado aaaaah hacer algo.

ENTREVISTADOR 38

A trabajar

PROFESORA 39

Y por eso igual siento que me falta, cada día igual para ellos enseñarles, me preparado, a veces también no me alcanza a hacer una actividad tan didáctica, o no se me ocurre.

ENTREVISTADOR 39

Hhhm ya, entiendo entiendo. Si porque de hecho ahora la pregunta iba más enfocada al mismo contenido de variable aleatoria, ¿crees que ahí también te faltaría este plus para poder trabajar lo que es variable aleatoria respecto de las representaciones?

PROFESORA 40

La verdad sí. Si yo no sé el día de mañana, tuviera, así como objetivo enseñarles variable aleatoria, no lo pasaría, pero siiii me lo estudiaría antes, trataría de aprenderlo yo primero, para después enseñarlo.

ENTREVISTADOR 40

Ósea necesitarías hacer un repaso de los contenidos para poder...

PROFESORA 41

Enseñar

ENTREVISTADOR 41

Claro. Ósea eso implicaría no cierto porque, una cosa es tener el contenido, lo que conversábamos, y lo otro, es después de manejar el contenido, pasar a lo que es la representación. Entonces si si no suplimos uno primero, el el hacer el siguiente, puede costar más.

PROFESORA 42

Sí

ENTREVISTADOR 42

Y la última, con respecto a estaaa a este apartado diceee ¿si es que conoces algún proceso o estrategia por el cual se deba trabajar lo que es la la representación? Si manejas algún proceso en particular, o cuando trabajas la representación te guías por lo queee, por lo que tu conoces, porque tú crees...

PROFESORA 43

Como un proceso, así como... por ejemplo laaa resolución de problemas. Yo lo resuelvo, les enseño a ellos, así como... primero leer bien, eeeeh anotar después que ya lean bien y entiendan, ver si sumar o restar.

ENTREVISTADOR 43

Sí, de hecho, el ejemplo que tu diste es excelente, claro en la resolución de problemas no cierto, seria leer el problema, sacar los datos etc. Entonces, no sé si para la representación manejas alguna estrategia más o menos similar.

PROFESORA 44

Eeeehm por ejemplo, con las fracciones, les hago primero dibujar el entero, dibujo como un cuadradito entero, un rectángulo así entero yyyy el numerito del

denominador nos indica como las partes que vamos a dividir el entero, y el numerador, la cantidad que vamos a pintar del entero, y así lo hago. Y si quiero ver como la equivalencia entre fracciones, lo mismo. Que hagan como el mismo el entero pero distintas divisiones y ahí ven si es lo mismo.

- ENTREVISTADOR 44 Aaah yaya
- PROFESORA 45 También me pasaba a veces que, en clases online, no hacían el mismo entero, hacían como un dibujito y no tenían la misma representación
- ENTREVISTADOR 45 Te lo modificaban
- PROFESORA 46 Un rectángulo largo y un rectángulo más chiquitito. Que para ver la equivalencia tiene que ser el mismo dibujito, si uno es así el otro es igual. O abajo, yo les hacía hacer uno arriba y otro abajo. Pero ellos no sé, hacían un rectángulo, y abajo hacían un cuadrado.
- ENTREVISTADOR 46 Te lo modificaban y cambiaba todo.
- PROFESORA 47 Sí
- ENTREVISTADOR 47 Aaaah okay. Ósea la estrategia que estabas utilizando en ese caso, es tratar de trabajar laaa la representación mediante lo que son formas fraccionarias mediante una igualdad, ¿o no?, cosa de que ellos vayan viendo que las figuras son iguales.
- PROFESORA 48 Sí, ahí para la equivalencia de las fracciones.
- ENTREVISTADOR 48 Ya okay okay, excelente. Vayamos a la última pregunta.
- PROFESORA 49 Pero por ejemplo...
- ENTREVISTADOR 49 No, dale no más, no si me sirve que te explayas. Póngale no mas
- PROFESORA 50 Por ejemplo, en otro contenidoooo no lo podría hacer. Como ya hemos estudiado eso, yo también lo he estudiado más y se los he podido hacer de forma distinta, para que ellos igual lo puedan ver de distinta forma.
- ENTREVISTADOR 50 Ósea sientes que eeeeh para poder llegar finalmente a lo que es una representación, necesitas primero tener...
- PROFESORA 51 Pero no sé, quizás en otro contenido no...
- ENTREVISTADOR 51 Lo que yo te decía era queee entonces tu piensas que para poder finalmente llegar lo que son, para poder trabajar la representación, primero tendría que estar eeeeh el dominio teórico, ¿o no?
- PROFESORA 52 Ajam
- ENTREVISTADOR 52 Sí, porque me comentas de las fracciones
- PROFESORA 53 Sí
- ENTREVISTADOR 53 Por lo menos acá...
- PROFESORA 54 O yo manejarlo bien
- ENTREVISTADOR 54 Ya, excelente. Sigamos avanzando, ¿me escuchas verdad?
- PROFESORA 55 Sí
- ENTREVISTADOR 55 Ya excelente, vayamos a la última parte. Queda la última parte. Voy a correr acá la hoja
- PROFESORA 56 Si te escucho fuerte y claro.
- ENTREVISTADOR 56 Fuerte y claro. Dice... eeehm, ¿qué aplicaciones o softwares/programas en general eeeeeh utilizas para la clase de matemática?
- PROFESORA 57 Eeehm PPT, videos

- ENTREVISTADOR 57 Yaaa
- PROFESORA 58 PPT eeeeh, que otro más, no sé, cuando estamos en clases online, utilizaba harto el Quizizz, que era como un juego online
- ENTREVISTADOR 58 Ya ya ya
- PROFESORA 59 Yyyyy pero ahora no. Por qué igual como no pueden utilizar celular y todo eso, no lo hemos trabajado este año. El año pasado sí.
- ENTREVISTADOR 59 Okay. ¿Ellos allá en laaa...?
- PROFESORA 60 Ahora me mandaron un PPT que es como un juego en donde uno como que va apretando casillas y va respondiendo. Ahora no los dejan usar celulares porque siempre estaban como mucho en el celular, así queee le hablaron con los apoderados y todo si podían no mandarlos con celular, era mejor. Así que por eso no utilizamos el juego Quizizz este año, para nada ellos lo han utilizaban, el año pasado sí. Otra herramienta, ahora igual tengo....
- ENTREVISTADOR 60 ¿Si...?
- PROFESORA 61 Ahora me enviaron como un PPT que es como un juego, uno va apretando... hay una pregunta, y los niño se supone que tienen que responder esa pregunta, y ahí van apretando como cositas... el mismo profe en el PPT y van saliendo como no se, una esfera del dragón de Goku y cosas así.
- ENTREVISTADOR 61 Aaah es como interactivo...
- PROFESORA 62 Sí, como un PPT interactivo. No lo he usado aun, pero ahí lo tengo como un as bajo la manga.
- ENTREVISTADOR 62 Yaa perfecto perfecto. Eeeehm pero por ejemplo, el laaa, en el trabajo que has realizado por lo menos hasta ahora eeeeh, para probabilidad y estadística no se si has alcanzado a trabajar ese ese eje en lo que llevas ahí en el colegio, y si es que has usado algún programa en particular para poder trabajarlo.
- PROFESORA 63 Ya, la verdad ahora recién estamos con cuarto medio repasando el contenido de tercero, pero con probabilidad condicionada
- ENTREVISTADOR 63 Yaaa.
- PROFESORA 64 Pero recién yo lo estoy introduciendo a los conceptos básicos de probabilidad. Como que es un experimento, eeeh básico super básico.
- ENTREVISTADOR 64 Ya ya yaaa. Ósea de momento no se han utilizado...
- PROFESORA 65 No.
- ENTREVISTADOR 65 Aah ya ya. Perfecto. Si porque en realidad laaa perdón.
- PROFESORA 66 No, todo para aprender me sirve
- ENTREVISTADOR 66 Okay. Estamos para eso (risas). En base a esto mismo, acá tengo una lista de programitas que te voy a ir mencionando, y me dices si es queee los conoces, esto es en relación aaah y exclusivamente a probabilidad y estadística. Porque tenemos distintos tipos de programas, ¿verdad?, ósea hay algunos que son más específicos de un área que otra, pero también pueden que nos sirva. Por ejemplo, cuando uno habla del Excel, Excel es un programa no cierto, que es más o menos transversal, cuando uno trabaja eeeh no se pu, la misma probabilidad y estadística, llevar datos no ciertos, como que nos sirve, no sé si has trabajado en algún momento con ese programa, con el Excel

- PROFESORA 67 La verdad, no.
- ENTREVISTADOR 67 Pero en en tu caso personal, porque ese trabajo no sería con, claro, no está de momento con estudiantes, verdad
- PROFESORA 68 Ajam
- ENTREVISTADOR 68 Yyyy pero lo conocías el programa, ¿no cierto?
- PROFESORA 69 Aaah sí
- ENTREVISTADOR 69 Okay
- PROFESORA 70 Pero, así como para llevarlo, me acuerdo que nos enseñaron en la U, recuerdo que tuvimos una clase de eso, pero como de hacerlo yo ahora, no me acuerdo. Pero si se usar Excel como lo básico. Tendría que como más meterme, así como meterle manito por así decirlo al Excel, y así tratar de sacar algo para probabilidad, pero, así como ahora que me lo dijiste, no se me había ocurrido, de hecho, ahora me acorde que lo enseñaron en la U
- ENTREVISTADOR 70 Excelente. Bueno aquí tengo otra... un par de programitas más. Eeeeh para ver... la la pregunta es la misma, pero no no en base a si lo has utilizado, sino que, si es que los conoces, o si es que te, si los has escuchado en algún momento. Eeeehm hay uno que se llama R-estudio, no sé si, ¿te suena?
- PROFESORA 71 No, no me suena la verdad
- ENTREVISTADOR 71 Eeeeh, el SPSS
- PROFESORA 72 No, tampoco
- ENTREVISTADOR 72 EL JASP, J A S P
- PROFESORA 73 Tampoco...
- ENTREVISTADOR 73 Y el ultimo es Geogebra
- PROFESORA 74 El GeoGebra sí, pero lo conozco, pero no lo he utilizado.
- ENTREVISTADOR 74 Te pasa como el Excel, como que lo conocías, pero que no es como una una profundización
- PROFESORA 75 Sí
- ENTREVISTADOR 75 Aaah okay
- PROFESORA 76 Como en el contenido.
- ENTREVISTADOR 76 Claro. Si de hecho eso es muy importante lo que mencionas porque sipo, finalmente para poder utilizar cualquier tipo de software o programa de los que estamos conversando eeeeh, deben ocurrir varias secuencias pu, y yyy lo primero que uno debería manejar verdad, al igual que para trabajar lo que son las representaciones, como que todo se desemboca en el contenido, como que una vez teniendo el contenido ya arraigado a uno, uno puede hacer esta distribución entre lo que sería la representación para poder trabajarlo, y también llevarlo para lo que es un programa, pero aquí en el programa igual tenemos una dificultad, porque tenemos que saber utilizarlo, entonces ya son 2 ramitas que tendríamos queee que unificar para poder finalmente sacar algún producto.
- PROFESORA 77 Sí, entiendo la idea, soy pésima lo siento... (sarcasmo y risas)
- ENTREVISTADOR 77 Dígame
- PROFESORA 78 Es que según lo que decías, te decía que sí, te entiendo la idea

- ENTREVISTADOR 78 ¿Sí? Excelente. Ya, vayamos con la última pregunta, y con esto ya estaríamos cerrando, ¿vale? Con esto estaríamos cerrando. Eeeh la pregunta dice eeeh, ¿cómo como conociste los diferentes tipos de software o programas queee me dijiste queee que te habían soñado de alguna forma en el apartado anterior? Excel me dijiste que lo habíamos visto, ósea, que lo había visto, en la Universidad.
- PROFESORA 79 Sí, el Excel lo había visto en la universidad e igual antes como que lo manejaba un poco, no sé del del liceo, pero como lo básico, y me acuerdo que, en la universidad me enseñaron en una clase como utilizando en probabilidad, como más a fondo utilizándolo en no sé, para sacar algún cálculo matemático, y no se en el liceo yo lo conocía como para poner datos o las sumas así más básicas, pero en cambio ya en la U fue como más relacionado con contenido más complejo.
- ENTREVISTADOR 79 Hmmm entiendo entiendo. ¿Y con lo que es Geogebra?
- PROFESORA 80 Ese lo conocí netamente en la U
- ENTREVISTADOR 80 Ya, también fue en la Universidad. Y tuviste alguna profundización en ese programa, o fue porque algunos cursos lo lo utilizaban como para hacer algo.
- PROFESORA 81 Eeeh en algunos cursos lo utilizaban para trabajar
- ENTREVISTADOR 81 Pero no hubo una profundización más allá de cómo trabajo específico
- PROFESORA 82 Eeeh creo que en geometría también lo aplicábamos peroooo, más a fondo así, no me acuerdo.
- ENTREVISTADOR 82 Aah ya ya, okay okay. Ósea podríamos decir que ambos programas fueron directamente de la Universidad
- PROFESORA 83 Sí
- ENTREVISTADOR 83 Ya, bueno, ¿y crees que para el trabajo de la matemática eeeh son necesarios estos tipos de programas?, a tu juicio
- PROFESORA 84 Sí, la verdad es que sí, para que sea vea de otra forma, o si no lo entienden de una manera, que yaa eeeh lo entiendan de otra, o para lo mismo, para verificar sus resultados.
- ENTREVISTADOR 84 Hhhhm claro, ese es un buen punto
- PROFESORA 85 Ósea aparte de la calculadora, así como también, porque no siempre la calculadora les sirve, no sé, para una probabilidad o para una variable aleatoria, igual sería como algo más llamativo y se llevaría a cabo un aprendizaje más significativo. No solamente a lo normal, a lo estandarizado, sino que saldría de lo común y ya por último se acordarían que lo aprendían de otra forma, y fue distinto, y así, a mi parecer sería un aprendizaje más significativo.
- ENTREVISTADOR 85 Excelente. Ósea finalmente, este tipo de herramientas tecnológicas tú las ves como algo complementaria a la clase, y sientes que sería algo mucho más eeeh beneficioso para tus estudiantes.
- PROFESORA 86 Sípu, y de hecho para mí como profe igual sería beneficioso. Como te decía al comienzo me pasa que para alguna clase están secos, y yo siento yaaa la otra clase hacemos una guía o actividad, como nota formativa, porque yaaa practicamos hartito, y ya los veo bien, y llegan a la otra semana y no se acuerdan. En cambio, si lo hiciera con actividades como más didácticas, o con otras herramientas, capaz, por último, se

- acordarían “ah lo aprendimos así”, así que ahí no sé por algún lado conectarían algo para, en cambio o no se... ahí los ayudaría un poquito más.
- ENTREVISTADOR 86 Si, se verían de alguna forma beneficiados. Y como crees que esee que ese beneficio, esa... esta estructura podríamos decir, entre comillas innovadora de trabajar eeeh, la tomaría por ejemplo el colegio, o los mismos padres de los estudiantes, crees que tendrían una buena acogida, ooo como lo ves en ese punto.
- PROFESORA 87 Yo creo sí, que tendría por parte del colegio donde estoy yo ahora eeeh sí, bueno todas las ideas que sean nuevas les gustan, porque igual es un colegio que estuvo super basado en lo antiguo, eran con muchos profesores viejitos, o al momento de retirarse, yyy a los niños igual les sirve. Por qué igual están siempre con el celular, o quieren aprender de otra forma, se aburren de escribir porque me ha pasado mucho “ooooh profe no quiero escribir más”, “eeeh nooo”, como que igual les serviría para aprenderlo de otra forma y no estén tan chatos.
- ENTREVISTADOR 87 Hmmm entiendo entiendo. Como que ir cambiando la estructura de aprendizaje de los estudiantes, como salir de lo tradicional de cierta forma.
- PROFESORA 88 Sí
- ENTREVISTADOR 88 Entiendo, excelente excelente. Bueno y ultima cosa ya para para ir cerrando, creo que nos pasamos por variamos minutitos, pero... (risas) eeeh eeeh en general como sientes queee ósea tu como te sientes preparada, en lo personal, para poder trabajar con los estudiantes lo que es la variable aleatoria y el uso de recursos tecnológicos.
- PROFESORA 89 Así como preparada preparada... no, nada. Tendría que yo prepararme antes
- ENTREVISTADOR 89 Ósea si... claro cómo me lo decías delante. Si mañana tuvieses que realizar una, una clase de esto yyy te te lo impusieran crees que tendrías problemas.
- PROFESORA 90 Si me dijeran no sé, mañana tienes que hacer una clase, sí. De hecho, hace poco eeeh la semana pasada, meeee la de UTP me dijo si yo podía o si yo quería la verdad,irme al otro liceo que tienen allá acá en lomas, pero tendría que sacar todas mis cositas de acá, yirme con las mismas horas, pero allá. Pero ya dejaría de hacerle clases acá a los chicos, cien por ciento allá. YYYY ahí me dijo que era solo para cuarto medio, y me nombro como todos los contenidos, y yo igual entre miiii me dio como susto, así como de aquí a mañana tendría que prepararme mucho, y acá con los chiquillos ya tengo como avanzado, ya sé que nivel hay y todo. Y me pasaría lo mismo con variable aleatoria.
- ENTREVISTADOR 90 Aaaah ya ya excelente. Ya pues señorita, eeeh ahí se acabaron la ronda de preguntas. Nos fuimos con las tres partes, no sé si le gustaría agregar algo más antes de ir cerrando. Algún comentario que quieras decir.
- PROFESORA 91 No nada, que gracias por que estoy motivada a aprender, sé que me va a servir porque, así como respondí también, hay cosas que nooo, que me pillaste, así que igual bacán aprender y eso me motiva.
- ENTREVISTADOR 91 Excelente, no de todas maneras de hecho para eso estamos acá participando en el programa para poder tratar de ir solventando todo este tipo de cositas. Bueno acá en el diagnóstico va a pasar un previo filtro, recordar no cierto, que en ningún momento se va a mencionar tu nombre acá en lo que vamos a trabajar, de hecho por lo mismo tenemos el proceso que lo voy hacer yo, me voy a encargar de eso deee hacer la la



edición del del video e ir cortando las partes si es que en algún momento se nos escaparon los nombres por los problemas que tuvimos, pero en la transcripción no se va hacer mención ni de tu nombre ni del colegio propiamente tal, sino que es más que nada un trabajo constructivo, para poder ir construyendo, que esto le sirva tanto, bueno, tanto a ti, como para los estudiantes que estas preparando, y la idea es esa po, ir encaminando en lo que son las habilidades digitales que están en el currículum, lo que es el trabajo con los software, y finalmente lo que es variable aleatoria, así queee eso po, muchas gracias, te pasaste yyy nos estamos encontrando.



Anexo 10 Firma y aceptación del director

Gmail - CARTA: SOLICITUD Y PRESENTACION DE PROYECTO... <https://mail.google.com/mail/u/0/?ik=2d0a7b05db&view=pt&search=...>



Carta Presentación de proyecto de intervención

CARTA: SOLICITUD Y PRESENTACIÓN DE PROYECTO DE INTERVENCIÓN

1 mensaje

Francisco Javier Guantecura Acuña <fguantecura@ematematica.ucsc.cl>

27 de abril de 2022,
12:24

Para: carlos.guajardo@gmail.com

Buenas tardes estimado [\[Redacted\]](#).
Esperando se encuentre bien.

Le hago envío de este correo a modo de solicitud para ejecutar un proyecto de intervención en el establecimiento que usted representa. Este proyecto de intervención tributa al grado de Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula por la Universidad Católica de la Santísima Concepción (UCSC). Consta de un trabajo en conjunto con el docente de matemática del establecimiento (en horas no lectivas) en donde se busca trabajar la habilidad de *Representación* en Matemática, mediante *softwares o programas*, en el contenido de *Probabilidad y Estadística* según el currículum actual chileno. Al docente se le aplicará un diagnóstico en base a lo mencionado, y posteriormente se ejecutarán medidas para dar solución a la problemática hallada. Cabe destacar que tanto el nombre del establecimiento, como el nombre del docente, **siempre se mantendrán en anonimato**, y solo se trabajará y registrará información en base a códigos. Finalmente, el proceso y horarios de trabajo serán coordinados con el docente a cargo de la asignatura de matemática.

En la bajada de este correo, encontrará un documento (PDF) con lo mencionado de manera formal con detalles, firmas, y sellos correspondientes a la Universidad.

Esperando su buena acogida al proyecto.

Se despide atentamente,



Francisco Javier Guantecura Acuña
Profesor de Educación Media en Matemática
Estudiante MAG. Didáctica Matemática en el Aula
Fono +569 86508225

Carta presentación Director.pdf
183K

Anexo 11 Transcripción de la clase 1

PROFESORA 1. Muy buenos días

ESTUDIANTE 1. Buenos días profe

PROFESORA 2. Hoy día como bien saben, vamos a comenzar un contenido nuevo. ¿Cierto? Este contenido se trata de la variable aleatoria finita. ¿Ya?

El objetivo de aprendizaje es el objetivo número 10, que es mostrar que comprenden la variables aleatorias finitas. Y como objetivo de clase hoy tenemos introducción a la variable aleatoria. ¿Ya? Dos minutitos para que anoten el objetivo.

¿Listo?

¿ya? Cambiamos entonces. Antes de comenzar de lleno con el contenido, vamos a partir con una pregunta, ¿alguien sabe, conoce o cree que es una variable aleatoria, o se le ocurre atreves del nombre? Variable aleatoria la han escuchado alguna vez.

ESTUDIANTE 2. Parece que si

PROFESORA 3. Alguien, ¿no?, ni con el nombre no se le asocia algo

ESTUDIANTE 3. Escoger un valor al azar

PROFESORA 4. Puede ser, muy bien.

ESTUDIANTE 4. Algo aleatorio

PROFESORA 5. Algo aleatoria de la mano del nombre. Sí. de hecho, el nombre de la variable aleatoria nos dice igual algo, como decía la “Karen” sería un valor al azar, ¿ya? Entonces el concepto de variable aleatoria, primero antes de continuar, la variable aleatoria se denota con una *uv* mayúscula punto una *a*, para reducir un poquito la frase variable aleatoria, ¿ya? La variable aleatoria es una función que se asocia a un valor numérico, esto tiene mucha relación con lo que ya nosotros habíamos visto. A cada posible resultado de nuestro experimento, se le asocia un valor numérico. Por ejemplo, nosotros vimos harto o mucho, lo de lanzar el dado. ¿Se acuerdan? Ya, entonces que valor número numérico le podríamos haber asociado al lanzamiento del dado, que valores numéricos le asociábamos.

ESTUDIANTE 5. *Silencio.

PROFESORA 6. A un dado normal, que valores numéricos le asociamos.

ESTUDIANTE 6. Entre uno al seis.

PROFESORA 7. Muy bien cierto. Porque si lanzamos un dado normal nos puede salir un valor de entre 1 a 6. Entonces nuestra variable aleatoria o nuestro valor asociado puede ser 1,2,3,4,5 o 6. Muy bien Exequiel.

Ya aquí vamos a hablar de ese mismo ejemplo, al lanzar un dado una vez, la variable aleatoria ahora va a ser x , la vamos a definir como x , o como y o cualquier otra letra, en este caso va a ser el resultado de lanzar este dado. Como decía Exequiel los valores que puede tomar x , ¿cuáles iban a ser los valores de x ?

ESTUDIANTE 7. Del 1 al 6

PROFESORA 8. Del 1 al 6, o todo los posibles resultados que podamos tomar. Ya damos un ratito para que escriban lo que está en la pizarra. ¿Se entiende, alguna duda o consulta?, ¿no?

ESTUDIANTE 8. No

PROFESORA 9. ¿Listo, cómo van?

ESTUDIANTE 9. Listo

PROFESORA 10. Seguimos. La variable se puede clasificar en dos variables, la primera y en la que más nos enfocaremos va a ser la variable aleatoria discreta, ya. Esta variable eeeh, discreta tiene por sí un número finito, ¿qué quiere decir un número finito?

ESTUDIANTE 10. Que tiene un fin.

PROFESORA 11. Que tiene un fin, ¿cierto? Puede ser como lo veíamos con el del dado, ¿cierto? Nuestro valor finito viene siendo, el uno, un valor exacto cierto, el dos, un valor exacto, el tres, un valor exacto y así sucesivamente, ¿ya? Entonces siempre que veamos un valor finito o un único valor, cierto, entonces estamos refiriendo a la variable discreta. Y también se clasifica en la variable continua, ¿ya? Que es otro tipo de variable, esta variable es continua si toma un valor infinito, ¿ya? Variable discreta un valor finito, esa es la diferencia, y variable continua un valor infinito. Por ejemplo, un número decimal, por ejemplo, dos coma... tres... cuatro... cinco y así, ¿ya? En cambio, la variable discreta es un único valor, uno exacto, dos exacto, y así. Y los infinitos serían con decimales, pertenecientes a un intervalo en \mathbb{R} . Por ejemplo, los resultados de tirar un dado, es una variable discreta porque vamos a tener solo un valor, y la altura de un alumno escogido al azar, va a ser una variable continua, porque nosotros no siempre medimos un metro justito, siempre son un metro y medio, un metro treinta y así, un metro setenta y así, va cambiando, es una variable infinita, ¿ya? ¿Se entiende la diferencia entre discreto y continuo?

ESTUDIANTE 11. Si

PROFESORA 12. Ya anoten eso mientras.

¿Listo?

ESTUDIANTE 12. Si

PROFESORA 13. Seguimos. Alguien me puede dar algún ejemplo de alguna variable aleatoria, ósea alguna variable discreta o continua. Fuera del dado, fuera de estatura, guéñense con esos mismos ejemplos. Piensen mientras. Un ejemplo de alguna variable discreta, ósea un valor finito. Y un ejemplo de una variable continua que sea un valor infinito. ¿No se les ocurre? Las edades, una variable como edades, ustedes mismos, sus edades, son continuas o discretas.

ESTUDIANTE 13. Continuas

PROFESORA 14. ¿Por qué?

ESTUDIANTE 14. Porque son eeeh. Diferentes

PROFESORA 15. Cierto

O además podemos contar también los meses, por ejemplo, yo tengo 25 años, pero con 2 meses, ¿ya? 25 años con dos meses una cosa así, ¿ya? A no ser que este justo hoy día de cumpleaños y tenga 25, ya no tendré meses ni días de desfase, ¿cierto? Algún otro ejemplo

Acá vamos a ver varios ejemplos. Para una variable aleatoria discreta tenemos, por ejemplo, el número de estudiantes de una clase, yo por ejemplo no tengo a un estudiante y medio, sino que tengo dos estudiantes, yo no tengo cinco estudiantes y medio, ¿ya? O coma algo, tengo cinco estudiantes completitos enteros, ¿ya? Otro ejemplo que está denotado con la letra y , son los números de niños de una familia, ¿ya? Una familia tiene

1 hijo o 2 hijos, 3 hijos y así, o no tiene ninguno, ¿cierto? No pueden tener un hijo y medio o dos hijos y medio, ¿cierto? Entonces ahí tenemos un ejemplo de una variable discreta. El número de los autos que entran a un autolavado, por hora, entonces ahí también po, no va entrar la mitad del auto a lavarse, va a entrar el auto completito, ¿cierto? Y a ver otro ejemplo para variable discreta, ósea continuas ahora, ahora tenemos los kilometrajes que recorrimos, como primer ejemplo, también está asociado como una variable continua, porque ya son como valores con muchos más números, no es un valor finito, sino que es un valor infinito. El tiempo que toma el celular en alcanzarse con otro aparato, también sería una variable continua, y el tiempo también invertido en la llamada también sería una variable continua, ¿ya?, porque ya hablamos más de dos minutos o a veces menos de un minuto, ¿cierto? ¿Se entiende hasta aquí la diferencia entre variables continuas y discretas?

ESTUDIANTE 15. Sí

PROFESORA 16. Estamos bien, ¿les doy un ratito para que anoten eso?

ESTUDIANTE 16. Sí

PROFESORA 17. Después de esto viene la parte donde tienen que calcular, tienen que conocer un poquito más de teoría para llegar a lo a lo más matemático.

Ya vamos a seguir con contenido. Quiero hacer una pregunta antes de continuar, ahora viene la función de probabilidad, ya. Relacionado a lo mismo de variable aleatoria, con el nombre de función de probabilidad, a alguien se le ocurre que puede ser una función de probabilidad. Nosotros anteriormente estuvimos viendo probabilidad condicionada, todo lo básico de probabilidad también, ¿cierto?, entonces podemos tener una pequeña idea a lo que se trata la función de probabilidad, ¿qué creen ustedes que puede ser?

ESTUDIANTE 17. *Silencio

PROFESORA 18. ¿No?, no se les ocurre, función de probabilidad, relacionada a la variable aleatoria, ¿no? A ver la Karen nos dice que puede ser la probabilidad de que ocurra algún número, muy bien. Su nombre lo dice, la función de probabilidad es la probabilidad de que ocurra el evento o que ocurra nuestra variable aleatoria. Entonces, ahora. Sea X una variable aleatoria discreta con posibles valores x_1 , que quiere decir esto, delante vimos el ejemplo de lanzar un dado que teníamos valores de 1 a 6, entonces x_1 va a ser mi primer valor de lanzar el dado, que sería el 1, cierto. El x_2 va a ser el segundo valor 2 y así vamos a tener todos los posibles valores, aquí esta explicado como matemáticamente. Se llama función de probabilidad o función de masa, al conjunto de probabilidades con las que y toma cada uno de sus valores. Es decir, así se define la función de probabilidad. La probabilidad de que ocurra X es igual a mi probabilidad, dándole valores para i , ¿ya? Entonces anoten esa formulita que nos va a servir muchísimo para esta función de probabilidad, y aquí calculamos las probabilidades simples como ya las vimos anteriormente.

Y si por ejemplo yo quiero lanzar un dado, ¿cuál va a ser la probabilidad de que yo al lanzar este dado, salga no sé, el número 3?, ¿cuál va a ser la probabilidad?

ESTUDIANTE 18.6

PROFESORA 19. ¿Seis? ¿van a salir seis números 3?

ESTUDIANTE 19. No, solamente 1

PROFESORA 20. Entonces, ¿cuál sería la probabilidad?

ESTUDIANTE 20.1 entre 6

PROFESORA 21.1 entre 6, muy bien. Ya, anoten eso para que pasemos al otro. ¿Y la probabilidad de que salga 5 al lanzar ese dado?

ESTUDIANTE 21.1 entre 6

PROFESORA 22.1 entre 6, muy bien. Porque solamente vamos a tener un solo 5 dentro de ese dado. Y si lanzo dos dados, cual es la probabilidad de obtener 5.

ESTUDIANTE 22.entre 12

PROFESORA 23.2 entre 12, muy bien. Super bien.

ESTUDIANTE 23.Listo

PROFESORA 24.Entonces ahora vamos a anotar el ejemplo, entonces ahora nuestra variable la tenemos definida, nuestra variable aleatoria discreta, cierto, va a ser el resultado de lanzar un dado. Por qué discreta, porque solo tiene un valor finito, entonces la función de probabilidad, esta acá abajito, mi x va a tomar valores entre 1, 2, 3, 4, 5 y 6 por que son los valores que tiene un dado normal. Entonces, la probabilidad de mi variable, cierto, que eran los resultados de lanzar un dado, si yo tengo, lanzo, tengo la probabilidad de obtener 1, 1 de 6, ¿cierto? De obtener el 2, 2, ósea 1 de 6, porque tenemos un único 2, de obtener un 3, uno de seis, de obtener un 4, 1 de 6 también, de obtener un 5, 1 de 6, y obtener un 6, uno de un total de 6. ¿Hasta ahí se entiende, cierto?

ESTUDIANTE 24.Si

PROFESORA 25.Super bien. Además, también veremos las propiedades, ¿alguien sabe que son las propiedades matemáticas?, ¿propiedades matemáticas? Ya. En simples palabras las propiedades matemáticas, como dice acá, es algo que, si o si siempre se debe cumplir, es como una regla matemática, ya. Entonces acá esta propiedad matemática, la primera nos dice que la probabilidad, o nuestra función de probabilidad, cierto, va entre menor o igual que 0, pero... ósea mayor o igual que 0, pero menor o igual que 1, ¿ya?, como nosotros vimos anteriormente, las probabilidad van desde 0 a 1 o de 0% al 100%, aquí se vuelve a repetir, súper importante esta propiedad. Otra propiedad que nos dice este simbolito de acá, que significaba, nosotros lo hemos visto.

ESTUDIANTE 25.La sumativa.

PROFESORA 26.La sumativa cierto o la sumatoria, entonces aquí nos dice que la sumatoria de nuestra función de probabilidad tiene que dar 1. ósea al yo sumar todas estas fracciones de acá, me tiene que dar como resultado final 1. Si por ejemplo me da 1.5, es porque alguna de estas probabilidades yo me equivoque. Entonces esa sería una forma también de corroborar si nuestro resultado está correcto, si en la suma de esta función de probabilidad no nos da 1, es porque hay un error en alguna probabilidad, ¿ya? También nos dice otra propiedad, que x , ósea nuestra variable aleatoria, en este caso los resultados de lanzar un dado tienen que ser que menor o igual a nuestra variable más pequeña o a nuestra probabilidad, y ahí esto va a ser igual a la sumatoria de nuestra probabilidad, o nuestra función de probabilidad. También acá tenemos otra fórmula o propiedad, que nos dice cuando la probabilidad de nuestra variable es mayor que x , esto lo podemos resolver como 1 menos la probabilidad, ¿ya? Y esto siempre siempre se debe cumplir. ¿Alguna duda o consulta? Solo ahora estamos viendo más lo que es contenido para que tengan la teoría. Ahí después lo vamos a ir lentamente a la parte de aplicación, si, ¿listo?

Entonces ahora ya vimos la función de probabilidad, que eran netamente la probabilidad de nuestra variable, ahora vamos a ver la función de distribución. ¿Qué será la función de distribución?

ESTUDIANTE 26. Ver como se distribuye.

PROFESORA 27. Muy bien por ahí va la idea. Ya Exequiel lea lo que está ahí, fuerte y claro, con el ejemplo y todo.

ESTUDIANTE 27. La función de distribución, acumulada, de una variable aleatoria X es la función de equis es igual a p equis menor o igual que equis. Está definida para todo x , ¿Cómo se llama eso?

PROFESORA 28. Perteneciente

ESTUDIANTE 28. Perteneciente R y no solo para valores de X . Por ejemplo, X es igual al resultado de lanzar un dado, la función de distribución es.

PROFESORA 29. Entonces, lo que quiere decir aquí, que la función de distribución acumulada se denota con esto de acá, con una F mayúscula esa sería la función de distribución va a ser igual a la probabilidad de nuestra variable. Recordar que el X grande era nuestra variable, menor o igual a nuestro datos encontrados, ¿ya? Entonces, a través de la función de probabilidad, encontramos la función de distribución. Que es más que nada o a simple vista, si se fijan, acá tengo la función de probabilidad, y como es una función de distribución lo que hacemos aquí, es, mi primer dato, lo mantengo, y al que, al primero le sumo el que sigue, por eso se llama acumulada, voy acumulando mis resultados, entonces ahora vamos a tener. Para obtener mi función acumulada, sería ir sumando nuestra probabilidad.

*La profesora copia el ejemplo del PowerPoint y comprueba en la pizarra

PROFESORA 30. Cierto, como nos quedaría la segunda, que debería mantener aquí, que tengo en común

ESTUDIANTE 29. El numerito de abajo

PROFESORA 31. Como se llama el numerito de abajo.

ESTUDIANTE 30. El denominador

PROFESORA 32. Muy bien, mantengo el denominador y que hago con los numeradores.

ESTUDIANTE 31. Se suman

PROFESORA 33. Se suman directamente y uno más uno, dos. Entonces que fracción queda resultante de acá.

ESTUDIANTE 32. Partido 6

PROFESORA 34. Dos sextos muy bien. Entonces mi primera la mantengo, para mi primera función de distribución, cierto. Y después la primera le sumo la que siga de mis probabilidades, entonces aquí ya tenemos la segunda, ¿y la tercera como la obtenemos esta de acá?

ESTUDIANTE 33. Sumándole el otro 1, ¿cierto?

PROFESORA 35. Sumándole la otra fracción, sumándole el otro un sexto. Y ahí hacemos lo mismo, comparten el mismo denominador, lo sigo manteniendo y hacemos la suma de arriba. ¿Dos más uno?

ESTUDIANTE 34. Tres

PROFESORA 36. ¿Se entiende esta parte?

ESTUDIANTE 35. Sí profe. Siempre se va sumando 1

PROFESORA 37. Siempre se va a ir sumando. Ya, entonces la probabilidad, función de probabilidad, quiere decir solamente la probabilidad de nuestra variable, ¿cierto? Función de distribución acumulada, nuestro resultado de probabilidad lo vamos sumando, pero ojo que el primero se mantiene, ¿ya? El primero lo mantengo y el primero le voy sumando el que sigue, y el resultado le voy sumando el que sigue de mi función de probabilidad, ¿ya? También vamos a ver, a están anotando. Un ratito para que terminen.

Ya ahora igual que con la función de probabilidad, con la función de distribución, también vamos a ver sus propiedades, ósea lo que, si o si se va a cumplir, ¿ya?

Esto quiere decir la primera, que, si mi función de distribución va de menor infinito, mi resultado va a ser negativo, automáticamente, ¿ya? Si mi función va de los, ósea de los infinitos positivos, entonces el resultado va a ser 1, ¿ya? Y acá me dice si mi variable x es menor o igual que mi variable y , entonces la función de distribución de x va a ser también menor o igual que la función de distribución de y . Ya aquí sería con dos variables distintas. También vamos a ver y también lo vamos a hacer más adelante, a través de la función de distribución también podemos hacer un gráfico, ¿ya? Para la variable discreta, ya. Porque son valores finitos, por eso vamos a poder hacer un gráfico. Entonces aquí cada escalón, si se fijan es como una escalerita, cada escalón representa un valor de nuestra variable, un valor finito de nuestra variable, y cada salto, que da, es la probabilidad que se obtiene de esa variable, por ejemplo, partimos con la variable de 0 a 1, pero da su salto de probabilidad, después la variable 2, pero también da su salto de probabilidad, y así sucesivamente, entonces, a través de la variable y la probabilidad, podemos obtener este gráfico, se entiende, ¿sí? ¿Alguna duda hasta ahora o consulta?, clarito clarito. Ya ahora sí que vamos a dejar hasta acá porque ya estamos en la hora para que toquen el cambio, ya y lo demás de la esperanza y todo lo demás, nos va a quedar para la próxima clase. ¿Alguna duda, consulta con respecto a la variable aleatoria?

Ya, recordar que la variable aleatoria se clasifican en dos variables, en la variables discretas ¿que tenían las variables discretas?

ESTUDIANTE 36. eem números finitos

PROFESORA 38. Números finitos muy bien ¿Y la variable continua?

ESTUDIANTE 37. Infinitos.

PROFESORA 39. Números Infinitos, vimos el ejemplo de lanzar un dado, que era de la variable discreta, el número de hijos de un grupo familiar también es una variable discreta porque es un valor finito, vimos que los kilometrajes de un auto, era una variable continua, porque tenía números decimales o pertenecientes a R , y también vimos las propiedades de cada cosa, ¿ya?, así que hasta aquí dejamos nuestra clase.

Anexo 12 Transcripción de la clase 2

- PROFESORA 1. Muye buenas tardes
- ESTUDIANTE 1. Buenas tardes, profesora
- PROFESORA 2. Ya chicos, vamos a comenzar la clase de hoy, nuestro objetivo de aprendizaje es el OA 10 y es mostrar que comprenden la variable aleatoria, ¿ya? Nuestro objetivo de aprendizaje de hoy será netamente introducimos a esta variable aleatoria, ¿ya?
- Vamos a partir con situaciones de la vida real, de hecho, la variable aleatoria se utiliza mucho en los juegos de azar, de hecho, la utilizan para descubrir algún desarrollo, algún, como “tips” que tenga ese juego para poder ganar, ¿ya? Se utiliza muchos en los juegos o en los casinos, por ejemplo, este juego que podemos ver acá es una ruleta o más conocido como el paño, ¿ya? En esta ruleta esta eeh, mediante el análisis de su variable aleatoria podemos encontrar el valor, y así nos introduciríamos a la variable aleatoria. Para esto también vamos a utilizar un material concreto que es el dado, vamos a partir con una pregunta igual, ¿qué es la variable aleatoria?, ¿alguien se acuerda que es la variable aleatoria?
- ESTUDIANTE 2. Eeehm un número aleatorio
- PROFESORA 3. Un número aleatorio, sí. ¿Qué sería una v.a? Nos dicen que es un número aleatorio. ¿Qué otra cosa puede ser una v.a?
- ESTUDIANTE 3. Un número al azar y uno no sepa qué número va a salir.
- PROFESORA 4. Muy bien, muy buenas las respuestas, entonces vamos a agrupar todo esto que me acaban de decir, y vamos a ver el concepto, la definición de variable aleatoria. Ya como bien ustedes dijeron una v.a es una función asociado a un valor, ósea a un número escogido al azar, como ustedes acaban de decir, ¿ya? Estudiaremos también, ¿se acuerdan qué era el experimento? Nosotros también lo vimos eso, ¿Qué era un experimento?, entonces en poca palabras nuestra variable aleatoria, es un valor, un número como ustedes dijeron, asociado a un experimento, ¿qué era un experimento?, ¿qué era un experimento?
- ESTUDIANTE 4. Ehhm
- PROFESORA 5. ¿Qué puede ser un experimento?, ¿el nombre no les dice nada?
- ESTUDIANTE 5. Era como una prueba que hacíamos, como usted lo dijo, como con el juego, tirar el este (dado) y ver que número salía, dependiendo de cuantos números había en la ruleta.
- PROFESORA 6. Entonces podríamos decir que es un procedimiento. Entonces, el experimento es un procedimiento que realiza con el propósito de obtener alguna observación, en este caso, como decía el Boris, el procedimiento de la ruleta, el experimento vendría siendo el procedimiento que utilizamos para encontrar alguna información, o cuando hacemos el lanzamiento de un dado. Nuestro experimento sería lanzar el dado, que sería el procedimiento que hacemos para obtener un resultado. ¿Y qué sería el espacio muestral? Otro concepto.
- ESTUDIANTE 6. Los posibles resultados
- PROFESORA 7. Todos los posibles resultados, muy bien. ¿Y de quien serian esos resultados?, ¿a base de qué?
- ESTUDIANTE 7. Del experimento

- PROFESORA 8. A base del experimento, muy bien. Entonces tenemos un experimento, que es el procedimiento que utilizamos, y el espacio muestral serían todos los posibles valores o resultados de un experimento, recordad que el espacio muestral se denota con esta herradura.
Me avisan cuando pueda pasar (PPT).
- PROFESORA 9. Ahora si vamos a utilizar el material concreto, que serían nuestros daditos. Vamos a ver un ejemplo primero, ¿ya? Se realiza un experimento de lanzar un dado y anotar el resultado, ese sería nuestro experimento, ¿pero sería nuestra variable aleatoria?
- ESTUDIANTE 8. No
- PROFESORA 10. ¿Por qué no? Nosotros dijimos que la variable aleatoria era un valor, ósea un valor un número, acá ¿nos entregan algún número?
- ESTUDIANTE 9. No.
- PROFESORA 11. Entonces no, solo tenemos el experimento. Entonces yo ahora también definí la variable aleatoria, siempre la v.a es en relación a nuestro experimento, si mi experimento es lanzar un dado y obtener un resultado, entonces yo puedo decir que mi variable aleatoria X, siempre se denota con una letra mayúscula, o puede ser una Y mayúscula una A mayúscula, cualquier letra, pero generalmente se ocupa la X. Entonces, mi variable va a ser, obtener un número primo, de ese lanzamiento del dado, ¿ya? Que otra variable aleatoria podría obtener, con ese mismo experimento, relacionado a ese experimento, porque pueden haber muchas, yo hice una sola
- ESTUDIANTE 10. Obtener un número par
- PROFESORA 12. Obtener un número par. ¿Qué otro experimento puede ser?
- ESTUDIANTE 11. Obtener el número 5.
- PROFESORA 13. Obtener el número 5, obtener un número mayor que 5, ¿cierto? Muy bien. Entonces, si ya dijimos que nuestro experimento es lanzar el dado y anotar el resultado, la variable aleatoria sería obtener un número primo, ¿y cuál es el espacio muestral entonces?
- ESTUDIANTE 12. Del uno al 6.
- PROFESORA 14. Del uno al 6, muy bien. Y que valores puede tomar X.
- ESTUDIANTE 13. El 3, el 5 y el 1.
- PROFESORA 15. Ya entonces, se denota, eso lo acabamos de mencionar, se denota con letra mayúscula. Ahí ustedes ponen la respuesta del espacio muestral. Recordar que el espacio muestral eran todos los posibles resultados, y como es un dado normal, todos son sus posibles resultados, como decía Exequiel, van a ser del 1 al 6, ¿ya? Y los valores de x, van a ser solamente los números primos, que son esos los que nos interesa de la variable aleatoria. Ya, cambio, ¿no?
- ESTUDIANTE 14. Tranquila profe, aun no.
- PROFESORA 16. También vamos a introducir otra parte del contenido, que es la distribución de probabilidad, que es mas que nada lo que habíamos visto antes de la probabilidad, el cálculo netamente. Entonces, en el primer conjunto que tengo acá, solamente tengo los posibles resultados, que serían del 1 al 6, ¿ya? Ahora, cuales serían los números primeros que mencionaron denante.
- ESTUDIANTE 15. El 3 el 5 y el 1.

- PROFESORA 17. El 1, el 3 y el 5. Entonces cual seria, su distribución de probabilidad, como lo vimos anteriormente, serían los casos posibles partido los casos, ¿cuáles?
- ESTUDIANTE 16. Eeeh
- PROFESORA 18. Casos to... ¿cómo calculábamos una probabilidad normal?
- ESTUDIANTE 17. Aaaah
- PROFESORA 19. Por ahí va. Utilizábamos como una formulita, ¿qué usábamos ahí?, ¿no se acuerdan?
- ESTUDIANTE 18. Hmmm
- PROFESORA 20. Lo hicimos mucho.
- ESTUDIANTE 19. Donde se divide...
- PROFESORA 21. ¿Qué va arriba?
- ESTUDIANTE 20. Arriba van los posibles casos, y abajo los casos favorables.
- ESTUDIANTE 21. No... aaah viste.
- PROFESORA 22. Favorables sobre totales, casi, estaba por ahí. Entonces, en relación a eso mismo vamos a construir la distribución de probabilidad, ¿ya? Que es utilizando la regla de Laplace, como decía el Exequiel, caso posibles partido casos totales. Muy bien. Entonces, si yo quiero saber la distribución de probabilidad, cuantos casos acá tengo de los que me interesa primero, ¿cuántos número primos tengo?
- ESTUDIANTE 22. 3
- PROFESORA 23. ¿De un total de cuantos?
- ESTUDIANTE 23. De 6
- PROFESORA 24. ¿Entonces como quedaría la distribución de probabilidad?
- ESTUDIANTE 24. 3 de 6
- PROFESORA 25. De 6, esos serian para los números primos, y para los que no son primos, ¿cuál sería su distribución de probabilidad? ¿Cuántos tengo que no son primos?
- ESTUDIANTE 25. 3
- PROFESORA 26. ¿De cuantos?
- ESTUDIANTE 26. De 6
- PROFESORA 27. De 6, fácil. Y listo. 3 de 6 por que son 3 números primos de un total de 6, y 3 de 6 también porque son 3 que no son números primos de un total también de 6. Ya, pero ahora, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número primo?, como podemos obtener la probabilidad netamente.
- ESTUDIANTE 27. Dividiendo
- PROFESORA 28. Muy bien, y si dividimos 3 entre 6, ¿cuánto nos daría?
- ESTUDIANTE 28. 0.5
- PROFESORA 29. ¿Entonces podemos esto?
- ESTUDIANTE 29. La probabilidad de obtener un número primo, es del 50%
- PROFESORA 30. Muy bien. ¿Qué significa todo lo obtenido y todo lo calculado?, las probabilidades de cada caso. ¿Se entiendo?
- ESTUDIANTE 30. Sí
- PROFESORA 31. Nos sirvió ver antes probabilidad condicionada.
- PROFESORA 32. Ya los que ya terminaron, deben utilizar el mismo experimento de recién, y ustedes definir su propia variable aleatoria. No sé, la probabilidad de sacar un número par, hay muchos tipos de variables aleatorias, no les voy a decir más, sino me las van a copiar.

Entonces definir una variable aleatoria y calcular su probabilidad o su distribución de probabilidad. Lo mismo que hicimos recién.

ESTUDIANTE 31. Aaaah

PROFESORA 33. ¿Ya?

ESTUDIANTE 32. ¿Ahora ya?

PROFESORA 34. Ahora ya. Decimas. Si es cortito, rapidito. Pueden usar el mismo ejemplo anterior. Crear uno nuevo. Me avisan cuando vayan terminando, que vamos a jugar con los dados ahora.

PROFESORA 35. La idea es que cada uno haga uno distinta, para que no hagan la misma variable.

ESTUDIANTE 33. Listo

PROFESORA 36. Listo, voy a ir a ver. Bien. La probabilidad de obtener un número mayor que 1 es del 83%.

Faltaron tus decimas Exequiel.

Si tienen dudas me pueden llamar.

¿Quién más termino?

ESTUDIANTE 34. El Boris.

PROFESORA 37. ¿Se entendido?, ¿alguna duda?

ESTUDIANTE 35. Todo claro por mi parte.

PROFESORA 38. Ya vamos a hacer una competencia por una décima.

ESTUDIANTE 36. ¿Otra más?

PROFESORA 39. Otra más. Ya, rapidito entre los que hemos terminado, vamos a hacer una competencia de dado. Los vamos a tirar al suelo para no tener problemas. La dinámica de esta actividad es lanzar los dados, y el que obtenga la mayor suma entre los dos, se gana la décima.

*La profesora realiza una dinámica de competencia, dos a dos, en donde los estudiantes deben lanzar dos dados y sumar sus caras. El estudiante que obtiene el número mayor gana y pasa a la siguiente ronda a competir con otro compañero. Esto con el fin de concientizar a los estudiantes respecto de esta variable aleatoria que será trabajada en la próxima clase.

*Finalizando la actividad, la profesora revisa nuevamente las tareas de los estudiantes y entrega las respectivas décimas.

Anexo 13 Transcripción de la clase 3

- PROFESORA 1. Muy buenas tardes.
- ESTUDIANTE 1. Buenas tardes
- PROFESORA 2. Vamos a comenzar nuestra clase. Seguimos con el objetivo de aprendizaje número 10, que es comprender la variable aleatoria, en nuestro caso con la variable discreta, ¿ya? El objetivo de clase del día de hoy es, conocer la probabilidad experimental y teórica. Aquí me voy a detener un poquitito, ¿qué será la probabilidad experimental?, ¿se le asociará algo el nombre?
- ESTUDIANTE 2. ¿Al experimentar un evento?
- PROFESORA 3. ¿Qué puede ser probabilidad experimental? La palabra experimental, ¿les hará algo de ruido?
- ESTUDIANTE 3. Como comprobar, algo que puede ser así.
- PROFESORA 4. Puede ser así. ¿Alguna otra cosa? Boris dice que es como probar, Leo dice algo que puede ser. ¿Qué más puede ser?
- ESTUDIANTE 4. Experimentar una probabilidad
- PROFESORA 5. Experimentar una probabilidad, como el nombre lo dice, ¿cierto? La probabilidad experimental, es cuando experimentamos un suceso. Nos sabemos realmente si es así, pero tratamos de experimentar, de jugar e ir probando. ¿Y que sería la probabilidad teórica?
- ESTUDIANTE 5. La teoría de esa probabilidad.
- PROFESORA 6. Sí, por ahí va. Es algo en donde hacemos el cálculo analítico, ¿ya? Lo vamos a ir viendo de a poquito a medida que vayamos avanzando la clase.
¿Entonces todo andan con su material concreto, el dado?
- ESTUDIANTE 6. Sí
- PROFESORA 7. Anoten el objetivo, les daré un ratito. Lo ideal es que utilicemos ahora el dado.
- PROFESORA 8. Un ratito para que escriban el objetivo de la clase.
- PROFESORA 9. ¿Listo?
- ESTUDIANTE 7. Sí
- PROFESORA 10. Entonces ahora vamos a utilizar el material concreto que son nuestros 2 daditos, ¿ya? E instrucciones, en parejas vamos a realizar una competencia con los dados antes de partir, ¿ya? Lanzamos los dados 4 veces, por ejemplo, con el Boris. Tus dados Boris, con el Leo.
- PROFESORA 11. Lanzar ambos dados 4 veces y anotar los posibles resultados de la suma. Ya, el primer lanzamiento del Leo cuanto le salió
- ESTUDIANTE 8. 3 más 2 igual a 5
- PROFESORA 12. Mas 2 igual a 5, entonces su primer lanzamiento el resultado de la suma es 5. Y Ahí ustedes van completando. Yo voy a completar los del Leo. Lo ideal es que ustedes completen la suya. Con esto estaríamos trabajando la probabilidad experimental.
- PROFESORA 13. Ya en el segundo lanzamiento Leo, cuanto te dio.
- ESTUDIANTE 9. 5 más 1 igual a 6
- PROFESORA 14. 5 más 1, 6.
- ESTUDIANTE 10. Después me dio, 4 más 1 que es igual a 5

- ESTUDIANTE 11. Y después 2 más 1
- PROFESORA 15. Ya ahí van completando sus resultados. Lo idea es que copien la tablita y la vayan completando según sus resultados. Yo anote los resultados del Leo.
- PROFESORA 16. Si a alguien le faltó un dado, acá yo tengo.
- PROFESORA 17. Miren el Boris encontró dados online, dos, y los fue lanzamiento en el mismo celular. Super buena estrategia y ahí va sacando altiro la suma.
*la profesora revisa y corrige el trabajo de los estudiantes.
- PROFESORA 18. ¿Listo?
- PROFESORA 19. ¿Cómo vamos con los lanzamientos?
- ESTUDIANTE 12. Bien
- PROFESORA 20. ¿Todos tienen los lanzamientos listos?
- ESTUDIANTE 13. Sí
- PROFESORA 21. Vamos a hacer ahora la probabilidad. Entonces, vamos a utilizar el mismo ejemplo del Leo. Nosotros vimos en clases anteriores que, para calcular la probabilidad o la distribución de probabilidad, teníamos que ver los casos favorables con los casos totales. Entonces, aquí yo voy a completar la tablita para el Leo. Entonces, el primer, la probabilidad teórica, cuantos 5 le salieron al Leo.
- ESTUDIANTE 14. 2
- PROFESORA 22. Entonces su probabilidad va a ser 2. ¿De cuántos lanzamientos fueron?
- ESTUDIANTE 15. 4
- PROFESORA 23. 4, con el 6, ¿cuántos 6 le salieron?
- ESTUDIANTE 16. 1
- PROFESORA 24. ¿1 de cuántos?
- ESTUDIANTE 17. De, 4
- PROFESORA 25. De 4 lanzamiento. ¿El 5 lo vuelvo a poner?, no porque ya lo hice con el primer 5, ¿ya? Se hace una vez, porque ya sabemos que el 5 salió 2 veces de 4. Y con el 3, ¿cuántas veces salió el 3?
- ESTUDIANTE 18. 1
- PROFESORA 26. 1 de 4, y listo.
- PROFESORA 27. Podríamos ir haciendo más lanzamiento, de hecho, puede que el 5 vuelva a salir más veces o un números más grandes, ¿cuál es la suma más alta que nos puede dar?
- ESTUDIANTE 19. 12
- PROFESORA 28. 12 cierto, porque el mayor número es 12. Muy bien. ¿Todos hicieron el cálculo de su distribución de probabilidad?, ¿sí?
- ESTUDIANTE 20. Sí
- PROFESORA 29. Nosotros también vimos que la probabilidad tenía un rango de valor, ¿cuál era ese rango de valor?
- ESTUDIANTE 21. 12
- PROFESORA 30. No, no, no. La probabilidad.
- ESTUDIANTE 22. 1 al 6
- PROFESORA 31. No, la probabilidad. No estoy hablando del dado, del contenido de probabilidad, entre que valores se movía. Teníamos unos que eran valores pequeñitos y otros que eran porcentajes. Por ahí el Exequiel se la sabe, ¿cuánto es Exequiel?

- ESTUDIANTE 23. Entre 0 y 1
- PROFESORA 33. Entre 0 y 1, entre 0 y el 100%. Muy bien Exequiel. Entonces como me dicen que la probabilidad siempre siempre tiene que ir entre 0 y 1. Sumen sus probabilidades, y ¿cuánto les da? Veamos, veamos si nuestras probabilidades están correctas. Sumen sus probabilidades.
- PROFESORA 34. ¿Cuánto les darían las probabilidades?, suma de fracciones. ¿Tienen igual o distinto denominador?
- ESTUDIANTE 24. Iguales
- PROFESORA 35. Conservamos el denominador entonces, ¿y qué hacemos con los numeradores?
- ESTUDIANTE 25. Se suman
- PROFESORA 36. Se suman directamente, muy bien.
- ESTUDIANTE 26. Sería 4 de 4
- PROFESORA 37. ¿Y 4 de 4 cuánto es?, ¿4 por cuanto me da 4?
- ESTUDIANTE 27. 1
- PROFESORA 38. Entonces cual sería el cálculo de probabilidad, ¿estará bien nuestra probabilidad?
- ESTUDIANTE 28. Sí porque está dentro del 0 y el 1
- PROFESORA 39. Muy bien. Sí porque está dentro del 0 y el 1.
- PROFESORA 40. Ya, al Boris le dio 1, a la Oriette ¿cuánto le dio?
- ESTUDIANTE 29. También le dio 1.
- PROFESORA 41. A la Montse también le dio 1. ¿Y al Leo cuanto le dio en la suma?
- ESTUDIANTE 30. 2
- PROFESORA 42. Ahí te quedaría 4 de 4, y 4 de 4 ¿Cuánto es?
- ESTUDIANTE 31. Eehm 0
- PROFESORA 43. ¿4 por cuanto me da 4?
- ESTUDIANTE 32. 4 por 1
- PROFESORA 44. ¿Y al Rodolfo cuanto le dio?
- *la profesora corrige a Rodolfo
- PROFESORA 45. ¿Listo?, ya. Entonces si yo sumo mi probabilidad, a mí también me da 1. O al Leo también le da 1. Entonces a todos nos dio 1, ¿cierto?
- ESTUDIANTE 33. Sí
- PROFESORA 46. Entonces si en la suma de la distribución de probabilidad, nos da 1, podemos decir que nuestro resultado está correcto. Y cuidado con esto, Qué pasa si yo aquí me hubiera equivocado, y hubiera dicho que, hubiera agregado al 5, hubiera cambiado ¿no cierto?, la suma no me hubiera dado 1, me hubiera mucho más, ¿ya? Así que eso, hay que tener cuidado sobre todo cuando los números se repiten, mucho ojo ahí. Entonces esa pregunta ya la respondimos, que valor nos da la suma de la distribución.
- PROFESORA 47. Entonces, la probabilidad experimental es eso, cuando nosotros mismos lanzamos el dado, apuntamos nuestros resultados y vamos haciendo el cálculo de la distribución. ¿y si ahora me pregunto, ¿cuál es la probabilidad de obtener 5? Al lanzar los dados. Porque ahí tenemos la función, ósea la distribución de probabilidad, pero no veo la probabilidad netamente.
- ESTUDIANTE 34. ¿Obtener un 5 al sumar los 2 dados?

- PROFESORA 48. Sí, con el mismo estudio, el mismo experimento. ¿Cuál sería la probabilidad? Por ejemplo, la del Leo, ¿cuál sería la probabilidad del Leo de obtener un 5 en sus lanzamientos?
- ESTUDIANTE 35. Eeeh 2 de 4
- PROFESORA 49. de 4, pero la probabilidad como valor
- ESTUDIANTE 36. 50%
- PROFESORA 50. El 50% y como llegaron a ese valor. Haciendo la división cierto, 2 dividió 4 es lo mismo que decir, ¿cuánto?
- ESTUDIANTE 37. Hmmm
- PROFESORA 51. Si les dio 50%, ¿cuánto será 2 dividió 4?
- ESTUDIANTE 38. 0.5
- PROFESORA 52. 0.5 y eso lo multiplicamos por 100 y ahí nos dio el 50%, muy bien. Entonces la probabilidad de que nos de 5, es del 50%, pero eso sería nuestra probabilidad experimental, pero en la teórica, ¿será cierto? Porque este es el experimento que nosotros hicimos. Pero será cierto que, en lo teórico, lanzo muchas veces el dado, ¿será cierto que el 50%?
- ESTUDIANTE 39. No
- PROFESORA 53. ¿Por qué no?
- ESTUDIANTE 40. Porque aumentaría la posibilidad de números que den.
- PROFESORA 54. Muy bien, a eso quería llegar. Entonces ahora, vamos a lanzar, vamos a hacer esta suma de los dados, todos juntitos van a tratar de realizarlo ustedes, que pasa. Voy a explicarlo primero, y de ahí les voy a dar un tiempito para que lo hagan solitos. Entonces, la probabilidad teórica, que pasaría si yo realizo el primer lanzamiento, lo ideal es que lo vayan llenando acá, lo voy a hacer acá en la pizarra para que se entienda. Tengo mi primer dado que está en la parte superior, y ese dado lo lanzo una vez, y me salió 1, ¿ya? Y lanzo mi segundo dado que también me salió 1, ¿cuánto será la suma?
- ESTUDIANTE 41. 2
- PROFESORA 55. 2, lo mismo con el 2, tienen que tratar de llenar toda la tablita. Entonces ahora, si yo lanzo el dado, pero ahora me sale 2, en mi primer dado, pero en mi segundo dado me sale 1, ¿cuánto sería la suma?
- ESTUDIANTE 42. 3
- PROFESORA 56. 3, y así lo van completando. Lo mismo hacia al lado, y lo mismo hacia abajo, hasta llegar al 6. Aquí les va a quedar todo esto completo. Va a quedar como un cuadradito lleno de puros números. Aquí vamos a hacer la probabilidad teórica, que pasa en la teoría, si será cierto nuestro experimento.
- ESTUDIANTE 43. ¿Profe, y los resultados como los acomodo en la tabla?
- PROFESORA 57. Acá me están diciendo que en mi dado 1 salió 1, y en mi dado 2 salió 1 también, ¿cuánto será la suma?
- ESTUDIANTE 44. Aaaah y lo mismo que si me sale 2 y 2.
- PROFESORA 58. Sí, y ahí vas completando todos los espacios.
- *La profesora revisa y corrige el trabajo de los estudiantes.
- PROFESORA 59. ¿Leo listo?, ¿Cuál sería el espacio muestral?, Leo, de ese experimento

- ESTUDIANTE 45. Del 2 al 12.
PROFESORA 60. Anótelo.
PROFESORA 61. Después que tengan los resultados de todas las sumas, definan el espacio muestral, recuerden que su espacio muestral era una herradura con los corchetes, lo van definiendo. Recuerden que el espacio muestral son todos los posibles resultados de nuestro experimento, en este caso el experimento es el lanzamiento de los dos dados.
- *La profesora revisa el trabajo de los estudiantes.
- PROFESORA 62. Ya entonces que resultados les dieron. Muchos resultados, ¿cierto? Pero que conforma nuestro espacio muestral. ¿Cuáles números lo conforman?
- ESTUDIANTE 46. Del 2 al 12
PROFESORA 63. Porque de 2 al 12
ESTUDIANTE 47. Porque no hay ningún 1.
ESTUDIANTE 48. Porque son las sumas
PROFESORA 64. Porque son los resultados de las sumas que nos dieron de lanzar los dados, ¿cierto?
PROFESORA 65. Nosotros vimos que, en frente, obtener un 5, nos daba el 50%, ¿cierto? En la probabilidad experimental. Pero ahora en la probabilidad teórica veamos pu. ¿Cuál es la probabilidad?, ¿cuál sería la probabilidad, de que mi x, o de que yo sacara un 5? ahora en lo que hicimos recién. Veamos, ¿cuántos resultados tuvimos en total?, partamos por ahí.
- ESTUDIANTE 49. ¿Todos estos?
PROFESORA 66. Todos esos, cuéntelos.
ESTUDIANTE 50. Son 11 resultados
PROFESORA 67. ¿11?
ESTUDIANTE 51. Porque se repiten, pero son 11. 11 resultados.
PROFESORA 68. Nosotros vimos el principio multiplicativo, que era para ver cuántos combinaciones o posibles combinaciones íbamos a tener, y lo único que teníamos que multiplicar eran los posibles resultados de cada uno, ¿ya?
- ESTUDIANTE 52. 6 por 6, son 36 resultados.
PROFESORA 69. Muy bien. ¿Entonces cuantos resultados tendremos?
ESTUDIANTE 53. 36
PROFESORA 70. 36, porque estamos lanzando 2 dados, ¿y cuantas caras tiene cara dado?
ESTUDIANTE 54. 6
PROFESORA 71. 6, ¿cierto? El primer dado tiene 6 y el segundo dado también tiene 6, por principio multiplicativo, multiplicamos 6 por 6, 36. Entonces, voy a tener 36 posibilidades, ¿ya? Entonces, ahora ustedes vean su tablita. ¿Cuántas opciones tuvimos de 5?
- *Los estudiantes analizan la pregunta
- PROFESORA 72. Solo los 5.
PROFESORA 73. Sin contar los dados, solo los resultados.
ESTUDIANTE 55. 4
PROFESORA 74. Al Leo cuanto le dio, ¿cuántas veces 5?
ESTUDIANTE 56. 4
PROFESORA 75. Y a la Oriette



- ESTUDIANTE 57. 4
- PROFESORA 76. Entonces veamos.
- ESTUDIANTE 58. La que más se repite es el 7
- PROFESORA 77. El 7, entonces que será eso, ¿será una probabilidad alta o baja?
- ESTUDIANTE 59. Alta
- PROFESORA 78. Alta, muy bien Leo. Entonces, pero queremos probar con el 5, por esa es la experimental y la teórica. Entonces, ¿cuánto es la probabilidad de 4 partido 36?, ¿cuánto nos dará 4 dividido 36? Entonces nos da 0.11, ¿cuánto sería en porcentaje?
- ESTUDIANTE 60. 11%
- PROFESORA 79. 11% y ¿cuánto nos había dado en la otra la experimental?
- ESTUDIANTE 61. A mí me había dado 50%
- PROFESORA 80. 50%, la teórica nos dio 11% y la experimental 50%. Entonces, ¿se acerca? Para nada cierto.
- PROFESORA 81. ¿Por qué será la diferencia?, ¿por qué cambiará que una sea más alta y otra más baja?
- ESTUDIANTE 62. Porque hay mayores resultados de las primeras 5.
- PROFESORA 82. Muy bien, porque hay mayores resultados, mayores lanzamientos, lanzamos el dado más veces, ósea mientras más lanzamos el dado, más nos acercaremos a la probabilidad, ¿ya? Super bien.
- PROFESORA 83. ¿Se entiende?
- ESTUDIANTE 63. Sí
- PROFESORA 84. ¿Sí? Ya ahora vamos a hacer una actividad práctica. Pero nos quedan 5 minutitos, yo voy a alcanzar a ponerles el timbre mientras, ¿ya? Super bien, trabajaron super bien.

Anexo 14 Transcripción de la entrevista semiestructurada de salida

- ENTREVISTADOR 1 Buenas tardes, profesora. Como proceso ya de finalización de lo que es la intervención y en donde vamos a estar recopilando datos en una fase ya final, vamos a realizar esta pequeña entrevista semiestructurada, que consta de 3 categorías, que tienen que ver con el contenido disciplinar de variable aleatoria, que eso fue lo que estuvimos trabajando en general, lo que era la habilidad de representación y lo que eran las habilidades digitales. Esa va a ser una primera fase, y después ya para cerrar, vamos a trabajar, se van a formular preguntas sobre cómo se vivió el proceso y la, como sientes que se recibió aquello, y si es que dio frutos o no, de eso se trata esto.
- ENTREVISTADOR 2 Entonces vayamos en orden, eeh. Lo primero es con la parte de las habilidades digitales y me gustaría preguntar, ¿qué es lo que entiende por aquellas habilidades?, cuando ahora conversamos de habilidades digitales. Le dejo el micrófono.
- PROFESORA 1. Ya, lo que entiendo por habilidades digitales, es el saber usar utilizar una herramienta tecnológica. Ya sea no sé, el GeoGebra el Excel, y no solo también saberlo utilizar, sino que con algún contenido en particular. Saber utilizarlo, pero también para... que sea como una herramienta complementaria para algún contenido.
- ENTREVISTADOR 3 Aaah, perfecto. Como utilizarla como un media cuando uno desarrolla la clase
- PROFESORA 2. Sí
- ENTREVISTADOR 4 Perfecto. Eeehm. Bueno acá, como lo habíamos conversado en el currículum se describen un par de habilidades digitales, eeehm. No sé si tiene conocimiento de alguna de esas habilidades que se describen ahí en currículum.
- PROFESORA 3. Eeehm. Buscar información,
- ENTREVISTADOR 5 Ya, sí. Esa es una.
- PROFESORA 4. También saber cómo almacenar la información, no solo eeh, el buscarla y ya encontré algo. No, sino que saber buscar que me interesa, como resumir la información.
- ENTREVISTADOR 6 Aaah ya ya. Perfecto.
- PROFESORA 5. Comunicar, también saber comunicar la información obtenida. Y también crear alguna herramienta o... sí crear alguna herramienta o... a ver
- ENTREVISTADOR 7 Crear una herramienta, ¿cómo crear un insumo, para que el estudiante lo pueda utilizar?, ¿a eso se refiere?
- PROFESORA 6. Sí, como un... como un contenido digital o... un nuevo contenido a través de las herramientas tecnológicas.
- ENTREVISTADOR 8 Aaah ya perfecto. Claro, tiene toda la razón, porque en realidad, no... no sirve mucho... ósea hay que tener fases y estas habilidades tienen sus fases, ósea nosotros podemos buscar información, no cierto, pero no sirve de nada si es que nosotros no somos capaces después de hacer algo con esa información, trabajarla y que el estudiante la pueda desarrollar.
- ENTREVISTADOR 9 Perfecto. Eeehm, bueno en ese sentido, eeh, si nos tuviésemos que tomar de alguno de estos campos de las habilidades digitales, eeehm, ¿cómo podría, por ejemplo, desarrollar alguna habilidad? Si, por ejemplo, nos situaciones en él, en que el

estudiante eeeh tenga trabajar en alguna de estas habilidades, podría ser cualquiera de las que, de las que acaba de mencionar, ¿Qué podría hacer el estudiante, para promover esa habilidad? Porque una cosa tiene que ver con que, que es lo que significa la habilidad, eeh y lo otro tiene que ver con como el estudiante puede realizar algo, para poder promover esa habilidad. Eso por una parte y bueno y lo otro, pero esto en realidad va a ser formulado más adelante, tiene que ver con como uno va relacionando estas habilidades ya con el contenido. Entonces si realizamos una especie de diagrama podríamos decir que, en un globito no cierto, están las habilidades, pero en el otro globito está el contenido. Entonces, nosotros entre medio por así decirlo, tendríamos que gestionar alguna actividad o algo, para poder relacionar lo que es la habilidad con el contenido y que el estudiante pueda promover esa habilidad, ¿no se si me hago entender?

PROFESORA 7. Sí. Eeehm bueno yo lo haría a través eeh de no sé, de encuestas que puedan realizar los estudiantes o buscar información a través de Google de alguna página de estadística.

ENTREVISTADOR 10. Claro, no cierto, aprovechando en este caso el insumo de internet que es como una fuente inagotable de recursos. Excelente.

ENTREVISTADOR 11. Ya y si por ejemplo el estudiante, okay. Supongamos recobra información o recaba información de una página. ¿Qué podría hacer con esa información, por ejemplo?

PROFESORA 8. Organizarla. Por ejemplo, si estamos en el contenido de variable aleatoria, podría el organizar sus datos a través de tablas, distintas representaciones, eeehm y así también utilizar herramientas como Excel, GeoGebra, y también igual estaríamos trabajando las habilidades digitales.

ENTREVISTADOR 12. Excelente, ósea tomamos la información de un lado y la podemos trasladar a otro y podemos ir haciendo distintos tipos de representaciones con el contenido que se está trabajando.

PROFESORA 9. Sí

ENTREVISTADOR 13. Perfecto, okay. Esas tres preguntas eran relacionadas con lo que tenía que ver eeehm con las habilidades digitales, no cierto. Estas habilidades que son de ahora del siglo 21. Y que lo idea es trabajarlas con los estudiantes, quizás hay veces en donde nos puede complicar el currículum, yo creo que eso es una problemática que siempre está dando vuelta, por que como profes tenemos que pasar determinados contenidos y de repente uno quiere hacerlo de una manera un poco diferente, pero se encuentra con la traba de que en cierto tiempo hay que pasar cierta cantidad de contenido, y ahí quizás pueden haber problemas. Peor bueno. Al menos currículum chileno nos dice que esto es bueno y que hay que trabajarlo.

ENTREVISTADOR 14. Eeehm, ahora bien, eeehm si seguimos avanzando, de hecho, me lo habías mencionado recién, el trabajo con las diferentes representaciones. Entonces en base a eso viene la siguiente pregunta. Eeh ¿Qué entiende por una representación, y como se asocia la representación con la matemática? Son dos preguntas en una.

PROFESORA 10. Ya. La representación la asocio como la creación con... no concreta pero que nos da como una idea o imagen de lo que estamos trabajando.

- ENTREVISTADOR 15 Ya... okay. ¿y por qué menciona como no concreto, a que se refiere con eso? O ¿no necesariamente concreto?
- PROFESORA 11. No necesariamente concreto, porque la podemos hacer en una hojita, en un papel, con papel y lápiz.
- ENTREVISTADOR 16 Aaaaah okay.
- PROFESORA 12. No necesariamente algo que tengamos físico.
- ENTREVISTADOR 17 O sea, podemos tener como algo concreto, por ejemplo, eeehm, ¿qué podría ser concreto?, si me da un ejemplo.
- PROFESORA 13. Un dado.
- ENTREVISTADOR 18 Ah, perfecto, eso sería algo concreto. Ya, okay. Yyyy ¿cómo se relaciona esto de las representaciones con lo que es la matemática?, ¿qué nexos podríamos hacer ahí? Porque de hecho esto esta es unaaa habilidad que se presenta en el currículum. Esta ahí dando vuelta.
- PROFESORA 14. Eeeh a ver.
- ENTREVISTADOR 19 ¿Cómo se podría asociar con la matemática estas representaciones?
- PROFESORA 15. Eeeh ya que nos sirve como para eeehm, para la información tenerla como más ordenada o concisa, a eso creo yo que sirve la representación en la matemática, nos permite llevar un poquito más de orden en alguna información de algún contenido.
- ENTREVISTADOR 20 Okay, pero ese orden es para el docente o ese orden es más para el estudiante.
- PROFESORA 16. Eeehm ambos.
- ENTREVISTADOR 21 Aaah para ambos. Vale.
- ENTREVISTADOR 22 Ahora en el caso de trabajar con lo que son estas representaciones ahora la pregunta va para allá. ¿Trabaja con representaciones en matemática?
- PROFESORA 17. Eeeh sí
- ENTREVISTADOR 23 ¿Sí?
- ENTREVISTADOR 24 ¿y como lo hace?, ¿y por qué lo hace?
- PROFESORA 18. Eeeh bueno en la matemática un científico o filósofo, no me acuerdo muy bien, dice que es muy importante pasar por distintos tipos de representación. Porque así al verla de distintas formas la matemática, en este caso, por que tiende a ser un poco más abstracta la matemática, así queee... eeeh viéndola de distintas representaciones nos facilita un poquito más tanto al profesor como al estudiante.
- ENTREVISTADOR 25 Aaah okay. Ya le entiendo la idea. O sea, laaa, los tipos de representación porque me había menciona uno, no cierto. Había mencionado el concreto, pero ¿cuál otro hay?
- PROFESORA 19. El pictórico y el simbólico.
- ENTREVISTADOR 26 Aaah perfecto. Entonces la idea es sobre este autor que menciona, es que el estudiante sea capaz de poder transitar entre estos tipos de representación.
- PROFESORA 20. Exacto, le facilita el aprendizaje de algún contenido en particular.
- ENTREVISTADOR 27 Okay. Eeeehm entonces tenemos el por qué, ¿por qué lo hace?, lo hace porque de esa manera el estudiante le facilita la transición entre los diferentes contenidos matemáticos. Y ahora el cómo, como podríamos responder eso. Porque la pregunta es, dice, ¿trabaja la representación en el contenido de matemática?, la respuesta es sí, no cierto. Eeeehm, cómo y por qué, el por qué es netamente un poco dirigido hacia el estudiante, por el aprendizaje, y ahora la pregunta es, ¿cómo?, ¿cómo lo hace?

- PROFESORA 21. ¿Cómo que tipos de representación se trabaja?
- ENTREVISTADOR 28 Eeeh sí, podría ser. Podríamos inclusive traer a colación quizás algún contenido, el mismo de variable aleatoria podría ser, y con eso... quizás ejemplificar.
- PROFESORA 22. Con el contenido de variable aleatoria, puede ser a través de gráficos, que también puedan inferir alguna información a través de tablas de valores, haciendo algún calculo entre medio. Eeeeh diagramas sagitales también.
- ENTREVISTADOR 29 Buenísima.
- PROFESORA 23. Yyy interpretando también la información.
- ENTREVISTADOR 30 Ya, okay. Ahí estarían trabajando con una representación que sería más ligada a que tipo de las tres que se mencionaron, ¿sería concreta, simbólica o más pictórica?
- PROFESORA 24. Simbólica.
- ENTREVISTADOR 31 Ya las tres, porque menciono gráfica, diagrama sagital y el otro era tablas. ¿Entonces esos tres estarían en lo simbólico?
- PROFESORA 25. El diagrama sagital, no. El histograma o gráfico sería pictórico.
- ENTREVISTADOR 32 Claro sería pictórico no cierto.
- ENTREVISTADOR 33 Okay, porque lo concreto tiene que ver con algo tangible con lo que el estudiante pueda manipular, en cambio lo que es más pictórico tiene que ver, efectivamente, como lo mencionas con esto de los gráficos dibujos. Y ya lo simbólico es tal cual lo dice, símbolos.
- ENTREVISTADOR 34 Okay, sigamos avanzando. Ehhhm Bueno esta pregunta igual creo que la podemos trabajar ahora, dice, si es que conoce, creo que igual salió entre lo que estábamos conversando, por que menciona si es que conoce algún proceso o estrategia o camino, por el cual se deba trabajar lo que es la representación. Pero es más o menos similar a lo que estábamos conversando de hacer esta transición entre concreto, pictórico y simbólico, entonces como que la podemos anexar a lo que estuvimos comentando anteriormente.
- ENTREVISTADOR 35 Ahora bien, con la siguiente pregunta, dice ¿qué software o programas utiliza para desarrollar sus clases de matemática? Esto no es necesariamente en probabilidad y estadística, sino que de manera general. Si es que ha utiliza o utiliza actualmente algún programa para poder desarrollar su clase de matemática. Llámese programa o software, por que inclusive podría ser lo que generalmente se usa que son las presentaciones, también estaría dentro de.
- PROFESORA 26. Ya, en la mayoría de mis clases o cursos, utilizo presentación PowerPoint, PPT, videos, dentro de ellos. Ehhhm ahora igual, no lo he utilizado, pero estoy practicando más lo que es GeoGebra para cuando ya llegar al contenido de geometría o de variable aleatoria que también sé que se puede utilizar, aplicarlo. Y Excel como para hacer tablas o gráficos
- ENTREVISTADOR 36 Okay, ósea ahí tiene como un par de recursos tecnológicos para sacar en caso de. Perfecto.
- ENTREVISTADOR 37 Eeehm. Bueno referente eeeh a lo mismo, y considerando el software GeoGebra ahora ya apuntando un poco más a lo que fue la sesión de implementación de la capacitación que tuvimos referente a aquello, eeehm ¿cómo sintió el proceso en sí?, ¿sintió que hubo alguna mejora en las prácticas en el aula?, ¿cómo lo vivió?

- PROFESORA 27. La verdad es que sí. Me sirvió machismo. Porque la empezamos a utilizar y también yo lo estaba viendo como por encima en el curso del diplomado, así que igual me sirvió por ese lado para reforzarlo. Y cuando igual se los mostraba a los niños les dacia que esto quiero que algún día lleguemos a hacer o preparar cuando veamos cierto contenido, los niños igual quedaban motivados.
- ENTREVISTADOR 38 Se motivaban más con el programita.
- PROFESORA 28. Sobre todo, para hacer los cálculos rápidos, de hecho, después cuando yo les mostraba los lanzamientos, como mil lanzamientos en un puro programa eeeeh.
- ENTREVISTADOR 39 ¿las simulaciones?
- PROFESORA 29. Si las simulaciones, decían: “oooh tía que clase de brujería está haciendo”
*(risas)
- ENTREVISTADOR 40 Eso igual es importante porque yo creo de repente se comete, ósea se piensa en realidad, de que el GeoGebra es netamente como para cosas geométricas, pero en realidad como que tiene varias herramientas que sirven harto, tiene calculadoras, entonces, tiene varias cositas que pueden servir para la clase. Y además como estamos ahora en esto de la tecnológicas los estudiantes siempre, la mayoría, por no decir todos, siempre están con celular, tienen su celular a disposición entonces, eeeeh. Es bueno que se traten de implementar este tipo de estrategias. Qué bueno que le haya servicio.
- ENTREVISTADOR 41 Eeeeh. Bueno continuando en esta, en esta misma línea eeeeh, me dijo que, sí le sirvió eeeeh y el por qué, ¿por qué siente que le sirvió?, ¿tiene que ver con, con cómo lo ven los estudiantes o como lo ve usted?, o ambas
- PROFESORA 30. Ambas. Pero por ahora como no lo he usado tanto, no lo he aplicado con los estudiantes tanto, eeeh siento que fue un beneficio más hacia mí. Ya que lo conocía, lo había trabajado en la universidad, pero ahora ya no me acordaba mucho.
- ENTREVISTADOR 42 Ya perfecto.
- PROFESORA 31. Me sirvió para reforzarlo, recordarlo, aplicarlo y conocer que también se trabaja no solamente en el eje de geometría, sino que en otros ejes.
- ENTREVISTADOR 43 Exacto.
- PROFESORA 32. Así que eso igual abrió como otro mundo.
*(risas)
- ENTREVISTADOR 44 Perfecto, le entiendo.
- ENTREVISTADOR 45 Eeeeh. Bueno, saliendo un poco de lo que es software, y yendo hacia lo que son las actividades de aprendizaje que relacionan lo que es la habilidad de representación. Eeeeh, ¿Cómo vio esa distinción por así decirlo, entre, entre el antes y ahora?, ¿siente que a podido implementar más actividades en donde usted sienta que está segura que está trabajando la representación?, ¿cómo lo ve?
- PROFESORA 33. Sí, de hecho, al comienzo no sabía si las clases las estaba haciendo bien, si no se, si se enseñaba de esa forma, tenía como igual mucha inseguridades de, si lo estaba haciendo bien o no, o lo estaba enseñando bien algún contenido, o no se. Luego después de esta capacitación y ver como eeeeh como aprenden los estudiantes, confirmar como aprenden igual me sirvió para implementar, no solamente tanto

calculo, sino igual más tipos de representaciones eeehm llevar más material concreto o que ellos mismos también lleven o asociarlo más a la realidad.

ENTREVISTADOR 46

Excelente, le entiendo.

ENTREVISTADOR 47

O sea, es como más, como sentir un poco más de seguridad en que como que lo estamos haciendo bien.

PROFESORA 34.

Sí, como que el camino esta como, por un buen camino.

ENTREVISTADOR 48

Le entiendo. Okay. Sí de hecho eso igual es importante, como tener estos sustentos teóricos de los que hablábamos en las capacitaciones, el caballero que mencionaba en delante era Duval, eeeh ese era el muchacho. Claro, entonces ahí un referente teórico con el cual nos podemos sustentar y en el caso, porque se podría dar el caso de que algún apoderado, por ejemplo, quizás jefe de UTP, no se. Por a, b, c motivo, nos empiecen a cuestionar un poco nuestra pega, nos empiecen a preguntar qué, que como podemos estar seguro de que en realidad el estudiante está aprendiendo, entonces al menos ahí tenemos un sustento teórico que podemos utilizar. Que no necesariamente es el único, por que al menos esto lo estábamos llevando, no cierto, a lo que es la habilidad de representación, en las demás habilidades también hay marcos teóricos que pueden ayudar a uno como profundizar, pero de momento trabajar con al menos uno, que nos permita tener esa seguridad de que el estudiante está aprendiendo, y además, que está promoviendo la habilidad, es bueno.

ENTREVISTADOR 49

Eeh y referente a aquello mismo, pero ahora yéndonos hacia al contenido de variable aleatoria eeehm, y también de esa seguridad, ¿cómo se siente ahora referente al a ese mismo contenido?

PROFESORA 35.

Eeh en relación al contenido de variable aleatoria, bien. Por qué había tenido la oportunidad de hacer como un clase antes de, previo a la capacitación, y después relacionándolo post la capacitación, eeeh se entendió mucho mejor, de hecho igual le pregunte a los estudiantes que, de qué forma le había parecido más entretenida, si la forma uno como lo hicimos al comienzo, o la..

ENTREVISTADOR 50

Aaa le pregunto a los chiquillos

PROFESORA 36.

Sí, y me dijeron que obviamente había sido jugar con los dados, eeeh ellos investigaron como crear encuestas, yyy que al final les había gustado más la segunda forma. Que igual había resultado más fácil para entender la variable aleatoria.

ENTREVISTADOR 51

Sí porque de hecho esa es otra complicación que se ve en ese contenido, por que como es un contenido que de repente es más lanzado al diferenciado de matemática, como que no, se pasa por encima y no se pesca, y en los cursos de universidad, por lo que tengo entendido, hay solamente un curso, y después como que se deja de profundizar en el tema de variable aleatoria y generalmente se trabaja como, como más teórico esa asignatura, entonces hacer la bajaba de repente puede costar un poco más, porque, claro, nosotros podemos saber el contenido, pero de ahí a como lo bajamos hacia el estudiante eso igual puede complicar, así que por eso igual es bueno, tener el, tener el no cierto, la seguridad del contenido, luego de que tenemos la seguridad del contenido, tener la seguridad de la parte didáctica, y después de eso ya vamos a implementar dentro del aula, entonces es una secuencia que no es para sencilla,

entonces ahí hay harta pega en los profesores de matemática, y bueno me incluyo dentro de.

ENTREVISTADOR 52

Eeeh y una última pregunta y con esto bueno, quedan dos, pero esta sería la última, la siguiente es un poco más abierta, ¿cómo encontró el formato de la capacitaciones, le hubiese gustado que hubiese sido de otra manera, eeehm, ¿cómo lo vivió?

PROFESORA 37.

Eeeh la verdad me acomodo muchísimo, eeeh ya que cuando no podía o no nos alcanzaba el tiempo, tratábamos de acomodar un horario o un día que nos acomodara a ambos, no era así como un, una exigencia de que tienes que hacerlo hoy ahora, o con esta fecha límite. Así que fue como bien flexible y eso fue lo que me gusto. Y también el orden que fuimos llevando también me sirvió hartito, no fue como toda la información un mismo día, de hecho, fuimos por sesiones eeeh igual eran largas las sesiones, pero se entendía claramente y era larga pero necesaria. Por qué abarcada todo lo necesario para ese día, después otro día, retomábamos lo anterior, pero reforzándolo más que nada y viendo otro contenido, y eso igual fue entretenido ver cosas distintas.

ENTREVISTADOR 53

Noto esa como secuencia que finalmente tuvimos en el proceso.

PROFESORA 38.

Sí

ENTREVISTADOR 54

Excelente. Perfecto. Claro porque finalmente lo que nosotros hicimos fue una triada, por en esa triada estaba el contenido disciplinar, después del contenido disciplinar nos fuimos al trabajo con el GeoGebra y después ese mismo contenido disciplinar asociado a GeoGebra ya lo asociamos a lo que eran las habilidades, entonces ahí como que hicimos el ciclo completo, y claro eran sesiones un poquito extensas, pero siento que la comunicación que hubo igual entre nosotros como que fue super buena, entonces en ese sentido siempre es más fructífero tener algo como más conversado que algo tan, como raja tabla como se dice, e ir imponiendo cosas. Eeeehm. Bueno profesora, la última consulta, y con esto ya estaríamos cerrando por hoy día, y en realidad estaríamos cerrando ya el proceso de intervención, es dejarle abierta la palabra, si es que quiere dar algunos comentarios finales y ya con eso finalizaríamos. Yo desde ya darle las gracias por haber estado participe, presente apoyando con lo que son las tareas, respondiendo los mensajitos con los correos eeehm y por el apañe que hubo en todo el proceso, porque finalmente esto no se hace solo, ósea tenemos que estar coordinando tiempo, por detrás hay también otro tipo de cosas que tenemos que hacer, está la pega, la familia y las horitas que estuvimos ahí trabajando en las diferentes sesiones igual no fueron menores, tuvimos que inclusive sacrificar parte de las vacaciones del 18 (risas). Eeeh entonces por mi parte agradecido de corazón y cuando esto salga, cuando ya finalizemos, ahí yo voy a estar contactándola de nuevo para comentarle los resultados finales. Así que le cedo la palabra.

PROFESORA 39.

No, yo. Como siempre te lo dije, más que agradecida por que aprendí más a fondo algo que ya conocía así como super por encima y no sabía que lo iba a utilizar tan pronto, oooo... o las diferentes formas de utilizarlo también, por la paciencia también, los tiempos, el adaptarnos también, agradecida, pero más que nada agradecida por todo lo que aprendí, porque igual como te decía en delante, al comienzo de año, me sentía super insegura, y ahora ya me siento un poquito más firme en lo de como profe,



así que igual me sirvió como un desarrollo profesional también. No solamente en contenido, sino que como profesional.

Anexo 15 Guía de ejercicios A1



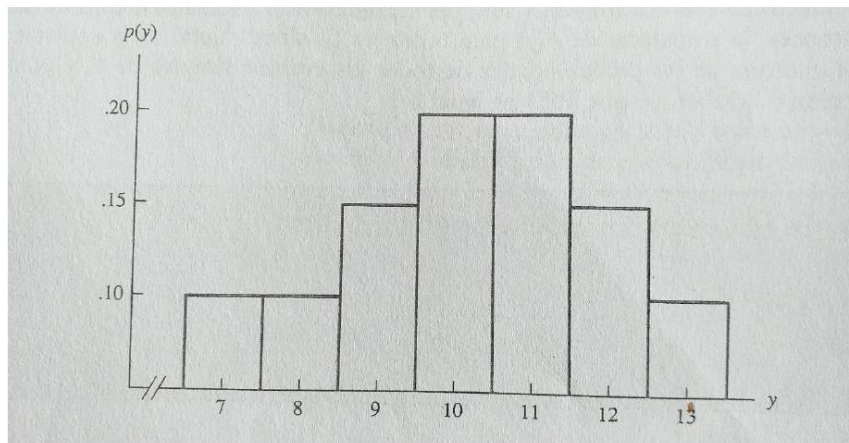
UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA
CONCEPCION
FACULTAD DE EDUCACION
MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA
EN EL AULA



Facultad de
Educación
Universidad Católica de la Santísima Concepción

Resolver los siguientes ejercicios

1. El director de mercado de una fábrica de computadores personales (PC) cree que la distribución de probabilidad discreta que se muestra en la siguiente figura caracteriza a y , el número de PC nuevos que la empresa arrendará el siguiente año.



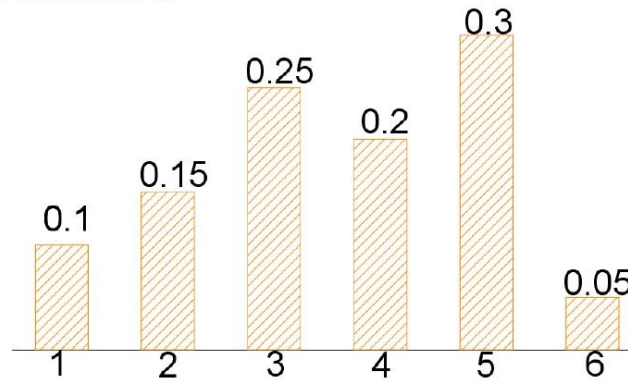
- a. ¿Es esta una distribución de probabilidad válida? Explique
 - b. Muestre la distribución de probabilidad en forma tabular
 - c. ¿Qué probabilidad hay de que se arrendaran exactamente 9 PC?
 - d. ¿Qué probabilidad hay de que se arrendaran menos de 12 PC?
2. Sea X una variable aleatoria discreta y su función de distribución de probabilidad

$$f(x) = \frac{2x + 1}{25}, x = 1, 2, 3, 4$$

- a. Verifique que f satisface las propiedades de las distribuciones de probabilidad
- b. Grafique f mediante un histograma
- c. Calcule $P(X = 3)$, $P(2 \leq x \leq 4)$

3. Para ensamblar una máquina se usan dos componentes mecánicos. Suponga que la probabilidad que el primer componente cumpla las especificaciones es 0.95, y para el segundo es 0.98. Además, los componentes funcionan independientemente. Encuentre la función de distribución de probabilidad del número de componentes que cumplen las especificaciones, $X = 0,1,2$.
4. Un almacén vende diariamente 0, 1, 2, 3 o 4 artículos con probabilidad 10%, 40%, 30%, 15% y 5% respectivamente. Mantener el local le cuesta diariamente \$40 a la empresa. Por cada artículo que vende, tiene una ganancia de \$50.
- Realice una representación para la situación anterior
 - Determinar la esperanza de la ganancia diaria
5. Sea c una constante y consideremos la función de densidad
- $$f(y) = \begin{cases} cy^2 & 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$
- Calcule el valor de c
 - Obtenga la función de distribución acumulada $F(y)$
 - Calcule $F(1)$
 - Calcule $P(1 \leq y \leq 1.5)$
6. De una baraja inglesa se tienen las cartas: 2, 4, 5, 7 de corazones. El experimento consiste en extraer tres cartas de manera simultánea y contar la cantidad de números primos extraídos.
- ¿De cuántos elementos se compone el espacio muestral del experimento?
 - ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?
 - ¿Cuál es el recorrido de la variable aleatoria?
 - Calcula las probabilidades asociadas a cada elemento del recorrido de la variable.
 - ¿Qué elemento del recorrido de la variable tiene asociada una mayor probabilidad?

7. En una caja hay bolsas que contienen diferentes cantidades de galletas. El siguiente gráfico muestra la probabilidad de que una persona obtenga cierta cantidad de galletas si extrae una bolsa al azar.



- ¿Cuál es la variable aleatoria?
- ¿Cuál es el recorrido de la variable?
- Se extrae una bolsa de la caja. ¿Cuál es la cantidad de galletas menos probable de obtener? ¿Y la más probable?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona extraiga una bolsa que tenga a lo más 2 galletas?

Anexo 16 PowerPoint A2



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE LA SANTÍSIMA CONCEPCIÓN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

HABILIDAD MATEMÁTICA
LA REPRESENTACIÓN

POR:
FRANCISCO GUANTECURA

DIRECTOR DE PROYECTO
DR. HERNAN MORALES

PROYECTO DE INTERVENCIÓN
SEPTIEMBRE 2022

ucsc.cl



CONTEXTO



Raymond Duval (1937)

- Filósofo, psicólogo y profesor de la Universidad de Littoral en Francia
- Investigador del aprendizaje en la matemática y el papel de los registros de representación semiótica para la aprehensión de los conocimientos matemáticos
- Es responsable del desarrollo de la teoría de registros de representación semiótica y los estudios importantes en la psicología cognitiva
- Duval basó su trabajo en las investigaciones de Charles Sanders Peirce

ucsc.cl



Dificultades en la enseñanza de la Matemática

- La matemática es abstracta
- Dificultad de generar estrategias
- Complejidad de su entendimiento
- ¿Cómo saber si el estudiante aprende?
- ¿Cómo generar un aprendizaje significativo?

Necesidad de referentes teóricos

- El docente debe saber cuales son las formas en que el estudiante aprende y cuales no
- El docente debe conocer su marco de referencia para la enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes

ucsc.cl



Registro de representaciones semióticas

Signo: El signo es algo que representa algo para alguien



ucsc.cl



Registro de representaciones semióticas

Charles Sander Peirce: Padre de la semiótica contemporánea. Para el todo lo que existe es signo, en cuanto tiene la capacidad de ser representado, de mediar y llevar ante la mente una idea

Semiótica: Ciencia que estudia los diferentes sistemas de signos que permiten la comunicación entre individuos, sus modos de producción, de funcionamiento y recepción



ucsc.cl



Objeto Matemático (contenidos)

Los objetos matemáticos
no son accesibles a la
percepción



Es indispensable
representarlo



3

ucsc.cl



Actividades mentales



ucsc.cl



Actividades cognitivas ligadas a la SEMIOSIS



ucsc.cl



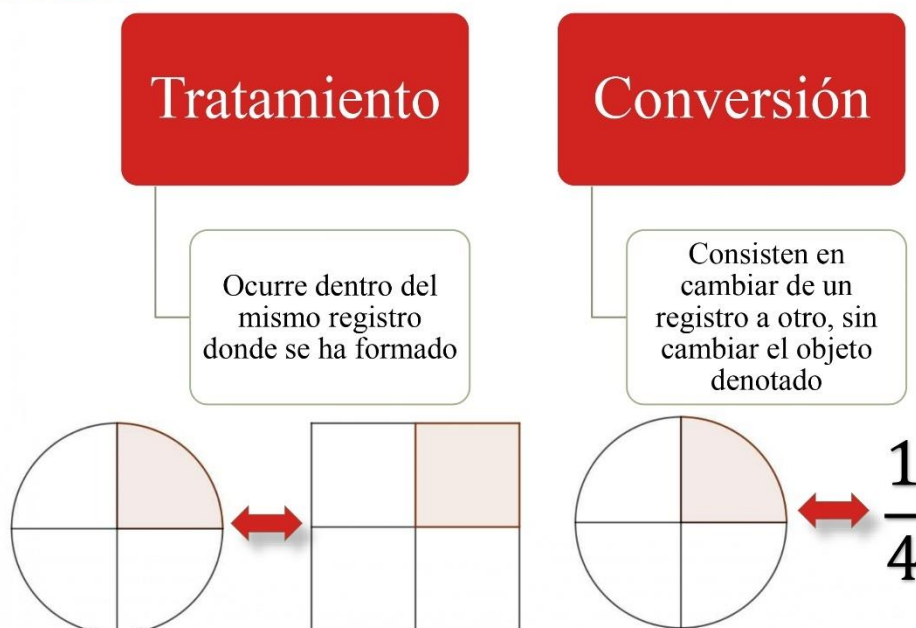
Transformaciones

- Los sistemas semióticos de representación no solo permiten designar los objetos matemáticos, también permiten realizar transformaciones entre ellos
- Toda actividad matemática requiere utilizar sistemas semióticos de representación
- Los signos, o los sistemas semióticos de representación, no son solo para designar objetos matemáticos, sino también para trabajar con ellos
- Se debe diferenciar por completo las dos clases de transformaciones de representaciones semióticas
- Lo importante no es la representación de un objeto matemático sino las transformaciones que se pueden realizar sobre ellos

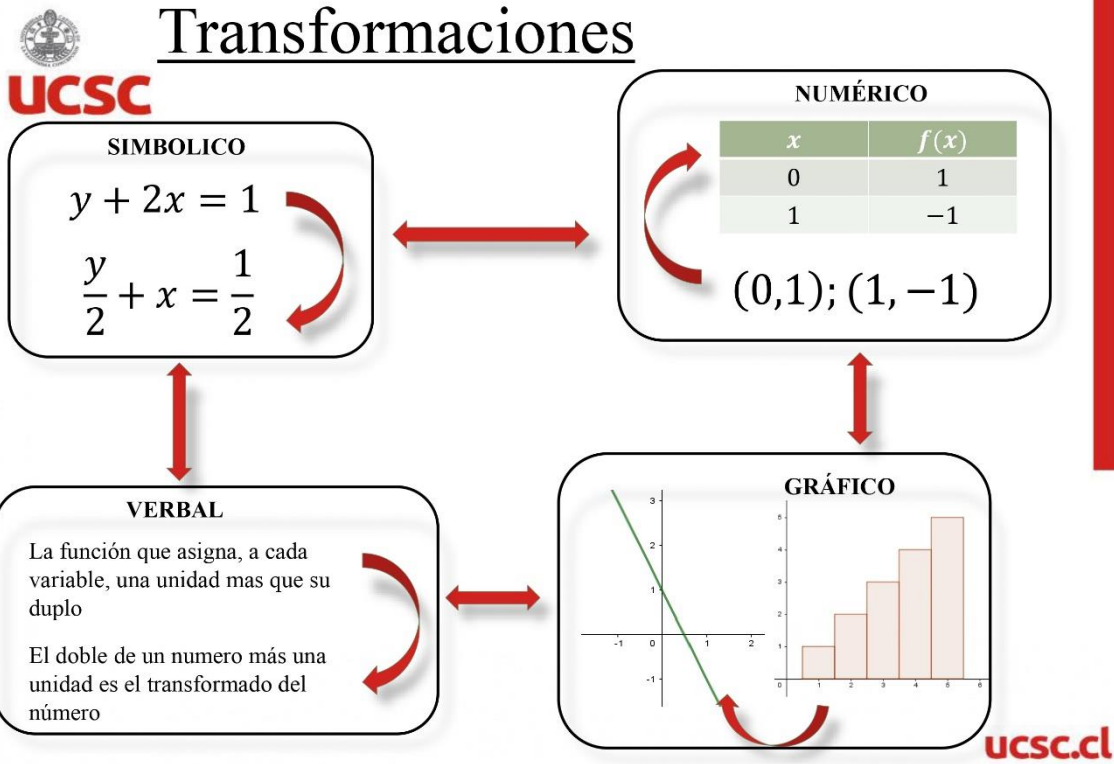
ucsc.cl



Transformaciones



ucsc.cl



Tipos de registros

- Numérico
- Simbólico
- Gráfico
- Verbal

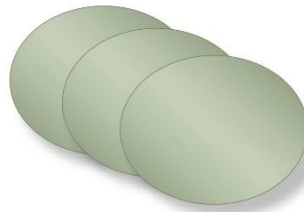


- Concreto
- Pictórico
- Simbólico

Denominado método de Singapur sustentado en las teorías de Jerome Bruner



CO-PI-SI

**3****CONCRETO****PICTORICO****SIMBOLICO****ucsc.cl**

Probabilidad y Estadística

Este eje responde a la necesidad de que todos los y todas las estudiantes aprendan a realizar análisis, inferencias y obtengan información a partir de datos estadísticos. Se espera formar alumnos críticos y alumnas críticas que puedan utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones; que sean capaces de determinar situaciones conflictivas a raíz de interpretaciones erróneas de un gráfico y de las posibles manipulaciones intencionadas que se pueden hacer con los datos. En el área de la probabilidad, se pretende que estimen de manera intuitiva y que calculen de manera precisa la probabilidad de ocurrencia de eventos; que determinen la probabilidad de ocurrencia de eventos en forma experimental y teórica, y que construyan modelos probabilísticos basados en situaciones aleatorias. Específicamente, se espera que las y los estudiantes diseñen experimentos de muestreo aleatorio para inferir sobre características de poblaciones; registren datos desagregados por sexo cada vez que tenga sentido; utilicen medidas de tendencia central, de posición y de dispersión para resolver problemas. El enfoque de este eje radica en la interpretación y visualización de datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones, y en la realización, la simulación y el estudio de experimentos aleatorios sencillos, para construir desde ellos la teoría y modelos probabilísticos. En particular, al final de este ciclo el o la estudiante debe comprender el rol de la probabilidad en la sociedad, utilizando herramientas de la estadística y de la probabilidad misma.

ucsc.cl



Representar

Para trabajar con matemática de manera precisa, se requiere conocer un lenguaje simbólico (abstracto). En esta propuesta, al igual que en la de 1° a 6° básico, se plantea que los alumnos y las alumnas transiten fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para más tarde avanzar progresivamente hacia un lenguaje simbólico. Las metáforas, las representaciones y las analogías juegan un rol clave en este proceso de aprendizaje, y dan a la o el estudiante la posibilidad de construir sus propios conceptos matemáticos. Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje; entre ellas, permite relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico); potenciar la comprensión, memorización y explicación de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos; y brindarle a las expresiones matemáticas un significado cercano. De esta manera, la matemática se vuelve accesible para todos y todas, se hace cercana a la vida y a la experiencia, y así se amplía el número de estudiantes que aprenden matemática y lo hacen con una adecuada profundidad. Las y los estudiantes de este ciclo adquieren conocimientos por medio del “aprender haciendo” en situaciones concretas, traduciéndolas a un nivel gráfico y utilizando símbolos matemáticos; de esa manera, logran un aprendizaje significativo y desarrollan su capacidad de pensar matemáticamente. Específicamente, se espera que extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.) según las necesidades de la actividad o la situación; que usen e interpreten representaciones concretas, pictóricas y/o simbólicas para resolver problemas; y que identifiquen la validez y las limitaciones de esas representaciones según el contexto.

ucsc.cl



Representar

Representar para segundo medio respecto del contenido

- l. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo con las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.
- m. Transitar entre los distintos niveles de representación.
- n. Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
- o. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

Representar para tercero y cuarto medio diferenciado respecto del contenido

- g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.
- h. Evaluar diferentes representaciones, de acuerdo a su pertinencia con el problema a solucionar.

ucsc.cl



Objetivo de aprendizaje

Objetivos de aprendizaje

10. Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas:

- Definiendo la variable.
- Determinando los posibles valores de la incógnita.
- Calculando su probabilidad.
- Graficando sus distribuciones.
- Realizando análisis y resolviendo problemas

Habilidades digitales

i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

j. Desarrollar un trabajo colaborativo en línea para discusión y resolución de tareas matemáticas, usando herramientas electrónicas de productividad, entornos virtuales y redes sociales.

k. Analizar y evaluar el impacto de las tecnologías digitales en contextos sociales, económicos y culturales.

l. Conocer tanto los derechos propios como los de los otros, y aplicar estrategias de protección de la información en ambientes digitales.

ucsc.cl



Matriz de Habilidades TIC

Habilidades TIC para el aprendizaje se define como:

La capacidad de resolver problemas de información, comunicación y conocimiento así como dilemas legales, sociales y éticos en ámbito digital.

1. Información:

La dimensión información describe la habilidades para buscar, seleccionar, evaluar y organizar información en entornos digitales y transformar o adoptar la información en un nuevo producto, conocimiento o desarrollar ideas nuevas

2. Comunicación efectiva y colaboración:

Las habilidades incluidas en esta dimensión deben entenderse como habilidades sociales, donde la capacidad para transmitir e intercambiar información e ideas con otros, así como también deben interactuar y contribuir dentro de un grupo o comunidad es fundamental.

3. Convivencia digital:

Las habilidades incluidas en esta dimensión contribuyen a la formación ética general de los estudiantes a través de orientaciones relativas a dilemas de convivencia específicos planteados por las tecnologías digitales en una sociedad de la información.

4. Tecnología:

Esta dimensión define las habilidades funcionales y conocimientos necesarios para nombrar, resolver problemas, operar y usar las TIC en cualquier tarea

ucsc.cl



Información

1.1 Información como fuente:

Esta subdimensión considera que el estudiante sepa identificar fuentes de información digitales pertinentes y sepa buscar y seleccionar la información digital requerida en función de la tarea a resolver. Una vez que ha encontrado la información que busca, debe ser capaz de evaluar cuán útil y relevante es una fuente de información digital y sus contenidos para la pregunta, problema o tarea que busca resolver; y finalmente sepa guardar y organizar los datos o información digital de forma eficiente para su reutilización posterior

1.2 Información como producto:

Esta subdimensión consiste en lo que el estudiante puede hacer con la información en ambientes digitales una vez que esta ha sido recogida y organizada. Específicamente, esta subdimensión considera las habilidades de planificar un producto de información; integrar, refinar, y representar información; y generar nuevos productos de información

ucsc.cl



Comunicación efectiva y colaboración

2.1 Comunicación efectiva:

Esta subdimensión da cuenta de las habilidades y conocimientos que se necesitan para compartir o transmitir los resultados o productos creados por el estudiante. Específicamente, se entiende como la habilidad de transmitir información a otros, resguardando que los significados sean comunicados de forma efectiva tomando en cuenta medio y receptor.

2.2 Colaboración:

esta subdimensión describe las habilidades que se necesitan para trabajar a distancia. En particular, se define como la habilidad de negociar acuerdos dentro del respeto mutuo por las ideas del otro y de desarrollar contenidos con pares a distancia, utilizando distintos medios digital.

ucsc.cl



Convivencia digital

3.1 Ética y autocuidado:

Esta subdimensión se refiere a la habilidad de evaluar las TIC de forma responsable en términos de decidir sobre los límites legales, éticos y culturales de compartir información y la comprensión de las oportunidades y también los riesgos potenciales (a niveles sociales y técnicos) que pueden encontrarse en Internet. Aquí también es importante la noción de autorregulación, donde se espera que el estudiante pueda discriminar cuándo es mejor utilizar una herramienta digital y cuándo no.

3.2 TIC y sociedad:

Tiene relación con la capacidad del estudiante de entender, analizar y evaluar el impacto de las TIC en contextos sociales, económicos y culturales. Comprender que la sociedad está cambiando como consecuencia de las tecnologías digitales y que ello tiene implicancias en sus vidas personales y en la forma como se organiza la sociedad en general.



Tecnología

4.1 Conocimientos TIC:

se refiere a la capacidad de manejar y entender conceptos TIC utilizados para nombrar las partes y funciones de los computadores y las redes. Dominar los términos asociados a las TIC y sus componentes es importante para poder resolver problemas técnicos asociados a ellas.

4.2 Operar las TIC:

Considera la capacidad de usar las TIC de forma segura, de resolver problemas técnicos básicos y de administrar información y archivos.

4.3 Usar las TIC:

se refiere a la habilidad de dominar software, hardware y programas de uso extendido en la sociedad, particularmente aquellos que facilitan el aprendizaje individual y con otros



Anexo 17 Actividad A2



UNIVERSIDAD CATOLICA DE LA SANTISIMA
 CONCEPCION
 FACULTAD DE EDUCACION
 MAGISTER EN DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN EL
 AULA



**Facultad de
Educación**
 Universidad Católica de la Santísima Concepción


Considera las siguientes actividades según su código y completa la tabla de análisis, respecto de los criterios de la habilidad de representación:

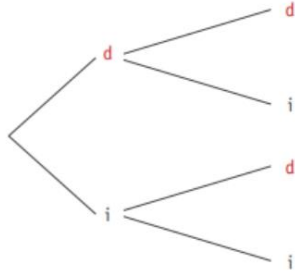
1. Elegir o elaborar representaciones de acuerdo con las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones.
2. Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
3. Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
4. Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas


Justifica si la actividad promueve o no, la habilidad de representación en los estudiantes.


Actividad	Código
<p>En otro juego de "contar al azar", también se lanza cinco veces una moneda y se anota cara y sello, respectivamente. Se cuentan los cambios de cara a sello y al revés. Se gana con el mayor número de cambios. Luego las alumnas y los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elaboran un árbol o una tabla de posibilidades para cinco lanzamientos. • Responden cuáles son los números posibles que resultarán del conteo. • Una variable aleatoria X representa los números posibles. Calculan las probabilidades $P(X = x_i)$ de los valores x_i que puede tomar la variable aleatoria X. 	A2.1


Código de la actividad	¿Promueve la habilidad de representación?	Criterios que se cumplen	Justificación

Actividad	Código												
<p data-bbox="402 512 1058 621">En un recipiente hay tres bolitas: una blanca, una roja y una negra. Se saca al azar una bolita sin reponerla, y se sigue sacando más bolitas hasta que aparezca la bolita roja. Se denomina con X la variable aleatoria que representa el número de extracciones necesarias.</p> <div data-bbox="667 646 792 772" style="text-align: center;">  </div> <ul data-bbox="402 793 1058 844" style="list-style-type: none"> • Completan la tabla siguiente con los eventos y los valores respectivos que toma la variable aleatoria X: <table border="1" data-bbox="425 865 1058 940"> <tbody> <tr> <td data-bbox="425 865 630 898">Eventos posibles</td> <td data-bbox="636 865 711 898">r</td> <td data-bbox="717 865 799 898">b, r</td> <td data-bbox="805 865 886 898"></td> <td data-bbox="893 865 974 898"></td> <td data-bbox="980 865 1058 898"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="425 907 630 940">Variable aleatoria X</td> <td data-bbox="636 907 711 940">1</td> <td data-bbox="717 907 799 940"></td> <td data-bbox="805 907 886 940"></td> <td data-bbox="893 907 974 940"></td> <td data-bbox="980 907 1058 940"></td> </tr> </tbody> </table> <ul data-bbox="402 970 1058 1171" style="list-style-type: none"> • Determinan los eventos de los siguientes valores que toma la variable aleatoria X: <ul data-bbox="425 1033 500 1129" style="list-style-type: none"> • $X = 2$ • $X \leq 2$ • $X > 1$ • Responden: ¿Qué eventos describe la variable aleatoria del valor $X = 3$? 	Eventos posibles	r	b, r				Variable aleatoria X	1					<p data-bbox="1140 835 1188 865">A2.2</p>
Eventos posibles	r	b, r											
Variable aleatoria X	1												

Actividad	Código
<p data-bbox="402 512 1062 625">De una encomienda de vasos se sacan, de a uno, tres vasos para registrar si están intactos o tienen algún daño. No importa en qué orden aparecen los vasos intactos o dañados, solo interesa el número de vasos dañados. Se anota con una "i" si un vaso está intacto, y con una "d", si está dañado.</p> <ul data-bbox="402 634 984 659" style="list-style-type: none">• Completan el árbol de posibilidades para sacar al azar tres vasos. <div data-bbox="581 680 873 953"></div> <ul data-bbox="402 970 1062 1276" style="list-style-type: none">• Se denomina con X la variable aleatoria que representa el número de vasos dañados. Mencionan todos los valores que puede tomar la variable X.• Determinan los eventos si la variable aleatoria X toma los siguientes valores:<ul data-bbox="425 1066 532 1226" style="list-style-type: none">• $X = 0$• $X \leq 1$• $1 \leq X \leq 3$• $X = 2$• $X = 3$• Responden: ¿Qué valor toma la variable X para los eventos "did" y "iid"?	<p data-bbox="1133 890 1182 915">A2.3</p>

Actividad	Código
<p>Alumnos de la selección de fútbol de un colegio realizan un “juego de penales” con las siguientes reglas: cada uno tiene un máximo de 4 tiros; si un jugador convierte un gol en el primer intento, termina y obtiene 3 puntos; si convierte en el segundo intento, termina y obtiene 2 puntos; si convierte en el tercer intento, termina y obtiene 1 punto; si convierte un gol en el cuarto intento, obtiene 0 puntos. Y si no convierte, obtiene una multa de (-1) punto.</p>  <ul style="list-style-type: none">• Elaboran un árbol o una tabla de posibilidades.• Determinan todos los eventos posibles de este “juego de penales”.• Introducen adecuadamente una variable aleatoria X que representa este “juego de penales”.• Determinan todos los valores x_i posibles que puede tomar la variable aleatoria X.• Calculan las probabilidades $P(X = x_i)$ de los valores x_i que puede tomar la variable aleatoria X. Se estima la probabilidad de convertir un gol, en 80 %.	<p>A2.4</p>

Actividad	Código
<p data-bbox="402 504 1058 613">Pamela y Martin quieren jugar a lanzar monedas con las siguientes condiciones: se lanza la misma moneda cinco veces, y después de cada lanzamiento, se anota el evento “cara” o “sello”. Los jugadores se turnan después de cada lanzamiento. Gana quien obtiene por primera vez una racha de dos veces cara.</p>  <ul data-bbox="402 798 1058 982" style="list-style-type: none">• Elaboran un árbol o una tabla de posibilidades para cinco lanzamientos.• Marcan los posibles caminos ganadores y anotan los eventos respectivos.• Una variable aleatoria X representa el número de lanzamientos para ganar el juego. Determinan todos los valores posibles que puede tomar la variable X.• Calculan las probabilidades $P(X = x_i)$ de los valores x_i que puede tomar la variable aleatoria X.	<p data-bbox="1136 743 1185 764">A2.5</p>

Actividad	Código												
<p>Se lanza un chinche tres veces y después de cada lanzamiento se anota en qué parte ha caído. En el dibujo se muestra el evento “punta p”; el otro evento se llama “cabeza c”.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Para el evento “cabeza” se obtiene un punto positivo y para el evento “punta” se obtiene un punto negativo. Se suman los puntos obtenidos en tres lanzamientos. Luego completan la siguiente tabla:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #e91e63; color: white;">EVENTO</th> <th style="background-color: #9e9e9e; color: white;">PUNTOS OBTENIDOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">ccc</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="height: 20px;"> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td style="height: 20px;"> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td style="height: 20px;"> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">ppp</td> <td style="text-align: center;">-3</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> Una variable aleatoria X representa los puntos obtenidos en tres lanzamientos. Relacionan los valores x_i con los eventos correspondientes. La probabilidad del evento “cabeza” se estima en 40 %. Calculan todas las probabilidades $P(X = x_i)$. 	EVENTO	PUNTOS OBTENIDOS	ccc	3							ppp	-3	A2.6
EVENTO	PUNTOS OBTENIDOS												
ccc	3												
ppp	-3												

Actividad	Código																												
<p data-bbox="402 520 1060 659">Un test de conocimiento, de selección múltiple, tiene en total 6 preguntas. Para cada pregunta se proponen tres respuestas, de las cuales solo una es la exacta. Una persona que tiene poco conocimiento de la materia que se está evaluando decide responder las 6 preguntas al azar. Consideran la variable aleatoria para las respuestas correctas como X.</p> <ul data-bbox="402 667 1060 848" style="list-style-type: none">• ¿Qué valores x_i puede tomar la variable X?• Calculan las probabilidades $P(X = x_i)$ de los valores x_i que puede tomar la variable X.• Se aprueba el test si la mayoría de las respuestas es correcta. ¿Con qué probabilidad se aprueba el test, estando seguro de la primera respuesta y contestando el resto de las preguntas al azar? <table border="1" data-bbox="427 869 1057 1121"><thead><tr><th data-bbox="427 869 586 905">PREGUNTA</th><th data-bbox="586 869 743 905"></th><th data-bbox="743 869 901 905"></th><th data-bbox="901 869 1057 905"></th></tr></thead><tbody><tr><td data-bbox="427 905 586 940">1</td><td data-bbox="586 905 743 940">A</td><td data-bbox="743 905 901 940">B</td><td data-bbox="901 905 1057 940">C</td></tr><tr><td data-bbox="427 940 586 976">2</td><td data-bbox="586 940 743 976">A</td><td data-bbox="743 940 901 976">B</td><td data-bbox="901 940 1057 976">C</td></tr><tr><td data-bbox="427 976 586 1012">3</td><td data-bbox="586 976 743 1012">A</td><td data-bbox="743 976 901 1012">B</td><td data-bbox="901 976 1057 1012">C</td></tr><tr><td data-bbox="427 1012 586 1047">4</td><td data-bbox="586 1012 743 1047">A</td><td data-bbox="743 1012 901 1047">B</td><td data-bbox="901 1012 1057 1047">C</td></tr><tr><td data-bbox="427 1047 586 1083">5</td><td data-bbox="586 1047 743 1083">A</td><td data-bbox="743 1047 901 1083">B</td><td data-bbox="901 1047 1057 1083">C</td></tr><tr><td data-bbox="427 1083 586 1119">6</td><td data-bbox="586 1083 743 1119">A</td><td data-bbox="743 1083 901 1119">B</td><td data-bbox="901 1083 1057 1119">C</td></tr></tbody></table>	PREGUNTA				1	A	B	C	2	A	B	C	3	A	B	C	4	A	B	C	5	A	B	C	6	A	B	C	<p data-bbox="1141 831 1190 852">A2.7</p>
PREGUNTA																													
1	A	B	C																										
2	A	B	C																										
3	A	B	C																										
4	A	B	C																										
5	A	B	C																										
6	A	B	C																										



Tabla de análisis

Código de la actividad	¿Promueve la habilidad de representación?	Criterios que se cumplen	Justificación





PAUTA DE EVALUACIÓN Informe de Trabajo Final de Intervención

Título del Proyecto de Intervención	Implementación de una propuesta didáctica para promover la habilidad de representación en matemática, incluyendo la tecnología en el aula
Estudiante	Francisco Guantecura Acuña
Director(a) del Trabajo Final de Intervención	Dr. Hernán Morales Paredes
Nombre del Evaluador	Carmen Cecilia Espinoza Melo

Nota: Califique de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

Aspectos Formales (5%)

Indicadores	Nota
1. Presentación del Informe Escrito de acuerdo a formato oficial	7.0
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	7.0
3. Resumen (en español e inglés)	7.0
4. Correcto uso de ortografía	6.0
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	6.5
6. Tablas, figuras o gráficos bien construidos	5.5
7. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 7ª Edición.	6.0
Promedio	6.4

CAPÍTULO 1: Estructuración del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
8. Caracterización de la institución educativa donde se realizará el proyecto y el(los) actor(es) que serán intervenidos	7.0
9. Antecedentes contextuales, que permiten caracterizar causas y efectos la situación problemática didáctico matemática	7.0
10. Antecedentes teóricos de investigaciones, que permiten caracterizar causas y efectos la situación problemática didáctico matemática	7.0
11. El árbol de problema presenta los elementos necesarios y suficientes para describir a priori la situación problemática	7.0
12. Estrategia de recolección de datos del diagnóstico vinculando con las causas que desea indagar	7.0
13. Técnicas e instrumento pertinentes para la recolección de los datos del diagnóstico	7.0
Promedio	7.0

CAPÍTULO 2: Aplicación del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
14. Descripción de la aplicación del diagnóstico y su relación con el estudio de las causas propuestas a priori	7.0
15. Presentación de los resultados del diagnóstico en forma clara y sintética	7.0
16. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	7.0
Promedio	7.0



CAPÍTULO 3: Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto (10%)

Indicadores	Nota
17. Presentación ordenada y coherente de los apartados y sub apartados teóricos que sustentan el diseño e implementación del Proyecto	7.0
18. Apartados teóricos pertinentes y relevantes para el diseño e implementación del Proyecto	7.0
19. Antecedentes teóricos actualizados	7.0
Promedio	7.0

CAPÍTULO 4: Diseño del Proyecto de Desarrollo (25%)

Indicadores	Nota
20. Problema de intervención claramente formulado de acuerdo a los resultados del diagnóstico	7.0
21. Los objetivos del Proyecto son claros y pertinentes	6.5
22. Árbol de Objetivos pertinente con la problemática	7.0
23. Árbol de Soluciones pertinente con los objetivos	7.0
24. Los indicadores del Marco Lógico respecto al propósito, resultados y actividades son claros y cuantificables	7.0
25. Los medios de verificación del Marco Lógico respecto a propósito, resultados y actividades son pertinentes	7.0
26. Las actividades diseñadas son coherentes con el marco teórico y pertinentes con la situación problemática	7.0
Promedio	6,9

CAPÍTULO 5: Resultados: Aplicación del Proyecto (20%)

Indicadores	Nota
27. Descripción de la aplicación del Proyecto en forma clara y coherente con la problemática	6.5
28. Presentación de los resultados de la aplicación del Proyecto en forma clara y sintética	6.0
29. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados en relación a los indicadores del marco lógico	6.5
30. Evaluación de la aplicación del Proyecto relacionando los indicadores y medios de verificación del marco lógico	6.5
Promedio	6.4

CAPÍTULO 6: Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones (10%)

Indicadores	Nota
31. Establece conclusiones que relacionen los resultados de la aplicación del Proyecto con los marcos teóricos que sustentan la intervención	6.5
32. Descripción de las limitaciones que se dieron en el contexto del Proyecto y que obstaculizaron el plan de intervención	6.5
33. Sugerencias y proyecciones que derivan del Proyecto realizado.	7.0
Promedio	6,7



Calificación Final

	Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)	Porcentaje	Ponderación
Aspectos Formales	6.4	5%	0,32
Estructuración del Diagnóstico	7.0	15%	1,05
Aplicación del Diagnóstico	7.0	15%	1,05
Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto	7.0	10%	0,7
Diseño del Proyecto de Desarrollo	6,9	25%	1,725
Resultados: Aplicación del Proyecto	6,4	20%	1,28
Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones	6,7	10%	0,67
Calificación Final		6,8	

Pauta sancionada por Comité Académico del MDMA, el 05 de abril de 2022

Observaciones:

Utilizar las normas APA en figuras, tablas

En el encabezado debe la palabra matemática debe comenzar con mayúscula.

Se repiten muchas veces la misma palabra en un párrafo

Eliminar la firma de la profesora que aparece en algunas imágenes del escrito

El resto de las sugerencias se encuentran en el escrito

Carmen Cecilia Espinoza Melo
Departamento de Didáctica
Facultad de Educación
Universidad Católica de la Santísima Concepción

Fecha: 07 de marzo de 2023



PAUTA DE EVALUACIÓN Informe de Trabajo Final de Intervención

Título del Proyecto de Intervención	IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA PROMOVER LA HABILIDAD DE REPRESENTACIÓN EN MATEMÁTICA: INCLUYENDO LA TECNOLOGÍAS EN EL AULA
Estudiante	Francisco Guantecura
Director(a) del Trabajo Final de Intervención	Hernán Morales
Nombre del Evaluador	Roberto Araneda

Nota: Califique de 1.0 a 7.0 cada uno de los indicadores que se presentan esta pauta.

Aspectos Formales (5%)

Indicadores	Nota
1. Presentación del Informe Escrito de acuerdo a formato oficial	6,5
2. Índice (de contenidos, gráficos y/o figuras)	7,0
3. Resumen (en español e inglés)	7,0
4. Correcto uso de ortografía	5,5
5. Redacción coherente con escritura científica de la especialidad	6,0
6. Tablas, figuras o gráficos bien construidos	5,5
7. Referencias y citas de acuerdo a Norma APA, 7ª Edición.	5,5
Promedio	6,1

CAPÍTULO 1: Estructuración del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
8. Caracterización de la institución educativa donde se realizará el proyecto y el(los) actor(es) que serán intervenidos	7,0
9. Antecedentes contextuales, que permiten caracterizar causas y efectos la situación problemática didáctico matemática	6,5
10. Antecedentes teóricos de investigaciones, que permiten caracterizar causas y efectos la situación problemática didáctico matemática	6,5
11. El árbol de problema presenta los elementos necesarios y suficientes para describir a priori la situación problemática	7,0
12. Estrategia de recolección de datos del diagnóstico vinculando con las causas que desea indagar	7,0
13. Técnicas e instrumento pertinentes para la recolección de los datos del diagnóstico	7,0
Promedio	6,8

CAPÍTULO 2: Aplicación del Diagnóstico (15%)

Indicadores	Nota
14. Descripción de la aplicación del diagnóstico y su relación con el estudio de las causas propuestas a priori	7,0
15. Presentación de los resultados del diagnóstico en forma clara y sintética	6,0
16. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados o hallazgos	6,0
Promedio	6,3



CAPÍTULO 3: Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto (10%)

Indicadores	Nota
17. Presentación ordenada y coherente de los apartados y sub apartados teóricos que sustentan el diseño e implementación del Proyecto	6,5
18. Apartados teóricos pertinentes y relevantes para el diseño e implementación del Proyecto	7,0
19. Antecedentes teóricos actualizados	7,0
Promedio	6,8

CAPÍTULO 4: Diseño del Proyecto de Desarrollo (25%)

Indicadores	Nota
20. Problema de intervención claramente formulado de acuerdo a los resultados del diagnóstico	7,0
21. Los objetivos del Proyecto son claros y pertinentes	7,0
22. Árbol de Objetivos pertinente con la problemática	7,0
23. Árbol de Soluciones pertinente con los objetivos	7,0
24. Los indicadores del Marco Lógico respecto al propósito, resultados y actividades son claros y cuantificables	7,0
25. Los medios de verificación del Marco Lógico respecto a propósito, resultados y actividades son pertinentes	7,0
26. Las actividades diseñadas son coherentes con el marco teórico y pertinentes con la situación problemática	7,0
Promedio	7,0

CAPÍTULO 5: Resultados: Aplicación del Proyecto (20%)

Indicadores	Nota
27. Descripción de la aplicación del Proyecto en forma clara y coherente con la problemática	6,5
28. Presentación de los resultados de la aplicación del Proyecto en forma clara y sintética	5,5
29. Procesamiento, análisis e interpretación de los resultados en relación a los indicadores del marco lógico	6,0
30. Evaluación de la aplicación del Proyecto relacionando los indicadores y medios de verificación del marco lógico	6,0
Promedio	6,0

CAPÍTULO 6: Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones (10%)

Indicadores	Nota
31. Establece conclusiones que relacionen los resultados de la aplicación del Proyecto con los marcos teóricos que sustentan la intervención	6,5
32. Descripción de las limitaciones que se dieron en el contexto del Proyecto y que obstaculizaron el plan de intervención	6,5
33. Sugerencias y proyecciones que derivan del Proyecto realizado.	6,5
Promedio	6,5

Calificación Final

	Promedio Calificación (de 1.0 a 7.0)	Porcentaje	Ponderación
Aspectos Formales	6,1	5%	0,305
Estructuración del Diagnóstico	6,8	15%	1,02
Aplicación del Diagnóstico	6,3	15%	0,945
Marco Teórico de Referencia para el Diseño del Proyecto	6,8	10%	0,68
Diseño del Proyecto de Desarrollo	7,0	25%	1,75
Resultados: Aplicación del Proyecto	6,0	20%	1,2
Conclusiones, Limitaciones y Proyecciones	6,5	10%	0,65
Calificación Final		6,6	

Pauta sancionada por Comité Académico del MDMA, el 05 de abril de 2022

Observaciones:

- 1) Trabajo con tema interesante no tan sólo por los aspectos teóricos expuestos sino que también por el contenido disciplinar que genera muchas inquietudes en el profesorado.
- 2) Hay aspectos muy de forma que son importante considerar tanto para el escrito como para la presentación, ya que permitirán simplificar ambos aspectos. Uno de ellos son las tablas que se presentan transcripciones, donde al ser textuales, generan textos extensos donde se pierde muchas veces o se dificulta tener la continuidad del trabajo expuesto. Lo mismo ocurre en las transcripciones para lo realizado por los “estudiantes”, ya que siempre en términos generales se utiliza “estudiante”, para los distintos aportes de los alumnos en clases, pero sin diferenciar entre uno u otro, información que en algunos casos es fundamental para entender la dinámica de clase del / la docente (no es lo mismo que participe un estudiantes a que participen por ejemplo 5, dando indicios de que la actividad al menos logra participación). Lo anterior no es un aspecto que pueda mejorar los resultados de cada ETM del docente en cada clase, pero si podría indicar aspectos diferenciadores.
- 3) Respecto de las intervenciones/capacitaciones realizadas, creo que es un aspecto esencial entender la dinámica que se realizó (metodología enseñanza) en cada una de ellas, ya que posteriormente los resultados presentados dan cuenta de un éxito del proyecto, donde las capacitaciones son tema importantes.
- 4) Es importante considerar dentro del análisis los temas que trabaja la docente en la clase 1, 2 y 3 ya que pueden ser aspectos limitantes y que condicionan los aspectos observados como deficientes/destacables en algunos casos). Ejemplo no es lo mismo enseñar o aprender VA discreta que continua y lo mismo puede limitar el indagar o tener conocimiento sobre aspectos pedagógico/didácticos o tecnológicos asociados al contenido
- 5) En cuanto a citas y referencias, revisar ya que en hay citas en texto que no están referenciadas. Además homologar como se presentan las referencias bibliográficas a norma APA 7ma edición (por ejemplo algunas referencias en mayúscula).
- 6) Quedaron en texto amarillo algunos aspectos de redacción/ortografía que se deben mejorar. Hay otros en texto que no fueron marcados, por lo que se sugiere dar una revisión sobre este aspecto.



UCSC

Magíster en Didáctica de la Matemática en el Aula
Facultad de Educación

En general es un escrito potente con mucha información que da cuenta del trabajo realizado, pero como se menciona en comentarios, a veces dificulta la lectura y seguir el hilo conductor de la idea en el proyecto.

Roberto Andrés Araneda Benítez

Docente Adjunto Escuela de Educación

Universidad de O'Higgins

Nombre y Firma Evaluador
Afiliación (Departamento, Facultad, Universidad)

Fecha: 17 de marzo del 2023